TRAITÉ

RONOMIE

S GENS DU MONDE,

S NOTES COMPLEMENTAIRES

accalauréat, aux Écoles spéciales et à la
Sciences mathématiques;

Frédéric PETIT,
Correspondant de l'Institut, Directeur de l'Obse vat ire
mie a la Faculte des Sciences de la mê e ville Membre

ME SECOND.

FIGURES DANS LE TEXTE

PARIS,
RS, IMPRIMEUR-LIBRAIRE
TECHNIQUE, DU BUREAU DES LONGITUDES
de Mallet-Bachelier,
les Augustins, 55.

1866

TRAITÉ D'ASTRONOMIE

POUR LES GENS DU MONDE.

Toulouse, Imp. Douladoure; Rouget frères et Delahaut, succrs, rue Saint-Rome, 39.

TRAITÉ D'ASTRONOMIE

POUR LES GENS DU MONDE,

AVEC DES NOTES COMPLÉMENTAIRES

Pour les Candidats au Baccalauréat, aux Écoles spéciales et à la Licence ès Sciences mathématiques;

PAR M. FRÉDÉRIC PETIT,

Chevalier de la Légion d'honneur, Correspondant de l'Institut, Directeur de l'Observatoire de Toulouse, Professeur d'Astronomie à la Faculté des Sciences de la même ville, Membre de plusieurs Sociétés savantes.

TOME SECOND.

AVEC 286 FIGURES DANS LE TEXTE.

PARIS,

GAUTHIER-VILLARS, IMPRIMEUR-LIBRAIRE

DE L'ÉCOLE IMPÉRIALE POLYTECHNIQUE, DU BUREAU DES LONGITUDES,

Successeur de Mallet-Bachelier,

Quai des Augustins, 55.

1866

TRAITÉ

D'ASTRONOMIE

POUR LES GENS DU MONDE.

TREIZIÈME LEÇON.

Étude de la Lune. — Révolutions sidérale et synodique ; l'orbite autour de la Terre est plane. — Inclinaison de l'orbite sur l'Écliptique. — Mouvements divers du plan de l'orbite et de la ligne des nœuds. — *Nœuds ascendant et descendant.* — Phases de la Lune. — *Mouvement de la Lune dans son orbite;* ce mouvement est elliptique, et les aires sont proportionnelles au temps. — Déplacement progressif du grand axe. — Distances de la Lune à la Terre. — Dimensions, vitesse et masse de la Lune ; pesanteur à sa surface. — *Phases de la Terre pour la Lune.* — Lumière cendrée ; effet des surfaces qui la produisent. — *Rotation de la Lune ;* sa durée est égale à celle de la révolution sidérale ; explication de Lagrange. — *Librations* en longitude, en latitude, diurne, réelle. — Grosseur apparente de la Lune à l'horizon. — Rapport des intensités lumineuses de la Lune et du Soleil. — Chaleur lunaire. — Rapport de la lumière brillante à la lumière cendrée. — Effets chimiques. — Polarisation de la lumière réfléchie par la Lune. — *Note sur les principales inégalités lunaires.* — Équation de l'orbite ; évection, variation, équation annuelle ; accélération du moyen mouvement. — Nombreuses inégalités fournies par la théorie. — Idée générale de la cause qui produit les inégalités lunaires.

335. **Révolutions sidérale et synodique de la Lune.** — La Lune, astronomiquement représentée par un croissant ☾, est de tous les Astres, après le Soleil, celui qui semble devoir le plus intéresser les habitants de la Terre. Son étude vient donc tout naturellement se placer ici.

Comme le Soleil, elle possède un mouvement qui lui es propre et qui se trouve aussi dirigé d'Occident en Orient. Seulement, ce mouvement est beaucoup plus rapide ; car une révolution *sidérale* entière, c'est-à-dire l'intervalle de temps (un peu variable de siècle en siècle) qui sépare deux passages successifs devant la même Étoile ne dure que $27^j,32$ environ. Quant au temps qui s'écoule entre deux retours au voisinage du Soleil, entre deux *conjonctions*, comme on dit en Astronomie, et qui forme ce que, d'après une étymologie grecque signifiant réunion, l'on nomme la révolution *synodique*, il est un peu plus long ($29^j,53$), parce que le Soleil s'avançant lui-même d'Occident en Orient, ne sera rejoint par la Lune qu'après une révolution sidérale augmentée de l'angle dont le Soleil aura marché (1).

Nous allons voir, dans un instant, que la distance de la Lune à la Terre est à peu près égale à 95 mille lieues. La distance moyenne du Soleil étant infiniment plus considérable, on comprendra facilement pourquoi la révolution *synodique* est plus longue que la révolution *sidérale*. Pendant que la Lune accomplit, en effet, cette dernière autour de la Terre et retourne au point L (*fig.* 163), duquel elle était partie lors de sa conjonction avec le Soleil S, celui-ci se déplace dans le sens SS'. C'est donc suivant L'S' qu'aura lieu la nouvelle conjonction pour la Terre T, le Soleil ayant parcouru l'arc SS' et la Lune 360 degrés plus l'arc LL'.

(1) Soient : x la durée de la révolution synodique de la Lune, t la durée de sa révolution sidérale, T la durée de la révolution sidérale du Soleil; $\frac{2\pi}{t}$, $\frac{2\pi}{T}$ seront les mouvements angulaires moyens pour un jour et $x\frac{2\pi}{t}$, $x\frac{2\pi}{T}$ les déplacements angulaires dans le temps x. Comme la Lune parcourt, pendant ce temps, une circonférence de plus que le Soleil, vous aurez, pour déterminer x, l'équation

$$x\frac{2\pi}{t} - 2\pi = x\frac{2\pi}{T};$$

de laquelle, avec $t = 27^j,32$, $T = 365^j,25637$, vous tirerez $x = 29^j,53$.

336. **L'orbite de la Lune autour de la Terre est une courbe plane.** En déterminant les positions de la Lune par ses ascensions droites et ses déclinaisons, on pourrait éprouver quelque embarras à reconnaître les lois du mouvement de cet Astre, parce que les déclinaisons *maxima* changent notablement de valeur à chaque révolution. Mais si, comme nous l'avons fait pour étudier la précession, l'on transforme les coordonnées relatives à l'Équateur EE′ (*fig.* 164) en coordonnées relatives à l'Écliptique *ee′*; c'est-à-dire si l'on passe, à l'aide des tables dont nous avons déjà parlé (n° 122), de l'ascension droite OP et de la déclinaison PL à la longitude *op* et à la latitude *p*L, on s'apercevra que la latitude *maxima* reste à peu près invariable et que la courbe parcourue est sensiblement plane.

Fig. 163.

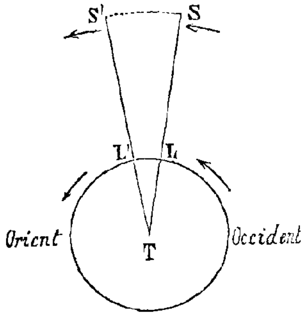
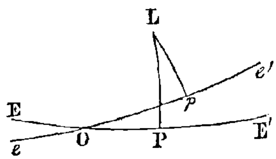


Fig. 164.



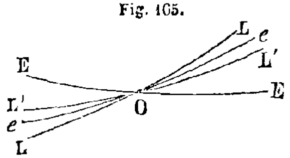
337. **Inclinaison de l'orbite lunaire sur l'Écliptique. — Mouvements divers du plan de l'orbite lunaire et de la ligne des nœuds.** — Si, d'ailleurs, on continue les observations pendant un nombre suffisant de révolutions lunaires, on ne tardera pas à faire diverses remarques importantes. L'on trouvera, par exemple, que l'inclinaison du plan de l'orbite sur l'Écliptique, mesurée par la latitude *maxima*, (comme l'inclinaison de l'Équateur sur l'Écliptique est mesurée par la plus grande valeur de la déclinaison), égale moyennement 5 degrés ou, plus exactement, 5 degrés 8 minutes 48 secondes (5°8′48″). Mais on pourra voir, en même temps, ainsi que le découvrit Tycho-Brahé le premier, que cette inclinaison éprouve des variations dont l'amplitude to-

tale, du plus au moins, ne dépasse pas 17′ 34″, et qui sont analogues (sauf leur courte durée d'un demi-mois) à celles de 18 ans reconnues plus tard par Bradley, comme constituant la *nutation* ou le balancement de l'Équateur sur l'Écliptique. On pourra voir également, que pour produire les variations précédentes, le plan de la courbe se déplace graduellement dans le Ciel, oscillant deux fois chaque mois lunaire, par rapport à l'Écliptique, entre les inclinaisons extrêmes 5° 0′ 1″, et 5° 17′ 35″, dont la valeur moyenne est précisément celle (5° 8′ 48″) donnée plus haut. On pourra voir encore que l'intersection (nommée ligne des nœuds) du plan de l'orbite lunaire avec l'Écliptique rétrogradant comme la ligne des Équinoxes, fait le tour entier de l'Écliptique, non plus en 26 mille ans, mais en *18 ans 7 mois environ* (6793^j, 39), *juste dans une durée* de la nutation à laquelle, en effet, les lois de l'attraction ont permis de rattacher le phénomène. L'on pourra voir enfin, que le mouvement progressif de la ligne des nœuds n'est pas rigoureusement uniforme, et qu'il éprouve périodiquement, soit des accélérations, soit des retards soumis à la même loi que les oscillations de l'orbite lunaire sur l'Écliptique. Et si l'on compare les mois lunaires avec la révolution synodique des nœuds, c'est-à-dire avec l'intervalle de temps compris entre deux passages successifs du Soleil par chacun de ces nœuds, on trouvera que 223 lunaisons ou 6585^j, 32 correspondent sensiblement à 19 révolutions synodiques ou à 18 ans 11 jours à très-peu près.

338. **Nœuds ascendant et descendant.** — J'ajoute que les *nœuds* sont dits *ascendant* ou *descendant* suivant qu'ils correspondent au point qu'occupe la Lune quand elle perce l'Écliptique en passant du *Sud* au *Nord* de ce plan, ou bien au point de rencontre avec le même plan dans le passage du *Nord* au *Sud*. On les représente par les signes ☊, ☋; et leur mouvement nous permet de comprendre pourquoi les déclinaisons *maxima* sont si variables. Car lorsque l'orbite lunaire est située en LL (*fig.* 165), son inclinaison L*oe* de 5° 8′ environ sur le plan de l'Écliptique *ee*, s'ajoute à l'inclinaison

eOE (23° 27′) de l'Écliptique sur l'Équateur EE pour donner une déclinaison de 28° 36′; tandis qu'au contraire quand, neuf ans plus tard, l'orbite toujours inclinée d'environ 5 degrés ou de l'angle $L'oe$ sur l'Écliptique oe après la position L′L′, les déclinaisons *maxima* ne seront plus que les angles EoL', égaux à la différence et non plus à la somme de l'obliquité EOe (23° 27′) et de l'inclinaison $L'Oe$ (5° 8′) de l'orbite lunaire, c'est-à-dire à 18° 19′. De l'une à l'autre des deux positions, la déclinaison *maxima* diminuera, d'ailleurs, graduellement entre ces limites, pour augmenter ensuite de la même manière pendant les neuf années suivantes.

Fig. 105.



Il est, sans doute, à peine utile de faire observer que les détails précédents, comme tous ceux qui concernent le mouvement de la Lune, se rapportent au centre de cet Astre, dont on détermine les coordonnées en prenant l'ascension droite et la déclinaison des bords, ainsi que nous l'avons fait pour le Soleil, et en ajoutant ou retranchant le rayon de l'Astre, donné par la moitié de l'angle que soutendent les deux extrémités du croissant.

339. **Mouvement de la Lune dans son orbite. — Ce mouvement est elliptique, et les aires sont proportionnelles au temps. — Déplacement progressif du grand axe de l'Ellipse. — Distances de la Lune à la Terre.** — Nous n'avons étudié jusqu'à présent que la position et les déplacements du plan de l'orbite. Quant au mouvement de la Lune dans ce plan, ou si l'on aime mieux, quant à la nature de l'orbite elle-même, on n'aura, pour la déterminer, qu'à mesurer, chaque jour, pendant une lunaison, le diamètre apparent de la Lune, qui donnera la loi des distances successives, et l'on reconnaîtra que la courbe décrite est, cette fois encore, une *ellipse presque circulaire*, dont la Terre occupe le foyer. En comparant les angles compris entre les divers rayons vecteurs avec les distances variables de la Lune à la

Terre, déduites du rapport des diamètres apparents, on pourra constater également que les aires *sont proportionnelles au temps*. En déterminant la position du grand axe, c'est-à-dire, le périgée et l'apogée, on remarquera qu'il se déplace d'Occident en Orient, comme le grand axe de l'ellipse solaire, mais d'un mouvement bien plus rapide, puisque, au lieu de parcourir un angle de 12 secondes seulement, il parcourt plus de 40 degrés par an, et n'emploie que 8 ans 10 mois environ (3231^{j},57) au lieu de 108 mille ans pour faire le tour entier du Ciel (1). En mesurant, enfin, une distance lunaire quelconque, on déduira toutes les autres distances des rapports fournis par la variation des diamètres apparents, et l'on trouvera que la distance moyenne de la Lune à la Terre étant égale à 60 fois (plus exactement 60,273), le rayon de l'Équateur terrestre (1594$^{\text{lieues}}$,35), ou à 96,096 (soit 96,000 en nombres ronds) lieues de 4000 mètres, les distances apogée et périgée sont l'une 63 fois 583 millièmes, l'autre 56 fois 963 millièmes le même rayon, c'est-à-dire, 101$^{\text{lieues}}$,400 et 90$^{\text{lieues}}$,800.

340. **Dimensions et vitesse de la Lune.** — Les angles sous lesquels un habitant de la Lune verrait le rayon équatorial de la Terre à ces trois distances, valent 57′2″ (distance moyenne), 60′ 21″ (distance périgée), et 54′ 4″ (distance apogée). A notre tour, nous voyons alors, ou plutôt nous verrions du centre de la Terre, s'il nous était possible de nous y placer, le rayon de la Lune sous les angles de 15′ 34″, 16′ 27″, 14′ 44″. Ces derniers angles sont contenus, chacun, onze tiers de fois, ou trois fois et soixante-sept centièmes de fois environ dans ceux qui leur correspondent parmi les précédents. Ils montrent, par conséquent, que le rayon de la Lune est 3$^{\text{fois}}$,67 plus petit que celui de la Terre, ou qu'il

(1) La marche de la Lune éprouve encore d'autres perturbations, mais ce n'est pas le lieu de nous en occuper. Les anciens, au reste, employèrent pour cet Astre, comme pour le Soleil, le système des épicycles. — Voir, pour les principales perturbations, la note à la fin de la 13$^{\text{me}}$ leçon.

est seulement les trois onzièmes de celui-ci. Le diamètre vaut donc 868 lieues,86 ; et comme les surfaces et les volumes de deux sphères sont dans le rapport des carrés et des cubes de leurs rayons, l'on peut conclure que la surface et le volume de la Terre valent 13 fois et demie (carré de 3,67) et 49 fois et demie (cube de 3,67) la surface et le volume de la Lune. Le contour elliptique de l'orbite étant d'ailleurs sensiblement égal à 605 mille lieues parcourues en un mois sidéral ($27^j,32$), il en résulte une vitesse de 22 mille lieues par jour ou de 1008 mètres par seconde.

341. **Masse de la Lune et pesanteur à sa surface.** — Nous verrons plus tard que la Lune produit, par son attraction, le principal effet dans le phénomène des marées. On conçoit dès lors qu'il ait été possible de déduire sa masse de la discussion attentive du phénomène ou de quelques particularités analogues. Comparée à celle de la Terre, prise pour unité, l'on trouve, tout calcul fait, qu'elle est environ 75 fois plus petite que cette dernière ; d'où résulte, pour l'intensité de la pesanteur à la surface de la Lune la fraction $\frac{1}{5,56}$ la pesanteur à la surface terrestre étant l'unité (1).

Ajoutons que la Lune est, de tous les Astres, connus jusqu'à présent, le plus rapproché de nous. Et comme elle accompagne toujours notre planète, on lui donne le nom de *satellite* de la Terre.

342. **Phases de la Lune.** — Ces divers préliminaires établis, nous pouvons aborder sans difficulté l'étude des phases (*phasis* apparition) de la Lune.

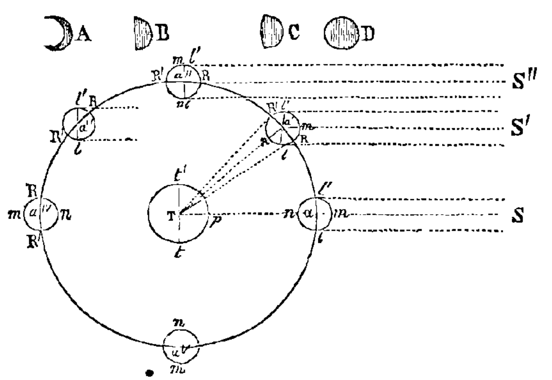
Et d'abord, ne perdons pas de vue que la distance moyenne du Soleil (23984 fois le rayon terrestre) est égale à 400 fois

(1) L'attraction variant, nous l'avons déjà vu dans la théorie des Étoiles doubles, inversement du carré des distances, il suffit pour obtenir le nombre qui représente l'attraction à la surface lunaire, de diviser la masse $\frac{1}{75}$ par le carré $\frac{1}{13,5}$ du rayon. Le quotient obtenu $\frac{13,5}{75}$ est précisément égal à $\frac{1}{5,56}$.

environ celle de notre satellite (60 fois le rayon de la Terre); que le diamètre du Soleil est lui-même presque double (110 à 112 fois le rayon terrestre) du diamètre de l'orbite lunaire, et que, par conséquent, s'il était possible de faire coïncider le centre de cet Astre avec le centre de la Terre, la surface lumineuse dépasserait de beaucoup les contours de la courbe décrite chaque mois par la Lune. N'oublions pas, enfin, que, dans un mois, le déplacement angulaire du Soleil est peu considérable, ce qui permet, pour simplifier les explications, de supposer des directions sensiblement parallèles, aux rayons lumineux envoyés sur la Lune pendant la durée de la lunaison.

Soient maintenant : T (*fig.* 166) la position de la Terre au centre de l'orbite lunaire, et *a* la position de la Lune quand

Fig. 166.



on commence à l'observer dans la direction T*a* parallèle à celle S*a* des rayons solaires. Il est évident que le faisceau lumineux embrassera la Lune suivant le contour projeté en *ll'*, et que la portion éclairée sera l'hémisphère *lml'* diamétralement opposé à l'hémisphère *lnl'* (1), visible pour nous.

(1) A la rigueur, la portion éclairée et la portion visible pour nous sont, l'une plus grande et l'autre plus petite que la moitié de la lune,

Seulement, ce dernier étant alors privé de lumière directe, et ne recevant que la lumière réfléchie par la Terre ; la Lune se couchant et se levant, d'ailleurs, à peu près en même temps que le Soleil, nous ne pourrons l'apercevoir dans l'illumination de l'atmosphère, à moins que, par une position exceptionnelle de la ligne des nœuds, elle ne se projette exactement sur le Soleil. Auquel cas elle produit le phénomène que nous étudierons plus tard sous le nom d'*éclipse*, et dont, pour le moment, il ne saurait être question ici.

Dans la position que nous venons de considérer, la Lune est dite en *conjonction* ou *nouvelle ;* mais bientôt son mouvement rapide vers l'Orient la transporte en a', et lorsque le Soleil se couche en S à l'horizon, nous la voyons à une hauteur angulaire $a'Ta$. Les rayons qui l'éclairent suivant la direction $S'a'$ sensiblement parallèle à Sa, rendent lumineux l'hémisphère $lRml'$, tandis que l'hémisphère visible pour nous est $RlnR'$ sur lequel le segment $la'R$ est seul éclairé. Nous n'apercevrons que ce segment sous la forme d'un croissant A, dont le bord extérieur (contour du cône qui s'appuierait obliquement, à partir du point T, sur le cercle ll') est un arc d'ellipse.

Quand la Lune est arrivée en a'', au point qu'on appelle *premier quartier*, et qui se trouve à 90 degrés de a, l'observateur T la voit au méridien vers le moment où le Soleil se couche pour lui. Elle ne se couche donc alors elle-même que six heures plus tard environ, c'est-à-dire, vers minuit ; et la portion lumineuse qui correspond évidemment, dans ce cas, à la moitié du disque lunaire, prend la forme du demi-cercle B. Elle devient, en a''', analogue à C, et se change en un cercle entier D au point a'' de *l'opposition* ou de la *pleine Lune*, pour repasser ensuite, symétriquement, jusqu'à la nouvelle

puisque l'enveloppe lumineuse venant du Soleil, de beaucoup supérieur en volume à notre satellite, doit couper ce dernier un peu au delà du centre vers T, tandis que le cône formé par les rayons visuels partis de la Terre doit le couper un peu en deçà et vers T également ; mais les différences sont assez petites pour pouvoir être négligées ici.

conjonction (appelée aussi *néoménie*, *néos* nouvelle, *mêné* Lune), par les phases qu'elle a successivement parcourues de la nouvelle Lune à l'opposition (1).

343. Les heures du coucher et du lever de la Lune varient d'ailleurs, évidemment, en même temps que les phases. Nous venons de remarquer, il n'y a qu'un instant, qu'à la conjonction, la Lune se couche avec le Soleil, et six heures plus tard au premier quartier. On peut voir immédiatement, par la simple inspection de la figure 166, que, lors de l'opposition a_{IV}, la Lune doit se lever quand le Soleil se couche, se coucher quand il se lève, etc., et que, dans la situation a_{V}, qui correspond à ce qu'on nomme le *second quartier*, elle ne se lèvera que six heures après le coucher du Soleil, c'est-à-dire vers minuit ; avec cette restriction, toutefois, que les phénomènes dépendront ici, comme pour le Soleil, de la position de l'observateur à la surface du Globe, et que les généralités précédentes s'appliquent, spécialement, aux lieux situés dans le voisinage de l'Équateur terrestre, ou du moins à ceux dont les latitudes ne sont pas trop élevées.

344. **Phases de la Terre pour la Lune. — Lumière cendrée.** — De même que la Lune peut éclairer nos nuits, de même aussi la Terre éclaire les nuits de la Lune. Telle est la cause de cette teinte légèrement grisâtre, connue sous le nom de *lumière cendrée*, dont les anciens Astronomes avaient cherché vainement l'explication, et qui permet d'apercevoir la portion obscure du disque lunaire, surtout vers la néoménie. Alors, en effet, la Lune étant nouvelle ou en conjonction pour nous, la Terre est pleine ou en opposition pour la Lune, et la portion éclairée *tpt'* (*fig.* 166) de notre Globe, avec sa surface treize fois et demie plus grande que celle du satelllite, jette sur la partie obscure *lnl'* de ce dernier, une lumière bien autrement vive que celle qui nous en arrive quand la Lune fait son plein. On ne doit donc pas être surpris qu'é-

(1) La nouvelle et la pleine Lune sont appelées aussi, d'un nom commun, *Syzygies* (*Suzugia*, *union.*)

clairé comme nous le serions ici-bas par 13 ou 14 Lunes réunies, le satellite devienne visible.

Du reste, à mesure que la Lune s'avance dans son orbite, et que le croissant lumineux s'élargit, la lumière cendrée diminue graduellement d'intensité pour disparaître presque entièrement du premier au dernier quartier, et s'accroître ensuite peu à peu du dernier quartier à la néoménie. Il ne semble pas permis, d'après cela, d'élever, sur la vérité de l'explication précédente, des doutes tant soit peu fondés ; car l'étendue de la surface lumineuse qui rayonne vers les parties obscures de la Lune diminue précisément et grandit elle-même comme la lumière cendrée.

Lors de la néoménie, par exemple, c'est à la portion *tpt'* tout entière qu'est due cette lumière, tandis qu'au premier quartier, le phénomène est produit par la moitié *pt'* seulement de la même portion. Du premier au dernier quartier, à la pleine Lune surtout, à peine quelques parties situées vers *t'* ou vers *t* peuvent-elles envoyer un peu de lumière ; et du dernier quartier à la néoménie, la surface éclairante varie, en augmentant depuis *tp* jusqu'à *tpt'*.

345. — **Teintes variables de la lumière cendrée, en rapport avec la couleur des surfaces réfléchissantes qui la produisent.** — L'explication s'accorde donc, on le voit, avec les divers détails du phénomène. Elle fut imaginée, vers la fin du XVI^e siècle, par Mæstlin, celui-là même auquel la science doit Képler, dont il avait deviné le génie, et qu'il poussa vers les études astronomiques. Sans connaître la théorie de Mæstlin, Galilée paraît cependant en avoir conçu l'idée, qu'aurait aussi, dit-on, eue déjà le célèbre peintre Léonard de Vinci. Et bien que je n'ose regarder comme décisives des observations d'une extrême délicatesse relatives à cette ingénieuse théorie, je saisis avec empressement l'occasion de dire que l'on a cru reconnaître, dans la lumière cendrée, des variations de teinte en rapport avec la couleur des surfaces réfléchissantes (pays sablonneux, mers, vastes forêts ou plaines couvertes de verdure, etc.) qui la produisent. Si de pareilles observations étaient de nature à réussir avec certitude, les

nuages de l'atmosphère modifieraient, à leur tour, la couleur et l'éclat de la lumière cendrée. Et, dès lors, quoi de plus curieux pour un habitant, par exemple, de l'Europe, de l'Afrique ou de l'Asie, que de trouver sur la surface de la Lune des nouvelles météorologiques de l'Océanie ou de l'Amérique ?

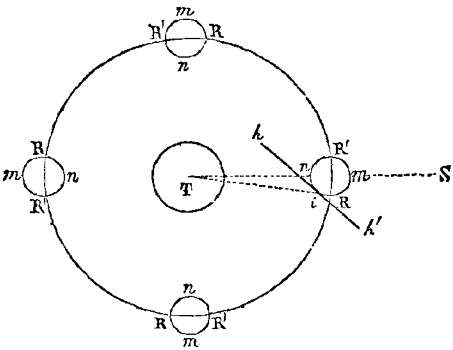
346. **La durée de la rotation de la Lune sur elle-même est égale à celle de la révolution autour de la terre.** — En permettant d'apercevoir les parties obscures de notre satellite, la lumière cendrée a permis de constater aussi que cet astre tourne toujours la même face vers la terre. Le jour sidéral y dure donc $27^j,32$, et le jour solaire $29^j,53$, c'est-à-dire autant que durent les révolutions sidérale et synodique elles-mêmes.

Dire, en effet, que la face *n* (*fig.* 166) est toujours tournée vers nous, c'est dire que le temps de la rotation de la Lune autour de son centre est égal au temps de la révolution autour de la Terre ; car lorsqu'à la conjonction, la Lune part de *a*, le point *n* regarde la Terre, et le point *m* le Soleil. Il est donc midi pour *m* et minuit pour *n*. Mais après une demi-lunaison en a_{IV}, le point *n* regardant simultanément la Terre T et le Soleil S, tandis que le point *m*, qui se trouvait primitivement sous le Soleil, voit maintenant à son zénith le point diamétralement opposé, le minuit et le midi se sont intervertis ; et la moitié du jour est passée. En a'', *m* et *n* aperçoivent, tous les deux, le Soleil à l'horizon. Seulement, pour le premier de ces points, l'Astre du jour est au moment de disparaître ; il se lève à peine, au contraire, pour le second. En a_{V}, c'est pour celui-ci qu'il se couche, c'est pour celui-là qu'il va se lever. Enfin, quand la lunaison est terminée, les choses redeviennent ce qu'elles étaient au début. Le Soleil atteignant de nouveau le zénith du point *m* et le nadir du point *n*, un jour entier se trouve accompli pour ces points, par conséquent aussi, c'est évident, pour l'ensemble du Globe auquel ils appartiennent.

347. — Si la Lune a des habitants, ce doit être certes un curieux voyage pour ceux de l'hémisphère *m*, que d'aller,

dans l'hémisphère opposé, voir les astres situés des deux côtés et tout près du plan de l'orbite lunaire, inclinée de quelques degrés seulement sur l'équateur du satellite, passer successivement derrière la Terre, toujours immobile aux mêmes points du ciel. Pour les uns, en *n*, par exemple (*fig.* 167),

Fig. 167.



c'est au zénith que demeure sans cesse la Terre ; pour d'autres, en R et R', c'est à l'horizon ; pour d'autres, en *i*, c'est à la hauteur angulaire T*ik*; et pour tous, ce Globe immense, treize fois et demie plus grand que ne le sont pour nous la Lune ou le Soleil, tournant sur lui-même en 24 heures, laisse apercevoir successivement les vastes mers qui le recouvrent et ses divers continents, avec les mille accidents qu'ils contiennent, tantôt éclairés directement par le Soleil, tantôt, au contraire, plongés dans l'ombre, et ne recevant plus que de la Lune quelques pâles reflets. Le sentiment qui nous fit croire si longtemps à notre propre immobilité ne doit-il pas également porter les sélénites (*séléné*, Lune) à se regarder eux-mêmes comme occupant le centre du monde ? Et dès lors que peuvent-ils penser de cette anomalie singulière qui montre ainsi, constamment suspendu dans l'espace, et sans mouvement de translation, contre tous les principes de la mécanique, un gros corps auquel il n'est permis ni de s'enfuir ni de tomber.

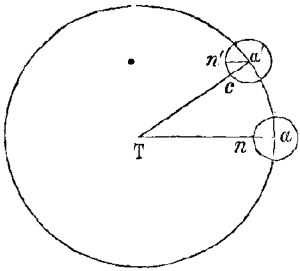
348. **Apparences que la Terre présente à la Lune.** — Quand je dis *sans mouvement*, je ne suis pas complétement exact. La Terre paraît, au contraire, exécuter autour de sa position moyenne, quelques légères oscillations qui doivent rendre le phénomène encore plus mystérieux, et qui proviennent de certaines particularités relatives au mouvement de la Lune. C'est surtout vers quelques-uns des lieux où la Terre est à l'horizon qui sert alors de repère, c'est vers R et vers R' (*fig.* 167) que les oscillations sont sensibles, parce que l'on y voit mieux qu'ailleurs, par comparaison, notre Globe s'élever et redescendre comme ferait un énorme ballon qui rebondirait très-lentement, la durée de l'oscillation étant égale environ à celle d'un mois lunaire.

Pour comprendre le phénomène, il suffit de se rappeler que la vitesse de la Lune, dans son orbite elliptique, est nécessairement variable comme celle du Soleil, en vertu de la loi des aires; et de savoir que la vitesse de rotation donnée par l'observation des taches de la surface lunaire est, au contraire, parfaitement uniforme; qu'en outre l'axe de rotation fait avec la perpendiculaire au plan de l'orbite lunaire ou, si l'on aime mieux, que le plan de cette orbite fait avec l'Équateur de la Lune, un angle de 6°, 30 environ, (plus exactement 6° 37' 33").

349. — Avec ces données, supposez, en effet, la Lune partant du périgée au point *a*, (*fig.* 168), et le point *n* placé sur la direction exacte du rayon vecteur qui joint le centre de cet Astre au centre de la Terre. Nous avons vu qu'au périgée, la vitesse de translation dans l'orbite est à son maximum. Par conséquent, pendant que la Lune s'avance vers *a'* avec une vitesse plus grande que sa vitesse moyenne, le mouvement de rotation qui s'effectue d'une manière uniforme laisse en retard le point *n*; et si, pour simplifier, nous supposons d'abord le rayon *an* transporté, parallèlement à sa direction primitive, en *a'n'*, nous reconnaîtrons immédiatement que l'angle *a'*T*a* dont la Lune aura marché dans son orbite, ou son égal par symétrie *n'a'c*, sera nécessairement

supérieur à l'angle dont la Lune aura tourné sur son axe. Le point n' ne sera donc pas encore arrivé sur le centre c

Fig. 168.



qu'occupait le point n. La distance apparente entre ces deux points ira même en croissant, tant que la vitesse de translation surpassera la vitesse moyenne. Seulement, à son tour, celle-ci l'emportera bientôt sur la première qui décroît jusqu'à l'apogée; et le point n' regagnant alors (à partir du moment où les deux vitesses sont devenues un instant égales) le chemin perdu, ne tardera pas à rejoindre, puis à dépasser le centre, jusqu'à ce qu'en croissant de nouveau, la vitesse de translation le fasse aussi de nouveau rétrograder pour le ramener enfin, après une révolution de la Lune accomplie, à sa position première.

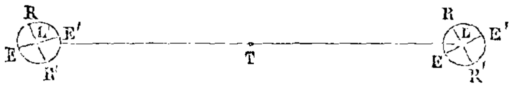
350. **Librations de la Lune.— 1° Libration en longitude.** — On pourrait évidemment appliquer des considérations identiques à tous les points de la Lune. Pour tous, par conséquent, la Terre semblera se rapprocher et s'éloigner alternativement de sa position moyenne, pendant que les habitants de la Terre verront, au contraire, la Lune osciller autour de son centre, et les régions situées vers les bords se montrer ou disparaître périodiquement. Ces oscillations apparentes, dont la durée *moyenne* (1) est un mois sidéral, s'effectuent parallèlement au plan de l'orbite lunaire. On les désigne par les mots de *libration* (librare balancer) *en longitude*, parce que l'orbite lunaire est elle-même à peu près parallèle au plan de l'Écliptique sur lequel les longitudes astronomiques sont comptées.

351. **2° Libration en latitude.** — L'angle de 6° 37′ com-

(1) Je dis *moyenne*, à cause des inégalités du mouvement elliptique, de celle entre autres due au déplacement de l'apogée lunaire.

pris entre l'Équateur lunaire et le plan de l'orbite, produit également une *libration* qu'on nomme *libration en latitude* pour indiquer le sens perpendiculaire, ou à peu près, à l'Écliptique. Soient, en effet, LTL' (*fig.* 169) le plan de l'orbite et RR' l'axe de rotation de la Lune. Lorsque cet Astre est en L nous pouvons, de la Terre T, apercevoir le pôle R tandis que

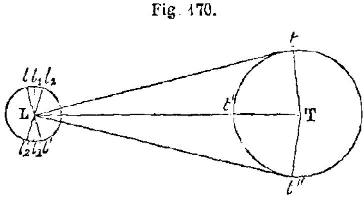
Fig. 169.



le pôle R' nous est caché. Quand, au contraire, après une demi-révolution, la Lune se trouve au point L' c'est le pôle R qu'on ne voit plus et le pôle R' qu'on aperçoit. Dans le passage de la première position à la seconde, l'un des pôles semble donc s'éloigner, l'autre semble se rapprocher du plan de l'orbite. Donc aussi, pour les habitants de la Lune, la Terre s'élève ou s'abaisse perpendiculairement à ce plan ; en d'autres termes, elle est, par rapport à l'Équateur lunaire EE', tantôt du même côté que R, tantôt du même côté que R'.

352. **3° Libration diurne.** — Il est encore une autre espèce de libration, qui porte le nom de *libration diurne* parce qu'elle s'accomplit chaque jour. Mais celle-ci n'est sensible que pour les habitants de la Terre ; car, pour la Lune, son effet se borne à faire passer successivement, et d'un mouvement continu, devant notre satellite, les différents points de la surface terrestre. Voici brièvement en quoi elle consiste.

Fig. 170.



Lorsque la Lune L (*fig.* 170), se lève à l'horizon de l'observateur *t*, le contour apparent *ll'* de cet Astre est déterminé par un plan perpendiculaire à la ligne *t*L. Il serait déterminé par un plan perpendiculaire à TL pour l'observateur placé au centre T de la Terre. Les deux lignes ll'_2, $l_1l'_1$ font entre elles un angle égal à celui des lignes Lt, LT, qui leur sont perpendiculaires, ou à la parallaxe tLT de la Lune qui vaut presque un degré.

A mesure que la Lune monte, l'angle sous lequel Tt se présente à elle, celui qu'on nomme *parallaxe de hauteur*, diminue, et si, pour rendre le phénomène plus tranché, nous prenons le cas extrême où la Lune passerait au zénith de l'observateur t, c'est-à-dire, où celui-ci serait venu en t' par suite de la rotation de la Terre, le contour apparent sera le même alors pour les deux observateurs. Or, ce contour n'a pas dû changer, évidemment, pour l'observateur T. Il aura donc nécessairement changé pour t qui cessera de voir la portion ll_1 et découvrira $l'l'_1$. La rotation de la Terre continuant, d'ailleurs, et portant enfin l'observateur en t'', celui-ci, dans sa nouvelle position qui correspond au coucher de la Lune, distinguera l'arc $l'l'_2$ et n'apercevra plus ll_2 (de deux degrés environ) jusqu'au nouveau lever de l'Astre.

En réalité, l'amplitude du phénomène paraît, généralement, moins considérable que deux degrés, parce qu'il est rare qu'on soit situé, sur la Terre, de manière à voir la Lune passer au zénith. Cette amplitude reste, néanmoins, toujours assez sensible pour être facilement constatée par la plupart des observateurs; pourvu toutefois que ceux-ci ne se trouvent pas trop rapprochés des pôles de la Terre où la libration diurne doit sembler nulle, puisque les pôles, faisant partie de l'axe de rotation, peuvent être considérés eux-mêmes comme le centre du mouvement diurne.

353. **Grosseur apparente de la Lune à l'horizon.** — Remarquons en passant que lorsque la Lune se lève ou se couche, ses distances Lt, Lt'', à l'observateur dans l'horizon duquel elle se trouve, sont sensiblement égales à LT, tandis qu'au contraire quand elle passe au méridien, vers le zénith de t', la distance Lt' est plus petite que LT d'une quantité Tt' très-appréciable (un soixantième environ) relativement à cette distance. L'observateur, venu de t en t', s'est donc rapproché de la Lune qui doit, par conséquent, lui paraître plus

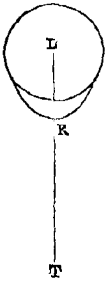
grosse. Pourquoi le contraire semble-t-il avoir lieu ? — C'est tout simplement parce qu'à l'horizon la Lune se projette derrière des objets terrestres, derrière des arbres, des maisons, des coteaux, etc., que nous sommes habitués à considérer, *de près*, sous de très-grands angles, et que notre imagination exagère, par habitude, quand nous les comparons, de loin, à la Lune placée dans leur direction. Mais, pour éliminer les effets de l'illusion, mesurez exactement le diamètre de l'Astre ; et vous reconnaîtrez qu'en effet, vers le haut du Ciel, le diamètre se trouve augmenté. Le Soleil semble aussi beaucoup plus gros lorsqu'il est à l'horizon. Seulement, ici, l'illusion n'a pas à contrebalancer, comme pour la Lune, des changements de distance. Car le rayon terrestre qui n'est plus, dans le cas actuel, que la *vingt-quatre millième* partie de la distance, devient tout à fait insensible. A l'encontre de ce qu'on croit voir, les mesures exactes des diamètres doivent donc donner alors et donnent réellement, à un 24000^{me} près, tout à fait inappréciable quand on tient compte de la réfraction, une égalité parfaite.

354. **Libration réelle.** — Les diverses librations que nous venons d'étudier ne sont qu'apparentes. On a cherché s'il n'en existait pas qui fussent dues véritablement à des oscillations de l'axe de rotation de la Lune ; en d'autres termes, si par rapport au centre de la Terre, la libration en latitude conservait toujours des valeurs identiques.. Mais les observations les plus minutieuses n'ont rien fait apercevoir à cet égard. On a reconnu seulement, et c'est à Dominique Cassini qu'appartient la découverte, que l'Équateur lunaire fait constamment le même angle (6°. 37'. 33") avec le plan de l'orbite, de manière que l'inclinaison de celui-ci sur l'écliptique variant en plus ou en moins, ainsi que nous l'avons vu, dans une amplitude de 17'. 34", l'Équateur et, par conséquent, l'axe de rotation de la Lune oscillent aussi dans la même amplitude. Ce qui constitue une libration *réelle*, mais invisible pour nous, puisque la libration *apparente*, en latitude, est due à l'inclinaison de l'axe de rotation

sur le plan de l'orbite et que cette inclinaison ne change jamais (1).

355. **Explication de Lagrange sur la cause qui produit l'égalité des mouvements de rotation et de translation.** — Les géomètres et les physiciens se sont beaucoup occupés des phénomènes dont je viens d'analyser les principaux détails. Lagrange, par exemple, a supposé, qu'à l'origine, quand la Lune était encore à l'état de fluide visqueux, l'attraction de la Terre T (*fig.* 172) sur cet Astre, a dû l'allonger vers nous et former, du côté qui nous regarde, un menisque R dont le poids, faisant en quelque sorte office de *lest*, maintiendrait toujours la Lune dans la même position RL par rapport à la Terre; ce qui, d'après l'illustre géomètre, occasionnerait l'égalité des mouvements de rotation et de translation.

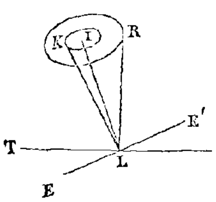
Fig. 172.



356. **Rapport des intensités lumineuses de la Lune et du Soleil.** — Dans un autre ordre d'idées, Bouguer et Wollaston, à leur tour, comparant alternativement le pouvoir éclairant d'une bougie aux intensités lumineuses du

(1) D'après la remarque de Cassini, l'intersection de l'Équateur lunaire EE′ (*fig.* 171) et du plan de l'orbite LT, reste, en outre, toujours parallèle à la *ligne des nœuds*. Les deux droites doivent donc tourner simultanément et dans le même temps. D'où l'on peut conclure qu'abstraction faite du petit balancement (17 minutes 34 secondes) de l'orbite lunaire, la perpendiculaire LR au plan de cette orbite et l'axe LK de rotation, décrivent chacun un cône autour de la ligne LI menée, par le centre de la Lune, perpendiculairement à l'écliptique. D'où l'on peut conclure également que la ligne LI se trouve constamment dans le plan des lignes LR, LK, et qu'elle fait avec elle des angles de 5°. 8′. 48″, 1°. 28′. 45″, un peu variables (17′ 34″), mais dont la somme vaut toujours 6° 37′ 33″.

Fig. 171.



Soleil et de la pleine Lune, ont trouvé respectivement, pour le rapport de ces intensités, les nombres 300 mille et 801 mille, c'est-à-dire, d'après les calculs de Lambert, des nombres correspondant, le premier au quart environ, le second aux huit onzièmes (près des deux tiers) de la lumière que la Lune reçoit du Soleil.

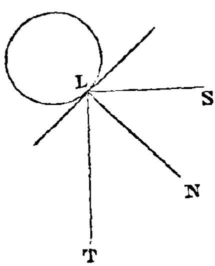
Chaleur lunaire. — Rapport de la lumière brillante à la lumière cendrée. — A quoi peut tenir une aussi énorme disproportion? — Je serais fort embarrassé d'avoir à le dire, eu égard surtout à la grande habileté des deux observateurs. Quoi qu'il en soit, d'autres non moins habiles sont souvent arrivés à des résultats fort discordants. Ainsi, tandis que Lahire avait trouvé la lumière de la Lune entièrement dépourvue de chaleur, Melloni, en 1846, obtenait, à Naples, à l'aide d'un instrument beaucoup plus sensible, il est vrai, que celui de Lahire (1), des effets calorifiques évidents et variables d'ailleurs, on pouvait aisément le prévoir, avec l'âge de la Lune. M. Laugier, de son côté, en 1850, à quinze jours d'intervalle, le 16 mai et le 2 juin, par l'une des méthodes si ingénieuses que nous devons à M. Arago, mais aussi l'on doit le remarquer comme élément possible d'explication, sur des surfaces interverties, arrivait aux nombres 4000 et 7000 pour les rapports d'intensité lumineuse de la portion brillante à la portion cendrée de la Lune, etc.

357. **Action chimique des rayons lunaires. — Polarisation de la lumière réfléchie par la Lune.** — Ajoutons qu'après avoir cru d'abord, en généralisant des expériences beaucoup trop restreintes, notre satellite tout à fait hors d'état d'agir chimiquement sur les réactifs les plus sensibles, on est parvenu à trouver une foule de substances qui se laissent impressionner, en peu d'instants, par les rayons de la Lune, et que l'on peut obtenir aujourd'hui de très-bonnes photographies de cet Astre. Ajoutons également que M. Arago d'abord, dès 1811, et d'autres Astronomes ensuite (le

(1) Avec une lentille d'un mètre de diamètre et un appareil thermo-électrique.

P. Secchi, dans ces derniers temps) ont trouvé souvent de la lumière polarisée dans les faisceaux venant de la Lune, surtout vers le premier et vers le dernier quartier, époques où la lumière qui nous arrive par la réflexion géométrique, par la réflexion appelée spéculaire (1), doit faire évidemment des angles de 45 degrés avec les petites facettes des surfaces (cristallines) réfléchissantes. La Lune et le Soleil, en effet, comprenant alors entre eux un angle de 90 degrés, chacun des rayons LT (*fig.* 173) réfléchis (nº 27) *spéculairement* par la Lune vers la Terre, est perpendiculaire au rayon correspondant SL qui tombe du Soleil sur la Lune; et, par conséquent, les normales LN aux surfaces polies, aux espèces de miroirs qui réfléchissent, où ces miroirs eux-mêmes, sont inclinés de 45 degrés sur les rayons LS, LT.

Fig. 173.



Ajoutons enfin que, suivant Galilée, Hévelius, Scrœter, etc., la lumière cendrée serait, pendant le décours de la Lune, un peu plus intense qu'elle ne l'est quand la Lune croît. Ce qui, d'après les uns, proviendrait du changement des parties éclairantes de la Terre aux deux époques; d'après les autres, d'une inégalité du pouvoir réfléchissant dans les différents points de la surface lunaire, etc., et ce qui tient aussi peut-être à une sorte de phosphorescence développée, dans la matière de la Lune, par la longue insolation de 15 jours, sans interposition sensible d'atmosphère, ainsi que nous le verrons avant peu, qu'éprouvent, pendant la Lune croissante, les portions de la surface où doit, au décours, apparaître la lumière cendrée.

(1) *Specula* — Miroir.

NOTE

SUR LES PRINCIPALES INÉGALITÉS DU MOUVEMENT DE LA LUNE. — § 339.

358. L'orbite de la Lune serait rigoureusement elliptique, si cet Astre n'obéissait qu'à l'attraction de la Terre, combinée avec les résultats d'une impulsion primitive. Mais l'action du Soleil et même celle des diverses Planètes produisent des perturbations qui modifient la régularité des mouvements. On peut se représenter les phénomènes, ou du moins leurs particularités les plus saillantes, de la manière suivante.

359. **Équation du centre ou de l'orbite.** — Au lieu du mouvement uniforme qui correspondait au cas du cercle parcouru dans le même temps que l'ellipse, et qu'on nomme le *moyen* mouvement, vous trouvez, d'abord, sept jours après le passage de la Lune soit au périgée, soit à l'apogée, une inégalité d'environ 6° sur la position moyenne. Cette inégalité s'est formée graduellement depuis le périgée ou l'apogée. Elle disparaît vers le 14^{me} jour, après s'être affaiblie peu à peu pour grandir de nouveau, mais en sens contraire, jusqu'au 21^{me}, et disparaître une seconde fois le 27^{me}, c'est-à-dire à la fin de la révolution sidérale. On l'appelle *équation du centre ou de l'orbite*, parce qu'en Astronomie, les quantités qui doivent se combiner, par addition ou par soustraction, avec des valeurs moyennes, prennent toujours le nom d'*équation*. Elle n'est d'ailleurs autre chose que l'*inégalité* provenant du mouvement elliptique; seulement elle ne redevient pas la même chaque mois. On la voit osciller, dans ses valeurs maxima, entre 5° et 7°.40′, suivant la position du Soleil par rapport à la Lune, au moment du périgée lunaire, comme si l'orbite de la Lune s'allongeait ou se raccourcissait toutes les fois que le Soleil passe en même temps que la Lune dans la direction du grand axe de cette orbite.

360. **Évection.** — Pour exprimer les variations précédentes, les Astronomes supposent d'abord l'équation moyenne de l'orbite égale, dans son maximum, à 6° 20′; et de cette équation moyenne ils rapprochent une seconde inégalité pouvant s'élever jusqu'à 1° 20′, qu'ils combinent, par addition ou par soustraction, avec la première, de manière à obtenir, suivant les cas, pour l'équation de l'orbite, toutes les valeurs comprises entre 5° et 7° 40′. La seconde inégalité reconnue par Ptolémée fut nommée par Bouillaud *évection* (*evehere*), parce

qu'elle élève, en plus ou en moins, l'équation du centre. Sa forme analytique est ($1^\circ.20'$) sin ($2T - A$), T étant l'angle formé, à la Terre, entre la Lune et le Soleil, et A l'anomalie moyenne de la Lune. Quant à l'équation du centre, elle est représentée par la formule ($6^\circ.20'$) sin A. On peut aisément, en discutant ces expressions, reconnaître toutes les fluctuations des quantités qui leur correspondent.

361. **Variation.** — L'équation du centre et l'évection ne suffisant pas à représenter les positions de la Lune, Tycho-Brahé, vers 1600, et peut-être antérieurement les Arabes, greffèrent, sur les deux inégalités précédentes une troisième inégalité, nommée *variation*, qui peut s'élever à $36'$ en plus et en moins, et qu'on écrit algébriquement ($36'$) sin 2T. Ses valeurs maxima, positives et négatives, correspondent évidemment aux valeurs de T égales à 45°, $90^\circ+45^\circ$, $180+45^\circ$, $270^\circ+45^\circ$ qu'on appelle *octans*.

362. **Idée générale de la cause qui produit les inégalités lunaires.** — Il est facile d'assigner, ou, du moins, de faire entrevoir la cause des inégalités précédentes. L'équation du centre, par exemple, variant dans son maximum, c'est comme si l'excentricité de l'orbite lunaire augmentait ou diminuait. Or, supposez la lune à l'apogée au moment de la conjonction, il est évident qu'alors l'action de la Terre sur la Lune est un minimum, puisque la distance est maxima, et que l'attraction décroît avec cette distance. L'action du Soleil pour éloigner la Lune de la Terre est donc favorisée par cette circonstance, et l'orbite de la Lune doit s'allonger; ce qui revient à dire que l'excentricité, par conséquent aussi, que l'équation du centre augmentent. L'effet étant moindre lors du périgée lunaire, le maximum de l'équation du centre, au lieu d'atteindre $7^\circ.40'$ n'atteindra plus que 5°; et la différence $2^\circ.40'$ entre les deux maxima constituera le double de l'évection, qui pourra prendre à son tour toutes les valeurs intermédiaires, depuis zéro jusqu'à $1^\circ.20'$, suivant qu'à l'époque de la conjonction, la Lune occupera l'apogée, le périgée, ou des positions intermédiaires.

363. **Équation annuelle.** — Ces explications ne doivent d'ailleurs, être considérées que comme de simples indications; car elles demanderaient, pour être complétées, une longue et minutieuse analyse, dont les détails ne peuvent trouver place que dans les volumineux développements de la Mécanique céleste. J'ajoute qu'en calculant les observations de Tycho-Brahé, Képler aperçut, à son tour, et fit connaître, sous le nom d'*équation annuelle*, une inégalité de la forme ($11'.15''$) sin α, et qui varie, par conséquent, chaque année périodiquement avec l'anomalie moyenne α du Soleil. Quand le Soleil est périgée, son action, pour modifier l'orbite de la Lune, est plus considérable que quand il est apogée. La révolution du satellite doit donc aussi, dans un cas, être plus rapide que dans l'autre; mais les effets redeviennent

les mêmes chaque année, ce qui justifie la dénomination employé par Képler.

364. **Accélération du moyen mouvement de la Lune. — Cause qui produit le phénomène.** — Il est une autre inégalité qu'on appelle accélération du moyen mouvement de la Lune, et dont Laplace a trouvé la cause dans les changements que l'action des différentes planètes fait subir à l'excentricité de l'orbite terrestre. En ce moment, l'ellipse que nous décrivons autour du Soleil se bombe chaque année sous l'influence des autres corps du système planétaire, le grand axe restant invariable. L'ensemble des résultats annuels équivaut, par conséquent, à une augmentation de distance entre le Soleil et la Terre, par conséquent aussi à une diminution d'énergie de la part du Soleil pour éloigner de nous notre satellite. L'attraction de la Terre, réfléchissant en quelque sorte vers la Lune les attractions des Planètes, devient donc prépondérante d'année en année, et produit en même temps le rapprochement, ainsi que l'accélération de la Lune, qui finirait, à la longue, par tomber sur nous, si le phénomène devait toujours conserver le même sens. Heureusement, dans la suite des siècles, il changera de signe. L'excentricité de l'ellipse terrestre, après avoir diminué jusqu'à une certaine limite, croîtra plus tard. L'ellipse s'aplatissant, à son tour, laissera l'action du Soleil reprendre des valeurs croissantes, et la Lune cessera de se rapprocher pour passer de nouveau, en s'éloignant de nous, par les diverses positions qu'elle avait successivement parcourues en se rapprochant.

365. **Nombreuses inégalités fournies par la théorie.** — D'autres inégalités très-nombreuses ont été découvertes par la théorie, soit dans le mouvement en longitude, soit dans le mouvement en latitude, soit dans les rayons vecteurs; mais elles n'ont pas reçu de noms particuliers. Nous avons déjà vu que la plus considérable de celles qui affectent la latitude fut aperçue par Tycho, et s'élève, du plus au moins, à 17'.34''. Quoi qu'il en soit, on peut dire que la Lune est un des Astres les plus rebelles aux efforts des Astronomes; car, pour déterminer sa position à quelques secondes près, il ne faut pas moins d'une *quarantaine d'équations*. Avant Newton, l'on n'aurait pas osé répondre de plusieurs minutes, bien qu'on employât déjà les cinq principales équations dont deux (équation de l'orbite et évection) avaient été assez exactement déterminées par les anciens, et les trois autres (variation, équation de la latitude, équation annuelle) par Tycho et Képler.

QUATORZIÈME LEÇON.

Suite de l'Étude de la Lune. — Applications au Calendrier.

La Lune réglait le Calendrier des anciens, et règle encore celui de quelques peuples modernes. Elle contribue, en partie, aux intercalations du Calendrier grégorien. — Cycle lunaire et Nombre d'or. — Lunaisons ecclésiastiques. — Lune pascale. — Dénominations des mois solaires, improprement appliquées aux lunaisons. — Règle des Computistes à cet égard. — Période Dyonisienne. — Cycle Julien. — Éclipses de Lune. — Longueur et largeur du cône d'ombre. — Cause pour laquelle il n'y a pas d'éclipse chaque mois. — Origine du nom de l'Écliptique. — Ombre et pénombre. — Phénomènes physiques. — Influence de l'atmosphère terrestre. — Teinte rougeâtre de la Lune pendant les Éclipses. — Différences entre les durées calculées, et les durées observées des Éclipses. — Simultanéité de la présence du Soleil et de la Lune au-dessus de certains horizons, pendant les Éclipses, par l'effet de l'atmosphère. — Pourquoi, *dans chaque lieu*, les Éclipses de Lune sont plus *fréquentes que celles de Soleil*, bien qu'en *réalité* les secondes soient plus nombreuses que les premières pour l'ensemble de la Terre. — Impressions produites par les Éclipses de Lune. — Applications des Éclipses de Lune. — *Note sur le calcul des Éclipses de Lune.* — La période de 18 ans 11 jours, donne généralement les syzygies écliptiques. — Trace de l'orbite relative de la Lune sur la section faite par le cône d'ombre. — Calcul du moment de l'opposition. — Calcul des phases. — Durée de l'Éclipse. — Cas de l'Éclipse totale ; conditions du phénomène. — Essais de détermination de la parallaxe de la Lune par les Éclipses. — Carte de l'Éclipse à la surface terrestre.

366. **La Lune réglait le Calendrier des anciens, et règle encore celui de quelques peuples modernes. — Elle contribue, en partie, aux intercalations du Calendrier grégorien.** — Comme celui du Soleil, le mouvement de la Lune fut employé par les anciens, et se trouve, même en-

core, uniquement employé par quelques peuples modernes (1), pour la mesure du temps. Le mot *mois*, entre autres, (*mené*, lunaison) dont nous faisons usage, montre, dans le Calendrier grégorien, l'empreinte conservée de notre satellite, auquel d'ailleurs il a été réservé de fixer les fêtes mobiles de l'Église. Voyons donc pour quelle part contribue la Lune aux intercalations du Calendrier luni-solaire que nous employons aujourd'hui.

367. Remarquons d'abord que la durée moyenne de la lunaison étant égale à $29^{\text{j. moy.}},53$, ou, plus exactement, à $29^{\text{j}},530592$; 235 lunaisons comprennent $6939^{\text{j}},68912$, c'est-à-dire, presque identiquement 19 années solaires qui valent $6939^{\text{j}},60218$.

Cycle lunaire et Nombre do'r. — Lorsque aux Jeux olympiques, 432 ans avant J. C., Méthon fit connaître la relation précédente, l'enthousiasme des Grecs fut extrême, et l'on décida que la découverte du philosophe Athénien serait inscrite en *lettres d'or* sur des tables de marbre. La période de 19 ans reçut le nom de *Cycle lunaire*; ce cycle, devant recommencer toutes les fois que la nouvelle Lune coïncidait avec le premier jour de l'année. Quant au nombre qui marquait l'année du cycle lunaire dans laquelle on était, il fut tout naturellement appelé *Nombre d'or*.

Ai-je besoin d'entrer dans de plus longs développements sur deux dénominations que nous retrouvons encore aujourd'hui dans nos Calendriers, et sur l'application qu'on pourrait faire des phases de la Lune, observées pendant une période de 19 ans, à la prédiction des phases dans les périodes suivantes? Je me bornerai donc à dire que le Nombre d'or était 2 la première année de l'ère vulgaire; il sera donc évidemment, dans toute autre année, le reste de la division, par 19, du millésime de cette année, augmenté d'une unité.

368. **Lunaisons ecclésiastiques.** — Pour les usages de l'Église, qui voulut, dès l'origine, en 325, lors du Concile de Nicée, fixer la fête de Pâques d'après la marche de la Lune,

(1) Les Mahométans.

on convint de faire, alternativement, les lunaisons de 29 et de 30 jonrs; ce qui revenait, en moyenne, à faire chacune d'elles égale à $29^{j},5$. Avec une pareille durée, 235 lunaisons ne contiendraient que $6932^{j},5$ au lieu de la valeur exacte $6939^{j},68912$; l'erreur, pour le cycle lunaire s'élèverait, par conséquent, à $7^{j},18912$, que l'on corrigea d'après les considérations suivantes.

12 lunaisons de $29^{j},5$ par an fourniraient, en 19 ans, 228 lunaisons. Pour arriver à 235, on doit donc avoir sept lunaisons *intercalaires*, venant, de trois en trois ans, ajouter une nouvelle lunaison à l'année. La durée de chacune des six premières de ces lunaisons supplémentaires est fixée à 30 jours, et celle de la septième à 29; d'où, sur une durée moyenne de $29^{j},5$ l'on gagne, en définitive, avec les sept lunaisons intercalaires, *six demi-jours moins un demi-jour*, ou *deux jours et demi*, qui, retranchés de l'erreur ($7^{j},18912$) à corriger, réduisent cette erreur à $4^{j},68912$.

Or, dans le cycle de 19 ans (abstraction faite des années séculaires non bissextiles du Calendrier grégorien) il y a, trois fois sur quatre, cinq années bissextiles qui sont les années 1, 5, 9, 13, 17; puis celles 2, 6, 10, 14, 18; puis 3, 7, 11, 15, 19; puis enfin 4, 8, 12, 16; soit 19 bissextiles en tout, pour les 4 cycles ou pour 76 ans. D'un autre côté, l'erreur $4^{j},68912$ des lunaisons de chaque cycle, donnant, pour 4 cycles, $18^{j},75648$ (19 jours à $0^{j},24352$ près), la compensation sera presque complète, si l'on augmente d'un jour chacune des lunaisons qui renferment le 29 février dans les années bissextiles. C'est, en effet, ainsi qu'on opère. Il ne restera donc plus à corriger, en la retranchant de la somme des lunaisons écoulées, afin de la reporter sur les lunaisons suivantes, que la différence $0^{j},24352$ pour 76 ans ou un jour pour 312 ans; et l'on peut aisément, quand on effectue la correction, tenir compte aussi des bissextiles séculaires qu'a supprimées le Calendrier grégorien, mais dont nous avions fait d'abord abstraction dans les calculs précédents qui se rapportent, par conséquent, au Calendrier julien.

369. **Épactes.** — L'artifice, on le voit, ne présente aucune difficulté. On lui substitue d'ailleurs avec avantage le système dit des *épactes* ou nombres additionnels, qui fut introduit par le Concile de Nicée dans le *Comput ecclésiastique*, et qui permet de déterminer toutes les phases lunaires d'une année lorsque l'on connaît l'*épacte*, c'est-à-dire, l'âge de la Lune au 1er janvier; car il suffira d'ajouter à l'épacte le nombre de jours écoulés depuis le commencement de l'année, et de voir combien de fois la somme ainsi obtenue contient la durée $29^{j},5$ d'une lunaison moyenne. Le reste de la division par 29,5 marquera l'âge de la Lune dans la lunaison où l'on se trouve; il donnera donc également la phase lunaire qui lui correspond.

Quant à la succession des épactes, 12 lunaisons de $29^{j},5$ équivalant à 354 jours, il est évident que si l'*épacte* est zéro, en d'autres termes, que si la Lune est nouvelle le 1er janvier, la Lune sera nouvelle encore le 355me jour : elle aura donc onze jours, et l'épacte sera *onze* le 1er janvier de l'année suivante. L'épacte deviendra 22 au 1er janvier de la 3me année; puis 33 ou simplement 3, déduction faite des 30 jours qui représentent sensiblement la durée d'un mois lunaire; puis encore 14, 25, 36 ou 6, 17, etc., etc. En un mot, aux 19 années d'un cycle lunaire ou aux 19 nombres d'or correspondront successivement les épactes que voici; les années bissextiles des cycles étant à peu près exactement compensées par les durées de 30 jours au lieu de $29^{j},5$ attribuées aux mois lunaires que l'on supprime :

Nombr. d'Or : 1- 2- 3-4- 5- 6-7- 8- 9-10-11-12-13-14-15-16-17-18-19
Épactes : 0-11-22-3-14-25-6-17-28- 9-20- 1-12-23- 4-12-26- 7-18

après quoi, par une addition, cette fois de 12 jours au lieu de 11, destinée à compléter la compensation, l'épacte de la première année du cycle suivant redeviendra zéro. Néanmoins, l'erreur d'un jour trouvée plus haut pour l'ensemble des lunaisons de 312 années juliennes, devant s'élever à 8 jours en 2496 ans (soit en nombres ronds 2500 ans); comme la Lune serait, après cette période de 2500 ans, âgée déjà de *huit jours* quand les épactes la feraient *nouvelle*, il fut établi par le Concile qu'on supprimerait graduellement les huit jours dans la somme des lunaisons de 25 siècles, ou, si l'on aime mieux, qu'on les ajouterait par parties à l'âge de la Lune, en augmentant successivement d'une unité, sept fois de trois en trois cents ans, et la 8^{me} fois, après 400 ans seulement, les épactes précédentes : d'où résulterait, en effet, la correction de 8 jours dans 2500 ans.

La réforme grégorienne supprimant, à son tour, trois bissextiles séculaires sur quatre, le jour retranché de l'année julienne bissextile doit aussi, tout naturellement, se retrancher de l'âge de la Lune ou des *épactes* dans chacune des années suivantes. Si donc l'année séculaire à laquelle, en vertu des règles posées par le Concile de Nicée, devrait correspondre l'augmentation tricentenaire d'une unité pour les épactes (1), est une des bissextiles séculaires que le Calendrier grégorien a supprimées, les épactes resteront encore les mêmes que dans la période précédente de 300 ans, (sauf les perturbations cependant provenant de nouvelles années séculaires non bissextiles), puisqu'il faudrait simultanément augmenter et diminuer ces épactes d'une unité. Il est évident, au reste, que les phases de la Lune, données par les épactes ou par les nombres d'or, ne sont qu'approchées, et que les résultats doivent être considérés, tout simplement, comme correspondant à des positions moyennes qui peuvent différer quelquefois d'un ou deux jours des positions vraies de la Lune. Mais je n'insiste pas sur ce sujet d'un intérêt *astronomique* d'ailleurs assez médiocre, eu égard surtout aux développements étendus qu'il réclamerait pour être complétement analysé.

370. — C'est surtout afin de régler facilement la fête de Pâques et toutes les fêtes *mobiles*, que le Concile de Nicée substitua le système des épactes aux nombres d'or primitivement employés dans le même but. D'après les décisions de

(1) On appelle *équation lunaire* ou *proemptose*, (pro en ptosis, chute en avant) et *métemptose* ou *équation solaire* (chute en arrière) les augmentations et les diminutions d'une unité sur les épactes.

ce Concile, l'équinoxe de printemps fut considéré comme ayant lieu invariablement le 21 mars ; et la *grande Pâque* (ainsi nommée pour distinguer la fête de la Résurrection, des autres fêtes solennelles qui, dans la primitive Eglise, portaient également le nom de Pâques), fut fixée au 1er dimanche qui suit la pleine Lune arrivant le 21 mars ou après le 21 mars.

Lune pascale. — D'où il résulte que la Pâque ne saurait être célébrée ni avant le 22 mars, ni après le 25 avril. Car si la pleine Lune coïncide précisément avec le 21 mars, c'est le lendemain 22 mars, *au plutôt*, qu'aura lieu la Pâque. Mais si la pleine Lune est arrivée le 20, un jour avant l'équinoxe, la lunaison pascale ne sera plus que la lunaison suivante dont le plein, *au plus tard*, aura lieu le 18 avril ; et dans le cas où ce jour-là se trouverait être un dimanche, la Pâque serait renvoyée encore au dimanche suivant 25 (1).

Fêtes mobiles. — Quant aux autres fêtes mobiles, on sait généralement que la Septuagésime est le 9me dimanche avant Pâques; la Sexagésime le 8me, etc.; que le jour des Cendres correspond au mercredi avant la Quadragésime ; que l'Ascension arrive quarante jours après Pâques ; la Pentecôte, dix jours plus tard ; la Trinité, le dimanche qui suit la Pentecôte ; la Fête-Dieu, le jeudi qui suit la Trinité, etc. Seulement, chacun en a sans doute déjà fait la remarque, cette sorte de Lune moyenne qui donne la Lune pascale ecclésiastique, ne coïncide pas toujours avec la Lune astronomique. En 1724, par exemple, d'après les calculs de J. Bernouilli, publiés à Lausanne, la pleine Lune eut lieu réellement le samedi 8 avril à $4^h\,21^m$ du soir ; et la Pâque aurait dû, par conséquent, être célébrée le dimanche 9. Elle ne le fut que le dimanche 16, parce que c'est au 9 avril lui-même que la méthode des épactes attribua la pleine Lune. En 1744 et 1798, des retards de huit jours eurent également lieu. Le contraire

(1) En 1598, 1693, 1761, 1818 la Pâque arriva le 22 mars, elle arrivera le même jour en 2285, 2437, 2505, etc. Elle fut retardée jusqu'au 25 avril en 1546, 1666, 1734 ; elle le sera encore en 1886, 1943, 2038, etc.

se produisit en 1818 ; car on célébra la Pâque, le 22 mars, d'après les épactes, quand la pleine Lune réelle aurait dû fixer la célébration au 29, etc. Mais ces anomalies sont rachetées par la possibilité de déterminer les fêtes mobiles longtemps à l'avance, avec certitude, et sans qu'on ait à se préoccuper des modifications ou des divergences que des progrès successifs apportent, d'année en année, dans les Tables astronomiques.

371. **Dénominations des mois solaires improprement appliquées aux lunaisons.** — En conservant les dénominations empruntées aux Calendriers lunaires, plusieurs membres du Concile, dans leurs lettres, appelèrent la Lune pascale, *Lune de mars*. De là cet usage, perpétué jusqu'à nous, de la désigner ainsi, bien qu'elle soit quelquefois contenue tout entière dans le mois d'avril. D'après les détails qui précèdent, on doit cependant comprendre que les lunaisons ne sauraient être mises raisonnablement en regard de nos mois solaires, et que la désignation employée par certains Évêques, avait pour but, uniquement, d'exprimer avec clarté les intentions du Concile à une époque où la Lune pascale coïncidait avec le mois de mars.

Règle des Computistes. — Devant l'obstination des habitudes, et quoique les noms de nos mois solaires, appliqués aux lunaisons, n'aient plus, astronomiquement, aucun sens, ce qui paraît le moins déraisonnable, c'est de donner à la Lune, avec la plupart des Computistes, le nom des mois dans lesquels elle finit. Une lunaison qui arrive le 1er janvier et se termine le 30, ne pouvant, en effet, évidemment, prendre que le nom de *Lune de Janvier*, il faut nécessairement appeler *Lune de Février*, la lunaison suivante, bien qu'elle commence en janvier, puis *Lune de Mars*, celle qui commence le 28 février et finit le 29 mars, etc. Malheureusement, cette méthode, assez rationnelle au début, ne tarde pas à devenir fautive; car dès la 3e année, l'on arrive à *deux* lunaisons qui finissent en octobre et qui, par conséquent, doivent l'une et l'autre porter le même nom. Après quoi, néanmoins, les Lunes recommencent, concordantes d'abord, puis avec des divergences de plus en plus grandes et avec des lunaisons supplémentaires, de trois en trois ans, jusqu'à la fin du cycle lunaire, où reviennent les néoménies arrivant aux mêmes jours des mois solaires que dans le cycle précédent.

372. **Période Dyonisienne.** — La combinaison du cycle solaire de vingt-huit ans qui, dans le Calendrier julien, ramenait les jours de la semaine aux mêmes jours du mois, avec le cycle lunaire de dix-neuf ans qui ramène les phases lunaires aux mêmes dates, donne pour produit le nombre 532 qu'on nomme *Cycle Dyonisien*, en souvenir de Denys le Petit, auquel est due l'introduction de ce nombre dans la Chronologie. Il est évident que chacun des cycles Dyonisiens reproduit périodiquement des coïncidences identiques de dates, de jours et de phases lunaires; puisque, d'un côté, le cycle lunaire et, par conséquent, tous ses multiples ramènent la coïncidence des lunaisons avec les dates des cycles précédents, et que, d'un autre côté, le cycle solaire fait, de nouveau, coïncider les dates avec les jours de la semaine.

Cycle Julien. — Le produit 7980 de 28 par 19 et par 15, que Joseph Scaliger imagina sous le nom de *Cycle julien*, constitue également une période après laquelle on verrait successivement reparaître, dans le Calendrier Julien, les mêmes combinaisons des dates, des jours de la semaine, des phases lunaires, enfin des années d'*indiction*; période dont le commencement doit être fixé à l'année 4713 avant notre ère, si l'on veut faire débuter, simultanément, le *Cycle Julien* avec les trois cycles (solaire, lunaire, d'indiction pontificale) qui le constituent.

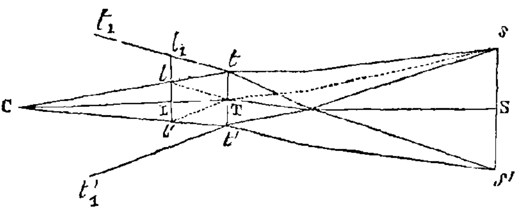
373. D'autres combinaisons, analogues aux précédentes, ont, à leur tour, fourni de nouvelles périodes. Mais j'ai déjà trop insisté sur des détails fatigants et qui semblent être plus spécialement du domaine d'une autre science. C'est donc à la Chronologie, pour laquelle certains rapprochements de nombres peuvent devenir d'utiles vérifications, que je dois laisser le soin d'en développer l'étude, afin de poursuivre moi-même celle des phénomènes astronomiques. Je me hâte d'arriver, sans autre préambule, à la question des éclipses.

374. **Eclipses de Lune.** — Quelquefois, à l'époque de son plein, la Lune disparaît et reste cachée pendant une ou deux heures. Or, puisqu'elle doit son éclat à la lumière envoyée par le Soleil, il faut nécessairement qu'un corps opaque soit venu se placer entre les deux Astres. Comme, d'ailleurs, ce n'est jamais que lors de l'opposition, quand, par rapport à nous, la Lune est d'un côté, le Soleil de l'autre, qu'arrivent les éclipses de Lune, on peut présumer, *à priori*, que la lumière du Soleil se trouve interceptée par la Terre.

Notre présomption sera justifiée, si nous parvenons à reconnaître que le cône d'ombre formé derrière la Terre, dépasse l'orbite de la Lune, et qu'il est assez large pour contenir le satellite tout entier ; car, ne connaissant pas d'autres corps qui puissent occasionner le phénomène, du moment où nous trouvons que la Terre satisfait à toutes les conditions qu'il exige, nous serons en droit de conclure qu'en effet c'est elle qui le produit.

375. **Longueur et largeur du cône d'ombre.** — Soient donc S (*fig.* 174) le centre du Soleil, ss' son diamètre, T et tt' le centre et le diamètre de la Terre, enfin tCt' la section

Fig. 174.



du cône d'ombre par le plan de l'Ecliptique (1). En construi-

(1) A la rigueur, ss' et tt' ne sont pas exactement des diamètres du Soleil et de la Terre; les centres S et T se trouvent un peu en dehors des cercles projetés sur ss' et tt', puisque les lignes stC, $s't'C$, comprennent un angle d'environ 30 à 32 minutes. Mais on peut négliger cette petite cause d'erreur, qui d'ailleurs n'existerait plus si l'on supposait Ss, Tt, Ss', Tt' respectivement perpendiculaires à stC, $s't'C$. Seulement la figure se compliquerait alors un peu pour la pénombre.

sant la figure à l'échelle, ou bien en appliquant tout simplement une règle de proportion aux deux triangles semblables, tCT, sCS, dans lesquels le rayon Ss du Soleil vaut 112 fois, et la distance ST vaut 24000 fois le rayon CT de la Terre, on trouve aisément que la longueur CT est égale à 216 fois le même rayon (1), c'est-à-dire, à trois fois et demie environ la distance moyenne (60 fois le rayon terrestre) de la Lune à la Terre. Par conséquent, le cône d'ombre dépasse de beaucoup l'orbite lunaire, et la première des deux conditions précédentes se trouve remplie.

Pour voir si la seconde l'est également, coupons le cône d'ombre dans la région de la Lune, à la distance TL, égale à 60 fois le rayon de notre Globe. La comparaison des deux triangles semblables tCT, lCL, soit à l'aide du compas, soit par une règle de proportion, nous montrera que lL vaut *huit onzièmes* de tT; que ll' vaut donc aussi *huit onzièmes* de tt' (2), tandis que le diamètre de la Lune est seulement, nous l'avons vu, *trois onzièmes* du diamètre de la Terre. La Lune pourra donc être contenue très-largement dans le cône d'ombre, et la seconde condition n'est pas moins complétement remplie que la première.

(1) Désignons CT par x, CS par $24000+x$; et nous aurons :

$$(sS=112):(tT=1)::(SC=24000+x):(TC=x)$$

d'où retranchant les conséquents des antécédents,

$$112-1:1::24000:x=\frac{24000}{111}=216.$$

(2) $(TC=216):(LC=216-60)::(tT=1):lL=\frac{216-60}{216}=\frac{156}{216}$

$$=\text{sensiblement } \frac{160}{220}=\frac{16}{22}=\frac{8}{11}.$$

Plus généralement, si l'on considère les deux triangles CTl, CTs, on a :
Angle extérieur au 1er triangle... (tlT = parallaxe de la ☾ $=\varpi_{☾}$)

$$=lCT+lTC=C+lTC=C+lTL.$$

Angle extérieur au 2me triangle... (sTS = demi-diamètre apparent du ☉ $=d_{☉}$) $=sCT+CsT=C+tsT=C+$ parallaxe du ☉ $=C+\pi_{☉}$.
L'élimination C de donne $\varpi_{☾}-d_{☉}=lTL-\pi_{☉}$ et par suite $lTL=$ demi-diamètre apparent du cône d'ombre dans la région de la Lune, $=\varpi_{☾}+\pi_{☉}-d_{☉}$.

376. **Cause pour laquelle il n'y a pas éclipse chaque mois.** — Le plan de l'Écliptique, dans lequel sont constamment situés les centres du Soleil et de la Terre, partage évidemment le cône d'ombre en deux parties symétriques. Il faut donc, pour qu'il y ait éclipse, qu'au moment de l'opposition, la Lune soit près de ce plan, ou que la ligne des nœuds de l'orbite lunaire ne fasse pas un trop grand angle avec l'axe CTS du cône d'ombre. Car s'il en était autrement, si la ligne des nœuds était, par exemple, placée perpendiculairement à CTS au moment où la Lune arrive à l'opposition vers L, notre satellite ayant alors au moins 5 degrés de latitude, passerait en dehors du cône d'ombre, à une distance de l'Écliptique très-facile à déterminer (1), et égale à 5 fois $\frac{1}{2}$ environ le rayon terrestre, beaucoup plus considérable, par conséquent, que le rayon du cône d'ombre augmenté du rayon de la Lune, dont la somme est égale seulement, à peu près, à ce rayon.

Origine du nom de l'Écliptique. — On comprend, dès lors, pourquoi les éclipses n'ont pas lieu tous les mois, puisque leur possibilité dépend des positions respectives du Soleil et de la ligne des nœuds au moment de l'opposition. C'est, on le comprend encore, à la situation de la Lune pendant les éclipses qu'est dû le nom d'*Écliptique*, donné au plan dans le voisinage duquel doit se trouver notre satellite, pour que le phénomène qui, d'ailleurs, peut n'être que partiel, ait lieu.

377. **Ombre et pénombre.** — Du reste, quand la Lune disparaît, l'extinction de la lumière ne se produit pas brusquement. A cause du diamètre du Soleil, le cône d'ombre géométrique tCt' est, en effet, entouré d'un cône de pénombre, déterminé par les tangentes intérieures ($st't'_1$, $s'tt_1$), au Soleil et à la Terre; cône que la Lune est obligée de traverser avant d'arriver à l'ombre géométrique, et dans l'intérieur duquel

(1) La distance à l'axe du cône d'ombre ou à l'écliptique, serait alors $60 . \text{tang}\ (5^\circ.8'.48'') = 5{,}4047$; beaucoup plus grande que $\left(\frac{8}{11}+\frac{3}{11}\right)$

elle reçoit des rayons de moins en moins nombreux, à mesure qu'elle s'avance depuis la limite tt_1 où elle peut encor être éclairée par le Soleil tout entier, jusqu'à la limite tC o cessent d'arriver les rayons de cet Astre. L'affaiblissemen viendra donc peu à peu; et lorsque la Lune entrera dans l cône d'ombre, son extinction sera déjà presque complète; c qui rend le commencement de l'éclipse, par suite aussi la fin vers laquelle se reproduisent symétriquement les phénomène de l'entrée, assez difficiles à saisir. Il est d'ailleurs à pein nécessaire de faire remarquer que la largeur ll_1 du cône d pénombre, dans la région de la Lune, se détermine aisémen par les procédés employés pour l'ombre absolue (1).

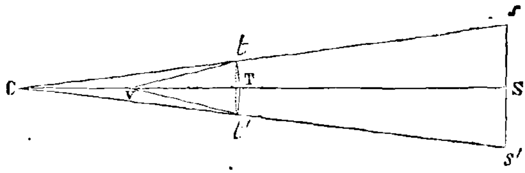
378. **Phénomènes physiques. — Influence de l'atmosphère terrestre.** — La portion éclipsée de la Lune présente souvent une teinte rougeâtre qui permet, comme la lumière cendrée, d'apercevoir encore notre satellite, même quand son obscurcissement devrait être complet. Ce singulier phénomène est produit par l'atmosphère terrestre, qui courbe les rayons solaires st, $s't'$ (*fig.* 175), et les fait converger en un point V, bien plus rapproché de la Terre que le sommet géométrique C du cône d'ombre.

Nous savons, en effet, que les rayons st, $s't'$, qui arrivent horizontalement aux observateurs, situés sur le contour projeté en tt', ont déjà subi une réfraction de 33′ 30″ environ; il est donc évident, par la seule considération de symétrie, qu'en s'éloignant de t vers V, ils subiront une réfraction identique. D'où l'on peut conclure que les lignes tV, t'V, font chacune, respectivement, avec st, $s't$, de

(1) Les triangles sts', ltl_1, de la fig. 174, donnent sensiblement $(st = 24000) : (tl = 60) :: (ss' = 2 \times sS = 224) : ll_1 = \frac{224 \times 60}{24000} = 0,5$ ou, en fraction ordinaire ayant la dénomination 11 précédemment employé, à peu près $\frac{6}{11}$, précisément le diamètre de la Lune, le rayo terrestre étant toujours pris pour *unité*. — Plus exactement, la large ll_1 de la pénombre soutend un angle ltl_1 égal à sts' c'est-à-dire diamètre apparent du Soleil qui diffère à peine de celui de la Lune.

angles de 67 minutes (deux fois 33m.30s) ; ce qui permet de déterminer aisément (1) la position du point V, à partir du-

Fig. 175.



quel, en allant vers C, le cône d'ombre reçoit de la lumière réfractée dans l'atmosphère terrestre. Tout calcul fait, on trouve pour TV 41 fois à peu près le rayon de la Terre, c'est-à-dire une longueur de beaucoup inférieure à la distance moyenne (60 fois ce rayon) qui nous sépare de la Lune.

379. **Teinte rougeâtre de la Lune pendant les Éclipses.** — L'explication précédente est donc parfaitement rationnelle. On peut seulement se demander pourquoi la lumière jetée sur la Lune possède une teinte rougeâtre. Je répondrai que cela paraît tenir à la propriété qu'aurait l'air atmosphérique d'être plus perméable pour les couleurs les moins réfrangibles de la lumière blanche, pour le rouge par conséquent, et pour ses analogues ; tandis qu'il absorberait, au contraire, ou plutôt que, par la réflexion irrégulière, il enverrait dans tous les sens les rayons plus réfrangibles qui tirent sur le violet ou le bleu : ce qui, soit dit en passant, lui donnerait sa couleur azurée habituelle. On doit remarquer, du reste, que le phénomène n'a pas toujours lieu, et qu'il est arrivé maintes fois que la Lune éclipsée est devenue tout à fait invisible, par suite sans doute de l'état nuageux de

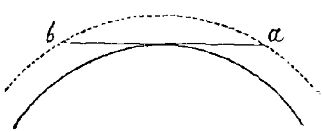
(1) L'angle tCT, (*fig*. 175), donné par tang $tCT = \frac{tT}{CT} = \frac{1}{216}$, vaut 16 minutes environ. tv étant incliné de 67 minutes sur tC, l'angle tVT extérieur au triangle tVC vaudra $16' + 67'$ ou $1°\,23'$, et la distance TV, fournie par l'équation sensiblement exacte $TV = \frac{tT}{\text{tang}\, tVT}$, a pour valeur 41,41 fois le rayon terrestre.

l'atmosphère sur le contour éclairé du globe terrestre, auquel cas, en effet, les rayons solaires interceptés à travers les nuages ne pourraient aller porter un peu de lumière dans les épaisses ténèbres de l'ombre géométrique.

380. **Différences entre les durées calculées et les durées observées des Éclipses.** — On trouve généralement une différence entre la durée calculée et la durée observée des Éclipses de Lune. L'erreur, toujours dans le même sens, montre que la largeur attribuée au cône d'ombre est trop petite d'un *soixantième* environ; car toutes les Éclipses commencent un peu plus tôt et finissent un peu plus tard, durent plus longtemps, en un mot, qu'elles ne devraient le faire.

C'est encore, très-probablement, notre atmosphère qui produit l'anomalie, en éteignant complétement les rayons dirigés de manière à traverser les couches d'air, au contact de la surface terrestre, sur une grande étendue *ab* (*fig.* 176); ce qui équivaut, en effet, à une augmentation du diamètre de la croûte solide du globe.

Fig. 176.



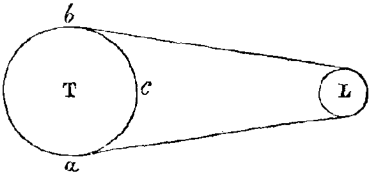
381. **Simultanéité de la présence du Soleil et de la Lune au-dessus de certains horizons, pendant les Éclipses, par l'effet de l'atmosphère.** — Un autre phénomène bien autrement curieux, est également occasionné quelquefois par l'enveloppe gazeuse qui nous environne. Je veux parler de la présence simultanée du Soleil et de la Lune éclipsée au-dessus de l'horizon de certains observateurs, quand la position des Astres est telle, cependant, qu'ils devraient se trouver entièrement au-dessous. Néanmoins, le résultat n'a rien qui soit de nature à surprendre, si l'on se rappelle que la réfraction horizontale peut élever chacun des deux Astres de 33 minutes, c'est-à-dire d'un angle supérieur à leurs diamètres tout entiers. L'axe du cône n'est pas déplacé. L'Éclipse doit, par conséquent, avoir lieu. Seulement, les

rayons lumineux qui nous font voir les deux astres ont éprouvé des déviations dont l'effet se traduit précisément par une apparente anomalie.

382. **Pourquoi, dans chaque lieu, les Éclipses de Lune sont plus fréquentes que celles de Soleil, bien qu'en réalité les secondes soient plus nombreuses que les premières pour l'ensemble de la Terre.** — Les Éclipses de Lune sont visibles évidemment dans tous les lieux du Globe pour lesquels la Lune est levée quand le phénomène arrive, puisqu'elles résultent d'une extinction de lumière que chacun peut aisément remarquer, si la Lune, dont l'éclat disparaît, se trouve au-dessus de l'horizon. Il en est autrement des Éclipses de Soleil que nous étudierons avant peu, et qui ne proviennent plus d'un anéantissement réel de lumière, mais qui sont dues à l'interposition de la Lune entre le disque brillant et nous. Car, à cause des dimensions de la Terre, la Lune pourra se projeter sur ce disque pour certains pays et non pour d'autres, bien que le Soleil soit levé pour les seconds comme pour les premiers.

Qui ne voit, d'après cela, que les Éclipses de Lune doivent tendre à être plus fréquentes dans chaque lieu? C'est, en effet, ce qui arrive. Et pourtant, considérées dans leur ensemble, elles sont moins nombreuses que celles de Soleil, par un motif que nous ne tarderons pas à connaître. Mais, encore une fois, les zones terrestres appelées à les apercevoir se trouvent beaucoup plus vastes, puisqu'elles comprennent sensiblement un hémisphère tout entier, c'est-à-dire la portion *acb* du globe pour laquelle est levé notre satellite (*fig.* 177), *ab* étant la base du cône qui envelopperait simultanément la Terre et la Lune; tandis qu'au contraire une simple distance de quelques kilomètres entre deux pays peut empêcher l'éclipse de Soleil qui a lieu pour l'un de se produire pour l'autre.

Fig. 177.



383. **Impressions produites par les Éclipses de Lune.** — On avait remarqué de tout temps que l'ombre se dessine en arc sur la surface lunaire, et les philosophes anciens en avaient conclu la rondeur de la Terre à laquelle ils attribuaient le phénomène. Mais le vulgaire, et même, souvent, de grandes intelligences furent pendant bien des siècles avant d'accepter ces idées, ou du moins avant de regarder l'occultation d'un Astre comme n'exerçant aucune influence surnaturelle. Croirait-on, par exemple, que, même vers la fin du XVI^{e} siècle, un personnage tel que Bacon, l'illustre chancelier d'Angleterre, pût être assez vivement impressionné par les Éclipses de Lune pour s'évanouir pendant leur durée? Il paraît cependant, au rapport de certains historiens, qu'il en était ainsi. Ne sait-on pas également qu'avant d'engager la bataille d'Arbelles, Alexandre ordonna des sacrifices en l'honneur du Soleil, de la Lune et de la Terre, afin de rassurer son armée dont l'ardeur chancelait devant une Éclipse de Lune? J'ai cité ce général athénien, Nicias, qui sous l'impression d'un phénomène de même nature perdit, en Sicile, un temps précieux, vit son armée détruite et fut fait lui-même prisonnier, puis mis à mort par les Syracusains.

Je puis citer aussi, mais à un point de vue tout différent, et comme ayant habilement profité d'une Éclipse de Lune vis-à-vis des peuples encore sauvages de la Jamaïque, le navigateur éminent qui, le premier, avait ouvert la route du Nouveau Monde. Dénué de vivres, Christophe Colomb fit dire aux chefs du pays qu'il allait frapper les habitants des derniers malheurs, en commençant par priver la Lune de sa lumière, si l'on continuait à lui refuser les approvisionnements dont il avait besoin. Et quand on vit la Lune s'obscurcir, on ne tarda pas, après avoir ri d'abord de ses menaces, à porter aux Européens tout ce qu'ils purent désirer.

Dans la Chine et dans certaines parties de l'Inde, le peuple a cru longtemps, et croit même peut-être encore aujourd'hui, qu'un dragon céleste dévore l'Astre qui s'éclipse. De là des cris, des bruits de tamtam, de tambour, etc., pour effrayer le monstre. D'autres, persuadés au contraire que l'Astre est violemment irrité, se prosternent ou se plongent dévotement dans les fleuves pour apaiser sa colère et le décider à reprendre tout son éclat, etc., etc.

384. **Applications des Éclipses de Lune.** —Mais c'est trop insister sur des détails qui ne témoignent que de nos faiblesses. Aux ridicules superstitions provoquées par les Éclipses je me hâte d'opposer de nobles compensations, et de dire, en terminant, que, mûri par la réflexion comme par l'étude, l'homme a su chercher d'utiles applications dans les phénomènes qui l'avaient si souvent effrayé. Bien des fois, en effet, les Éclipses de Lune, employées par des observateurs habiles, purent contribuer aux progrès de la géographie, puisqu'elles donnent les heures, et par suite aussi les *longitudes relatives* des divers pays où l'on détermine avec soin (en temps de ces divers pays) les moments des phases, le commencement, la fin de l'Éclipse, les passages successifs de plusieurs taches dans l'ombre, etc., etc., c'est-à-dire des phénomènes aperçus partout au même instant. Et pour citer encore, avant d'aborder les Éclipses de Soleil, un curieux résultat fourni par celles de Lune, j'ajouterai que, d'après les calculs de Lalande, l'Éclipse qui précéda, de quelques heures seulement, la mort d'Hérode, doit être attribuée à la nuit du 12 au 13 mars de la 4e année avant l'ère vulgaire. D'où il résulte que ; pour dater de la naissance du Sauveur, l'ère chrétienne devrait être reculée de trois ans au moins, puisque Hérode vivait encore quand Jésus-Christ reçut le jour.

NOTE

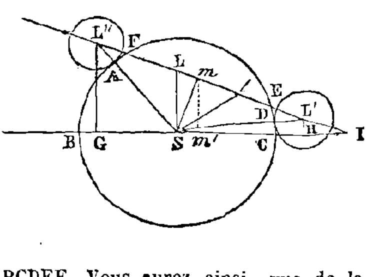
SUR LE CALCUL DES ÉCLIPSES DE LUNE.

385. **La période de 18 ans 11 jours donne généralement les syzygies écliptiques.** — La période de 18 ans 11 jours (n° 337) qui ramène les nouvelles et les pleines Lunes sensiblement dans les mêmes positions par rapport au Soleil et aux nœuds, permet généralement de savoir quand doit avoir lieu une Éclipse de Lune. A défaut de cette période, les éphémérides qui donnent la distance de la Lune au nœud fourniront des indications préliminaires habituellement suffisantes pour empêcher l'Astronome d'entreprendre un calcul inutile. D'après Delambre, on peut compter, en effet, sur une Éclipse certaine, si, au moment de l'opposition en longitude, c'est-à-dire au moment où les longitudes du Soleil et de la Lune diffèrent de 180 degrés, la distance angulaire de la Lune au nœud se trouve au-dessous de 7° 47′. — L'Éclipse est impossible, au contraire, quand, à la même époque, la distance précédente égale 13° 21′. — Entre ces deux limites il y a doute, soit à cause des oscillations du plan de l'orbite lunaire, soit à cause des distances variables du Soleil et de la Lune, qui modifient la largeur du cône d'ombre et changent les conditions écliptiques suivant les positions respectives des astres par rapport à leurs périgées ou à leurs apogées lors de la syzygie. On ne sera donc exposé à des tâtonnements préliminaires que dans le dernier cas.

386. — Cela posé, rappelons-nous que, dans la région de la Lune, la largeur du cône d'ombre, en fonction des parallaxes horizontales $\varpi_{\odot}$ $\varpi_{☾}$ du Soleil et de la Lune, et du demi-diamètre $d_{\odot}$ du Soleil, a pour expression (note du n° 375) :

$$\varpi_{☾} + \varpi_{\odot} - d_{\odot}.$$

Fig. 178.



Prenez (*fig.* 178) un rayon SA égal à cette quantité qui est donnée en minutes et secondes par les éphémérides, et décrivez le cercle ABCDEF. Vous aurez ainsi, vue de la Terre, la section du cône d'ombre, dans la région de la Lune, par un plan perpendiculaire à l'axe.

Trace de l'orbite relative de la Lune sur la section faite dans le cône d'ombre. — Soient IG la trace de l'Écliptique sur cette section, et SL la latitude λ du centre de la Lune au moment de l'opposition en longitude. Désignez, pour le même moment, par $d☾$ et $d\odot$ les mouvements *horaires*, en longitude, de la Lune et du Soleil (fournis par les éphémérides et égaux, à peu près, pour la Lune à 32',5, pour le Soleil à 2',5). Désignez également par $d\lambda$ le mouvement horaire de la Lune en latitude, cette sorte de mouvement étant nulle pour le Soleil, qui ne quitte pas l'Écliptique. Remarquez, en outre, que le cône d'ombre marche dans l'espace, autour du centre de la Terre, avec une vitesse angulaire égale à celle $d\odot$ du Soleil; d'où il suit que par rapport à l'ombre, le mouvement angulaire *apparent* de la Lune en longitude, ou l'angle dont cet Astre se rapproche, dans une heure, du point S qui fuit, sera non $d☾$ mais $d☾ - d\odot$.

Vous aurez dès lors, évidemment, pour l'inclinaison apparente sur IG de l'arc IL′ LL″ sensiblement rectiligne décrit par la Lune pendant l'Éclipse, ou, comme on dit généralement, pour l'inclinaison I de l'*orbite relative*,

$$\operatorname{tang} \mathrm{I} = \frac{d\lambda}{d☾ - d\odot},$$

la tangente de l'inclinaison *vraie* étant $\frac{d\lambda}{d☾}$; car si vous supposez le Soleil immobile, vous ne devez, pour avoir l'orbite apparente, attribuer au mouvement relatif de la Lune par rapport au centre du cône d'ombre, que la différence $d☾ - d\odot$ des deux mouvements. Vous pouvez, au reste, pour plus d'exactitude encore, si vous voulez tenir compte des inégalités du mouvement, bien que ce soit généralement inutile, fractionner la durée de l'Éclipse, en calculant des valeurs successives de tang I avec celles de $d\lambda$ $d☾$ $d\odot$ qui correspondent à divers moments du phénomène.

Notez bien d'ailleurs que, se rapportant au centre de la Terre, les quantités $d\lambda$ $d☾$ et $d\odot$ sont indépendantes de la parallaxe. Et quant à la réfraction, elle pourra bien élever la Lune; mais elle élèvera aussi le cône d'ombre, ou plutôt elle n'élèvera que la Lune obscurcie. Les heures des phases successives ne seront donc, elles-mêmes, nullement influencées par notre atmosphère.

387. — Maintenant, pour déterminer les diverses particularités du phénomène, supposons connu par les éphémérides, à une demi-heure ou même à une heure près, l'instant T de la syzygie. Calculez pour cet instant T, à l'aide des tables ou des éphémérides, la longitude exacte $\odot$ du Soleil, le demi-diamètre de cet Astre, sa parallaxe et son mouvement horaire en longitude. Calculez également la longi-

tude $\leftmoon$, la latitude λ, la parallaxe, le demi-diamètre $d_{\leftmoon}$, et les mouvements horaires de la Lune, soit en longitude, soit en latitude; vous aurez d'abord, à l'heure T, comme nous l'avons déjà remarqué,

$$\tang \mathrm{I} = \frac{d\lambda}{d\leftmoon - d\odot},$$

$d\lambda$ étant positif ou négatif suivant que la latitude λ augmente ou diminue.

Calcul du moment de l'opposition. — Vous aurez aussi $180^\circ + \odot$ pour la longitude du centre S de l'ombre qui est toujours, en effet, évidemment à 180 degrés du Soleil; et par suite $(180^\circ + \odot - \leftmoon)$ exprimera la distance, en longitude, du centre de la Lune au centre de l'ombre. Il vous sera donc facile de déterminer le temps t qui doit s'écouler entre l'instant T, auquel répond la différence précédente de longitude, et l'instant précis de l'opposition. Car, de l'un à l'autre de ces deux instants, la Lune, dans son mouvement relatif, devant gagner en longitude, sur le centre de l'ombre, l'angle $(180^\circ + \odot - \leftmoon)$, tandis que dans une heure elle gagne $(d\leftmoon - d\odot)$ seulement, la proportionnalité très-suffisamment exacte des angles au temps vous donnera :

$$(d\leftmoon - d\odot) : (180 + \odot - \leftmoon) :: (1^h = 3600^s) : t\, 3600^s \frac{(180^\circ + \odot - \leftmoon)}{(d\leftmoon - d\odot)},$$

d'où vous tirerez l'heure $\left[\mathrm{T} + 3600 \dfrac{(180 + \odot - \leftmoon)}{(d\leftmoon - d\odot)}\right]$ de l'opposition.

388. — Cette heure étant trouvée, vous aurez la variation $\left(\dfrac{t\,d\lambda}{(3600^s)}\right)$ de latitude de la Lune entre les moments T et $(\mathrm{T}+t)$; par suite aussi la latitude $\left(\lambda + \dfrac{t\,d\lambda}{3600^s} = \mathrm{SL}\right)$ à l'opposition; par suite, également, la perpendiculaire $\left[\mathrm{S}m = \mathrm{SL}\cos \mathrm{I} = \left(\lambda + \dfrac{t\,d\lambda}{3600^s}\right)\cos \mathrm{I}\right]$ à l'orbite relative, ou la plus courte distance des centres. Vous aurez encore, avec le rayon $\mathrm{SL}' = \mathrm{SL}'' = \varpi_{\leftmoon} + \pi_{\odot} - d_{\odot} + \delta_{\leftmoon}$, les points L', L'' de l'orbite relative, dont la distance au contour de l'ombre (de rayon égal à $\varpi_{\leftmoon} + \pi_{\odot} - d_{\odot}$) sera égale à $\delta_{\leftmoon}$, et sur lesquels devra se trouver par conséquent le centre de la Lune pour que le disque de cet Astre soit tangent à l'ombre, c'est-à-dire pour que l'Éclipse commence ou finisse.

Calcul des phases.— Durée de l'Éclipse. — Le point m correspond évidemment au milieu de l'Éclipse; le temps employé par la Lune à parcourir $m\mathrm{L}'$ ou $m\mathrm{L}''$ est la demi-durée, et les projections $\mathrm{H}m'$, $m'\mathrm{G}$ de $m\mathrm{L}'$ ou de $m\mathrm{L}''$ sur l'Écliptique expriment la variation de longitude relative pendant le même temps. Pour compléter la détermination des phases, vous calculerez donc d'abord

$$mL' = mL'' = \sqrt{\overline{L'S}^2 - \overline{Sm}^2}$$

$$= \sqrt{(\varpi_☾ + \pi_⊙ - d_⊙ + \delta_☾)^2 - \left(\lambda + \frac{td\lambda}{3600^s}\right)^2 \cos^2 I}.$$

Le produit $mL' \cos I$ vous donnera ensuite la valeur de la projection Hm'; et la proportion $(d_☾ - d_⊙) : Hm' :: 3600^s : T'$ vous fera connaître la demi-durée T' de l'Éclipse. Quant à l'heure du milieu, vous la trouverez en retranchant de l'heure $T + t$ le temps $t' = \frac{mL \cos I.3600}{d_☾ - d_⊙}$ employé par la Lune à parcourir $mL = SL \sin I = \left(\lambda + \frac{td\lambda}{3600^s}\right) \sin I$; car ce temps s'obtient, comme celui de mL', en projetant mL sur $m'S$, c'est-à-dire en multipliant mL par $\cos I$.

Vous aurez donc en définitive :

Heure du commencement de l'Éclipse. $= T + t + t' - T'$.
Heure du milieu » ..... $= T + t + t'$.
Heure de la fin » ..... $= T + t + t' + T'$.

389. — A mesure que la Lune s'avance de L' en m, sa distance au centre S de l'ombre diminue. La partie éclipsée sera évidemment $(L'S - lS)$, quantité dont le maximum correspond à la valeur minima Sm de lS ou à

$$L'S - Sm = (\varpi_☾ + \pi_⊙ - d_⊙ + \delta_☾) - \left(\lambda + \frac{td\lambda}{3600^s}\right) \cos I.$$

Mais l'Éclipse pourra être totale longtemps avant et après cette limite. La Lune se trouvera, par exemple, entièrement plongée dans l'ombre, dès que $(L'S - lS)$ sera égal au diamètre $2\delta_☾$ de la Lune; ce qui donne, pour le commencement de l'Éclipse totale,

$$lS = LS' - 2\delta_☾ = (\varpi_☾ + \pi_⊙ - d_⊙ + \delta_☾) - 2\delta_☾$$
$$= (\varpi_☾ + \pi_⊙) - (d_⊙ + \delta_☾),$$

valeur que l'on trouverait, évidemment, la même pour la fin. Marquez donc (*fig.* 179), du point S projection du centre du Soleil sur le cône d'ombre, avec le rayon $[(\varpi_☾ + \pi_⊙) - (d_⊙ + \delta_☾)]$, les deux points l', l'' sur l'orbite relative; et de ces points, avec $\delta_☾$ pour rayon, décrivez les deux circonférences qui seront *intérieurement* tangentes au cercle de l'ombre : vous aurez

$$ml' = ml'' = \sqrt{\overline{Sl'}^2 - \overline{mS}^2}$$

$$= \sqrt{[(\varpi_☾ + \pi_⊙) - (d_⊙ + \delta_☾)]^2 - \left(\lambda + \frac{td\lambda}{3600}\right)^2 \cos^2 I};$$

et la *demi-durée* de l'Éclipse totale sera $\left(ml'\frac{\cos I.3600}{d_{☾}-d_{☉}}\right)$, pour le calcul de laquelle on augmente le rayon de l'ombre dans le rapport de 61 : 60, à cause de notre atmosphère terrestre qui intercepte les rayons lumineux passant près du sol, comme le ferait une augmentation de $\frac{1}{60}$ sur la longueur du rayon terrestre.

On donne ordinairement le maximum de l'Éclipse, en doigts, par la proportion :

$$\text{maxim. de l'Éclipse} : x \text{ doigts} :: 2\delta_{☾} : 12 \text{ doigts};$$

d'où
$$x = \frac{\text{maxim. de l'Éclipse}}{12}\, 2\delta_{☾}.$$

390. **Cas de l'Éclipse totale. — Conditions du phénomène.** — Supposez nulle la latitude de la Lune au moment de la conjonction. Le maximum de l'Éclipse (L'S — Sm) (*fig.* 178) sera alors $(\varpi_{☾}+\pi_{☉}-d_{☉}+\delta_{☾})$; et comme $d_{☉}$ et $\delta_{☾}$ sont sensiblement égaux, cette valeur se réduit à $(\varpi_{☾}+\pi_{☉})$, quantité d'environ 60 minutes, fort supérieure par conséquent à $2\delta_{☾}$ qui ne dépasse guère 32 minutes. L'Éclipse alors sera donc totale.

391. — Pour que l'Éclipse totale ne dure qu'un instant, on doit avoir (SL'— Sm) $=2\delta_{☾}$; l'équation du maximum de l'Éclipse sera alors

$$(\varpi_{☾}+\pi_{☉}-d_{☉}+\delta_{☾})-\left(\lambda+\frac{td\lambda}{3600}\right)\cos I = 2\delta_{☾}.$$

D'où vous pouvez tirer la latitude $\left(\lambda+\frac{td\lambda}{3600}\right)$ de la Lune au moment de la conjonction $=\frac{(\varpi_{☾}+\pi_{☉})-(d_{☉}+\delta_{☾})}{\cos I}$, quantité qui vaut au moins $\frac{53'-31'}{\cos I}=\frac{22'}{\cos I}$, plus grande par conséquent que 22 minutes, puisque cos I est une fraction. Donc, si la latitude de la Lune au moment de la conjonction est inférieure à $\frac{22'}{\cos I}$ et à plus forte raison à 22 minutes, l'Éclipse sera totale pendant un certain temps.

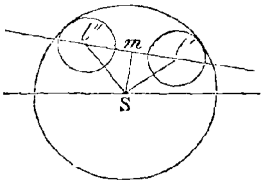
392. **Essais de détermination de la parallaxe de la Lune par les Éclipses.** — Quand on a mesuré le maximum E de l'Éclipse

$$(\text{L'S}-\text{S}m)\ (\textit{fig. } 179)=(\varpi_{☾}+\pi_{☉}-d_{☉}+\delta_{☾})-\left(\lambda+\frac{td\lambda}{3600}\right)\cos I,$$

on peut déterminer $\varpi_{☾}$ en fonction de $\pi_{☉} d_{☉} \delta_{☾}$ E. Mais cette méthode n'a pas réussi aux anciens, à cause de l'erreur occasionnée par la pénombre dont la largeur $=2d_{☉}$ et sur laquelle vous ferez aisément les mêmes calculs que nous venons de faire pour l'ombre.

393. — Le lieu qui verra le milieu de l'Éclipse au zénith aura pour latitude géographique la déclinaison de la Lune. Élevez le pôle d'un globe terrestre d'un arc égal à cette déclinaison; mettez le lieu pour lequel vous calculez, Toulouse, par exemple, sur le méridien, et l'aiguille horaire sur midi; puis tournez le globe vers l'est ou vers l'ouest d'une quantité égale à l'heure du milieu de l'Éclipse, calculée en temps de Toulouse : vous aurez au zénith le lieu cherché, et l'hémisphère supérieur de la Terre verra le milieu de l'Éclipse.

Fig. 179.



Carte de l'Éclipse à la surface terrestre. — Tournez le globe comme il sera aux instants du commencement et de la fin, avec les déclinaisons de la Lune, par conséquent avec les hauteurs du pôle qui correspondront à ces instants, et marquez sur le globe, avec un crayon, les traces de l'horizon : la partie commune aux trois hémisphères ainsi déterminés verra l'Éclipse entière; les deux fuseaux latéraux n'en verront qu'une partie, parce que la Lune se lèvera éclipsée pour l'un des fuseaux et se couchera éclipsée pour l'autre. A la rigueur, cependant, il y aurait quelque chose à retrancher pour l'action de la *parallaxe moins la réfraction* La parallaxe abaissant la Lune plus que la réfraction ne l'élève, les hémisphères devraient, en effet, être diminués de la différence précédente; mais il est inutile d'insister à cet égard.

QUINZIÈME LEÇON.

Éclipses de Soleil.

Les phases des Éclipses de Soleil sont bien plus tranchées que celles des Éclipses de Lune. — Les Éclipses de Soleil sont plus nombreuses dans leur ensemble que celles de Lune. — Prédiction des Éclipses par les anciens à l'aide de la période chaldéenne de 18 ans 11 jours nommée *saros*. — Erreurs de cette période. — Éclipses totales. — Auréole. — La polarisation de sa lumière indique une atmosphère du Soleil. — Les apparences physiques de l'auréole semblent de nature à confirmer les déductions fournies par la polarisation. — Flammes ou nuages rosés. — Hauteur probable de l'atmosphère qui entoure le Soleil. — Grandeur des flammes ou des nuages solaires. — Métaux appartenant au Soleil. — Point brillant d'Ulloa. — Éclairs à la surface lunaire pendant l'obscurité totale. — Effets frigorifiques. — Impressions produites. — *Note sur le calcul des Éclipses de Soleil.* — Conjonctions écliptiques. — Orbite relative de la Lune dans le cône lumineux. — Phases de l'Éclipse générale. — Point de la Terre qui voit le premier contact du Soleil et de la Lune par l'effet de la parallaxe horizontale. — Lieux qui voient successivement commencer l'Éclipse par l'effet des parallaxes de hauteur. — Position des lieux qui verront l'Éclipse centrale. — Effet des parallaxes obliques. — Occultations d'Étoiles. — Marche de l'ombre à la surface de la Terre. — Phases en un lieu déterminé. — Méthode des projections.

394. **Les phases des Éclipses de Soleil sont bien plus tranchées que celles des Éclipses de Lune.** — Les Éclipses de Soleil ont lieu lors des néoménies ou des conjonctions, dans des positions inverses, par conséquent, de celles qui correspondent aux Éclipses de Lune. Ces dernières, nous l'avons remarqué, laissent toujours subsister un peu de vague, parce que ni l'ombre ni la pénombre ne sont nettement tranchées. Quand, au contraire, une Éclipse de Soleil vient à se produire, la portion interceptée de la surface lu-

mineuse disparaît complétement; et si l'observateur est muni d'une lunette suffisamment grossissante pour permettre d'apercevoir les contours, s'il est d'ailleurs lui-même assez habile, il peut saisir l'instant de chacune des phases avec une exactitude presque absolue.

395. **Les Éclipses de Soleil sont plus nombreuses, dans leur ensemble, que celles de Lune.** — J'ai dit que, moins fréquentes pour chaque lieu de la Terre, les Éclipses de Soleil étaient cependant beaucoup plus nombreuses dans leur ensemble. On compte assez souvent, en effet, quatre Éclipses de Soleil et deux Éclipses de Lune seulement, dans une année. Quelquefois, cependant, on a quatre Éclipses de Soleil et trois Éclipses de Lune; mais quelquefois aussi l'on n'a pas d'Éclipses de Lune, quand on peut observer encore deux Éclipses de Soleil.

Plus généralement, sur 70 Éclipses, 41 sont des Éclipses de Soleil et 29 des Éclipses de Lune. Voulez-vous savoir à quoi tiennent ces différences? Comparez la largeur LL′ (*fig.* 180) du cône lumineux dans lequel doit entrer la Lune pour produire une Éclipse de Soleil à la largeur ll' du cône d'ombre qui donne les Éclipses de Lune, et vous trouverez aisément, en menant des parallèles lm, tn à la ligne Cs', que LL′ est presque double $\frac{14}{8}$ de ll' (1). Il n'est donc pas étonnant que la Lune pénètre dans le cône lumineux, et ne puisse

(1) On a $ll' = \frac{8}{11}\, tt'$ environ (art. 375), d'où $tm = Ln = tt' - ll' = \frac{3}{11}\, tt'$. Par conséquent, $LL' = tt' + Ln = tt' + \frac{3}{11}\, tt' = \frac{14}{11}\, tt'$. Le rapport de LL′ à ll' est donc celui de 14 : 8. Pour avoir, au reste, LL′ d'une manière plus générale, joignez TL′ et TS′; le triangle CTL′ vous donnera

$$(C + L' = C + \varpi_{☾}) = OTL';$$

le triangle CTS′ donne aussi

$$(C + S' = C + \pi_{\odot}) = STs' = d_{\odot},$$

d'où éliminant C,

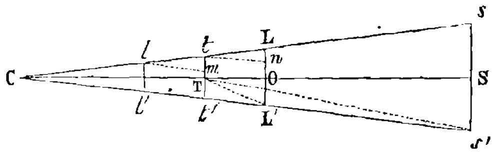
$$\varpi_{☾} - \pi_{\odot} = OTL' - d_{\odot},$$

et par suite,

demi-largeur angulaire OTL′ du cône lumineux $= \varpi_{☾} - \pi_{\odot} + d_{\odot}$.

même pas, à quinze jours d'intervalle, c'est-à-dire dans des conditions sensiblement identiques de distance à l'Écliptique,

Fig. 180.



effleurer le cône d'ombre; que le nombre des Éclipses de Lune soit de beaucoup inférieur, en un mot, à celui des Éclipses de Soleil (1).

396. **Prédiction des Éclipses par les anciens à l'aide de la période chaldéenne de 18 ans 11 jours, nommée Saros. — Erreurs de cette période.** — On trouve, dans *l'Art de vérifier les dates*, un catalogue d'Éclipses, calculé par

(1) Les considérations précédentes permettent d'obtenir aussi très-aisément les valeurs moyennes des plus grandes durées que puissent avoir les Éclipses soit de Lune, soit de Soleil; car en prenant

$$ll' = \frac{8}{11}\, tt', \quad \mathrm{LL}' = \frac{14}{11}\, tt',$$

on trouve pour les angles sous-tendus par ll', LL', vus de la Terre à la distance de 60 fois le rayon ou 30 fois le diamètre du globe terrestre,

$$\operatorname{tang} l\mathrm{T}l' = \frac{8}{11} : 30 = \frac{8}{330}, \quad \operatorname{tang} \mathrm{LTL}' = \frac{14}{11} : 30 = \frac{14}{330};$$

d'où $\quad \mathrm{T}l' = 1^\circ\, 23'\, 20'' = 5000'', \quad \mathrm{LTL}' = 2^\circ\, 25'\, 45'' = 8745''$;

et comme la Lune, dans son mouvement autour de la Terre, gagne sensiblement sur le Soleil une *demi-seconde* de degré par seconde de temps, ainsi qu'il est facile de le voir d'après les durées des révolutions, les valeurs précédentes fournissent 10000 secondes $= 2^h\, 46^m\, 40^s$ pour la durée maxima des Éclipses de Lune, et 17480 secondes ou $4^h\, 51^m\, 20^s$ pour celle des Éclipses de Soleil.

A quoi il faut ajouter, en observant que les nombres précédents supposent le Soleil et la Lune réduits à des points, une heure environ pour le passage de chacun des diamètres égaux à peu près, l'un et l'autre, à 30 minutes; plus, dans les Éclipses de Lune, deux heures pour les deux pénombres dont nous avons trouvé les largeurs sensiblement les mêmes que celle du diamètre solaire et qui, réunies, valent par con-

Pingré pour 3000 ans. Ce sont, on le voit, de larges à-compte sur l'avenir. Les anciens ne pouvaient avoir d'aussi vastes prétentions, car ils étaient loin de posséder des tables astronomiques suffisantes pour permettre de déterminer les positions des Astres, avec certitude, à des époques un peu éloignées de celles des observations. Et cependant ils avaient découvert le moyen de prédire les Éclipses plusieurs années à l'avance, en se servant de la période de 18 ans 11 jours, qui comprend d'un côté 223 lunaisons, de l'autre 19 retours successifs du Soleil à la même position par rapport aux nœuds de la Lune.

A cause de leur mouvement *rétrograde* sur l'Écliptique, ces nœuds sont, en effet, rencontrés par le Soleil, dont la marche est *directe* au contraire, plus souvent qu'ils ne le seraient s'ils demeuraient immobiles; car, dans ce dernier cas, entre deux rencontres successives il s'écoulerait une année sidérale tout entière, tandis qu'il ne s'écoule réellement que 346$^{\text{jours}}$,619, c'est-à-dire un nombre de jours dont la multiplication par 19 donne 6585$^{\text{jours}}$,761 ou 18$^{\text{ans}}$11$^{\text{jours}}$,40; durée presque identiquement égale à celle 6585$^{\text{jours}}$,3220 (18$^{\text{ans}}$10$^{\text{jours}}$,9624) de 223 lunaisons. Après chacune des périodes précédentes, déjà remarquées, au reste, par les Chaldéens qui leur avaient donné le nom de *Saros*, le Soleil et la Lune se retrouveront donc, successivement, dans des conditions identiques, sauf les inégalités de mouvement dont nous nous sommes déjà occupés et dont nous faisons abstraction ici. Les distances de la Lune à l'Écliptique, celles du Soleil à la ligne des nœuds, les

séquent 1 degré ou 60 minutes, correspondant à 120 minutes de temps. D'où il résulte, en définitive, $5^{h}46^{m}40^{s}$ tout compris, diamètre, ombre et pénombre, pour la durée maxima des Éclipses de Lune et $5^{h}51^{m}20^{s}$ pour les plus longues Éclipses de Soleil. Il doit être entendu seulement que ces nombres peuvent varier, en plus ou en moins, de quelques minutes suivant les diamètres apparents qui changent avec les distances, et qu'en outre je ne parle ici que des Éclipses centrales, c'est-à-dire des Éclipses dans lesquelles le centre de la Lune vient rencontrer exactement la ligne qui joint les centres du Soleil et de la Terre.

positions respectives des deux Astres et de leurs orbites, lors des conjonctions, des oppositions, etc., etc., les diverses particularités, en un mot, qui occasionnent ou qui empêchent la production des Éclipses, repasseront par les mêmes phases qu'elles avaient déjà parcourues, et l'observation des Éclipses d'une période permettra d'annoncer les Éclipses de la période suivante.

Remarquez seulement que les perturbations éprouvées par la Lune sont fort nombreuses, et que les prédictions pourraient se trouver en défaut pour quelques Éclipses, pour celles principalement (très-faibles) où la Lune effleure à peine le cône enveloppe de la Lune et du Soleil. La durée de 223 lunaisons n'étant pas, d'ailleurs, rigoureusement égale à celle de 19 *révolutions synodiques* des nœuds de la Lune (on nomme ainsi l'intervalle $346^{j},619$ signalé plus haut), et la rotation de la Terre faisant changer rapidement la position des points sur lesquels se promène ici-bas l'ombre de la Lune pendant les Éclipses de Soleil, on s'exposerait à de graves mécomptes si, dans le cas de ces dernières, on se hasardait, par le seul emploi du *Saros*, à prédire autre chose que les Éclipses *générales*, et à spécifier le phénomène relativement à des lieux déterminés. Aussi les anciens bornèrent-ils l'usage de la période précédente aux Éclipses de Lune. Quant aux modernes, quoique possesseurs de méthodes plus certaines, ils l'emploient cependant encore aujourd'hui, mais uniquement pour reconnaître d'avance à quelles époques des Éclipses sont possibles, afin de ne pas discuter inutilement des conjonctions ou des oppositions qui se trouveraient, après les calculs effectués, être sans résultat.

397. **Observation des Éclipses partielles.** — Par suite d'une vieille habitude, on divise ordinairement la surface, ou plutôt le diamètre du Soleil, quelquefois aussi le diamètre de la Lune, en douze parties égales qu'on appelle *doigts*; et pour caractériser les Éclipses partielles, on énonce le nombre de doigts qui disparaissent. Les phénomènes à constater dans ces Éclipses ne présentent, au reste, rien de bien remarquable. Aussi, d'ordinaire, se borne-t-on, en vue, soit des

besoins de la géographie, soit de la vérification ou du perfectionnement des tables astronomiques, à déterminer le commencement, la fin, et parfois la disparition de quelques taches.

Éclipses annulaires et centrales. — Je citerai néanmoins parmi les Éclipses partielles de Soleil, comme un phénomène des plus curieux, les éclipses *annulaires*, dans lesquelles on voit le contour du Soleil déborder le disque lunaire et former autour de ce dernier un anneau lumineux qui, si l'un des centres s'est exactement projeté sur l'autre vers le milieu du phénomène (auquel cas l'Éclipse est dite *centrale*), peut persister pendant six minutes environ (1). Il n'y a guère là, toutefois, que de quoi défrayer la curiosité. Quant aux Éclipses totales, au contraire, elles présentent des particularités de nature à nous éclairer, nous l'avons déjà remarqué, sur la constitution physique du Soleil.

398. **Éclipses totales. — Auréole ; la polarisation de sa lumière indique une atmosphère du Soleil.** — Dès 1842, par exemple, M. Arago, et plus tard, pendant l'Éclipse totale de 1851, M. d'Abbadie, avaient trouvé de la lumière polarisée, sans pouvoir toutefois en mesurer la proportion, dans l'auréole qui se montre au moment où le Soleil disparaît, et même plusieurs minutes auparavant. C'était un pre-

(1) Le diamètre apparent du Soleil périgée = 32′ 36″; celui de la Lune apogée ne vaut que 29′ 34″. Dans ce cas, la différence (3′ 2″) qui forme la largeur de l'anneau, soit au premier contact intérieur, soit au second, ou, si l'on aime mieux, quand l'Éclipse annulaire commence et quand elle finit, correspond à une durée de $6^m 4^s$ environ, puisque la Lune parcourt sensiblement, par rapport au Soleil, une demi-seconde de degré dans chaque seconde de temps. C'est évidemment la plus grande durée possible des Éclipses annulaires.

Si le Soleil était apogée et la Lune périgée, le diamètre apparent (31′ 30″) du premier des deux Astres serait alors plus petit que celui (33′) du second, et l'Éclipse, même centrale, ne pourrait être annulaire.

Dans les autres distances du Soleil et de la Lune, les Éclipses *centrales*, ou à *très-peu près centrales*, seront tantôt annulaires, tantôt au contraire totales, suivant les grandeurs des diamètres apparents.

mier pas vers la solution de questions importantes; car si la couronne lumineuse émet réellement de la lumière polarisée, on ne doit point hésiter à la considérer comme une atmosphère appartenant au Soleil, parce que des couches gazeuses placées autour de cet Astre suffiraient très-bien à polariser sa lumière par réflexion, tandis qu'il en est autrement du phénomène connu sous le nom de *diffraction*, auquel divers Astronomes ont attribué l'auréole.

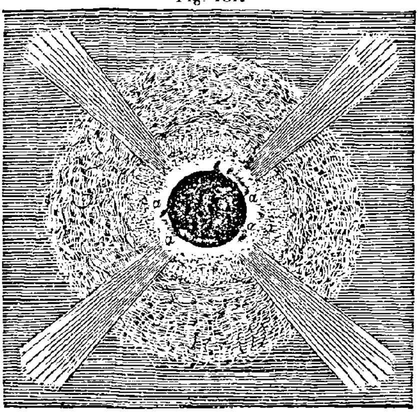
Quoi, par conséquent, de plus opportun que de compléter les observations de MM. Arago et d'Abbadie, de manière à découvrir si la lumière polarisée de la couronne lumineuse des Éclipses totales ne provient pas des réflexions multiples opérées dans notre propre atmosphère? C'est précisément ce que tenta, le 18 juillet 1860, M. Prazmowski, auquel nous devons d'avoir singulièrement élucidé la question.

Grâce à l'emploi d'un polariscope convenablement approprié, l'habile Astronome de Varsovie reconnut, en effet, que la lumière polarisée émanait bien réellement de l'auréole, et que le plan de polarisation se trouvait même, pour chaque point, perpendiculaire au contour de la Lune. Comme d'ailleurs la polarisation était très-intense, M. Prazmowski put conclure, avec une certitude presque absolue, que les molécules gazeuses sur lesquelles s'opérait la réflexion envoyaient de la lumière sous l'angle de polarisation maxima. Cet angle est, pour les gaz, égal à 45 degrés; d'où il résulte « que les » molécules gazeuses réfléchissantes, ajoute M. Prazmowski, » devaient se trouver à proximité du Soleil, condition qu'une » atmosphère solaire semble seule pouvoir remplir. »

Déjà cependant, il est juste de le dire, M. Victor Mauvais avait cru voir, en 1842, les teintes complémentaires du polariscope moins vives sur la Lune que sur la couronne qui, dès lors, aurait ajouté sa propre polarisation à celle de notre atmosphère, projetée devant la Lune. Mais, il est juste de le dire aussi, l'observation de l'Astronome français, faite à la hâte, presque à l'improviste, ne paraît pas comporter le même degré de certitude que l'observation, dès longtemps préparée, de M. Prazmowski, auquel revient par conséquent, à peu près exclusivement, l'honneur d'un aussi intéressant résultat.

399. **Les apparences physiques de l'auréole semblent de nature à confirmer les déductions fournies par la polarisation.** — Quoi qu'il en soit, du reste, à cet égard, le doute ne semble guère plus possible; et j'ajoute que, même en dehors de tout autre motif déterminant, mes propres impressions me porteraient très-fortement à adopter les conclusions de M. Prazmowski, du moins pour la portion de l'auréole qui repose immédiatement sur la photosphère. Dans la plupart, en effet, des Éclipses totales observées jusqu'à présent, la couronne lumineuse était formée, généralement, de deux ou de trois anneaux concentriques d'aspect très-différent. Le premier, beaucoup plus brillant, avait, en 1860 (*fig.* 181), une largeur angulaire de 7' 30", et présentait à l'œil une lumière calme, je pourrais presque dire une apparence reposée qui caractérisait également le second, moins vif et large, à son tour, de 9' 30", mais qui contrastait assez fortement avec les irrégularités, avec les tourbillonnements (analogues à ceux des soleils d'artifice) remarqués dans le troisième anneau dont l'amplitude s'étendait jusqu'à 28 minutes au-dessus du second, de manière à donner à l'auréole entière une largeur totale de 45 minutes à peu près.

Fig. 181.



C'est à ce troisième anneau, sur lequel M. Prazmowski ne paraît pas, que je sache, s'être spécialement arrêté pour l'étudier séparément, qu'on pourrait, à la rigueur, ainsi que l'ont fait plusieurs Astronomes, appliquer des restrictions. Mais l'expérience capitale citée plus haut ne paraît pas permettre de considérer l'ensemble de l'auréole comme un jeu de lumière. Et même encore, dans l'hypothèse où le troisième anneau serait tout simplement produit par la diffraction, faudrait-il expliquer pourquoi certaines Éclipses ont laissé voir des aigrettes imitant celles que les peintres placent dans les gloires dont ils ornent les têtes des Saints (quatre en 1860, deux seulement en 1842, etc.), et traversant la couronne sur toute sa largeur, depuis la photosphère jusqu'aux extrémités du troisième anneau, quelquefois même s'étendant au delà, quand d'autres Éclipses, au contraire, n'ont rien présenté de semblable; pourquoi l'auréole, de 45 minutes en 1860, n'avait que 8 ou 10 minutes en 1842, 30 en 1851, etc.; pourquoi les séparations assez prononcées des trois anneaux de 1860, des deux anneaux de 1842, n'existaient pas, d'après M. Kutczycki dans la couronne lumineuse de l'éclipse de 1850, et, d'après M. Mauvais, dans celle de 1851, etc.; particularités qui pourraient, conformément aux idées de M. Swan, s'expliquer par des couches de nuages appartenant à l'atmosphère du Soleil et laissant passer des proportions de lumière plus ou moins grandes, suivant leur épaisseur, leur disposition respective, etc.; d'où résulteraient, soit la séparation de l'atmosphère en anneaux concentriques, soit l'absence d'anneaux et le décroissement graduel de l'éclat, soit la différence d'étendue apparente entre les auréoles présentées par différentes éclipses, soit enfin les aigrettes, qui proviendraient tout simplement d'une illumination portée plus loin à travers les trouées des couches nuageuses, etc.

400. **Flammes et nuages rosés.** — Il est vrai que dans l'hypothèse de la diffraction l'on trouverait aussi peut-être le moyen d'expliquer les phénomènes. Toutefois, les flammes rosées *a* (*fig.* 182) qui se montrent autour de la Lune, et dont quelques-unes ont été vues en surplomb (Éclipse de 1860), ou même entièrement séparées du disque lunaire (Éclipse de 1851), ajoutent, ce me semble, de puissantes probabilités à l'hypothèse d'une atmosphère; car alors d'immenses nua-

ges rendraient compte également de l'aspect accidenté des flammes, de leur isolement dans l'intérieur de l'auréole, de leur apparition d'abord vers la partie orientale du contour lunaire, puis vers la partie occidentale; de la diminution graduelle de celles que la Lune tend de plus en plus à recouvrir, et de la croissance, au contraire, de celles qui se dégagent de dessous notre Satellite; de la disparition des premières 30 à 40 secondes avant que les autres disparaissent à leur tour, etc.

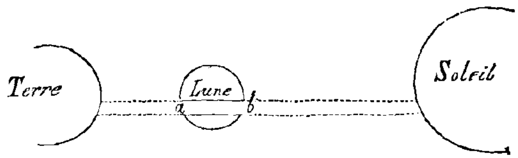
401. **Hauteur probable de l'atmosphère qui entoure le Soleil. — Grandeur des flammes ou des nuages solaires.** — Devant les divergences que la question a soulevées, je ne crois pas, au reste, devoir insister plus longuement, et je me borne à dire que, sous un autre point de vue, par l'absence de lumière polarisée, les flammes rosées présentent de curieuses analogies avec les nuages de notre propre atmosphère. Je ferai remarquer, d'ailleurs, que si l'on voulait considérer comme l'atmosphère du Soleil l'auréole entière observée en 1860, la valeur angulaire (45 minutes) de cette auréole correspondrait à une hauteur de 500 000 lieues; mais que la hauteur se réduirait à 83 000 lieues seulement avec l'angle (7′ 30″) sous-tendu par l'anneau intérieur, et à 190 000 lieues avec celui (17 minutes) sous-tendu par les deux premiers anneaux. J'ajouterai également, pour donner une idée de la grandeur des flammes ou des nuages solaires, que plusieurs atteignirent, en 1860, jusqu'à 8 minutes de longueur, avec des épaisseurs de 50 minutes à 100 secondes, ce qui leur assignerait des dimensions réelles de 90 000 sur 9 000 à 18 000 lieues. J'ajouterai encore que l'une des flammes de la même Éclipse était séparée du contour lunaire, en surplomb par conséquent, sur une étendue de 30 secondes, c'est-à-dire de 5 500 lieues. J'ajouterai enfin que, vers les premiers jours du mois d'août 1860, le bord oriental du Soleil présenta quelques taches dont il me sembla possible de rattacher assez convenablement l'apparition à celle des flammes rosées du 18 juillet.

402. **Métaux appartenant au Soleil.** — Nous voilà donc, si je ne me trompe, ramenés par l'ensemble des considé-

rations précédentes à la théorie déjà développée sur la constitution physique du Soleil. Pour ne rien omettre d'important, rappelons ici que de curieuses révélations, dues à la physique moderne (note du n° 307), sont venues, dans ces derniers temps, nous apprendre une particularité nouvelle et pleine d'intérêt : je veux dire la présence, sur le Soleil, de quelques-uns de nos métaux, du sodium, du potassium, du calcium, du fer, du nickel, du cobalt, du cuivre, du zinc, etc., accusée, suivant MM. Kirchhoff et Bunsen, par certaines raies des spectres lumineux provenant de la réfraction à travers les prismes (1). Ne semble-t-il pas, d'après cela, permis de supposer aussi que les pics, ou plutôt que les flammes rosées des Éclipses totales, sont tout simplement des amas de vapeurs en partie métalliques, et sortant des vastes cratères dont le noyau du Soleil se trouverait parsemé ?

403. **Point brillant d'Ulloa.** — Je reviens aux Éclipses. En 1778, le navigateur espagnol don Antonio d'Ulloa crut apercevoir, pendant l'obscurité totale, un point lumineux très-brillant dans la région nord-ouest de notre Satellite ; et, pour expliquer ce phénomène, il supposa que la Lune était percée, de part en part, d'une ouverture *ab* (*fig.* 182), à

Fig. 182.



travers laquelle on aurait aperçu le Soleil. D'après le calcul de Lalande, basé sur la position apparente du point lumi-

(1) C'est dans l'atmosphère extérieure à la photosphère que sont ces divers métaux. Il est singulier que parmi eux ne se rencontrent ni l'argent, ni l'or, non plus que l'étain, le plomb, l'antimoine, le mercure, etc., qui peuvent se trouver néanmoins dans d'autres points de la masse solaire.

neux, l'ouverture aurait dû avoir 109 lieues de longueur. On conçoit d'ailleurs qu'un déplacement, même assez faible, suffirait pour changer l'orientation de l'observateur, relativement à l'axe de l'ouverture, et pour faire perdre, par conséquent, le Soleil de vue. Mais on ne comprend pas aussi bien qu'un pareil puits *ab* pût se maintenir *obliquement* à la surface lunaire.

Toutefois, en 1842, d'autres observateurs virent des points brillants analogues à celui d'Ulloa : M. Valz, à Marseille, entre autres; M. Pinaud, à Narbonne; M. Pedro Vieta, médecin à Barcelone, etc. Pourquoi rien ne fut-il aperçu par les Astronomes placés entre les stations précédentes? J'ai quelque peine à me l'expliquer, et j'avoue que je trouve là des motifs très-sérieux de doute, malgré l'habileté reconnue de quelques-uns des observateurs, de M. Valz surtout, Astronome consommé, qui crut, au reste, pouvoir rendre compte du fait par une longue vallée, de 150 lieues environ, régnant à la surface de la Lune. L'opinion d'un homme tel que M. Valz mérite certes d'être respectée. Cependant, je ne vois pas trop comment, à moins de surplombs énormes, on arriverait, dans son hypothèse, à fermer la vallée par le haut, en faisant intervenir tout simplement avec lui « la superposition, » par voie de projection, des angles saillants des flancs mon- » tagneux qui la limitent, tandis que le fond, enfoncé de » 8 lieues au-dessous de la surface générale de la Lune, serait » resté naturellement rectiligne. » Ne pourrait-il pas plutôt se faire que, sous le coup de la vive émotion occasionnée par un phénomène dont la durée doit être si éphémère, et pressé de mettre à profit de trop courts moments qu'il doit craindre de ne voir jamais se représenter pour lui, l'observateur, même le plus habile, soit exposé à quelques illusions? qu'il prenne, par exemple, pour des points lumineux appartenant à la Lune les images réfléchies, sur son œil d'abord, sur l'oculaire de sa lunette ensuite, soit des Astres devenus visibles pendant l'obscurité de l'Éclipse totale, soit de quelques autres lumières placées par hasard de manière à se trouver deux fois réfléchies ?

404. **Éclairs à la surface lunaire pendant l'obscu totale.** — On aperçoit souvent aussi, pendant les Éclips tales de Soleil, des espèces d'éclairs qui sillonnent la su lunaire. Mais ici l'explication n'a rien d'embarrassant; car semble indiquer que le phénomène provient d'Étoiles f tes dont l'éclat irait se perdre dans celui de l'auréole, r s'être manifesté sur le fond obscur formé par la Lune. Qu à l'idée souvent émise de volcans encore en ignition, il pa difficile de la soutenir raisonnablement, puisqu'aux époqu des néoménies on ne voit aucune trace de points étincelant qui se manifesteraient alors évidemment, un jour ou l'autre avec assez d'intensité pour être quelquefois aperçus.

405. **Effets frigorifiques.** — Des effets de refroidissement sont occasionnés aussi par les Éclipses de Soleil, et chacun s'est déjà dit sans doute que leur intensité doit être en rapport avec la grandeur du phénomène. C'est ce qui a lieu généralement. Toutefois, le climat, l'heure de l'Éclipse, la hauteur angulaire du Soleil, l'élévation de l'observateur au-dessus du niveau de la mer, etc., etc., et mille autres circonstances accidentelles, peuvent faire naître des anomalies. Le 18 juillet 1860, par exemple, à Briviesca (Espagne), le thermomètre centigrade, qui marquait à l'ombre 16°,5 avant l'Éclipse, descendit à 14°,1 seulement, pendant l'obscurité; tandis qu'à Toulouse, où l'Éclipse ne fut pas totale, (11 doigts,5), le même instrument, aussi à l'ombre, s'abaissa de 26 degrés à 20°,5. En 1842, à Perpignan, la campagne se couvrit de rosée pendant l'Éclipse totale du 8 juillet, et cependant la variation thermométrique, à l'ombre, n'atteignit que 3 degrés. Milan ressentit un abaissement de 3°,4; Venise de 3°,1, etc. Mais, au Soleil, les écarts sont, d'ordinaire, plus considérables. Ainsi, d'après les observations de MM. Otanô, Mallaina, Collantès, à Briviesca, le 18 juillet 1860, ces écarts s'élevèrent jusqu'à 13°,3 (de 33 degrés à 19°,7). En 1842, à Perpignan, ils avaient été de 5°,5 avec un thermomètre à boule vitreuse ordinaire et de 8°,7 avec un thermomètre à boule noircie, etc., etc.

406. **Impressions produites.** — Les Éclipses de Soleil

[illegible] souvent, comme les Éclipses de Lune, causé de vives [illegible]eurs. Il n'est personne qui ne connaisse, entre autres, [illegible]enture de Périclès et du pilote sur les yeux duquel le [illegible]s athénien dut jeter son manteau pour lui faire com-[illegible]dre que l'obscurcissement du Soleil provenait du pas-[illegible] d'un corps opaque devant cet Astre. Quelquefois aussi, [illegible]endant, les phénomènes dont nous venons de nous oc-[illegible]per ont pu profiter à la morale, témoin celui qui, l'an 31 [illegible]notre ère, provoqua de la part d'un empereur de la Chine [illegible]tte singulière déclaration : « La Lune, disait le Potentat, [illegible] est l'image des sujets; le Soleil, l'image des rois. Depuis quelques années, les mouvements des Astres sont altérés. » Que chacun s'empresse donc de venir m'apporter les con- » seils de la sagesse, car les défauts des sujets ont leur » source dans les vices des rois. »

Mais la frayeur est l'impression qui fut le plus longtemps habituelle, donnant même parfois naissance à de piquantes anecdotes. N'ai-je pas lu, par exemple, qu'en 1654 la peur d'une Éclipse poussait les gens à se confesser en foule; à tel point qu'un bon et spirituel curé des environs de Paris, ne pouvant suffire à sa nouvelle besogne, dut annoncer à ses convertis de fraîche date que l'Éclipse était renvoyée à quinzaine? Le fait est que les Eclipses de Soleil, celles qui sont totales surtout, ont quelque chose de singulièrement imposant et de lugubre à la fois. Les objets prennent une teinte livide; les belles Étoiles apparaissent dans le Ciel. Et pourtant, sous la pâle illumination produite par l'auréole, ce n'est pas complétement la nuit : c'est une sorte de crépuscule blafard et jaunâtre, pendant lequel on peut voir certaines plantes (*Colutea, Julibrissin, Convolvulus,* etc.) se fermer; les oiseaux regagner leur nids (1), les fourmis cesser leur travail et se hâter vers leurs demeures souterraines; les chevaux,

(1) On a vu des oiseaux morts dans leurs cages, d'autres dans les rues et sur les toits. Mais il est très-possible que ce soit moins un résultat de la frayeur qu'une conséquence des coups donnés soit contre les barreaux des cages, soit contre les murs des maisons, durant l'obscurité.

les bœufs s'adosser comme devant un danger imminent; les poussins se presser sous l'aile de leur mère; les chauves-souris, les hiboux quitter leurs retraites; des chiens affamés lâcher leur proie; les hommes enfin, eux-mêmes, bien qu'aujourd'hui, grâce aux progrès de l'instruction, ils n'aient plus, en contemplant une éclipse de Soleil, d'autre mobile que la curiosité, ressentir néanmoins des impressions indéfinissables, de l'étonnement, de l'admiration, un enthousiasme silencieux d'abord, puis se manifestant, dès que le premier rayon du Soleil vient à reparaître, par des cris, par des applaudissements, par des larmes.

Certes, quand on est témoin de l'effet produit par la solennité grandiose du phénomène sur ceux qui sont préparés d'avance, pourrait-on s'étonner que les hommes en aient été si longtemps frappés, alors que, le voyant arriver à l'improviste, ils devaient être portés si naturellement à le prendre pour un signe précurseur des vengeances du Ciel? Voulez-vous, comme on dit vulgairement, saisir à cet égard la nature sur le fait? Voici ce que me racontait, en 1842, M. Eugène Bouvard, arrivant de Digne, où il avait observé l'Éclipse :

« Un jeune berger des Basses-Alpes était sorti dans la matinée du 8 juillet, par un Ciel splendide, pour garder son troupeau. Lorsqu'il vit le jour s'affaiblir peu à peu, le Soleil s'échancrer et disparaître graduellement, sans qu'aucun nuage pût lui donner l'explication de ce phénomène, il fut pris d'une inquiétude extrême; et quand la lumière s'éteignit tout à fait, le pauvre enfant, éperdu de frayeur, se mit à courir vers les habitations voisines en appelant au secours. Le Soleil venait de reparaître au moment où l'on arrivait pour le rassurer, et lui, dans une sorte d'extase, à genoux, les bras tendus vers le Ciel, laissant échapper de grosses larmes qui coulaient lentement sur ses joues, s'écriait en croisant les mains : « O beou Souleou! ô beou Souleou! (O beau Soleil! ô beau Soleil!) (1) »

(1) Ce qui rendra toujours les Éclipses totales si imposantes, c'est

Aussi Pythagore conseillait-il surtout deux études comme les plus utiles à l'homme : la morale pour régler le cœur, la nature pour éclairer l'esprit. « Car, afin d'être sage, » non par faiblesse mais par principe, il faut arriver, di- » sait-il, à penser fortement, c'est-à-dire à s'affranchir des » préjugés qui nous empêchent d'apprécier à sa véritable » grandeur l'éternelle immuabilité de la puissance créatrice. » — Une dernière anecdote à ce sujet, puisque je m'y trouve si naturellement conduit. Je la rapporte ici telle que ma mémoire me la rappelle, sans pouvoir actuellement préciser où je l'ai trouvée ; j'ai soin de conserver, néanmoins, à certaines expressions, pour ne pas en affaiblir l'énergie, leur pittoresque trivialité.

Quelques philosophes du siècle dernier, discutant, un jour, sur l'existence de Dieu, formèrent un tribunal devant lequel des avocats furent chargés de plaider alternativement le pour et le contre. Quand les arguments de l'athéisme eurent été longuement développés par celui qui faisait l'office d'*accusateur public*, l'*avocat de Dieu* (un cardinal, autant qu'il m'en souvient, et un homme d'esprit également, si je ne me trompe) se borna tout simplement à répondre :

« Je joue aux dés et je fais *rafle* de six ; je dis : c'est bien. » Je jette encore, et je fais de nouveau *rafle* de six. C'est » bien ; mais cela m'étonne. — Puis trois, quatre, cinq fois,..., » cent fois,..., mille fois, toujours *rafle* de six !... Oh ! oh ! il » n'y a pas de milieu ; les dés sont pipés ! — De même, quand » je vois les phénomènes arriver toujours avec une régularité

leur excessive rareté, surtout dans un même lieu. Ainsi nous n'aurons, jusqu'à la fin du XIXe siècle, que *quatre* Éclipses totales :

1° Le 22 décembre 1870 ; visible en Algérie, dans l'Espagne méridionale, en Sicile et en Turquie.

2° Le 19 août 1887 ; visible dans le nord-est de l'Allemagne, la Russie méridionale et l'Asie centrale.

3° Le 9 août 1896 ; visible dans le Groenland, la Laponie et la Sibérie.

4° Le 28 mai 1900 ; visible dans les États-Unis d'Amérique, en Espagne, en Algérie et en Égypte.

» parfaite, les levers, les couchers, les mouvements des » Astres, les Éclipses enfin, se reproduire sans cesse, con- » formément aux prévisions du calcul, je dis encore : il » n'y a pas de milieu, la nature est pipée. »

Dire que la nature est pipée, n'est-ce pas en même temps (qu'on me pardonne ce retour à des locutions d'une autre époque) dire qu'il y a derrière elle « un Dieu qui la pipe? »

NOTE

SUR LE CALCUL DES ÉCLIPSES DE SOLEIL.

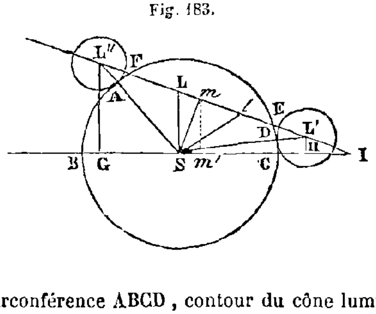
407. **Conjonctions écliptiques.** — Les conjonctions écliptiques sont données par la période de 18 ans 11 jours. Mais à défaut de cette période quelquefois fautive (n° 396), on peut employer la distance de la Lune au nœud lors de la conjonction, et se servir de la règle de Delambre. — *Eclipse certaine* si, à la conjonction en longitude, la distance de la Lune au nœud est au-dessous de 13° 33′. — *Eclipse impossible* si cette distance est supérieure à 19° 44′. — Le doute et les tâtonnements n'auront donc lieu qu'entre des limites assez resserrées.

408. **Orbite relative de la Lune dans le cône lumineux.** — Cela posé, souvenons-nous que le rayon du cône lumineux, dans la région de la Lune, a pour expression $\varpi_{\leftmoon} - \pi_{\odot} + d_{\odot}$ (note 1re du n° 395). Quand le bord de la Lune touchera le cône, le centre du satellite sera donc à la distance $(\varpi_{\leftmoon} - \pi_{\odot} + d_{\odot} + \delta_{\leftmoon})$ de l'axe, et l'Éclipse générale commencera. Si, par conséquent, avec

$$\varpi_{\leftmoon} - \pi_{\odot} + d_{\odot} = SA$$

(*fig.* 183), vous décrivez la circonférence ABCD, contour du cône lumineux; et si, sur le plan de cette circonférence, au moyen de l'équation $\tan I = \frac{d\lambda}{d_{\leftmoon} - d_{\odot}}$, vous placez l'orbite relative IL′L″ de la Lune, l'intersection de cette orbite, en L′L″, par l'arc de cercle décrit du rayon $(\varpi_{\leftmoon} - \pi_{\odot} + d_{\odot} + \delta_{\leftmoon})$

Fig. 183.



vous donnera les points L′L″ que le centre de la Lune devra venir occuper au commencement et à la fin de l'Éclipse générale.

409. **Phases de l'Éclipse générale.** — Par des calculs identiques à ceux que nous avons déjà faits pour les Éclipses de Lune, vous pourrez déterminer le moment $T+t$ de la conjonction en L, la plus courte distance Sm des centres, et le temps de mL' ou de mL'', c'est-à-dire la demi-durée de l'Éclipse générale. Vous aurez en effet

$$SL=\left(\lambda+\frac{td\lambda}{3600^s}\right),\quad Sm=SL\cos I,\quad mL=SL\sin I,\quad \text{temps de } mL=\frac{mL.3600^s.\cos I}{d☾-d☉},$$

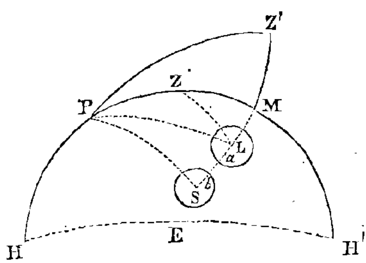
$$SL'=SL''=(\varpi_{☾}-\pi_{☉}+d_{☉}+\delta_{☾}),\quad mL'=mL''=\sqrt{\overline{SL'}^2-\overline{Sm}^2},$$

$$Hm'=m'G=mL'\cos I,\quad \text{demi-durée}=\frac{Hm'.3600^s}{d☾-d☉},$$

équations qui vous feront connaître toutes les particularités de l'Éclipse générale, au moyen des longitudes, des latitudes, des parallaxes et des mouvements horaires, déterminés à un moment T, voisin de la conjonction.

410. — Afin de trouver maintenant dans quels endroits on verra les phases, soient : HEH′ (*fig.* 184) l'horizon (1) du lieu où l'on a calculé, pour une heure déterminée, les positions du Soleil et de la Lune; HPMH′ le méridien de ce lieu; P le pôle; Z le zénith; enfin S, L les centres du Soleil et de la Lune, rapportés au centre de la Terre. Quand la distance *ab* des bords se trouvera réduite à quelques minutes, la parallaxe, en abaissant la Lune dans le plan ZL, pourra l'amener sur le Soleil. Mais si vous voulez avoir l'effet entier de la parallaxe, prolongez l'arc SL jusqu'à un certain zénith Z′, et supposez que, pour ce zénith, les points *a* et *b* sont à l'horizon. Il est

Fig. 183.



évident que les distances zénithales Z′*a*, Z′*b*, rapportées au centre de la Terre, c'est-à-dire les distances zénithales vraies, ont pour valeurs $(90°-\varpi_{☾})$, $(90°-\pi_{☉})$; d'où il résulte que l'arc *ab* est égal à $(\varpi_{☾}-\pi_{☉})$, et qu'en outre la parallaxe produit son effet maximum, puisqu'elle agit à l'horizon même.

(1) HEH′ est la portion est de l'horizon dans la figure, où la Lune, s'avançant de L vers S, marche de l'ouest à l'est. C'est donc à l'est que L et S sont situés sur la figure actuelle.

Point de la Terre qui voit le premier contact du Soleil et de la Lune, par l'effet de la parallaxe horizontale. — Le point de la Terre dont Z′ est le zénith, verra donc, le premier, un contact à l'horizon; et vous déterminerez aisément la position de ce point par les triangles LPS, Z′PS dans lesquels, pour le commencement de l'Éclipse générale, c'est-à-dire pour le moment où $ab = (\varpi_{☾} - \pi_{\odot})$, vous connaissez :

$$PS = 90^o - \text{Décl. du Soleil} = 90^o - D_{\odot},$$
$$PL = 90^o - \text{Décl. de la Lune} = 90^o - D_{☾},$$

$LPS = Æ_{\odot} - Æ_{☾} =$ différ. d'ascension droite du $\odot$ et de la ☾, enfin

$$Z'S = 90^o - \pi_{\odot} + d_{\odot},$$

auquel cas, en effet, la distance LS du centre L de la Lune au centre S du Soleil est bien égale à

$$(\varpi_{☾} - \pi_{\odot} + d_{\odot} + \delta_{☾})$$

comme nous l'avons trouvé plus haut.

Le premier des deux triangles précédents, LPS, vous donnera d'abord

$$\begin{aligned}\cos PL = \sin D_{☾} &= \cos PS.\cos LS + \sin PS.\sin LS.\cos S\\ &= \cos D_{\odot} \cos(\varpi_{☾} - \pi_{\odot} + d_{\odot} + \delta_{☾})\\ &\quad + \cos D_{\odot} \sin(\varpi_{☾} - \pi_{\odot} + d_{\odot} + \delta_{☾}) \cos S;\end{aligned}$$

d'où vous tirerez la valeur de S.

Puis, à cause de $Z'b = 90^o - \pi_{\odot}$ et par suite $Z'S = 90^o - \pi_{\odot} + d_{\odot}$, vous aurez dans le second triangle, Z′PS,

$$\begin{aligned}\cos Z'P &= \cos PS.\cos Z'S + \sin PS.\sin Z'S.\cos S\\ &= -\sin D_{\odot} \sin(d_{\odot} - \pi_{\odot}) + \cos D_{\odot} \cos(d_{\odot} - \pi_{\odot}) \cos S,\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\cot Z'PS &= \frac{\cot Z'S.\sin PS}{\sin S} - \cos PS.\cot S\\ &= \frac{\tang(d_{\odot} - \pi_{\odot}) \cos D_{\odot}}{\sin S} - \sin D_{\odot} \cot S;\end{aligned}$$

équations qui vous fourniront le complément Z′P de la latitude, ou la latitude elle-même du lieu cherché dont Z′ est le zénith, ainsi que l'angle Z′PS.

Et comme, au moment du calcul, la position du Soleil est connue, vous connaîtrez également l'angle horaire vrai MPS qui, retranché de Z′PS, donnera pour différence la longitude Z′PM du lieu cherché par rapport au méridien HPMH′ auquel se rapportent les diverses déterminations. Ce lieu sera donc lui-même parfaitement déterminé, puisque vous aurez ses deux coordonnées géographiques, la latitude, et la longitude relative à un méridien donné.

411. **Lieux qui voient successivement commencer l'Éclipse par l'effet des parallaxes de hauteur.** — Bientôt, la distance du Soleil à la Lune diminuant, *ab* prendra successivement des valeurs qui varieront depuis le maximum $(\varpi_{☾} - \pi_{\odot})$ correspondant au commencement de l'Éclipse générale, jusqu'au minimum

$[Sm - (d_\odot + \delta_☾)]$ (*fig.* 177), correspondant au milieu de la même Éclipse. Vous pourrez calculer aisément, par interpolation ou autrement, les différentes valeurs pour diverses heures, par exemple de 10 en 10 minutes; et vous obtiendrez de la manière suivante les positions des autres lieux z'', z''', z^{iv}, etc., qui verront commencer l'Éclipse.

Remarquez d'abord que, pour obtenir un contact quand ab sera devenu inférieur à $(\varpi_☾ - \pi_\odot)$, vous n'aurez plus besoin d'une aussi grande distance zénithale, et que la parallaxe de hauteur suffira.

Soient donc θ'', θ''', etc., les distances zénithales apparentes des deux bords en contact pour les zéniths ζ'', ζ''', etc. Le bord inférieur de la Lune et le bord supérieur du Soleil, respectivement abaissés par la parallaxe de $(\varpi_☾ \sin\theta'', \pi_\odot \sin\theta'')$, de $(\varpi_☾ \sin\theta''', \pi_\odot \sin\theta''')$, etc. (n° 319), se rapprocheront entre eux, successivement, des différences $(\varpi_☾ - \pi_\odot)\sin\theta''$, $(\varpi_☾ - \pi_\odot)\sin\theta'''$, etc. Égalez ces différences aux diverses valeurs *calculées* $a''b''$, $a'''b'''$, etc., de ab; vous obtiendrez les valeurs de θ'' θ''', etc., et, par conséquent aussi, les distances zénithales vraies $(\theta'' - \pi_\odot \sin\theta'')$, $(\theta''' - \pi_\odot \sin\theta''')$, etc., qui correspondront aux contacts apparents successifs. Ajoutez le demi-diamètre Sb du Soleil, les angles $(\theta'' - \pi_\odot \sin\theta'' + d_\odot)$, $(\theta''' - \pi_\odot \sin\theta''' + d_\odot)$, etc., seront les distances zénithales $Z''S$, $Z'''S$, etc., analogues à la distance zénithale $Z'S$ précédemment employée; et les triangles (PLS, Z''PS), (PLS, Z'''PS), etc., vous donneront, comme précédemment, les coordonnées géographiques des divers lieux dont Z'', Z''', Z^{iv}, etc., seront les zéniths, c'est-à-dire des lieux qui verront successivement commencer l'Éclipse aux heures pour lesquelles sont calculés θ'', θ''', etc.

412. **Positions des lieux qui verront l'Éclipse centrale.** — Il arrivera un moment où l'arc SL deviendra lui-même égal à $(\varpi_☾ - \pi_\odot)$. Si vous déterminez, en cet instant, les positions du Soleil et de la Lune par des calculs identiques à ceux que nous venons d'effectuer, vous trouverez les lieux de la Terre qui, par l'effet de la parallaxe, voyant le point L et le point S superposés, auront une Éclipse centrale. Cette Éclipse sera totale ou annulaire suivant le signe positif ou négatif de $(\delta_☾ - d_\odot)$.

413. **Effet des parallaxes obliques.** — Dès que la distance ab des bords se trouvera inférieure à $(\varpi_☾ - \pi_\odot)$ et, par conséquent, celle des centres à $(\varpi_☾ - \pi_\odot + d_\odot + \delta_☾)$, vous pourrez non-seulement recourir à la parallaxe de hauteur, mais encore aux parallaxes obliques, pour obtenir de nouveaux points de la Terre qui verront l'Éclipse commencer ou devenir centrale, etc. Soit donc SL plus petit que $(\varpi_☾ - \pi_\odot + d_\odot + \delta_☾)$. Sur ce côté SL formez (*fig.* 185),

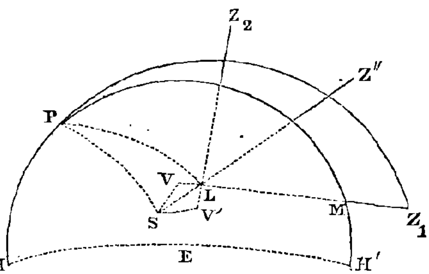
avec $SV = (d_{\odot} + \delta_{☾})$ et $LV = (\varpi_{☾} - \pi_{\odot})$, le triangle SVL qui vous donnera, puisque ses trois côtés sont connus, la valeur de l'angle SVL. Le triangle PLS vous fournissant, à son tour, la valeur de l'angle PLS, vous aurez par la différence (PLS — VLS) l'angle PLV et son supplément PLZ_1.

Soit Z_1 le point situé à 90 degrés de V, sur le prolongement de l'arc VL; LZ_1 sera égal à $(90^\circ - VL) = [90^\circ - (\varpi_{☾} - \pi_{\odot})]$ dans le triangle PZ_1L; vous aurez donc l'angle PLZ_1 et les côtés

$$LZ_1 = [90^\circ - (\varpi_{☾} - \pi_{\odot})], \quad PL = (90^\circ - D_{☾}).$$

Il vous sera facile, par conséquent, de calculer le complément PZ_1 de la latitude géographique du lieu dont le zénith est Z_1 et l'angle LPZ_1. De

Fig. 185.



cet angle LPZ_1 retranchez l'angle horaire vrai LPM qui est connu par la position de la Lune; la différence MPZ_1 sera la longitude du lieu Z_1 qui, au moment pour lequel vous avez calculé LS, verra, par l'effet de la parallaxe oblique à LS, un contact vers l'horizon. Je dis *vers* l'horizon, parce qu'à la rigueur si le point V est amené à l'horizon même par la parallaxe LV, le centre S du Soleil se trouvera un peu au-dessous, ainsi que le point de contact des deux bords, qui sera placé sur la ligne SV égale à $(d_{\odot} + \delta_{☾})$. Mais pour ce genre de calcul il n'est pas nécessaire de pousser la précision à l'extrême; et d'ailleurs la réfraction, en élevant S et V, compenserait la petite inexactitude résultant de notre supposition.

Portez LV de l'autre côté de LS, en LV', et vous déterminerez un second zénith Z_2 qui verra le contact à la même heure que Z_1. Vous pourrez d'ailleurs multiplier aisément les déterminations analogues et trouver, après le milieu de l'Éclipse, une série de points situés à la surface de la Terre, pour lesquels la parallaxe horizontale, les parallaxes de hauteur et les parallaxes obliques aux lignes SL des centres donneront aussi des contacts, c'est-à-dire signaleront la fin du phénomène.

414. **Occultations d'Étoiles.** — Supposez maintenant le rayon ainsi que le mouvement du Soleil nuls, et vous aurez, par la même méthode, les diverses particularités d'une occultation d'Étoile.

415. **Marche de l'ombre à la surface de la Terre. — Phases en un lieu déterminé.** — Les calculs précédents, faits de 10 en 10 minutes par exemple, vous donneront assez exactement l'idée de la zone terrestre que parcourt l'ombre de la Lune, et les heures du commencement ou de la fin de l'Éclipse sur les divers points de cette zone. Afin de connaître maintenant les phases dans un lieu particulier appartenant à la zone ainsi déterminée, calculez, pour l'heure présumée du commencement et de la fin, les parallaxes relatives de longitude et de latitude ou les différences des parallaxes de la Lune et du Soleil. Appliquez ces parallaxes aux lieux *vrais* pour les changer en lieux *apparents*. Vous aurez ainsi les différences *apparentes* α, β de longitude et de latitude. Prenez $\sqrt{\alpha^2+\beta^2}$; si la valeur de cette quantité est égale à la somme des rayons ($d_{\odot}+\delta_{☾}$), les instants choisis pour le calcul sont précisément ceux du commencement et de la fin. Sinon, faites des calculs semblables pour des moments éloignés des précédents de quelques minutes; et la variation de $\sqrt{\alpha^2+\beta^2}$ vous donnera, par de simples règles de trois, les deux instants du contact ou le commencement et la fin du phénomène dans le lieu pour lequel vous calculez. Faites $d_{\odot}=0$, et vous aurez, pour ce même lieu, les heures extrêmes d'une occultation d'Étoile par la Lune.

Des opérations analogues vous feront connaître l'instant du milieu et la plus courte distance des centres ou la valeur minima de $\sqrt{\alpha^2+\beta^2}$. Les éléments fournis par les éphémérides (*Connaissance des temps*, etc.), il est bon de le remarquer, abrégeront d'ailleurs beaucoup les calculs. Mais si vous ne tenez pas à plus de précision qu'une *minute* en temps, vous pourrez abréger davantage encore, par la méthode graphique dite méthode des projections.

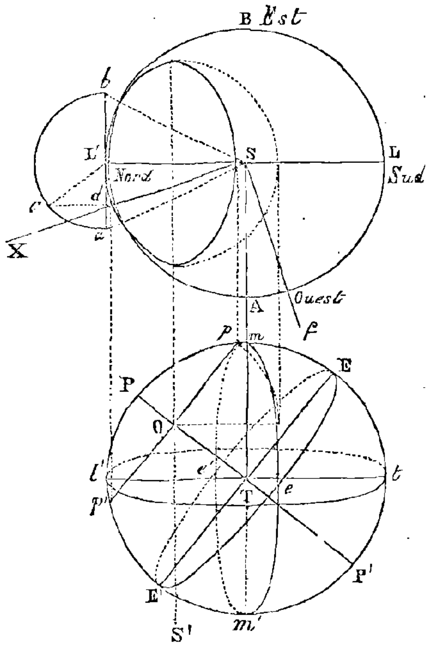
416. **Méthode des projections.** — Soit, pour cela, ST (*fig.* 186) la direction du rayon solaire supposé immobile dans le méridien EPE'P' qu'on appelle *universel*. Projetez en LAL'B, dans la région de la Lune, le cercle de séparation d'ombre et de lumière à la surface de la Terre, ainsi que le parallèle *pp'* pour l'un des points duquel (Toulouse, par exemple) vous voulez chercher les phases de l'Éclipse. Cette double projection se fait aisément.

Menez par ST un plan perpendiculaire à l'Écliptique *eme'm'* qui contient évidemment ST ligne des centres du Soleil et de la Terre. Dans le triangle *em*E, vous avez $e=$ obliquité de l'Écliptique $=\omega$, $E=90^{\circ}$, $em=$ longitude du Soleil $=\odot$;

d'où vous tirerez $\cot . emE = \cos em . \tang e = \cos \odot \tang \omega$, ce qui vous donnera emE ainsi que le complément $(90^\circ - emE)$, angle du plan perpendiculaire à l'Écliptique ou de l'axe de l'Écliptique avec le Méridien universel. La figure vous indiquera comment vous devez placer cet axe sur la projection LAL'B dans laquelle L'L est la ligne nord et sud ; cela dépendra de la longitude du Soleil plus grande ou plus petite que 90 degrés, qui fixera le signe de cos $\odot$.

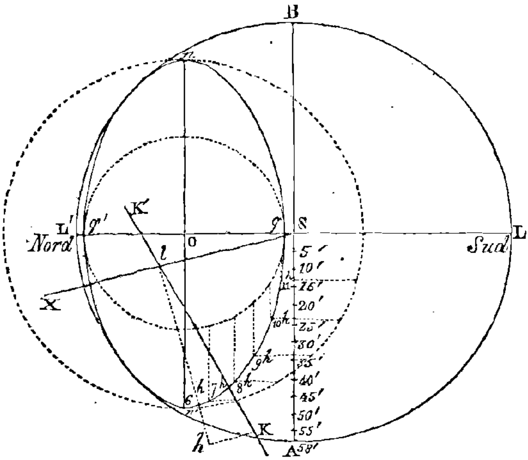
Mais vous pourrez suppléer au calcul par une construction graphique des plus simples. Sur $ab = 2 \operatorname{tang} \omega$, décrivez une demi-circonférence acb. Prenez, à partir de l'occident a, un arc $ac = \odot$. Abaissez du point c la perpendiculaire cd, et joignez Sd. La ligne Sd sera la projection de l'axe de l'Écliptique. En effet, $L'd = Lc \cos ac = L'c . \cos \omega$; et comme $L'c = L'a = \operatorname{tang} \omega$, en substituant dans $L'd$ vous avez $L'd = \operatorname{tang} \omega \cos \omega = \cot emE$. Donc S$d$ est la trace du plan projetant de l'axe de l'Écliptique, puisque $L'd$ étant la cotangente de emE projeté en fSL doit être aussi la tangente du complément, ou de l'angle de l'axe de l'Écliptique avec le méridien universel L'L. Vous voyez d'ailleurs, par la figure, que de $\odot = 90^\circ$ à $\odot = 270^\circ$ l'axe de l'Écliptique est à l'est de SL', tandis qu'il est à l'ouest de la même ligne pour les valeurs de la longitude du Soleil comprises entre 0 et 90 degrés d'un côté, entre 270 et 360 degrés de l'autre.

Fig. 186.



Maintenant, pour connaître les phases, supposez toujours les centres du Soleil et de la Terre projetés en S (*fig.* 187) dans la région de la Lune; L' étant, sur cette projection, un des points du méridien universel situés au nord de S, et le cercle ALBL' représentant le grand cercle d'illumination ou de séparation d'ombre et de lumière à la surface terrestre. Tracez, comme dans la *fig.* 186, l'axe SX de l'Écliptique, ainsi que l'ellipse projection du parallèle pour lequel vous voulez déterminer les phases. Décrivez des circonférences sur le grand et sur le petit axe, et divisez ces circonférences de 15 en 15 degrés, pour avoir

Fig. 187.



sur le contour de l'ellipse, à partir de n' qui est le point de 6 heures du *matin* (temps vrai) (1), les diverses heures du parallèle dont la moitié $n'qn$ sera l'arc diurne correspondant aux déclinaisons boréales du Soleil, tandis que l'autre moitié $n'q'n$ correspondrait aux déclinaisons australes (2). Partagez enfin le rayon SA en autant de parties qu'il y a de minutes d'arc dans la parallaxe horizontale de la Lune, en 58 si vous voulez, afin d'avoir une échelle applicable à vos constructions.

Au moment de la conjonction en longitude, soit Sl la latitude (prise

(1) Lorsque, par la rotation de la Terre, un point du parallèle arrivera en q, dans le méridien universel, ce point comptera *midi vrai*. Et comme de n' en q se trouve un intervalle de 6 heures correspondant au quart de la circonférence du parallèle, il faut bien que n' soit le point de 6 heures du matin, de même que n serait évidemment celui de 6 heures du soir, comptées, les unes et les autres, en temps *solaire vrai*.

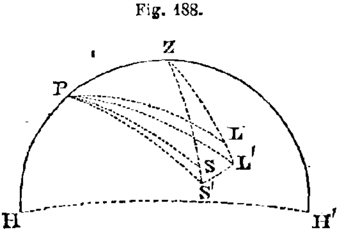
(2) On voit sur la *fig.* 186 que, pour les déclinaisons boréales du Soleil, l'arc diurne est la portion op du parallèle, projetée en $n'qn$ dans la *fig.* 187. Quant aux déclinaisons australes qui reviendraient tout simplement à placer le Soleil en S' sur la *fig.* 186, de l'autre côté de l'équateur ou du parallèle pp', on voit aussi qu'elles correspondent à l'arc diurne op', c'est-à-dire à la partie $n'q'n$ de l'ellipse de la *fig.* 187.

à l'échelle SA) du centre de la Lune. Le point l est un des points où doit passer l'orbite relative. Pour tracer cette orbite, prenez perpendiculairement et parallèlement à SX des longueurs lh, hk égales, l'une au mouvement horaire *relatif* en longitude (d☾— d☉), l'autre au mouvement horaire $d\lambda$ de la Lune, en latitude. Portez la première de ces lignes de l vers l'ouest, et la seconde, de h vers le *sud* ou vers le *nord*, suivant que la Lune marchera vers le *nord* ou vers le *sud* de l'Écliptique, et tracez l'orbite relative Kl. Au point l vous marquerez l'heure (en temps solaire vrai) de la conjonction, au point K une heure de moins; vous diviserez Kl ainsi que l'arc diurne de l'ellipse, correspondant au même intervalle de temps, en un certain nombre de parties destinées à fractionner cet intervalle; et, prenant sur l'échelle SA une ouverture de compas égale à la somme (d☉ + δ☾) des demi-diamètres du Soleil et de la Lune, vous promènerez les pointes de votre compas en tâtonnant, de manière à les faire aboutir à la même heure, l'une sur l'orbite relative, l'autre sur la projection du parallèle. Vous aurez ainsi l'heure du commencement de l'Éclipse. Au delà du point l vers K′, un procédé identique vous donnera l'heure de la fin; et l'heure moyenne sera celle du milieu de l'Éclipse dont la grandeur résultera de la distance des centres, prise, à cette heure moyenne, sur l'orbite relative et sur le parallèle projeté.

Il est évident en effet que, la parallaxe du Soleil étant considérée comme insensible, les lignes menées des divers points du parallèle terrestre au centre du Soleil seront toutes parallèles entre elles et perpendiculaires au plan de projection LAL′B. Par conséquent, pour l'observateur de la Terre, le centre du Soleil se projettera successivement aux mêmes points que l'observateur lui-même, pendant que le centre de la Lune parcourra son orbite relative. La construction et les conclusions précédentes se trouvent donc pleinement justifiées.

417. — Remarquez, en terminant, qu'au moment où l'Éclipse doit commencer dans un lieu donné, vous connaissez les angles horaires vrais ZPS, ZPL (*fig.* 188) du Soleil et de la Lune, les distances polaires PS, PL des deux Astres, et le complément PZ de la latitude du lieu. Vous pourrez, par conséquent, calculer les angles PZS, PZL des verticaux avec le Méridien, et les distances zénithales vraies ZS, ZL. Appliquez à ces distances les parallaxes de hauteur SS′, LL′, vous aurez les distances zénithales apparentes ZS′, ZL′, ce qui vous permettra

Fig. 188.



de résoudre les deux triangles PZS′, PZL′ dont vous connaîtrez deux côtés et l'angle compris; PZ, ZS′ (PZS = PZS′) pour le premier, PZ, ZL′ (PZL = PZL′) pour le second. Vous déduirez de là les angles ZPS′, ZPL′ et leur différence S′PL′, ainsi que les côtés PS′, PL′ que vous trouveriez du reste également, mais un peu moins vite, à l'aide des parallaxes d'ascension droite et de distance polaire, appliquées aux positions vraies. Puis, les triangles PS′L′, PS′Z vous fournissant les angles PS′L′ et PS′Z, la différence ZS′L′ de ces deux angles, différence que vous obtiendriez aussi par le triangle S′ZL′, sera la distance angulaire entre la partie supérieure du diamètre vertical du Soleil et le point de contact situé sur la ligne des centres S′L′. Vous saurez, par conséquent, vers quel endroit du disque solaire vous devrez vous préparer à voir mordre la Lune, et vous serez moins exposé à manquer l'instant du contact. Des calculs analogues pourraient être faits pour la fin de l'Éclipse seulement : ils sont beaucoup moins utiles, parce qu'ici l'observateur suit la diminution progressive de la portion éclipsée.

SEIZIÈME LEÇON.

Constitution physique de la Lune.

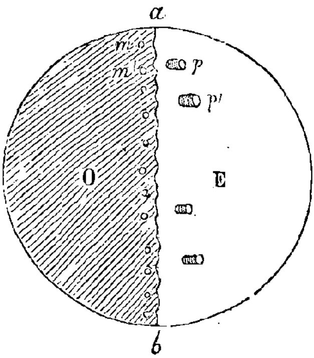
Les taches de la Lune sont persistantes. — La réflexion se fait sur la Lune comme sur des surfaces rugueuses. — Aspect des taches. — Noms des taches des montagnes lunaires. — Hauteurs des montagnes de la Lune. — La Lune paraît être sensiblement dépourvue d'atmosphère. — Idées de M. Faye sur la possibilité d'une atmosphère dans la région de la Lune qui nous est cachée. — La Lune est-elle habitable ? — Effets de l'insolation sur notre Satellite. — Influences attribuées à la Lune. — Lune rousse. — Pronostics.

418. **Les taches de la Lune sont persistantes.** — En étudiant la surface de la Lune, comme nous avons étudié celle du Soleil, nous reonnaîtrons immédiatement que notre Satellite offre, en ces divers points, des teintes différentes. Seulement, tandis que les taches du Soleil changent de forme, se coupent et souvent même s'évanouissent sous l'œil de l'observateur, les taches de la Lune sont douées, au contraire, d'une persistance qui prouve qu'elles adhèrent à la matière solide du Globe sur lequel on les aperçoit.

La réflexion se fait sur la Lune comme sur des surfaces rugueuses. — Considérées dans leur ensemble, ces taches ou, plus exactement, les grandes teintes perceptibles à la vue simple, sont occasionnées évidemment par la nature des surfaces réfléchissantes dans les différentes régions de la Lune. Or, la lumière qui nous en arrive ne jouit pas des propriétés qu'elle présenterait si elle avait été renvoyée vers nous par des surfaces polies comme de grandes masses fluides (1). Les inégalités d'éclat doivent donc provenir de différences dans la nature même des terres ou des roches qui forment l'enveloppe extérieure du Satellite.

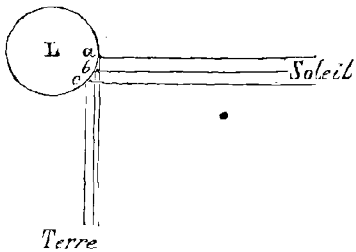
419. **Aspect des taches de la Lune.** — Telle est la conclusion que fournit le gros, pour ainsi dire, du phénomène. Mais, au lieu d'observer à l'œil nu, faites usage de lunettes pour saisir les divers détails : vous ne tarderez pas à remarquer certaines particularités bien autrement intéressantes. Vous verrez, par exemple, des points d'un éclat plus vif se détacher sur l'ensemble des parties lumineuses environnantes ; et, près de ces points p, p', etc. (*fig.* 190), dont les positions restent invariables, vous distinguerez de petits espaces noirâtres, dirigés tous dans le même sens, ayant des rap-

Fig. 190.



(1) D'après les expériences du P. Secchi, la proportion de lumière polarisée que nous envoie la Lune atteint son maximum vers le premier quartier ; et cette proportion est *très-sensiblement la même sur toute la portion éclairée.* D'où il résulte que la polarisation doit être produite, non par des surfaces lisses, mais par des surfaces raboteuses et miroitantes comme des amas irréguliers de matières cristallines, comme des sables volcaniques renfermant du mica, etc., etc. ; parce que dans ces amas se trouvent toujours des fa-

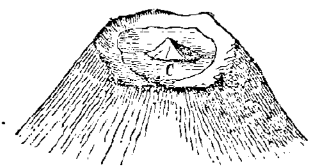
Fig. 189.



ports de grandeur et de position avec les points brillants eux-mêmes ; changeant, d'un jour à l'autre, de forme et de dimensions; décroissant de la néoménie à la pleine Lune pour croître ensuite, avec des phases chaque mois périodiquement identiques, de la pleine Lune à la néoménie; se révélant, en un mot, par toutes leurs apparences, pour de véritables ombres que des montagnes projetteraient derrière elles à l'opposite du Soleil, sur des longueurs plus ou moins considérables, suivant les positions relatives de cet Astre et de la Lune. Vous verrez aussi la ligne *ab*, qui sépare la portion éclairée E de la portion obscure O, pleine d'irrégularités produites par les alternatives de dépressions et d'éminences. Vous apercevrez enfin dans l'ombre géométrique, au voisinage de *ab*, des sommets *m*, *m'*, etc., déjà illuminés pendant que la nuit règne encore à la base des montagnes auxquelles *m*, *m'*, etc., appartiennent.

420. Déterminez maintenant l'élévation des montagnes (1) et la profondeur des dépressions. Étudiez attentivement la forme des ombres et celle des hauteurs qui les produisent, etc., etc. Vous ne tarderez pas à reconnaître que le plus grand nombre de ces hauteurs se compose d'une enceinte circulaire (*fig.* 191) dont l'intérieur est généralement plus bas que la surface moyenne de la Lune, et vers le centre *c* de laquelle se trouve souvent un piton qui semble avoir été formé, comme

Fig. 191.



cettes convenablement inclinées pour envoyer à la Terre une même proportion de lumière polarisée sous l'angle général (S*a*T, S*b*T, S*c*T, etc.) de réflexion des rayons solaires (*fig.* 189). Quant aux surfaces lisses, telles que les donneraient les liquides, il est évident qu'elles fourniraient des proportions différentes de lumière polarisée, suivant les points de la partie éclairée qu'on examinerait, puisque l'angle de réflexion et, par suite aussi, la proportion de lumière polarisée qui dépend de cet angle, varieraient d'un point à l'autre.

(1) Voir la Note à la fin de la leçon, n° 433.

le contour circulaire lui-même, aux dépens de matières disposées primitivement en couches horizontales. Les enceintes offrent d'ailleurs, pour la plupart, des dimensions fort considérables. Il en est, celles entre autres qu'on nomme Riccioli, Ptolémée, Clavius, etc., dont les diamètres atteignent jusqu'à 40 ou 45 lieues; et, preuve manifeste de dépression, l'ombre portée dans leur intérieur est ordinairement plus étendue que l'ombre extérieure.

Nous n'avons guère sur la Terre que quelques cirques comparables à ceux, bien autrement nombreux, de la Lune : le cirque du Cantal, par exemple, avec sa largeur de 10000 mètres; le cirque de Ceylan, d'une surface trente-cinq à quarante fois plus vaste, et néanmoins de beaucoup inférieur encore aux cirques lunaires Ptolémée, Clavius, etc., peut-être parce que l'intensité de la pesanteur étant six fois et demie moins considérable à la Lune qu'ici-bas, l'enveloppe extérieure n'est pas assez lourde pour résister, aussi bien que celle du Globe terrestre, aux causes de dislocation. Doit-on attribuer ces formations à des phénomènes volcaniques? A coup sûr, elles se lient à l'action de la chaleur centrale, mais plutôt comme cratères de soulèvement que comme cratères d'éruption. Car on ne saurait considérer ces immenses bouches comme ayant la même origine que les bouches maxima (700 à 800 mètres) de nos volcans terrestres actuels.

Quoi qu'il en soit, la Lune, comme notre Globe, offre des traces évidentes de révolutions géologiques successives. Ainsi, l'on voit souvent, sur le contour d'une grande enceinte, s'élever une enceinte secondaire beaucoup plus petite que la première et formée évidemment aux dépens de celle-ci, puisque son intérieur est en contre-bas du contour général de l'enceinte principale. D'ordinaire aussi, le pic, et quelquefois les deux pics qui se montrent au milieu des grandes enceintes, paraissent être venus après un premier soulèvement. Quant à ces enceintes elles-mêmes, on les trouve pour la plupart liées entre elles par des espèces de collines, comme si les gaz souterrains à l'action desquels seraient dues les révolutions avaient produit sur la Lune des effets analogues à ceux observés sur la Terre, et soulevé le sol entre les points qui ont cédé.

421. **Noms des taches des montagnes lunaires.** — On a donné aux montagnes et aux grandes taches lunaires des noms généralement empruntés, soit à la géographie terrestre, soit à des Astronomes célèbres ou à d'autres illustrations. Hévélius continuant, pour construire une carte sélénographique (1), les mesures de hauteur précédemment entreprises par Galilée après l'invention des lunettes, introduisit d'abord sur notre Satellite les dénominations puisées dans la géographie; n'osant, dit-il, se hasarder à soulever des jalousies en y introduisant des noms d'hommes. Riccioli, moins timide, compléta la nomenclature de l'Astronome de Dantzig, et, sur la carte que Grimaldi venait de construire à son tour, il distribua sans hésitation des fiefs dans la Lune à ses contemporains, ainsi qu'aux grands esprits des siècles passés. Depuis lors, d'autres sélénographies ayant été faites, par Cassini vers la fin du XVII^e siècle; par Lahire, par Tobie Mayer, par Lambert, pendant le XVIII^e; il y a quelques années par MM. Mædler et Beer, etc., de nouveaux noms sont venus s'ajouter successivement aux noms primitivement adoptés. C'est ainsi qu'à côté de ceux d'Archimède, d'Aristote, d'Hipparque, de Platon, d'Hérodote, de Ptolémée, de Pythagore, de Thalès,.... d'Arzachel, de Purbach, de Clavius, de Scheiner, de Fabricius, de Mœstlin, de Copernic, de Galilée, de Képler, d'Hévélius, de Gassendi, etc., etc., et des indications géographiques : Pyrénées, Cordillères, Apennins, monts Ourals, monts Hercyniens, etc., etc..., mare Australe, mare Nubium, mare Fecunditatis, mare Serenitatis, etc., palus Somnii, palus Nebularum, palus Putredinis, etc., lacus Somniorum, lacus Mortis, etc., sinus Æstuum, sinus Roris, etc., etc., qui datent de l'origine, on trouve aujourd'hui les noms de Newton, de d'Alembert, d'Huyghens, de Bouguer, de Flamsteed, de Lalande, d'Herschel, de Cuvier,

(1) *Séléné* (Σελήνη), Lune.

d'Arago, de Delambre, de Linnée, de Struve, de Laplace, d'Élie de Beaumont, de Boussingault, etc., et les monts Leibnitz, les monts Dœrfel, etc., la mer de Humboldt, etc., etc.

Je ne veux pas oublier, en parlant des sénélographes, de dire qu'antérieurement à Hévélius, notre compatriote Peyresc et son ami Gassendi avaient déjà construit, dans le midi de la France, des cartes de la Lune, qui furent gravées à Aix, en 1634 et en 1635, par un certain Mellan, tandis que celle d'Hévélius ne parut qu'en 1647. Je dois dire aussi qu'en ce moment même, si je ne me trompe, l'habile Directeur de l'Observatoire d'Alger, M. Bulard, armé d'un télescope à miroir argenté, de 50 centimètres d'ouverture, s'occupe, avec un soin tout particulier, de compléter, à l'aide du puissant instrument dont il dispose, l'œuvre de ses devanciers.

422. **Hauteur des montagnes de la Lune.** — Galilée, j'en ai déjà fait la remarque (421), s'exerça le premier à mesurer les hauteurs des montagnes lunaires, et l'illustre Astronome trouvant que la distance des sommets éclairés (dans la partie obscure du disque) à la partie brillante de la Lune atteignait quelquefois un vingtième du diamètre de l'Astre, fut conduit à des hauteurs de 8800 mètres environ. Hévélius réduisit à $\frac{1}{26}$ la mesure $\left(\frac{1}{20}\right)$ obtenue par Galilée, ce qui fit descendre à 5200 mètres les évaluations maxima. Plus tard, Herschel, diminuant encore les résultats de ses prédécesseurs, crut pouvoir abaisser jusqu'à 2800 les nombres de Galilée et d'Hévélius. Mais MM. Mædler et Beer ont fait voir que ces limites sont beaucoup trop faibles; et sur les 1095 montagnes mesurées, dont ils ont dressé la table, 6 sont au-dessus de 5800 mètres, 22 au-dessus de 4800, etc., nombres qui se rapprochent notablement de ceux donnés par Hévélius et qui montrent que les révolutions géologiques ont dû se produire, sur la Lune, avec une énergie comparable à celle des grands cataclysmes d'ici-bas. On n'a, du reste, pour s'en convaincre, qu'à rapprocher quelques-uns des résultats obtenus, depuis deux cents ans, pour la Lune et pour la

Terre. Je dis depuis deux cents ans, car il est remarquable que, grâce à Hévélius, on ait connu les hauteurs des principales montagnes de la Lune, alors qu'on ne connaissait même pas encore la hauteur de celles de notre Globe.

Hauteurs des montagnes sur la Lune.

Dœrfel	7603	mètres.
Newton	7264	"
Clavius	7091	"
Casatus	6956	"
Curtius	6769	"
Tycho	6151	"
Sainte-Catherine	5707	"
Huyghens	5550	"
Picart	5175	"

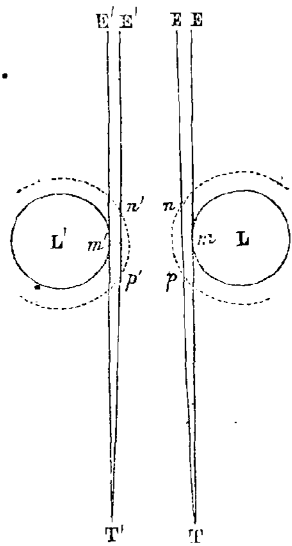
Hauteurs des montagnes sur la Terre.

Pic Kunchinginga, dans l'Himalaya (Thibet)	8588	mètres	le plus élevé de l'Asie.
Nevada de Sorata (Amérique)	7696	"	le plus élevé de l'Amérique.
Chimborazo (Amérique)	6530	"	
Pic de Ténériffe	3710	"	le plus élevé de l'Afrique.
Mont Blanc (Alpes)	4810	"	les plus élevés de l'Europe.
Mont Rose (Alpes)	4636	"	
Malahite ou Néthou (Pyrénées)	3404	"	Europe, etc.
Mont Perdu (Pyrénées)	3351	"	

423. **La Lune paraît être sensiblement dépourvue d'atmosphère.** — Nous avons vu (418) que, selon toute apparence, la Lune est dépourvue de liquides. L'observation de son passage devant les Étoiles va nous montrer qu'elle est aussi dépourvue, très-sensiblement au moins, de fluides élastiques. Dans son mouvement rapide à travers les constellations, cet Astre rencontre, en effet, quelquefois des Étoiles sur la surface du Ciel, et les *occulte* (c'est le mot, équivalent de *cacher*, qu'on emploie pour désigner le phénomène). Or, si la Lune était entourée de couches gazeuses, les

rayons lumineux qui nous arrivent d'une Étoile sur le point d'être occultée devraient s'affaiblir graduellement en traversant des parties de plus en plus denses de l'atmosphère du Satellite, et l'Étoile diminuerait progressivement d'éclat avant de disparaître entièrement; elle se colorerait même et passerait successivement par les diverses teintes qui constituent la lumière blanche, puisque l'atmosphère, que les rayons traverseraient très-obliquement en *mp* (*fig.* 193), produirait sur ces rayons l'effet dispersif d'un prisme. Mais il n'en est pas ainsi. L'Étoile disparaît avec une incroyable instantanéité. Elle reparaît de même en se dégageant du disque lunaire, au lieu de grandir peu à peu et de présenter symétriquement les couleurs diverses qu'elle aurait prises aux approches de l'occultation. Voilà donc de très-puissants motifs pour faire penser que la Lune est sans atmosphère.

Fig. 192.



On trouve des motifs de conviction plus puissants encore dans la comparaison entre la durée *calculée* et la durée *observée* des occultations. Ces deux durées s'accordent toujours, en effet, avec une exactitude remarquable; ce qui n'aurait pas lieu évidemment si l'atmosphère de la Lune pouvait infléchir vers cet Astre, avant qu'ils nous arrivent, les rayons envoyés par les Étoiles. Car au moment où le bord *m* de notre Satellite (*fig.* 192), interceptant le faisceau direct E*m*T, devrait faire disparaître l'Étoile, le faisceau infléchi E*np*T nous arriverait encore et nous la ferait apercevoir. De même, avant de reparaître par le rayon E'*m*'T', lorsque la Lune aurait marché de manière à dépasser l'Étoile, celle-ci reparaîtrait par le rayon infléchi $E'n'p'T'$; et la durée de l'occultation se trouverait, de la sorte, doublement accourcie.

Une réfraction de deux à trois secondes, celle que produirait la faible quantité d'air restant encore dans le récipient de nos machines pneumatiques, après qu'on y a fait le vide, pourrait être ainsi constatée, pourvu toutefois, il faut le dire, que le diamètre de la Lune eût été, préalablement, bien déterminé. Malgré quelques motifs de doute sur ce dernier point, l'ensemble des considérations précédentes a conduit généralement les Astronomes à regarder la Lune comme n'ayant pas d'atmosphère appréciable. Néanmoins, pendant les éclipses de Soleil, on a vu quelquefois s'émousser l'extrémité très-déliée du croissant. M. Laussedat, entre autres, a soumis à l'Académie des Sciences de Paris une photographie de M. Girard, prise en Algérie le 18 juillet 1860, et dans laquelle cette particularité se présente d'une manière remarquable.

Idées de M. Faye sur la possibilité d'une atmosphère dans la région de la Lune qui nous est cachée. — Comment dès lors concilier des observations qui semblent conduire à des conclusions diamétralement opposées? M. Faye émettait là-dessus, dernièrement, des vues très-satisfaisantes.

424. Par une ingénieuse combinaison de la théorie de Lagrange sur la forme allongée de la Lune, avec les recherches de M. Hansen sur les positions respectives des centres de figure et de gravité de cet Astre, recherches d'après lesquelles, relativement à nous, le centre de gravité serait 15 lieues, à peu près, en arrière du centre de figure, l'Astronome Français regardait comme évident que, semblable à nos mers qui recouvrent complétement l'hémisphère terrestre situé en contre-bas du niveau moyen, tandis que les continents de l'autre hémisphère sont, au contraire, entièrement émergés, l'atmosphère de la Lune doit s'être portée du côté le moins élevé pour y former une sorte d'océan gazeux dont la profondeur, au centre, atteindrait jusqu'à 15 lieues, sans qu'on en vît, de la Terre, la moindre trace.

Seulement, comme, lors des néoménies, époques où arrivent les éclipses de Soleil, l'hémisphère opposé à la Terre, celui sur lequel reposerait précisément l'atmosphère, aurait déjà subi une assez longue insolation, les couches gazeuses, dilatées par la chaleur, se déverseraient au delà du cercle du niveau moyen qui limite l'hémisphère tourné vers nous, et viendrait empiéter sur cet hémisphère pour en border le contour. A la pleine Lune, au contraire, c'est-à-dire, toujours d'après M. Faye, vers l'époque où s'observent la plupart des occultations d'Étoiles, l'atmosphère, ayant subi le refroidissement progressif d'une longue nuit de sept à huit fois vingt-quatre heures, serait rentrée dans ses limites pour disparaître entièrement ou pour ne laisser, tout au plus, sur les bords de notre Satellite, que les couches supérieures les moins denses et les moins réfringentes.

Cette explication paraît de nature, on le voit, à tout accorder. D'autres Astronomes, il est vrai, avaient déjà émis, avant M. Faye, l'idée du déplacement progressif de l'atmosphère et de sa translation d'un hémisphère à l'autre, sous l'action échauffante des rayons solaires qui la feraient en quelque sorte *fuir* devant eux. Mais les idées de M. Faye, d'accord avec les théories mathématiques, semblent de nature à mieux satisfaire l'esprit que des assertions vagues et sans preuves.

Quoi qu'il en soit, si réellement la Lune possède une atmosphère, il n'est guère possible de supposer que des masses aériformes quelque peu considérables reposent, d'ordinaire, sur la face tournée vers nous; car on y verrait sans doute, un jour ou l'autre, des nuages qui masqueraient la netteté des taches et qu'on n'a jusqu'à présent, que je sache, jamais signalés. Sauf les débordements produits, suivant M. Faye, lors des néoménies; et sauf aussi, peut-être, quelques débris de fluides élastiques ensevelis, pour ainsi dire, dans les profondeurs des cavités lunaires, on doit conclure, si je ne me trompe, que l'hémisphère de la Lune qui nous regarde, sinon la Lune tout entière, est sensiblement privée d'enveloppe gazeuse, par conséquent aussi de liquides qui n'auraient pas tardé à produire une atmosphère de vapeurs.

425. **La Lune est-elle habitable ? — Effets de l'insolation sur notre Satellite.** — Avec cette constitution physique, la Lune est sans doute inhabitable, pour des êtres, du moins, semblables à ceux d'ici-bas. A l'ardente chaleur de l'*insolation* sur un sol exposé sans défense aux rayons solaires, pendant le demi-mois environ que dure le jour de la Lune, succède, en effet, quand vient la nuit, un froid des plus intenses, puisque des gaz protecteurs ne sont plus là, comme sur la Terre, pour entraver le rayonnement vers les régions glacées de l'espace; et de pareilles alternatives, dans des intervalles de temps aussi courts, semblent peu favorables à la végétation ainsi qu'à la santé : sans compter, d'ailleurs, que la respiration elle-même serait impossible.

Je ne prétends pas affirmer ici néanmoins que la Lune est complétement déserte. Celui qui, sur la Terre, a su varier l'organisation avec tant de richesse; qui a peuplé les airs, et le sol, et les eaux, de tant d'êtres différents, ne peut-il pas avoir aussi jeté sur la Lune des myriades et de plantes et d'animaux ? Ne peut-il même pas, en privant ces derniers des moyens qu'il nous a donnés d'entendre par l'intermédiaire de l'air, leur avoir, en échange, accordé des sens plus parfaits; le sens électrique peut-être, dont nous n'avons, nous, que le rudiment, comme certains animaux n'ont qu'à l'état rudimentaire aussi le sens de la lumière ?

Mais je m'arrête sur cette pente glissante qui m'éloignerait des faits positifs, pour me jeter dans le domaine des illusions et des rêves; et je me borne à rappeler, en terminant, comme une preuve de l'intérêt qui s'attache d'ordinaire à de pareilles questions, la popularité qu'obtint, il y a vingt-cinq ans, ce livre que son auteur anonyme avait osé publier sous le nom d'un illustre absent (1), pour faire croire à la découverte d'habitants *ailés* dans la Lune. Certes, si quelqu'un *volait* dans cette affaire, qu'on me pardonne un mauvais jeu de mots, ce n'était pas le *sélénite* à coup sûr. La pesanteur est, du reste, ne l'oublions pas, cinq fois et demie moins considérable à la

(1) Sir John Herschel, alors au Cap de Bonne-Espérance.

Lune que sur la Terre : c'est dire que les exercices du corps y seraient beaucoup moins pénibles, et que les amateurs de danse, entre autres, pourraient sans trop de fatigue y battre de brillants entrechats.

426. **Influences attribuées à la Lune.** — Qu'y a-t-il de vrai dans les influences attribuées, de tout temps, à la Lune? — Par vingt-huit années d'observations faites en Allemagne, Schubler trouvait, il y a trente ans, que pendant la Lune croissante (de la nouvelle à la pleine Lune) il pleut, moyennement, six fois, quand, pendant la Lune décroissante (de la pleine Lune à la néoménie), il pleut cinq fois seulement. Bien que dix années d'observations, faites à Montpellier pendant le siècle dernier, eussent donné à Poitevin un résultat inverse, néanmoins, les relevés météorologiques de Paris et ceux de M. de Gasparin à Orange (département de Vaucluse) ayant présenté un minimum de jours pluvieux pendant la Lune décroissante; M. Flaugergues ayant trouvé, en outre, qu'à Viviers, dans le département de l'Ardèche, la hauteur barométrique au second octant (entre le premier quartier et la pleine Lune) est inférieure d'environ 1 millimètre $\frac{1}{2}$ à la hauteur barométrique lors du dernier quartier, et cette hauteur étant ordinairement plus faible par le mauvais temps, il semble permis, jusqu'à preuve contraire, mais pourtant sous toutes réserves, d'admettre, en généralisant le résultat de Schubler, que la période où la Lune décroît est en effet un peu moins pluvieuse.

427. On expliquerait par là : pourquoi les prescriptions forestières, aujourd'hui du reste tombées en désuétude, défendaient autrefois de couper les bois pendant la Lune croissante ; pourquoi Pline conseillait de couper à la pleine Lune les blés destinés à être vendus, et à la nouvelle Lune ceux destinés, au contraire, à être conservés, etc., etc. Car vers la néoménie, après la période plus sèche du décours, les bois, les blés, etc., coupés moins humides, seraient aussi, sans doute, moins sujets à se pourrir sous les influences délétères, tandis que les blés coupés en pleine Lune, quand a période humide vient de finir, se trouveraient plus gon-

flés et foisonneraient davantage ; ce qui, toutefois, soit dit en passant, ne constituerait pas de la part du vendeur, si la théorie précédente était exacte, un procédé fort délicat. Les mêmes raisons feraient encore comprendre que les semences plus sujettes à se pourrir dussent être jetées vers le milieu de la lunaison, quand l'humidité tend à décroître, et celles plus résistantes au commencement, alors qu'on aurait des chances de voir augmenter les pluies, etc.

428. Mais ces diverses règles sont-elles réellement justifiées ? D'éminents agronomes, Duhamel du Monceau, entre autres, déclarent n'avoir, dans leur longue pratique, rien trouvé de bien concluant. N'en serait-il pas de même des prétendues influences exercées par la Lune périgée et par la Lune apogée, qui, d'après Pilgram, donneraient à Vienne (Autriche), la première, 36 jours, et la seconde, 20 jours seulement de pluie, sur 100 phases observées pour chacune des deux positions ? Et le fameux système tant préconisé de Toaldo, qui attribue *six* chances contre *une* de changements de temps à la nouvelle Lune, *cinq* à la pleine Lune, *deux* à chacun des quartiers, *cinq* au périgée, enfin *quatre* à l'apogée, ne devra-t-il pas soulever aussi plus d'un doute, malgré la faveur dont il jouit auprès du public, quand on remarquera que dans la discussion des quarante-cinq années d'observations sur lesquelles il a basé son travail, le physicien de Padoue, regardant, *à priori*, comme évident que les principales phases doivent faire sentir plus longtemps leur influence, attribuait à l'action de ces phases les changements de temps (terme assez vague) survenus jusqu'à deux et trois jours, soit avant, soit après le moment où elles avaient lieu ? Des restrictions sur les conclusions de Toaldo paraissent d'ailleurs d'autant plus naturelles, que d'autres physiciens, et parmi eux Pilgram, par vingt-cinq années d'observations faites à Vienne, sont loin d'arriver à des résultats concordants avec ceux obtenus en Italie.

429. **Lune rousse.** — Rien donc, jusqu'à présent, de certain relativement à l'action météorologique de la Lune. De longues séries d'observations seront même, sans doute,

encore nécessaires avant qu'on puisse avoir là-dessus quelques données un peu solides. Je dois dire, néanmoins, que sur 760 pluies 646 auraient commencé, d'après Toaldo (à une demi-heure près), au lever, au coucher ou aux passages méridiens de notre Satellite. Je dois ajouter également que cet Astre parut à Schubler (en Allemagne) faire naître pendant sa croissance les vents de *Sud* et d'*Ouest*, les vents de *Nord* et d'*Est* au contraire pendant son décours. Quant aux prétendues influences délétères qu'il exercerait à certaines époques de l'année sur la végétation (Lune rousse), et en tout temps sur le teint, sur les viandes, sur diverses maladies, sur celles, entre autres, du cerveau (1), nous avons déjà vu, en étudiant le rayonnement *sous un ciel serein*, ce qu'il faut penser de la *Lune rousse* (273). Nous pouvons nous rendre compte des autres effets par la même théorie, car un abaissement de 6 à 8 degrés au-dessous de la température environnante paraît de nature à changer les conditions ordinaires de l'épiderme ; à produire, par conséquent, ainsi que le ferait une chaleur excessive, certaines actions chimiques et des dépôts de matières charbonneuses à l'intérieur des tissus cutanés. Dans des conditions analogues, les viandes fortement refroidies ne doivent-elles pas aussi condenser l'humidité de l'atmosphère et se couvrir de rosée qui favorise leur décomposition ? Mais dans tout cela, qu'aurait à voir la Lune ? Ne serait-elle pas tout simplement le témoin, et nullement l'auteur du méfait ?

430. **Pronostics.** — Les pronostics déduits des aspects de notre Satellite méritent-ils, à leur tour, d'être aujourd'hui sérieusement discutés ? Qui s'arrêterait, par exemple, à réfuter l'assertion d'Aratus, que les cornes de la Lune, si elles sont effilées le troisième jour, annoncent un mois de beau temps?

(1) Pour les alchimistes, le corps humain était un petit univers, où les divers Astres avaient des correspondances. Le Soleil réglait les mouvements du cœur, la Lune ceux du cerveau, etc. De là le nom de *lunatiques*, appliqué, comme synonyme de *maniaques*, aux têtes légères dont les idées semblent varier avec les changements d'aspect de la Lune.

Et cette autre assertion de Varron, que la corne supérieure, émoussée le soir, au coucher de la Lune, présagerait la pluie pour l'époque du décours, tandis que la pluie arriverait avant la pleine Lune, au contraire, si c'est la corne inférieure qui se trouve émoussée, pourrait-elle soutenir le plus léger examen? puisqu'il suffirait de changer de place pour projeter alternativement sur le haut et sur le bas de la Lune les vapeurs qui la voilent en partie, etc.

431. Toutefois, quand on rapproche certains effets des causes, en apparence insignifiantes, qui les produisent; quand on voit, par exemple, quelques atomes de virus vaccin détruire les germes de la cruelle maladie qui faisait autrefois tant de victimes; une piqûre de lancette occasionner la mort parce qu'il restait encore sur la pointe de l'instrument d'imperceptibles parcelles cadavériques; lorsqu'on voit la rage, les maladies de poitrine, etc., etc., se déclarer presque sans motif, etc., etc.; entre les opinions, contradictoires d'ailleurs, de très-grands esprits, dont les uns, comme Galien, Hippocrate, etc., et, de nos jours, Hofmann, Gall, etc., croient, pour les malades, aux jours critiques (7-14-21, etc.) de la Lune, tandis que d'autres, parmi lesquels Olbers, cette grande autorité du XIX^e siècle, déclarent n'avoir pu en reconnaître l'influence; on est conduit, malgré la faiblesse des motifs qui militent pour elles, à ne pas repousser encore trop radicalement des croyances auxquelles une longue sanction a été donnée par le temps.

432. Fatiguée d'entendre présager des malheurs qui devaient, disait-on, arriver à la suite de certains phénomènes célestes, une jeune dame se fit présenter, il y a cinquante ans, à M. Bouvard, alors Directeur de l'Observatoire de Paris, pour le consulter. « Parlez-moi franchement, lui dit-elle, » le carnaval approche; mais si nous devons mourir, j'irai » sans retard trouver mon confesseur. Sinon, j'attendrai le » carême, et j'irai d'abord chez ma marchande de modes. »

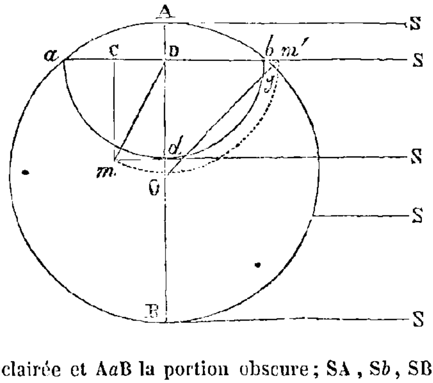
Par la forme même qu'elle donnait à sa question, il est évident que la jeune dame n'avait nul besoin d'être rassurée, et qu'elle savait d'avance à quoi s'en tenir sur les influences célestes redoutées en apparence. Nous pourrions presque faire comme elle, au sujet de la Lune. Ne nous hâtons pas trop, cependant; et le conseil qu'on demandait à l'*Astronome*, en mesure, au reste, de répondre avec certitude à la question posée, tâchons de l'obtenir nous-mêmes de l'observation, qui peut-être un jour aussi, quand des séries suffisamment étendues auront été discutées, finira par nous répondre.

NOTE

SUR LA DÉTERMINATION DE LA HAUTEUR DES MONTAGNES DE LA LUNE.

433. Rien n'est plus simple que de déterminer la hauteur des montagnes lunaires. Prenez par exemple le cas où, la Lune étant en quadrature (premier ou dernier quartier), la ligne de séparation d'ombre et de lumière se projette suivant le diamètre AB (*fig.* 193). Soient A*b*B

Fig. 193.

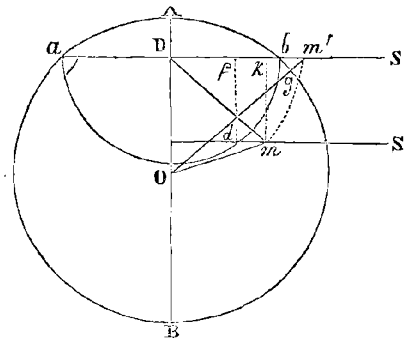


la portion éclairée et A*a*B la portion obscure; SA, S*b*, SB les rayons solaires, perpendiculaires sensiblement au plan du cercle AB sur le contour duquel ils touchent la Lune; enfin, pour employer d'abord la méthode dont firent usage Galilée et Hévélius, C un sommet éclairé, situé dans l'ombre à la distance apparente CD de AB..

Rabattez suivant *adb* le petit cercle projeté en *ab*, menez tangentiellement à ce cercle, au point *d*, le rayon solaire S*dm* jusqu'à la rencontre de la perpendiculaire C*m* à *ba*. Le point *m* ainsi déterminé sera le sommet de la montagne sur son petit cercle; et, pour l'avoir sur la verticale ou sur le rayon lunaire, vous n'aurez, O étant le centre de la Lune, qu'à construire le triangle rectangle OD*m* formé de OD D*m* comme côtés de l'angle droit, et de l'hypoténuse O*m* dont la différence avec le rayon de la Lune donnera la hauteur cherchée.

Voulez-vous effectuer graphiquement la construction? Du point D comme centre, avec D*m* pour rayon, coupez D*bs* en *m'*, et joignez le point *m'* au centre O de la Lune. *g* étant l'intersection du contour A*b*B et de la ligne O*m'*, *g*O sera le rayon de la Lune et *gm'* la hauteur de la montagne. La comparaison de CD à *ba* et à BA fournira d'ailleurs évidemment tous les éléments numériques de la détermination.

Fig. 194.



On peut aussi résoudre la question par les longueurs des ombres portées. C'est la méthode que paraissent avoir généralement préférée MM. Mædler et Beer, parce qu'elle permet d'apprécier la profondeur des dépressions. Une construction et des calculs identiques aux précédents s'appliqueraient, d'ailleurs, à ce second cas. Ainsi, *kf* étant (*fig.* 194) la longueur apparente de l'ombre, le rabattement du cercle projeté en *ab* vous donnera le sommet *m* de la montagne sur le rayon D*m* de ce petit cercle, et la construction du triangle *m*DO rectangle en D, que vous pouvez rabattre en DO*m'*, fournira, sur la verticale O*m'*, la hauteur *gm'* de la montagne.

DIX-SEPTIÈME LEÇON.

Les Planètes.

Caractères distinctifs des Planètes. — Relation entre les noms des jours de la semaine et ceux des Planètes. — Origine présumée des noms donnés aux Planètes. — Anciennes Planètes. — Découverte d'Uranus en 1781. — Loi de Bode ou de Titius. — Découverte des petites Planètes situées entre Mars et Jupiter, à la distance moyenne 28 environ. — Théorie d'Olbers sur l'explosion d'une grosse Planète. — Découverte de Neptune. — Idée de la méthode employée par M. Le Verrier. — Planètes supposées entre Mercure et le Soleil. — *Vulcain;* Observation du docteur Lescarbault. — Troisième loi de Képler. — Bizarreries que présentent les mouvements planétaires quand on prend la Terre pour centre de ces mouvements. — Système de Ptolémée. — Simplicité des mouvements, au contraire, quand on les rapporte au centre du Soleil. — Système de Copernic. — Explication des stations et des rétrogradations des Planètes. — Système de Tycho-Brahé. — Solution du problème de Képler. — Déterminations des nœuds et des rayons vecteurs d'une Planète. — Inclinaison de l'orbite sur l'Écliptique. — Problème inverse. — Développement de l'anomalie et du rayon vecteur en fonction du temps. — Calcul de la longitude et de l'ascension droite. — Application au calcul de l'*équation du temps.*

434. **Caractères distinctifs des Planètes.** — On nomme *Planètes* (*planetês*, corps errants) des Astres qui présentent au premier aspect l'apparence des Étoiles, mais qui se distinguent de celles-ci par un *mouvement propre* à travers les constellations. C'est le caractère spécial qu'avaient indiqué les anciens. Depuis l'invention des lunettes, les modernes ont trouvé un second caractère, fort tranché pour les Planètes

les plus rapprochées et les plus belles, beaucoup moins marqué pour celles qui sont très-petites ou très-loin, mais que les instruments puissants finissent néanmoins par faire apercevoir chez les principales. Je veux parler de leur *disque*, souvent considérable comparativement aux *points* brillants qui constituent les Étoiles. Nous avons vu que l'étendue de ce disque *empêche la scintillation*, troisième caractère, déjà remarqué, mais non expliqué par les anciens; moins absolu d'ailleurs que les précédents, que le premier surtout, puisque, dans certaines conditions de distance, la Planète dont l'éclat surpasse d'ordinaire celui de toutes les autres, Vénus, quand elle se trouve réduite à un petit diamètre apparent, scintille parfois.

Malgré les protestations de quelques hautes intelligences qui, de loin en loin, secouaient le joug des opinions invétérées, ce fut une croyance presque unanime, jusque vers les premières années du XVII^e siècle, que les Planètes circulaient autour de la Terre à laquelle on supposait les divers mouvements célestes assujettis. Dans un pareil ordre d'idées, il était naturel d'attribuer aux Astres errants que nous allons étudier des influences sur notre Globe. On ne doit donc pas être surpris de trouver une relation évidente entre les noms des Planètes et les noms donnés encore, chez la plupart des peuples modernes, aux sept jours de la semaine. Voici, selon Hérodote et Dion Cassius, comment cette relation paraît avoir été établie dès la plus haute antiquité.

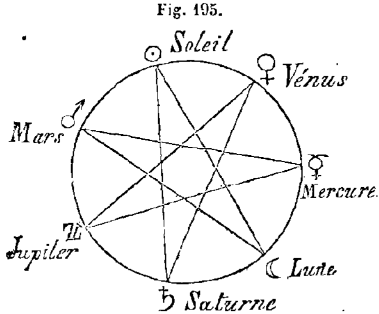
435. En plaçant le Soleil et la Lune parmi les Planètes, et en jugeant des distances à la Terre d'après certains indices empruntés aux révolutions apparentes, on compta, jusqu'en 1781, sept Planètes représentées par les noms et par les signes suivants, dans l'ordre présumé de leur éloignement :

Lune.	Mercure.	Vénus.	Soleil.	Mars.	Jupiter.	Saturne.
☾	☿	♀	☉	♂	♃	♄

Relation entre les noms des jours de la semaine et ceux des Planètes. — Ces Astres présidaient successivement aux diverses heures de la journée dont le nom était pris de celui d'entre eux qui correspondait à la première heure, lorsqu'en remontant du plus éloigné vers le plus voisin on avait compté toutes les Planètes autant de fois qu'il le fallait pour épuiser les vingt-quatre heures du jour précédent. Ainsi *Saturne* présidant à la 1re heure d'un certain jour, auquel il donnait son nom de *Samedi* (*Saturni dies* des Latins, *Saturn day* des Anglais, etc.), Jupiter présidait à la 2e heure du même jour, Mars à la 3e, le Soleil à la 4e, Vénus à la 5e, Mercure à la 6e, la Lune à la 7e, puis Saturne à la 8e,.... à la 15e,.... à la 22e; Jupiter à la 23e, Mars à la 24e, enfin *le Soleil* à la 25e ou à la 1re heure du jour suivant qui s'appelait *Jour du Soleil* (*Sun day* des Anglais), *Jour du Seigneur, dies Dominica*, par corruption *Dominqua*, *Dominque, Dominche...., Dimanche.* Vénus présidait ensuite à la 2e heure du dimanche, Mercure à la 3e, etc.., le Soleil à la 8e,... à la 15e,... à la 22e, Vénus à la 23e, Mercure à la 24e, et la Lune à la 1re heure du *lundi* (*Lunæ dies*). On arriverait de même à *Mars* pour la 1re heure du *mardi* (*Martis dies*), à *Mercure* pour le *mercredi* (*Mercurii dies*), à *Jupiter* pour le *jeudi* (*Jovis dies*), à *Vénus* pour le *vendredi* (*Veneris dies*); après quoi l'on retomberait sur *Saturne* qui recommencerait la série.

Au moyen âge, les Astrologues employèrent, pour le même objet, des espèces d'Étoiles cabalistiques mieux en rapport avec leurs habitudes mystérieuses. Divisez (*fig.* 195) une circonférence en sept parties égales, et, sur les points de division, placez les sept Planètes dans l'ordre indiqué plus haut. Menez ensuite, de l'une à l'autre de ces Planètes, de manière à toujours intercepter *deux* d'entre elles, des lignes droites ou courbes jusqu'à ce que vous ayez successivement

Fig. 195.



parcouru les diverses divisions de votre circonférence; vous retrouverez les résultats obtenus par la première combinaison. Ainsi le Soleil conduit à la Lune, la Lune à Mars, Mars à Mercure, Mercure à Jupiter, Jupiter à Vénus, Venus à Saturne, enfin Saturne au Soleil, et l'Étoile se trouve alors terminée. Ce qui permet, vous pouvez le remarquer en passant, de faire commencer la semaine par tel jour qu'il vous plaira de choisir pour le premier.

436. — Il était naturel, après cela, d'appliquer les signes représentatifs des Planètes aux jours qui prenaient les noms de ces Astres. On désigne, en effet, de la manière suivante les sept jours de la semaine :

Lundi.	Mardi.	Mercredi.	Jeudi.	Vendredi.	Samedi.	Dimanche.
☾	♂	☿	♃	♀	♄	☉

Origine présumée des noms donnés aux Planètes. — Quant à l'origine des noms et surtout des signes, elle se perd dans la nuit des temps. Les uns y retrouvent les divinités chaldéennes, grecques ou égyptiennes, avec leurs attributs les plus caractéristiques; les autres y reconnaissent les divinités plus récentes des Latins. On s'accorde néanmoins, assez généralement, à voir un caducée dans le symbole de Mercure, un miroir avec son manche dans celui de Vénus, Planète dont l'éclatante beauté semblait effectivement réclamer le nom et l'emblème de la mère des Grâces. La couleur rouge de Mars, rappelant le sang que fait couler la guerre, paraît, à son tour, avoir donné naissance à la réunion d'une flèche et d'un bouclier. Jupiter, le roi du Ciel dans la Mythologie païenne, devait naturellement, assure-t-on, être représenté par le *zigzag* de la foudre, d'autres disent, tout simplement, par la première lettre barrée Z (zêta) de son nom grec (*Zeus*, Dieu); enfin Saturne, le père du Temps, ne pouvait être mieux figuré que par l'arme meurtrière dont il est inséparable, par la faux destinée à moissonner les humains.

437. **Anciennes Planètes. — Découverte d'Uranus en 1781.** — Pendant bien des siècles, à quelques rares exceptions près, on eût regardé comme une sorte d'hérésie de

supposer que le Ciel renfermait plus de sept Planètes. Jusque même vers la fin du siècle dernier, les Astronomes n'auraient pas osé croire qu'il existait encore des planètes ignorées. Aussi quand, le 13 mars 1781, Herschel, alors à peine connu, aperçut, près de l'Étoile H des Gémeaux, un Astre mobile et présentant des dimensions appréciables, se garda-t-il bien, d'abord, de voir dans sa découverte autre chose qu'une *Comète sans chevelure.* Il fallut que les Astronomes, et parmi eux le président Saron le premier, trouvassent le caractère distinctif des orbites planétaires à la courbe décrite par l'Astre nouveau, pour qu'on se décidât à considérer cet Astre comme une Planète.

A l'époque d'Herschel, en effet, on ne doutait plus du mouvement de la Terre; et notre Globe avait déjà cessé, depuis cent cinquante ans au moins, d'être considéré comme le centre de l'Univers. On savait que les corps errants du Ciel, au lieu de se déplacer autour de nous, circulaient au contraire autour du Soleil, les Planètes dans des ellipses presque circulaires, les Comètes dans des ellipses excessivement allongées qui se confondent sensiblement avec des paraboles et même quelquefois avec des courbes hyperboliques. Une orbite à peine excentrique devait donc nécessairement classer l'Astre d'Herschel parmi les Planètes.

Contrairement aux croyances les mieux accréditées, voilà, par conséquent, l'Astronomie planétaire enrichie d'un huitième corps. Herschel réclama le droit de lui donner un nom et proposa celui de *Georgium Sidus* (Astre de Georges) en l'honneur de son bienfaiteur, le roi d'Angleterre Georges III. Mais Lalande insista pour le nom d'Herschel lui-même, pendant que d'autres plaidaient en faveur d'Astrée, de Cybèle, etc., et que Bode, Astronome de Berlin, demandait, comme une réparation due au plus ancien des dieux, l'adoption du nom d'Uranus. Ce dernier nom triompha. Seulement, grâce à Lalande, l'initiale du nom d'Herschel fut conservée dans le symbole astronomique (♅) de la Planète, dont on trouva la distance moyenne au Soleil égale à dix-neuf fois environ la distance qui nous sépare du même Astre.

438. La découverte d'Herschel et la place que venait occuper Uranus dans le Ciel réveillèrent le souvenir d'une ancienne conception de Képler qui, après être arrivé par des considérations d'harmonie à soupçonner l'existence de deux Planètes inconnues, l'une entre Mars et Jupiter, l'autre entre Vénus et Mercure, avait ensuite, pour satisfaire à certaines combinaisons assez bizarres, abandonné sa première idée. Il pouvait, en effet, sembler naturel de croire désormais à l'existence de nouvelles planètes; car l'Astre d'Herschel répondait précisément à l'un des *termes* de la série *suivante*, publiée précédemment à Wittemberg par le professeur Titius, comme représentant (la Terre ♁ comprise) les distances des Planètes au Soleil, et dans laquelle on voit encore une lacune pour le nombre 28.

4	7	10	16	28	52	100	193
☿	♀	♁	♂	.	♃	♄	♅

Loi de Bode ou de Titius. — Cette série, formée par l'addition du nombre *quatre* aux divers nombres d'une autre série fort simple (0,3,6,12,24,48,96,192,..., etc.) dont chaque terme est double de celui qui le précède, exprimait très-passablement les distances connues

(3,87 —	7,23 —	10 —	15,24 —	|	— 52,03 —	95,39 —	191,83).
☿	♀	♁	♂	|	♃	♄	♅

Mais, purement empirique, elle restait inaperçue dans la publication du professeur de Wittemberg, lorsqu'en 1778 Bode la fit revivre dans une de ses propres publications; ce qui, par un malentendu, soit dit en passant, contre lequel l'Astronome de Berlin a lui-même loyalement protesté, valut à la série le nom de *loi de Bode*, quand on aurait dû, plutôt, la nommer *loi de Titius*. Quoi qu'il en soit, la Planète nouvelle obéissant à très-peu près à la prétendue loi, on pouvait raisonnablement espérer qu'un jour ou l'autre le vide correspondant au nombre 28 serait comblé.

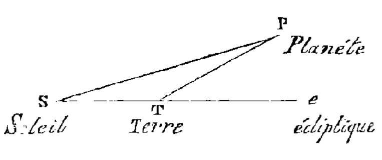
439. **Découverte des petites Planètes situées entre Mars et Jupiter, à la distance moyenne 28 environ.** — Or, le 1er janvier 1801, Piazzi, Directeur de l'Observa-

toire de Palerme, voulant retrouver une Étoile que Wollaston avait portée dans son Catalogue sous le titre 87e de Mayer, aperçut, vers la place indiquée, une autre très-petite Étoile (de 8e grandeur) qu'il observa plusieurs jours de suite, et sur laquelle il ne tarda pas à constater un déplacement. C'était donc une Planète nouvelle. Piazzi la nomma Cérès avec un signe qui est tombé en désuétude. Olbers, à son tour, en détermina l'orbite qui lui parut d'abord circulaire, que Burckhart et Gauss ne tardèrent pas ensuite à trouver elliptique, avec une distance moyenne au Soleil égale à 27,7.

La lacune 28 était ainsi merveilleusement comblée. Rien, par conséquent, ne semblait manquer désormais au système planétaire. Et pourtant, le 28 mars 1802, Olbers, astronome et médecin à Brême, cherchant la Planète de Piazzi, en découvrit à son tour une autre. Mais, résultat plus étonnant encore! l'ellipse calculée par Gauss fournit de nouveau la distance moyenne 27,7.

De pareilles coïncidences étaient de nature à frapper les Astronomes, d'autant plus que Cérès et Pallas présentaient quelques particularités fort singulières. Les anciennes Planètes et l'Astre d'Herschel lui-même se meuvent, en effet, dans des plans très-peu inclinés à l'Écliptique; car la largeur de la zone qui les contient, et que nous avons déjà rencontrée sous le nom de *Zodiaque*, ne dépasse pas, vue de la Terre, un angle de 8 degrés, soit au-dessus soit au-dessous de ce plan. Les orbites de Cérès et de Pallas, au contraire, celle de Pallas surtout, offraient, rapportées au centre du Soleil des inclinaisons considérables, 10°37′ pour la première, 34°37′ pour la seconde. D'où il résulterait qu'observées de la Terre, dans certaines positions où l'angle PTe (*fig.* 196) devient supérieur à PSe, les deux Planètes devaient s'éloigner bien davantage encore de l'Écliptique. Les volumes

Fig. 196.



de ces Astres étaient, en outre, presque insignifiants, puisque, d'après Herschel, le diamètre de l'un ne dépassait guère 65 lieues, et celui de l'autre 45; tandis que Schrœter les trouvait entourés d'atmosphères de 200 et de 300 lieues de haut, tout à fait hors de proportion par conséquent avec les diamètres. Malgré leur petitesse, les Planètes nouvelles semblaient encore présenter de choquantes inégalités sur leur contour. Enfin, bien que les distances moyennes au Soleil fussent identiques, Cérès parcourait une ellipse peu excentrique, et l'ellipse de Pallas avait une forte excentricité.

Théorie d'Olbers sur l'explosion d'une grosse Planète. — Dans de telles conditions, Olbers crut pouvoir les considérer comme des débris d'une grosse Planète qui aurait fait explosion vers le point d'entre-croisement des orbites; car il était facile ainsi de se rendre compte, et des profondes altérations qu'auraient subies, pour chaque fragment, sous les divers efforts de l'explosion, l'inclinaison ainsi que l'excentricité primitive, et de l'irrégularité des contours et de la presque identité des distances moyennes; et des hautes atmosphères dues à l'absorption de l'atmosphère primitive par les plus gros fragments, etc. En supposant vraie cette hypothèse, on devait donc s'attendre à saisir les fragments encore inconnus, durant leur passage dans les espèces de défilés formés par les deux orbites, vers leurs points d'intersection (1). C'est précisément ce qui arriva le 2 septembre 1804 pour Junon, que Harding découvrit comme une Étoile de 8e grandeur près de l'Étoile 98 des Poissons (Catalogue de Bode), et le 29 mars 1807 pour Vesta, qui fut trouvée par Olbers avec l'apparence d'une Étoile de 5e à 6e grandeur, parmi les Étoiles de la Vierge.

L'ingénieuse conjecture de l'Astronome de Brême était, d'ailleurs, justifiée par les distances moyennes, peu différentes des précédentes (26,7 et 23,6), coïncidant avec des inclinaisons sur l'Écliptique assez éloignées l'une de l'autre (13°3′ et 7°8′), avec une excentricité considérable et des

(1) D'après les principes de la Mécanique, toutes les orbites doivent se couper au point d'explosion, sauf les modifications que peuvent avoir produites les perturbations réciproques des diverses Planètes.

contours irréguliers pour Junon, une faible excentricité pour Vesta, etc. Lagrange, dans la *Connaissance des Temps* de 1814, vint ajouter l'autorité de son approbation à cette curieuse hypothèse, en déterminant la force explosive nécessaire pour la production du phénomène, et en montrant que cette force aurait dû, *tout au plus*, être capable d'imprimer aux fragments observés des vitesses égales à vingt fois celle (460 mètres environ) du boulet de vingt-quatre.

Quand on songe aux énormes colonnes de lave que soulèvent les volcans, et surtout aux grands cataclysmes qu'a souvent produits sur notre Globe l'action de la chaleur centrale, on ne trouve rien dans les chiffres du géomètre français qui soit hors de proportion avec les forces de la nature. A certains points de vue, les résultats précédents sembleraient même tirés de puissantes probabilités des découvertes qui, après une interruption de trente-huit ans, sont venues, presque coup sur coup, ajouter de nouveaux *astéroïdes* (c'est le nom qu'Herschel proposa pour les petites Planètes) aux *quatre* astéroïdes connus en 1807.

Depuis le 8 décembre 1845, en effet, jusqu'au 27 novembre 1864, quelques Astronomes qui se consacrent avec un infatigable dévouement à l'exploration du Ciel ont pu constater l'existence de 78 petites Planètes jusqu'alors inconnues, présentant l'apparence d'Étoiles de 10^e, 11^e ou 12^e grandeur, et comprises toutes entre Mars et Jupiter, avec des distances moyennes peu différentes de 28, mais avec des excentricités et des inclinaisons très-dissemblables entre elles, quelquefois même avec des contours irréguliers comme ceux des astéroïdes précédemment aperçus (1). Si de telles particularités ne mettent pas absolument hors de doute la réalité de l'hypothèse qui les explique, il faut avouer, du moins, qu'elles sont bien de nature à militer en sa faveur; car les perturbations planétaires n'auraient pu, d'après les recherches de M. Le Verrier, agrandir, comme le ferait une explosion, des inclinaisons et des excentricités primitivement

(1) Voir la Note I, à la fin de la XVII^e Leçon.

très-petites. En présence d'un nombre d'astéroïdes déjà si considérable, et, selon toute apparence, destiné à s'accroître beaucoup encore, on commence néanmoins à croire assez généralement que la zone de matière comprise entre Mars et Jupiter a reçu son organisation actuelle, non d'une explosion, mais des mêmes causes qui constituèrent les autres corps du système planétaire.

440. **Découverte de Neptune.** — Trente-huit ans après la découverte d'Uranus, en 1819, M. Bouvard entreprit des Tables de cette Planète (1). Les recueils formés avant la découverte lui ayant permis de combiner, avec les observations postérieures à 1781, dix-sept observations remontant à l'année 1690 (une de Mayer, une de Bradley, trois de Flamsteed et douze de Le Monnier, qui avaient pris la Planète pour une Étoile), il ne tarda pas à reconnaître des incompatibilités évidentes entre les deux systèmes d'observations, et se vit réduit à abandonner les anciennes pour s'en tenir aux modernes seulement, « laissant aux temps à venir, dit-il dans l'introduction de ses Tables, publiées en 1821, le soin de faire connaître si la difficulté de concilier les deux systèmes tient à l'inexactitude des observations anciennes, ou si elle dépend de quelque action *étrangère* et *inaperçue* qui aurait agi sur la Planète. »

Le problème d'un Astre inconnu, dont l'attraction serait venue s'ajouter à celle *calculée* des autres Planètes, pour troubler le mouvement elliptique d'Uranus, était, on le voit, assez nettement posé dans les lignes précédentes. En 1838, M. Bouvard, recommençant la construction de ses Tables, afin d'ajouter la série d'observations distribuées sur l'arc parcouru depuis 1819, arrivait d'ailleurs au même résultat que la première fois. Aussi l'ai-je maintes fois entendu raconter, dans son intimité, que Laplace l'avait souvent pressé de chercher la Planète. « Mais, ajoutait-il, je ne me suis

(1) C'est-à-dire des Tables destinées à permettre d'obtenir, pour une époque quelconque, la position que la Planète doit venir occuper dans le Ciel.

» jamais senti le courage de hasarder le temps qu'une telle
» recherche exigerait; car, au lieu d'une seule Planète, il y
» y en a peut-être deux, peut-être trois, peut-être même un
» plus grand nombre, distribuées dans des positions toutes
» différentes de celle que devrait occuper une Planète unique
» pour produire le même effet que plusieurs actions combi-
» nées. — Concevez-vous, disait encore alors cet excellent
» homme, que Le Monnier se soit laissé enlever la décou-
» verte d'Uranus, lui qui l'a vu *douze fois* de 1750 à 1771,
» et qui n'aurait eu, pour constater le déplacement de la
» Planète, qu'à comparer, d'un simple coup d'œil, les ob-
» servations de la veille à celles du lendemain (1). » Et cependant, singulière coïncidence ! l'Astronome qui s'étonnait de l'indifférence de Le Monnier tenait, en quelque sorte, dans la main une découverte bien autrement brillante, qu'il laissait échapper à son tour.

Ceci soit dit, au reste, sans intention de jeter même l'ombre d'un blâme sur la mémoire de celui qui fut mon premier maître, et pour le souvenir duquel je conserve une profonde vénération. Mais il n'est pas moins vrai qu'un pas de plus conduisait immédiatement M. Bouvard, déjà sur la voie de la vérité, à la découverte complète qui vint donner, en 1846, une popularité si éclatante au nom de M. Le Verrier.

On se souvient encore de la vive émotion produite par cette découverte, et par la chaleureuse énergie avec laquelle, dans la séance du 5 octobre, l'illustre secrétaire perpétuel de l'Académie des Sciences de Paris, M. Arago, réclamait, pour l'Astre enfin aperçu grâce aux indications de M. Le Verrier, le nom de l'Astronome dont les savants calculs recevaient la plus éclatante confirmation.

Après la mort de M. Bouvard, qui laissait inachevées ses nouvelles Tables, M. Le Verrier ayant entrepris, en effet, de son côté, l'étude d'Uranus, et, comme son prédécesseur,

(1) Il paraît que Le Monnier écrivait ses observations sur des feuilles volantes dont il formait ensuite des liasses. M. Bouvard, de qui je tiens le fait, a publié que les registres de cet Astronome sont dans le plus grand désordre.

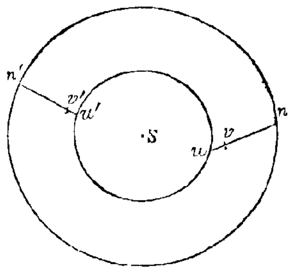
arrivant, après les recherches les plus approfondies, à reconnaître qu'il devait exister une Planète perturbatrice inconnue, s'était courageusement dévoué, malgré l'ingratitude possible d'une pareille tâche, à pousser ses investigations jusqu'au bout, afin de trouver la place que l'Astre dont il démontrait l'existence viendrait occuper dans le ciel vers le 1er janvier 1847. On sait combien fut précise la détermination de notre compatriote, puisque, le 23 septembre 1846, M. Galle, Astronome de Berlin, comparant le ciel à la carte de la 21e heure d'ascension droite, récemment terminée par M. Bremiker, aperçut, à 0°52′ seulement du lieu calculé pour ce même jour 23 septembre, une Étoile de 8e grandeur qui n'était pas dans la carte, bien que celles de 10e grandeur y fussent marquées, et dont le déplacement, quoique fort lent, put néanmoins être constaté dès le jour suivant. C'était précisément la Planète attendue ; et l'on comprend sans peine pourquoi les autres Astronomes, encore dépourvus de la carte détaillée qui représentait la zone céleste dans laquelle se mouvait le nouvel Astre, ne l'avaient pas eux-mêmes aperçu.

441. **Idée de la méthode employée par M. Le Verrier.** — Si l'on était curieux de savoir par quelle suite d'opérations avait dû passer M. Le Verrier pour effectuer sa découverte, il suffirait de se rappeler, d'un côté, que la loi de Bode assignait à la Planète une distance au Soleil double environ de celle d'Uranus, et, d'un autre côté, que les orbites elliptiques des grosses Planètes sont presque circulaires. Comme d'ailleurs les dérangements perpendiculaires au plan de l'Écliptique, avec lequel se confond sensiblement l'orbite d'Uranus, étaient peu sensibles, l'orbite de l'Astre inconnu devait évidemment se trouver, à peu près aussi, dans le même plan ; car, autrement, cet Astre aurait exercé des attractions tendant à soulever Uranus.

Pour première ébauche, M. Le Verrier pouvait donc prendre tout simplement une circonférence de cercle, tracée sur l'Écliptique autour du Soleil comme centre, avec le rayon fourni par la loi de Bode. Et quant à la position de la Planète perturbatrice, elle devait résulter, le problème étant réduit à son expression la plus simple, de deux autres positions précédemment occupées à des moments connus, puisque, dans l'hypothèse d'un cercle uniformément parcouru (1), le temps écoulé pendant le passage de la première position à la seconde fait connaître la vitesse, et par conséquent aussi la place où se trouvera l'Astre au jour donné.

Comment obtenir les deux positions antérieures que réclame la solution ? Théoriquement, rien de plus facile. Soient, en effet, u, u' (*fig.* 197) les deux lieux *calculés* d'Uranus sur son ellipse, ou, plus exactement, au voisinage du contour de cette courbe, à cause des perturbations exercées par les Planètes *connues* (2), qui auront légèrement altéré la marche elliptique; soient, au contraire, v, v' les lieux *observés*; les lignes uv, $u'v'$, différences entre le calcul et l'observation, représenteront l'action de la Planète inconnue. Prolongez chacune d'elles jusqu'à sa rencontre en n et en n' avec la circonférence adoptée pour orbite, et les points n, n' seront précisément les points cherchés. Vous pourrez même déterminer aussi la masse de la Planète troublante; car vous savez, nous l'avons déjà remarqué dans l'étude des Étoiles doubles, que l'effet produit est proportionnel à cette masse, mais

Fig. 197.



(1) Conformément à la loi des aires, qui, dans le cas d'une orbite circulaire, ne peut avoir lieu qu'avec un mouvement uniforme. Cette loi n'existe pas seulement pour le Soleil, ou, plus exactement, pour la Terre ; on la retrouve dans tous les mouvements planétaires.

(2) Jupiter et Saturne, les plus grosses planètes du système solaire, et les plus voisines d'Uranus, sont les seules aussi dont il fût nécessaire, dans le cas actuel, de déterminer les influences perturbatrices. A cause de leur faible masse et de leur éloignement, les autres Planètes n'exercent sur Uranus qu'une action insensible.

inverse du carré de la distance *nu*. La mesure de *uv* et de *nu*, et la comparaison de ces quantités à leurs analogues, entre la Terre et la Lune, par exemple, entre la Terre et la pierre qui tombe, si vous le préférez, vous fera connaître le rapport de la masse troublante à la masse de notre Globe.

442. — En réalité, la solution est loin d'être aussi simple. De légères erreurs sur les positions de *uv*, *u'v'* pourraient grandement influer sur les directions *uv*, *u'v'*, et conséquemment sur les lieux cherchés *n*, *n'*. Ce n'est donc pas avec deux positions seulement que M. Le Verrier aurait pu se flatter de résoudre le problème. Aussi s'en procura-t-il près de 300 (281, sur lesquelles 19 antérieures et 262 postérieures à 1781), qu'il groupa très-habilement, de manière à obtenir, en définitive, trente-trois conditions, ou, pour parler comme les algébristes, trente-trois *équations* entre les éléments elliptiques (1) de la Planète troublante, la masse de cette Planète

(1) Les éléments elliptiques d'une Planète, dans le plan où elle se meut, sont au nombre de cinq, savoir :

1° La durée T de la révolution entière (ou sidérale) autour du Soleil ;

2° La distance moyenne au Soleil, ou le demi-grand axe *a* de l'ellipse ;

3° L'excentricité *e*, de laquelle résultent la plus grande et la plus petite distance au Soleil (*aphélie* et *périhélie*) ;

4° La position du grand axe, ou la longitude du périhélie, comptée soit sur l'écliptique, à partir de la ligne des équinoxes, soit sur le plan même de l'orbite, à partir de l'intersection de cette orbite avec l'Écliptique ;

5° La position de la Planète sur son orbite à une époque déterminée, ou ce qu'on nomme la longitude de l'époque.

Auxquels éléments il faut en ajouter deux autres qui servent à fixer le plan de l'orbite, et qui sont :

1° L'inclinaison de l'orbite sur l'Écliptique ;

2° L'angle compris entre l'intersection de l'orbite avec l'Écliptique, ou ligne des nœuds, et la ligne des Équinoxes.

En tout, par conséquent, sept *éléments* qui se réduisent à *six*, parce que Képler a lié, comme nous le verrons avant peu, la durée de la révolution à la distance moyenne, et que l'une de ces deux quantités résulte immédiatement de la connaissance de l'autre.

En vertu, d'un côté, de la loi des aires, qui exige que le mouveet les corrections à faire aux éléments elliptiques d'Uranus. Les inconnues n'étant qu'au nombre de *neuf*, parmi lesquelles la position de la Planète perturbatrice à une époque déterminée, M. Le Verrier put aisément obtenir les valeurs les plus probables des diverses quantités qui conduisaient à la solution cherchée. Il parvint, en effet, aux nombres suivants, qu'il communiquait à l'Académie des Sciences de Paris le 31 août 1846 :

Demi-grand axe de l'orbite ou distance moyenne de la Planète au Soleil...	361,54	la distance de la Terre au Soleil étant 10.
Excentricité.....................	0,1076.	
Durée de la révolution.............	217^ans,387.	
Longitude *héliocentrique* (rapportée au centre du Soleil) pour le 1^er janvier 1847.....................	326°32′.	

Masse....... $\frac{1}{9300}$ de la masse du Soleil.

Et quand M. Galle eut aperçu la Planète par 326°52′ de longitude héliocentrique, le 23 septembre 1846, M. Le Verrier déduisit de ces nombres, pour le même jour 23 septembre, une longitude héliocentrique égale à 326° 00′. Or, l'observation fournissant à M. Galle 326° 52′, l'erreur commise se réduisait à 0°52′. Ainsi, la position avait été prévue à moins d'un degré.

443. Bien que l'observation ait donné plus tard des éléments un peu différents ; que la distance moyenne au Soleil,

ment angulaire de la Planète aille en croissant vers le périhélie et soit symétrique à droite et à gauche du grand axe, ce qui permet de savoir, *à priori*, comment *trois* observations d'une Planète sont situées par rapport à la ligne des absides, et si deux d'entre elles, par exemple, comprennent le périhélie, etc. ; en vertu, d'un autre côté, de ce principe évident, que les trois positions (non en ligne droite) d'une Planète, qui peuvent servir à déterminer un arc parcouru, permettent aussi d'obtenir la position du plan de l'orbite, on conçoit que l'on ait pu lier par *deux* équations les six éléments précédents ; que, dès lors, trois observations d'une planète, substituées successivement dans les deux équations de condition, et fournissant ainsi *six* équations, soient suffisantes pour la détermination des *six* éléments : ce qui est vrai.

par exemple, ait été réduite à 300,4, l'excentricité à 0,00872, et la durée de la révolution à 164ans,622, ce qui a réduit aussi la masse à n'être plus que la *dix-sept millième* partie de la masse du Soleil, puisque, la distance diminuant, une masse plus petite peut produire le même effet, il faut néanmoins reconnaître que la détermination précédente témoignait par son exactitude, non-seulement de la réalité des attractions planétaires, mais encore de l'habileté de l'Astronome auquel elle était due. Pourquoi donc le nom de Planète Le Verrier, proposé par M. Arago pour une découverte aussi exceptionnellement amenée, n'a-t-il pas prévalu? C'est en invoquant les motifs qui empêchèrent l'adoption du nom d'Herschel pour Uranus, que les Astronomes étrangers ont fait accepter celui de *Neptune*, avec le trident sur une sphère (♆) pour symbole astronomique.

Et puis, il est juste de le dire, M. Adams, Astronome anglais, dont le nom se trouve aujourd'hui si honorablement connu, mais qui débutait alors dans la carrière scientifique, avait, en même temps que M. Le Verrier, obtenu, de son côté, la position de la Planète perturbatrice. Le doute, à cet égard, ne paraît pas permis, puisque le Mémoire de M. Adams, soumis à l'appréciation de M. Airy, et perdu de vue tout d'abord parmi de nombreux dossiers, fut ensuite publié peu après la découverte, pendant qu'on imprimait à Paris celui de M. Le Verrier. Était-il possible de repousser également et la réclamation tardive du célèbre Directeur de l'Observatoire de Greenwich en faveur de son jeune compatriote, et les considérations devant lesquelles, à la fin du siècle dernier, les Anglais avaient sacrifié le nom d'Herschel à celui d'Uranus? La découverte demeurait française; les annales de la science devaient d'ailleurs conserver le souvenir de l'Astronome qui l'avait faite. Il n'en fallut pas davantage pour rapprocher les opinions, et les habitudes mythologiques furent conservées.

444. **Planètes soupçonnées entre Mercure et le Soleil.** — Dans une lettre adressée à M. Faye, et communiquée par ce dernier à l'Académie des Sciences de Paris le 12 septembre 1859, M. Le Verrier, poursuivant ses recherches sur les

perturbations planétaires, annonçait qu'une augmentation séculaire de 38 secondes dans le mouvement progressif du grand axe de l'orbite décrite par Mercure (mouvement tout à fait analogue à celui du grand axe de l'ellipse solaire) faisait concorder « à moins d'une seconde, et même quelquefois à moins d'une demi-seconde, » les passages *observés* de Mercure sur le Soleil avec les passages *calculés*. En présence d'un pareil résultat, M. Le Verrier n'hésitait pas à regarder comme réel l'accroissement séculaire de vitesse du grand axe réclamé par la théorie; et pour en trouver la cause, il était conduit à soupçonner, plus près encore du Soleil que Mercure, soit une Planète, soit un anneau de corpuscules semblables aux essaims de météores qui rencontrent l'orbite de la Terre, ou aux astéroïdes qui circulent entre Mars et Jupiter. Avec une distance au Soleil un peu inférieure à 1,935 (moitié de la distance 3,87 du Soleil à Mercure), la masse de la Planète inconnue serait aussi considérable que celle de Mercure; elle le serait davantage pour une distance moindre; et, dans tous les cas, restant sans cesse au voisinage du Soleil, entouré par conséquent, pendant le jour, d'une vive lumière, et, le matin ou le soir, voilé par les vapeurs de l'horizon, l'Astre soupçonné, s'il était unique, à plus forte raison les petits astéroïdes qui devraient le remplacer, ne pourraient être que très-difficilement aperçus.

A l'appui de cette curieuse assertion, M. Herrick et M. Buys-Ballot s'empressèrent de transmettre à M. Le Verrier diverses observations jusqu'alors peu répandues, se rapportant, les unes à des variations périodiques de température, que M. Buys-Ballot explique par un ou plusieurs anneaux tournant en $27^j,56$ et $27^j,68$, les autres à deux petites taches *rondes*, *noires*, de *grandeurs inégales*, vues sur le Soleil par Gruithuisen, le 26 juin 1819, et par Pastorff le 23 octobre 1822, le 24 et le 25 juillet 1823, six fois (sans indication de date) dans le courant de 1834; enfin le 18 octobre et le 1er novembre 1836, et le 16 février 1837. Ces taches, en 1834, avaient des diamètres de 3 secondes et de $1'',25$, la plus petite précédant quelquefois, et quelquefois aussi suivant la plus grande à une distance angulaire qui ne dépassa pas 1′ 16″. En 1836 et 1837, des arcs de 12, de 6 et de 14 minutes furent parcourus en 52, 54 et 30 minutes de temps.

445. **Vulcain; observation du docteur Lescarbault.** — Voilà, certes, d'intéressantes indications dont il faudrait peut-être rapprocher les globules noirs si nombreux que, le 17 juin 1777, Messier vit, pendant cinq minutes, passer, vers midi, sur le Soleil. Une dernière observation, faite le 26 mars 1859 à Orgères, dans le département d'Eure-et-Loir, par le docteur Lescarbault, qui, depuis plusieurs années, depuis 1858 surtout, explorait assidûment les alentours du Soleil, ainsi que le Soleil lui-même, dans l'espoir de découvrir de nouvelles Planètes entre cet Astre et nous, semble devoir rendre désormais le doute presque impossible. Cette observation, il est vrai, ne fut communiquée par M. Lescarbault à M. Le Verrier que le 22 décembre 1859; et quelques personnes, M. Liais entre autres, qui précisément, le 26 mars 1859, avait observé le Soleil sans rien apercevoir d'anormal sur le disque lumineux, ont vu dans le long retard d'une communication aussi importante de sérieux motifs de réserve.

Néanmoins, les manières simples et modestes de l'observateur d'Orgères; le cachet de bonne foi qui paraît empreint dans son récit, dont les détails annoncent d'ailleurs un esprit investigateur, plus préoccupé de satisfaire son goût pour l'étude du Ciel que de courir après le bruit et la renommée; enfin, la concordance des diverses particularités fournies sur le passage devant le Soleil d'un petit point noir et rond, bien terminé, ayant un diamètre apparent très-inférieur au quart du diamètre apparent de Mercure périgée, et qui, le 26 mars, aurait parcouru, de $4^h\ 8^m\ 11^s$ à $5^h\ 25^m\ 18^s$ (temps moyen de Paris), un arc de 9′ 13″,6, ont fait admettre assez généralement l'existence de la Planète (1).

(1) Dans une lettre adressée de Constantinople à M. Le Verrier, e communiquée par ce dernier, le 29 mai 1865, à l'Académie des Sciences de Paris, M. Aristide Coumbary, « dont la lettre, dit M. Le » Verrier, porte en elle l'empreinte de l'exactitude et de la sincérité, » mais que je n'ai pas l'avantage de connaître autrement que par cette

A la liste déjà donnée, il faudrait donc ajouter encore un Astre (au moins) intra-mercuriel, auquel, d'après M. Le Verrier, dans l'hypothèse d'une orbite circulaire et d'une densité moyenne égale à celle de Mercure, l'observation de M. Lescarbault assignerait pour masse la dix-septième partie de la masse de Mercure; pour distance au Soleil, la fraction 0,1427 de la distance moyenne du Soleil à la Terre; pour inclinaison de l'orbite, l'angle 12° 10′; pour durée de la révolution, 19ʲ, 7; enfin, pour élongation maxima (angle compris entre l'Astre et le Soleil, vus de la Terre), une valeur qui ne pourrait jamais passer 8 degrés. Seulement, avec la distance précédente, un dix-septième de masse ne suffirait pas à rendre compte des 38 secondes d'accroissement dans le mouvement séculaire du périhélie de Mercure; et l'existence de *Vulcain* (c'est le nom donné par M. Babinet à la Planète hypothétique) deviendrait dès lors un puissant motif de présomption en faveur de l'existence d'autres compagnons de cette Planète.

446. **Troisième loi de Képler.** — Tel est, jusqu'à ce jour, le contingent de l'Astronomie planétaire. Pour compléter les généralités applicables à l'ensemble du système, je dois dire ici qu'on nomme d'ordinaire Planètes *intérieures* ou *inférieures* celles qui sont comprises entre la Terre et le Soleil, et Planètes *extérieures* ou *supérieures* celles qui passent en dehors de l'orbite terrestre. Je dois ajouter également que Képler reconnut dans les mouvements des Planètes *par rapport*

» lettre, » M. Aristide Coumbary déclare « avoir vu, le 8 mai 1865, » un petit point noir se détacher d'un groupe de taches situées près » du bord oriental et vers le haut du disque solaire, pour venir disparaître, 48 minutes plus tard, au bord occidental de ce disque. »

M. Coumbary ajoute cette autre particularité singulière, « qu'à la » fin du parcours, et au moment de sa sortie du disque solaire, le » petit corps noir aurait paru prendre la forme ovale, et présenter une » séparation au milieu, comme s'il y avait eu deux corps tout près » l'un de l'autre. Il ne peut cependant affirmer que la fatigue de sa vue » n'a pas produit d'illusion. »

Quoi qu'il en soit, on doit désirer, dit M. Le Verrier, que ces observations se multiplient, pour permettre de statuer définitivement sur la question des anneaux intérieurs.

au Soleil, non-seulement les deux lois (ellipses au foyer commun desquelles serait le Soleil, et aires proportionnelles aux temps) déjà signalées pour le Soleil et pour la Lune, mais encore une troisième loi pouvant se formuler de la manière suivante :

Les cubes des demi-grands axes divisés par les carrés des temps des révolutions donnent, pour toutes les Planètes, un même quotient (1).

D'où résulte cette conséquence importante que, lorsqu'on a mesuré la distance d'une Planète nouvelle au Soleil, on peut avoir, très-approximativement, la durée de la révolution supposée circulaire (la distance mesurée servant alors de demi-grand axe); et réciproquement, que lorsqu'on a la durée par observation, on peut en déduire la longueur du demi-grand axe. Car le quotient sera fourni par le cube du demi-grand axe et par le carré du temps de la révolution d'une quelconque des Planètes connues (la Terre si l'on veut); ce qui permettra d'obtenir ensuite aisément, pour la Planète nouvelle, celui des deux termes (dividende ou diviseur, c'est-à-dire cube du demi-grand axe ou carré du temps de la révolution, par conséquent aussi grand axe ou temps de la révolution eux-mêmes) que l'observation n'aura pas donné (2).

447. **Bizarreries que présentent les mouvements planétaires, quand on prend la Terre pour centre de ces mouvements. — Système de Ptolémée.** — Une dernière re-

(1) Voir la Note II, à la fin de la XVII^e Leçon, p. 119.

(2) Soient a le demi-grand axe de l'orbite terrestre (représenté par 10 dans la série de Titius ou de Bode) et T la durée ($365^j,25637$) de la révolution sidérale de la Terre. Soient a' et T' les quantités correspondantes pour une autre Planète. Vous aurez, d'après l'énoncé,

$$\frac{a'^3}{T'^2}=\frac{a^3}{T^2}=\frac{1000}{(365,25637)^2}=0,007495569;$$

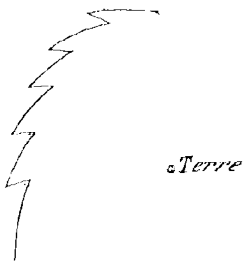
par conséquent,

$$a'=\sqrt[3]{0,007495569\,T'^2},\ \text{ou}\ T'=\sqrt[2]{\frac{a'^3}{0,007495569}}.$$

marque avant d'entrer dans l'étude spéciale de chaque Planète. Si l'on considère les mouvements planétaires comme s'effectuant autour de la Terre, on rencontre de nombreuses bizarreries pour l'explication desquelles Ptolémée avait dû entasser épicycles sur épicycles (182).

Toutes les Planètes, en effet, semblent se mouvoir d'abord, pendant quelque temps, d'Occident en Orient comme le Soleil et la Lune. Mais bientôt, à l'inverse de ces derniers corps, elles s'arrêtent dans leur marche directe pour rétrograder momentanément. Après quoi, devenant de nouveau stationnaires, elles reprennent un mouvement direct et s'avancent ainsi dans des espèces de courbes en zigzag (*fig.* 198) qui demandent, pour se fermer, des durées variables d'une Planète à l'autre. Les Planètes inférieures ne s'éloignent jamais, en outre, jusqu'à 180 degrés du Soleil; elles ne peuvent, par conséquent, se trouver en opposition, comme il arrive pour la Lune; tandis que les Planètes supérieures parviennent à toutes les élongations (angle entre la Planète et le Soleil), depuis zéro jusqu'à 360 degrés.

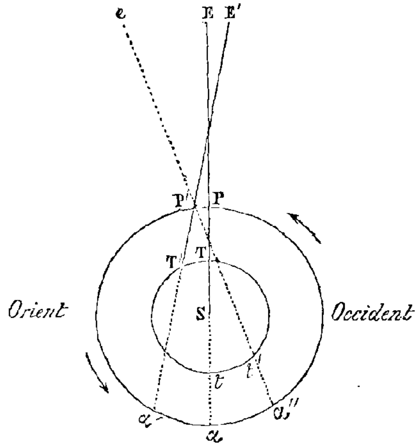
Fig. 198.



448. **Simplicité des mouvements, au contraire, quand on les rapporte au centre du Soleil. — Système de Copernic, explication des stations et des rétrogradations des Planètes.** — Au lieu de la Terre, prenez le Soleil pour centre des mouvements (ce dernier Astre étant, soit un mobile et la Terre tournant autour de lui conformément aux idées de Copernic, soit en mouvement lui-même autour de la Terre, et entraînant à sa suite, ainsi que l'enseignait Tycho-Brahé, les orbites planétaires, toujours parallèles à elles-mêmes): vous allez voir immédiatement les difficultés disparaître et faire place à des explications de la plus grande simplicité. Car si, dans le système de Copernic, par exemple, vous détermi-

nez les vitesses des diverses Planètes (1), vous trouverez que les Planètes les plus éloignées sont celles aussi dont la marche est la plus lente (2); d'où il résulte qu'au moment de l'*opposition* d'une Planète *supérieure*, la Planète parcourant dans l'unité de temps (dans un jour, par exemple) le chemin PP' (*fig.* 199) plus court que celui TT' parcouru par la Terre, nous projetterons d'abord la Planète sur l'Étoile E, et le lendemain sur l'Étoile E' située à l'Occident de E. La Planète aura donc paru marcher alors de l'*Orient* vers l'*Occident*, c'est-à-dire

Fig. 199



(1) En divisant la longueur de l'ellipse ou, plus simplement, de la circonférence décrite, par la durée de la révolution.

(2) Cela résulte, d'une manière générale, de la troisième loi de Képler. Les vitesses moyennes absolues de deux Planètes quelconques étant égales à $\frac{2\pi a'}{T'}$, $\frac{2\pi a}{T}$, et l'équation

$$\frac{a'^3}{T'^2} = \frac{a^3}{T^2} = 0{,}007495569 = \text{constante } k$$

donnant

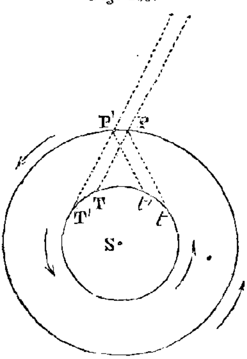
$$\frac{a'}{T'} = \sqrt[2]{\frac{0{,}007495569}{a'}} = \sqrt{\frac{k}{a'}}, \quad \frac{a}{T} = \sqrt[2]{\frac{0{,}007495569}{a}} = \sqrt{\frac{k}{a}},$$

si a' est plus grand que a, $\frac{k}{a'}$ ou $\frac{a'}{T'}$ sera plus petit que $\frac{k}{a}$ ou que $\frac{a}{T}$.

Par conséquent aussi, $\frac{2\pi a'}{T'}$ sera moindre que $\frac{2\pi a}{T}$.

d'un mouvement *rétrograde*. A la *conjonction*, au contraire, la Terre parcourant tt' pendant que la Planète parcourt PP', nous verrons celle-ci marcher de l'Étoile *occidentale* E vers l'Étoile *orientale* e, c'est-à-dire d'un mouvement *direct*. Entre les deux positions précédentes, il s'en trouvera d'ailleurs nécessairement une troisième dans laquelle la Planète devra sembler stationnaire, puisqu'un mouvement, soit réel, soit apparent, ne peut évidemment s'effectuer suivant deux directions opposées, sans que la vitesse devienne nulle au moment où le sens du mouvement va changer, et par conséquent sans que le mobile s'arrête pendant un certain temps. Cette position est ici, du reste, facile à reconnaître. Elle correspond aux points (*fig.* 200) où les vitesses TT', tt' de la Terre sont assez obliques aux lignes TP, T'P', tP, t'P' pour en permettre le parallélisme, malgré la différence qui existe entre TT' ou tt' et PP'.

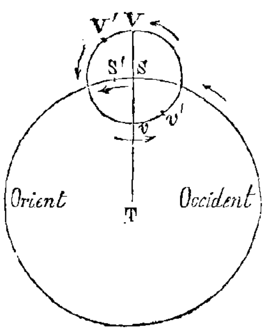
Fig. 200.



Quant aux Planètes *intérieures*, les mêmes figures font voir que, lors de la *conjonction inférieure* (passage de la Planète entre la Terre et le Soleil), PP' (*fig.* 199) représentant, cette fois, la vitesse de la Terre, et TT' celle de Mercure ou de Vénus, les rayons visuels PT, P'T' porteront la Planète T de α vers α', *en sens inverse du mouvement direct*; tandis que lors de la conjonction supérieure (passage de la Planète en tt', au delà du Soleil), les lignes Pt, P't' porteront, au contraire, la Planète *dans le sens du mouvement direct*, de α vers α''. Il est à peine utile d'ajouter que les positions PP', TT' et PP', tt' de la *fig.* 200 correspondent en même temps à des stations, réciproquement apparentes, des deux corps; par conséquent, à la station de la Planète intérieure pour l'un, de la planète extérieure pour l'autre. Enfin on comprendra sans peine que les digressions des Planètes intérieures à droite et à gauche du Soleil ne peuvent dépasser les angles sous lesquels sont vus de la Terre les rayons des orbites; mais que les Planètes extérieures, enveloppant, dans leurs mouvements, le Soleil et la Terre, peuvent atteindre des élongations quelconques.

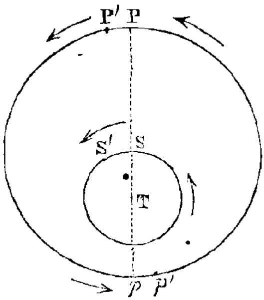
449. **Système de Tycho-Brahé.** — Tout s'explique donc avec une admirable simplicité dans le système de Copernic, sur lequel nous aurons, du reste, à revenir par la suite, mais que j'ai dû saisir l'occasion de signaler dès à présent, comme faisant disparaître de la manière la plus naturelle les difficultés résultant des mouvements célestes rapportés au centre de la Terre. Il est juste néanmoins de reconnaître que le système de Tycho-Brahé satisfait aussi, très-simplement, aux bizarreries apparentes de la marche des Planètes. Voulez-vous en avoir la preuve? Considérez d'abord une Planète intérieure (*fig.* 201). Les vitesses VV′ et vv' de la Planète dans son orbite étant alors, d'après la troisième loi de Képler, plus grande que la vitesse SS′ du Soleil, mais de même sens (VV′) que cette dernière à l'époque de la conjonction supérieure, et de sens inverse (vv') à la conjonction inférieure, vous pouvez immédiatement constater : qu'à la *conjonction supérieure*, les deux vitesses s'ajoutant, puisque l'orbite de la Planète est transportée de S en S′ par le Soleil, le mouvement de la Planète paraîtra *direct et très-rapide*; tandis qu'à la conjonction *inférieure* l'excès de vv' sur SS′ donnera un mouvement *rétrograde*.

Fig. 201.



Pour les Planètes *extérieures*, la *fig.* 202 vous montrerait de même qu'à la conjonction, le mouvement SS′ du Soleil, emportant l'orbite, s'ajoute à celui PP′ de la Planète, pour produire un mouvement *direct* et *rapide*. Elle vous montrerait également qu'à l'opposition la vitesse SS′ du Soleil, étant supérieure cette fois (toujours d'après la troisième loi de Képler) à la vitesse pp' de la Planète, et déplaçant l'orbite entière, par conséquent aussi l'arc pp' parallèlement à SS′, l'excès de SS′ sur pp' ferait paraître la position p' de la Planète dans son orbite en arrière de la position p, et donnerait de la sorte, au mouvement observé, le caractère d'un mouvement rétrograde.

Fig. 202.



Les stations, à leur tour, correspondraient, comme dans le système de Copernic, à des combinaisons d'obliquités de vitesses, par rapport aux rayons visuels, en vertu desquelles ces rayons deviendraient parallèles.

Ainsi, l'un et l'autre des deux systèmes rendent compte des phénomènes à peu près avec la même facilité. Nous aurons plus tard à choisir entre eux; car celui qui les a précédés et qui fut seul en honneur pendant tant de siècles, le système de Ptolémée ou des épicycles, ne saurait plus être pris au sérieux aujourd'hui.

NOTE I.

SUR LES ASTÉROÏDES SITUÉS ENTRE MARS ET JUPITER.

450. — Les neuf premiers astéroïdes qui furent découverts à partir de 1845 reçurent des *signes* représentatifs comme les anciennes Planètes. Mais quand un dixième corps vint ajouter à la confusion occasionnée par des symboles désormais trop multipliés et que l'on supposait d'ailleurs, avec raison, devoir se multiplier encore, on dut renon-

cer à ce genre d'annotations et se borner à désigner les astéroïdes par des numéros placés dans des cercles. Voici jusqu'au 25 septembre 1865 les numéros d'ordre, les noms des petites Planètes et ceux des Astronomes qui les ont découvertes, les dates des premières observations, enfin les distances moyennes au Soleil, les durées des révolutions, les excentricités et les inclinaisons des orbites sur l'Écliptique.

AUTEURS ET DATES DES DÉCOUVERTES.			Distances moyennes au Soleil.	Durées des révolutions.	Excentricités, la distance moyenne au Soleil étant l'unité.	Inclinaisons.
(1) Cérès.........	Piazzi, à Palerme.....	1 janv. 1801	27,67	jours. 1680,751	0,080	10°36′28″
(2) Pallas..	Olbers, à Brême	28 mars 1802	27,70	1683,523	0,239	34.42.41
(3) Junon.........	Harding, à Lilienthal....	1 sept. 1804	26,69	1592,304	0,257	13. 3.21
(4) Vesta........	Olbers, à Brême	23 mars 1807	23,61	1324,767	0,090	7. 8.16
(5) Astrée.........	Hencke, à Driessen. .	8 déc. 1845	25,77	1511,369	0,189	5.19.23
(6) Hébé..........	Hencke.....	1 juill. 1847	24,25	1379,635	0,202	14.46.32
(7) Iris............	Hind, à Londres......	13 août 1847	23,86	1346,371	0,231	5.28. 2
(8) Flore..........	Hind.......	18 oct. 1847	22,02	1193,281	0,157	5.53. 3
(9) Métis..........	Graham, à Marckrée..	25 avril 1848	23,87	1346,727	0,123	5.35.58
(10) Hygie.........	De Gasparis, à Naples...	14 avril 1849	31,51	2043,386	0,101	3.47.11
(11) Parthénope....	De Gasparis.	11 mai 1850	24,52	1402,106	0,100	4.37. 1
(12) Victoria ou Clio	Hind.......	13 sept. 1850	23,35	1301,419	0,219	8.23.19
(13) Égérie.........	De Gasparis.	2 nov. 1850	25,77	1510,893	0,089	16.32.14
(14) Irène..........	Hind.......	19 mai 1851	25,85	1518,287	0,169	9. 6.44
(15) Eunomia......	De Gasparis.	29 juill. 1851	26,44	1570,040	0,187	11.44.17
(16) Psyché........	De Gasparis.	17 mars 1852	29,23	1825,591	0,135	3. 3.56
(17) Thétis.........	Luther.....	17 avril 1852	24,75	1420,130	0,127	5.35.28
(18) Melpomène....	Hind.......	24 juin 1852	22,96	1270,437	0,218	10. 9.17
(19) Fortuna.......	Hind.......	22 août 1852	24,41	1393,301	0,158	1.32.31
(20) Massalia.......	De Gasparis.	19 sept. 1852	24,09	1365,949	0,144	0.41. 7
(21) Lutetia........	Goldschmidt.	15 nov. 1852	24,35	1388,256	0,162	2. 5. 9
(22) Calliope.......	Hind.......	16 nov. 1852	29,09	1812,275	0,104	13.44.52
(23) Thalie........	Hind.......	15 déc. 1852	26,29	1556,575	0,232	10.13.11
(24) Thémis.......	De Gasparis.	6 avril 1853	31,42	2033,859	0,123	0.49.26

	AUTEURS ET DATES DES DÉCOUVERTES.			Distances moyennes au Soleil.	Durées des révolutions.	Excentricités, la distance moyenne au Soleil étant l'unité.	Inclinaisons.
					jours.		
25	Phocæa........	Chacornac. .	6 avril 1853	24,01	1358,948	0,253	21°35′54″
26	Proserpine.....	Luther......	5 mai 1853	26,56	1581,093	0,087	3.35.48
27	Euterpe.......	Hind........	8 nov. 1853	23,47	1313,566	0,173	1.35.31
28	Bellone........	Luther.	1 mars 1854	27,75	1688,546	0,155	9.22.33
29	Amphitrite.....	Marth......	1 mars 1854	22,55	1491,591	0,072	6. 7.50
30	Uranie........	Hind........	22 juill. 1854	23,66	1328,945	0,126	2. 5.56
31	Euphrosine....	Fergusson...	1 sept. 1854	31,56	2048,029	0,216	26.25.12
32	Pomone........	Goldschmidt.	26 oct. 1854	25,87	1519,643	0,082	5.29. 3
33	Polymnie......	Chacornac. .	28 oct. 1854	28,65	1771,588	0,338	9. 7.20
34	Circé..........	Chacornac. .	6 avril 1855	26,87	1608,933	0,108	5.26.28
35	Leucothée.....	Luther......	19 avril 1855	30,05	1902,442	0,214	8.10.48
36	Atalante.......	Goldschmidt.	5 oct. 1855	27,50	1665,600	0,298	18.42. 9
37	Fides..........	Luther......	5 oct. 1855	26,42	1568,875	0,175	3. 7.11
38	Léda..........	Chacornac. .	12 janv. 1856	27,40	1656,604	0,156	6.58.26
39	Lætitia........	Chacornac. .	8 févr. 1856	27,71	1684,447	0,111	10.20.58
40	Harmonia.....	Goldschmidt.	31 mars 1856	22,68	1247,333	0,046	4.15.52
41	Daphné.......	Goldschmidt.	22 mai 1856	27,67	1681,535	0,270	16. 5.31
42	Isis...........	Pogson.....	23 mai 1856	24,40	1392,137	0,209	8.34.30
43	Ariane.........	Pogson.....	15 avril 1857	22,04	1194,998	0,168	3.27.48
44	Nysa..........	Goldschmidt.	27 mai 1857	24,23	1377,979	0,150	3.41.43
45	Eugenia.......	Goldschmidt.	11 juill. 1857	27,21	1639,809	0,082	6.34.58
46	Hestia.........	Pogson.....	16 août 1857	25,30	1470,161	0,166	2.17.49
47	Aglaia.........	Luther......	15 sept. 1857	28,83	1788,379	0,131	5. 0. 0
48	Doris..........	Goldschmidt.	19 sept. 1857	31,09	2002,686	0,077	6.29.28
49	Palès..........	Goldschmidt.	19 sept. 1857	30,82	1976,746	0,237	3. 8.46
50	Virginia.......	Luther......	19 oct. 1857	26,51	1576,562	0,287	2.47.46
51	Nemausa......	Laurent.....	22 janv. 1858	23,66	1329,667	0,066	9.56.55
52	Europa........	Goldschmidt.	6 févr. 1858	31,00	1993,498	0,101	7.24.35
53	Calypso........	Luther......	4 avril 1858	26,13	1542,697	0,180	5. 3.39
54	Alexandra.....	Goldschmidt.	10 sept. 1858	27,09	1628,850	00,00	0. 0. 0
55	Pandore.......	Searle......	10 sept. 1858	27,59	1673,945	0,145	7.13.50
56	Mélète (1).....	Goldschmidt.	9 sept. 1857	25,98	1529,217	0,237	8. 1.49
57	Mnémosyne....	Luther......	22 sept. 1859	31,57	2049,128	0,104	15. 8. 2

(1) Prise d'abord pour Daphné ; reconnue nouvelle en septembre 1858, par M. Schubert.

AUTEURS ET DATES DES DÉCOUVERTES.			Distances moyennes au Soleil.	Durées des révolutions.	Excentricités, la distance moyenne au Soleil étant l'unité.	Inclinaisons.
				jours.		
(58) Concordia.....	Luther......	10 avril 1860	26,99	1619,865	0,042	5° 1′50″
(59) Olympia.......	Chacornac. .	12 sept. 1860	27,14	1633,270	0,117	8.37.35
(60) Erato......	Forster et Lesser	14 sept. 1860	31,31	2023,443	0,171	2.12.21
(61) Echo..........	Fergusson...	15 sept. 1860	23,93	1552,006	0,185	3.34.27
(62) Danaé.........	Goldschmidt.	19 sept. 1860	29,85	1884,105	0,182	18.17.10
(63) Ausonia.......	De Gasparis.	10 févr. 1861	23,97	1355,639	0,127	5.45.25
(64) Angelina.......	Tempel.	4 mars 1861	26,81	1603,004	0,129	1.19.52
(65) Maximiliana. ..	Tempel.	8 mars 1861	34,20	2309,978	0,120	3.28.10
(66) Maïa..........	Tuttle.	9 avril 1861	26,64	1587,770	0,134	3. 2.25
(67) Asia...........	Pogson.	17 avril 1861	24,21	1375,824	0,184	5.59.33
(68) Léto..........	Luther......	29 avril 1861	27,80	1693,400	0,188	7.57.35
(69) Hesperia.......	Schiaparelli.	29 avril 1861	29,72	1871,126	0,174	8.28.19
(70) Panope........	Goldschmidt.	5 mai 1861	26,29	1557,085	0,195	11.31.57
(71) Niobé........	Luther.	13 août 1861	27,56	1671,299	0,174	23.18.50
(72) Feronia.	Péters et Saffort	12 févr. 1862	22,75	1253,308	0,116	5.25.56
(73) Clytia.	Tuttle.	7 avril 1862	26,69	1592,972	0,041	2.24.34
(74) Galathea.......	Tempel.	29 août 1862	27,79	1691,676	0,238	3.58.19
(75) Eurydice.......	C. H. F. Péters	22 sept. 1862	26,66	1589,838	0,305	4.59. 9
(76) Freia..........	Darrest.....	21 oct. 1862	33,86	2276,197	0,187	2. 1.52
(77) Frigga.	C. H. F. Péters	15 nov. 1862	26,74	1596,906	0,136	2.27.55
(78) Diana.........	Luther......	15 mars 1863	26,24	1552,224	0,204	8.38.29
(79) Eurynome.....	Watson.....	14 sept. 1863	24,44	1395,160	0,195	4.36.49
(80) Sapho.........	Pogson.	2 mai 1864	00,00	0000,000	0,000	0. 0. 0
(81) Terpsichore....	Tempel.	30 sept. 1864	27,80	1693,021	0,131	8.45.43
(82) Alcmène.......	Luther.	27 nov. 1864	27,43	1670,605	0,198	3. 3.14
(83) Béatrix (1).	De Gasparis.	26 avril 1865	25,29	1468,634	0,139	4.45.37
(84)	Luther......	27 août 1865	00,00	0000,000	0,000	0. 0. 0

(1) *Astronomische Nachrichten*, n° 1530.

NOTE II.

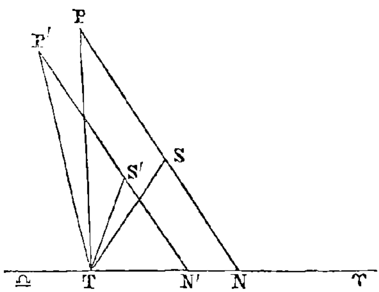
SUR LA DÉCOUVERTE DES LOIS DE KÉPLER.

451. **Solution du problème de Képler.** — On peut se demander comment Képler découvrit ses trois lois si importantes. Pour le voir aussi simplement que possible, admettez *à priori* que les Planètes décrivent leurs orbites dans des plans passant par le centre du Soleil et se transportant avec cet Astre parallèlement à eux-mêmes. Vous verrez ensuite si cette hypothèse est vérifiée par l'observation.

Cherchez donc d'abord l'intersection du plan de l'orbite avec l'Écliptique; intersection qui porte, comme pour la Lune, le nom de *ligne des nœuds*.

Soient T la Terre (*fig.* 203), S le Soleil, T♈ la ligne des équinoxes, SN celle des nœuds de la Planète et P la position de la Planète sur l'Écliptique lorsqu'elle passe à l'un de ses nœuds. Il est facile, par la transformation des ascensions droites et des déclinaisons observées, en longitudes et en latitudes, de déterminer l'instant précis où la Planète perce le plan de l'Écliptique, puisqu'une interpolation ou même une simple proportion suffira pour faire connaître cet instant entre ceux, assez rapprochés, qui correspondent à des latitudes de signes contraires. L'observation ou les tables fournissant, pour le même moment, la longitude ♈TS du Soleil, vous connaîtrez l'angle PTS, égal à la différence des longitudes de la Planète et du Soleil ou à (P — ☉), P et ☉ représentant les longitudes des deux Astres.

Fig. 203.



Désignez par R et r les distances TS et PS de la Terre et de la Planète au Soleil, et par N l'angle PN♈ compris entre la ligne des nœuds et la ligne des équinoxes; le triangle PTS, dans lequel l'angle SPT ou NPT est égal à (PN♈—PT♈ = N — P), vous donnera, entre les deux inconnues ♈ et N, l'équation

$$(1)\qquad \frac{(ST = R)}{(SP = r)} = \frac{\sin SPT = \sin(N - P)}{\sin STP = \sin(P - ☉)}$$

Il est bon de remarquer, en passant, que Képler ne possédait pas la valeur de R. Mais comme les distances planétaires sont rapportées à cette quantité prise pour unité, son indétermination ne change rien aux lois du mouvement, ni à la forme des orbites, dont les dimensions seules se trouvent altérées tout en restant proportionnelles. R peut donc être supposé connu, ainsi que les divers rayons vecteurs R′, R″, etc., du Soleil, donnés par la forme préalablement déterminée de l'ellipse solaire.

Détermination des nœuds et des rayons vecteurs d'une Planète. — Pour vous procurer une seconde équation entre r et N, attendez un nouveau passage de la Planète par le même nœud. Il est clair qu'alors (vous pouvez du moins le supposer, quitte à voir si l'observation confirme ensuite votre hypothèse) le rayon vecteur r sera ce qu'il était dans la première observation, puisque la Planète aura parcouru son orbite entière. Quant à l'angle N, la ligne des nœuds se transportant parallèlement à elle-même (nous l'avons admis *à priori*) à la suite du Soleil, il ne change pas de valeur. En désignant, pour ces nouvelles positions P′ de la Planète, S′ du Soleil et S′N′ de la ligne des nœuds, par R′⊙′P′ le rayon vecteur et la longitude connus du Soleil, ainsi que la longitude également connue de la Planète, vous obtiendrez donc la relation cherchée

$$(2) \qquad \frac{R'}{r} = \frac{\sin(N - P')}{\sin(P' - \odot')}$$

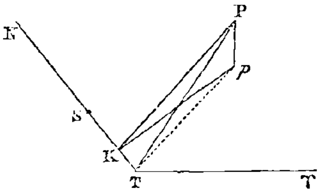
et la combinaison des équations (1) et (2) vous donnera r et N.

Or, si les hypothèses que vous avez faites (S′N′ parallèle à SN et $S'P' = SP = r$) sont inexactes, les valeurs de r et de N, trouvées par deux observations, devront différer généralement des valeurs de ces mêmes quantités obtenues par un second, ou par un troisième, etc. système de deux observations nouvelles dans lesquelles (R, ⊙ et P), (R′, ⊙′ et P′) auront complétement changé. Essayez l'emploi de ces divers systèmes, pour toutes les positions possibles du Soleil dans l'Écliptique, au moment où la Planète vient elle-même y passer, et toujours, sauf quelques perturbations à peine sensibles dont la théorie des attractions planétaires vous permettrait d'ailleurs de vous rendre compte, vous trouverez les mêmes valeurs pour vos deux inconnues (r et N). D'où vous pouvez conclure que vos hypothèses sont, sinon absolument certaines, du moins extrêmement probables.

452. **Inclinaison de l'orbite sur l'Écliptique.** — Mais il y a mieux. Cherchez maintenant l'inclinaison, sur l'Écliptique, de l'orbite planétaire supposée plane et sans cesse parallèle à elle-même. Vous allez obtenir encore, par chacune des observations que vous emploierez, des valeurs constamment identiques, quelles que soient les positions respectives du Soleil et de la Planète. Ce sera là, évidem-

ment, une nouvelle et puissante probabilité en faveur de vos hypothèses.

Fig. 204.



Afin de remplir votre objet, prenez la position particulière où le rayon vecteur, mené de la Terre au Soleil, se confond avec la ligne des nœuds de la Planète. Soient alors (*fig.* 204) P et p la Planète et sa projection sur l'Écliptique; l'angle Pkp, déterminé par un plan perpendiculaire à la ligne des nœuds TN, intersection de l'orbite et de l'Écliptique, sera l'inclinaison cherchée I, pour laquelle vous aurez

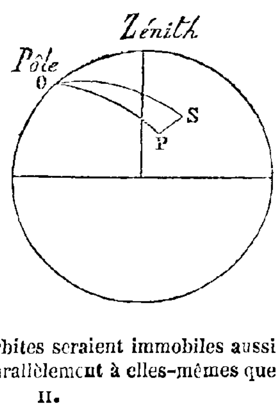
$$\sin I = \frac{Pp}{PK} = \frac{PT \cdot \sin PTp}{PT \cdot \sin PTK} = \frac{\sin PTp}{\sin PTK} = \frac{\sin \lambda}{\sin \alpha};$$

λ étant la latitude connue de la Planète et α l'angle compris entre la Planète et le Soleil, angle dont la valeur résultera du triangle OPS (*fig.* 205) dans lequel OS, OP et SOP sont les distances polaires (90° — déclinaison) du Soleil, (90° — D') de la Planète et la différence d'ascension droite ($Æ$—$Æ'$) des deux corps. Vous trouverez donc cet angle par l'équation

$$(\cos PS = \cos \alpha) = \cos PO \cos SO + \sin PO \sin SO \cos SOP$$
$$= \sin D \sin D' + \cos D \cos D' \cos (Æ - Æ').$$

Répétez votre détermination toutes les fois que la ligne des nœuds viendra passer par la Terre, et quoique λ et α aient changé, vous obtiendrez les mêmes valeurs pour I. S'il était faux que l'orbite fût plane et constamment parallèle à elle-même, un pareil résultat ne saurait évidemment avoir toujours lieu. Comme d'ailleurs, lorsqu'on suppose le Soleil immobile et la Terre en mouvement, l'orbite de cette dernière est également plane et sensiblement invariable dans l'espace (on peut faire abstraction, pour le cas actuel, de la variation annuelle et si faible 0'',50), l'analogie entre la Terre et les Planètes dont les orbites seraient immobiles aussi, et ne devraient paraître se déplacer parallèlement à elles-mêmes que par suite du mouvement de la Terre,

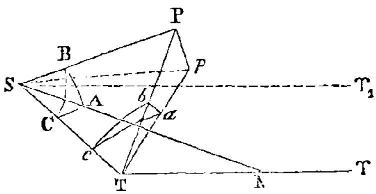
Fig. 205.



devient en quelque sorte, pour nos hypothèses, une preuve irrécusable de certitude.

453. **Longitudes de la Planète dans l'orbite, à partir de la ligne des nœuds.** — La position de l'orbite étant connue par son *inclinaison* et par sa *direction* sur l'Écliptique, il devient très-facile de déterminer, à chaque instant, le lieu de la Planète dans le Ciel. Cet Astre se trouve, en effet, à l'intersection du plan de l'orbite avec le rayon TP mené de la Terre. Voulez-vous le suivre pas à pas dans le plan même de l'orbite? Calculez, jour par jour, sa distance PS (*fig.* 206) au Soleil, et l'angle PSN de son rayon vecteur avec la ligne des nœuds. Pour cela, commencez d'abord par résoudre le petit triangle sphérique *bca*, rectangle en *a*, dont les côtés *ba*, *ca* représentent la latitude PT*p* de la Planète et la différence (ST♈—*p*T♈=ST*p*) de longitude entre la Planète et le Soleil. Vous obtiendrez ainsi l'angle STP mesuré par le côté *bc* et l'inclinaison *bca* du plan PST sur le plan de l'Écliptique ST♈. Après quoi le triangle sphérique BCA d'un côté, le triangle plan PST de l'autre, vous fourniront : le premier, l'angle PSN, mesuré par l'arc BA entre la Planète et la ligne des nœuds; le second, le rayon vecteur SP mené du Soleil à la Planète, et, si vous le désirez aussi, la distance PT de la Planète à la Terre; car vous posséderez toutes les données nécessaires pour résoudre ces deux triangles.

Fig. 206.



Dans le triangle sphérique, en effet, vous connaîtrez l'angle C égal à l'angle *c* du triangle *abc*, le côté CA mesure de l'angle

$$\mathrm{NST} = \mathrm{SN}♈ - \mathrm{ST}♈ = (\mathrm{N} - \odot),$$

enfin l'angle A, supplément de l'inclinaison I de l'orbite sur l'Écliptique, égal par conséquent à $(180^\circ - \mathrm{I})$; et dans le triangle plan vous aurez le côté ST, distance du Soleil à la Terre, avec les angles STP mesuré par le côté *cb* du triangle *abc* et PST mesuré par le côté BC du triangle ABC.

Ainsi, sans données théoriques, et par la seule observation, vous pourrez déterminer, point par point, l'orbite réelle des Planètes autour du Soleil, et trouver de la sorte, comme le fit Képler :

1° Que les orbites sont planes et que les aires décrites par les rayons vecteurs, autour du Soleil, sont proportionnelles au temps employé pour les décrire;

2° Que les courbes parcourues sont des ellipses dont le Soleil occupe un foyer;

3° Que les cubes des distances moyennes (demi-grands axes) entre les planètes et le Soleil sont entre eux comme les carrés des temps des révolutions.

454. **Problème inverse. — Développement de l'anomalie et du rayon vecteur en fonction du temps. — Calcul de la longitude et de l'ascension droite.** — Ces lois une fois admises, il est facile de les appliquer, pour les besoins usuels de l'Astronomie, à la détermination de l'anomalie v et du rayon vecteur r, en fonction du temps t. La proportionnalité des aires au temps et le mouvement elliptique conduisent, en effet, très-aisément aux formules connues,

$$r = a(1 - e\cos u)$$
$$\operatorname{tang}\frac{1}{2}(v+l) = \sqrt{\frac{1+e}{1-e}}\operatorname{tang}\frac{1}{2}u$$
$$nt = u - e\sin u$$

dont la démonstration serait ici sans objet, et dans lesquelles e représente l'excentricité de l'orbite, a le demi-grand axe, n le moyen mouvement de la Planète, l une constante arbitraire résultant de l'intégration, enfin u l'angle compris, au centre même de l'ellipse, sous le nom *d'anomalie excentrique*, entre le grand axe et le rayon vecteur mené du centre de la courbe à la Planète.

On tire de là dans la Mécanique céleste

$$\begin{aligned}(v+l) = nt &+ \left(2e - \frac{e^3}{4} + \frac{5e^5}{96}\right)\sin nt + \left(\frac{5}{4}e^2 - \frac{11}{24}e^4 + \frac{17}{196}e^6\right)\sin 2nt \\ &+ \left(\frac{13}{12}e^3 - \frac{45}{64}e^5\right)\sin 3nt + \left(\frac{103}{96}e^4 - \frac{451}{480}e^6\right)\sin 4nt \\ &+ \frac{1097}{960}e^5\sin 5nt + \ldots = nt + \mathrm{E},\end{aligned}$$

E étant ce qu'on appelle *équation du centre*, ou l'excès algébrique de l'anomalie dans l'ellipse sur l'anomalie moyenne circulaire nt.

$$\begin{aligned}r = a\left(1^1 + \frac{e^2}{2}\right) - e\cos nt - \frac{e^2}{2}\cos 2nt - \frac{e^3}{2^2.1.2.3}(3\cos 3nt - 3\cos nt) \\ - \frac{e^4}{2^4.3.4}(4^2.\cos 4nt - 4^2\cos 2nt) + \ldots.\end{aligned}$$

Quant à la longitude, pour l'avoir en fonction du temps, il suffira de prendre la constante arbitraire l de manière : 1° que $(v+l)$ soit compté de l'Équinoxe et non du Périgée, quand il s'agit du Soleil; 2° que le même angle soit compté du nœud quand il s'agit d'une Planète; et, dans ce dernier cas, de transformer $(v+l) = \mathrm{NSP}$ (*fig.* 206) en sa projection $\mathrm{L}_1 = \mathrm{NS}p$ sur l'Écliptique au moyen de l'équation $\operatorname{tang}\mathrm{L} = \operatorname{tang}(v+l)\cos\mathrm{I}$, puis d'ajouter *algébriquement* à L la longitude héliocentrique ($\Upsilon_1\mathrm{SN} = \mathrm{SNT}$) du nœud, ce qui fournira la longitude $\Upsilon_1\mathrm{S}p$.

455. Application au calcul de l'équation du temps. — Voulez-vous, comme application, calculer l'équation du temps? Remarquez d'abord que la formule $\tan Æ = \tan \odot \cos \omega$ vous donne immédiatement l'ascension droite Æ du Soleil par sa longitude $\odot$ que vous connaissez, pour un instant quelconque, et par l'obliquité ω de l'Écliptique. Cette formule, convenablement développée, conduit à l'équation suivante que vous pouvez admettre ici sans démonstration:

$$(\alpha)\quad Æ_{\odot} = \odot - \frac{\mathrm{tang}^2 \frac{1}{2}\omega . \sin 2\odot}{\sin 1''} + \frac{\mathrm{tang}^4 \frac{1}{2}\omega \sin 4\odot}{\sin 2''} - \ldots = \odot + \mathrm{R}.$$

Soit P la somme des perturbations planétaires exercées sur la Terre et dont les valeurs sont fournies, d'après les indications de la Mécanique céleste, par les Tables du Soleil. La longitude vraie de ce dernier Astre, comptée de l'équinoxe moyen (celui correspondant à l'axe du monde placé sur le cône de la précession), aura pour expression $nt + \mathrm{E} + \mathrm{P}$. Et comme, en vertu de la nutation (ainsi que nous le verrons plus tard), la différence sur l'Écliptique, entre l'équinoxe *moyen* et l'équinoxe *apparent*, est égale à

$$\left[9'',6\frac{\cos 2\omega}{\cos\omega}\,\mathrm{cos\acute{e}c}\,\omega \sin \Omega = 18''.\sin\Omega.\right]$$

(Ω étant la longitude du nœud de la Lune), la longitude *vraie* du Soleil comptée de *l'équinoxe apparent* sera

$$(nt + \mathrm{E} + \mathrm{P} + 18''\sin\Omega = \odot).$$

Or, en vertu de l'équation (α), l'Æ *vraie* du Soleil est égale à $\odot + \mathrm{R}$. Donc cette ascension droite *vraie*, également comptée de *l'équinoxe apparent*, aura pour expression, d'après la valeur précédente de la longitude $\odot$ du Soleil,

$$(nt + \mathrm{E} + \mathrm{P} + 18''\sin\Omega = \odot) + \mathrm{R} = nt + \mathrm{E} + \mathrm{P} + 18''\sin\Omega + \mathrm{R}.$$

D'un autre côté, l'ascension droite *moyenne* du Soleil, comptée de l'équinoxe *moyen*, est égale à nt. Mais le mouvement de l'équinoxe sur l'Équateur, en vertu de la nutation, étant

$$9'',6\frac{\cos 2\omega}{\cos\omega}\,\mathrm{cotang}\,\omega.\sin\Omega = 9'',6\frac{\cos 2\omega}{\cos\omega}\,\mathrm{cos\acute{e}c}\,\omega.\cos\omega\sin\Omega = 18''\cos\omega\sin\Omega,$$

l'ascension droite *moyenne* comptée de l'équinoxe *apparent* sera

$$nt + 18''\cos\omega\sin\Omega.$$

D'où : équation du temps $=$ Æ vraie $-$ Æ moyenne

$$= nt + \mathrm{E} + \mathrm{P} + 18''\sin\Omega + \mathrm{R} - nt - 18''.\cos\omega\sin\Omega$$
$$= \mathrm{E} + \mathrm{P} + \mathrm{R} + 18''\sin\Omega\,(1 - \cos\omega)$$

et en temps (avec $\omega = 23^\circ 27'25''$)

$$= \frac{1}{15}(\mathrm{E} + \mathrm{P} + \mathrm{R}) + 0^s,09917\sin\Omega.$$

DIX-HUITIÈME LEÇON.

Suite de l'étude des Planètes.

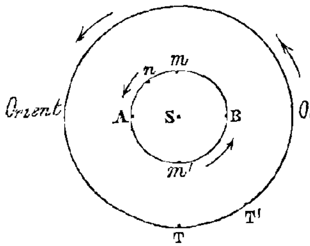
Élongations de Mercure. — Durée des révolutions synodique et sidérale. — Difficulté de voir Mercure à l'œil nu. — Vitesse de Mercure ; éléments de son orbite. — Phases de Mercure. — Distances maxima et minima à la Terre. — Grosseur, masse et densité de la Planète. — Pesanteur à sa surface. — Indices d'une atmosphère. — Montagnes. — Rotation. — Saisons. — Grosseur apparente du Soleil. — Intensités de la lumière et de la chaleur solaires. — Indices des volcans en ignition. — Vénus. — Élongations et rétrogradations. — Phases. — Éléments de l'orbite. — Vitesse moyenne. — Volume. — Pesanteur, lumière et chaleur à la surface de la Planète. — Mars. — Rotation. — Nuages et atmosphère. — Saisons. — Montagnes. — Visibilité de Vénus en plein jour, à l'œil nu. — Phosphorescence ou lumière cendrée. — Satellite supposé. — Aplatissement inappréciable. — Découverte des phases ; leur importance dans le système du Monde. — Passage de Vénus sur le Soleil ; application à la détermination de la parallaxe solaire. — Historique de la méthode. — Voyages et observations qu'elle a provoqués. — Parallaxe du Soleil déduite également de celle de Mars. — Inclinaison et excentricité de l'orbite de cette Planète. — Étude de Mars. — Révolutions sidérale et synodique. — Diamètre, volume, masse et densité. — Lumière et chaleur solaires. — Diamètres apparents. — Aplatissement. — Phases. — Couleur rougeâtre. — Taches. — Rotation. — Amas de neige et de glace aux régions polaires de Mars. — Atmosphère. — Analogie entre les saisons de la Terre et celles de Mars. — Astéroïdes.

456. **Élongations de Mercure. — Durée des révolutions synodique et sidérale.** — Les généralités qui font l'objet de la précédente Leçon vont rendre facile, en permettant d'abréger certains détails, l'étude spéciale de chaque Planète. Car, pour compléter cette étude, il suffira de signaler ceux des

caractères particuliers auxquels on peut distinguer l'un de l'autre les divers Astres errants.

Et d'abord, en commençant par le plus voisin du Soleil, je dirai que Mercure, lors de ses plus grandes *élongations*, ne dépasse guère 22 à 23 degrés; qu'il peut atteindre cependant 29 degrés ou s'arrêter à 16 degrés, suivant les positions respectives de la Terre et de la Planète (distances moyennes, aphélie, perihélie, etc.) auxquelles correspondent les digressions extrêmes. Noyé d'abord dans la lumière, à la conjonction supérieure en m (*fig.* 207), il ne tarde pas à se dégager peu à peu vers l'Orient, et bientôt on le voit se coucher après le Soleil; puis, atteignant en A son élongation extrême, se rapprocher de cet Astre; se perdre encore, vers m', dans la lumière, à la conjonction inférieure; reparaître ensuite le matin; arriver à son élongation occidentale en B, et disparaître enfin de nouveau à la conjonction supérieure qui aura lieu vers un point n, oriental par rapport au point m de la conjonction précédente, parce que la Terre, ayant parcouru TT′ pendant la révolution de la Planète, la révolution *synodique* (retour à la conjonction) sera nécessairement, comme pour la Lune, plus longue que la révolution *sidérale*. Celle-ci dure, en effet, $87^j,97$ seulement, et celle-là 116 ou, plus exactement, $115^j,88$ (1) sur lesquels 23 jours environ sont employés au mouvement rétrograde qui s'effectue dans un arc moyen de 13 degrés.

Fig. 207.



(1) On peut trouver aisément la durée x de la révolution synodique moyenne, par la formule déjà employée pour la Lune,

$$\frac{2\pi}{t}x - 2\pi = \frac{2\pi}{T}x,$$

qui pour $t = 87^j,97$ et $T = 365^j,25637$ donne $x = 115^j,88$.

457. **Difficulté de voir Mercure à l'œil nu. — Vitesse de Mercure. — Éléments de son orbite.** — Mercure ne s'éloignant jamais beaucoup du Soleil, les vapeurs de l'horizon au voisinage duquel il se trouve par conséquent avant le lever ou après le coucher de cet Astre permettent assez rarement de l'apercevoir à l'œil nu (1). On prétend que Copernic, qui en a pourtant fait des Tables d'après les observations des autres, ne le vit jamais lui-même, les lunettes n'étant pas encore connues de son temps. Un Astronome de Toulouse, Vidal (2), acquit au contraire beaucoup de renommée, vers le commencement du XIX^e siècle, en l'observant malgré la faiblesse de ses instruments optiques, presque au contact du Soleil. Quoi qu'il en soit, pour épuiser l'histoire des particularités relatives au mouvement de translation, j'ajouterai que Mercure possède une vitesse moyenne de 1114000 lieues par jour; que l'excentricité de son orbite est égale à 0,206; l'inclinaison sur l'Écliptique à $7°0'8''$; enfin qu'il passe assez fréquemment (à des intervalles de 3, de 7, de 10 ans, etc.) sur le Soleil, où les lunettes permettent de le suivre et de constater ainsi l'identité des deux Astres, dont l'un se montre ou disparaît alternativement le matin, quand l'autre disparaît ou se montre le soir.

458. **Phases de Mercure. — Distances maxima et minima à la Terre. — Grosseur, masse et densité de la Planète. — Pesanteur à sa surface.** — Considéré sous un autre rapport, Mercure présente des phases comme la Lune. Il n'est donc pas lumineux par lui-même, et son éclat provient uniquement de la lumière que lui envoie le Soleil. Sa distance moyenne 3,87 à ce dernier Astre, traduite en lieues de 4000 mètres, vaut 14773000 lieues, 38172000 lieues exprimant la distance moyenne 10 du Soleil à la Terre. Lors de la conjonction inférieure, vers m', Mercure ne sera par consé-

(1) Cette Planète ne se montrant guère que dans la demi-obscurité du crépuscule, fut considérée par les anciens comme le dieu des voleurs. La rapidité de son mouvement lui avait fait donner des ailes.

(2) Lalande l'avait surnommé *Hermophile* (ami de Mercure), et *Trismégiste* (trois fois grand).

quent éloigné de nous (les orbites étant considérées comme circulaires et comme situées toutes deux sur le même plan) que d'une distance égale à la différence des nombres précédents ou à 23 399 000 lieues ; tandis qu'à la conjonction supérieure, en *m*, son éloignement se trouvera représenté par la somme (52 945 000 lieues) des mêmes nombres (1). Il en résulte que le diamètre et la surface de la Planète devront offrir des dimensions très-variables. C'est, en effet, ce qui a lieu ; car le diamètre 6″,70, pour une distance moyenne égale à celle qui nous sépare du Soleil, oscille, pour les distances extrêmes précédentes, entre 10″,93 et 4″,83. Quant à la grandeur absolue de ce diamètre, elle est d'environ 1200 lieues (38 centièmes du diamètre de la Terre); d'où l'on peut déduire aisément les nombres 0,14 (carré de 0,38) et 0,055 (cube de 0,38) pour la surface et pour le volume de Mercure par rapport à la surface et au volume de la Terre, pris successivement pour unité. Les procédés de la Mécanique céleste ont fait connaître, en outre, que la masse de la Planète est égale aux 81 millièmes de la masse terrestre, la pesanteur aux 57 centièmes de celle d'ici-bas, et la densité à une fois et demie (1,501) la densité moyenne de notre Globe.

459. **Indices d'une atmosphère.** — D'après Harding et Schrœter qui, les premiers, aperçurent le phénomène en 1801, on voit quelquefois se former subitement des bandes obscures sur le disque de la Planète, ordinairement dépourvu de taches. D'autres observateurs ont cru remarquer, pendant les phases, certains affaiblissements des contours éclairés, ou bien encore, pendant le passage devant le Soleil, une petite auréole faiblement lumineuse autour de Mercure; et quoique des doutes se soient élevés au sujet de ces di-

(1) En réalité, la distance périhélie et la distance aphélie de Mercure sont égales à 11 729 000 et à 17 816 000 lieues. La position respective des grands axes de Mercure et de la Terre étant connue, ainsi que l'inclinaison de l'orbite de Mercure sur l'Écliptique, il est facile de calculer les distances extrêmes qui peuvent exister entre la Terre et la Planète. Ces distances sont 18 794 000 et 51 225 000 lieues. Les diamètres apparents sous-tendent alors des angles de 13″,61 et 4″,99.

verses assertions, fort difficiles à constater du reste, dans les conditions habituelles où les observations peuvent être faites, on s'accorde néanmoins assez généralement à les accepter comme des indices d'une atmosphère.

Montagnes. — Rotation. — Saisons. — Grosseur apparente du Soleil. — Intensités de la lumière et de la chaleur solaires. — Il semblerait, au premier abord, qu'on devrait voir également des indices de même nature dans la troncature offerte *périodiquement* par l'extrémité méridionale du croissant. Mais l'étude attentive du phénomène a conduit Schrœter, auquel la découverte en est due, à le regarder comme résultant de l'ombre que projetterait derrière elle une haute montagne (de 19700 mètres) tournant avec l'ensemble de la Planète, en $24^h 5^m$ de temps moyen, autour d'un axe incliné de 20 degrés environ, sur le plan de l'orbite. D'où il résulte que Mercure a des saisons extrêmement tranchées; qu'aux époques des Solstices, par exemple, le Soleil s'élève et s'abaisse successivement, par rapport à l'horizon des Pôles, non pas seulement jusqu'à $23° 27'$, ainsi qu'il le fait pour la Terre, mais jusqu'à 70 degrés. La distance moyenne de Mercure au Soleil n'étant d'ailleurs que les quatre dixièmes environ de celle de la Terre, le diamètre et la surface du Soleil, inverses de cette distance et de son carré, doivent y paraître, le premier, deux fois et demie (dans le rapport de 10 à 4) plus grand qu'il ne nous paraît à nous-mêmes; la seconde, six fois et quart (carré de 2,5) plus étendue. La lumière et la chaleur, suivant à leur tour la même loi que la surface, y sont également six fois et quart plus intenses que sur la Terre; ce qui donnerait à l'Équateur de Mercure, toute proportion gardée avec ce qui se passe ici-bas, une température moyenne de près de 200 degrés, beaucoup trop élevée par conséquent pour que des êtres organisés comme nous puissent y vivre. Il est vrai que l'évaporation doit être considérable, et que le refroidissement nocturne peut occasionner des pluies abondantes; sans compter aussi que la grandeur de l'excentricité, que la forte inclinaison de l'Équateur sur le plan de l'orbite, etc., semblent de nature à modifier les résultats.

Indices de volcans en ignition. — Mais il est inutile d'insister sur des détails beaucoup trop hypothétiques, puisque la constitution du sol, celle de l'atmosphère, de l'intérieur du globe de Mercure, etc., nous sont inconnues ; et je termine l'histoire de cette Planète en disant que, pendant le passage de 1779 devant le Soleil, Schrœter, Harding, Kœhler, etc., aperçurent sur le disque obscur un petit point lumineux, indice probable de volcans en ignition à la surface de Mercure.

460. **Vénus. — Élongations et rétrogradation. — Phases. — Éléments de l'orbite. — Vitesse moyenne.** — *Vesper* et *Lucifer* des anciens, qui n'avaient pas vu d'abord que l'*Étoile du soir* et l'*Étoile du matin* ou *du Berger* étaient un même Astre, *Vénus* présente dans son mouvement des particularités tout à fait analogues à celles qu'offre Mercure. Seulement, au lieu de s'arrêter à 23 degrés, ses élongations atteignent des valeurs de 48 degrés, et sa rétrogradation par rapport aux Étoiles se continue elle-même sur un arc de 15 degrés qu'elle parcourt en 42 ou 43 jours. Elle a des phases remarquables ; ses révolutions sidérale et synodique durent, l'une $224^j,70$, l'autre $583^j,92$; l'inclinaison de son orbite sur l'Écliptique est égale à $3°23'35''$; l'excentricité ne vaut que 0,007 ; enfin la vitesse moyenne autour du Soleil s'élève à 772 000 lieues par jour.

461. **Volume. — Masse et densité. — Pesanteur, lumière et chaleur à la surface de la Planète.** — Quant aux diamètres apparents, ils sont très-variables ; car la distance moyenne (7,23) de la Planète au Soleil équivaut, en nombres ronds, à 27 598 000 lieues qui, s'ajoutant à la distance moyenne (38 172 000 lieues) de la Terre au Soleil, ou se retranchant de cette distance moyenne, donnent pour les distances extrêmes de Vénus à la Terre, lors des deux conjonctions (supérieure et inférieure), les nombres 65 770 000 et 10 574 000 lieues, abstraction faite de l'inclinaison et de l'excentricité (1).

(1) Si l'on veut tenir compte de l'excentricité, on trouve pour les distances périhélie et aphélie de Vénus 7,18 ou 27 407 000 et 7,28 ou 27 789 000 lieues, et pour la plus petite distance possible à la Terre 9 750 000.

Le diamètre apparent de Vénus, pour une distance égale à la distance moyenne du Soleil à la Terre, étant de 16″,9 d'après les mesures de Arago, ce diamètre atteindra donc 60″,9 à la conjonction inférieure et ne vaudra plus, au contraire, lors de la conjonction supérieure, que 9″,8. Comme d'ailleurs la parallaxe moyenne du Soleil, c'est-à-dire l'angle sous lequel on verrait, de cet Astre, le diamètre de la Terre à la distance 38 172 000 lieues est égal à 17,16, le volume de Vénus doit très-peu différer de celui de notre Globe (0,955, celui de la Terre étant 1), auquel il serait même rigoureusement égal (0,999) si l'on admettait, au lieu de 16″,9, la valeur 17″,14 trouvée en 1836 par MM. Beer et Mædler pour le diamètre apparent de Vénus à la distance moyenne qui nous sépare du Soleil. Avec la parallaxe 17″,72 que semblent indiquer les recherches modernes, le volume se réduirait à 0,868, et la masse de Vénus serait alors représentée par 859 millièmes; sa densité moyenne par 0,987; enfin la pesanteur à sa surface par 0,94, les quantités analogues pour la Terre étant prises pour unités. Quant aux intensités de la chaleur et de la lumière solaires, elles ont l'une et l'autre le nombre 1,91 pour expression.

462. **Mers. — Rotation. — Nuages et atmosphère.** — En examinant attentivement la surface de la Planète, Bianchini constata, dès 1726, l'existence de certaines taches obscures qui lui parurent être des mers, auxquelles il donna les noms de quelques personnages célèbres, et dont les retours périodiques, mieux analysés à Rome par le P. Vico, vers 1840, qu'ils ne l'avaient été par Bianchini, fournissent pour la rotation de Vénus sur elle-même une durée de $23^h\,21^m\,24^s$ (1). Ces taches obscures ne sont pas, du reste, les seules taches qu'on aperçoive à la surface de Vénus. En 1666 et 1667 Cassini, le premier, remarqua des taches brillantes dues, selon toute apparence, à des nuages flottant dans une atmosphère, et qui lui donnèrent 24 heures environ pour la durée de la rotation.

(1) Bianchini trouvait $24^j\,8^h$.

Saisons. — Montagnes. — Schrœter, à son tour, étudiant, de 1788 à 1793, les troncatures du croissant de Vénus, déjà remarquées en 1700 mais non calculées par Lahire, obtint une durée de $23^h 21^m$ avec un angle d'à peu près 15 degrés entre l'axe de rotation et le plan de l'Écliptique. D'où il résulte, comme pour Mercure, que les saisons doivent être extrêmement tranchées sur cette Planète, puisque les déclinaisons solsticiales du Soleil y atteignent environ 75 degrés. La grandeur des troncatures fournit en outre à Schrœter, pour les montagnes de Vénus, des hauteurs de près de *onze* lieues, plus que doubles de celles des montagnes de Mercure, et quintuples des élévations maxima qu'on peut observer à la surface de la Terre. D'autres particularités fort remarquables, et tout à fait analogues à ce qui se passe sur la Lune ou sur la Terre, ont été signalées encore par Schrœter : je veux parler d'un point brillant, pic fortement éclairé sans doute ou peut-être volcan en ignition, que l'Astronome de Lilienthal aperçut dans la partie obscure, tout près de la ligne de séparation d'ombre et de lumière ; et d'une sorte de pénombre qu'il vit également le long de la même ligne, comme en produiraient des couches atmosphériques dont le pouvoir crépusculaire correspondrait à 15 degrés d'abaissement du Soleil. L'atmosphère de Vénus serait donc un peu moins épaisse que la nôtre, qui correspond à un abaissement crépusculaire de 18 degrés, mais les différences ne sont pas néanmoins tellement considérables, que des êtres analogues à ceux d'ici-bas fussent dans l'impossibilité d'y respirer aisément.

463. **Visibilité de Vénus en plein jour, à l'œil nu. — Phosphorescence ou lumière cendrée. — Satellite supposé. — *Aplatissement inappréciable.*** — On voit quelquefois Vénus en plein jour, à l'œil nu, tant son éclat est vif. On distingue aussi, souvent, la portion obscure, par une sorte de phosphorescence ou peut-être de lumière cendrée qui lui viendrait soit de la Terre, soit de Mercure (1), et qui serait analogue à celle que Vénus jette elle-même sur nous à certaines

(1) Peut-être aussi de la forte insolation.

époques. Enfin, divers Astronomes, Dominique Cassini entre autres, ont cru apercevoir un Satellite présentant des phases comme la Planète, dont le diamètre serait sensiblement égal à celui de notre Lune, et que la faiblesse de son pouvoir réfléchissant rendrait le plus habituellement invisible. J'ajoute que les essais tentés pour savoir si Vénus est aplatie comme la Terre sont restés jusqu'à présent infructueux et que la Planète a toujours paru parfaitement ronde; ce qui d'ailleurs ne doit pas surprendre, si l'on songe qu'un aplatissement égal à celui de la Terre, se traduirait par la fraction 0",2 au moment de la distance minima, c'est-à-dire au moment où le rapprochement devrait nous rendre l'aplatissement plus sensible.

464. **Découverte des phases. — Leur importance dans le système du Monde.** — Lorsque Copernic fit connaître son système, on lui opposa l'absence de phases sur Vénus. « Car, » disait-on, si la Terre était une Planète en mouvement au» tour du Soleil, ainsi que Vénus, celle-ci serait évidemment » elle-même un corps obscur comme la Terre; auquel cas » elle devrait avoir des phases que pourtant on ne voit pas. » A quoi Copernic répliquait : « J'avoue qu'actuellement je » n'ai rien à répondre; mais si mon système est vrai, soyez » certains que, tôt ou tard, Dieu ne manquera pas d'en » donner la démonstration. » Et soixante-dix ans, en effet, ne s'étaient pas encore écoulés depuis la mort de Copernic, que l'invention des lunettes permettait à Galilée de constater l'existence du phénomène dont l'absence prétendue avait été présentée comme une insurmontable objection.

Galilée s'assura, du reste, la priorité de la découverte, tout en prenant le temps de la vérifier, par ce logogriphe plein d'élégance et de justesse, qu'il écrivait le 11 décembre 1610 :

Hæc immatura à me iam frustra leguntur. O. Y.

Ces choses non à maturité par moi déjà en vain sont recueillies (ou lues). O. Y.

logogriphe dont les lettres fournirent la phrase suivante, le 1er janvier 1611 :

Cynthiæ figuras æmulatur mater Amorum;

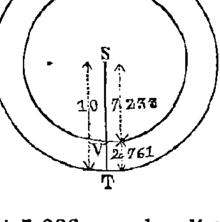
De Cynthia (Diane ou la Lune) les figures (phases) rivalise la Mère des Amours (Vénus).

Vénus se trouve donc rattachée par ses phases à l'un des plus mémorables triomphes de l'intelligence humaine, « à ce » déplacement du temple de Vesta, dont la seule conception, » disait un ancien philosophe, aurait dû faire mettre en juge- » ment par les Grecs, pour cause d'impiété, le téméraire no- » vateur (Pythagore) qui avait osé s'en rendre coupable. » Par ses passages sur le Soleil, elle touche également à l'importante détermination de l'unité qui sert de mesure pour toutes les distances célestes.

465. **Passage de Vénus sur le Soleil. — Application à la détermination de la parallaxe solaire.** — Voulez-vous quelques indications à cet égard? Remarquez d'abord qu'agissant ici comme il arrive pour la Lune et pour Mercure, l'inclinaison de l'orbite de Vénus sur l'Écliptique empêche les passages de se produire à chaque conjonction inférieure (1), et sépare ces passages deux à deux par des intervalles de 8 ans, de 105,5 ans, de 113,5 ans, de 121,5 ans, de 243 ans, etc. Remarquez, en outre, que lorsque le phénomène a lieu, la Planète, invisible d'ordinaire au voisinage du Soleil, devient, au contraire, parfaitement apparente, sous la forme d'une petite tache ronde, en traversant le disque lumineux.

Sa parallaxe peut donc être alors mesurée dans les conditions les plus favorables, puisque Vénus se trouvant à sa distance minima de la Terre, l'angle parallactique est un maximum, auquel cas les erreurs d'observation influent beaucoup moins sur la valeur de cet angle. Or, avec les durées $365^j,25637$ et $224^j,71$ des révolutions sidérales de la Terre et de Vénus, la troisième loi de Képler donnant le rapport de 10 à 7,233 pour les distances moyennes ST, SV (*fig.* 208) des deux Planètes au Soleil, celui, par conséquent, de

Fig 208.



(1) Voir la Note à la fin de la XVIIIe Leçon.

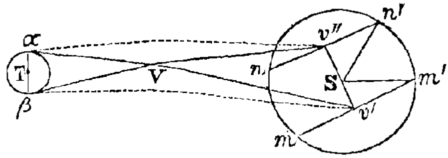
10 à (10 moins 7,233), ou à 2,767 pour les distances ST, VT du Soleil et de Vénus à la Terre lors de la conjonction inférieure (abstraction faite de la faible inclinaison de l'orbite), la parallaxe de Vénus doit être elle-même plus grande que celle du Soleil dans le rapport de 10 à 2,767, c'est-à-dire presque quadruple, ou égale à 32 secondes environ, si la parallaxe du Soleil est de 8 à 9 secondes.

Mais de même qu'elle lie les distances ST, SV, la troisième loi de Képler lie aussi, par une relation très-simple, la différence TV de ces distances à l'une quelconque SV ou ST d'entre elles. Mesurer la parallaxe de Vénus en conjonction inférieure, ou la distance TV, c'est donc, par cela même, obtenir la distance TS. Seulement, si l'erreur commise dans les observations égale une seconde, par exemple, elle ne sera que la trente-deuxième partie de la parallaxe de Vénus, quand elle serait la huitième ou la neuvième partie de la parallaxe du Soleil; et si l'on déduit celle-ci de la première, l'erreur commise réagira pour un *trente-deuxième* seulement sur la parallaxe calculée, quand elle aurait produit un huitième ou un neuvième sur la parallaxe directement observée (1).

466. **Historique de la méthode.** — Voilà tout l'esprit de la méthode telle que la conçut Halley, qui proposa de l'appliquer aux prochains passages annoncés par lui pour 1761 et

(1) Soient α, β (*fig.* 209) deux observateurs placés à la surface de la Terre, pour l'un α desquels Vénus V parcourt sur le Soleil la corde mm', tandis qu'elle parcourt, pour l'autre β, la corde nn'. Les durées

Fig. 209.



des passages fourniront les longueurs des deux cordes, par conséquent aussi l'arc $v'v''$ qui sépare ces cordes; car si l'on nomme cc' les

1769, *avec prière à la postérité de se souvenir que l'idée venait d'un Anglais*. Déjà cependant, avant Halley, Képler avait prédit le phénomène, mais sans y voir autre chose qu'une particularité rare et jusqu'alors inaperçue faute de lunettes.

longueurs des deux cordes exprimées en arcs de grand cercle et d le demi-diamètre du Soleil, on aura, par les triangles rectangles $Sv'm'$, $Sv''n'$,

$$Sv' = \sqrt{d^2 - c^2}, \quad Sv'' = \sqrt{d^2 - c'^2};$$

d'où

$$v'v'' = \sqrt{d^2 - c^2} + \sqrt{d^2 - c'^2}.$$

Joignez les points α et β aux points v'' et v'; la longueur calculée de $v'v''$ mesurera les deux angles égaux $v''\alpha v'$ et $v''\beta v'$ qui seraient nuls évidemment si la parallaxe de Vénus était la même que celle du Soleil, et dont la valeur se trouvera en rapport avec la parallaxe de la Planète. Mesurer $v'v''$ ou les angles α, β, c'est donc mesurer indirectement la parallaxe de Vénus. Après quoi, dans l'un des deux triangles $\alpha Vv''$ ou $\beta Vv'$, on a l'angle extérieur $V = \alpha + v'' = \beta + v'$; et si l'on remplace ces angles (*très-petits*) par leurs tangentes trigonométriques,

(tang α ou tang β, quantité connue, puisque les angles α et β sont donnés par la corde $v'v''$) $= \text{tang}\, V - \text{tang}\, v' = \dfrac{\alpha\beta}{a' - a} - \dfrac{\alpha\beta}{a'}$.

La troisième loi de Képler donne en outre

$$\frac{a'}{a} = \sqrt[3]{\frac{T'^2}{T^2}}.$$

Comme, d'ailleurs, la distance rectiligne $\alpha\beta$ des deux observateurs α et β est aussi connue, les équations précédentes fourniront les valeurs des distances moyennes a, a' de Vénus et de la Terre au Soleil.

Il est bon de remarquer, au reste, que la méthode est susceptible d'une grande précision; car l'effet de la parallaxe pouvant produire, d'après les calculs de Delambre, près de 30 minutes de différence dans les durées observées du passage pour deux observateurs convenablement situés à la distance de la Terre, si l'on saisit l'entrée et la sortie à 4 ou 5 secondes de temps près, l'erreur maxima sur la différence ne s'élèvera qu'à 20 secondes ou à la 90e partie de cette différence; erreur qui, réagissant à son tour pour $\frac{1}{90}$ environ sur la parallaxe (8 à 9 secondes) du Soleil, donnerait celle-ci à $\frac{1}{90}$ près de 8 ou 9 secondes, c'est-à-dire à $\frac{1}{10}$ de seconde près.

En réalité, suivant les combinaisons des observations deux à deux, les valeurs trouvées par les passages de 1761 et 1769 présentent des

C'est donc véritablement à Halley que l'honneur de l'application doit être attribuée. En l'indiquant comme un excellent moyen d'obtenir la parallaxe du Soleil, l'illustre Astronome savait bien, néanmoins, qu'il ne pourrait, selon toute probabilité, faire usage lui-même de sa méthode, et que depuis longtemps sans doute il aurait cessé de vivre (il était né en 1656) quand le moment de l'employer serait venu. Il la recommandait pourtant avec bonheur, se préoccupant bien plus d'être utile aux hommes après avoir disparu du milieu d'eux, que d'adresser de mélancoliques regrets à cette existence d'ici-bas, trop courte pour lui permettre de contempler le phénomène dont il avait le premier découvert l'importance. Touchante manifestation des instincts élevés que nous a donnés la Providence, et de l'intuition qui nous fait entrevoir un impérissable avenir succédant aux agitations éphémères de la vie !

Si, comme Halley, comme Képler, comme une foule d'autres nobles cœurs alliés à de hautes intelligences, l'honnête homme est conduit en effet à trouver ses jouissances les plus vives dans le sentiment du devoir qu'il remplit, dans la conscience du bien qu'il fait, plutôt que dans les honneurs, dans la puissance et dans les vaines satisfactions de l'orgueil, c'est sans doute parce qu'aux sensualités passagères de la matière Dieu veut faire survivre pour nous à jamais les extases du sentiment et de la pensée.

467. **Voyages et observations qu'elle a provoqués.** — Poussés par cet héroïque dévouement au devoir, dont le nom de Halley rappelait, au reste, plus d'un glorieux exemple,

discordances bien plus considérables. Mais aussi les stations n'avaient pu être choisies de manière à produire l'effet *maximum*, car les différences de durée n'atteignirent guère que 22 à 23 minutes, et le voisinage de l'horizon nuisit, en outre, à plusieurs observations. Les valeurs obtenues pour la parallaxe du Soleil varièrent de 8″,2 à 9″,2. Toutefois, la moyenne des 14 combinaisons les plus favorables donna 8″,57 pour le passage de 1769 ; mais, ainsi que je l'ai dit (note du n° 207), en 1864, une nouvelle discussion de ce même passage a fourni 8″,86. La question sera sans doute définitivement tranchée par les passages prochains de 1874 et 1882.

les Astronomes se répandirent à la surface du Globe, afin d'observer les passages annoncés. L'un d'eux, entre autres, Le Gentil de la Galaisière, parti de l'Inde au mois de mars 1760, et paralysé par la guerre que nous soutenions alors contre les Anglais, eut le courage d'attendre à Pondichéry, pendant huit longues années, le passage de 1769, risquant ainsi sa position officielle à l'Académie des Sciences de Paris, où, faute de nouvelles sur son compte, on finit en effet par le remplacer; risquant aussi son patrimoine, qu'il avait confié à un dépositaire infidèle, des mains duquel il ne lui fut plus possible de l'arracher; et, pour comble de chagrin, manquant entièrement le but de son inépuisable abnégation, puisque, après avoir pu seulement apercevoir, mais non observer, du pont de son navire, le passage de 1761, il se trouva sous un ciel chargé de nuages qui lui cachèrent entièrement le phénomène de 1769.

Déjà connu par un premier voyage en Sibérie lors du passage de 1761, l'abbé Chappe d'Auteroche, à son tour, s'en alla mourir de la fièvre jaune en Californie, le 1er août 1769, à l'âge de 41 ans, pour avoir voulu, sous l'inspiration d'un zèle exagéré dans l'accomplissement de sa tâche, prolonger de quinze jours encore, sans grande utilité, son séjour au sein de l'épidémie, afin d'ajouter à son observation du passage de Vénus celle d'une éclipse de Lune et de quelques autres occultations.

S'engageant, de leur côté, jusqu'aux limites habitables du continent européen, le P. Hell et Planmann se rendirent, le premier à Wardhus (Laponie), le second à Cajanebourg (Finlande), pendant que Green, Kook et Solander partaient pour Taïti, Dymond et Wales pour la baie d'Hudson, etc., et qu'à Paris, à Londres, à Saint-Pétersbourg, à Pékin, etc., Cassini, Messier, Bernoulli, Du Séjour, Maskeline, Dolières, etc., se disposaient à faire eux-mêmes l'observation.

468. — Tant d'efforts réunis ne pouvaient rester infructueux. Le dévouement eut donc sa récompense, et l'on connut enfin, avec une précision presque parfaite que ne tarderont pas d'ailleurs, sans doute, à vérifier les prochains passages

de 1874 et de 1882, l'unité des longueurs célestes, la véritable distance de la Terre au Soleil.

469. **Parallaxe du Soleil déduite également de celle de Mars. — Inclinaison et excentricité de l'orbite de cette Planète.** — A défaut des passages de Vénus, Mars en opposition avait déjà fourni, mais moins exactement, la parallaxe du Soleil. La distance moyenne de cet Astre à la Planète étant 15,24 et l'excentricité de l'orbite 0,093, les distances extrêmes seront 16,66 et 13,82. L'inclinaison de l'orbite de Mars sur l'Écliptique ne s'élevant d'ailleurs qu'à 1° 51′ 2″, une opposition correspondant au périhélie de Mars et à la distance moyenne de la Terre, distance moyenne qui se trouve en effet à peu près, à l'époque actuelle, dans la direction du périhélie de Mars, donnerait, abstraction faite de l'inclinaison, 13,82 moins 10, ou 3,82, pour la distance des deux Planètes. Il y aurait donc alors, comme pour Vénus, grand avantage à déduire la parallaxe du Soleil de la parallaxe de Mars, puisque celle-ci serait presque triple de l'autre. La méthode réussirait même dans tous les cas, la combinaison la plus défavorable, celle (impossible en ce moment, à cause de la position respective des grands axes) du périhélie de la Terre et de l'aphélie de Mars ne donnant encore qu'une distance 6,83. Aussi Dominique Cassini d'abord, et Lacaille ensuite, l'employèrent-ils avec succès; car ils trouvèrent une parallaxe comprise entre 9 et 10 secondes, peu éloignée, par conséquent, de la valeur 8″,58, donnée par Vénus. Nous avons déjà vu (note du n° 207) que l'opposition de 1862 a fourni de même un résultat (8″,95) très-voisin de la vérité.

470. **Étude de Mars.** — Un hasard heureux tourna les méditations de Képler vers Mars, qui, parmi les Planètes anciennement connues, possède, après Mercure, l'excentricité la plus grande; et c'est grâce à cette excentricité considérable que l'immortel législateur de l'Astronomie put reconnaître les inégalités dont il fit sortir les trois lois désormais inséparables de son nom (1). Au point de vue des découvertes qu'elle

(1) On pourrait, au premier abord, être surpris que Képler ait choisi Mars plutôt que Mercure, dont l'orbite présente une si forte excentricité.

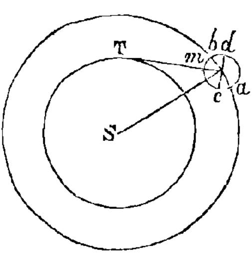
a provoquées, comme à celui de la parallaxe, la Planète offre donc un vif intérêt.

471. **Révolutions sidérale et synodique. — Diamètre, volume, masse et densité. — Lumière et chaleur solaires. — Diamètres apparents. — Aplatissement. — Phases. — Couleur rougeâtre. — Taches. — Rotation.** — Quant aux particularités relatives soit à son mouvement, soit à sa constitution physique, il suffira, pour compléter celles déjà signalées, de dire en quelques mots que la révolution sidérale dure $686^j,98$ et la révolution synodique $779^j,96$; que le mouvement rétrograde dure 72 à 73 jours, et s'étend sur un arc de 16 à 17 degrés environ; que la distance (15,24) et la vitesse moyenne valent, la première 58 174 000 lieues, la seconde 532 000 lieues; qu'en regard des dimensions de la Terre, le diamètre, la surface et le volume de la Planète sont respectivement égaux à 0,54 (1719 lieues), 0,29, et 0,16; que la densité moyenne, la masse et la pesanteur, comparées à leurs analogues sur notre Globe, ont pour expressions 0,779, 0,119, 0,417; que, relativement à ce qu'elles sont pour nous, la lumière, la chaleur et la surface solaires se trouvent représentées par la fraction 0,43; que le diamètre apparent de la Planète, vu d'une distance égale à celle qui nous sépare du Soleil, sous l'angle de $8'',9$ varie de $3'',3$ à $23'',5$ environ; que, d'après les mesures de Arago, l'aplatissement est sensiblement égal à $\frac{1}{30}$; que, vers les quadratures, époques où la portion

Mais l'étonnement cessera dès qu'on aura réfléchi, d'un côté à la difficulté d'observer Mercure, surtout vers les conjonctions, et d'un autre côté à l'avantage considérable que présentent les *oppositions* de Mars pour la détermination des positions *héliocentriques*, puisqu'alors on voit la Planète, de la Terre, dans la direction même où la verrait un observateur placé sur le Soleil. Voulant étudier les mouvements par rapport à ce dernier Astre, Képler devait donc, afin d'éviter les inexactitudes qui proviendraient des erreurs de la parallaxe, choisir les observations indépendantes de la distance du Soleil à la Terre. C'est, au reste, ce que font encore aujourd'hui les Astronomes qui, à défaut des conjonctions toujours inobservables quand les Planètes ne passent pas sur le Soleil, s'attachent aux *oppositions* pour obtenir les lieux héliocentriques.

cmbd (*fig.* 210), visible de la Terre, diffère le plus de la portion éclairée *acmb*, Mars présente une phase très-appréciable, analogue à celle de la Lune deux ou trois jours avant le plein ; enfin, que la surface de la Planète, d'une teinte rouge très-prononcée (1), offre des taches permanentes verdâtres, comme le seraient des mers, des lacs ou des fleuves, dont les apparitions périodiques permirent à Dominique Cassini de constater, dès 1666, la rotation en $24^h\ 40^m$, fournirent plus tard à Herschel l'inclinaison $28^\circ 42'$ de l'équateur de la Planète sur le plan de son orbite, et donnèrent, il y a quelques années, à MM. Mædler et Beer la durée de rotation $24^h 37^m 23^s$, généralement admise aujourd'hui.

Fig. 210.



472. **Amas de neige et de glace aux régions polaires de Mars.** — Ces dernières particularités établissent la plus frappante analogie entre Mars et la Terre. Voici un autre trait non moins caratéristique de ressemblance. On aperçoit aux deux Pôles des amas de matières blanches, douées d'un éclat plus que double (détermination de Arago) de celui du reste de la Planète, qui grandissent et s'étendent graduellement jusqu'à des distances assez considérables sur un hémisphère pendant l'automne et l'hiver, et diminuent au contraire sur l'hémisphère opposé où règnent, aux mêmes époques, le printemps et l'été, mais qui s'accumulent ensuite sur celui-ci pour diminuer sur l'autre, quand les saisons ont changé.

Atmosphère. — Étudié successivement, jusque dans ses plus minutieux détails, par Maraldi, par Herschel, par

(1) On a cherché à expliquer cette teinte de Mars, soit par des végétations rouges, telles que les buissons du *Bougainvillæa*, soit par la nature ocreuse du sol, dont la couleur serait analogue à celle de certaines carrières de sablon rouge existant sur la Terre, etc.

MM. Mædler et Beer, etc., le phénomène a fait reconnaître qu'il se formait périodiquement, vers chaque Pôle, des dépôts de masses neigeuses s'accroissant, comme sur la Terre, dans les saisons froides; se fondant quand arrive la chaleur, et fournissant de puissantes probabilités à l'existence d'une atmosphère d'où les neiges se précipiteraient. Il paraît difficile, en effet, de ne pas trouver cette atmosphère dans l'auréole brillante qui se montre sur le contour de la Planète, de ne pas voir l'influence de son épaisseur dans la disposition des taches vers les bords, d'expliquer enfin autrement que par sa diaphanéité variable avec les saisons, pourquoi, d'après Maraldi, d'après surtout MM. Beer et Mædler, les taches permanentes de Mars deviennent alternativement vagues, faibles et confuses, ou nettes, vives et tranchées, suivant que l'hiver ou l'été se fait sentir autour d'elle.

473. **Analogies entre les saisons de la Terre et celles de Mars.** —Tout permet donc d'assimiler Mars à la Terre, car les deux Planètes ne diffèrent pour ainsi dire que par leurs volumes, dont l'un est plus que sextuple de l'autre. Les inclinaisons des Équateurs sur les plans des orbites étant à peu près les mêmes, et les températures de la Terre vers les Tropiques ne surpassant, d'après les carrés des distances, que de 12 à 14 degrés les températures correspondantes de Mars, les saisons des deux Planètes doivent se ressembler beaucoup mieux que celles de la Terre et de Vénus.

Quant aux dimensions apparentes du Soleil, son diamètre, d'un tiers seulement plus petit pour les habitants de Mars que pour les habitants de la Terre, conserve à l'étendue superficielle du disque lumineux une grandeur encore assez considérable (0,43), si l'on compare surtout cette grandeur à celle sous laquelle doit se montrer le Soleil aux habitants des Astéroïdes qui circulent entre Mars et Jupiter.

474. **Astéroïdes.** — Les carrés des distances, inversement proportionnels aux surfaces, fournissent en effet les nombres 784 et 100 pour les grandeurs relatives d'un même Astre vu des distances 10 et 28. Et comme la lumière et la chaleur reçues du Soleil sont proportionnelles aux mêmes

nombres, on peut dire que les petites Planètes se trouvent, en moyenne, huit fois moins éclairées et moins échauffées que nous ne le sommes nous-mêmes. Ajoutez à ces particularités les contours irréguliers que présentent quelques-uns des Astéroïdes; les variations d'éclat observées chez plusieurs d'entre eux et qui, suivant M. Goldschmidt, sembleraient indiquer des rotations de 24 heures; les hautes atmosphères de Cérès, de Pallas et de Junon; l'absence d'enveloppe gazeuse appréciable chez la plupart des autres; la petitesse de l'ensemble de leurs masses, qui, d'après les recherches de M. Le Verrier sur les perturbations de Mars, serait égal *tout au plus* au quart de la masse de la Terre; leur vitesse moyenne de translation (410000 lieues par jour environ) autour du Soleil; la faiblesse de la pesanteur à leur surface $\left(\frac{1}{100}\right.$ à peu près sur Cérès, $\frac{1}{200}$ sur Pallas$\left.\right)$; rapprochez enfin d'un assemblage de résultats ainsi groupés, les indications contenues dans le tableau général (Note 450) des principaux éléments du mouvement elliptique des Astéroïdes, et vous aurez, sans omission importante, l'histoire des notions acquises jusqu'à présent sur l'anneau des petites Planètes qui semblent placées dans le Ciel pour établir une démarcation tranchée entre celles à faibles volumes, à masses peu considérables, mais à fortes densités, et les grosses Planètes à densités bien moindres dont nous avons encore à nous occuper.

NOTE

SUR LES PASSAGES DE VÉNUS DEVANT LE SOLEIL,

(Supplément à l'art. 465.)

475 — La révolution synodique de Vénus s'effectuant en $583^j,92$, la Terre parcourt moyennement, dans cet intervalle de temps, un arc de $575°,52$ ou de $360° + 215°,52$. Le Soleil aura donc paru se déplacer de ce même arc; et les longitudes des points du Ciel où se produiront deux conjonctions successives différeront par conséquent de $215°,52$.

Cinq conjonctions donneront une différence de 1077°,60, presque 1080 degrés ou *trois* circonférences. D'un autre côté, cinq révolutions synodiques de Vénus durent 2919j,60 ou 13 révolutions sidérales à 1j,5 près, et 7 ans 362j,91 (soit 8 ans en nombre rond).

D'où il résulte que, huit ans après un premier passage, Vénus, la Terre et le Soleil se retrouveront dans des conditions sensiblement identiques relativement au nœud de la Planète, et qu'on devra s'attendre à voir celle-ci se projeter de nouveau sur le Soleil. Seulement, comme l'identité n'est pas absolue, puisque les nombres précédents ne sont pas des multiples rigoureusement exacts les uns des autres; comme ces nombres correspondent d'ailleurs à des mouvements moyens et non aux mouvements vrais, les latitudes *héliocentriques* de Vénus différeront généralement dans les deux passages de 8 à 10 minutes qui, traduites en latitudes *géocentriques*, donneront de 20 à 24 minutes, par conséquent, dans un intervalle de 16 ans, des différences de 40 à 48 minutes, c'est-à-dire supérieures au diamètre apparent du Soleil. Trois passages successifs ne pourront donc se succéder à huit ans d'intervalle, et généralement il s'écoulera un temps assez long avant qu'un troisième passage ait lieu.

Une période de 121,5 ans, par exemple, qui correspond très-sensiblement à 76 révolutions synodiques ou 197,5 révolutions sidérales de Vénus, et à 121,5 révolutions sidérales de la Terre, produira des conjonctions dans le voisinage des deux nœuds, puisque, de l'une à l'autre de ces conjonctions, les longitudes de la Terre différant (à cause de la demi-année) d'un angle de 180 degrés, le Soleil et Vénus se projetteront pour nous en deux points du Ciel diamétralement opposés. Ainsi, au passage du 5 juin 1761 ajoutez 121,5 ans, vous aurez le passage du 6 décembre 1882; et si de ce dernier nombre vous retranchez 8 ans, vous obtiendrez à peu près la date du passage qui doit avoir lieu le 8 décembre 1874, mais dont l'époque précise demande pour être assignée, comme il en est des Éclipses de Soleil ou de Lune indiquées par la période de 18 ans 10 jours, un calcul plus approfondi.

Au lieu de 121,5 ans qui vous conduisent de 1761 à 1882, un intervalle de 105,5 ans, comprenant 66 révolutions synodiques ou 171,5 révolutions sidérales de Vénus et 105,5 révolutions sidérales de la Terre, vous mènerait de 1769 à 1874. L'intervalle de 113,5 ans, formant 183,5 révolutions sidérales ou 71 révolutions synodiques de Vénus et 113,5 révolutions sidérales de la Terre, vous conduirait à son tour du 3 juin 1769 au 6 décembre 1882, etc.

Vous avez donc par là divers moyens de présomption pour déterminer les conjonctions qui peuvent être écliptiques, et pour n'entreprendre qu'avec quelque chance de succès des calculs complets.

476. Quant à ces calculs, ils se feront comme ceux d'une Éclipse de Soleil par la Lune, avec la différence que le mouvement relatif de

Vénus en longitude sera *rétrograde* et non direct. Lorsque vous aurez calculé les particularités de l'Éclipse générale, c'est-à-dire les moments de l'entrée, du milieu et de la sortie, il suffira de placer un Globe terrestre, de manière que l'axe du Monde soit élevé sur l'horizon du Globe, d'un angle égal à la déclinaison du Soleil, et que l'aiguille des heures fasse avec le Méridien du lieu (Paris, Toulouse, etc.) en temps duquel on a calculé, des angles correspondant aux heures des phases, pour avoir à chacune de ces heures l'hémisphère éclairé de la Terre (puisque le Soleil est au zénith du Globe), et pour reconnaître par conséquent les stations les plus convenables aux manifestations de la parallaxe de Vénus, dont on déduit ensuite la parallaxe du Soleil par la troisième loi de Képler. Ces parallaxes étant d'ailleurs très-petites par rapport au diamètre du Soleil, les effets qu'elles produiront sur les positions relatives de Vénus et du Soleil seront eux-mêmes peu considérables; de sorte qu'à de faibles exceptions près, tous les lieux de la Terre pour lesquels le Soleil sera levé apercevront le phénomène.

DIX-NEUVIÈME LEÇON.

Suite de l'étude des Planètes.

Jupiter. — Grosseur, aplatissement et rotation. — Masse et densité; pesanteur à la surface; lumière et chaleur solaires. — Révolutions synodique et sidérale; diamètre apparent; absence de phases. — Bandes et atmosphère. — Vents réguliers: leur influence, anormale en apparence, sur la durée obtenue pour la rotation. — Satellites. — Existence des lois de Képler dans les mouvements des quatre Satellites. — Vitesse de la lumière déduite des Éclipses du premier Satellite. — Les durées des rotations paraissent, pour chaque Satellite, être égales à celles des révolutions. — Changements de couleur des Satellites. — Indices d'atmosphères autour de ces petits Astres. — Éclat des bords et des centres de Jupiter. — Les élongations de la Terre vues de Jupiter, sont plus petites que celles de Mercure vues de la Terre. — Saturne; ses habitants ignorent sans doute l'existence de Mercure, de Vénus, de la Terre et de Mars. — Révolutions sidérale et synodique; éléments elliptiques de l'orbite; absence de phases; lumière et chaleur solaires. — Atmosphère; rotation; aplatissement; neiges et glaces polaires. — Dimensions de Saturne; masse, densité, intensité de la pesanteur. — Apparences observées par Herschel sur la forme de Saturne. — Anneau. — Ses apparitions et ses disparitions périodiques. — Éclat et rotation de l'anneau; particularités singulières. — Division de l'anneau en plusieurs anneaux intérieurs les uns aux autres; conditions mécaniques de stabilité. — Dimensions de l'anneau; diminution progressive remarquée par Struve, mais contestée par le P. Secchi. — Bande obscure de l'anneau dont elle paraît être l'atmosphère. — Opinions sur l'origine de l'anneau. — Satellites de Saturne; historique de leur découverte. — Les huit Satellites de Saturne suivent les lois de Képler. — Apparences du Ciel pour les habitants de Saturne. — Uranus; ses dimensions. — Masse, densité, chaleur et lumière; intensité de la pesanteur. — Éléments de l'orbite. — Aplatissement et rotation entrevus par Herschel; Satellites obéissant aux lois de Képler. — Neptune; volume, masse et densité; Satellites. — Indices d'un anneau; révolutions sidérale et synodique; grandeur apparente du Soleil; lumière et chaleur. — Modification à la loi de Bode proposée par M. Babinet pour des Planètes présumées extra-neptuniennes. — Étoiles filantes; vitesses et hauteurs. — Causes de l'inflammation et de l'extinction. — Accidents causés par les chutes d'Étoiles filantes. — Opinions sur l'origine des Aérolithes; trajectoires de ces corps; leurs dimensions; leurs vitesses. — Forces vives de certains Bolides; leur chute ne peut produire que des effets insensibles sur l'ensemble général du Globe terrestre.

477. **Jupiter. — Grosseur, aplatissement et rotation.** — Quand on l'examine à l'œil nu, Jupiter présente un éclat

plus vif, plus blanc que celui de Mars, quelquefois même que celui de Vénus. Dans une lunette, son disque paraît très-considérable; et, d'après les mesures de Arago, l'axe équatorial surpasse l'axe polaire de $\frac{1}{17}$, la position de ces axes étant déterminée par le déplacement de certaines taches accidentelles (nuages) qui donnent en même temps pour la rotation (déduite de la moyenne des observations de Cassini, d'Herschel, de MM. Airy, Mædler et Beer, etc.) une durée de $9^h\,54^m\,45^s$.

478. **Masse et densité. — Pesanteur à la surface. — Lumière et chaleur solaires.** — La grandeur réelle du diamètre de Jupiter est égale à 11,160 fois le diamètre de la Terre ou à 17 762 lieues. Son volume est, par conséquent, plus considérable que le volume de notre Planète dans le rapport de 1390 (cube de 11,160) à l'unité. Mais sa masse 337 n'étant pas en rapport avec cet énorme volume, la densité se trouve réduite au quart environ (0,243) de la densité moyenne du Globe terrestre. En divisant la masse 337 par le carré 125 du rayon, on obtient néanmoins pour l'intensité de la pesanteur à sa surface un nombre presque triple (2,70 fois) de celui qui représenterait la pesanteur ici-bas. Quant à l'intensité de la chaleur et de la lumière, elle est 27 fois (carré du rapport des distances moyennes 52 et 10) moins forte que pour nous. On peut remarquer cependant qu'un aussi grand désavantage rencontre, sans doute, quelques compensations, d'un côté, dans les quatre Lunes dont nous allons nous occuper avant peu; d'un autre côté, dans la faible inclinaison (3 degrés) de l'Équateur de Jupiter sur le plan de l'orbite; circonstance qui doit rendre les saisons assez uniformes et faire régner, en quelque sorte, un printemps perpétuel.

479. **Révolutions synodique et sidérale. — Diamètres apparents. — Absence de phases appréciables.** — Ces saisons ont, du reste, des durées fort longues; car tandis que la révolution synodique de Jupiter s'accomplit en 399 jours, sa révolution sidérale ou son année se prolonge à $4332^j,58$

(près de 12 ans). J'ajoute, pour épuiser les particularités relatives au mouvement de la Planète que l'inclinaison de l'orbite sur l'Écliptique est égale à 1°18'40"; l'excentricité à 0,048; la vitesse moyenne de translation autour du Soleil à 294 000 lieues par jour ($3^{l},4$ par seconde) et la vitesse de rotation d'un point de l'Équateur à 12 600 mètres par seconde, celle d'un point analogue sur la Terre étant 464 mètres seulement. Le diamètre apparent varie, suivant les distances, de 31" à 46" environ. Quant aux phases, elles sont insensibles.

480. **Bandes et atmosphère.** — On distingue sur Jupiter des phénomènes atmosphériques très-marqués. On y voit, entre autres, deux bandes légèrement obscures, presque toujours persistantes, situées à droite et à gauche de l'Équateur auquel elles sont parallèles; quelquefois, mais rarement, accompagnées de deux ou même de quatre autres bandes également perpendiculaires à l'axe le plus court comme les premières, et, comme celles-ci, se résolvant par moments en une infinité de petites taches entremêlées de points brillants, ainsi que le feraient des zônes continues de nuages qui viendraient à se briser, ou des zônes atmosphériques transparentes qui se couvriraient de nuages isolés.

Dans cette dernière hypothèse, l'éclat des parties brillantes proviendrait, d'après Herschel, d'une enveloppe nuageuse plus réfléchissante que le corps même de l'Astre; et les bandes obscures seraient dues, tout simplement, à la lumière moins intense qui nous arriverait de la surface solide ou liquide à travers les sections parallèles et sereines de l'atmosphère. Quoi qu'il en soit, au reste, des théories employées pour expliquer le phénomène, on pourrait difficilement se refuser à admettre qu'il résulte de la présence d'une enveloppe gazeuse, dans laquelle régneraient même des vents assez intenses, puisque la durée de la rotation varie, suivant qu'on emploie, pour la déterminer, des taches plus ou moins voisines de l'Équateur.

Vents réguliers. — Leur influence, anormale en apparence, sur la durée obtenue pour la rotation. — Le parallélisme des bandes semblent d'ailleurs indiquer une tendance des couches nuageuses à se disposer par zônes sous l'action de vents réguliers, analogues à nos alisés. Seulement, il est remarquable que ces vents, déduits du mouvement des taches accidentelles, atteignent des vitesses de près de *cent lieues* à l'heure, et surtout que leur direction semble précisément inverse de celle qui a lieu pour nous. Car les taches équatoriales donnent, généralement, la durée la plus *courte*, comme si elles étaient poussées, non en sens contraire, mais dans le sens même de la rotation. Le fait a de quoi surprendre. On l'expliquerait néanmoins peut-être, par cette circonstance que les taches employées n'ayant jamais de grandes latitudes feraient partie constamment de l'alisée inférieur, plus sensible, dans le sens inverse de la rotation, à une certaine distance de l'Équateur où l'accroissement des parallèles est rapide, qu'à l'Équateur même où les parallèles croissent très-lentement (1). D'où résulteraient, en effet, et la rétrogradation des taches extra-équatoriales par rapport à celles de l'Équateur, et la conséquence que la rotation déduite des taches équatoriales, quoiqu'un peu trop longue encore sans doute, serait cependant la plus voisine de la vérité (2).

481. **Satellite.** — J'ai déjà dit un mot (478) des quatre Lunes de Jupiter. Pour compléter ce qu'il m'est possible de citer ici de leur histoire, j'ajouterai que le 7 janvier 1610, Galilée vit auprès de la Planète à laquelle il venait de reconnaître un disque sensible, trois petites Étoiles de sixième à septième grandeur, qui, le lendemain, s'étaient considérablement dé-

(1) R étant le rayon de la Terre, la circonférence d'un parallèle situé sous la latitude λ sera $2\pi R \cos\lambda$; expression dont la différentielle $2\pi R \sin\lambda\, d\lambda$ représente la loi de variation des divers parallèles, et montre que cette variation, proportionnelle à $\sin\lambda$ croît avec la latitude, qu'elle est par conséquent de plus en plus rapide à mesure qu'on s'éloigne de l'Équateur.

(2) On ne doit pas oublier que l'alisée inférieur se fait sentir vers les faibles latitudes ; tandis que l'alisée supérieur n'est redescendu sur le sol que dans les latitudes élevées. Entre ces dernières latitudes et l'Équateur, la rotation de la Planète est donc plus rapide que celle des couches inférieures de l'atmosphère et des nuages qui s'y trouvent. Le contraire aurait lieu pour des nuages appartenant aux latitudes élevées.

placées. Comme, d'ailleurs, le 10, il n'en restait plus que deux, l'éminent observateur pensa que ces Étoiles devaient suivre Jupiter et s'éclipser parfois dans son ombre. Quelques jours suffirent pour lui montrer, en effet, que quatre petits corps auxquels il voulut donner le nom d'Astres de Médicis, mais qu'on a pris l'habitude d'appeler tout simplement *Satellites*, circulaient animés d'un mouvement direct (d'Occident en Orient) autour de la Planète; et deux mois plus tard, le 12 mars 1610, il avait déjà déterminé très-approximativement les durées des quatre révolutions (1).

Existence des lois de Képler dans les mouvements des quatre Satellites. — Képler, à son tour, et l'Astronome hollandais Vendelinus ne tardèrent pas à trouver que les Satellites formaient, par rapport à Jupiter un système tout à fait analogue à celui des Planètes elles-mêmes par rapport au Soleil. C'est dire, en d'autres termes, que les Satellites décrivent des ellipses dont la Planète occupe un foyer; que les aires sont proportionnelles au temps; enfin, que les cubes des demi-grands axes ou des distances moyennes divisés par les carrés des durées des révolutions donnent, *pour les quatre Satellites*, des quotients égaux (2).

(1) Voici les distances moyennes au centre de Jupiter (le rayon de la Planète étant pris pour unité), ainsi que les durées des révolutions, les dimensions et les masses des Satellites :

Satellites.	DISTANCES.		DURÉES des révolutions.	VOLUMES; celui de la Terre étant pris pour unité.	DIAMÈTRES.	MASSES, celle de la Terre étant l'unité.	La masse de la Lune est 0,013.
			jours.		lieues.		
1	6,049	ou en lieues 108 070	1,7691	0,033	1020	0,005746	
2	9,623......	171 920	3,5512	0,020	860	0,007774	
3	15,330......	274 230	7,1546	0,104	1500	0,029744	
4	26,998......	482 320	16,6888	0,036	1050	0,014534	

(2) Les quotients sont égaux entre eux pour les quatre Satellites. Mais ils diffèrent des quotients, aussi égaux, que donnent les Planètes. C'est Vendelinus qui, le premier, constata pour les Satellites l'existence de la troisième loi de Képler, en s'appuyant sur les observations de Peyresc et de Gassendi.

La découverte de Galilée permit d'expliquer comment la Terre pouvait marcher accompagnée de la Lune, et vint ajouter une nouvelle probabilité à toutes celles qui déjà militaient en faveur du système de Copernic. Elle ne tarda pas à fournir aussi les applications les plus utiles à la physique, à la géographie, à la navigation, etc. Grâces, en effet, à ces Mondes nouveaux, « qui n'ont cependant coûté ni sang ni larmes; » ainsi que l'a dit un illustre historien de l'Astronomie (1), la vitesse de la lumière fut mesurée, ou plutôt sa propagation successive fut démontrée, vers 1675, par Roëmer, Astronome danois, pendant que les Tables des Satellites préparaient d'importants perfectionnements à la détermination des longitudes soit sur terre, soit en mer. Voulez-vous savoir comment? Voici quelques détails relatifs aux deux questions :

482. **Vitesse de la lumière déduite des Éclipses du premier Satellite.** — Jupiter produisant un cône d'ombre fort large, le premier Satellite s'éclipse à chacune de ses révolutions synodiques. Observez plusieurs disparitions successives dans des positions quelconques de la Terre et de Jupiter, tant que la distance des deux Planètes ne changera pas trop notablement, vous verrez ces disparitions avoir lieu par intervalles parfaitement réguliers, correspondant à 110 Éclipses environ dans 200 jours; vous pourrez donc avoir très-exactement la durée moyenne de la révolution synodique du Satellite, ou l'intervalle de temps qui sépare deux Éclipses successives.

Supposez maintenant que vous partiez d'une Éclipse observée lorsque, vers l'opposition (2), la Terre est en T (*fig.* 211),

(1) Bailly.

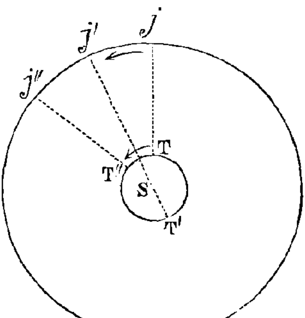
(2) A l'opposition même, ainsi qu'à la conjonction, le cône d'ombre de Jupiter nous est caché par la Planète, et l'Éclipse ne peut être aperçue. C'est donc quelque temps avant ou après, que l'observation doit être faite. Le calcul ramène les choses à ce qu'elles seraient aux époques des syzigies. Il n'est généralement possible d'observer que l'une des deux phases de l'Éclipse (immersion ou émersion), parce que l'un des côtés du cône d'ombre, celui de l'entrée ou celui de la sortie, se trouve toujours pour nous derrière la Planète, à cause de la petitesse de l'orbite terrestre, et de la grande distance ainsi que du volume de Jupiter.

le Soleil en S et Jupiter en J, pour calculer, au moyen de la révolution synodique, l'instant de l'Éclipse qui devra se produire à la conjonction, quand la Terre sera venue en T' et Jupiter en J'. Au lieu de trouver l'observation d'accord avec le calcul, vous verrez l'Éclipse arriver 16^m 36^s environ plus tard que vous ne l'aviez supposé.

Partez, cette fois, de l'Éclipse observée à la conjonction pour déterminer (toujours par la durée connue de la révolution synodique) à quel moment une Éclipse aura lieu vers l'opposition nouvelle T''J'', l'observation vous donnera, non plus un retard, comme dans le premier cas, mais une avance de 16^m 36^s.

A quoi peuvent tenir de pareilles discordances? N'est-il pas naturel d'en chercher tout simplement la cause dans la différence des distances de Jupiter à la Terre, et dans le temps qu'emploierait la lumière à parcourir cette différence égale au diamètre de l'orbite terrestre? Il serait impossible, en effet, d'expliquer autrement pourquoi les Éclipses se succèdent régulièrement tant que les distances ne changent pas, et pourquoi le résultat de l'observation anticipe ou retarde sur celui du calcul, suivant que Jupiter se rapproche ou s'éloigne de la Terre? L'explication est d'ailleurs d'autant plus naturelle, qu'entre l'opposition et la conjonction, pour des distances intermédiaires, l'anticipation ou le retard de l'observation se trouvent précisément proportionnels à la variation des distances.

Fig. 211.



483. Nous ne voyons donc pas les phénomènes célestes au moment même où ils se produisent. C'est quand le rayon lumineux chargé de nous les faire connaître arrive à notre œil, après un trajet plus ou moins considérable, que nous les

apercevons ; ce qui n'empêche pas leur succession apparente d'être tout aussi régulière que leur succession réelle, tant que les distances ne changent pas, et ce qui produit, quand les distances changent, des inégalités vaguement soupçonnées d'abord par Descartes, reconnues ensuite dans les Éclipses du premier Satellite de Jupiter par Roëmer ou même par Cassini, aperçues plus tard par Bradley dans les positions apparentes des Étoiles, mais mises hors de doute pour la première fois par Roëmer. Il paraît néanmoins que l'Astronome danois négligea de poursuivre les conséquences de sa découverte jusqu'aux valeurs numériques, puisqu'en partant de cette découverte, Huyghens adoptait 22 minutes, Duhamel *près d'une demi-heure*, Horrebow et Cassini 28′21″ pour le temps employé par la lumière à parcourir le diamètre de l'orbite terrestre. De nos jours, Delambre et Struwe ont trouvé des nombres $16^m\,26^s,4$ et $16^m\,35^s,56$ beaucoup plus rapprochés entre eux que les précédents, et qui donnent, avec la distance 38 172 000 lieues du Soleil à la Terre, l'une 77 430 lieues, l'autre 76 650 lieues, soit en moyenne 77 040 lieues par seconde pour la vitesse de la lumière.

484. — Déjà Galilée s'était occupé de la question en 1610. Mais la base sur laquelle il opérait se trouvant beaucoup trop petite, les résultats obtenus furent complétement négatifs. Deux observateurs A et B étaient séparés par un intervalle de quelques kilomètres. Le premier éteignait brusquement un flambeau B; dès que le second voyait ce flambeau disparaître, il cachait brusquement, à son tour, une flamme placée près de lui. Le temps écoulé depuis l'extinction du flambeau A, jusqu'à l'instant où l'observateur A verrait la disparition du flambeau B, devait exprimer évidemment le temps employé par la lumière pour aller de A en B et pour revenir de B en A. Mais ce temps demeura toujours inappréciable, et Galilée fut conduit par conséquent à conclure que la vitesse de la lumière était immense par rapport aux longueurs terrestres employées à la mesurer.

Toutefois, sans m'appesantir sur des détails appartenant plus spécialement au domaine de la physique, je dois dire qu'en

1849, grâces à d'ingénieuses combinaisons de roues tournantes, entre les dents desquelles passaient des rayons lumineux allant se réfléchir à 8633 mètres (de Suresnes à Montmartre) pour revenir, *par le même chemin*, s'écraser sur les dents elles-mêmes qui, pendant la durée du trajet, avaient pris la place où se trouvaient les vides au départ de la lumière, M. Fizeau trouva des nombres sensiblement égaux à ceux (1) donnés par Delambre et par Struve. J'ajoute que, de son côté, M. Foucault, en septembre 1862, obtint, à peu près aussi, les mêmes valeurs (2); résultats remarquables, et de nature à permettre désormais de vérifier sans déplacement, ainsi que nous aurons occasion de le constater plus tard, en étudiant le phénomène connu sous le nom d'*aberration*, les mesures si péniblement obtenues par de longs voyages, dans le siècle dernier, pour la distance du Soleil à la Terre.

485. **Longitudes terrestres.** — Quant à la détermination des longitudes par les éclipses des Satellites, supposez que vous possédiez de bonnes Tables du mouvement de ces petits Astres, des Tables qui vous fournissent le moyen de calculer avec précision en temps de Paris, de Londres, de Berlin, etc., les immersions, les émersions, les distances apparentes des Satellites à la Planète, etc.; et notez, dans le lieu *inconnu* où vous êtes, en temps de ce même lieu, réglé sur les passages méridiens soit du Soleil, soit des Étoiles, l'instant où le phénomène se produit : la différence des heures fournies par l'observation et par le calcul vous donnera l'angle compris (à raison de 15 degrés par heure) entre votre méridien et le méridien de comparaison. Elle vous dira, par conséquent, quelle est votre longitude (3) relativement à ce méridien. Elle

(1) Moyenne de 28 expériences : 70 948 lieues, de 25 au degré de 111 111 mètres; soit 78 823 lieues de 4000 mètres ou 315 292 000 mètres.

(2) 298 millions de mètres, ou 74 500 lieues.

(3) La longitude est *orientale* quand l'heure de l'observation est plus avancée que celle du calcul, *occidentale* dans le cas contraire. Supposez, en effet, que vous voulez rapporter vos positions au méridien de Paris, et que le Soleil passe à ce méridien une, deux, trois, etc. heures après être passé au vôtre : il est évident que vous serez à l'orient

vous procurera même le moyen de régler vos chronomètres sur le temps de Paris, de Londres, etc., d'en vérifier la marche, etc., de savoir enfin si vous pouvez compter sur des longitudes résultant, par exemple, du midi que vous donne à la mer la culmination du Soleil, et des heures de Paris, de Londres, etc., fournies, au même instant, par vos montres marines réglées au départ (1).

486. **Tables des Satellites.** — Galilée sentit le parti qu'il serait possible de tirer de sa découverte. Aussi ne tarda-t-il pas à mesurer, pour les quatre Satellites, les durées des révolutions. Malheureusement, il perdit la vue avant d'avoir pu parvenir à terminer les Tables, dont il s'occupait, dit-on, depuis vingt-sept ans, sans avoir pu leur donner un degré de précision qui le satisfît.

Les États de Hollande, alors possesseurs d'une marine puissante, avaient envoyé vers sa prison d'Arcétri, comme ils auraient fait vers le palais d'un souverain libre de dispenser la gloire et les richesses, des ambassadeurs chargés de lui offrir une chaîne d'or, et de solliciter instamment la terminaison de ces Tables qu'il importait tant aux nations maritimes de posséder. Galilée, arrêté dans son travail, légua

de Paris, ou, si vous l'aimez mieux, que Paris se trouvera à votre couchant, et que vous compterez, en outre, *une*, *deux*, *trois*, etc., heures du soir quand, à Paris, on comptera midi seulement. Votre heure sera donc plus avancée que celle de Paris, si vous êtes sous une longitude orientale. Je n'ai pas besoin d'ajouter que des longitudes occidentales fourniraient, par conséquent, des heures observées en retard sur les heures calculées pour Paris.

(1) Les moments de l'immersion et de l'émersion apparentes dépendent de la puissance des lunettes, à cause de la pénombre qui affaiblit ou laisse reparaître graduellement le Satellite. Pour obtenir par les Éclipses des déterminations exactes, il est donc important de connaître d'avance, par des observations faites avec soin, quelle est l'influence de la lunette sur l'heure du phénomène apparent. Et même encore, l'état plus ou moins pur de l'atmosphère, la distance zénithale de Jupiter, etc., peuvent-ils produire, à leur tour, des divergences qui, dans l'état actuel des choses, semblent devoir faire préférer généralement l'observation des distances angulaires à celles des Éclipses.

le soin de le continuer à son disciple Reinéri, qui s'en occupa dix ans, mais dont à sa mort on ne put retrouver le manuscrit. Notre compatriote Peyresc, membre du Parlement de Provence, fit à son tour, dans le même but, de nombreuses observations avec Gautier et Gassendi, pendant qu'Hodierna d'un côté, Cassini d'un autre, terminaient enfin les premières Tables dans lesquelles ils donnaient aux Satellites, Hodierna les noms de *Principharus* (phare du prince régnant d'Etrurie); *Victripharus* (phare de Victoire, la princesse régnante); *Cosmipharus* (phare de Cosme de Médicis); *Fernipharus* par syncope pour *Ferdinandi pharus* (phare de Ferdinand); Cassini ceux de *Pallas*, *Junon*, *Thémis* et *Cérès*.

Plus tard, en 1766, l'homme éminent qui devait expier sur l'échafaud révolutionnaire les dangereux honneurs d'une brillante popularité, Bailly construisit, d'après la seule théorie de l'attraction, mais avec des données encore imparfaites, de nouvelles Tables qui furent peu employées, et que remplacèrent bientôt celles du suédois Wargentin; puis, jusqu'en 1839, celles de Delambre, basées sur d'importants perfectionnements dus aux recherches mathématiques de Laplace; puis, enfin, celles de Damoiseau, rendues également presque parfaites par la féconde intervention de la Mécanique céleste.

487. **Les durées des rotations paraissent, pour chaque Satellite, être égales à celles des révolutions. — Changements de couleur des Satellites.** — A d'autres points de vue, les Satellites de Jupiter présentent encore de curieuses particularités. Herschel, qui les étudia soigneusement, remarqua dans leur éclat une certaine périodicité en rapport avec les durées de leurs révolutions; et, tout calcul fait, il crut pouvoir conclure que, comme notre Lune, chacun des Satellites tourne sur lui-même dans un temps égal à celui de sa révolution autour de Jupiter, offrant ainsi toujours le même hémisphère à la Planète, et par conséquent montrant successivement aux habitants de la Terre les diverses parties plus ou moins réfléchissantes de sa surface. Par la durée de l'entrée dans l'ombre, l'illustre Astronome obtint également les

grandeurs relatives des Satellites, classa ces Astres, sous le rapport du volume, dans l'ordre suivant : troisième, quatrième, premier et second, et parvint aux nombres donnés plus haut pour leurs diamètres. Mais, chose singulière ! tandis qu'il trouvait la lumière du premier et du troisième parfaitement blanche, celle du second tirant sur le bleu et celle du quatrième sur le rouge ou sur l'orangé, MM. Mædler et Beer ont depuis toujours vu le premier, le second et le quatrième bleuâtres, le troisième, au contraire, ayant une teinte jaune assez prononcée.

Indices d'atmosphères autour de ces petits Astres. — Serait-il survenu, d'une époque à l'autre, des phénomènes géologiques de nature à changer ces surfaces, ou bien ces surfaces auraient-elles été modifiées par la végétation et par la culture ? Il faudrait, dans cette dernière hypothèse, supposer les Satellites de Jupiter habités. Or, une curieuse remarque de Cassini semblerait permettre de considérer, en effet, ces petits Astres comme ayant des atmosphères qui les rendraient habitables ; car, plusieurs fois, l'habile observateur vit passer le premier d'entre eux devant la Planète, sans apercevoir aucune trace de l'ombre projetée d'habitude sur le disque lumineux, particularité presque inexplicable, à moins qu'on admette autour du Satellite la présence d'une enveloppe gazeuse qui, lorsqu'elle serait très-pure, enverrait dans l'ombre géométrique les rayons solaires infléchis, ainsi qu'il arrive pour certaines éclipses où la Lune se trouve éclairée par la lumière que réfracte notre atmosphère.

488. **Éclat des bords et du centre de Jupiter.** — On le voit, il y a là d'intéressantes révélations à chercher encore. Quant à l'atmosphère de la Planète elle-même, indépendamment des bandes et des taches accidentelles qui ne permettraient guère de mettre son existence en doute, elle ressort avec une évidence nouvelle de l'affaiblissement plus considérable qu'elle paraît faire éprouver à la lumière venant des bords, affaiblissement qui se manifeste, en effet, soit dans quelques observations de Maraldi, de Pound, de Messier, etc., pendant les passages des deux premiers Satellites

devant le disque lumineux, soit surtout dans les expériences plus récentes où, reproduisant à volonté ces passages par le dédoublement de la lumière à travers les cristaux biréfringents, Arago promenait le Satellite sur les divers points de la Planète, et le voyait trancher comme une tache brillante vers les bords, s'effacer, au contraire, et se perdre dans l'éclat du centre.

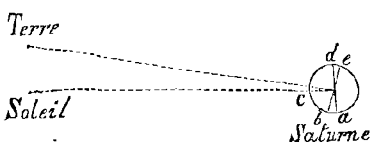
489. **Les élongations de la Terre, vues de Jupiter, sont plus petites que celles de Mercure, vues de la Terre.** — J'ai cru devoir insister sur l'histoire particulière de Jupiter, à cause de l'importance de cette Planète, la plus considérable par son volume comme par sa masse, parmi les corps du système solaire, et l'une de celles aussi qui fournissent aux habitants de la Terre les plus intéressantes applications. Remarquons, en terminant, que, lorsque pour les besoins de la science, de la navigation ou de la géographie, nous utilisons leur vaste demeure, les habitants de Jupiter ne se doutent probablement pas de l'existence de notre petit Globe; car nous sommes habituellement plongés pour eux dans les rayons du Soleil, comme Vulcain, s'il existe, l'est pour nous; comme l'est si souvent Mercure : nos plus grandes élongations, vues de Jupiter, ne dépassant guère 11 degrés.

490. **Saturne. — Ses habitants ignorent sans doute l'existence de Mercure, de Vénus, de la Terre et de Mars.** — A plus forte raison en est-il ainsi pour les habitants de Saturne qui voient sous un angle de 6 degrés seulement, le rayon de l'orbite terrestre, et qui, selon toute apparence, à moins qu'ils n'aient aperçu des passages sur le Soleil, ne soupçonnent ni l'existence de la Terre, ni celle de Vénus, ni celle de Mercure, ni même peut-être celle de Mars dont les élongations maxima s'arrêtent à 9 degrés environ. Leur Astronomie planétaire doit donc être assez simple, réduite à l'étude de Jupiter, d'Uranus, de Neptune et peut-être de quelques-uns des plus gros Astéroïdes situés entre Mars et Jupiter, ou de quelque autre corps à nous inconnu circulant au delà de Neptune. Mais les *huit* Satellites qui accompagnent la Planète, et l'anneau qui l'entoure offrent sans doute, par

compensation, des sujets de recherches dont les perturbations si compliquées de notre Lune, amplifiées encore par les perturbations mutuelles d'un aussi grand nombre de Satellites, ne nous donnent qu'une idée affaiblie.

491. **Révolutions sidérale et synodique. — Éléments de l'orbite. — Absence de phases. — Lumière et chaleur solaire.** — La révolution sidérale de Saturne s'effectue en 10 759^j,22 (29,5 ans environ). Sa révolution synodique en 378^j,08 sur lesquels 239 jours de mouvement direct et 139 jours de mouvements rétrogrades. Traduites en lieues, la distance moyenne au Soleil (95,39) vaut 364 123 000 lieues ; ce qui donne une vitesse moyenne de translation dans l'orbite, égale à 213 000 lieues par jour. L'inclinaison (2° 29′ 36″) de l'orbite sur l'Écliptique, et l'excentricité (0,056) étant d'ailleurs peu considérables, si l'on en fait abstraction, on trouve, pour les distances extrêmes de Saturne à la Terre, les nombres 402 millions et 326 millions de lieues. Nos plus grandes élongations, vues de la Planète, ne dépassant guère 6 degrés, la portion éclairée *abcd* de Saturne (*fig.* 212) et la portion *bcde* visible pour nous, sont par conséquent, à très-peu près, toujours les mêmes, ce qui rend les phases inappréciables. Quant aux intensités de la lumière et de la chaleur reçues du Soleil, le rapport inverse du carré des distances les donne 91 fois plus faibles que sur la Terre.

Fig. 212.



492. **Atmosphère. — Rotation. — Aplatissement. — Neiges et glaces polaires.** — Comme Jupiter, Saturne présente des phénomènes atmosphériques évidents, quoique moins tranchés. Il a des bandes faiblement visibles et parallèles à son Équateur qui fait avec le plan de l'orbite un angle d'environ 30 degrés. Ces bandes ne sont pas permanentes. Elles appartiennent donc à une atmosphère que l'éclat *variable* de la Planète suffirait d'ailleurs à faire reconnaître. Par quelques

irrégularités qu'on y remarque périodiquement, Cassini, Huyghens, etc., constatèrent le mouvement de Saturne sur lui-même ; mais Herschel, le premier, détermina la durée de la rotation, pour laquelle il trouva $10^h\,16^m$. L'illustre Astronome reconnut en outre que la Planète est aplatie, et donna la fraction $\frac{1}{11}$ pour la valeur de l'aplatissement (1). Il reconnut aussi que, comme sur Mars, des taches blanches, dues sans doute à des amas de glace ou de neige s'accroissent et diminuent alternativement aux Pôles de Saturne suivant les saisons.

493. **Dimensions de Saturne. — Masse, densité. — Intensité de la pesanteur.** — A la distance de 364 millions de lieues, rayon moyen de l'orbite, le rayon moyen de Saturne soutend un angle de 16″,13 d'où résulteraient, abstraction faite de l'excentricité, des diamètres apparents compris entre les valeurs extrêmes 15″,15 et 18″,68. Avec ces données, il est aisé d'obtenir le diamètre réel qui vaut 9,30 (2) par rapport à celui de notre Globe, c'est-à-dire 29 600 lieues. La surface et le volume sont par conséquent, à leur tour, 86 et 804 (carré et cube de 9,30), la surface et le volume de la Terre étant pris successivement pour unités. Et, comme la masse égale 100 fois seulement (plus exactement 100,806) la masse du Globe terrestre, la densité moyenne de Saturne se trouve beaucoup moindre (sept fois un quart à très-peu près) que celle de notre Planète; ce qui a permis de reconnaître qu'il pourrait flotter sur l'eau. Tout calcul fait, l'intensité de la pesanteur est égale à 1,17.

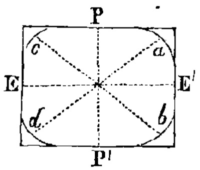
494. **Apparences observées par Herschel sur la forme de Saturne.** — On doit à Herschel une autre remarque extrêmement curieuse sur la forme de la Planète. D'après l'illustre Astronome, les méridiens, au lieu d'être elliptiques,

(1) Des mesures micrométriques effectuées en 1847, à l'Observatoire de Paris, ont fourni la fraction $\frac{1}{9,2}$ peu éloignée de celle obtenue par Herschel.

(2) La parallaxe 8″,86 donnerait 9,006 au lieu de 9,30.

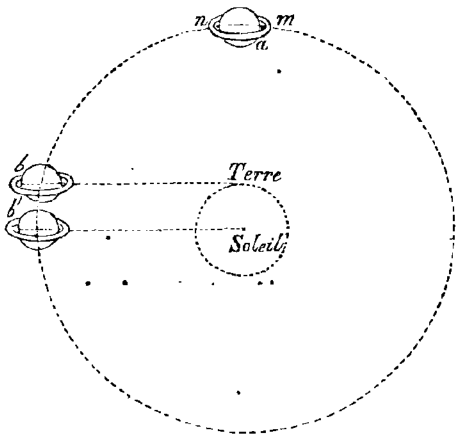
c'est-à-dire d'avoir leurs plus grands diamètres passant à l'Équateur et les plus petits aux Pôles, seraient légèrement quadrangulaires, comme un rectangle émoussé sur ses quatre angles et dont les dimensions *ad*, *cb* l'emporteraient de $\frac{1}{22}$ environ sur les dimensions équatoriales EE' (*fig*. 213). Cette forme singulière persistait avec tous les télescopes, quand Jupiter, au contraire, demeurait parfaitement elliptique. Elle ne pouvait donc provenir de défauts des instruments. Aussi fut-elle attribuée par Herschel à l'attraction d'un anneau qui entoure la Planète et qui aurait agi sur celle-ci, avant sa consolidation, pour lui donner sa forme actuelle.

Fig. 213.



495. **Anneau.** — Émanant d'une autorité aussi considérable, le fait était assurément de nature à frapper les Astronomes. On le regarde néanmoins, généralement, comme douteux, depuis surtout que Bessel a montré l'insuffisance

Fig. 214.



mathématique de l'explication d'Herschel. Quoi qu'il en soit, l'anneau mis en cause par ce dernier, est un mystérieux appendice que découvrit, mais que ne put expliquer Galilée. Car, au premier abord, il paraissait difficile de comprendre que ce devaient être les bras *m*, *n* (*fig.* 214) placés aux côtés de la Planète, surtout, quand, plus tard, ces bras vinrent à disparaître, comme s'ils eussent eu pour mission de réaliser les croyances mythologiques sur le vieux Saturne, père du Temps (1), accompagné de deux écuyers chargés de soutenir sa décrépitude, et dévorant ensuite ses propres enfants.

Galilée se réserva la priorité de la découverte par un logogriphe dont Képler chercha vainement le sens, et qui est loin, au reste, d'être aussi heureux que celui relatif aux phases de Vénus. Le voici avec sa traduction :

« S*mai*S*mrmil me poeta levmibvnenvgttaviras.*

» *Altissimum Planetam tergenismum observavi.*

» J'ai vu un triple (ou plutôt, *trois fois double*) corps à la Planète la plus élevée (Saturne alors le dernier corps connu du système solaire). »

Ses apparitions et ses disparitions périodiques. — Mais ce n'était là qu'une constatation matérielle. Il restait à rendre compte des particularités du phénomène. Huyghens y parvint de la manière la plus heureuse, en déclarant qu'autour de Saturne existait un anneau fort large, très-mince et toujours parallèle à lui-même ainsi qu'à l'Équateur de la Planète, incliné de 30 degrés environ sur le plan de l'Écliptique, visible par conséquent pour nous, sous la forme d'une ellipse (2) quand il nous présente obliquement en *a*

(1) Par allusion, sans doute, à l'éloignement de la Planète, à la lenteur de sa marche, à son enfoncement dans les profondeurs du Ciel où les détails s'effacent pour nous, comme les traditions de l'histoire se voilent et disparaissent dans la nuit des temps, etc.

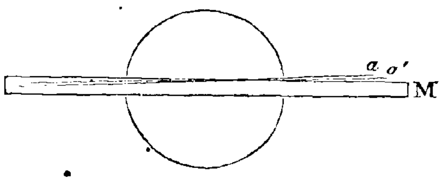
(2) Soit α l'inclinaison de l'anneau sur le rayon visuel mené de la Terre. Les deux axes de l'ellipse projection du cercle de cet anneau, seront proportionnels à 1 et à $\sin\alpha$. Leur mesure permettra donc de déterminer α. D'où l'on tirera sans peine l'angle de l'anneau avec le plan de l'orbite de Saturne.

(*fig.* 214) sa face éclairée, disparaissant, au contraire, depuis la position *b* qui correspond au point où son prolongement viendrait aboutir à l'observateur T, jusqu'à celle *b'* où ce prolongement va rencontrer le Soleil S, parce que de l'une à l'autre des deux positions *b*, *b'* il reçoit la lumière sur la face opposée à celle qu'on voit de la Terre T, et que sa tranche, quoique éclairée elle-même, se réduit à un filet lumineux à peine perceptible dans les instruments les plus puissants.

496. **Éclat et rotation de l'anneau. — Particularités singulières.** — L'anneau paraît, d'ordinaire, un peu plus brillant que la Planète dont l'éclat légèrement jaunâtre, et variable, ainsi que je l'ai déjà dit (492) d'après les PP. Vico, Secchi, etc., est beaucoup moins vif que celui de Jupiter. On distingue aisément et son ombre sur le corps de Saturne, et l'ombre de Saturne sur la portion de l'anneau qui est en opposition avec le Soleil. Aux époques de la disparition et de la réapparition, une des deux anses s'évanouit ou se montre plusieurs jours avant l'autre; ce qui semblerait, au premier abord, peu compatible avec un mouvement de rotation, puisque les différentes parties de l'anneau devraient, en tournant, venir occuper successivement toutes les positions autour de Saturne, auquel cas le bras le plus brillant serait vu tantôt d'un côté, tantôt de l'autre, et non pas toujours d'un même côté. Néanmoins l'observation de certaines taches lumineuses sur le contour de l'anneau, conduisirent Herschel à conclure que celui-ci tourne en $18^h 32^m 15^s$, c'est-à-dire en un peu plus de temps que la Planète, mais dans le même sens (d'occident en orient); comme si les deux corps eussent été primitivement solidaires, animés d'un mouvement de rotation identique, et se fussent séparés, à la longue, par le refroidissement qui, rapprochant du centre, sans changer leurs vitesses autour de ce point, les molécules destinées à former l'Astre intérieur, aurait nécessairement, pour chacune d'elles, abrégé le temps nécessaire au parcours de circonférences devenues moindres.

Les deux résultats (réapparition d'une des anses avant l'autre, et rotation de l'anneau) sont contradictoires. Ils semblent cependant incontestables l'un et l'autre. Pour en diminuer les incompatibilités, on pourrait les rapprocher de quelques remarques dues à Gallet, ecclésiastique d'Avignon, à Cassini, à Maraldi, à Herschel, etc., d'après lesquels l'anneau serait un peu excentrique, et composé (*fig.* 215) de plusieurs anneaux intérieurs les uns aux autres, mais inégalement inclinés ; de sorte que d'un côté les plus petits déborde-

Fig. 215.



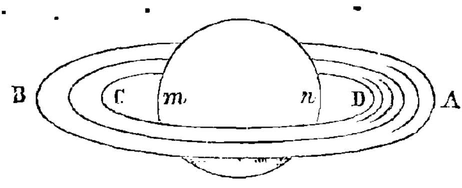
raient, comme des montagnes en *a*, *a'*,... tandis qu'ils resteraient cachés du côté opposé dans l'intérieur du grand anneau. L'on conçoit, en effet, qu'ayant une épaisseur *apparente* plus considérable, le bras M serait alors visible un peu plus longtemps, sans que la rotation cessât pour cela d'avoir lieu.

497. **Division de l'anneau en plusieurs anneaux intérieurs les uns aux autres. — *Conditions mécaniques de stabilité.*** — Ces idées sont loin, au reste, d'être purement hypothétiques, car l'excentricité ressort de certaines mesures qui ont fait apercevoir des différences dans la longueur des bras, ou des *anses*, ainsi qu'on les nomme plus habituellement. En outre, la subdivision de l'anneau est rendue évidente (*fig* 216) par une ligne noire continue (1), qui indique au moins deux anneaux concentriques, près de laquelle on voit d'ailleurs quelquefois, sur l'une des anses deux ou trois autres lignes concentriques aussi à la première, qui pourraient bien provenir de subdivisions, formant trois, quatre ou même cinq anneaux. Et de plus, comme pour complément de probabilité, les recherches de Laplace mon-

(1) Bien qu'on donne, par erreur, à cette ligne noire et concentrique à l'anneau, le nom de bande Herschélienne, il est certain que Maraldi et Cassini l'avaient aperçue.

trent qu'afin de posséder de bonnes conditions de stabilité dans sa constitution, l'anneau, solide ou liquide, doit avoir son centre de gravité un peu en dehors du centre de figure ;

Fig. 2[?]6.



que son contour peut être elliptique et son épaisseur variable ; que ces deux surfaces inférieure et supérieure peuvent elles-mêmes ne pas être planes ; *enfin que la rotation du centre* de gravité autour du centre de figure, analogue à celle d'un Satellite, doit s'effectuer précisément en $10^h,25$ environ presque exactement, comme le trouvait Herschel.

498. **Dimensions de l'anneau.— Diminution progressive remarquée par Struve, mais contestée par le P. Secchi.** — L'épaisseur de l'anneau ne dépasse guère 100 lieues soutendant, à peine, à la distance de Saturne, un angle de $0'',05$. Le diamètre extérieur AB de l'anneau est égal à 71 000 lieues environ ; le diamètre intérieur CD, à 47 000 lieues. La largeur AD ou BC sera, par conséquent, la moitié de la différence 24 000 entre ces deux nombres, ou 12 000 lieues. Le diamètre mn de la Planète étant 29 600 lieues, la distance nD à l'anneau sera égale, à son tour, à la moitié de CD diminué de mn, c'est-à-dire à 8700 lieues. En discutant avec soin les diverses valeurs angulaires obtenues depuis l'époque où Cassini découvrit l'existence de deux anneaux concentriques, Otto Struve a cru reconnaître que ces anneaux, séparés entre eux par un intervalle d'environ 800 lieues, se rapprochent progressivement de la Planète sans se rapprocher entre eux ; l'extérieur conservant sa largeur de 6700 lieues, et l'intérieur, aujourd'hui de 4500 lieues, s'étalant au contraire, de plus en plus, vers Saturne, de manière à grandir en surface et à diminuer par conséquent en densité si son épaisseur reste constante,

où en épaisseur si la densité ne change pas. La loi du phénomène obtenu par Struve, indiquerait que vers l'année 2068 l'anneau sera venu en contact avec la Planète, et qu'en 2800 tout aura disparu. Mais le P. Secchi discutant, à son tour, les conclusions du savant Astronome de Saint-Pétersbourg, croit pouvoir attribuer les inégalités trouvées par ce dernier, à l'ellipticité de l'anneau qui nous présenterait alernativement chacun de ses axes et soutendrait des angles variables de 40 à 43 secondes environ, suivant celui des diamètres par lequel il s'offrirait à nous transversalement.

499. **Bande obscure intérieure à l'anneau dont elle paraît être l'atmosphère.** — Malgré l'habileté depuis longtemps reconnue de Struve, les résultats obtenus dans une question aussi délicate paraissent donc réclamer de nouvelles vérifications. Il en fut ainsi, d'abord, des idées émises, vers 1838, au sujet d'une sorte de bande obscure que M. Galle crut pouvoir faire dépendre de l'anneau lui-même, mais dont l'existence après avoir soulevé quelques doutes, ne tarda pas à se trouver confirmée par des observations qui justifièrent également la théorie de l'Astronome de Berlin. Le 11 novembre 1850, en effet, avec une lunette de 16 pouces, construite à Munich, M. Bond, de Cambridge (États-Unis d'Amérique), aperçut la bande obscure en dehors du disque de Saturne, à l'intérieur même et au contact des anses, où sa largeur paraissait occuper le cinquième, environ, de l'espace vide compris entre l'anneau et la Planète; et 14 jours plus tard, M. Dawes, à Waterbury, sans connaître la découverte de M. Bond, voyait de son côté cet anneau obscur à l'intérieur de l'anneau brillant, sur une largeur qu'il supposait et qui doit être, en effet, égale aux deux cinquièmes au moins de la distance nD; puisque le 14 août 1851, à Pulkowa, M. Bond lui-même observait, de concert avec Otto Struve, non plus un cinquième, mais 56 centièmes de l'espace vide, pour la largeur de l'anneau obscur.

Voilà donc, selon toute apparence, une atmosphère inaperçue jusqu'à présent, à l'extérieur de l'anneau, mais élevée de quatre à cinq mille lieues au-dessus du contour intérieur, où elle se trouve appelée sans doute par l'attraction de la Planète et où, d'après M. Lassel, elle semble un voile de crêpe, gris foncé dans la projection sur le Ciel, gris très-clair au contraire sur le disque lumineux, mais parfaitement distinct, quoiqu'on l'ait confondu quelquefois avec elles, des ombres portées soit par l'anneau sur la Planète, soit par la Planète sur l'anneau.

500. **Opinions sur l'origine de l'anneau.** — On a beaucoup discuté sur l'origine de l'anneau. Pour les uns, ce corps ne serait qu'un reste de l'ancien Équateur de la Planète dont il aurait été detaché, d'après Mairan par le refroidissement et la condensation qui en est la suite; d'après Buffon au contraire par la force centrifuge. Pour les autres, pour Maupertuis, par exemple, il proviendrait d'une queue de Comète, enroulée autour de Saturne qui aurait, du même coup, transformé le noyau en Satellite. Pour d'autres enfin, parmi lesquels Jacques Cassini, l'anneau proviendrait d'un assemblage de Satellites presque en contact, bien autrement condensés encore, par conséquent, que ne le sont ces myriades de corpuscules qui forment, eux aussi, des anneaux autour du Soleil et qui, lorsqu'ils s'enflamment par le frottement de l'air dans notre atmosphère, nous apparaissent sous l'aspect d'Étoiles filantes, de globes de feu, etc. Mais de pareilles dissertations seraient ici sans objet; seulement, elles nous conduisent d'une manière toute naturelle à l'étude de ceux des Satellites dont l'existence est bien réellement constatée.

501. **Satellites de Saturne. — Historique de leur découverte.** — Le premier de ceux-ci fut aperçu par Huyghens le 25 mars 1655, à l'aide d'un puissant objectif que l'illustre Astronome avait taillé lui-même. Avec la Lune et les quatre Satellites de Jupiter, on connaissait dès lors six Planètes secondaires, autant que de Planètes principales (Mercure, Vénus, la Terre, Mars, Jupiter et Saturne). Aussi, persuadé que le nombre des premières ne pouvait excéder celui des secondes, Huyghens abandonna-t-il ce genre de recherches, qui demandaient, d'ailleurs, une surveillance attentive et de fatigants efforts de la vue, à cause de la faiblesse des nouveaux

Astres ou de leurs occultations par la Planète. Mais quelques années plus tard, en octobre 1671 et en décembre 1672, Dominique Cassini découvrit deux nouveaux Satellites, l'un plus éloigné, l'autre plus rapproché de Saturne que le Satellite d'Huyghens, et dont il fit hommage à son bienfaiteur Louis XIV, avec cette curieuse dédicace, placée en tête d'un petit écrit de vingt pages : « Quelle envie ne porterait pas à Votre Majesté le grand Alexandre, qui deux fois versa des larmes, l'une quand il vit ses conquêtes bornées par l'Océan, et l'autre quand il apprit d'un philosophe qu'il y avait une infinité de Mondes dont il n'avait pas encore conquis un seul! L'antiquité n'avait connu que sept Planètes, ce siècle en avait découvert cinq autres, et voici qu'il en paraît encore deux nouvelles pour remplir le nombre de *quatorze*, qui a maintenant l'honneur d'être uni au nom auguste de Louis.... Quelle que soit la nature de ces Mondes, le droit de découverte en donne déjà deux à Votre Majesté, dont les conquêtes, ne pouvant être renfermées dans les limites de la Terre, s'étendent jusqu'aux plus sublimes régions des Cieux. »

Malheureusement pour son nombre de prédilection, Cassini fut bientôt conduit à le dépouiller lui-même du prestige astronomique dont il l'avait revêtu ; car il découvrit encore, au mois de mars 1864, un quatrième et un cinquième Satellite de Saturne, circulant tous les deux plus près de la Planète que ceux connus jusqu'alors.

Un siècle entier s'était écoulé, lorsqu'à son tour, entre la Planète et les Satellites précédemment observés, W. Herschel parvint à distinguer, malgré le voisinage de l'anneau qui les noie en quelque sorte dans son éclat, d'abord, le 28 août 1789, une *sixième* Lune ; puis, le 17 septembre de la même année, une *septième*, la moins éloignée de toutes, et celle aussi qui semblait devoir être considérée comme nous envoyant le moins de lumière, mais qui n'est pas cependant la plus faible, puisqu'au mois de septembre 1848, M. Lassell, à Liverpool, et M. Bond, à Cambridge (Etats-Unis d'Amérique), aperçurent presqu'en même temps un huitième Satellite ignoré jusqu'alors, et venant se classer au septième rang dans l'ordre des distances à la Planète.

502. **Les huit Satellites de Saturne, suivant les lois de Képler.** — Tel est, jusqu'à ce jour, l'entourage connu de Saturne. Je dois ajouter que, comme ceux de Jupiter, les huit Satellites de cette Planète suivent les lois de Képler, et se meuvent *d'occident en orient* dans des plans peu éloignés du plan de l'anneau ; que, d'après certaines variations périodiques d'éclat remarquées principalement sur le premier des Satellites de Cassini (le huitième sous le rapport des distances à Saturne), les durées de leurs rotations sur eux-mêmes paraissent être égales à celles de leurs révolutions ; que le plus gros d'entre eux, le Satellite d'Huyghens, est neuf fois environ comme notre Lune, et qu'Herschel a pu voir quelquefois, mais très-rarement, l'ombre de ce Satellite traverser le disque lumineux de la Planète ; que, par un effet sans doute de réfraction, qui suffirait à lui seul pour prouver l'existence d'une atmosphère, Herschel a vu également le plus voisin de Saturne collé au limbe en apparence pendant 20 minutes ; enfin, que pour faire cesser la confusion résultant des numéros d'ordre attribués aux Satellites, tantôt d'après le rang de la découverte, tantôt, au contraire, d'après les distances à la Planète, sir John Herschel a proposé les noms mythologiques mentionnés dans le tableau suivant :

NUMÉROS D'ORDRE suivant les distances à la Planète	NUMÉROS D'ORDRE suivant le rang des découvertes	NOMS donnés par sir John Herschel.	DISTANCES à la Planète, le rayon moyen de celle-ci étant l'unité.	DURÉES des révolutions.
			lieues.	jours.
1	7 Herschel....	Mimas...	3,35 = 49 580	0,943
2	6 Herschel....	Encelade.	4,30 = 63 640	1,370
3	5 Cassini.....	Téthys...	5,28 = 78 140	1,888
4	4 Cassini.....	Dioné....	6,82 = 100 940	2,739
5	3 Cassini.....	Rhéa.....	9,52 = 140 900	4,517
6	1 Huyghens....	Titan....	22,08 = 326 780	15,945
7	8 Lassel et Bond	Hypérion.	26,78 = 396 340	21,297
8	2 Cassini......	Japhet...	64,36 = 952 530	79,330

503. — Malgré le peu de chaleur et de lumière qu'il reçoit

du Soleil, Saturne est sans doute habité comme les autres Planètes; car on concevrait difficilement, quand on réfléchit surtout aux conditions si variées de la vie sur notre petit Globe, qu'un Astre aussi volumineux fût complétement désert. Ce doit être, par conséquent, un spectacle assez étrange et probablement assez difficile à comprendre, que celui du ciel, pour les êtres placés sur la Planète, sur l'anneau, sur les Satellites.

Apparences du ciel pour les habitants de Saturne. — Les deux faces de l'anneau, par exemple, ont des jours et des nuits de quinze ans environ (*moitié de la révolution sidérale de Saturne*), puisque le Soleil se trouve alternativement, pendant quinze ans, au-dessus et au-dessous de chacune d'elles, comme il est alternativement, pendant six mois, pour la Terre, au nord et au sud de l'Équateur. Mais, d'un autre côté, la rotation faisant passer successivement en dix heures et demie tous les points de l'anneau derrière la Planète, chaque habitant a, de dix en dix heures environ, des Éclipses de Soleil, dues au corps de Saturne, sans compter celles que les Satellites doivent produire accidentellement. La faible différence de quinze minutes entre les durées des rotations de la Planète et de l'anneau promène, en outre, graduellement les divers points de celui-ci devant des points différents du disque, et permet aux deux Mondes de s'observer mutuellement sur tout leur contour, dans un intervalle de 41 des jours de Saturne, intervalle après lequel les mêmes points de la Planète et de l'anneau se retrouvent en conjonction. Les attractions doivent aussi grandement modifier les directions des verticales; et, selon toute apparence, en bien des lieux, se tenir debout, c'est être très-notablement penché sur l'horizon.

A son tour, l'ombre de l'anneau promène une Éclipse incessante du Soleil et sans doute aussi des froids intenses, précisément dans les climats où, sur la Terre, on éprouve le plus de chaleur. Vers les pôles de Saturne, au contraire, l'anneau caché sous l'horizon laisse le ciel toujours nettement visible, tandis que, dans les positions intermédiaires, il masque des zones d'étoiles qui varient avec la latitude de l'observateur, etc. Mais c'est trop insister sur des détails que chacun peut aisément se représenter, et j'aborde enfin l'étude des derniers corps connus du système planétaire.

504. **Uranus. — Ses dimensions.** — Perdus, pour ainsi dire, dans les profondeurs du ciel, et toujours très-petits en apparence, *Uranus* et *Neptune* sont loin d'avoir pu être étudiés comme l'ont été Vénus, Mars, Jupiter et Saturne. C'est à peine, en effet, si le premier, visible comme une Étoile de cinquième à sixième grandeur, soutend pour nous un angle de 4 secondes, bien que son diamètre réel et son volume soient cependant, l'un 4,221 fois, et l'autre 75 fois plus considérables que le diamètre et le volume de la Terre.

Masse, densité, chaleur et lumière. — Intensité de la pesanteur. — Sa masse est également très-supérieure (17,208 fois) à la nôtre; mais sa densité se trouve, au contraire, beaucoup moindre (0,23 seulement), ainsi que les intensités de la chaleur et de la lumière qu'il reçoit du Soleil (0,003 environ), les quantités correspondantes pour la Terre étant prises respectivement pour unités. Quant à la pesanteur, elle a pour valeur 0,963.

Éléments de l'orbite. — La distance moyenne au Soleil (191,83) équivaut à 733 millions de lieues; l'excentricité de l'orbite est égale à 0,047; l'inclinaison sur l'Écliptique à 0° 46′ 30″; la durée de la révolution sidérale à 30686^{j},82 (84 ans); celle de la révolution synodique à 369 jours; enfin, l'arc de rétrogradation à 4 degrés environ.

505. **Aplatissement et rotation entrevus par Herschel. — Satellites obéissant aux lois de Képler.** — Herschel, auquel on doit à peu près tout ce qu'on sait sur Uranus, a cru reconnaître un aplatissement sensible, reconnu plus tard également par M. Mædler, mais nié par d'autres observateurs. Herschel crut apercevoir aussi un mouvement de rotation dont il ne put déterminer la durée, et qui s'effectuerait, selon lui, autour d'un axe presque couché sur le plan de l'Écliptique. Il découvrit enfin six Satellites extraordinairement faibles, semblables à des Étoiles de seizième à dix-huitième grandeur, obéissant, comme ceux de Jupiter et de Saturne, aux lois de

Képler, et présentant cette anomalie singulière que, seuls dans le système planétaire, ils se meuvent, par rapport au centre de la Planète, d'un mouvement rétrograde ou dirigé d'*orient* en *occident*. Les deux premiers, auxquels Herschel trouvait des éclats variables qu'il expliquait par des rotations ou par des atmosphères, furent seuls revus pendant plus de quarante ans. Depuis 1844, MM. John Herschel, Lamont, Lassell, etc., paraissent en avoir aperçu plusieurs autres, et même avoir augmenté le nombre de ceux trouvés par Herschel, puisque, le 24 octobre 1851, M. Lassell (de Liverpool) découvrit encore deux Satellites dont les révolutions de $2^j,520$ et de $4^j,144$ diffèrent notablement des révolutions précédemment déterminées par Herschel. Voici, du reste, le résumé succinct de l'histoire des Satellites d'Uranus :

Satellites.	DISTANCES moyennes à la Planète; le diamètre de celle-ci étant l'unité.	DURÉES des révolutions.	DATES des découvertes.	AUTEURS des découvertes.
1	7,44	jours. 2,520	24 octobre 1851	Lassell.
2	10,37	4,144	24 octobre 1851	Lassell.
3	13,12	5,893	18 janvier 1790	W. Herschel.
4	17,01	8,986	11 janvier 1787	W. Herschel.
5	19,85	10,961	26 mars 1794	W. Herschel.
6	22,75	13,846	11 janvier 1787	W. Herschel.
7	45,71	38,075	9 février 1790	W. Herschel.
8	91,01	107,694	28 février 1724	W. Herschel.

Je dois dire, en terminant, qu'Herschel avait admis d'abord l'existence de deux anneaux placés perpendiculairement l'un à l'autre, mais que plus tard il renonça définitivement à cette idée.

506. **Neptune. — Volume, masse et densité. — Satellites.** — Une fois et demie plus loin qu'Uranus (30,04 fois la distance de la Terre au Soleil, ou 1147 millions de lieues), avec un diamètre et un volume à peu près égaux à ceux de cette Planète (4,407 fois et 86 fois le diamètre et le volume de la Terre),

Neptune doit paraître encore plus faible (il ressemble à une Étoile de septième à huitième grandeur), et doit être, par conséquent, bien moins facile encore à étudier. Aussi ne savons-nous autre chose, pour le moment, à son sujet, si ce n'est que le 4 août 1847, M. Lassell lui vit un Satellite dont l'orbite est inclinée de 27 à 28 degrés sur l'Écliptique, et dont la révolution sidérale, d'après Otto et Gustave Struve, s'effectuerait en $5^j,8769$, ce qui fournirait pour la Planète, avec la distance de 92 mille lieues entre elle et le Satellite, une masse égale à 20,231 fois la masse de la Terre, et une densité moyenne un peu moindre que le quart (0,23 à 0,24) de la densité moyenne de notre Globe.

Indices d'un anneau. — Révolutions sidérale et synodique. — Grandeur apparente du Soleil, lumière et chaleur. — J'ajoute que M. Bond croit avoir aperçu un second Satellite, et M. Lassell un anneau ; qu'avant d'être découverte, la Planète avait été déjà observée, en 1795, par Lalande comme une Étoile de huitième grandeur, et par M. Lamont, de Munich, en 1845 et 1846, comme une Étoile de huitième et de neuvième grandeur ; que la durée de sa révolution sidérale est égale à 60127 jours, celle de sa révolution synodique à 367 jours ; enfin, que ses habitants, s'il y en a, reçoivent du Soleil, vu par eux sous un angle à peine sensible (une minute), 900 fois environ moins de lumière et moins de chaleur que nous.

507 **Modification à la loi de Bode, proposée par M. Babinet pour des Planètes (présumées) extraneptuniennes.** — La loi de Bode se trouve notablement en défaut pour Neptune, puisque la distance entre la Planète et le Soleil, au lieu d'être égale à 383, comme l'indiquerait cette loi, n'est, par le fait, que 300,4 celle de la Terre étant 10; d'où M. Babinet crut pouvoir conclure qu'au delà d'Uranus, la série de Bode doit être remplacée par une nouvelle série, qu'il déduisit de la troisième loi de Képler, dans l'hypothèse de durées des révolutions doubles les unes des autres, conformément, à très-peu près, aux deux nombres 60127 jours et 30687 jours, révolutions sidérales de Neptune et d'Uranus. L'on obtiendrait effectivement, en nombres ronds, avec des

durées de 84 ans et de 168 ans, précisément les distances au Soleil, 190 et 300, que fournit l'observation (1); ce qui, pour de nouvelles Planètes, donnerait :

Durées des révolutions, 336 ans; distances au Soleil, 480.
— 672 ans; — 760.

Rien ne prouve néanmoins, jusqu'à présent, l'existence de ces Planètes *extra-neptuniennes*, à la première desquelles M. Babinet assignait par avance, dès 1848, le nom d'Hypérion, fils d'Uranus et père du Soleil, nom qui fut donné peu après au huitième Satellite de Saturne. Il ne semble guère permis de compter sur des vérifications immédiates; mais, dans une histoire générale des Planètes, le curieux rapprochement signalé par un homme éminent, comme modification à la loi de Bode, m'a paru devoir être mentionné.

508. **Étoiles filantes.** — J'en puis dire autant des nombreux corpuscules assujettis également au Soleil, et qui se montrent à nous sous l'apparence de globes de feu, d'Étoiles filantes, etc.

Vitesses et hauteur. — Causes de l'inflammation et de l'extinction. — Quelquefois ces Étoiles passent très-près de la Terre avec des vitesses de 30000, de 40000 et même de 80000 mètres par seconde. Souvent aussi, elles brillent et s'enflamment bien au delà des limites généralement attribuées à l'enveloppe gaseuze qui nous environne, auquel cas il faudrait expliquer leur inflammation par le frottement d'une autre atmosphère impondérable que formerait l'éther condensé sous l'action attractive du Globe terrestre; à moins qu'on ne préférât, comme les observations faites vers l'Équateur semblent d'ailleurs le permettre, augmenter de beaucoup les distances présumées des dernières couches d'air.

(1) De $\frac{a^3}{T^2} = \frac{a'^3}{T'^2}$ vous tirez $a' = a\sqrt[3]{\left(\frac{T'}{T}\right)^2}$. Avec $a = 190$, distance d'Uranus au Soleil, faites successivement $\frac{T'}{T} = 2$, $\frac{T'}{T} = 4$, $\frac{T'}{T} = 8, \ldots$; vous obtenez pour a', les valeurs 301,6, 478,8, 760,0 ou, en nombres ronds, 300, 480, 760.

L'extinction, à son tour, résulterait, lorsqu'elle a lieu dans l'atmosphère, de la formation d'une couche d'oxyde métallique fusible qui, préservant les parties intérieures du contact de l'air, arrêterait la combustion, ou bien, suivant M. Lubbock, de la pénétration du bolide dans le cône d'ombre porté par la Terre, ce qui, soit dit en passant, permettrait de déterminer la parallaxe de météore au moment où il disparaît.

509. **Accidents causés par les chutes d'Étoiles filantes.** — Quoi qu'il en puisse être, au reste, des diverses explications imaginées pour rendre compte du phénomène, il paraît certain que trop souvent la chute des Étoiles filantes, désignées dans ce cas par le nom d'aérolithes (pierres de l'air), occasionne de graves accidents. Telles sont, par exemple, la chute de 616, qui fracassa des chariots, disent les Annales chinoises, et tua dix hommes; celle de 944, qui, d'après la chronique de Frodoard, enflamma des maisons; celle du 7 mars 1618, qui mit le feu au Palais de justice de Paris; celles de 1647, de 1654, etc., qui tuèrent, la première deux hommes en mer, la deuxième un Franciscain à Milan; celles du 13 juin 1759, du 12 novembre 1761, du 13 novembre 1835, du 3 août 1840, du 25 février 1841, du mois de juillet 1842, du mois de novembre 1843, du 16 janvier et du 22 mars 1846, enfin du 1er août 1862, qui occasionnèrent des incendies dans les départements de la Gironde, de la Côte-d'Or, de l'Ain, de la Manche, de la Haute-Marne, des Pyrénées-Orientales, de Saône-et-Loire, de la Haute-Garonne, etc., et qui montrent combien la justice doit être prudente dans certaines appréciations de culpabilité. Telle est encore la chute citée par M. Laugier, comme ayant, en Amérique, écrasé une chaumière, tué le métayer, ainsi que du bétail, et fait dans le sol un trou de deux mètres de profondeur, etc.

510. **Opinions sur l'origine des aérolithes. — Trajectoires de ces corps.** — On avait cru d'abord que les aérolithes étaient lancés vers la Terre par les volcans lunaires; car il suffirait, d'après les calculs de Laplace, de Poisson, etc., d'une vitesse de 2500 mètres, au départ, pour

qu'un corps lancé par notre Satellite dans une direction convenable arrivât jusqu'à nous. Cette opinion tirait d'ailleurs un certain poids de la composition des aérolithes qui renferment généralement, à peu près les mêmes substances : du soufre, du phosphore, du carbone, du silicium, de l'aluminium, du magnésium, du calcium, du potassium, du sodium, du fer, du nickel, du cobalt, du chrôme, du manganèse, du cuivre, de l'étain et du titane. Aujourd'hui, néanmoins, la théorie des pierres lunaires n'est plus guère admise par personne, depuis les études multipliées auxquelles ont donné lieu les *météores* cosmiques de la part de Brandes et Benzemberg d'abord, ensuite de la part de MM. Quételet, Ermann, Boguslawski, Coulvier-Gravier, Herschel, etc., et depuis que j'ai moi-même obtenu pour quelques-uns d'entre eux, comme *trajectoires limites* fournies par les hypothèses les plus défavorables sur la vitesse résultant de l'observation, des orbites elliptiques ou même hyperboliques autour du Soleil. Ce qui caractérise, non des masses lancées de la Lune, mais de véritables Planètes dans toute la rigueur du mot, ou bien des corps *intra-stellaires*, errant, dans l'espace, d'une Étoile à l'autre, et de nature, par conséquent, à nous apporter, quand ils tombent sur la terre, des nouvelles *matérielles* de ces profondeurs sans fin, dont la lumière elle-même, malgré son étonnante vitesse, emploie des milliers d'années à nous arriver.

Il est vrai que, pour quelques *bolides* (c'est le nom que prennent les météores lumineux dont les diamètres apparents sont appréciables), on trouve comme trajectoires probables, des ellipses autour de la Terre. Toutefois, ces cas sont rares et semblent d'ailleurs indiquer, non des corps arrivant d'une distance de 90 mille lieues, mais des Satellites analogues aux premiers Satellites de Jupiter et de Saturne, c'est-à-dire, doués d'un mouvement de circulation très-rapide, avec des excentricités insuffisantes pour les faire venir des régions lunaires.

511. **Leurs dimensions.** — Les aérolithes et les bolides ont souvent des dimensions très-considérables. On cite comme

l'un des plus gros parmi les premiers, celui qui tomba le 14 décembre 1807 près de Weston dans le Connecticut, et dont les nombreux éclats s'éparpillèrent sur une grande étendue de pays. Ses dimensions étaient telles que plusieurs de ceux qui l'aperçurent crurent voir tomber la Lune. On cite aussi les trois grandes pierres qui tombèrent en Thrace, dans l'année 452 ; la pierre d'une grosseur extraordinaire, rapporte Lycosthène, qui fut lancée du Ciel en 956 ; les pierres volumineuses de 963, de 1009, de 1057, de 1093, de juin et de juillet 1178, de 1300, de 1474, de 1492 (1), de 1528, de 1583, de 1591, de 1654, de 1731, de 1795, 1810, de 1812, 1818, 1821 (2), de 1824, de 1826, de 1840, de 1847, etc., auxquelles on peut ajouter celle qui produisit, le 9 décembre 1858, tant d'émotion dans diverses communes du département de la Haute-Garonne, où furent projetés ses divers fragments après plusieurs explosions et détonations successives.

512. Quant aux bolides, leurs diamètres apparents égalent quelquefois ceux du Soleil et de la Lune. Tel fut entre autres celui du 19 mars 1718 qui passa, d'après Halley, à 119 lieues de la Terre, presqu'aussi brillant que le Soleil et dont le diamètre réel atteignait 2560 mètres. Tel fut encore le bolide du 26 avril 1803, aperçu, vers une heure après midi, de Caen, d'Alençon, de Falaise, etc., et dont la violente explosion, entendue 30 lieues à la ronde, projeta dans les environs de l'Aigle (département de l'Orne), sur 40 à 45 kilomètres carrés, une quantité considérable de pierres, parmi lesquelles des fragments de plus de 8 kilogrammes.

Tels furent également, en nous bornant au siècle actuel, parmi les nombreux bolides observés journellement, pour ainsi dire : le bolide du 20 avril 1810, qui, selon M. Boussingault, lança sur la Terre, à Santa-Rosa (Nouvelle-Grenade)

(1) Elle pesait 138 kilogrammes, et tomba le 7 novembre 1492 à Ensisheim (Haut-Rhin), tout près du roi des Romains, Maximilien Ier.

(2) Elle tomba près de Juvénas (Ardèche) avec beaucoup d'autres, et pesait 12 kilogrammes.

un aérolithe de 750 kilogrammes; ceux du 10 avril, du 15 avril et du 5 août 1812, qui produisirent, le premier, au rapport de M. de Puymaurin, une chute abondante de pierres près de Toulouse, les deux autres, dans le duché de Brunswick et dans la Vendée, des aérolithes, dont l'un, tombé à Chatonnay, pesait suivant M. Brochant, 34 kilogrammes.

Leur vitesse.— Tels aussi : le bolide du15 février 1818, vu de Pau, de Toulouse, de Bordeaux, de Limoges, etc., qui fut suivi d'une violente détonation et de la chute d'un aérolithe à Limoges où le météore fit, dit-on, dans le sol « une excavation égale au volume d'une grande futaille; » le bolide détonant du 5 mai et celui du 5 juin 1819, aperçus, l'un et l'autre, en plein midi, par un Ciel parfaitement serein; le bolide du 17 juillet 1835, dont l'explosion fut entendue de Milan et d'Heilbron, sur une étendue, par conséquent, d'environ 100 lieues; celui du 12 février 1836, dont la détonation parut, dans l'arrondissement de Coutances semblable, d'après M. Vérusmor, à la décharge de plusieurs pièces d'artillerie; ceux enfin du 5 janvier 1837, du 18 août 1841, du 23 juillet 1846, du 6 juillet 1850, du 2 avril 1852, etc., pour lesquels j'ai trouvé des diamètres réels de 2200 mètres, de 3900 mètres, de 98 mètres, de 215 mètres, de 32 mètres, etc., avec des distances à la Terre, de 68 lieues, de 182 lieues, de 11 lieues, de 32 lieues, de 4 lieues, etc., et des vitesses tout à fait comparables à la vitesse de la Terre, telles, par conséquent, qu'il n'est pas possible de voir, dans la plupart des bolides, autre chose que de véritables Planètes dont l'étude venait donc se placer tout naturellement ici.

513. **Forces vives de certains bolides.** — Un dernier mot pour terminer cette étude. Les bolides passant, en général, très-près de la Terre, il est naturel de se demander quels effets seraient susceptibles de produire, même dans le cas de faibles vitesses de 2000 à 3000 lieues par seconde, s'ils venaient à tomber, ceux d'entre eux qui ont des diamètres de 2000 à 3000 mètres. Or la mécanique enseigne que le résultat est exprimé par la moitié de ce qu'on appelle la *force vive*, *produit* de la *masse* du corps choquant par le *carré de sa vitesse*.

Supposez donc un bolide ayant 2000 mètres de diamètre, une densité moyenne égale à celle des roches qui forment la croûte terrestre ou à trois fois environ celle de l'eau, et parcourant dix mille mètres par seconde. La demi-force vive d'un pareil corps, comparée à celle du boulet de 24 (12 kilogrammes) sortant de la pièce avec une vitesse de 500 mètres est égale à *quatre cent dix-neuf trillons* (1) et le nombre de coups que fourniraient en *quatre-vingt mille* ans, *dix mille pièces de canon* lançant, chacune, pendant tout ce temps, et *sans interruption*, un boulet de 24 par minute.

Leur chute ne peut produire que des effets insensibles sur l'ensemble général du Globe terrestre. — Certes, il y a de quoi produire d'épouvantables ravages. Mais on doit se rassurer en songeant que les accidents seraient purement locaux, et n'influeraient nullement sur l'ensemble général de notre Planète; car, tout calcul fait, on trouve que, même dans l'hypothèse la plus exagérée, ils altèreraient à peine la durée du jour sidéral d'un *centième* de seconde (2). Les bolides de 2000 à 3000 mètres de diamètre paraissant d'ailleurs être peu nombreux, les chances de chute pour de pareils corps se trouvent assez faibles; sans compter que les pays inhabités, les mers, etc., comprennent, sur le Globe, un ensemble de surfaces dont la vaste étendue diminue encore d'autant les probabilités de chocs considérables dans les endroits peuplés, et réduit même sensiblement à rien les dangers individuels de chacun de nous.

514. N'ayons donc à cet égard aucune inquiétude. Malgré

(1) On aurait, pour le bolide; volume en mètres cubes $= \frac{4}{3}\pi(1000)^3$; densité $= 3$; poids du mètre cube $= 3000^k$; vitesse $= 10000^m$, d'où demi-force vive $= \frac{2}{3}\pi(1000)^3 \times 3000^k \times (10000)^2$. La demi-force vive du boulet de canon serait $6^k \times (500)^2$. Rapport des deux nombres $= 419000000000000$. Nombre de minutes dans l'année $= 525949$. Quotient de 419 trillions par ce nombre de minutes, $= 796430000$; ou, en nombres ronds, 800 millions produit de 80000 par 10000.

(2) ω étant la vitesse primitive de rotation, M la masse et R le rayon de la Terre, ω' la vitesse que prendrait la Terre après la chute du bo-

les myriades de corpuscules dont il fourmille, le Ciel restera, sans le moindre doute, toujours clément pour notre Planète et pour ceux qu'elle nourrit. Loin d'avoir à nous le faire craindre, l'étude de ces majestueux phénomènes serait bien plutôt de nature à nous tranquilliser, et s'il m'était permis de tenter une excursion vers le sens métaphysique du mot, j'ajouterais qu'elle est aussi de nature à nous en montrer le chemin. Reconnaître, en effet, que le Créateur agit et travaille, pour ainsi dire, sans cesse afin de maintenir la création dans son admirable harmonie, n'est-ce pas apprendre par cela même que le travail est la loi de l'homme qui veut être moral et se rapprocher de Dieu? Et quand on découvre à chaque pas, sous l'écrasante magnificence de la nature, que les dons qu'elle nous prodigue avec tant de largesse sont le résultat de la plus merveilleuse économie, ne se trouve-t-on pas conduit immédiatement à conclure qu'afin de pouvoir être bon et généreux comme elle, il faut savoir aussi, comme elle, ne pas dissiper à l'aventure ses forces et son temps. L'impalpable atôme, utilisé sans exception dans l'ordre physique, révèle des phénomènes identiques dans l'ordre moral. Si rien ne se perd jamais dans l'un, rien non plus ne se perd sans doute dans l'autre. Pour arriver sûrement au bonheur, c'est donc vers l'honnête qu'on doit tendre; car au bien comme au mal accompli, répondent infailliblement, tôt ou tard, récompense ou peine.

lide, m la masse et v la vitesse de celui-ci, enfin r la distance d'une molécule quelconque dm à l'axe de rotation, on aurait pour le choc tangentiel (cas de l'effet maximum),

$$\omega' \int_0^{M+m} r^2\, dm = \omega \int_0^{M} r^2\, dm \pm mv\mathrm{R}.$$

D'où $$\omega' \left(\frac{2}{5}\mathrm{M} + m\right)\mathrm{R}^2 = \frac{2}{5}\mathrm{M}\mathrm{R}^2\,\omega \pm mv\mathrm{R};$$

et sensiblement $$\omega' = \omega \pm \frac{mv}{\frac{2}{5}m\mathrm{R}},$$

équation qui, avec $\omega = 86400^s$ donne en nombres :

$$\omega' = 86400^s + 0^s{,}0098634.$$

VINGTIÈME LEÇON.

Les Comètes.

Caractères spécifiques. — Éléments paraboliques. — Opinions des anciens et de quelques modernes. — Premières tentatives pour la détermination des orbites. — Succès de Halley. — Recherches de Clairaut. — Comètes périodiques. — 1° Comète de Halley. — Anciennes apparitions de cette Comète. — 2° Comète de 1770; *transformation radicale de son orbite par l'action de Jupiter.* — 3° Comète de Pons ou de Enke. — Accélération de cette Comète. — Explication de M. Enke par la résistance de l'éther.—Théorie de M. Faye. — 4° Comète de Biéla et de Gambart. — Particularité curieuse reconnue par M. Damoiseau. — Cataclysme sur la Comète; partage de cet Astre en deux Astres séparés. — Phénomènes analogues à celui de 1846. — 5° Comète de M. Faye. — 6° Comètes de MM. Brorsen et d'Arrest. — Comètes supposées périodiques mais à très-longues périodes : 1° Comètes de 1264 et de 1556, ou d'Urbain IV et de Charles-Quint. — 2° Comètes de MM. Brémiker, Pons, Galle, etc. — Comètes paraboliques. — Influences attribuées aux Comètes : que faut-il en penser? — Constitution physique des Comètes : noyau, chevelure et queue. — Brouillards secs attribués à des queues de Comètes. — Phénomène singulier observé, le 13 mai 1858, à Toulouse et dans les environs, dû sans doute à de la matière cosmique. — Opinions diverses sur les principales particularités que présentent les queues des Comètes. — Queues multiples. — Éclat et faible densité des queues. — Chevelures; diminution *considérable de volume qu'elles éprouvent en se rapprochant du Soleil.* — Probabilité qu'elles sont de nature gazeuse. — Noyaux; leurs dimensions; leur nature. — La lumière des Comètes est généralement de la lumière réfléchie. — Vers le périhélie, la lumière réfléchie peut cependant être, dans certains cas, mélangée de lumière propre. — Théorie de Buffon sur la formation du système planétaire par le choc d'une Comète. — Ce qu'il faut en penser, d'après les données scientifiques acquises aujourd'hui.—Faiblesse des masses cométaires. — Le choc d'une Comète serait à peu près sans danger pour la Terre. — Les Comètes deviennent quelquefois visibles en plein jour. — *Elles sont cependant sans influence sur le Globe, et en particulier sur les* températures terrestres. — Leurs vitesses sont quelquefois énormes. — Dans une rencontre avec la Terre, c'est cependant la Comète qui aurait principalement à souffrir.

514. **Caractères spécifiques.** — Les Comètes (1) ou Astres chevelus sont, comme les Planètes, des corps errants

(1) Coma, *chevelure.*

qui circulent généralement autour du Soleil, en suivant les lois de Képler, mais en décrivant des ellipses très-excentriques, dont les plans, au lieu d'être, ainsi que ceux des Planètes principales, presque confondus avec l'Écliptique, présentent, au contraire, toutes sortes d'inclinaisons. Le Soleil occupant le foyer commun de ces ellipses, on ne peut guère apercevoir une Comète qu'au voisinage de son périhélie; après quoi, s'enfonçant dans l'espace, l'Astre chevelu disparaît jusqu'à son retour vers le même point.

515. **Éléments paraboliques.** — D'un jour à l'autre les Comètes changent d'aspect. Ce n'est donc pas à leurs apparences qu'on peut d'habitude les reconnaître. Pour constater l'identité de deux Comètes aperçues à des époques différentes, il faut, par conséquent, recourir à la courbe parcourue. Aussi, lorsqu'une Comète se montre, les Astronomes s'empressent-ils de faire *les trois* observations d'*ascension droite* et de *déclinaison* qui mathématiquement suffisent pour permettre de déterminer ses éléments. Seulement, à cause de la grande excentricité, l'ellipse étant sensiblement confondue avec une parabole, dans l'étendue du petit arc où la Comète devient visible, aux environs du périhélie, on considère d'abord la courbe comme parabolique, afin de ne pas s'exposer à de trop grandes erreurs sur la valeur du grand axe, et l'on se borne à déterminer :

Éléments qui fixent la position du plan de l'orbite

1° L'inclinaison du plan de l'orbite sur l'Écliptique ;
2° La position de la ligne des nœuds (ordinairement la longitude du nœud ascendant) ;

Éléments de l'orbite dans son plan

3° La distance périhélie ;
4° La position ou la longitude du périhélie;
5° Enfin le lieu de la Comète à une époque déterminée, ou la longitude de l'époque et, plus habituellement, l'instant de passage au périhélie ;
6° Le sens (direct ou rétrogade) du mouvement.

Quand, plus tard, on retrouve les mêmes éléments pour une autre Comète, on regarde les deux Astres comme identiques; et la durée de la révolution étant alors connue, on en déduit la longueur du grand axe par la troisième loi de Képler (1).

516. **Opinions des anciens et de quelques modernes.** — A quelques exceptions près, les philosophes anciens regardaient les Comètes, soit comme des météores atmosphériques, soit comme des phénomènes célestes tout à fait passagers. Pour les uns, ces Astres étaient des *exhalaisons terrestres* s'enflammant dans la région du feu; pour les autres, c'étaient *les âmes des grands hommes* qui remontaient vers le Ciel, et qui livraient notre pauvre Planète, en la quittant, aux fléaux dont elle est si souvent atteinte. Hévélius, Cassini, Képler lui-même, inclinaient à voir en elles des émanations, des espèces d'excréments venant de la Terre et des autres Planètes, etc. On conçoit qu'avec de pareilles idées, la détermination des mouvements cométaires dût être assez négligée. Elle ne date guère, en effet, un peu sérieusement que de la fin du XVI^e^ siècle; et c'est grâce aux efforts de Tycho-Brahé d'abord, puis de Cassini, de Newton, de Halley, etc., des Astronomes plus modernes surtout, du XVIII^e^ et du XIX^e^ siècle, qu'elle est parvenue au point où nous la trouvons aujourd'hui.

Premières tentatives pour la détermination des orbites. — Pythagore paraît cependant avoir eu des idées assez exactes sur les Comètes, qu'il supposait de véritables Astres se mouvant autour du Soleil; mais il était loin de soupçonner la nature elliptique des orbites. Et, chose singulière! celui qui découvrit avec tant de bonheur les véritables lois de l'Astronomie planétaire, Képler, assignait des mouvements rectilignes aux Comètes, pendant que Cassini faisait, au contraire, ces mouvements circulaires tantôt autour du Soleil, tantôt autour de la Terre ou des Planètes, et qu'Hévélius ar-

(1) a et T demi-grand axe et durée de la révolution sidérale pour la Terre; a' et T' demi-grand axe et durée de la révolution sidérale pour une Comète. La loi de Képler $\frac{a^3}{T^2} = \frac{a'^3}{T'^2}$ donne $a' = a\sqrt[3]{\left(\frac{T'}{T}\right)^2}$ ainsi que nous l'avons vu dans l'étude des Planètes.

rivait à reconnaître des sections coniques excentriques dans les courbes parcourues.

517. **Succès de Halley. — Recherches de Clairaut.** — Quoi qu'il en soit de ces premiers essais, Halley, appliquant une méthode indiquée par Newton à trois Comètes remarquables qu'avaient observées Hévélius, Flamsteed, etc., en 1682, Képler en 1607, enfin Apian à Ingolstadt en 1531, trouva pour les trois apparitions des éléments paraboliques très-sensiblement identiques. L'intervalle (75 ans) compris de 1607 à 1682, et celui (76 ans) qui sépare 1531 de 1607, pouvant d'ailleurs être eux-mêmes considérés comme égaux, l'illustre Astronome n'hésita pas à déclarer que, selon toute apparence, la Comète de 1682 reparaîtrait vers 1758 ou 1759. Plus tard, à son tour, voulant préciser plus exactement encore la marche de l'Astre, disposant d'ailleurs de ressources que n'avait point possédées Halley, Clairaut entreprit le calcul des dérangements occasionnés par les Planètes, et trouva que l'action de Jupiter produirait sur le retour de la Comète au périhélie, un retard de 518 jours, et celle de Saturne un retard de 100 jours (en tout 618 jours); ce qui assignait le milieu d'avril 1759 pour le passage au périhélie, avec une erreur possible de 30 jours en plus ou en moins, à cause des petites quantités que, faute de temps, Clairaut s'était vu forcé de négliger.

Comètes périodiques. — L'événement répondit à la prédiction, et la Comète passa le 12 mars 1759 avec des éléments conformes à ceux de Clairaut, c'est-à-dire avec l'inclinaison 17°17′, la longitude du nœud 53° 50′, la longitude du périhélie 303°10′, le sens du mouvement *rétrograde*, enfin la distance du périhélie égale aux cinquante-huit centièmes de la distance moyenne entre la Terre et le Soleil, ou à 22 millions de lieues (1).

(1) Une révolution de 76 ans donne pour le demi-grand axe

$$a' = a\sqrt[3]{\left(\frac{T'}{T}\right)^2} = a\sqrt[3]{76^2} = 17,94\,a = 684\,890\,000 \text{ lieues.}$$

D'où,

$$2a = 1\,369\,780\,000$$

et, par suite,

distance aphélie de la Comète $= 2a -$ dist. périhélie $= 1\,347\,780\,000$ près d'un milliard et demi de lieues.

518. **1° Comète de Halley.** — Voilà donc un retour bien constaté. Les doutes qui s'étaient élevés cette fois ne pouvaient guère, par conséquent, raisonnablement avoir lieu pour l'apparition suivante. Aussi, MM. de Pontécoulant et Damoiseau calculèrent-ils, chacun de leur côté, les perturbations, avec une confiance entière dans la périodicité de la Comète ; et l'observation vint, en effet, justifier pleinement leurs prévisions ; car la Comète passa au périhélie le 16 novembre 1835, trois jours à peine après l'époque (13 novembre) fixée par M. de Pontécoulant, et douze jours après celle (4 novembre) assignée par M. Damoiseau, c'est-à-dire avec une exactitude presque absolue, d'aussi petits écarts étant insignifiants, eu égard à la longue durée de la révolution.

Anciennes apparitions de cette Comète. — En remontant, au reste, vers les temps anciens, on retrouve d'autres apparitions de la Comète de Halley. D'après les calculs de Pingré, par exemple, basés sur les renseignements fournis par quelques auteurs contemporains, la fameuse Comète de 1456 serait une de ces apparitions. Il en serait de même, selon M. Laugier, de la Comète dont M. Edouard Biot a fait connaître les positions données par les textes chinois pour l'année 1378. Et, sans doute aussi, bien que la détermination des éléments devienne ici beaucoup plus douteuse, quelques-unes au moins des Comètes de 1305, de 1230, de 1006, etc., sont identiques à la Comète de 1759.

519. **2° Comète de 1770. — Transformation radicale de son orbite par l'action de Jupiter.** — Après la Comète de Halley, la première Comète qu'on ait également supposée périodique est celle de juin 1770, découverte par Messier (1).

(1) *Messier* découvrit seize Comètes. D'après Delambre, son ardeur pour ce genre de recherches était telle, que, venant de perdre sa femme au moment où l'Astronome de Limoges, Montagne, découvrait à son tour une nouvelle Comète, il recevait les compliments de condoléance de ses amis en disant : « J'en avais déjà découvert *onze*; fallait-il que ce Montagne m'enlevât la douzième ! » Puis, s'apercevant qu'on lui parlait non de la Comète, mais de sa femme, il ajoutait : « Ah ! oui, c'était une bien bonne femme. » Mais il continuait toujours, dit Delambre, à pleurer sa Comète.

Lexell en détermina l'orbite, dont la courbure lui parut assez prononcée pour fournir immédiatement l'ellipse elle-même, avec un grand axe égal à trois fois seulement le diamètre de l'orbite terrestre, ce qui donnerait à la révolution cinq ans et quelques mois de durée. Il était donc naturel d'attendre des réapparitions fréquentes. Or la Comète de Lexell n'a plus reparu. Les Astronomes durent se préoccuper d'une pareille singularité, qui provoquait d'ailleurs de malicieuses épigrammes à leur adresse ; et, tout calcul fait, il s'est trouvé que les anomalies provenaient des perturbations planétaires. En 1767, par exemple, le voisinage de Jupiter avait fait d'une ellipse de 50 ans et d'une distance périhélie de 190 millions de lieues, l'ellipse et la distance périhélie de 1770. Puis, en 1776, la Comète était passée de jour; et pendant qu'elle s'éloignait de nouveau, Jupiter avait encore transformé l'ellipse de 1770 pour rendre la Comète désormais invisible, en assignant 130 millions de lieues à la distance périhélie de cet Astre, et 20 ans à la durée de sa révolution.

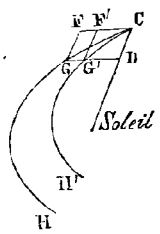
520. **2° Comète de Pons ou de Enke.** — L'ordre historique appelait tout naturellement les détails qui précèdent sur la Comète de Lexell; mais la périodicité n'a pu, cette fois, être constatée par l'observation. Il en est autrement de la Comète que Pons (1) découvrit à Marseille, le 26 novembre 1818, et dont M. Bouvard détermina le premier les éléments; car, dès que ces éléments (paraboliques) furent communiqués au Bureau des Longitudes, Arago fit remarquer immédiatement leur grande ressemblance avec ceux d'une autre Comète observée en 1805. M. Enke ayant d'ailleurs trouvé, de son côté, dans les recueils scientifiques, des observations de 1786

(1) *Pons* était concierge de l'Observatoire de Marseille, et, comme Messier, qui lui-même se trouvait entièrement étranger aux connaissances mathématiques, dont un Astronome ne saurait guère pourtant se passer sans être incomplet, il découvrit plusieurs Comètes. Pour faire cesser certains frottements existant, *m'a-t-on dit*, entre le Directeur de l'Observatoire et le concierge observateur, le baron de Zach fit appeler ce dernier, en qualité d'aide astronome, dans un des Observatoires d'Italie, à *Parme*, *si je ne me trompe*, où il mourut vers 1825.

et de 1795, relatives évidemment au même Astre, il devint bientôt incontestable, grâce aux calculs de l'habile Astronome de Berlin, que la Comète de Pons, appelée dès lors Comète de *Enke*, circulait dans une orbite elliptique de 1200 jours environ.

521. **Accélération de cette Comète. — Explication de M. Enke par la résistance de l'éther.** — En étudiant avec plus de soin encore la marche de sa Comète, M. Enke ne tarda pas à reconnaître, tout à fait en dehors des effets produits par les perturbations planétaires, une accélération très-légère, mais continue, s'élevant à deux jours à peu près sur cinq révolutions entières. D'où peut provenir ce résultat? M. Enke l'explique par la résistance du fluide éthéré, qui deviendrait, à la longue, sensible sur les Comètes, et serait, au contraire, sans influence appréciable sur les Planètes douées d'une grande densité, comme il arrive de la plume et de la balle de plomb se mouvant dans l'air. Seulement, au premier abord, il peut paraître singulier que la résistance de l'éther se traduise par une révolution plus rapide; mais l'anomalie cesse de surprendre dès qu'on remarque (*fig.* 217) que, sous l'influence de cette résistance, l'impulsion tangentielle CF est ralentie et réduite, par exemple, à CF', tandis que l'attraction solaire CD n'a pas changé. Au lieu de suivre la diagonale CG du parallélogramme CFGD (82), la Comète suivra donc la diagonale CG' du parallélogramme CF'G'D; et l'orbite CGH... prenant des dimensions plus petites, deviendra CG'H'.... Or, comme en vertu de la troisième loi de Képler, les temps des révolutions des Planètes croissent et diminuent avec les grands axes des orbites, il est évident que, dans le cas actuel, le grand axe diminuant, la durée da la révolution devra diminuer aussi.

Fig. 217.



522. **Théorie de M. Faye.** — Au lieu de la résistance en quelque sorte *statique* ou d'équilibre de M. Enke, M. Faye, reprenant à des points de vue nouveaux les idées de Képler,

d'Euler, de Laplace, etc., suppose une sorte de résistance *dynamique* ou d'impulsion qui proviendrait du flux calorifique lancé par le Soleil comme par tous les corps lumineux, et dont l'introduction dans la Mécanique céleste compléterait la théorie newtonienne de la gravitation. Je ne saurais entrer ici dans de longs développements sur des idées auxquelles résistent encore plusieurs notabilités astronomiques. J'aime, néanmoins, à saisir l'occasion de signaler les intéressantes recherches de mon ingénieux confrère, et de déclarer qu'il rend compte, en effet, de la manière la plus heureuse, par son hypothèse, de plusieurs phénomènes auparavant rebelles aux explications, telles entre autres que les formes affectées par certaines queues de Comètes, etc.

523. **4° Comète de Biéla et de Gambart.** — Nous allons retrouver, avant peu, le nom de M. Faye dans l'histoire des Comètes périodiques; mais avant je dois mentionner, pour suivre les dates, la Comète découverte le 27 février 1826 à Johannisberg par le capitaine autrichien Biéla, et dix jours plus tard à Marseille par Gambart; car, à la seule inspection de la Table générale que possèdent les Astronomes, et dans laquelle sont mentionnées, avec leurs éléments, toutes les Comètes calculées, Gambart reconnut immédiatement que celle dont il venait lui-même de déterminer l'orbite parabolique s'était déjà montrée en 1805 et 1772. Il s'empressa donc de passer de la parabole à l'ellipse, pendant que Clausen faisait de son côté la même tentative; et, grâce à la courbure considérable de l'arc observé, les deux Astronomes arrivèrent, presque simultanément, à trouver une révolution sidérale de sept ans environ.

524. **Particularité curieuse reconnue par M. Damoiseau.** — Pour prédire les particularités relatives au prochain retour, M. Damoiseau ne recula pas devant le pénible calcul des perturbations que devaient occasionner les Planètes. Aussi trouva-t-il une particularité de nature à vivement impressionner. Le 29 octobre 1832, la Comète devait percer le plan de l'Écliptique un peu en dedans (7000 lieues environ) de l'orbite décrite par la Terre, vers le point où nous devions nous trouver

nous-mêmes le 30 novembre suivant. Et comme les observations d'Olbers assignaient, en 1805, 8000 lieues de longueur au rayon de l'Astre attendu, on pouvait craindre, soit que des perturbations encore inconnnes, soit que l'accumulation des influences représentées par les petites, mais très-nombreuses quantités, toujours forcément négligées dans les calculs de cette nature, n'occasionnassent un retard de trente jours, par suite aussi la rencontre avec la Terre et les effrayantes catastrophes résultant du choc.

Le public ne manqua pas, en effet, de se préoccuper des résultats annoncés par M. Damoiseau. Pour les uns, le choc était inévitable, bien que le 29 octobre, la Terre dût être à 20 millions de lieues au moins de la Comète. Pour d'autres, le plan de l'Écliptique allait être déplacé, comme si ce plan était quelque chose de matériel que la percussion pût faire mouvoir, etc. Heureusement, Neptune, alors inconnu, se trouvait beaucoup plus loin pour pouvoir agir sur la Comète, dont la distance aphélie n'atteint guère que 236 millions de lieues, et par conséquent dépasse peu l'orbite de Jupiter. Les recherches de M. Damoiseau reçurent donc de l'observation une confirmation complète. Exacte au rendez-vous assigné par les savants calculs de l'Astronome français, la Comète revint à son périhélie après une révolution de 2412 jours, ou *six ans six sixièmes*, et le passage s'effectua sans que les habitants de la Terre eussent le moindre accident à déplorer.

525. **Cataclysme sur la Comète. — Partage de cet Astre en deux Astres séparés.** — Il en fut autrement, plus tard, de la Comète elle-même qui, lors de son apparition de 1846, se dédoubla sous les yeux des Astronomes, pour ainsi dire, présentant, du jour au lendemain, deux noyaux distincts, entourés chacun d'une nébulosité particulière, et dont l'existence put être encore constatée au retour suivant, en 1852; car le P. Secchi trouva qu'une distance de 500000 lieues environ les séparait l'un de l'autre. En 1859, vers l'époque du passage, au mois de mai, la Terre se trouvant presque dans la direction du périhélie de la Comète, celle-ci masquée par l'éclat du Soleil, n'a pu être observée.

526. — **Phénomènes analogues à celui de 1846.** — Les anciennes observations ont permis, au reste, de constater pour d'autres Comètes, des phénomènes semblables à celui de 1846, et primitivement attribués à des illusions. D'après les Annales chinoises, traduites par M. Edouard Biot, *trois Comètes accouplées*, *marchant de conserve*, provenant, par conséquent, selon toute apparence, d'une Comète unique, auraient été vues en 896. Képler, à son tour, croyait au partage d'une Comète qui s'était montrée double en 1618. Hévélius également aperçut plusieurs fois en 1652, en 1661, etc., des noyaux multiples formés par un seul noyau, etc. ; manifestation presque irrécusable de ces actions intérieures, dues sans doute à la chaleur, qu'Olbers fait intervenir dans la formation de la zône des petites Planètes, et dont les effets contemporains nous retracent, en quelque sorte, l'histoire des anciens cataclysmes du firmament.

527. — **5° Comète de M. Faye.** — La quatrième des Comètes périodiques bien constatées est la Comète de M. Faye, ainsi nommée parce qu'elle fut aperçue d'abord par cet Astronome le 22 novembre 1843, et parce qu'aussi l'un des premiers M. Faye reconnut l'ellipticité du mouvement qui correspond, d'après M. Le Verrier, à une révolution de 7, 44 ans, à une distance périhélie de 65 millions de lieues, à une distance aphélie de 226 millions, enfin à une inclinaison de 11° 22′. Cette Comète a reparu vers la fin de 1850, ainsi qu'en 1858. Sa périodicité ne saurait donc être mise en doute, et M. Alex. Mœller, Astronome suédois, ayant trouvé pour elle, comme M. Euke pour celle de 1200 jours, des inégalités qui témoignent également d'une résistance, M. Faye a généreusement demandé qu'au lieu de s'appeler Comète de Faye, la Comète prît à l'avenir le nom de Comète de Mœller.

528. — **6° Comètes de MM. Brorsen et d'Arrest.** — L'on a revu également, en 1857, deux Comètes découvertes l'une le 26 février 1846 à Keil (Danemarck), par M. Brorsen (1)

(1) Cette Comète ne fut pas aperçue lors du passage de 1851.

(révolution, 5,58 ans; distance périhélie, 25 millions de lieues; distance aphélie, 215 millions; inclinaison, 31 degrés), l'autre le 27 juin 1851, à Leipsig, par M. d'Arrest, et retrouvée au cap de Bonne-Espérance par M. Macléar, sur les habiles indications de M. Villarceau (révolution, 6,44 ans; distance périhélie, 45 millions de lieues; distance aphélie, 219 millions; inclinaison, 14 degrés) (1). Mais il n'a pas été possible jusqu'à présent de constater ni de nouveaux passages de celle que le P. Vico découvrit à Rome le 22 août 1844, et pour laquelle M. Faye obtint, peu de temps après, une révolution de 6 ans environ, ni le retour de la Comète aperçue le 26 juin 1846 par M. Péters dans une ellipse de 16 ans, ni celui de la Comète de 5,54 ans, découverte le 8 mars 1858 par M. Winnecke, et qui devait repasser en novembre 1863, ni la périodicité de quelques autres, nommées *Comètes intérieures*, parce que leur distance aphélie n'excède pas l'orbite de Neptune, et dont les mouvements elliptiques avaient été cependant nettement décelés par l'observation, ni la réapparition, enfin, ou du moins l'identité de certaines Comètes dites *à longues périodes*, à cause de la ressemblance de leurs éléments paraboliques.

529. — **Comètes supposées périodiques, mais à très-longues périodes : 1° Comètes de 1264 et de 1556, ou d'Urbain IV et de Charles-Quint.** Parmi ces dernières, il en est une qui se montra très-éclatante en 1556, et dont l'orbite, déterminée d'abord par Dunthorne, puis par Pingré, d'après les observations ou plutôt sur une carte assez grossière de Paul Fabricius, Astronome de Charles-Quint à la cour de Vienne, paraît se rapporter à celle d'une autre Comète,

(1) On a revu, en janvier 1864, une Comète dont les éléments paraboliques (inclinaison, 64° 33'; longitude du nœud, 304° 43'; longitude du périhélie, 60° 24'; distance périhélie, 29469000 lieues) ont beaucoup d'analogie avec ceux de la Comète que Pons découvrit le 29 août 1810 (inclinaison, 62° 46'; longitude du nœud, 308° 56'; longitude du périhélie, 63° 8'; distance périhélie, 36994000 lieues). Toutefois, l'identité ne sera certaine qu'après un troisième retour, calculé sur les éléments de 1864.

également très-brillante, apparue en 1264. L'intervalle, 292 ans, compris entre 1264 et 1556, l'analogie des mouvements à travers les constellations du Lion, du Cancer, des Gémeaux, etc., la vivacité de l'éclat, la longueur extraordinaire de la queue, etc., semblaient permettre d'assimiler encore à la Comète de 1264, bien que trop imparfaitement décrites par les auteurs contemporains pour pouvoir être calculées exactement, les Comètes de 975, de 683 et de 104.

Il y avait donc lieu de penser que vers 1848, on reverrait la Comète; mais la Comète n'a point paru. Des actions inconnues auraient-elles rendu son orbite méconnaissable, ou bien l'identité présumée serait-elle illusoire? Afin de résoudre cette question, M. Bomme, de Middelbourg, entreprit le calcul des perturbations dues aux diverses Planètes, et trouva que le nouveau passage au périhélie correspondait à la date du 2 août 1858, avec une erreur possible de deux ans *en plus* ou *en moins*; or l'année 1860 s'est écoulée, comme les précédentes, sans rien amener. Quoi qu'il en soit, les apparitions de 1264 et de 1556 méritaient une mention spéciale, soit à cause du retour attendu vers l'époque actuelle, soit à cause de diverses autres particularités qui se rattachent à ces deux apparitions. La première, en effet, cessa précisément le 2 octobre, dans la nuit même de la mort du Pape Urbain IV; et naturellement, dans un temps où l'on regardait la Terre comme le centre de la création, comme le corps important aux destinées duquel étaient nécessairement subordonnés tous les autres, l'Astre chevelu dut passer pour avoir été l'avant-coureur de l'événement. Quant à la Comète de 1556, qu'on nomme quelquefois aussi Comète de *Mélanchton*, en souvenir des nombreuses dissertations adressées, sous forme de lettres, à divers personnages, par le célèbre docteur, elle impressionna l'empereur Charles-Quint au point de décider ce monarque à descendre du trône, pour se retirer dans un monastère de l'Estramadure, d'où lui vient aussi le nom de *Comète de Charles-Quint*.

530. **2° Comète de MM. Brémiker, Pons, Galle, etc.** — Des périodes plus longues encore que la précédente ont été

déterminées pour d'autres Comètes. M. Gœtze, par exemple, assigne une révolution de 344 ans à la Comète que découvrit M. Brémiker le 22 octobre 1840. D'après M. d'Arrest, celle aperçue par Perny, le 24 octobre 1793, emploierait 422 ans à nous revenir. La Comète du 6 mars 1840, due à M. Galle, serait, suivant MM. Pétersen et Rumker, une réapparition de la Comète observée par les Chinois en 1097, et repasserait au périhélie tous les 743 ans seulement. Bessel, à son tour, donnerait une période de 1714 ans à la grande Comète de 1807. Divers Astronomes, MM. Argelander, Hansen, Bessel, Enke, Plantamour, etc., assigneraient également à la fameuse Comète de 1811 une révolution de 3000 ans environ, et des années de 4400 ans, de 8000 ans, de 14 000 ans, de 76 000 ans, enfin de 10 000 ans, 1° à la Comète du 15 juillet 1825 (découverte par Pons, et demeurée visible pendant un an); 2° à celle de 1680, sur laquelle Newton prouva que les Comètes se meuvent, comme les Planètes, autour du Soleil, dans des sections coniques; 3° aux Comètes du 25 janvier 1840 (Galle), du 26 octobre 1780 (Messier), du 7 juillet 1844 (Mauvais), etc.

531. **Comètes paraboliques.** — Il existe encore une foule de Comètes dont les éléments Elliptiques ont été calculés, mais qui ne pourront, ainsi que la plupart des précédentes, être décidément considérées comme périodiques, qu'après des retours bien constatés. Quant aux Comètes paraboliques, aussi calculées sur les six cents ou sept cents Comètes aperçues depuis le commencement de l'ère vulgaire, elles sont plus nombreuses encore, puisque les catalogues astronomiques en renferment environ deux cents, parmi lesquelles *cent au moins* appartiennent au XIXe siècle.

Le fait est qu'on ne se préoccupait guère, avant 1750, que des Comètes visibles à la vue simple, ou de celles qui, surprenant en quelque sorte les Astronomes, venaient se placer spontanément, pour ainsi dire, devant les instruments; et même encore, la plupart du temps, se bornait-on à décrire grossièrement leur marche à travers les constellations. Mais, vers la fin du siècle dernier, d'infatigables observateurs, Messier, Méchain, Miss Caroline Herschel, Bouvard, Pons, etc., commencèrent à poursuivre avec persévérance la recherche des Comètes télescopiques ; et leurs patientes investigations, continuées plus tard par Gambart, par Biéla, par Vico, par MM. Laugier, Mauvais, Faye, d'Arrest, Brorsen, Chacornac, Pétersen, Goujon, Dien, Klinkerfues, Donati, Galle, etc., ne tardèrent pas à révéler, dans les profondeurs du ciel, bien que le plus grand nombre sans doute nous échappe encore, jusqu'à *deux*, *trois*, *quatre* et même *cinq* Comètes nouvelles par an : justifiant ainsi l'assertion de Képler « que les Comètes fourmillent au Firmament, comme les poissons à la mer, » et réduisant à leur juste valeur les croyances superstitieuses relatives aux Astres chevelus.

532. **Influences attribuées aux Comètes.** — Devant cette surabondance de matière errante, comment croire, en effet, que les Comètes puissent avoir le plus léger rapport avec nos destinées ? Comment croire qu'elles se lient, en aucune manière, avec les événements d'ici-bas, quand il n'est pas un événement tant soit peu extraordinaire, qu'il ne soit permis d'attribuer à quelqu'une d'entre elles ? Aussi ceux qui veulent, à tout prix, comme Grégory, Sydenham, Forster, etc., nous subordonner à leur influence, sont-ils conduits aux rapprochements les plus bizarres : à mettre en regard, par exemple, de telle Comète la mort des chats dans la Westphalie, de telle autre une pluie de sauterelles, une éruption volcanique, un tremblement de terre, une grêle, une chute d'aérolithes, une sécheresse exceptionnelle, une excessive humidité, etc.

533. **Que faut-il en penser ?** — Qu'en 1456, vivement impressionné par les succès des Turcs, et par la coïncidence de ces succès avec l'apparition de la Comète à laquelle fut attaché plus tard le nom de Halley, le Pape Calixte III ait, au rapport du polonais Lubinietzki, institué l'*Angelus* de midi, pour rappeler tous les jours aux fidèles qu'ils devaient redoubler d'efforts et de prières afin d'apaiser le courroux du ciel ; cela se conçoit sans peine, et s'explique par les idées du temps. Qu'en 1505, en 1516, en 1530, etc., l'on ait

également regardé les Comètes, alors visibles à l'œil nu, comme des phénomènes de mauvais augure, destinés à présager les morts de Philippe Ier, roi d'Espagne, du roi d'Aragon Ferdinand le Catholique, de la princesse Marguerite, fille de l'empereur Maximilien, etc., cela n'a rien que de très-naturel. A plus forte raison en est-il ainsi du rapprochement effectué par les contemporains, en 590, entre l'apparition d'une brillante Comète, et les ravages de la singulière épidémie dans laquelle on mourait en éternuant (1).

Mais qu'en plein XIXe siècle, quand depuis trois cent ans déjà l'on connaît le rang plus que modeste qu'occupe notre petit globe dans la création; quand d'ailleurs, chiffres en main, on sait à n'en pas douter que les Comètes sont sans la moindre influence sur les températures, sur les pluies, sur la disette ou sur l'abondance, etc., ici-bas; quand les raisonnements les plus plausibles, déduits soit de la faiblesse des masses cométaires, soit de leurs énormes distances, soit du peu d'intensité de la lumière et de la chaleur que nous en recevons, viennent se joindre à des observations météorologiques très-concluantes, pour montrer le peu de fondement des anciens préjugés; quand enfin le calcul des probabilités jette lui-même un nouvel élément de sécurité dans la question, en montrant qu'il y a *deux cent quatre-ving un millions* à parier contre *un* (2), que jamais la terre ne sera choquée par des noyaux (la seule partie quelque peu dense) de Comètes, dans l'hypothèse cependant assez large, et même peut-être exagérée, de noyaux égaux en diamètre au quart du diamètre terrestre; quand tant de motifs se réunissent pour nous rassurer, qu'on puisse encore éprouver la moindre crainte au sujet des

(1) De là vient, dit-on, le « Dieu vous bénisse, » alors adressé comme un souhait d'heureuse mort.

(2) A très-peu près la même chance que celle de piquer au hasard, avec une épingle et les yeux fermés, *une* lentille perdue dans 281 hectolitres de grains de blé, qu'on étalerait sur une vaste surface, l'hectolitre de 65 kilogrammes contenant environ un million de grains du poids de 53 milligrammes. Cette chance est seize fois plus faible que celle du quaterne à la loterie.

Comètes, cela n'est pas admissible; et, pour ma part, j'aime mieux croire qu'à cet égard, comme à bien d'autres au reste, l'esprit humain est réellement en progrès ; qu'on ne se préoccupe aujourd'hui des Comètes que pour y trouver un sujet piquant de conversation ; qu'à l'exemple de Vespasien, renvoyant, sans plus de cérémonie, à son ennemi le roi des Parthes, sous prétexte que lui Vespasien était chauve, les malheurs présagés par l'apparition d'un Astre chevelu, chacun n'a l'air de trembler pour lui-même, qu'afin de faire trembler les autres; et qu'au fond, tout aussi peu terrifié que la jeune dame dont j'ai raconté précédemment la visite à l'Observatoire de Paris (432), nul ne consentirait, sous la prétendue menace d'une Comète, à raccourcir d'un seul jour les joies du carnaval, pour allonger d'autant les pénitences du carême.

534. **Constitution physique des Comètes. — Noyau, chevelure et queue.** — On distingue, au reste, généralement, dans les Comètes le noyau, la chevelure et la queue. Mais très-souvent ces Astres se réduisent à la chevelure seule, sorte de nébulosité habituellement arrondie ou légèrement elliptique; quelquefois aussi, néanmoins, tout à fait irrégulière. Est-ce à dire pour cela que la queue et le noyau fassent alors complétement défaut ? Je n'oserais l'affirmer; car il arrive fréquemment que des Comètes, aperçues d'abord à l'œil nu munies de vastes queues et de brillants noyaux, finissent en s'éloignant par se réduire, même dans le télescope quand cet instrument ne possède pas un très-grand pouvoir optique, à de simples nébulosités (1). L'évanouissement du noyau s'expliquerait alors à peu près comme celui de l'Étoile centrale dans les nébuleuses planétaires (96), ainsi que par la condensation des vapeurs dont paraissent être formées la chevelure et la queue.

(1) L'existance probable, ou du moins très-possible, de noyaux dans toutes les Comètes me paraît ôter un peu de sa force à l'opinion émise par M. Babinet, si je ne me trompe, « que les Comètes sont des *riens visibles.* » Malgré ma déférence pour l'éminent physicien, j'avoue que, d'après leur aspect, je serais assez disposé à supposer les noyaux doués encore d'une certaine masse.

Celle-ci, d'après certains Astronomes, se dissiperait à son tour, en partie du moins, dans l'espace; et là serait également une des causes de sa disparition. Il y a des queues de Comètes qui présentent, en effet, des dimensions énormes, des longueurs de 30 à 40 et même (celle de 1863) de 60 millions de lieues. Or, à de pareilles distances, l'attraction de la tête (chevelure et noyau), ne semble guère pouvoir être assez puissante pour ramener toute la matière éparpillée, quand surtout il se trouve quelque centre d'action plus énergique ou plus rapproché, tels par exemple que la terre ou d'autres Planètes.

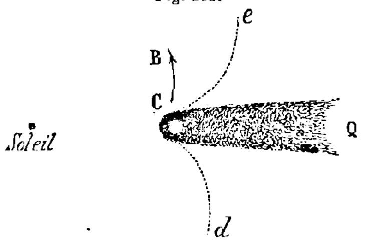
535. **Brouillards secs attribués à des queues de Comètes. — Phénomène singulier observé le 13 mai 1858 à Toulouse et dans les environs, dû sans doute à de la matière cosmique.** — Quoi qu'il en soit, on a remarqué parfois, en 1783, en 1831, etc., des espèces de brouillards parfaitement secs, qui couvraient, pendant des mois entiers, à la surface du Globe, des espaces considérables, et qu'on a cru pouvoir expliquer par le passage de la terre à travers des queues de Comètes. Bien que cette opinion ait trouvé, pour les brouillars de 1783 et de 1831 d'énergiques contradicteurs, Arago entre autres, dont l'autorité scientifique est d'un si grand poids, il me paraît évident, comme le pensait d'ailleurs Arago lui-même, que les Planètes doivent s'approprier parfois de la matière cosmique; et je saisis, à ce sujet, l'occasion de citer un phénomène singulier qui se manifesta, le 13 mai 1858, à Toulouse, qui me fut en outre signalé de divers points du département de la Haute-Garonne (Cazères, Mondavezan, etc.); je veux parler d'un affaiblissement considérable du jour, avec une odeur très-prononcée de chlore, de deux à sept heures du soir, dans le temps sans doute où la terre traversait une portion extrêmement ténue de l'anneau d'astéroïdes que nous rencontrons à cette époque.

536. Mais je reviens à mon sujet. Généralisant une particularité présentée par la Comète de 1531, Apian d'Ingolstadt annonça que les queues des Comètes étaient toujours opposées au Soleil. Cette remarque, faite également

dès le IXe siècle de notre ère, par les Chinois, d'après M. Edouard Biot, est assez habituellement vraie. Elle souffre néanmoins de fréquentes exceptions; et très-souvent les queues CQ (*fig.* 218), avant le passage au périhélie, s'infléchissent vers *d*, en sens inverse du mouvement CB de translation, tandis qu'après le passage elles remontent, au contraire, vers CE dans le sens même du mouvement, paraissant suivre le noyau dans un cas et le précéder dans l'autre.

537. **Opinions diverses sur les principales particularités que présentent les queues des Comètes.** — Ce n'est donc pas par la résistance de l'éther qu'on peut expliquer le phénomène; car la queue de la Comète devrait alors être toujours en arrière du noyau. Ce n'est pas non plus, évidemment, comme d'autres l'ont tenté, par une vaste atmosphère que la chaleur solaire rendrait invisible, en la dilatant partout où le noyau de la Comète n'empêcherait pas l'effluve calorifique de pénétrer; ni seulement, comme le disait Képler, par l'impulsion des rayons solaires, dont le choc transporterait à l'opposite du Soleil les parties les plus ténues de la Comète; et moins encore par l'écrasement sur les particules de l'éther, ainsi que le pensèrent Cardan, Tycho-Brahé, Galilée lui-même, etc., par l'écrasement du faisceau lumineux, qui se serait réfracté dans le noyau de la Comète et qui s'éloignerait, en divergeant, du foyer formé derrière ce noyau. Quant à la combinaison des effets de la dilatation par la chaleur et du choc des rayons solaires contre les particules dilatées, adoptée par diverses notabilités astronomiques, après avoir été imaginée par Grégory, elle n'est au fond que l'idée de Képler, et se trouve sujette aux mêmes objections. Enfin, les théories d'Olbers et de Bessel sur des répulsions électriques ou magnétique réciproquess entre les

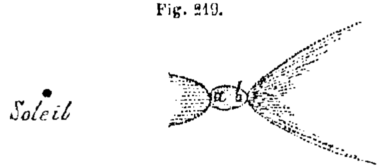
Fig. 218.



Comètes et le Soleil, ont à leur tour soulevé des résistances chez plusieurs Astronomes, auxquels il répugnait d'admettre l'intervention de l'électricité dans le jeu des phénomènes produits à de grandes distances. Et d'ailleurs cette intervention ne paraît pas pouvoir rendre compte de l'ensemble des diverses particularités.

538. Il y a partout, on le voit, des difficultés réelles. M. Faye et M. Roche ont fait faire un progrès notable à la question en introduisant comme éléments nouveaux : le premier, la force répulsive de la chaleur solaire ; le second, la différence des attractions du Soleil sur les portions *a* et *b* de la Comète (*fig.* 219), par suite des différences de distance, comme il arrive sur la Terre, ainsi que nous le verrons plus tard, quand nous étudierons les phénomènes des marées. L'inégalité des attractions doit produire, en effet, deux effluves opposées dans la direction du rayon vecteur, allant du Soleil à la Comète ; et la répulsion calorifique s'exerçant proportionnellement, non aux masses, mais aux surfaces, doit rejeter, à son tour, vers le noyau l'effluve antérieure, de manière à la transformer, suivant la densité variable ou constante des matières qui la composent, c'est-à-dire suivant que ces matières se trouvent plus ou moins sensibles à la répulsion, soit en aigrettes multiples, soit en cette sorte de queue raccourcie qu'on a nommée *barbe*. Quant à la multiplicité de certaines queues, à leurs courbures, etc., M. Faye en a obtenu des explications très-satisfaisantes par les changements de position de la Terre et de l'observateur relativement à la Comète, par des inégalités dans la densité des matières vaporisées, par le temps nécessaire à la propagation des répulsions calorifiques dont la transmission ne serait pas instantanée comme celle de la gravitation, et qui, dès lors, émanerait en apparence d'un centre différent du Soleil ; enfin, par la diversité des courbes que décrivent autour du

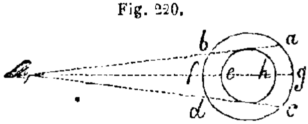
Fig. 219.



Soleil, en vertu de leurs points de départ différents, les molécules provenant des émissions nucléales.

539. **Queues multiples.** — Je ne veux pas oublier de dire que d'éminents Astronomes ont aussi considéré les queues des Comètes comme des cônes ou des cylindres creux, parce que l'éclat est, assez généralement, plus vif vers les bords que vers les parties centrales; d'où résultent, d'habitude, des queues séparées par une bande longitudinale relativement obscure. On conçoit, en effet, dans cette hypothèse,

Fig. 220.



que pour chaque section *transversale* de la queue, les rayons émis suivant les directions *ab*, *cd* (*fig.* 220) où se trouvent des particules lumineuses en plus grand nombre, donnent aussi des quantités de lumière supérieures à celles qu'envoient les deux épaisseurs réunies *ef*, *gh*.

Mais il arrive aussi parfois qu'au lieu d'une seule queue divisée en deux traînées longitudinales par la bande obscure, les Comètes présentent deux, trois, quatre, et même six queues divisées chacune comme le serait une queue unique et dont la divergence avait, soit dit en passant, fait donner par les Chinois, aux Comètes, le nom de *Balais*.

Est-il permis, dans ce cas, de supposer autant de nappes coniques ou cylindriques partant du noyau? La rotation de la tête autour d'un axe dirigé suivant le sens de la queue, pourrait, à la rigueur, par la combinaison des forces centrifuges et des émissions nucléales, rendre compte du phénomène simple. Mais comment expliquer, par la même conception, le phénomène composé? Devant les difficultés qu'il présente, et, bien que déjà, sur quelques Comètes, les études de M. Faye aient satisfait aux principales particularités, le mieux peut-être, pour le moment, c'est de recueillir les faits, et d'attendre avant d'en généraliser la théorie.

540. **Éclat et faible densité des queues.** — J'ai dit qu'on avait trouvé jusqu'à des longueurs de 60 millions de lieues pour certaines queues de Comètes. Je dois ajouter que l'on

voit quelquefois la tête au zénith, quand la queue touche encore à l'horizon; mais aussi, que la plus légère clarté, celle de Vénus, par exemple, suffit souvent à faire disparaître une portion notable de la surface caudale dont la visibilité provient, selon toute apparence, en grande partie du moins, de la réflexion des rayons solaires. D'où l'on peut conclure, avec assez de probalité, que la densité de cet appendice lumineux doit se trouver extrêmement faible.

541. **Chevelures; diminution considérable de volume qu'elles éprouvent en se rapprochant du Soleil.** — Il en est sans doute à peu près de même, quoique à un degré moindre cependant, pour la chevelure que l'éclat de Lune ou les premières lueurs du crépuscule font également presque toujours évanouir. Une particularité singulière, signalée par Hévélius, et qui n'a souffert, depuis la remarque du célèbre Astronome, que de rares exceptions, tend à prouver en effet l'état gazeux des têtes de Comètes. Je veux parler de la diminution considérable de volume, que subissent ces dernières en se rapprochant du Soleil, et que Newton attribuait à l'absorption de matière par la queue, Herschel à l'invisibilité des vapeurs dilatées, etc., enfin que, dans ces derniers temps, à son tour, mais un peu en opposition il est vrai avec ce qu'on sait de la tendance des fluides aériformes à se mêler, M. Valz a cru pouvoir expliquer par la compression due à l'éther condensé comme une atmosphère jusqu'à de grandes distances autour du Soleil.

542. **Probabilité qu'elles sont de nature gazeuze.** — Le phénomène ayant lieu parfois dans des proportions énormes (on a vu des chevelures devenir 1600 fois plus petites qu'elles ne l'étaient d'abord), on ne saurait douter que la matière sur laquelle il se produit ne soit de nature gazeuse. Il n'est pas rare d'ailleurs que des Étoiles apparaissent à travers des chevelures de Comètes. Or, ces chevelures ont des dimensions souvent considérables, depuis 6000 à 7000 jusqu'à 400 000 à 500 000 lieues. Comment la lumière d'une Étoile pourrait-elle nous arriver à travers de pareilles épaisseurs, s'il y avait là, sur son passage, autre chose que des

vapeurs réduites à un état de ténuité presque infinie, autre chose en un mot, pour parler comme M. Babinet, que des *espèces de riens, visibles* par suite de leur contraste avec le fonds obscur du ciel.

543. **Noyaux. — Leurs dimensions.** — Quant aux noyaux qu'on trouve tantôt avec des diamètres de 10 à 12 lieues seulement, tantôt au contraire avec des diamètres de plus de 3000 lieues, s'il est vrai, comme ont cru le reconnaître quelques Astronomes, qu'ils se laissent traverser par la lumière des Étoiles, on ne peut guère les supposer que gazeux ou liquides. On doit remarquer néanmoins, qu'il serait prématuré de généraliser un résultat basé sur des observations de diaphanéité, contre lesquelles de sérieuses objections ont été soulevées, par suite de la petitesse apparente des noyaux, du vague de leur contour, etc. Seulement, ce vague lui-même, rapproché surtout des anneaux obscurs dont certains noyaux sont environnés, loin d'être un motif de présomption en faveur de l'état solide, semblerait au contraire caractériser des noyaux formés de vapeurs ou de gaz plus condensés que ceux de la chevelure, et dont la concentration se serait effectuée, en partie, aux dépens de celle-ci. C'est le cas le plus habituel. Il est probable cependant que les noyaux sont aussi quelquefois solides.

544. **Leur nature. — La lumière des Comètes est généralement de la lumière réfléchie.** — M. Cacciatore crut apercevoir des phases sur le noyau de la première des deux Comètes qui se montrèrent en 1819. Il découlerait immédiatement d'une pareille observation que la lumière des noyaux est de la lumière réfléchie comme celle des Planètes. Mais des doutes se sont produits à cet égard, d'après les positions données par M. Cacciatore lui-même aux cornes du croissant, relativement à la direction des rayons solaires, et l'on a pensé que les prétendues phases tenaient tout simplement à des changements de forme survenus dans le noyau. Arago cependant est parvenu par d'autres considérations à prouver qu'on peut regarder généralement les Comètes comme brillant d'une lumière empruntée. Ces Astres disparaissent, en effet, d'or-

dinaire avant de se réduire à des dimensions inappréciables. Or, nous avons vu, dans la théorie des nébuleuses planétaires (96), qu'il ne saurait en être ainsi d'une surface lumineuse par elle-même; la compensation ayant lieu rigoureusement entre la diminution d'intensité de chacun des points, et l'augmentation d'éclat produite par la condensation apparente de ces points, à mesure que la distance augmente. Pour des surfaces éclairées, au contraire, dont chaque point ne reçoit qu'une lumière affaiblie proportionnellement au carré de la distance entre la source lumineuse et le corps réfléchissant, l'éclat intrinsèque diminue, et la surface peut, par conséquent, disparaître avant de s'anéantir.

D'ailleurs, en 1835, la Comète de Halley, et précédemment en 1819 la queue de Comète observée par M. Cacciatore, avaient offert à Arago des traces évidentes de polarisation; ce qui n'a lieu pour la lumière provenant de substances gazeuses comme le sont les Comètes dans leur ensemble, que lorsque cette lumière est réfléchie.

545. **Vers le périhélie, la lumière réfléchie peut cependant être dans certains cas mélangée de lumière propre.** —Toutefois, il est possible que, vers le périhélie, les Comètes deviennent incandescentes, et qu'à la lumière réfléchie se mêle alors aussi de la lumière propre. Cela doit avoir lieu principalement quand les Comètes passent, comme celles de 1680 et de 1843, presqu'au contact du Soleil (1), sur lequel, dans ce cas, après un nombre suffisant de retours, la résistance de l'atmosphère extérieure à l'enveloppe lumineuse, finira tôt ou tard, par les faire tomber.

546. **Théorie de Buffon sur la formation du système planétaire par le choc d'une Comète. — Ce qu'il faut en penser d'après les données scientifiques acquises aujourd'hui.** — C'est, au reste, par un tel phénomène que Buffon

(1) Celle de 1680 passa, lors du périhélie, à 53 000 lieues de la photosphère; celle de 1843, d'après MM. Laugier et Mauvais à 34 000 lieues seulement. M. Plantamour, de Genève, avait même trouvé, pour cette dernière, tant sa distance périhélie est faible, une longueur moindre que le rayon du Soleil, auquel cas la Comète aurait dû traverser la photosphère.

croyait pouvoir expliquer la formation du système planétaire. L'illustre naturaliste supposait la chute d'une Comète dont le choc aurait fait jaillir des flots de matière qui se serait éparpillée en globules pour former, par son refroidissement, les Planètes et leurs Satellites. Mais si l'on peut comprendre ainsi pourquoi les mouvements de translation et de rotation s'effectuent sensiblement dans le même sens (1), il n'est plus aussi facile de se rendre compte des causes perturbatrices dont l'action eût été assez énergique pour empêcher les Planètes de repasser à chacune de leurs révolutions, comme l'exigeraient les principes de la mécanique, par le point même de la surface solaire d'où elles seraient parties. L'on sait d'ailleurs aujourd'hui que la photosphère n'est pas liquide ; et l'on sait aussi que généralement, les masses cométaires sont beaucoup trop faibles pour pouvoir détacher du Soleil des corps tant soit peu considérables.

Faiblesse des masses cométaires.— La Comète de Lexell, par exemple, en 1770, ne passa qu'à 600 000 lieues de la Terre qui augmenta de *deux jours* la révolution de cet Astre, quand pour nous la durée de l'année 1770 ne fut pas même altérée de *deux secondes*. Or, à masses égales, la Comète aurait troublé la marche de la Terre de manière à produire, d'après Laplace, une altération de $2^h 47^m 13^s$ ou de 10 033 secondes ; ce qui conduit à conclure, par simple proportion, que la masse de la Comète n'est pas la *cinq millième partie* de celle de notre Globe. Le même Astre parut pénétrer deux fois (en 1767 et et 1779) entre Jupiter et ses Satellites sans produire sur le système aucun dérangement. La Comète de Gambart ou de Biéla, qui ne passe dans chaque apparition qu'à 7000 lieues environ de l'orbite terrestre, a dû se trouver aussi quelquefois, avant d'être découverte à de faibles distances de la Terre ; et rien n'indique cependant que, depuis plusieurs siècles, notre année ait éprouvé des modifications anormales, dues à l'action d'Astres ignorés.

(1) La rotation d'Uranus et les mouvements des satellites de cette Planète, inconnus à l'époque de Buffon, paraissent faire seuls exception.

547. **Le choc d'une Comète serait à peu près sans danger pour la Terre.** — Les chocs de Comètes contre la Terre n'auraient donc, selon toute apparence, rien de bien dangereux pour nous, puisque avec l'état généralement aériforme des Astres chevelus coïncide une excessive petitesse de masse. Et l'on peut, en effet, regarder comme à peu près certain que si, malgré leur faible probabilité, de pareils événements se sont jamais produits, l'énergie des impulsions n'a pas été suffisante pour faire changer à la surface du Globe, depuis sa consolidation, ni l'Équateur, ni l'axe du monde; car le renflement équatorial de la Terre et l'aplatissement au Pôle, qui sont de cinq lieues environ, auraient eu, ce semble, quelque peine à se déplacer pour se reproduire avec les mêmes proportions dans une croûte consolidée.

548. Jamais par conséquent, s'il eût connu ce que nous savons aujourd'hui de la constitution physique et du peu de masse des comètes, Wiston, le successeur de Newton à l'université de Cambridge, n'aurait sans doute imaginé d'expliquer, par l'action d'une Comète, le déluge de Moïse. Jugeant de l'identité, à défaut d'observations plus précises, par la vivacité d'éclat que présentèrent, au rapport des contemporains, les Comètes de 1680, de 1106, de 531 et de l'année 43 avant notre ère (1), dont les apparitions sont séparées par des intervalles de temps presque identiques, (574, 575 et 574) Wiston concluait que quatre apparitions ou 2300 ans environ auparavant, c'est-à-dire vers l'année 2349 assignée au Déluge par le texte hébreu moderne, la même Comète devait se trouver dans le voisinage de la Terre; qu'elle devait s'y trouver également 575 ou 576 ans plus tôt, vers l'année 2926 à laquelle remonterait le même événement, d'après le texte samaritain, les Septante et Josèphe. Et comme, *selon* Wiston, à la grandeur apparente devait correspondre une masse cinq à six fois plus forte que celle de la Lune, avec une distance de cinq mille à six mille lieues seulement, les vapeurs

(1) Cette dernière, visible en plein Soleil, passa pour l'âme de Jules César, mort peu de jours avant l'apparition.

précipitées de la queue arrêtée par le mont Ararat, les eaux souterraines soulevées par l'attraction du noyau, etc., auraient produit le cataclysme et causé l'effroyable inondation.

549. **Les Comètes deviennent quelquefois visibles en plein jour.** — Mais tout cela n'est qu'un rêve ; ni les Comètes qui, de loin en loin, comme dans les années 400, 1006, 1106, 1402 (1), 1577, 1744 et 1843, peuvent être aperçues le jour, ni celles qui sont visibles seulement au télescope, ne sauraient, sans le moindre doute, occasionner de pareilles catastrophes. Loin d'agir sur les parties denses du Globe, telles que les roches et les mers, ces Astres paraissent dépourvus d'influence, quoi qu'on en ait pu croire, sur les substances gazeuses qui forment notre atmosphère; à juger du moins, par l'absence de tout effet calorifique de leur part.

Elles sont cependant sans influence sur le Globe et, en particulier, sur les températures terrestres. Leurs vitesses sont quelquefois énormes. — La brillante Comète de 1843, par exemple, laissait, en effet, sensiblement immobile, sur un appareil thermo-électrique, l'aiguille horizontale que la simple bougie, brûlant à 10 mètres de distance, faisait pourtant marcher de 15 degrés, et que la lumière zodiacale elle-même écartait très-notablement de sa position d'équilibre. Vers la fin ne 1835 également, pendant l'apparition de la Comète de Halley, quand Paris, en octobre et novembre, jouissait d'une très-douce température, il faisait froid dans le Midi; tandis qu'au mois de décembre de la même année, alors que la Comète venait de s'échauffer considérablement au périhélie et aurait dû réchauffer aussi la Terre, la température était devenue fort basse à Paris à son tour. Loin de se signaler par des effets analogues sur les deux années auxquelles elle appartient la fameuse Comète de 1811, qui reparaissait au mois de juillet 1812 après son passage au périhélie, n'empêcha

(1) L'année 1402 amena deux Comètes visibles en plein jour. La seconde de ces deux Comètes fut regardée comme présageant la mort de Jean Galéas Visconti que l'effroi fit, en effet, mourir.

pas les températures moyennes d'être, à Paris, 12 degrés pour 1811 et 9°,9 pour 1812, c'est-à-dire, l'une plus élevée, l'autre plus basse que la température des années ordinaires, etc. Preuves plus que suffisantes de la nullité d'action des Comètes sur notre Globe, et corroborées d'ailleurs par cette autre considération : que la Lune regardée généralement comme à peu près sans influence météorologique est cependant plus rapprochée de nous que ne le sont d'habitude les Comètes; qu'elle possède une masse incomparablement plus considérable que ces dernières; enfin, qu'elle reste constamment dans le voisinage de la Terre, au lieu de n'avoir, comme la plupart des Astres chevelus, que des apparitions éphémères, correspondant à des vitesses souvent énormes (1), à des vitesses de 50, 60 et même 80 lieues par seconde pour le noyau, de plusieurs milliers de lieues peut-être pour certains points de la queue. Il est heureux, soit dit en passant, que de pareilles vitesses existent seulement aux approches et presque au contact du Soleil, par conséquent assez loin de la Terre ; car, malgré la petitesse de leur masse, des Comètes qui nous choqueraient avec une pareille énergie seraient capables, pour peu qu'elles eussent de matière à l'état solide, d'altérer singulièrement notre marche. Et Dieu sait ce que nous deviendrions alors! noyés par les mers que l'effet du choc ferait sortir violemment de leur lit, ou grillés par le Soleil sur lequel nous tomberions en $64^j,5$ si le choc

(1) La Comète de 1843, lors du passage au périhélie, parcourut en $2^h\,11^m$ un arc de 180 degrés autour du Soleil. Le centre du noyau se trouvait alors à 210 000 lieues de cet Astre, et l'extrémité de la queue à 60 millions de lieues. Si, pendant le passage, la queue resta, conformément à l'hypothèse d'Apian, opposée au Soleil (ce que l'observation ne permit pas de vérifier), l'extrémité parcourut près de 200 millions de lieues en $2^h\,11^m$, soit environ 25 000 lieues par seconde. Quant à la vitesse du noyau, elle était alors d'environ 80 lieues. Ceci pourtant suppose la queue formée constamment des mêmes particules matérielles, et non de vapeurs successivement précipitées derrière le noyau, dans une vaste atmosphère que la chaleur du Soleil rendrait invisible.

était assez intense pour détruire entièrement la vitesse primitive du Globe terrestre.

550. **Dans une rencontre avec la Terre, c'est cependant la Comète qui aurait principalement à souffrir.** — Ne nous effrayons pas de ces jeux de l'imagination. Nous savons qu'il n'y a pas lieu de concevoir la plus légère crainte; et s'il était même nécessaire d'invoquer la tradition, à l'appui des motifs astronomiques développés plus haut (546), pour montrer que, dans une rencontre, ce n'est pas la Terre mais bien la Comète qui pourrait avoir à souffrir, j'ajouterais que les Arcadiens avaient autrefois la prétention d'être les aînés de la Lune! Comment dès lors expliquer la naissance de notre Satellite, si ce n'est par une Comète dont la Terre se serait emparée?

VINGT-UNIÈME LEÇON.

Mouvement de la Terre.

Doctrine de Pythagore et de Ptolémée. — Traité de Copernic sur les révolutions célestes. — Hésitations de Copernic. — Instances du cardinal Schonberg et de l'évêque Gisius. — Introduction et dédicace au Saint-Père. — Publication de l'ouvrage en 1543. — Copernic n'aperçoit pas l'ellipticité des mouvements; il se borne à transporter autour du Soleil le système des excentriques et des épicycles que Ptolémée rapportait à la Terre. — Résistance au système de Copernic. — Système de Ticho-Brahé. — Prosélytisme de Galilée en faveur de Copernic. — Premier arrêté de l'Inquisition, le 25 février 1615. — Publication des Dialogues par Galilée, en 1632. — Dédicace au grand-duc de Toscane. — Introduction. — Dialogues. — Procès de Galilée. — Abjuration. — Annulation de la sentence par le pape Benoît XIV. — Appréciations. — La prison de Galilée paraît n'avoir été qu'une prison pour la forme. — *Réfutation des Dialogues par Riccioli.* — Singuliers arguments de l'auteur de l'Almageste. — Preuves du mouvement de la Terre. — Rotation diurne conclue d'abord par induction. — Rotation démontrée par l'expérience. — 1° Déviation des corps qui tombent vers l'Orient, et, pour l'hémisphère boréal de Terre, vers le Sud. — 2° Considérations empruntées par Arago à la transmission successive de la lumière. — 3° Pendule et Giroscope de M. Foucault.

551. **Doctrines de Pythagore et de Ptolémée.** — Quelques philosophes anciens, Pythagore entre autres, enseignaient, nous l'avons déjà remarqué, le mouvement de la Terre, mais secrètement en quelque sorte et seulement à des disciples choisis, « *afin de ne pas exposer une telle doctrine,* disait Pythagore, *aux mépris de la populace ignorante.* » Dans

ces conditions, et d'ailleurs avec la tendance de l'homme à s'exagérer sa propre importance, l'assujettissement de la Terre au Soleil (conséquence nécessaire de notre déplacement) ne pouvait guère devenir une idée vulgaire, surtout quand, vers l'an 125 de notre ère, Ptolémée eut recueilli, dans son *Almageste* (1), toutes les observations anciennes pour en donner l'explication par le système des épicycles autour de la Terre.

Un pareil système, qui nous laissait la prépondérance, répondait mieux, en effet, par cela même, aux instincts de notre orgueil. On ne doit pas donc être surpris que pendant quatorze siècles il ait exclusivement servi de base à l'Astronomie.

552. **Traité de Copernic sur les révolutions célestes.** — Diverses tentatives avaient été successivement essayées par les Arabes ou par les Astronomes européens de la Renaissance pour perfectionner les Tables astronomiques dans la théorie de Ptolémée, lorsqu'en 1507, entraîné vers l'étude des sciences exactes, et profitant du loisir que lui laissait à Frawenberg le canonicat obtenu de Wazelrod, évêque de Marnie, son oncle maternel, un jeune médecin de l'université de Cracovie se mit à méditer sur le système de l'Univers. Craignant néanmoins d'annoncer *des choses trop extraordinaires* sans preuves convaincantes, Copernic, c'est ainsi que se nommait le nouvel adepte, voulut examiner chaque Planète pour en déterminer lui-même les mouvements. Il fit donc exécuter des instruments, à l'aide desquels, à son tour, il parvint à construire de nouvelles Tables qui servirent de base au grand ouvrage des *Révolutions célestes*, où la doctrine du mouvement de la Terre, demeurée à l'état de pure supposition dans les systèmes des anciens philosophes grecs, se trouvait cette fois appuyée de preuves.

553. **Hésitations de Copernic. — Instances du cardinal Schonberg et de l'évêque Gisius.** — Pour voiler cependant la hardiesse de ses idées, Copernic les présenta bien moins comme l'expression de la vérité que comme une hypothèse

(1) En arabe, *grande composition*

propre à simplifier l'explication des mouvements célestes. Il hésita même, pendant toute sa vie, à les publier, préférant, ainsi qu'avait fait Pythagore, en communiquer seulement de vive voix la substance à quelques amis privilégiés, afin d'éviter le double écueil dont il pressentait le danger pour elles entre les hommes de science qui pouvaient les rejeter, et les théologiens, qui pouvaient les frapper des foudres de l'Eglise. Aussi, lorsque après de longues tergiversations, cédant enfin aux instances du cardinal *Schonberg* et de *Gisius*, évêque de Culm, il consentit, vers l'année 1542, à laisser imprimer son livre terminé déjà depuis 1530, dédia-t-il l'ouvrage au pape Paul III, pour éloigner les persécutions qui s'élèvent trop souvent contre les vérités nouvelles, et qui plus tard, en effet, vinrent frapper Galilée.

Introduction et dédicace au Saint-Père. — Du reste, dans la préface et dans sa lettre au Saint-Père, il ne manque pas de s'excuser. « Le devoir d'un Astronome, dit-il, est » de créer des hypothèses qui puissent représenter les mou- » vements célestes, et faciliter les calculs; mais rien n'exige » que ces hypothèses soient vraies, ni même *vraisemblables*. » Il ajoute que l'opinion des anciens philosophes sur le mouvement de la Terre, rend si simple l'explication des phénomènes, qu'on ne peut y rien changer sans introduire la confusion dans la machine céleste. Enfin il termine en assurant que, loin de vouloir se soustraire au jugement de l'Église, il regarde le Saint-Père, auquel il dédie son livre, comme le juge le plus éclairé, comme le véritable protecteur des lettres et des sciences. « Après cela, s'écrie-t-il, si quelques hommes » ignorants et légers veulent abuser de certains passages de » l'Écriture dont ils détourneraient le sens, il ne me reste » plus qu'à mépriser leurs attaques et à rappeler que *Lactance*, » écrivain célèbre d'ailleurs, mais entièrement étranger aux » mathématiques, se moqua de ceux qui donnaient à la Terre » la forme d'un globe. » Et afin de rendre sa justification complète, il plaça en tête du livre une lettre, écrite sept ans auparavant, par le cardinal Schonberg, dans laquelle, en le félicitant de sa science et de l'idée d'avoir fait mouvoir la

Terre autour du Soleil, le prince de l'Église insistait pour la publication de l'ouvrage et sollicitait, en attendant, la faveur de faire prendre une copie à ses frais.

Mais avec le pape Paul III, de telles précautions étaient superflues. Ce Pontife avait un esprit trop cultivé, pour ne pas comprendre que le livre de Copernic pouvait se placer, sans leur porter la moindre atteinte, à côté des croyances religieuses et des Écritures sacrées.

554. **Publication de l'Ouvrage en 1543.** — Gisius, dépositaire du manuscrit, fit imprimer l'ouvrage à Nuremberg. Toutefois, il semble que par une sorte d'intuition, Copernic eût attendu son dernier jour, afin de rejeter les orages hors des confins de la vie. Car l'illustre Astronome vit à peine son livre avant de fermer les yeux. Le premier exemplaire lui était parvenu, dit-on, seulement depuis quelques heures, le 24 mai 1543, lorsqu'une mort subite l'enleva. Copernic était né à Thorn sur les frontières de la Pologne, le 19 janvier 1472, ou d'après quelques auteurs le 19 février 1473. On déposa ses restes dans l'église de Frawenberg.

555. **Copernic n'aperçoit pas l'ellipticité des mouvements; il se borne à transporter autour du Soleil le système des excentriques et des épicycles que Ptolémée rapportait à la Terre.** — En démontrant le mouvement de la Terre, le réformateur fut loin de compléter cependant la découverte des lois naturelles. Il admit, en effet, comme Ptolémée, que tous les mouvements célestes étaient *circulaires excentriques;* et pour expliquer les inégalités de la marche des Planètes, il conserva le système des *épicycles*, laissant à ses successeurs la gloire de substituer aux cercles des ellipses plus ou moins modifiées par les actions perturbatrices. Bien qu'imparfait sous plus d'un rapport, le livre des *Révolutions célestes* exerça néanmoins la plus féconde influence sur les progrès de l'Astronomie. Car le déplacement de la Terre permettant à l'homme, dans son voyage annuel autour du Soleil, de placer des jalons sur une courbe dont le diamètre es d'environ 72 millions de lieues, fournit par cela même, des bases assez considérables pour donner la plupart des dis-

tances célestes qu'il peut nous importer de connaître, et conduit en même temps, aux notions les plus imposantes sur l'immensité de l'Univers.

556. **Résistances au système de Copernic. — Système de Tycho-Brahé.** — Mais ce ne fut pas sans éprouver de vives résistances que l'idée nouvelle énergiquement soutenue par Rhéticus, le disciple zélé de Copernic, parvint à s'établir; tant les bons esprits eux-mêmes ont souvent de mal à se défaire des vieilles erreurs. L'un des plus éminents entre autres, obéissant à des scrupules religieux, Tycho-Brahé, nous l'avons déjà vu, tenta de substituer au système de Copernic, un système mixte qui nous laissait immobiles, et faisait mouvoir autour de la Terre, le Soleil environné de son cortége de Planètes. Certes, si quelqu'un avait alors le droit d'interposer son opinion à l'encontre d'une opinion en apparence, au reste, des plus téméraires, c'était sans contredit celui que l'Europe entière considérait comme l'Astronome *éminent* de son siècle; celui dont l'autorité scientifique acceptée sans contrôle par les masses, semblait trouver un surcroît de sanction dans l'amitié même des rois (1). Et pourtant, bien qu'appuyée sur des traditions respectueusement conservées d'âge en âge, cette grande autorité ne tarda

(1) Tycho-Brahé appartenait à l'une des plus anciennes familles du Danemarck. Instruit de la valeur du jeune Astronome par le landgrave de Hesse-Cassel, qui cultivait lui-même l'Astronomie avec succès, le roi Frédéric II offrit à Tycho, dont les parents contrariaient les goûts scientifiques par suite de préjugés nobiliaires, un fief, avec des dotations considérables, dans la petite île d'Huen, à dix lieues de Copenhague. C'est là que, pendant vingt ans, de 1577 à 1597, dans son Observatoire d'Uranibourg, Tycho-Brahé jeta, par ses nombreuses recherches, les fondements de l'Astronomie moderne. C'est là qu'investi par la science d'une sorte de souveraineté, il recevait en quelque sorte les hommages des princes eux-mêmes; car le roi d'Ecosse, Jacques VI, allant épouser la sœur de Frédéric, ne sut pas résister au désir de visiter Tycho dans son île, et de composer l'éloge de l'Astronome en vers latins.

Malheureusement, la mort de Frédéric, arrivée en 1588, et la jalousie d'un ministre pendant la minorité du nouveau monarque, furent pas à se trouver impuissante devant la force expansive de la vérité, que les brillantes découvertes de Képler et de Galilée rendaient de jour en jour plus évidente, qu'un procès fameux dont je me trouve conduit à rappeler ici l'histoire, contribua même peut-être à faire plus rapidement triompher.

557. **Prosélytisme de Galilée en faveur de Copernic.** — Presque contemporain de Tycho, issu comme lui d'une famille patricienne et le suivant dans la vie à 18 ans seulement d'intervalle, déjà converti d'ailleurs par Mœstlin, au système de Copernic, Galilée, dès qu'il eut apercu les phases de Vénus, le disque et les Satellites de Jupiter, etc., ne sut plus résister au besoin de propager la doctrine du mouvement de la Terre.

Le nouvel adepte était alors dans tout l'éclat de sa gloire. Destructeur des anciennes théories sur la mécanique, il avait banni de la science, la conception des corps *pesants* et des corps *légers*, en faisant voir que, dans le vide, tout tombe avec la même vitesse. Il avait découvert la loi de la chute des corps, et montré que les espaces parcourus dans un certain temps sont proportionnels au carré de ce temps; que par conséquent la série des nombres impairs représente les

cause de la suppression du fief et du départ de Tycho, qui s'exila volontairement, pour se retirer chez son ami, Henri Rantzow, à Hambourg, d'où l'empereur Rodolphe parvint plus tard, après quelques résistances, à l'entraîner à Prague. Tycho-Brahé, toujours poursuivi par le souvenir d'Uranibourg, mourut à 55 ans, le 24 octobre 1601, en disant au moment d'expirer : « Je n'ai pas inutilement vécu. » Le fait est que ses nombreuses observations servirent de base aux brillantes découvertes de Képler ; qu'on lui doit, en outre, la découverte de plusieurs inégalités lunaires, celle entre autres de l'*équation annuelle* et du *mouvement des nœuds* ; qu'il paraît avoir également aperçu la *variation*, sans connaître à cet égard les travaux des Arabes, auxquels les recherches de M. Sédillot ont attribué de nos jours la découverte ; qu'en comparant ses observations à celles de Ptolémée, il reconnut le changement d'obliquité de l'Écliptique, etc. ; enfin, qu'il s'occupa avec succès de l'étude du Soleil, des Planètes, des Comètes, des parallaxes, des réfractions, etc., et que, malgré certaines erreurs, ses travaux justifient amplement et la haute opinion qu'il paraît avoir eue de lui-même et la ratification donnée à cette opinion par la postérité.

chemins parcourus successivement pendant chaque instant. On lui devait également d'avoir expliqué par l'action de la pesanteur l'accélération des corps qui tombent; d'avoir obtenu les lois du mouvement curviligne par celles de la composition des forces; d'avoir aperçu l'isochronisme des oscillations du pendule et le rapport qui lie la durée d'une oscillation à la longueur d'un corps oscillant; d'avoir donné d'intéressants théorèmes sur les ondes sonores, etc. Il venait enfin, sur ce qu'il avait entendu dire du curieux hasard de Middelbourg, d'imaginer et de construire le merveilleux instrument, dont la puissance optique lui révélait déjà tant de mystères, et semblait devoir permettre à l'homme de pénétrer désormais jusqu'aux secrets du Firmament.

Premier arrêté de l'Inquisition, le 25 février 1615. — Tant de brillants travaux, les succès de son enseignement public à Venise, à Padoue, à Pise, etc., l'amitié des princes italiens qui se disputaient à l'envi l'honneur de l'attacher à leurs Universités, etc., ne purent cependant protéger Galilée contre les sourdes jalousies des vieilles écoles, où, malgré les efforts déjà tentés trois siècles auparavant par le moine Roger-Bacon, pour substituer enfin l'autorité de la raison et de l'expérience à l'autorité de l'homme et de la tradition, l'on ne jurait encore que par Ptolémée et par Aristote. Le promoteur de Pythagore et de Copernic fut dénoncé bientôt à l'Inquisition, qui, par un arrêté du 25 février 1615, et par l'organe du cardinal Bellarmin, enjoignit à Galilée de quitter sa doctrine, et lui défendit de la traiter soit de vive voix, soit dans ses écrits. Par le même décret, on suspendait le livre de Copernic; on décidait que les assertions trop affirmatives y seraient corrigées; l'on condamnait enfin une lettre du moine *Foscarini*, dans laquelle ce religieux cherchait à prouver que les idées de Copernic n'étaient nullement contraires à l'Écriture, et répondaient à la vérité.

558. **Publication des Dialogues par Galilée, en 1632. — Dédicace au grand duc de Toscane. — Introduction.** — L'arrêt du 25 février sembla couper le mal à la racine;

car, pendant seize ans, il ne fut plus question ni de Copernic, ni du mouvement de la Terre. Mais, en 1632, craignant sans doute que le silence ne finît par compromettre entièrement la nouvelle doctrine, Galilée fit paraître ses *Dialogues* sur le Système du Nonde ; et comme une première correction l'avait rendu prudent, il dédiait son livre au grand duc de Toscane, en exposant dans la préface (1) : « que quelques années au-
» paravant, on avait publié à Rome un édit *salutaire*, qui,
» pour obvier aux scandales, imposait silence à l'opinion py-
» thagoricienne du mouvement de la Terre; que cependant
» quelques téméraires avaient osé attribuer ce décret à la
» passion et non à un examen judicieux »..... « Mon zèle,
» ajoutait-il, ne put supporter ces plaintes insensées. Bien
» instruit de ce décret *si prudent*, j'ai voulu rendre justice
» à la vérité et montrer aux nations étrangères qu'on savait
» en Italie, aussi bien que partout ailleurs, ce qu'on peut
» avancer en faveur de Copernic..... Si les Italiens, dit-il
» plus loin, ont moins voyagé que d'autres nations, ils ont,
» j'en suis convaincu, médité tout autant; et s'ils se sont
» abstenus de donner leur assentiment à l'opinion du mouve-
» ment de la Terre, ce n'est pas qu'ils aient ignoré, *tous*, les
» raisons imaginées par d'autres pour l'appuyer, mais parce
» qu'ils ont eu d'autres raisons tirées de la piété, de la reli-
» gion, de la toute-puissance divine et de la faiblesse de
» l'esprit humain. »

Dialogues. — Quant aux Dialogues, ils ont lieu entre trois interlocuteurs ; l'un, *Salviati*, noble Florentin, zélé partisan de Copernic ; l'autre, *Simplicius*, sectateur d'Aristote ; et le troisième, *Sagredo*, noble Vénitien, homme du monde plutôt que savant. Il n'est pas nécessaire d'ajouter que Copernic est défendu de manière à l'emporter sur Aristote, quoique l'auteur ait l'air de ne pas vouloir conclure dans ce sens ; car il dit, en terminant, que tous ses raisonnements en faveur de Copernic pourraient bien être autant de chimères.

(1) Traduction de Delambre : *Astronomie moderne.*

559. **Procès de Galilée. — Abjuration. — Annulation de la sentence par le pape Benoit XIV.** — Les Dialogues, quoiqu'un peu prolixes, eurent beaucoup de retentissement. Aussi le Saint-Office, alarmé de ce succès, fit-il comparaître de nouveau Galilée à son tribunal, pour le condamner à la *prison formelle* (formalis carcer), et le sommer d'abjurer ses erreurs. Voici, traduits par Delambre, les principaux extraits de la formule d'abjuration que nous a conservée, dans son *Almageste*, le jésuite Riccioli.

« Moi, Galilée, âgé de soixante-dix ans, agenouillé devant » vous, éminentissimes Cardinaux (1), ayant devant les yeux » les saints et sacrés Évangiles que je touche de mes propres » mains, je jure que j'ai cru, que je crois et que, Dieu aidant, » je croirai toujours à ce qu'enseigne la sainte Église.......

....

« Et parce que je ne pouvais tenir, ni défendre, ni ensei- » gner une telle doctrine après qu'il m'avait été déclaré que la » susdite doctrine était contraire à la sainte Écriture; et parce » que cependant j'ai fait imprimer un livre dans lequel j'ap- » porte des raisons d'*une grande efficace* en faveur de cette » doctrine condamnée, *sans y joindre aucune solution*; j'ai » dû être jugé véhémentement suspect d'hérésie. »........

....

« C'est pourquoi, voulant effacer des esprits de vos Éminen- » ces et de tout chrétien catholique cette suspicion véhémente » conçue contre moi avec raison, j'abjure, maudis et déteste » les susdites erreurs et hérésies.... Et si je connais quelque » hérétique ou suspect d'hérésie, *je le dénoncerai* à ce Saint- » Office ou à l'ordinaire du lieu dans lequel je serai. Je jure, » en outre, que je remplirai toutes les pénitences qui me sont » imposées, ou qui me seront imposées par ce Saint-Office, » et que si je manque à mes promesses, je me soumets à » toutes peines et *supplices* statués par les saints Canons et » autres Constitutions. »

(1) F. cardinal d'Ascoli; G. cardinal Bentivoglio; F. cardinal Crémone; Fr. Ant., cardinal Saint-Onuphre; B. cardinal Gypsius; F. cardinal Varospi; M. cardinal Ginetti.

« Moi, Galilée, j'ai abjuré, juré, promis comme ci-dessus.
» En foi de quoi, de ma propre main, j'ai signé le présent
» chirographe de mon abjuration ; et je l'ai récité mot à mot,
» à Rome, dans le couvent de Minerve, ce 22 juin 1633. »

« Moi, Galilée, j'ai abjuré, comme dessus, de ma propre
» main. »

On dit qu'en se relevant, Galilée frappa du pied la terre, et dit à demi-voix : « *E pur si muove* — elle se meut cependant. »

Un siècle après, la sentence de l'Inquisition qui condamnait l'ouvrage de Galilée était annulée par le pape Benoit XIV (1); et les consciences catholiques jouissaient dès lors d'une liberté complète d'appréciation.

560. Voilà, dégagée de tout commentaire, l'histoire de ce singulier procès. Jugée du point de vue où nous sommes placés aujourd'hui, nul doute qu'elle ne présente, comme on l'a dit (2), un affligeant tableau dans l'aspect de ce vieillard abjurant, agenouillé devant le saint livre et contre le témoignage de sa propre conscience, aux yeux de l'Italie éclairée par ses découvertes, la vérité qu'il avait cherchée toute sa vie. En se reportant néanmoins à l'époque où la sentence fut rendue, alors que partout l'immobilité de la Terre était enseignée, dans les écoles, au nom d'Aristote, dans l'Église, au nom de textes qui, « détournés de leur sens littéral pour l'As-
» tronomie ou pour la Physique, pouvaient, ainsi que le
» disait plus tard Riccioli, conduire à des atteintes du même
» genre pour des dogmes plus saints, » on est moins surpris que l'Église, institution essentiellement conservatrice, ait voulu sauvegarder l'avenir contre des éventualités dont elle redoutait le danger.

561. **Appréciations.** — Grâce au ciel, le temps des récriminations est passé. On peut donc s'exprimer enfin sans préoccupation d'aucune sorte, sur cette grande affaire du procès de Galilée. D'Alembert regrettait qu'on eût trop sou-

(1) ARAGO, *Astronomie populaire.*
(2) LAPLACE, *Système du monde.*

vent écrit l'histoire des ingrats, sans jamais songer à faire celle des bienfaiteurs, « qui serait pourtant un si curieux appendice à l'histoire des tyrans. » Ne conviendrait-il pas, malgré l'intérêt qu'ils inspirent, d'appliquer parfois aux opprimés le même sentiment d'impartiale critique? On trouverait à coup sûr, presque toujours, que des passions au moins irréfléchies, quand elles ne sont pas égoïstes, justifient la Providence de se ranger *momentanément* du côté des oppresseurs.

Comment Galilée, par exemple, quand ses travaux scientifiqnes l'entouraient déjà d'un si brillant prestige, put-il descendre jusqu'à la dissimulation, afin de parvenir à publier un livre, assez médiocre d'ailleurs, et qui n'était pas indispensable à la science? Comment surtout n'avait-il pas, lui si richement doué du côté de l'intelligence, mesuré d'avance et ses forces et son courage, pour être en mesure d'affronter la mort au besoin, plutôt que de signer cette incroyable abjuration, dans laquelle il s'engage à dénoncer au Saint-Office les suspects d'hérésie? Moins amoureux de bruit, il ne se serait certes pas fait illusion sur l'opportunité de son livre; et, comme Képler, dont les découvertes mathématiques habituaient déjà peu à peu les esprits à l'idée nouvelle, il aurait compris que ses propres découvertes dans la constitution physique du Firmament devaient amener le triomphe de la vérité, bien mieux encore que des pages condamnées dès leur naissance à d'humiliants subterfuges.

Mais Galilée aimait sans doute et cherchait la controverse. Peut-être aussi les leçons, condamnées, de 1615 contenaient-elles un peu d'ironie ou d'aigreur dont le procès de 1633 aurait dès lors été l'expiation. On s'expliquerait de la sorte pourquoi ni Copernic, ni Mœstlin, ni Képler ne furent inquiétés, et pourquoi Galilée seul eut à subir cette douloureuse comparution devant le Saint-Office.

Comme Newton qui, plus tard, écrivit lui-même sur l'Apocalypse tant de dissertations ignorées aujourd'hui, Galilée, sous la pression des entraînements de son époque vers la métaphysique, et contre les véritables tendances intellectuelles de sa nature, n'aurait-il pas également eu le tort de compromettre inutilement son repos dans les délicates questions de la théologie, ainsi que d'autres plus tard, quand le courant des idées se fut modifié, jouèrent infructueusement le leur dans les luttes ardentes de la politique? Faiblesse de grands esprits qui semblent dédaigner la région dans laquelle ils brillent (1), pour venir s'éclipser dans des sphères dont ils devraient rester éloignés !

Tout cela néanmoins, il faut le reconnaître, n'absout pas les auteurs des persécutions exercées contre une des plus imposantes personnalités scientifiques des temps modernes. Mais il faut le reconnaître aussi, des juges qui voulurent bien ne pas entendre les dernières paroles « *e pur si muove* » du condamné, devaient, très-certainement, être moins acharnés à le poursuivre que certains adeptes *quand même* de la doctrine expirante d'Aristote.

562. **La prison de Galilée paraît n'avoir été qu'une prison pour la forme.** — Du reste, la prison à laquelle fut condamné Galilée, et que l'illustre vieillard dut garder pendant quelques années, malgré la chaleureuse protection du grand duc de Toscane, paraît n'avoir été qu'une prison *pour la forme*, comme l'expriment d'ailleurs les mots *formalis carcer*. Car cette prison d'Arcetri consistait en un grand palais, entouré de vastes jardins, où le captif pouvait recevoir ses amis et les visiteurs désireux de rendre hommage à sa gloire. C'est là que vinrent le trouver, entre autres, au nom des États de Hollande, les envoyés chargés de solliciter, pour les besoins de la géographie et de la navigation, la construction de tables des Satellites de Jupiter. On finit cependant par lui rendre la liberté; car il mourut à la campagne, en 1642, sans avoir pu obtenir l'autorisation de se fixer à Florence où il était né.

(1) Une de nos illustrations artistiques, le peintre David, qui raclait du violon, acceptait volontiers, dit-on, qu'on trouvât ses toiles mauvaises; mais il ne supportait pas qu'on se permît de mettre en doute son talent d'exécutant, comme musicien.

563. **Réfutation des Dialogues, par Riccioli. — Singuliers arguments de l'auteur de l'Almageste.** — Pour compléter les principaux détails historiques de la question, j'ajouterai que Riccioli réfuta les Dialogues, mais en faisant usage parfois de raisonnements assez singuliers dans la bouche d'un Astronome géomètre. Direz-vous avec Copernic et Galilée, par exemple, que des milliers d'Étoiles tourneraient autour de nous avec une régularité bien difficile à comprendre chez des corps indépendants les uns des autres? Que leurs mouvements diurnes devraient être rigoureusement proportionnés à la distance? Que la grosseur du Soleil par rapport à notre Globe est une preuve presque irrécusable du mouvement de ce dernier corps?, etc. Riccioli vous répondra : « qu'il y a des intelligences dans les Étoiles; » que plus il est difficile d'expliquer le mouvement du Ciel, » plus la grandeur de Dieu se manifeste dans le phénomène; » que la noblesse de l'homme est supérieure à celle du Soleil; qu'il importe peu à l'homme, pour lequel tout a été » fait, que des milliers d'Étoiles tournent autour de lui, etc... »

Des arguments de cette force ne demandent pas, à leur tour, une longue réfutation. Certes, Lalande donnait plus tard une interprétation bien autrement naturelle au *Sol, sta* (Soleil, arrête-toi) de Josué, quand il rappelait que nous disons encore « le Soleil se lève ou se couche, » quoique nous sachions parfaitement qu'il ne se lève et ne se couche pas. Je quitte donc les *Dialogues* et *Riccioli* pour arriver enfin aux preuves du mouvement de la Terre.

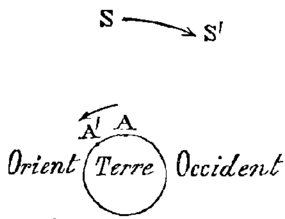
564. **Preuves du mouvement de la Terre. — Rotation diurne conclue d'abord par induction.** — Et d'abord, lorsqu'on peut si simplement se rendre compte du mouvement *diurne* de la voûte étoilée par la rotation de la Terre autour d'un axe passant au centre du Globe, est-il raisonnable d'admettre que la Terre soit immobile et que le Ciel tout entier tourne, chaque jour, autour de ce corpuscule si petit? La rotation de la Terre, d'*Occident* en *Orient*, produirait pour l'observateur entraîné de A vers A′ et regardant le corps céleste immobile S (*fig.* 221), les mêmes apparences qu'un

déplacement du point S vers S' ou d'Orient en Occident, pour l'observateur immobile A.

565. Les deux hypothèses répondraient donc à des effets identiques. Mais quelle simplicité dans l'une, et quelle complication, au contraire, dans l'autre !.

Ici des millions, ou plutôt des milliards de lieues qu'auraient à parcourir, chaque jour, les Étoiles ; par conséquent des forces centrifuges énormes que l'attraction d'un globule comme la Terre ne saurait, à beaucoup près, contrebalancer. Par suite aussi, tendance des Astres à s'échapper, comme on dit en mécanique, suivant la tangente, c'est-à-dire, en ligne droite, pour aller se perdre au loin dans les profondeurs du Firmament; et de plus, puisque les Étoiles conservent, du jour au lendemain, des positions respectives invariables, complète proportionnalité des vitesses aux distances, à l'axe du monde, pour les innombrables corps célestes que nous voyons tourner si régulièrement autour de nous ; ce qui jetterait dans le système de l'Univers une singulière complication.

Fig. 221.



Là, tout simplement une vitesse de rotation s'élevant, *au maximum*, c'est-à-dire, pour les divers points de l'Équateur, à 40 millions de mètres (longueur du contour) en 24 heures, ou à 463 mètres seulement par seconde. En outre, ce qu'ignoraient, mais ce qu'avaient pourtant soupçonné Copernic et Galilée, et ce que découvrit Dominique Cassini, rotation des Planètes, dont quelques-unes sont beaucoup plus grosses que la Terre, avec laquelle d'ailleurs elles ont, nous l'avons vu, tant d'analogies de constitution.

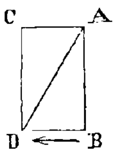
566. « Lorsque deux explications opposées, disait Fontenelle, peuvent rendre compte d'un fait, soyez persuadé » que l'esprit humain commencera généralement par choisir » la fausse. » Et certes, devant la longue popularité dont jouit le système de Ptolémée; devant les nombreuses résis-

tances qu'eut à subir la doctrine de Copernic, il paraît assez difficile de ne pas donner raison à ce singulier adage. Une objection trop souvent reproduite semble de nature à le justifier encore : «Si la Terre tournait, a-t-on dit, comment les oiseaux pourraient-ils rejoindre le nid qui les fuirait avec » tant de vitesse, dès qu'ils l'auraient un instant quitté?... » Pourquoi la pierre tombant du sommet d'une tour, pour- » quoi la feuille détachée d'un arbre, ne restent-elles pas en » arrière du pied de l'édifice ou de l'arbre si rapidement » emportés vers l'Orient par la rotation du Globe terrestre, » etc. ? »

Mais il est aisé de répondre à ces difficultés.

Avant de quitter le point A, sommet d'une tour ou branche d'un arbre (*fig.* 222), le mobile était animé, comme le point B de la Terre, d'un mouvement AC qui l'emportait lui-même d'Occident en Orient, et qui, se combinant avec la pesanteur dirigée suivant AB, produira, pour résultante, la diagonale AD du parallélogramme construit sur les deux forces. La pierre, la feuille, etc., arriveront donc sur le sol au point D, qu'atteindront en même temps les pieds de la tour ou de l'arbre; l'oiseau ne s'éloignera du nid qu'en vertu de ses efforts contre le mouvement commun qui l'entraînait avec sa demeure; et les choses se seront passées, en apparence, comme si la Terre n'eût pas tourné.

Fig. 222.

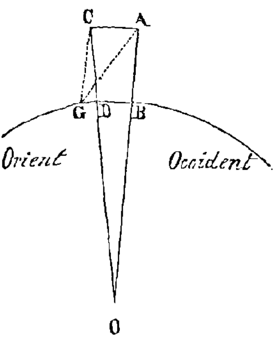


C'est exactement ce que l'on observe, lorsque du mât d'un vaisseau, du haut d'une voiture, etc., on laisse tomber un poids, lorsque sur le pont d'un bateau l'on pousse horizontalement une bille, etc. Que le vaisseau, que la voiture, que le bateau marchent ou soient en repos, l'objet abandonné semblera, pour l'expérimentateur, suivre la verticale; car il viendra, dans les deux cas, aboutir aux mêmes points du navire ou de la voiture. La bille lancée paraîtra n'obéir également qu'à l'impulsion reçue, etc. Mais un spectateur attentif, placé convenablement en dehors des lieux d'expérience, ne s'y trompera pas, et verra toujours la pierre, la feuille ou la bille suivre les diagonales résultant des forces imprimées.

267. **Rotation démontrée par l'expérience.** — Il y a mieux, et c'est ici surtout que le mot de Fontenelle trouve une piquante application. Convenablement analysée, l'objection qu'on présentait d'abord comme une preuve de l'immobilité de la Terre a fini par former au contraire une démonstration irrécusable de la rotation.

1° Déviation des corps qui tombent vers l'Orient, et, pour l'hémisphère boréal de la Terre, vers le Sud. — Soient (*fig.* 223) C le centre de la Terre, A le sommet, et B le pied d'une tour. Au moment où vous abandonnez, en A, la pierre à elle-même, cette pierre, si la Terre tourne, possède, comme le sommet de la tour, un mouvement AC plus grand que celui BD du pied de l'édifice. Et le parallélogramme des deux forces AC, AB qui représentent, l'une l'impulsion horizontale du point A, l'autre l'effet vertical de la pesanteur, conduira votre pierre au point G pendant que le pied de la tour viendra seulement en D. Loin de rester en arrière ou de dévier vers l'Occident, comme on le disait, c'est donc en avant ou vers l'Orient que devra dévier la pierre.

Fig. 223.



L'expérience a prononcé. Des observations faites à Bologne par Guglielmini, puis en Allemagne et en Hollande par MM. Reich, Beuzenberg, Heyneberger, etc., ont donné des déviations comprises, suivant la hauteur (78 à 158 mètres) de la chute, entre 11 et 28 millimètres. On a même trouvé d'autres déviations (vers le Sud), que les calculs de Laplace et de Gauss n'avaient pas prévus, et que M. Dupré, de la Faculté des Sciences de Rennes, a parfaitement expliquées (1),

(1) Voir la Note I à la fin de la Vingt-unième Leçon..

tirant ainsi des anomalies apparentes elles-mêmes, une nouvelle confirmation du phénomène à constater.

568. **2° Considérations empruntées par Arago à la transmission successive de la lumière.** — La lumière employant un certain temps à franchir les espaces célestes, nous voyons les Astres, non à la place où ils se trouvent réellement, mais à la place qu'ils occupaient lorsque le rayon lumineux qui nous en arrive les a quittés. En partant de ce principe évident, Arago fait remarquer, à son tour, que si le plan méridien de l'observateur terrestre ne venait pas se placer lui-même dans la direction du rayon lumineux, c'est-à-dire, si la Terre ne tournait pas, il existerait dans les *ascensions droites* des Planètes *extérieures*, Mars, Jupiter, Saturne, etc., dont la distance à la Terre varie, entre la conjonction et l'opposition, d'une quantité égale au diamètre de l'orbite terrestre, des inégalités pouvant s'élever, de la conjonction à l'opposition, à 16 minutes 35 secondes environ. Les *ascensions droites* de chacune des composantes qui forment les Étoiles multiples, présenteraient aussi des inégalités considérables, dues aux changements de distance à la Terre; car un éloignement ou un rapprochement égal seulement au diamètre de notre orbite, ferait varier de 16 minutes 35 secondes l'instant du passage au Méridien, et nous montrerait, par conséquent, les diverses composantes très-éloignées en apparence quoiqu'elles soient, *angulairement*, presqu'au contact les unes des autres. D'où naîtraient, dans le Ciel, des bizarreries que l'observation aurait certainement constatées et qu'elle n'a pas aperçues (1).

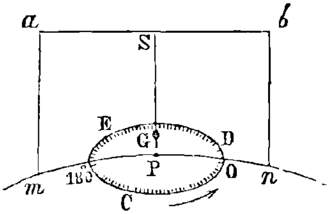
569. **3° Pendule et gyroscope de M. Foucault.** — Enfin, M. Foucault, en 1851, parvint à rendre sensible à l'œil, par une expérience des plus faciles à réaliser, le mouvement de

(1) Il ne faut pas confondre ce résultat qui, suivant les variations de la distance, pourrait produire évidemment jusqu'à 24 heures d'erreur sur les ascensions droites, avec le phénomène que nous étudierons plus tard sous le nom d'aberration et qui n'altère, au *maximum*, les positions des Astres que de 20″,5 environ.

rotation du Globe terrestre. Afin de comprendre cette expérience, imaginez d'abord pour un expérimentateur qui résiderait au Pôle même de la Terre, deux colonnes verticales *am*, *bn* (*fig.* 224), portant la traverse horizontale *ab*, à laquelle serait ataché le pendule SG placé verticalement au-dessus du Pôle P.

Si le fil SG de ce pendule est très-fin et très-flexible, la boule G, lorsqu'elle aura été écartée de sa position d'équilibre, et abandonnée ensuite à elle-même, se mettra évidemment à osciller dans le plan de l'écartement primitif, où deux observateurs *a* et *b* situés dans ce plan, *en dehors* du Globe, la verraient alternativement venir vers eux et s'en éloigner. Mais pour un observateur, au contraire, placé sur la Terre et tournant avec elle, les différentes divisions du cadran horizontal CDE, viendraient se placer successivement dans le plan de l'oscillation du pendule, qui servirait ainsi de repère à la rotation et permettrait, en quelque sorte, de la voir s'effectuer.

Fig. 224.

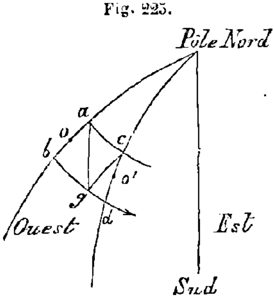


La seule difficulté que présente la conception de cette expérience, provient de la liaison du point S de suspension, à la Terre. Au premier abord, on pourrait être porté à supposer que la rotation du châssis *maSbn* avec notre Globe, devrait entraîner aussi le plan d'oscillation du pendule. Mais pour peu qu'on réfléchisse, on ne tardera pas à reconnaître que de simples fractions de tour sont tout à fait insensibles sur la *torsion* d'un long fil, et ne peuvent, en aucune manière, modifier la direction dans laquelle oscille la boule pesante qui termine ce fil.

Transportez maintenant le pendule à l'Équateur. Là, que l'oscillation s'effectue du *Nord* au *Sud*, de l'*Est* à l'*Ouest*, ou dans des directions intermédiaires, le plan d'oscillation restera toujours invariable par rapport à l'observateur placé sur la Terre même. Vous vous en convaincrez aisément par cette simple remarque, qu'au pôle *Nord* la rotation (d'Occident en Orient) entraîne le cadran horizontal, relativement au plan d'oscillation, de la droite vers la gauche du spectateur qui serait sur le cadran; tandis qu'au pôle *Sud*, le cadran marche, au contraire, de la gauche vers la droite. D'où doit résulter la conséquence que dans la situation intermédiaire, à l'Équateur, les positions relatives du cadran et du plan d'oscillation ne changeront pas.

Placez-vous enfin sous une latitude quelconque entre le pôle et l'Équateur, et supposez, pour plus de simplicité, que vous commenciez à faire osciller votre pendule dans le plan même du Méridien suivant l'arc *ab* (*fig.* 225), le pied de la verticale étant en *o*. N'est-il pas évident que, si la boule de l'appareil a d'abord été maintenue quelques instants immobile au point *a* dont elle a pris par conséquent la vitesse de rotation, cette boule, abandonnée à elle-même, va se trouver sollicitée à parcourir simultanément l'arc *ac* de parallèle et l'arc *ab* de Méridien? Pendant que le Méridien *Pab* viendra prendre la position *Pcd*, le pendule suivra donc la diagonale du parallélogramme *abgc* construit sur *ac* et sur *ab*. Donc aussi la boule arrivera au point *g* situé un peu à l'Occident du point *d*, puisque les Méridiens divergeant vers l'Équateur, l'arc *bd* est plus grand que l'arc *ac*.

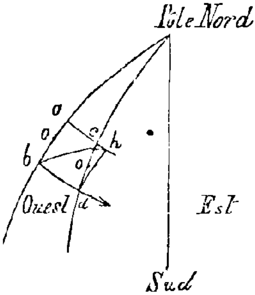
Fig. 225.



Si, au lieu de partir du point *a*, la boule du pendule partait du point *b*, la vitesse de rotation de ce second point étant supérieure à celle du premier, vous verriez, par un raisonnement analogue au précédent, que l'arc décrit serait *bh* (*fig.* 226), dont l'extrémité boréale *h* dévie vers l'Orient du point *c*.

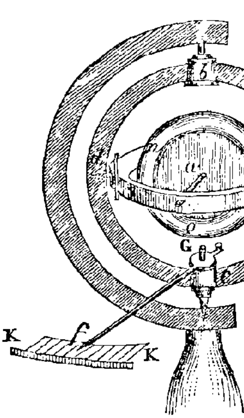
En combinant les deux résultats, vous aurez, par conséquent une déviation vers l'*Est* pour l'extrémité nord de l'oscillation, et vers l'*Ouest* pour l'extrémité sud. Cela revient à dire que le plan des oscillations paraîtra tourner par rapport à votre méridien, et l'observation vient, en effet, confirmer cette prévision de la théorie (1).

Fig. 226.



570. Au lieu d'un pendule, M. Foucault a plus tard employé, pour avoir un plan de comparaison invariable, l'appareil qu'il a nommé *Gyroscope*, et qui, réduit à ses parties les plus essentielles, se compose de l'anneau à section transversale circulaire, ou *tore* *omn* (*fig.* 227), auquel on peut imprimer à volonté, par un système convenable d'engrenage, des mouvements de rotation très-rapides autour de l'axe horizontal *a*, convenablement relié à une pièce *bdce*, verticale et mobile elle-même horizontalement autour des pivots *b*, *c*. L'axe de rotation *a*, par suite aussi le plan du tore, devant conserver évidemment des positions invariables dans l'espace, tant que des forces extérieures ne viendront pas agir sur eux, on verra l'horizon tourner, dans le cas actuel, comme dans le cas du pendule; et pour mieux constater le phénomène, on n'aura qu'à fixer à l'axe G l'aiguille horizontale G*f*, qui

Fig. 227.



(1) Voir la Note II, à la fin de la Vingt-unième Leçon.

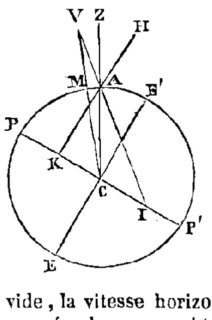
glissera sur l'arc fK par le déplacement de cet arc avec l'horizon.

571. « On aura beau faire, disait Mercier, de l'Académie française, on ne me persuadera jamais que je tourne comme un chapon à la broche. » Aujourd'hui l'Académicien de 1814 n'oserait sans doute plus tenir un pareil langage devant les preuves *matérielles* qui surabondent ; car, en voyant de ses propres yeux le mouvement s'effectuer, il serait bien forcé, bon gré, mal gré, de reconnaître qu'en effet *il tourne.*

NOTE I.

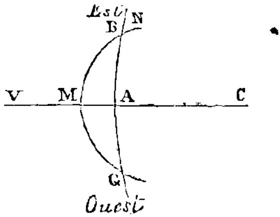
572. Soient (*fig.* 228) AZ la direction de la pesanteur, AV la verticale modifiée par la force centrifuge AH, VC la direction de l'attraction terrestre sur le corps qui tombe du point V. Ce corps, soumis à l'impulsion tangentielle et à l'attraction VC, se mouvra dans le plan VMC des deux forces, perpendiculaire au Méridien PAP'.

Fig. 228.



Or, d'après M. Dupré, le plan du grand cercle VMC coupe le parallèle AK au point où le corps tombant de V dans le vide rencontrerait la Terre. Et comme dans l'air, le temps de la chute est plus grand que dans le vide, la vitesse horizontale étant conservée, le corps qui tombe dans le plan du grand cercle VMC, arrivera vers l'*Est* dans le plan VMGBC (*fig.* 229) du cercle VMC de la *fig.* 228, un peu plus loin, en N, que le point B d'intersection du grand cercle et du parallèle, par conséquent au Sud du parallèle CAB

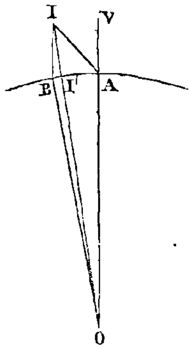
Fig. 229.



qui contient le pied de la tour verticale du sommet de laquelle est tombé le corps. De là les déviations vers le Sud, observées en Allemagne.

Lorsque, au lieu d'être abandonné, du haut vers le bas, à l'action de la pesanteur, le corps est lancé verticalement suivant AV (*fig.* 228), ce corps est sollicité par la pesanteur AC et par la vitesse initiale AV. Il tend par conséquent vers AM; et cette tendance compensera la séparation des intersections de la surface terrestre par les plans AV, AK; séparation qui amènerait très au Sud du parallèle AK le corps tombant dans le plan AV.

Fig. 230.



Quant à la déviation vers l'Ouest, elle sera énorme en vertu de la loi des aires qui doivent être proportionnelles au temps comme dans le mouvement des Planètes par rapport au Soleil. L'angle AOI (*fig.* 230), correspondant à l'aire décrite par le mobile pendant l'ascension est évidemment plus petit que l'angle AOB correspondant à l'aire équivalente que décrit le point A duquel le mobile est parti. Il en sera de même pendant la descente; et retombé sur Terre, le mobile se trouvera en arrière ou à l'*Ouest* de la position que sera venu prendre le point A, d'un angle égal au double de BOI' ou de BOI.

NOTE II.

573. Soit ω la vitesse angulaire de rotation de la Terre, λ la latitude du point a (*fig.* 231), $(-d\lambda)$ la différence des latitudes de a et de b, enfin R le rayon terrestre et $\mathrm{R}\cos\lambda$ le rayon du parallèle ac, l'angle de rotation baf dans l'unité de temps sera donné par l'équation

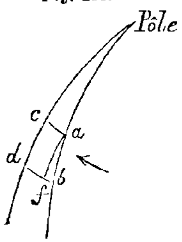
$$\sin baf = baf = \frac{bf}{ab} = \frac{d.ac}{ab} = \frac{d.\mathrm{R}\omega\cos\lambda}{-\mathrm{R}d\lambda} = \frac{-\mathrm{R}\omega\sin\lambda\, d\lambda}{-\mathrm{R}d\lambda} = \omega\sin\lambda;$$

ac étant l'arc de parallèle qui correspondrait à l'unité de temps.

Au Pôle où $\sin\lambda$ est égal à l'unité, l'angle de rotation serait ω. La vitesse de rotation, et par suite le temps employé pour un tour entier, varient donc proportionnellement au sinus de la latitude.

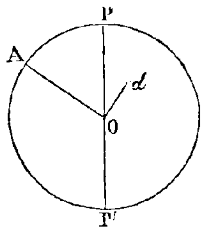
Remarquez, d'ailleurs, que dans l'oscillation descendante ab (*fig.* 225) le plan de la diagonale ag, suivie par le pendule, se trouvera toujours à l'*Ouest* du pied O de la verticale; qu'il sera constamment à l'*Est*, au contraire, dans l'oscillation ascendante *bh* (*fig.* 226). Ce plan tendra donc lui-même à osciller tantôt de l'*Ouest* vers l'*Est*, tantôt, au contraire, de l'*Est* vers l'*Ouest*; d'où résulteront, pour la boule du pendule, des vitesses composées de deux autres, parallèlement et perpendiculairement au méridien; et de là, sans doute, les oscillations elliptiques remarquées par divers observateurs, mais jusqu'à présent inexpliquées, si je ne me trompe.

Fig. 231.



On peut, au reste, obtenir la vitesse angulaire de rotation horizontale par d'autres méthodes, entre autres par le principe de la décomposition des vitesses, tout à fait analogue à celui du parallélogramme des forces, et qui consiste en ceci que : la vitesse de rotation autour de l'axe PP' (*fig.* 232) étant représentée par ω, les composantes de cette vitesse autour de deux lignes rectangulaires AO et O*d*, menées par le centre de la Terre dans le méridien PAP', sont respectivement égales à

Fig. 232.



$$\omega \cos AOP = \omega \sin \lambda \text{ et } \omega \cos Pod = \omega \cos \lambda.$$

Or, pour le point A, la rotation autour de O*d*, perpendiculaire à OA, est évidemment comme la rotation autour de OP pour l'Équateur, c'est-à-dire sans effet sur le plan d'oscillation du pendule. Il ne restera donc, par rapport à ce plan, que la rotation autour de AO, ou la composante $\omega \sin \lambda$, comme plus haut. L'autre composante de la rotation autour de O*d* servirait à rendre compte des oscillations elliptiques résultant du déplacement du pied de la verticale du pendule par rapport au plan d'oscillation.

VINGT-DEUXIÈME LEÇON.

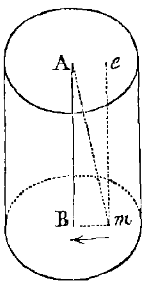
Mouvement de translation de la Terre.

Mouvement de translation de la Terre prouvé par le phénomène connu sous le nom d'aberration de la lumière. — Angle d'aberration. — Aberration d'un Astre situé au pôle de l'Écliptique. — Le phénomène n'est pas un effet de parallaxe. — Aberration d'un Astre situé dans le plan de l'Écliptique. — Aberration d'un Astre situé entre l'Écliptique et le pôle de ce plan. — Formule générale d'aberration. — Aberration en longitude. — Aberration en latitude. — Aberration en ascension droite. — Aberration en déclinaison. — Détermination de la constante. — Aberration du Soleil. — Aberration des Planètes et des Comètes. — Aberration diurne en ascension droite. — Aberration diurne en distance polaire. — Relations entre l'aberration et la parallaxe annuelle. — Nutation. — Historique. — Analyse géométrique du phénomène. — Calcul des effets de la nutation sur les coordonnées des Astres. — Déterminations préliminaires : — 1° Variation de l'obliquité ω. — 2° Variation de la longitude ☊ du nœud. — 3° Variation des points équinoxiaux. — Les effets de la nutation sont nuls en latitude, et les mêmes, en longitude, pour toutes les Étoiles. — Effets de la nutation en ascension droite et en déclinaison. — Modifications à introduire dans la théorie précédente. — Maximum et minimum de la nutation. — Détermination des constantes.

574. **Mouvement de translation de la Terre, prouvé par le phénomène connu sous le nom d'aberration de la lumière.** — Nous avons déjà constaté (dix-huitième Leçon, n^{os} 448 et 449) que la marche de la Terre autour du Soleil, ou le système de Copernic, et la marche du Soleil entraînant les Planètes autour de la Terre, c'est-à-dire le système de Tycho-Brahé, satisfont également aux diverses

apparences des mouvements planétaires. Seulement, à défaut d'autres preuves, la petitesse de la Terre par rapport au Soleil ferait naître déjà de fortes présomptions d'immobilité pour ce dernier Astre (1); et, comme les Coperniciens des premiers temps, nous pourrions, sans nouveaux indices, en conclure le mouvement de la Terre. Mais nous avons mieux, depuis plus d'un siècle, que de simples inductions; car les admirables recherches effectuées par Bradley, de 1725 à 1728, sur les petits déplacements des Étoiles, sont en quelque sorte, pour la translation, le pendant de celles de M. Foucault pour la rotation, et permettent, pour ainsi dire, d'observer la marche de la Terre à travers l'espace.

Fig. 233.



Voulez-vous avoir une idée nette de la découverte de Bradley? supposez un tube droit, percé haut et bas, sur la même verticale, de deux trous A, B (*fig.* 233), et laissez tomber une bille par le trou A. Cette bille, dans le cas d'immobilité de l'appareil, viendra sortir évidemment par le trou B.

Mais si le tube, au lieu d'être immobile, glisse parallèlement à l'horizon dans le sens mB, la bille, pour sortir, devra rencontrer une autre ouverture m, placée en arrière du point B, de manière que mB soit parcouru par le tube dans le temps que la bille emploie à parcourir verticalement la hauteur AB.

575. — Remplacez maintenant la bille par un rayon lumineux venant suivant la direction AB, le tube par une lunette, et supposez que la Terre parcourt une longueur mB perpendiculairement au rayon lumineux AB, vous aurez la direction mA, dans laquelle il faudra placer l'axe optique de la lunette pour viser à l'Étoile qui envoie le faisceau lumineux AB.

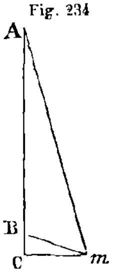
Angle d'aberration. — Ce n'est donc pas exactement vers l'Étoile, ou suivant la ligne me, parallèle à BA, que vous devrez, si la Terre se meut, diriger votre lunette, mais suivant

(1) Je fais ici, bien entendu, abstraction du mouvement commun qui emporte le Soleil et les Planètes vers la constellation d'Hercule.

la ligne mA, légèrement inclinée dans le sens de votre propre mouvement, et faisant, avec me, l'angle emA, auquel on donne le nom d'angle d'*aberration*. La valeur de cet angle dépend évidemment du rapport entre la vitesse de la Terre et la vitesse de la lumière (1). Il est, en moyenne, égal à 20′,44.

576. — Dans le cas où le mouvement de la Terre serait oblique au rayon visuel envoyé par l'Étoile, c'est-à-dire dans le cas où l'Étoile, au lieu d'être située à 90 degrés de latitude (Pôle de l'Écliptique) (note du n° 127); aurait une latitude quelconque, on trouverait encore très-aisément l'angle d'aberration mAB (*fig.* 234); il suffirait, en effet, de projeter la vitesse mB de l'observateur suivant la perpendiculaire mC au rayon lumineux AB, pour conclure immédiatement la valeur de cet angle, qui serait évidemment plus petit que dans le cas précédent, et qui même deviendrait tout à fait nul (la position *apparente* de l'Étoile, se confondant alors avec la position *vraie*), si la Terre marchait vers l'Étoile ou s'en éloignait suivant la direction AB (2).

Fig. 234



(1) Si l'on prend les longueurs mB, AB pour les vitesses u, v de la Terre et de la lumière, ce que l'on peut toujours faire puisque l'unité de temps est arbitraire, on aura pour l'angle α d'aberration

$$\text{tang}\,(\alpha = emA = mAB) = \frac{mB}{AB} = \frac{u}{v}.$$

(2) $\text{Tang}(\alpha = mAB) = \frac{mC}{AC} = \frac{mB \,.\, \sin mBC}{AB + BC} = \frac{u \sin mBC}{v + u \cos mBC} = \frac{u}{v} \sin mBC$

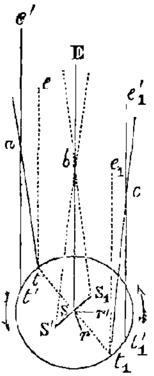
à cause de la vitesse u de la Terre, très-petite (un dix-millième à peu près), à côté de la vitesse v de la lumière; et si l'on désigne par I l'inclinaison mBA du mouvement de la Terre sur la direction du rayon lumineux, ($\sin mBA$ étant égal à $\sin mBC$), l'on a

$$\text{tang}\,\alpha = \frac{u}{v} \sin \text{I};$$

formule générale qui montre tang α croissant d'abord de 0 à $\frac{u}{v}$ pour les valeurs de I comprises entre 0 et 90 degrés, et décroissant ensuite de $\frac{u}{v}$ à 0 avec les valeurs de I allant de 90 à 180 degrés.

577. — En appliquant les considérations précédentes à la voûte étoilée, nous reconnaîtrons qu'au Pôle E (*fig.* 235) de l'Écliptique, c'est-à-dire sur la perpendiculaire SE à ce plan, élevée par le centre même du Soleil, les Astres doivent sembler décrire chaque année (abstraction faite de l'ellipticité de l'orbite terrestre), un petit cercle de 20″,44 de rayon ; car lorsque la Terre t va parcourir tt' pendant que la lumière envoyée de l'Étoile parcourra la distance at', c'est suivant la direction ta, et non suivant te, que nous apercevrons l'Étoile. Nous apercevrions le même Astre suivant t_1c, et non suivant t_1e_1 parallèle à te (1), lorsque la Terre est en t_1, etc.

Fig. 235.



Aberration d'un Astre situé au pôle de l'Écliptique. — Or, comme les dimensions de l'orbite terrestre sont insensibles par rapport à la distance des Étoiles, si l'on suppose la Terre transportée au centre même de cette orbite, il suffira, pour avoir les directions successives dans lesquelles sera vue l'Étoile, de prendre sur la perpendiculaire SE une longueur Sb égale à la vitesse de la lumière, de porter à partir du point S des lignes SS', SS_1, Sr, Sr', etc., respectivement égales et parallèles aux vitesses tt', t_1t_1', etc., de la Terre dans son orbite, et de joindre les extrémités de ces diverses lignes au point b ; d'où résultera (puisque nous faisons abstraction de l'ellipticité de notre orbite, auquel cas la vitesse de la Terre devient uniforme), un cône droit à base circulaire, dont l'ouverture $S'bS_1$ double de S'bS ou de 20″,44 vaudra, par conséquent, 40″,88, et sur les arêtes duquel l'Étoile sera successivement rapportée. Cette étoile semblera donc décrire un cercle, intersection du cône droit et de la sphère céleste ;

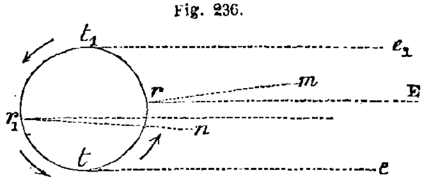
(1) La parallaxe annuelle, ou les dimensions de l'orbite terrestre étant insensibles, les lignes te, $t'ae'$, t_1e_1, $t'_1ce'_1$, sont parallèles entre elles et à la ligne SbE.

et tel est, en effet, le résultat que Bradley tira de l'observation.

578. **Le phénomène n'est pas un effet de parallaxe.** — Remarquez, d'ailleurs, que ce résultat ne saurait être attribué à la parallaxe; car il se produit précisément dans un plan $S'S_1b$, parallèle à tt' ou à $t_1t'_1$, et perpendiculaire au plan tt_1b, dans lequel agit la parallaxe. Celle-ci tend toujours à projeter l'Étoile vers le Soleil, tandis que l'aberration projette, au contraire, l'Étoile perpendiculairement au rayon vecteur, ou tangentiellement à l'orbite terrestre.

579. **Aberration d'un Astre situé dans le plan de l'Écliptique.** — Supposez maintenant une Étoile située dans le plan de l'Écliptique. Il vous sera facile de reconnaître que

Fig. 236.

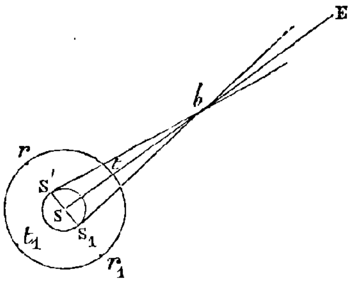


l'aberration devient alors, tout simplement, un petit arc de 40″88. Car des deux points t et t_1 (*fig.* 236) où la direction du mouvement de la Terre aboutit exactement à l'Étoile, vous apercevrez cette Étoile à la place même qu'elle occupe, tandis que, venu soit en r soit en r_1, vous la verrez portée, dans le premier cas vers m, dans le second vers n, 20″,44 à droite et à gauche de sa position véritable. Ce qui montre bien, en effet, que sans sortir du plan de l'Écliptique, l'Étoile paraît osciller, annuellement, de 40″88.

580. **Aberration d'un Astre situé entre l'Écliptique et le Pôle de ce plan.** — Supposez enfin l'Étoile ayant une latitude quelconque; et vous trouverez pour la courbe annuelle apparente, une ellipse produite sur la Sphère céleste par le cône, oblique cette fois, mais toujours à base circulaire, qui résulte, comme dans le cas où l'Étoile était à 90 degrés de latitude, du transport des vitesses succesives de la Terre

autour du centre même de l'Écliptique. Le grand axe de l'ellipse sera toujours égal évidemment à 40″,88, valeur fournie par les positions t, t_1 (*fig.* 237) qu'occupe l'observateur quand la Terre se meut parallèlement à des perpendiculaires S_1S, SS' au rayon visuel SbE; et le petit axe, donné par les points r, r_1 dans lesquels notre mouvement s'exécute sous le plus petit angle possible avec le rayon visuel, variera, suivant la latitude de l'Étoile, entre les limites extrêmes, 0 et 40″,88 qui correspondent, l'une à la latitude nulle, l'autre à la latitude 90 degrés (1).

Fig. 237.



581. Tels sont les principaux phénomènes qui doivent, si la Terre circule autour du Soleil, résulter de la combinaison de notre propre mouvement avec la marche progressive de la lumière. L'observation justifie pleinement, à cet égard, les prévisions de la théorie ; et c'est une grande gloire pour Bradley d'avoir su démêler, à travers des causes nombreuses de méprise, la régularité des mouvements annuels d'aberration. Moins facile à constater, à première vue, que le passage du plan d'oscillation du pendule dans les divers azimuts, le phénomène résulte cependant avec une entière évidence de la discussion attentive des observations ; et l'accord constant de l'observation avec le calcul, quand on détermine, l'une par l'autre, soit la position *vraie*, soit la position *apparente* des

(1) Le grand axe étant 40″,88 diamètre de la base circulaire du cône, le petit axe sera évidemment la projection de ce diamètre, perpendiculairement au rayon visuel. Si l'on désigne par λ la latitude de l'Étoile, on aura donc 40″,88 sur λ pour le petit axe dont les valeurs extrêmes (0 et 40″,88) correspondront en effet à $\lambda = 0$, et $\lambda = 90$.

Étoiles, devient pour l'intelligence une preuve tout aussi palpable, que l'est pour l'œil l'expérience du pendule ou du gyroscope (1).

582. Ni le mouvement de rotation, ni le mouvement de translation de notre Globe ne peuvent donc désormais être raisonnablement mis en doute; et la Terre, cette prétendue reine du monde, aujourd'hui dépouillée de son antique prestige, n'est plus qu'une humble *vassale*, reléguée presque au dernier rang parmi des sœurs assujetties, comme elle, à graviter autour du Soleil (2).

(1) L'angle d'aberration ainsi que la vitesse de la lumière pouvant être obtenus directement, il sera facile, quand on les aura déterminés, d'en déduire immédiatement la vitesse de translation de la Terre et par suite la longueur du contours de l'orbite que nous parcourons en un an. D'où l'on tirera, comme l'a fait récemment M. Foucault, le rayon de cette orbite, ou la parallaxe du Soleil.

(2) Voir les notes ci-après, sur l'aberration et la nutation.

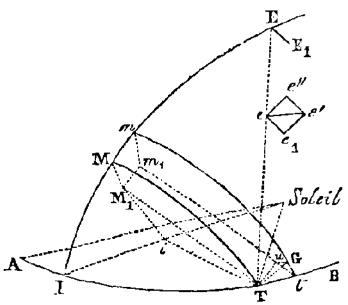
NOTE I.

SUR L'ABERRATION.

Voici, d'après Delambre, une méthode fort simple pour calculer les effets de l'aberration sur les coordonnées (longitude, latitude, ascension droite et déclinaison) des étoiles.

583. **Formule générale d'aberration.** — Soient (*fig.* 238), AB l'écliptique; IE un grand cercle quelconque passant par l'Étoile E, et coupant l'écliptique en I; et Tt le chemin parcouru par la Terre ♁ dans le temps (493^s,2 suivant Delambre; 497^s,8 suivant M. Struve) que la lumière emploie à venir du Soleil. Abaissons de T et de t les arcs de grand cercle TM, tm perpendiculaires sur l'arc IE, ainsi que les sinus TM_1, tm_1 de ces arcs, la distance moyenne de la Terre au Soleil étant prise pour rayon de la sphère céleste ou pour unité. Soient, en outre, l'arc de petit cercle TG parallèle au plan de IE et Tu une parallèle à la droite M_1m_1.

Fig. 238.



Si l'on prend sur la ligne TE qui joint la Terre à l'Étoile, une longueur Te égale au rayon de la sphère céleste; et si, par le point e, l'on mène les lignes ee', ee'', ee_1 respectivement égales et parallèles à Tt, Tu, tu, il est évident que ces lignes représenteront : l'une, l'aberration totale de l'Étoile; les deux autres, les composantes de l'aberration parallèlement et perpendiculairement au plan IE. L'on aura donc pour la dernière,

$$tu = d\,TM_1 = d\,(\text{Distance de la ♁ au plan IE}).$$

Or le triangle TIM_1 étant rectangle en M_1 et l'angle TIM_1 de ce triangle étant égal à l'angle (TIM = I) du triangle sphérique TIM, il est clair que TM_1 est égal à $Ti.\sin I$. Comme d'ailleurs le triangle rectangle STi donne

$$Ti = TS.\sin TSi = TS.\sin TSI = R.\sin TSI,$$

R étant le rayon vecteur de la Terre, il vient en définitive

$$TM_1 = Ti.\sin I = R.\sin I.\sin TSI.$$

$$tu = d\,TM_1 = d(R\sin I.\sin TSI)$$

$$= dR.\sin I.\sin TSI + R\sin I\cos TSI.d\,TSI;$$

car R et TSI changent seuls par l'effet du déplacement de la Terre.

Désignons par θ l'anomalie vraie de la Terre, comptée soit du périgée, soit de l'apogée A; nous aurons

$$TSI = \theta - \text{const ISA}.$$

D'où $d\,TSI = d\theta$; et par suite

$$tu = dR.\sin I.\sin TSI + R\,d\theta\sin I.\cos TSI;$$

ou plus simplement en représentant l'angle TSI par l'arc TI

$$tu = dR.\sin I.\sin TI + R\,d\theta.\sin I\cos TI,$$

expression dans laquelle nous devrons substituer les valeurs de dR et de $Rd\theta$ résultant du mouvement elliptique.

Pour obtenir ces valeurs, désignons par e l'excentricité de l'ellipse terrestre dont le demi-grand axe sera l'unité, par T la durée de la révolution sidérale de la Terre, enfin par n le moyen mouvement angulaire $\frac{2\pi}{T}$. Le mouvement elliptique et la loi des aires donneront, suivant que l'on comptera les anomalies du périgée ou de l'apogée,

$$R = \frac{1-e^2}{1 \pm e\cos\theta}$$

$$R^2 d\theta = \frac{2\pi\sqrt{1-e^2}}{T}\,dt = ndt\sqrt{1-e^2};$$

d'où
$$Rd\theta = \frac{ndt.\sqrt{1-e^2}}{R};$$

d'où aussi, avec une approximation plus que suffisante,

$$dR = \pm e\sin\theta\,d\theta$$

$$Rd\theta = \frac{ndt.\sqrt{1-e^2}(1 \pm e\cos\theta)}{1-e^2} = ndt(1 \pm e\cos\theta)(1-e^2)^{-\frac{1}{2}}$$

$$= ndt(1 \pm e\cos\theta)\left(1+\frac{1}{2}e^2\right)$$

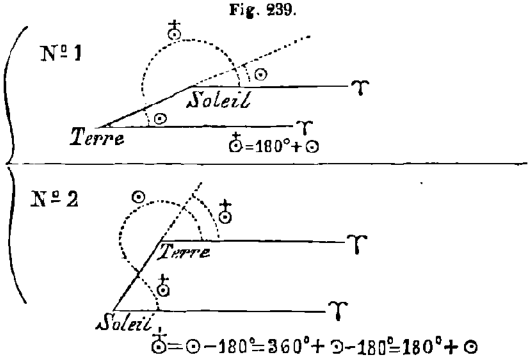
$$= ndt\left[\left(1+\frac{1}{2}e^2\right) \pm \left(1+\frac{1}{2}e^2\right)e\cos\theta\right].$$

Ce sont les quantités à substituer dans tu; le moyen mouvement ndt dans le temps dt que la lumière emploie à nous venir du Soleil, étant égal, d'après Delambre, à 20″,25 et à 20″,445 d'après M. Struve.

Evaluons maintenant les valeurs de I et de IT pour les différents cercles EI perpendiculairement auxquels nous voulons trouver l'aberration.

584. **Aberration en longitude.** — Soit l'angle I égal à 90 degrés; IE sera la latitude de l'Étoile, IT la longitude de la Terre moins celle de l'Étoile, $= ♁ - \text{E}$. Et comme la longitude de la Terre est toujours égale à la longitude $\odot$ du Soleil augmentée de 180 degrés,

Fig. 239.



ainsi qu'il est facile de s'en convaincre par les deux constructions de la *fig.* 239, où le rayon vecteur mené de la Terre au Soleil fait avec la ligne équinoxiale de laquelle sont comptées les longitudes tantôt en angle plus petit, tantôt au contraire en angle plus grand que 180 degrés, on peut remplacer ♁ par $180° + \odot$ afin de trouver $\odot$ dans les éphémérides qui ne donnent pas ♁. Alors la valeur de tu devient

$tu =$ aberration perpendiculaire au cercle de la latitude EI

$=$ aberration parallèle à l'Écliptique

$$= d\text{R} \sin(180° + \odot - \text{E}) + \text{R}\, d\theta \cos(180° + \odot - \text{E}).$$

Pour ramener à l'Écliptique cette valeur qui correspond à la région de l'Étoile, il n'y a plus, évidemment, qu'à la diviser par le cosinus de la latitude, car l'on a (*fig.* 240) $\dfrac{\text{EE}_1}{\text{II}_1} = \dfrac{\text{R}\cos\lambda}{\text{R}}$, λ étant la latitude IE de l'Étoile.

D'où

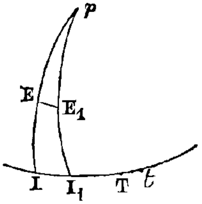
$\text{II}_1 =$ aberration en longitude comptée sur le cercle même de l'Écliptique.

$$= \frac{\text{EE}_1}{\cos\lambda} = \frac{tu}{\cos\lambda} = \frac{d\text{R}.\sin(180° + \odot - \text{E})}{\cos\lambda} + \frac{\text{R}\,d\theta}{\cos\lambda}\cos(180° + \odot - \text{E})$$

$$= \frac{d\text{R}}{\cos\lambda}\sin(\text{E} - \odot) - \frac{\text{R}\,d\theta}{\cos\lambda}\cos(\text{E} - \odot).$$

585. **Aberration en latitude.** — Supposons maintenant que le cercle IE de la *fig.* 239 soit perpendiculaire au cercle de la latitude passant par l'Étoile E, il est clair qu'alors le point I sera le pôle de ce grand cercle de latitude, et que l'angle I aura pour mesure la latitude λ de l'Étoile. L'arc IT sera, lui-même, égal à la longitude de la Terre moins la longitude du point I; et comme la longitude du point I est égale à la longitude de l'Étoile moins 90°, E — 90°, il viendra

Fig. 240.



$$\begin{aligned}\mathrm{IT} &= \text{♁} - (\mathrm{E} - 90^\circ) = (180^\circ + \odot) - (\mathrm{E} - 90^\circ)\\ &= 270^\circ + \odot - \mathrm{E} = 360^\circ + \odot - \mathrm{E} - 90^\circ = \odot - \mathrm{E} - 90^\circ\end{aligned}$$

d'où, à cause de $\mathrm{I} = \lambda$

tu = aberration en distance polaire de l'Écliptique (puisque c'est la quantité dont l'Étoile paraît descendre de e vers e_1)

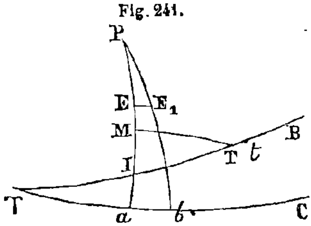
$$\begin{aligned}&= d\mathrm{R}\sin\lambda\sin(\odot - \mathrm{E} - 90^\circ) + \mathrm{R}d\theta\sin\lambda\cos(\odot - \mathrm{E} - 90^\circ)\\ &= -d\mathrm{R}\sin\lambda.\cos(\odot - \mathrm{E}) + \mathrm{R}d\theta\sin\lambda\sin(\odot - \mathrm{E}).\end{aligned}$$

Et par suite, puisque l'effet en latitude est évidemment inverse de l'effet en distance polaire,

aberration en latitude $= d\mathrm{R}\sin\lambda\cos(\odot - \mathrm{E}) - \mathrm{R}d\theta\sin\lambda\sin(\odot - \mathrm{E})$.

586. **Aberration en ascension droite.**—Soient encore (*fig.* 241) ΥB l'Écliptique; Υc l'Équateur; P le pôle du monde; Pa, Pb les cercles de déclinaisons passant par les positions vraie et apparente E, E_1 de l'Étoile; E_1 étant le lieu où l'aberration en Æ porterait cette Étoile. Puisque EE_1 est l'aberration dans le parallèle, $\dfrac{\mathrm{EE}_1}{\cos \mathrm{D}}$ (D étant la déclinaison de l'Étoile) sera l'aberration ab comptée sur l'Équateur; et si, dans la formule générale trouvée plus haut, on substitue pour IT la valeur (ΥT—ΥI), on aura

Fig. 241.



$$\begin{aligned}\mathrm{EE}_1 &= \text{valeur de } tu \text{ de la } fig.\ 239\\ &= d\mathrm{R}\sin \mathrm{I}.\sin(\Upsilon\mathrm{T} - \Upsilon\mathrm{I}) + \mathrm{R}d\theta\sin\mathrm{I}.\cos(\Upsilon\mathrm{T} - \Upsilon\mathrm{I})\\ &= d\mathrm{R}\sin\mathrm{I}.\sin\Upsilon\mathrm{T}\cos\Upsilon\mathrm{I} - d\mathrm{R}\sin\mathrm{I}.\cos\Upsilon\mathrm{T}.\sin\Upsilon\mathrm{I}\\ &\quad + \mathrm{R}d\theta\sin\mathrm{I}.\cos\Upsilon\mathrm{T}.\cos\Upsilon\mathrm{I} + \mathrm{R}d\theta\sin\mathrm{I}.\sin\Upsilon\mathrm{T}.\sin\Upsilon\mathrm{I}.\end{aligned}$$

Or dans le triangle rectangle $\Upsilon\mathrm{I}a$, on a

$$\sin\mathrm{I}\sin\Upsilon\mathrm{I} = \sin\Upsilon a = \sin \text{Æ};$$

car Υa est l'ascension droite ($Æ$) de l'Étoile. Cette valeur de $\sin I \sin \Upsilon I$ portée dans l'équation

$$\sin I \cos \Upsilon I = \sin I . \sin \Upsilon I \operatorname{cotang} \Upsilon I,$$

donne $$\sin I \cos \Upsilon I = \sin Æ \operatorname{cotang} \Upsilon I;$$

et à cause de $\operatorname{cotang} \Upsilon I = \operatorname{cotang} \Upsilon a . \cos \Upsilon = \operatorname{cotang} Æ \cos \omega$ (ω représentant, conformément à l'usage, l'obliquité $a \Upsilon I$ de l'Écliptique), il vient enfin

$$\sin I \cos \Upsilon I = \sin Æ \operatorname{cotang} Æ \cos \omega = \cos Æ \cos \omega.$$

On a d'ailleurs, $\quad \Upsilon T = ♁ = 180^\circ + \odot;$

d'où $\quad \cos \Upsilon T = -\cos \odot, \quad \sin \Upsilon T = -\sin \odot;$

et la substitution de ces diverses valeurs dans EE_1 donne

$$\text{aberration en } Æ = \frac{EE_1}{\cos D}$$

$$= \frac{-dR \sin \odot \cos Æ \cos \omega + dR \cos \odot \sin Æ - R d\theta \cos \odot \cos Æ \cos \omega - R d\theta \sin \odot \sin Æ}{\cos D}$$

$$= -\frac{dR}{\cos D}(\sin \odot \cos Æ \cos \omega - \cos \odot \sin Æ) - \frac{R d\theta}{\cos D}(\cos \odot \cos Æ \cos \omega + \sin \odot \sin Æ).$$

587. **Aberration en déclinaison.** — Soit enfin le cercle IE perpendiculaire au cercle de déclinaison Ea (*fig.* 242), les deux angles E et a vaudront chacun 90 degrés. L'angle V aura Ea, égal à la déclinaison D de l'Étoile, pour mesure. L'arc IT sera égal à

$$I\Upsilon + \Upsilon T = I\Upsilon + ♁ = I\Upsilon + 180^\circ + \odot;$$

et la valeur EE_1 de l'aberration en distance polaire deviendra dans ce cas

$$\begin{aligned} EE_1 \text{ ou } tu \text{ de la } fig.\ 238 &= \text{aberration en distance polaire} \\ &= dR \sin I \sin(I\Upsilon + \Upsilon T) + R d\theta \sin I \cos(I\Upsilon + \Upsilon T) \\ &= dR \sin I(-\sin I\Upsilon \cos \odot - \cos I\Upsilon . \sin \odot) \\ &\quad + R d\theta \sin I(-\cos I\Upsilon \cos \odot + \sin I\Upsilon \sin \odot). \end{aligned}$$

Mais le triangle $V\Upsilon I$ donne

$$\sin V : \sin I :: \sin I\Upsilon : (\sin \Upsilon V = \cos \Upsilon a = \cos Æ).$$

D'où $$\sin I \sin I\Upsilon = \sin V \cos Æ = \sin D \cos Æ;$$

et par suite

$$(\sin I \cos I\Upsilon = \sin I \sin I\Upsilon \operatorname{cotang} I\Upsilon) = \sin D \cos Æ \operatorname{cotang} I\Upsilon.$$

En outre, dans le même triangle $V\Upsilon I$, l'on a par la formule des cotangentes

$$\begin{aligned} (\cos V\Upsilon \cos V\Upsilon I = \sin Æ \cos \omega) &= \sin V\Upsilon \operatorname{cotang} I\Upsilon - \sin V\Upsilon I \operatorname{cotang} \Upsilon V I \\ &= \cos Æ \operatorname{cotang} I\Upsilon - \sin \omega \operatorname{cotang}(180^\circ - D), \end{aligned}$$

par conséquent

$$\cos Æ \operatorname{cotang} I\Upsilon = \sin Æ \cos \omega - \sin \omega \operatorname{cotang} D;$$

et, en substituant,

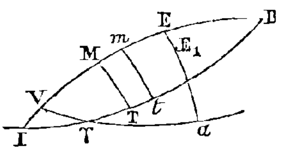
$$(\sin \mathrm{I} \cos \mathrm{I}\Upsilon = \sin \mathrm{D} \cos \text{Æ} \operatorname{cotang} \mathrm{I}\Upsilon)$$
$$= \sin \mathrm{D} \sin \text{Æ} \cos \omega - \sin \mathrm{D} \sin \omega \operatorname{cotang} \mathrm{D}$$
$$= \sin \mathrm{D} \sin \text{Æ} \cos \omega - \sin \omega \cos \mathrm{D}.$$

Les valeurs de $\sin \mathrm{I} \sin \mathrm{I}\Upsilon$ et de $\sin \mathrm{I} \cos \mathrm{I}\Upsilon$ portées dans EE_1 donnent ensuite

$$(\mathrm{EE}_1 = \text{aberration en distance polaire} = -\text{aberration en déclinaison})$$
$$= -d\mathrm{R} \cos \odot \sin \mathrm{D} \cos \text{Æ} - d\mathrm{R} \sin \odot \sin \mathrm{D} \sin \text{Æ} \cos \omega + d\mathrm{R} \sin \odot \sin \omega \cos \mathrm{D}$$
$$- \mathrm{R}d\theta \cos \odot \sin \mathrm{D} \sin \text{Æ} \cos \omega + \mathrm{R}d\theta \cos \odot \sin \omega \cos \mathrm{D} + \mathrm{R}d\theta \sin \odot \sin \mathrm{D} \cos \text{Æ}.$$

588. **Détermination de la constante.** — Ces formules se simplifient beaucoup lorsqu'on néglige l'excentricité de l'orbite terrestre auquel cas les termes en $d\mathrm{R}$ disparaissent. Quant au coefficient $\mathrm{R}d\theta$, il devient constant et forme alors ce qu'on nomme la *constante a de l'aberration* dont la détermination peut être aisément obtenue de la manière suivante :

Fig 242



Soient Æ et D les coordonnées moyennes de l'Étoile ; et supposons que les variations observées proviennent en entier de l'aberration (la nutation y entre pour une part que nous apprendrons plus tard à calculer). Négligeons d'ailleurs, afin d'abréger, les termes très-faibles provenant de l'excentricité de l'orbite. Les valeurs α' α'' de l'aberration en distance polaire correspondant aux longitudes $\odot'$ $\odot''$ du Soleil, deviendront

$$\alpha' = a \sin \mathrm{D} (\sin \odot' \cos \text{Æ} - \cos \odot' \sin \text{Æ} \cos \omega) + a \cos \mathrm{D} \cos \odot' \sin \omega,$$
$$\alpha'' = a \sin \mathrm{D} (\sin \odot'' \cos \text{Æ} - \cos \odot'' \sin \text{Æ} \cos \omega) + a \cos \mathrm{D} \cos \odot'' \sin \omega;$$

et par suite

$$(1) \quad (\alpha'' - \alpha') = \text{différ. des distances polaires observ. aux deux époques}$$
$$= a \sin \mathrm{D} \cos \text{Æ} (\sin \odot'' - \sin \odot')$$
$$- a \sin \mathrm{D} \sin \text{Æ} \cos \omega (\cos \odot'' - \cos \odot')$$
$$+ a \cos \mathrm{D} \sin \omega (\cos \odot'' - \cos \odot'),$$

formule qui, après la substitution de $\odot'$, $\odot''$, donnera la valeur de a puisque $(\alpha'' - \alpha')$ sera connu par l'observation des deux distances polaires.

Différenciez cette formule, et vous aurez les valeurs de $\odot'$, $\odot''$ qui rendront l'effet de l'aberration maximum. Vous trouverez ainsi

$$d\,(\text{aberr. en D}) = 0 = a \sin \mathrm{D} \cos \text{Æ} (\cos \odot'' d\odot'' - \cos \odot' d\odot')$$
$$+ a \sin \mathrm{D} \sin \text{Æ} \cos \omega (\sin \odot'' d\odot'' - \sin \odot' d\odot')$$
$$- a \cos \mathrm{D} \sin \omega (\sin \odot'' d\odot'' - \sin \odot' d\odot'),$$

et comme, évidemment, les longitudes $\odot' \odot''$ sont indépendantes l'une de l'autre, vous devrez égaler à 0 chacun des coefficients de $d\odot''\ d\odot'$; ce qui vous donnera deux conditions identiques, ou une seule équation

$$(2)\quad \text{Cotang}\,\odot' = \text{cotang}\,\odot'' = \frac{\cos D \sin \omega - \sin D \sin Æ \cos \omega}{\sin D \cos Æ}$$
$$= \frac{\text{cotang}\, D \sin \omega - \sin Æ \cos \omega}{\cos Æ},$$

valeur précisément égale à celle trouvée plus haut (n° 587) pour (— cotang $\mathrm{I}\Upsilon$.).

D'où $\quad \odot' = -\mathrm{I}\Upsilon$ ou $= 180° - \mathrm{I}\Upsilon = \Upsilon\mathrm{B}$ (*fig.* 242).

$\odot'$ ne pouvant pas d'ailleurs être égal à $\odot''$, puisqu'alors α' et α'' étant égaux, $\alpha'' - \alpha'$ serait nul, ce qui serait le cas du minimum; si l'on prend $\odot' = -\mathrm{I}\Upsilon$, il faut prendre $\odot'' = \Upsilon\mathrm{B} = 180° - \mathrm{I}\Upsilon$, car $\Upsilon\mathrm{B}$ et $-\mathrm{I}\Upsilon$ ont la même cotangente. Le maximum d'aberration en déclinaison aura donc lieu quand on prendra les deux aberrations correspondant aux positions I et B du Soleil, c'est-à-dire, aux *nœuds*, sur l'Écliptique du grand cercle qui passe par l'Étoile.

Si l'on voulait, afin de se rendre indépendant des réfractions atmosphériques, employer seulement, comme le fit Bradley, des Étoiles voisines du zénith, la valeur de D étant déterminée, on ne pourrait disposer que de Æ (indépendamment, bien entendu, de $\odot'$ et $\odot''$ que l'on sait déjà devoir différer de 180°) pour rendre maxima les effets de l'aberration; et on voit immédiatement qu'en prenant $\odot' = 90°$, $\odot'' = 270°$ et $Æ = 0$, on réduit, dans ce cas, la valeur de $\alpha'' - \alpha'$ à $2a \sin D$, condition très-simple qui donne $a = \frac{\alpha'' - \alpha'}{2 \sin D}$. Pour tout autre cas, le choix arbitraire de trois des quatre quantités $\odot'$, $\odot''$, Æ, D ($\odot'$, $\odot''$ différant toujours de 180 degrés en vertu de la condition trouvée plus haut, cotang $\odot'$ = cotang $\odot''$ = etc.) déterminera la *quatrième* ainsi que a par les équations (1) et (2).

On pourrait également déterminer a par l'aberration en Æ, mais c'est moins commode; et l'on préfère employer la méthode des déclinaisons, parce que les différences de déclinaison, surtout vers le zénith, sont plus certaines que les différences d'ascension droite.

Bradley, par plusieurs Étoiles remarquables, trouva $2a = 40'',4$ et $40'',5$ en rejetant deux Étoiles qu'une plus faible amplitude dans l'aberration rendait moins concordantes. Si l'on admet le second résultat $40'',5$ on tombe exactement sur celui que Delambre a déduit de 1000 Éclipses du premier Satellite de Jupiter, et qui diffère assez peu lui-même de celui ($40'',99$), obtenu plus tard par M. Struve.

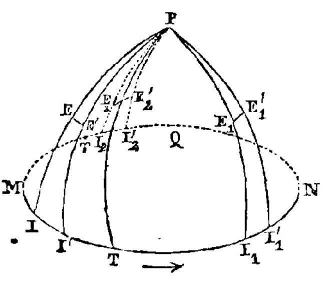
Ainsi l'aberration existe et confirme à son tour le mouvement de la Terre.

589. **Aberration du Soleil.** — Le Soleil, la Lune et les Planètes éprouvent également les effets du mouvement progressif de la lumière, c'est-à-dire, une sorte d'aberration comme les Étoiles. Pour le premier de ces corps, qui n'est lui-même, en définitive, qu'une Étoile, il suffira de substituer dans les formules précédentes, aux quantités Æ, D, E, λ les valeurs relatives au Soleil. L'aberration en latitude sera cependant toujours nulle, puisque le facteur $\sin\lambda$ de cette aberration est égal à 0. Quant aux aberrations en Æ et en D, on peut généralement s'en passer, et, sans s'inquiéter de l'aberration, calculer les coordonnées équatoriales par la longitude apparente qui n'exige que la détermination de l'aberration en longitude. On n'a guère besoin, en effet, de connaître l'aberration du Soleil que pour calculer le lieu géocentrique des Planètes. Or, les tables renfermant d'habitude cette aberration dans les époques de la longitude moyenne, et donnant par conséquent les lieux apparents, il suffit, pour avoir les lieux vrais, d'ajouter au lieu tabulaire du Soleil l'aberration ($R d\theta = a$) en longitude.

590. **Aberration de la Lune.**—Pour la Lune, l'aberration provient seulement du mouvement de cet Astre par rapport à la Terre supposée immobile. Pendant le temps ($1^s,25$ environ) que la lumière emploie à nous en arriver, notre Satellite parcourt moyennement un arc de $0'',8$ dans son orbite presque confondue avec l'Écliptique. C'est cet arc $0'',8$ que l'on prend pour l'aberration en longitude. Quant à l'aberration en latitude, elle se déduirait de la valeur $0'',8$ multipliée par $\sin\lambda$, quantité très-petite, puisque la latitude de la Lune n'atteint guère que 5 degrés.

591. **Aberration des Planètes et des Comètes.** — Enfin, pour les Planètes et les Comètes qui sont mobiles en même temps que la Terre autour du Soleil, m étant le mouvement relatif angulaire de l'Astre dans le temps que la lumière met à nous en arriver, il est clair que ce mouvement m sera l'angle d'aberration, car il exprimera précisément la différence entre la position vraie et la position apparente; et suivant que m sera le déplacement relatif en Æ en D en longitude l ou en latitude λ, on aura l'une ou l'autre des diverses aberrations. Il ne s'agit donc, pour passer des positions apparentes aux positions réelles des Planètes et des Comètes, que de calculer les valeurs de m dans les différents cas. Un pareil calcul n'a rien de difficile; mais son développement nous entraînerait ici trop loin.

Fig. 243.



592. **Aberration diurne en ascension droite** — Remarquons, en terminant, que le mouvement de rotation de la Terre produit, à son tour, une aberration diurne dont la constante, pour chaque latitude terrestre L, est égale à 0″,31 cos L ou au produit de la constante 20″,25 du mouvement de translation par le rapport

$$\left(\frac{2\pi r}{86400} : \frac{2\pi R}{365,25 \times 86400}\right)$$

des vitesses de rotation et de translation de la Terre; R étant égal à 23984 fois le rayon terrestre r.

Soient PT (*fig.* 243) le méridien terrestre de l'observateur, E l'Astre et IEP le cercle de déclinaison de cet Astre. Nous avons vu (n° 583) que l'aberration perpendiculaire à un cercle quelconque est, dans l'hypothèse de R constant, égale à $R d\theta \sin I \cos TI = a \sin I \cos TI$. Quand il s'agira de l'aberration diurne, la formule deviendra donc

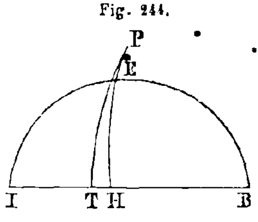
$$0'',31 \cos L \,.\, \sin I \cos TI.$$

Si vous voulez que cette formule vous donne l'aberration en Æ, vous n'aurez qu'à faire $I = 90$, $TI = T =$ angle horaire de l'Étoile, et vous aurez $EE_1 = 0'',31 \cos L \cos P$; d'où, en transportant cette quantité sur l'Équateur pour avoir II, vous trouvez

$$II_1 = \text{aberration en Æ comptée sur l'Équateur} = \frac{0'',31 \cos L \cos P}{\cos D}.$$

Tant que cos P sera positif, c'est-à-dire, tant que P sera compris entre $+90°$, et $-90°$, ce qui a lieu pour les Étoiles situées dans l'angle horaire MTN les arcs MT et TN valant chacun 90 degrés, l'aberration augmentera l'ascension droite ♈MI ou ♈MI_1; en effet, elle portera l'Étoile de E en E′ ou de E_1 en E'_1 dans le sens même du mouvement de l'observateur T. Mais au delà de ± 90 degrés, c'est-à-dire, pour les Étoiles situées dans l'angle horaire MQN, il est clair qu'elle agira suivant $E_2E'_2$ toujours parallèlement au mouvement diurne de l'observateur T, et de manière à diminuer l'ascension droite ♈$MTNQI_2$ de la quantité $I_2I'_2$ projection de $E_2E'_2$ sur l'Équateur. Cela d'ailleurs ne peut évidemment avoir lieu dans notre hémisphère que pour les Étoiles boréales, les seules qui soient visibles à 90 degrés du méridien.

Fig. 244.



593. **Aberration diurne en distance polaire.** — Quant à l'aberration diurne de distance polaire, vous l'obtiendrez aisément en remarquant que l'Équateur BTI, et le cercle IE (*fig.* 244) qui passe par l'Étoile, étant perpendiculaires au cercle de déclinaison PE de cette Étoile, l'angle I aura pour mesure la déclinaison D; l'arc IT sera le

complément, à son tour, dé l'angle horaire $P = HPT$; et la formule $0'',31 \cos L \cdot \sin I \cos IT$ deviendra

$$\text{aberration diurne en distance polaire} = 0''31 \cos L \sin D \sin P\,;$$

quantité sensiblement nulle et dont le maximum ne peut dépasser $0'',31$ tandis qu'à cause du dénominateur $\cos D$ le maximum de l'aberration diurne en Æ est susceptible de croître notablement avec D.

594. **Relations entre l'aberration et la parallaxe annuelle.** — Encore une remarque au sujet de l'aberration. — Rapprochez les formules trouvées plus haut de celles qui sont relatives à la parallaxe annuelle des Étoiles (nos 330 et suiv.) vous aurez, en négligeant l'excentricité de l'orbite terrestre :

ABERRATION	PARALLAXE
en ascension droite	
$\frac{-a}{\cos D}(\cos\odot \cos \text{Æ} \cos\omega + \sin\odot \sin \text{Æ})$	$+\frac{\varpi}{\cos D}(\sin\odot \cos \text{Æ} \cos\omega - \cos\odot \sin \text{Æ})$
en distance polaire	
$-a\cos\odot \sin D \sin \text{Æ} \cos\omega$	$-\varpi \sin\odot \sin D \sin \text{Æ} \cos\omega$
$+a\cos\odot \sin\omega \cos D + a\sin\odot \sin D \cos \text{Æ}$	$+\varpi \sin\odot \sin\omega \cos D - \varpi \cos\odot \sin D \cos \text{Æ}$
en longitude	
$\frac{-a}{\cos\lambda}\cos(E-\odot)$	$-\frac{-\varpi}{\cos\lambda}\sin(E-\odot)$
en latitude	
$+a\sin\lambda \sin(E-\odot)$	$-\varpi \sin\lambda \cos(E-\odot)$

La simple inspection de ces formules suffit pour montrer l'erreur de Flamsteed, qui voulait expliquer par la parallaxe les effets de l'aberration; car elles indiquent, du reste, ce que nous avons déjà remarqué géométriquement, que la parallaxe agit dans un plan perpendiculaire à celui de l'aberration; en d'autres termes qu'elle est maxima quand l'aberration est nulle, et réciproquement, jusqu'à $\cos\odot$ et $\cos(E-\odot)$ égaux à l'unité correspondent successivement les valeurs 0 pour $\sin\odot$ et $\sin(E-\odot)$. On peut donc passer de l'aberration à la parallaxe par le changement de a en ϖ et de $\odot$ en $90^\circ + \odot$. D'où il suit que les tables qui auraient servi pour l'aberration serviraient aussi pour les calculs de parallaxe. Car il suffirait d'ajouter 90 degrés à ce qu'on nomme le lieu (Æ ou longitude) du Soleil, et de diminuer la constante a dans le rapport $a : \varpi$.

NOTE II.

SUR LA NUTATION.

595. **Historique.** — Les détails relatifs à l'aberration nous conduisent tout naturellement à quelques développements sur la nutation qui fut découverte également par Bradley, et dont l'illustre Astronome remarqua les effets, précisément dans les observations qu'il avait entreprises pour vérifier sa théorie de l'aberration. Car les phénomènes, quoique d'accord, généralement, avec les règles de calcul que s'était faites Bradley, ne tardèrent pas à révéler des altérations beaucoup plus lentes, dont la période parut être de 18 ans comme celle de la révolution des nœuds de la Lune, et qui faisaient varier les déclinaisons des Étoiles, de 9 secondes environ, en plus et en moins.

Bradley se trouva conduit de la sorte à supposer une relation entre la révolution des nœuds de la Lune et l'effet aperçu ; de même que la période d'un an pour l'aberration l'avait amené, dès l'abord, à soupçonner une relation avec le mouvement de la Terre.

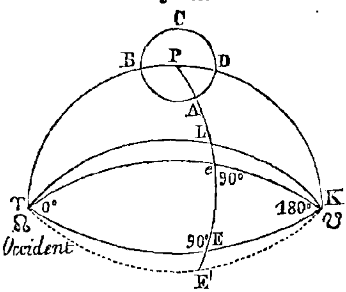
Déjà cependant Newton s'était aperçu que l'attraction devait produire une inégalité liée au nœud de la Lune et à laquelle il donnait aussi le nom de *nutation* ou *balancement*, mais qu'il jugeait à peu près insensible. Encore trop peu avancée alors pour permettre de déterminer *à priori* des variations dues à l'action de notre Satellite sur le sphéroïde terrestre, l'analyse ne put en effet que plus tard, entre les mains de d'Alembert, et lorsque déjà depuis plus douze ans les Astronomes étaient en possession des règles de calcul données soit par Bradley, soit par Machin, ramener la cause du phénomène à l'attraction.

Il existe, du reste, également une nutation produite par le Soleil, seulement l'amplitude et la durée de cette dernière sont de beaucoup inférieures aux manifestations analogues de la nutation lunaire. Comme d'ailleurs c'est la théorie qui les a dévoilées, leurs études ainsi que celle des inégalités de la nutation lunaire appartiennent plus spécialement à la *mécanique céleste*. Quant à la découverte de Bradley, voici comment, en supposant ses effets uniformes, ce qui est sensiblement vrai, l'observation lui donna naissance et comment on peut calculer son influence sur les positions des Astres.

596. **Analyse géométrique du phénomène.** — Soient (*fig.* 245) ♈EK l'Équateur ; ♈eK l'Écliptique ; PeE le colure des Solstices et P le Pôle. En 1727 le nœud ascendant ☊ de l'orbite lunaire était en ♈ à 0 de longitude, l'orbite de la Lune avait la position ♈LK, et le nœud descendant ☋ se trouvait en K à 180 degrés de longitude. Quant au Pôle P de l'Équateur, Bradley s'aperçut qu'il était descendu en A, que par conséquent l'Équateur ♈EK était lui-même venu en ♈E′K et que les déclinaisons des Étoiles placées sur le colure PE′, se trouvaient augmentées de 9 secondes ; tandis que sur le prolongement de PE′ les déclinaisons étaient au contraire diminuées de la même quantité. L'obliquité ω de l'Écliptique avait également varié de 9 secondes par suite du petit déplacement de l'Équateur.

Pendant que le nœud de la Lune rétrogradait sur l'Écliptique, qu'il allait, par exemple, de 360 à 270 degrés, les déclinaisons variaient comme si le Pôle allait de A vers B sur le contour du cercle décrit avec un rayon $PA = 9''$; de telle sorte que lorsque le nœud fut venu à 270 degrés de longitude, le Pôle était arrivé en B sur le colure des Équinoxes. Plus tard, en 1736, quand le nœud de la Lune parvint à la longitude 180 degrés en K, le Pôle se trouvait en C. Le même point arrivait ensuite en D ; puis enfin reprenait sa position primitive A lorsque le nœud repassait, à son tour, par l'Équinoxe ♈.

Fig. 245.



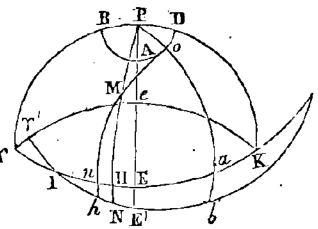
Bradley dut donc supposer que le Pôle rétrogradait successivement de A en B, en C, en D et en A, se trouvant toujours, *sur son petit cercle* ABCD, de 90 degrés plus avancé, *ou moins reculé* que ne l'était *sur l'Écliptique* le nœud ascendant de la Lune, avec lequel il rétrogradait.

597. **Calcul des effets de la nutation sur les coordonnées des Astres.** — Pour calculer maintenant l'influence de la nutation sur les coordonnées des Astres, supposez le Pôle en O (*fig.* 246), OAB étant plus grand que 90 degrés, et par conséquent le nœud de la Lune se trouvant dans le premier quadrant des longitudes à une distance de ♈ égale à l'arc AO, puisque le Pôle sera venu en A et aura parcouru l'arc OA quand le nœud de la Lune arrivera en ♈ après avoir parcouru lui-même sur l'Écliptique un arc égal à OA. Vous aurez donc évidemment, $BAO = 90° +$ longitude du nœud $= 90° + ☊$;

$$OPA = \text{longitude du nœud} = ☊.$$

Menez PO jusqu'à l'Équateur, en a. L'arc $a\Upsilon$ sera égal aussi à $90°+☊$.

Fig. 246.



Prolongez de $ab = \text{PO}$; prenez $a\text{I} = 90°$ et joignez les points Ib par un arc de grand cercle bI. Cet arc bI sera la position de l'Équateur, correspondant à celle O du Pôle; et son intersection Υ' avec l'Écliptique ΥeK vous donnera l'Équinoxe déplacé par l'effet de la nutation. $\Upsilon\Upsilon'$ exprimera donc l'effet de la nutation sur les longitudes ou l'angle dont *toutes* les longitudes devront être diminuées, puisque au lieu de compter de Υ vous aurez à compter de Υ'; et l'arc ΥI sera égal, à son tour, à la longitude ☊ du nœud.

598. **Déterminations préliminaires : 1° variation de l'obliquité ω; 2° variation de la longitude ☊ du nœud; 3° variation des points équinoxiaux.** — Or, le triangle $\Upsilon\Upsilon'$I permet de calculer aisément trois quantités qui sont nécessaires pour corriger les effets de la nutation. Vous connaissez donc ce triangle : $\Upsilon =$ obliquité ω de l'Écliptique, $\Upsilon\text{I} = ☊$, $\text{I} = ab = 9''$; et vous pouvez obtenir par conséquent $\Upsilon' = 180° - \omega' =$ supplément de l'obliquité modifiée par la nutation, Υ'I que nous désignerons par ☊$'$, enfin $\Upsilon\Upsilon'$.

Vous avez d'abord :

$$\cos\omega' = \cos\omega\cos\text{I} - \sin\omega\sin\text{I}\cos ☊ \doteq \cos\omega - \text{I}\sin\omega\cos ☊$$

à cause de I très-petit.

D'où

$$\left[\cos\omega' - \cos\omega = 2\sin\frac{1}{2}(\omega - \omega')\sin\frac{1}{2}(\omega + \omega')\right] = -\text{I}\sin\omega\cos ☊ ;$$

ou, très-sensiblement

$$(1)\qquad (\omega - \omega') = \text{I}\cos ☊ = \text{variation d'obliquité}.$$

Vous aurez ensuite

$$[\tang \Upsilon'\text{I} = \tang ☊'] = \frac{\sin ☊}{\cos\text{I}\cos ☊ + \sin\text{I}\,\text{cotang}\,\omega} = \frac{\tang ☊}{1 + \frac{\text{I}\,\text{cotang}\,\omega}{\cos ☊}};$$

par conséquent, $\quad \tang ☊'\left(1 + \frac{\text{I}\,\text{cotang}\,\omega}{\cos ☊}\right) = \tang ☊ ;$

par conséquent encore

$$\left[\operatorname{tang}\Omega' - \operatorname{tang}\Omega = \frac{\sin\Omega'}{\cos\Omega'} - \frac{\sin\Omega}{\cos\Omega} = \frac{\sin(\Omega'-\Omega)}{\cos\Omega'\cos\Omega}\right]$$

$$= -\frac{\mathrm{I}\operatorname{cotang}\omega\operatorname{tang}\Omega'}{\cos\Omega} = -\mathrm{I}\operatorname{cotang}\omega\frac{\sin\Omega'}{\cos\Omega'\cos\Omega};$$

et

(2) $[\sin(\Omega'-\Omega) = \Omega'-\Omega] = -\mathrm{I}\operatorname{cotang}\omega\sin\Omega' = -\mathrm{I}\operatorname{cotang}\omega\sin\Omega.$

Vous aurez enfin

$$\operatorname{tang}\Upsilon\Upsilon' = \frac{\sin\Omega}{\cos\Omega\cos\omega + \sin\omega\operatorname{cotang}\mathrm{I}} = \frac{\sin\Omega\operatorname{tang}\mathrm{I}}{\cos\Omega\cos\omega\operatorname{tang}\mathrm{I} + \sin\omega}$$

ou en négligeant au dénominateur le terme très-petit et en remplaçant tang $\Upsilon\Upsilon'$ par $\Upsilon\Upsilon'$.

(3) $$\Upsilon\Upsilon' = \frac{\mathrm{I}\sin\Omega}{\sin\omega} = \mathrm{I}\sin\Omega\operatorname{cosec}\omega.$$

599. **Les effets de la nutation sont nuls en latitude, et les mêmes, en longitude, pour toutes les Étoiles.** — L'équation (1) vous donne la correction d'obliquité de l'Écliptique; l'équation (2) va vous donner la correction en Æ, et l'équation (3) fournit le déplacement $\Upsilon\Upsilon'$ des points équinoxiaux sur l'Écliptique, c'est-à-dire la correction en longitude commune à toutes les Étoiles. Quant aux effets de la nutation sur les latitudes, ils sont nuls évidemment, puisque l'Écliptique ne se déplace pas par la nutation.

600. — Il ne reste donc plus qu'à déterminer les variations en Æ et en D. Pour cela, soit M (*fig.* 246) une Étoile; menez les cercles de déclinaison PMH, OMh, qui correspondent aux deux positions P et O du Pôle, les angles H et h étant droits, vous aurez dans les triangles MnH MNh, en désignant par DD′ les déclinaisons de l'Étoile, rapportées aux deux positions de l'Équateur,

$$\operatorname{tang} n\mathrm{H} = \sin \mathrm{MH}.\operatorname{tang}\mathrm{M} = \sin \mathrm{D}.\operatorname{tang}\mathrm{M}$$

ou bien $$\operatorname{tang}\mathrm{N}h = \sin \mathrm{M}h.\operatorname{tang}\mathrm{M} = \sin\mathrm{D}'\operatorname{tang}\mathrm{M}.$$

Mais le triangle PMO donne

$$\operatorname{tang}\mathrm{M} = \frac{\sin\mathrm{OPM}}{\sin\mathrm{PM}.\operatorname{cotang}\mathrm{PO} - \cos\mathrm{PM}\cos\mathrm{OPM}} = \frac{\sin a\mathrm{H}}{\cos\mathrm{D}\operatorname{cotang}\mathrm{I} - \sin\mathrm{D}\cos a\mathrm{H}}$$

$$= \frac{\cos\mathrm{IH}\operatorname{tang}\mathrm{I}}{\cos\mathrm{D} - \sin\mathrm{D}\sin\mathrm{IH}\operatorname{tang}\mathrm{I}} = \frac{\cos(Æ - \Omega)\operatorname{tang}\mathrm{I}}{\cos\mathrm{D}}.$$

Car IH $= \Upsilon\mathrm{H} - \Upsilon\mathrm{I} =$ ascension droite Æ de l'Étoile, moins longitude Ω du nœud $=$ Æ $- \Omega$.

Substituez cette valeur de tang M dans celles de tang nH et de tang Nh, vous obtiendrez

$$(\operatorname{tang} n\mathrm{H} = n\mathrm{H}) = \mathrm{I} \operatorname{tang} \mathrm{D} \cos(\mathrm{AR} - \Omega),$$
$$(\operatorname{tang} \mathrm{N}h = \mathrm{N}h) = \mathrm{I} \frac{\sin \mathrm{D}'}{\cos \mathrm{D}} \cos(\mathrm{AR} - \Omega),$$

quantités sensiblement égales et qui ne sont autre chose que l'effet de la nutation en ascension droite, particulier à chaque Étoile. En effet l'ascension droite pour le pôle P est ΥH ; elle est $\Upsilon'h$ pour le pôle O. La différence

$$\begin{aligned}(\Upsilon'h - \Upsilon\mathrm{H}) &= (\Upsilon'\mathrm{I} - \Upsilon\mathrm{I}) + (\mathrm{I}h - \mathrm{IH}) \\ &= (\Omega' - \Omega) - n\mathrm{H} = -\mathrm{I} \operatorname{cotang} \omega \sin \Omega - \mathrm{I} \operatorname{tang} \mathrm{D} \cos(\mathrm{AR} - \Omega) \\ &= (\Omega' - \Omega) - \mathrm{N}h = -\mathrm{I} \operatorname{cotang} \omega \sin \Omega - \mathrm{I} \frac{\sin \mathrm{D}'}{\cos \mathrm{D}} \cos(\mathrm{AR} - \Omega)\end{aligned}$$

exprime donc la correction totale en AR ; et cette correction se compose, comme on voit, de deux termes dont l'un, donné par l'équation (2), indépendant des coordonnées de l'Étoile est commun par conséquent à toutes les Étoiles, dont l'autre, au contraire, varie avec la position de chaque Étoile puisqu'il contient les coordonnées AR, D ou D' qui caractérisent les divers Astres du Firmament.

Effets de la nutation en ascension droite et en déclinaison. — Le triangle POM vous donne également

$$\begin{aligned}(\cos \mathrm{OM} = \sin \mathrm{D}') &= \cos \mathrm{PO} . \cos \mathrm{PM} + \sin \mathrm{PO} . \sin \mathrm{PM} \cos \mathrm{OPM} \\ &= \cos \mathrm{I} \sin \mathrm{D} + \sin \mathrm{I} \cos \mathrm{D} \sin(\mathrm{AR} - \Omega).\end{aligned}$$

D'où

$$\left[(\sin \mathrm{D}' - \sin \mathrm{D}) = 2 \sin \tfrac{1}{2}(\mathrm{D}' - \mathrm{D}) \cos \tfrac{1}{2}(\mathrm{D}' + \mathrm{D})\right] = \mathrm{I} \cos \mathrm{D} \sin(\mathrm{AR} - \Omega);$$

et

$$(\mathrm{D}' - \mathrm{D}) = \mathrm{I} \sin(\mathrm{AR} - \Omega).$$

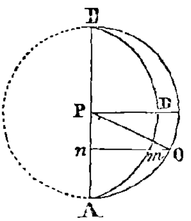
Ainsi, vous avez en résumé

$$(4)\left\{\begin{aligned}&\text{Correction de la nutation en AR} \\ &\quad = -\mathrm{I} \operatorname{cotang} \omega \sin \Omega - \mathrm{I} \operatorname{tang} \mathrm{D} \cos(\mathrm{AR} - \Omega) \\ &\quad = -\mathrm{I} \operatorname{cotang} \omega \sin \Omega - \mathrm{I} \operatorname{tang} \mathrm{D} \cos \mathrm{AR} \cos \Omega - \mathrm{I} \operatorname{tang} \mathrm{D} \sin \mathrm{AR} \sin \Omega, \\ &\text{Correction de la nutation en D} \\ &\quad = +\mathrm{I} \sin(\mathrm{AR} - \Omega) = \mathrm{I} \sin \mathrm{AR} \cos \Omega - \mathrm{I} \cos \mathrm{AR} \sin \Omega.\end{aligned}\right.$$

601. — Ces formules satisfaisaient aux observations de Bradley ; mais l'accord était plus parfait encore dans une ellipse ayant des axes de 9 et de 8 secondes. Plus tard, Dalembert démontra que si le grand axe est 9 secondes, le petit axe sera $9'' . \frac{\cos 2\omega}{\cos \omega} = 6'',7$. Mayer faisait le grand axe de 9'',66 ; Maskeline, de 9''55 ; Laplace, de 9'',58, etc. On peut adopter comme moyenne $9'',60 = a$. Le petit axe b devient alors $a \frac{\cos 2\omega}{\cos \omega}$.

Modifications à introduire dans la théorie précédente. — Soit ADB (*fig.* 247) l'ellipse de la nutation; m étant une quelconque des positions vraies du Pôle, le point m sera précisément sur la perpendiculaire nO, aboutissant au point O, où se trouverait le Pôle dans l'hypothèse du cercle. Il faudra donc, dans les formules précédentes, remplacer Ω par Ω_1 et PO ou I par

Fig. 247.



$$\mathrm{P}m = \mathrm{PO}.\frac{\sin \mathrm{O}}{\sin m} = \mathrm{I}\frac{\cos \mathrm{OPA}}{\cos m\mathrm{PA}} = \mathrm{I}\frac{\cos \Omega}{\cos \Omega_1}$$

(Ω et Ω_1 étant les longitudes du nœud qui correspondraient aux angles APO, APn).

Vous aurez alors

$$(1) \qquad \omega' - \omega = \mathrm{I}\frac{\cos\Omega}{\cos\Omega_1}\cos\Omega_1 = \mathrm{I}\cos\Omega,$$

comme précédemment,

$$(2) \qquad \Upsilon\Upsilon' = \left(\mathrm{I}\frac{\cos\Omega}{\cos\Omega_1}\right)\sin\Omega_1 \operatorname{cosec}\omega = \mathrm{I}\cos\Omega \operatorname{tang}\Omega_1 \operatorname{cosec}\omega.$$

Or
$$\operatorname{tang}\Omega_1 = \frac{nm}{\mathrm{P}n} = \frac{\mathrm{O}n\frac{b}{a}}{\mathrm{P}n} = \frac{\mathrm{O}n}{\mathrm{P}n}\cdot\frac{b}{a} = \frac{b}{a}\operatorname{tang}\Omega;$$

d'où

$$(3) \qquad \Upsilon\Upsilon' = \mathrm{I}\frac{b}{a}\sin\Omega \operatorname{cosec}\omega = b\sin\Omega\operatorname{cosec}\omega$$

à cause de $\mathrm{I} = \mathrm{PO} = a$.

Vous aurez enfin

$$(4)\left\{\begin{aligned}
&\text{Nutation en Æ} \\
&= -\left(\mathrm{I}\frac{\cos\Omega}{\cos\Omega_1}\right)\operatorname{cotang}\omega\sin\Omega_1 - \left(\mathrm{I}\frac{\cos\Omega}{\cos\Omega_1}\right)\operatorname{tang}\mathrm{D}\cos\text{Æ}\cos\Omega_1 \\
&\qquad - \left(\mathrm{I}\frac{\cos\Omega}{\cos\Omega_1}\right)\operatorname{tang}\mathrm{D}\sin\text{Æ}\sin\Omega_1 \\
&= -b\sin\Omega\operatorname{cotang}\omega - a\cos\Omega\operatorname{tang}\mathrm{D}\cos\text{Æ} - b\sin\Omega\operatorname{tang}\mathrm{D}\sin\text{Æ}. \\
&\text{Nutation en D} \\
&= \left(\mathrm{I}\frac{\cos\Omega}{\cos\Omega_1}\right)\sin\text{Æ}\cos\Omega_1 - \left(\mathrm{I}\frac{\cos\Omega}{\cos\Omega_1}\right)\cos\text{Æ}\sin\Omega_1 \\
&= a\cos\Omega\sin\text{Æ} - b\sin\Omega\cos\text{Æ}.
\end{aligned}\right.$$

602. **Maximum et minimum de la nutation.** — Différenciez ces dernières formules par rapport à Ω, et vous obtiendrez le lieu du Ω, qui rend la nutation maxima pour une Étoile donnée, ou l'Étoile à observer pour une valeur donnée du nœud. Seulement, dans l'usage, la nutation en ascension droite étant moins commode que celle

en déclinaison pour la détermination des deux constantes a, b, si vous vous arrêtez, afin d'abréger, à cette dernière, vous trouverez

$$\frac{d\,(\text{nutation en D})}{d.\Omega} = -a \sin\Omega \sin Æ - b \cos\Omega \cos Æ = 0\,;$$

et par suite $\tan Æ \tan\Omega = -\frac{b}{a}$.

Vous trouveriez en différentiant par rapport à Æ,

$$\frac{d\,(\text{nutation en D})}{d.Æ} = a \cos\Omega \cos Æ + b \sin\Omega \sin Æ\,;$$

d'où vous tireriez $\tan Æ \tan\Omega = -\frac{a}{b}$,

formules qui ne peuvent être satisfaites simultanément que par

$$Æ = 90°,\ \Omega = 0,\ \text{ou}\ Æ = 0\ \text{et}\ \Omega = 90°,$$

parce que dans les deux cas les premiers nombres deviennent $0 \times \infty$ ou indéterminées. L'un de ces systèmes correspond au maximum de la nutation suivant le grand axe AB, l'autre au minimum suivant le petit axe PD.

Sauf ce cas, qui caractérise le maximum et le minimum *absolus*, et dans lequel on voit bien géométriquement ce qui a lieu, les formules précédentes donneront, en vue d'un maximum ou d'un minimum *relatifs*, soit l'ascension droite à observer, quand on a le nœud, soit la position à attendre pour le nœud quand on a l'ascension droite. Les coefficients différentiels du second ordre feraient connaître alors quel est celui des deux (maximum ou minimum) que l'on obtient. Mais, sans se préoccuper de ces détails, on peut arriver aisément à la détermination *expérimentale* des constantes a et b par le procédé suivant.

603 **Détermination des constantes.** — Soient (Æ et D) (Æ′ et D′) les coordonnées moyennes des deux Étoiles ; α, α', β, β' les valeurs de la nutation en déclinaison, pour ces Étoiles, à deux époques différentes, et Ω, Ω' les longitudes correspondantes du nœud ; vous aurez successivement

$$\begin{aligned}
D + \alpha &= D + a \cos\Omega \sin Æ - b \sin\Omega \cos Æ,\\
D + \beta &= D + a \cos\Omega' \sin Æ - b \sin\Omega' \cos Æ,\\
D' + \alpha' &= D' + a \cos\Omega \sin Æ' - b \sin\Omega \cos Æ',\\
D' + \beta' &= D' + a \cos\Omega' \sin Æ' - b \sin\Omega' \cos Æ',
\end{aligned}$$

équations qui vous donnent celles-ci,

[$(\alpha - \beta)$ = différence des déclinaisons observées aux deux époques pour la première Étoile.]

$$= a \sin Æ (\cos\Omega - \cos\Omega') - b \cos Æ (\sin\Omega - \sin\Omega'),$$

[$(\alpha' - \beta')$ = différence des déclinaisons observées aux deux époques pour la deuxième Étoile]

$$= a \sin Æ' (\cos\Omega - \cos\Omega') - b \cos Æ' (\sin\Omega - \sin\Omega'),$$

dans lesquelles tout est connu, excepté a et b, et qui serviront, par conséquent, à déterminer ces constantes. On voit d'ailleurs immédiatement que les premiers membres seront les plus grands possibles pour $☊' = 180° + ☊$, c'est-à-dire quand les observations auront été faites à 9 ans d'intervalle, puisque les nœuds emploient 18 ans à parcourir 360 degrés.

Tels sont, sans doute, les procédés que, dans l'ignorance où il était de la théorie, Bradley dut employer pour trouver a et b.

Il est bon de remarquer, au reste, que, dans l'hypothèse d'un cercle parcouru par le Pôle, la nutation en Æ est formée de deux termes, dont l'un $-\,\mathrm{I}\cot\!\operatorname{ang}\omega \sin ☊$ (4), n° 600, commun à toutes les Étoiles, et l'autre $\mathrm{I}\,\operatorname{tang}\mathrm{D}\cos(Æ - ☊)$ contient le facteur tang D, très-petit pour les Étoiles voisines de l'Équateur. L'aberration en ascension droite ayant elle-même pour dénominateur cos D, qui atteint son maximum à 90° de distance polaire, on voit pourquoi les anciens catalogues donnent assez exactement les ascensions droites des Étoiles zodiacales, quoique ni l'aberration ni la nutation ne fussent connues, ou, en d'autres termes, pourquoi les ascensions droites *moyennes* diffèrent peu des ascensions droites *apparentes*.

VINGT-TROISIÈME LEÇON.

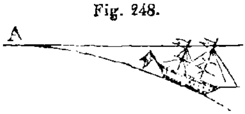
Forme et grandeur de la Terre.

Premiers aperçus relatifs à la rondeur de la Terre. — Mesures d'Eratostène; de Posidonius; des Arabes; de Fernel; de Snellius et de Norwood; de Picard; de Lahire et Cassini II; des Commissaires de l'Académie au Pérou et au Cercle polaire; de Swanberg; de Lacaille et de Cassini III. — Mesures plus modernes. — *Mesure française servant de base au système métrique.* — Mesure des parallèles; elle prouve que la Terre n'est pas rigoureusement un solide de révolution. — Détermination de l'aplatissement par le pendule. — Idées des opérations géodésiques de la triangulation. — Détermination des latitudes aux deux extrémités de l'arc mesuré. — Mesure d'un arc de parallèle. — Détermination des longitudes aux deux extrémités de l'arc de parallèle mesuré. — Mesure des bases. — Réduction au niveau de la mer. — Réduction au centre de station. — Simplifications proposées par M. Faye pour les mesures géodésiques. — Détermination des latitudes en mer; arbalestrille des navigateurs du XV^e siècle. — Quartier anglais; instruments à réflexion; octant, sextant et cercle entier. — Vérification des instruments à réflexion. — Détermination des longitudes en mer. — Pilotage par le lock, l'ampoulette et la boussole; compensateur de Barlow. — Loxodromie et cartes marines ou de Mercator. — Températures de la mer. — Courants. — Contre-courants inférieurs; salure. — Différences de niveau entre les petites mers. — Changements dans les niveaux respectifs des mers et des continents. — Chaleur centrale et fluidité probable de l'intérieur du Globe. — Phénomènes volcaniques. — Conclusions; théories cosmogoniques; système de Laplace sur la formation des Planètes et des Satellites. — Détermination de l'aplatissement à l'aide de deux degrés mesurés sous des latitudes différentes. — Les oscillations du pendule en divers points du Globe font ressortir l'aplatissement. — Valeurs de l'aplatissement obtenues théoriquement par Huyghens et par Newton. — Recherches de divers Géomètres sur cette question. — Mesure de l'aplatissement par le pendule. — Usage du cercle répétiteur. — Projections orthographiques : 1° sur le Méridien ; 2° sur l'Équateur. — Projections stéréographiques : 1° sur l'Équateur ; 2° sur le Méridien. — Projections par développement pour les pays peu étendus ; développement conique de Ptolémée. — Développement de Flamsteed. — Projection modifiée de Flamsteed, ou développement du Dépôt de la guerre.

404. **Premiers aperçus relatifs à la rondeur de la Terre.** — Les éclipses de Lune, dans lesquelles on voit l'ombre de

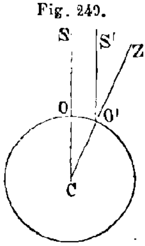
la Terre se projeter circulairement sur notre Satellite; l'apparition et la disparition des vaisseaux à la surface de la mer où l'on aperçoit, du rivage A, le sommet des mâts, pendant que le corps du navire est caché sous l'horizon (*fig.* 248); la marche des fleuves qui suivent les pentes générales des terrains avoisinants, et qui peuvent être pris généralement eux-mêmes, à cause de la lenteur habituelle de leurs courants, pour le prolongement des mers dans lesquelles ils se jettent; la petitesse relative des rugosités de l'écorce terrestre (montagnes, vallées, etc.), comparées aux dimensions du Globe, etc.; des particularités frappantes, assez nombreuses en un mot, avaient conduit les anciens à supposer que la Terre est ronde. Aussi, 246 ans avant notre ère, convaincu, sans autres preuves, de la sphéricité de notre Planète, Ératostènes le premier essaya-t-il d'en mesurer le contour.

Fig. 248.



605. **Mesure d'Ératostènes.** — Cet Astronome savait qu'à midi, le jour du Solstice d'été, on voyait, à Syéne, le fond des puits directement éclairé par le Soleil. L'Astre lumineux qui faisait alors un angle de 7° 12′ avec la verticale d'Alexandrie, passait donc au zénith de Syéne. D'où, sans tenir compte ni de la *réfraction* qu'il ignorait, ni des circonvolutions du chemin mesuré le long du Nil, et qu'*on lui avait dit* être de 5000 stades, ni de la différence (trois degrés) de longitude entre Alexandrie et Syéne; considérant d'ailleurs les lignes OS, O′S′ (*fig.* 249) menées des deux stations O, O′ au Soleil, comme parallèle, c'est-à-dire, faisant abstraction et des parallaxes et des dimensions du Soleil, dont un point quelconque pouvait, aussi bien que le centre, éclairer les puits de Syéne; Ératostènes conclut que la longueur OO′ de 5000 stades, mesurée sur le contour de la Terre, correspondait à un angle, au centre, OCO′,

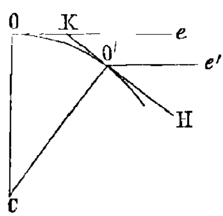
Fig. 249.



égal à l'angle S'OZ (7° 12') formé par le rayon solaire O'S', et par la verticale O'Z d'Alexandrie. Et comme 7° 12' valent exactement la cinquantième partie d'une circonférence entière ou de 360 degrés, il n'eut qu'à répéter 5000 stades 50 fois pour obtenir le contour total (250,000 stades) du Globe terrestre.

606. **Mesure de Posidonius.** — Un siècle environ après Ératostènes, Posidonius, à son tour, supposant Alexandrie et Rhodes sur le même méridien, bien que l'erreur en longitude fût au moins d'un degré et demi, trouva 240,000 stades pour la circonférence terrestre, fournie par la belle Étoile du vaisseau *Canopus*, qui rasait l'horizon de Rhodes et s'élevait de 7° 30' ou d'un quarante-huitième de circonférence au-dessus de l'horizon d'Alexandrie. Abstraction faite de la réfraction, l'angle e'O'H de 7° 30', formé par l'Étoile *e* (*fig.* 250), avec l'horizon O'H d'Alexandrie, ou son égal *e*KH, formé par les deux horizons KH, OC d'Alexandrie et de Rhodes, n'était autre, en effet, que l'angle OCO', au centre de la Terre, entre les verticales CO, CO' des deux stations. Il suffisait donc de multiplier par 48 la distance OO', que les navigateurs faisaient, comme celle de Syéne à Alexandrie, égale à 5000 stades, ce qui donne 240,000 stades au contour; valeur peu différente de celle d'Ératostènes, eu égard à l'imperfection des méthodes employées. Mais les stades d'Alexandrie et de Rhodes étaient-ils les mêmes? Quoi qu'il en soit, Ptolémée déclara plus tard avoir refait l'opération et trouvé le même résultat qu'Ératostènes.

Fig. 250.



607. **Mesure des Arabes.** — Almamoun, calife arabe du VIIIe siècle, fit vérifier, à deux reprises, les mesures précédentes par ses Astronomes, qui marchèrent, les uns vers le Nord, les autres vers le Sud, jusqu'à ce que la hauteur méridienne du Soleil eût varié d'un degré. Le changement angulaire, rapproché du chemin parcouru, donna chaque fois,

au dire des observateurs, la valeur indiquée par Ptolémée, coïncidence singulière, et de nature à laisser planer bien des doutes sur la sincérité de ceux qui l'avaient obtenue.

608. **Mesure de Fernel.** — Plus tard, au XVI^e siècle, quand les voyages de circumnavigation eurent fait cesser jusqu'à la possibilité de la plus légère incertitude sur la rondeur de la Terre, un médecin français, nommé Fernel, se dirigea de Paris vers Amiens, en comptant le nombre de tours que firent les roues de sa voiture, pour conclure la distance rectiligne de deux points où les hauteurs méridiennes du Soleil différeraient d'un degré. Le hasard, selon toute apparence, vint singulièrement en aide à cette mesure; car la longueur (57 070 toises) qu'obtint Fernel pour le degré d'Amiens, se trouva, par la suite, presque identique à celle (57 074 toises) que des procédés infiniment plus parfaits donnèrent à Lacaille pour le même degré. On a prétendu cependant que la toise de Fernel était un peu courte.

609. **Mesures de Snellius et de Norwood.** — Snellius, le premier, fit usage de méthodes véritablement scientifiques, en appliquant la géométrie à la mesure d'un arc de méridien, entre Alcmaër et Berg-op-Zoom. Son opération dut néanmoins être mal conduite; les résultats qu'il en obtint se trouvent en erreur de plus de deux mille toises. Norwood, qui, peu après, en Angleterre, employa le procédé de l'Astronome hollandais, ne fut pas plus heureux, et donna, pour la longueur de l'arc d'un degré, 57 424 toises; nombre beaucoup trop fort, dont Newton fit d'abord usage dans l'étude des lois de la pesanteur, et qui, par son exagération, eût peut-être empêché la découverte de la gravitation si les déterminations plus précises de Picard ne fussent venues mettre le géomètre anglais en possession des éléments numériques nécessaires pour cette grande découverte.

610. **Mesure de Picard.** — Membre de l'Académie des Sciences de Paris, prêtre et prieur de Rillé, Picard fut une des plus pures gloires de l'Astronomie française au XVII^e siècle; car, déjà célèbre entre les notabilités scientifiques de son époque, il eut le rare mérite de se montrer supérieur aux sentiments

de jalousie par lesquels se laissent guider si souvent les hommes; attirant auprès de lui, pour les donner à la France, deux Astronomes d'un talent reconnu, le danois Roëmer, que devait plus tard immortaliser la découverte du mouvement progressif de la lumière, et surtout le premier des Cassini (Dominique), aujourd'hui surnommé le Grand, qu'on eut le courage de préférer à Picard lorsqu'il fallut pourvoir à la direction d'un Observatoire dont Picard avait jeté les fondements. Quoi qu'il en soit, ce dernier étudia de nouveau, mais avec des précautions ignorées avant lui, le degré d'Amiens qu'avait précédemment déterminé Fernel.

Au lieu, par exemple, de mesurer directement l'arc du méridien tout entier, ce qui soulevait des difficultés d'exécution extrêmes (1), Picard, imitant Snellius, se contenta de mesurer très-exactement une base sur laquelle il établit, pour déduire ensuite par le calcul la longueur cherchée, un réseau de triangles ayant des sommets alternativement placés à droite et à gauche de l'arc à déterminer. Seulement, mieux inspiré que Snellius, après avoir mesuré sa base avec une toise parfaitement étalonnée, il appliqua des quarts de cercle munis de lunettes à l'observation des angles, et fit disparaître ainsi, presque entièrement, les erreurs de pointé, dont les pinnules avaient entaché les travaux de ses prédécesseurs.

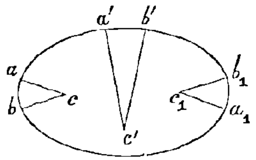
Malheureusement Picard ne connaissait ni la nutation, ni l'aberration. Il n'avait, en outre, comme tous ses contemporains, que des idées encore inexactes sur la réfraction qu'il supposait insensible dans le voisinage du zénith. Aussi, quoique obtenus avec une habileté jusqu'alors sans exemple, les résultats auxquels il parvint durent-ils être rectifiés plus tard par Lacaille et par Lemonnier. On peut affirmer, néanmoins, que les corrections dues à ces derniers Astronomes, loin d'être un motif de blâme, témoignent vivement, au con-

(1) Soit à cause des obstacles matériels situés infailliblement sur un long trajet, soit à cause des irrégularités du terrain, etc.

traire, du mérite de Picard, puisqu'elles ont fait voir que les seules erreurs commises sont celles précisément qu'il était, de son temps, impossible d'éviter.

611. **Mesures de La Hire et de Cassini II.** — La mesure de Picard, entre Amiens et Paris, fut continuée par La Hire, et par Cassini II, d'un côté jusqu'à Dunkerque, de l'autre jusqu'à Perpignan. Cette nouvelle opération ayant donné pour les degrés du Nord des longueurs un peu moindres que pour ceux du Sud, Cassini fit paraître, en 1718, un livre *sur la grandeur et sur la figure de la Terre*, dans lequel il consigna les divers résultats que La Hire et lui venaient d'obtenir, et qui semblaient indiquer un aplatissement, non vers les pôles ab, a_1b_1 (*fig.* 251) comme Huyghens et Newton avaient été conduits à le supposer, mais vers les régions équatoriales $a'b'$, où la courbure, moins prononcée, exigerait, en effet, un chemin plus grand $a'b'$ pour que les verticales $a'c'$, $b'c'$ s'écartassent d'un degré. Malheureusement les mesures de La Hire et de Cassini manquaient de précision; et le résultat précédent n'a laissé d'autre trace qu'une sorte de stigmate passé dans la science, sous le titre de *Paradoxe de Cassini*.

Fig. 251.

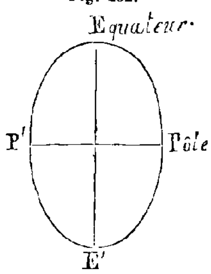


612. **Mesure des arcs du Pérou et du cercle polaire, par les commissaires de l'Académie des Sciences de Paris.** — On savait d'ailleurs, depuis le voyage de Richer à Cayenne en 1672, et de Halley à Sainte-Hélène en 1677, que le pendule à secondes est plus court vers l'Équateur et plus long vers les Pôles; ce qui ne semblait guère pouvoir être attribué qu'à la force centrifuge naissant de la rotation et qu'à l'accroissement de la pesanteur lorsqu'on se rapproche du centre de la Terre par suite de l'aplatissement de cette dernière. Il y avait donc un intérêt scientifique évident à ce que la question de l'aplatissement fût enfin résolue. L'Académie des Sciences de Paris décida que deux arcs seraient mesurés sous des latitudes assez différentes, pour que les doutes pussent être levés;

et, dans ce but, elle envoya trois de ses membres, Bouguer, La Condamine et Godin au Pérou, pendant que Maupertuis, Clairaut, Camus, Outier et Lemonnier, accompagnés de l'Astronome suédois Celsius, allaient en Laponie. Ces derniers obtinrent en 1736 au cercle polaire, sous la latitude moyenne de 66°20'10" une longueur de 57 419 toises pour l'arc d'un degré, déduit d'un arc mesuré de 57 minutes. La Commission du Pérou, secondée par deux officiers espagnols, don Georges Juan et Antonio de Ulloa, parvint à son tour, en dix ans de travail et de fatigues incroyables, à mesurer, de 1735 à 1745, un arc de trois degrés dans l'hémisphère austral, sous une latitude moyenne de 1°51' à laquelle correspondait une valeur de 56 737 toises pour la longueur du degré.

Devant une différence de 682 toises, résultant des deux mesures, il ne fut plus possible d'hésiter, et les degrés du Nord durent être définitivement considérés comme plus longs que ceux du Sud. La courbure de la Terre allait par conséquent en diminuant vers les Pôles, en augmentant vers l'Équateur. Le renflement équatorial en E, E', l'aplatissement polaire en P, P', (*fig.* 252) prenaient place aussi, par conséquent, parmi les questions définitivement jugées.

Fig. 252.



613. **Mesure de Swanberg.** — Les valeurs précédentes donnent pour l'aplatissement ou, si l'on aime mieux, pour l'accourcissement du diamètre passant aux Pôles, la fraction $\frac{1}{178}$ (1). Mais en 1801, Swanberg ayant mesuré de nouveau le degré de Laponie, trouva 223 toises de différence *en moins* sur le résultat des académiciens français. Au lieu de 57419, le nombre obtenu par Swanberg n'est plus que $57196^t,159$; et l'aplatissement se réduit à $\frac{1}{307,405}$ quand on

(1) Voir la Note I, à la fin de la Vingt-troisième Leçon.

compare la nouvelle mesure du degré polaire avec le degré de France déterminé, vers la fin du siècle dernier, par Delambre et Méchain. Néanmoins, bien que l'ensemble des résultats déduits des oscillations du pendule et de l'action lunaire sur le renflement équatorial, soit d'accord avec l'aplatissement donné par Swanberg, des doutes ont été formulés sur l'identité des extrémités *Nord* pour les deux arcs de Laponie ; et comme la limite à laquelle Swanberg est parvenu vers le Sud dépasse de beauconp celle où s'étaient arrêtés les commissaires de 1736, on a cru pouvoir attribuer à des attractions locales, une portion notable des divergences. Quoi qu'il en soit, du reste, à cet égard, l'aplatissement vers les Pôles ressort, avec une évidence absolue, de l'une comme de l'autre des deux déterminations.

614. **Mesures de Lacaille et de Cassini III (de Thury).** — Pendant que les Académiciens mesuraient l'arc du Pérou, Lacaille et Cassini III (de Thury) vérifiaient, en 1739, les degrés de France entre Dunkerque et Perpignan. Toutefois, on doit le dire, l'opération fut conduite plus spécialement par Lacaille qui parvint, en moins de deux ans, à terminer ce grand travail, dont il consigna les divers détails dans le livre de la *Méridienne vérifiée*, où se trouve la preuve que les degrés diminuent de longueur en allant du Nord au Midi.

Plus tard, en 1752, lors de son voyage au cap de Bonne-Espérance, le même Astronome détermina l'arc correspondant à 33°18′ de latitude australe; et cet arc quoique probablement un peu trop fort (57040 toises) puisqu'il est supérieur à celui (57010 toises environ) qui correspond dans l'hémisphère Nord à la latitude de 45 degrés se trouvant compris néanmoins entre ceux du cercle polaire et du Pérou, vint ajouter un nouveau poids à la théorie de l'aplatissement polaire.

615. **Mesures plus modernes.** — Depuis lors, une foule d'autres mesures, effectuées sous diverses latitudes, ont confirmé de plus en plus cette théorie, en faisant ressortir parfois des anomalies dues aux attractions des montagnes ou de divers accidents de terrain, qui dévient le fil à plomb, donnent des

verticales *apparentes* différentes des verticales *réelles* et, par suite aussi, produisent des diminutions ou des accroissements sur la longueur de l'arc d'un degré. On peut citer à cet égard, comme une des plus curieuses, l'anomalie que rencontrèrent MM. Plana et Carlini en mesurant, de 1821 à 1823, entre Andrate et Mondovi, l'arc du Piémont qu'avait déjà mesuré précédemment (1762 et 1763) le P. Beccaria, car l'influence attractive des Alpes augmente de 674 toises la longueur observée du degré relativement à la longueur qui résulterait d'un calcul basé sur le résultat des mesures du degré de France.

616. Quant aux déterminations moins troublées par des causes locales, ce sont celles principalement des PP. Boscowich et Maire (1754) sur un arc de deux degrés entre Rome et Rimini; du P. Liesganig, en 1768, sur les degrés de Hongrie et d'Autriche; de Dixon et Mason qui, dans la même année 1768, mesurèrent directement sur toute sa longueur, comme l'avait fait Fernel, un arc en Pensylvanie; du général Mudge, en Angleterre, de 1800 à 1802, sur un arc de trois degrés entre Dunnose et Clifton; du colonel Lambton au Bengale, de 1802 à 1803, et dans les Indes-Orientales, de concert avec le capitaine Everet, en 1825; celle de M. W. Struve (1821 à 1831) sur le méridien de Dorpat, entre le golfe de Finlande et le parallèle de Jacobstat en Courlande; celles de Gauss, dans le Hanovre, de 1821 à 1824, entre Gœttingue et Altona; de Schumacher, vers la même époque, en Danemark; de Bessel et du général Baéyer en Prusse; enfin et par dessus toutes à cause de la grande étendue de l'arc mesuré, celle que commencèrent en 1792 Delambre et Méchain, que terminèrent, de 1806 à 1808, MM. Biot et Arago sur une longueur de plus de douze degrés, entre Dunkerque au Nord et Formentéra dans les îles Baléares au Sud, et qui plus tard, en 1821, fut reliée à la triangulation anglaise, par MM. Arago, Mathieu, Kater et Colby.

Mesure française servant de base au système métrique. — On sait que cette importante mesure avait été décrétée par l'Assemblée nationale, en 1790, sur la proposition de

Talleyrand, pour l'établissement du système métrique, et qu'après avoir été d'abord entravée par l'effervescence des passions politiques, elle finit par occasionner la mort de Méchain en Espagne, où, quelques années plus tard, commença pour Arago, chargé de la continuation du travail, une véritable Odyssée dont on peut lire les intéressants détails, soit dans la base du système métrique, soit dans l'histoire de la jeunesse de Arago, racontée par lui en tête de ses œuvres.

617. **Mesure des parallèles. — Elle prouve que la Terre n'est pas rigoureusement un solide de révolution.** — A côté de la question d'aplatissement vient tout naturellement se placer cette seconde question : tous les méridiens sont-ils identiques ? En d'autres termes : la Terre est-elle un solide, ou, comme on dit ordinairement, un sphéroïde de révolution ? Les irrégularités attribuées plus haut aux attractions locales, et surtout les valeurs inégales de l'aplatissement que fournissent les degrés du méridien mesurés en divers pays, répondent d'une manière péremptoire. J'ajoute que la détermination des degrés de parallèle est venue jeter un jour nouveau sur la question, et montrer, à son tour, que la figure sphéroïdale de révolution supposée d'habitude était seulement approximative, puisqu'à des longueurs égales prises sur un même parallèle, et ramenées par le calcul au niveau des mers, ne correspondent pas généralement des différences égales de longitude, c'est-à-dire des angles égaux entre les méridiens. On n'a, pour s'en convaincre, qu'à jeter un coup d'œil sur les résultats entre autres rassemblés par feu le colonel Brousseaud dans l'ouvrage intitulé : *Mesure d'un arc du parallèle moyen entre le Pôle et l'Équateur*.

618. — En examinant les principaux détails de la grande opération qui s'y trouve décrite ; et qui, projetée d'abord en France, fut effectuée sur la plus vaste échelle par une triangulation continue, depuis les côtes de l'Océan, près de Bordeaux, jusqu'au bord du Tésin, en Italie, on verra que les divers degrés du parallèle mesuré sous la latitude de 45°43′ 12″, dans une amplitude de 15°32′26″,76, présentent

des différences considérables s'élevant, par exemple, pour l'arc entre Savagnac et Isson, à 103^{m},078 *en moins*, et pour l'arc entre Padoue et Vienne, à 164^{m},459 *en plus*, par rapport au degré moyen 77 903^{m},013, conclu de l'arc total. D'ailleurs le doute sur l'exactitude des résultats ne paraît guère possible quand on songe que l'opération a été effectuée, pour la portion française, par les officiers du corps des ingénieurs géographes, sous la direction du colonel Brousseaud ; pour celle de Savoie, par l'éminent Astronome de Turin, M. Plana; pour l'Autriche, par M. Carlini, directeur de l'Observatoire de Milan, et par les officiers du Bureau topographique de Vienne, que dirigeait le colonel Fallon ; quand on remarque, enfin, que les résultats de la triangulation ont été vérifiés à leurs extrémités par la mesure directe de deux bases prises l'une sur les bords du Tésin, l'autre dans les landes de Bordeaux.

619. **Détermination de l'aplatissement par le pendule.** — On ne saurait donc raisonnablement hésiter désormais. La Terre n'est ni rigoureusement sphérique, ni rigoureusement ellipsoïdale ou sphéroïdale de révolution. Et, à cet égard, outre les mesures géodésiques, on peut invoquer aussi les nombreuses observations du pendule, qui, depuis environ un demi-siècle, ont été multipliées sur divers points du Globe, et qui s'accordent généralement à donner des aplatissements différents pour les différents méridiens (1). On considère néanmoins d'habitude le Globe terrestre comme symétrique autour de son axe de rotation ; mais, d'après les détails qui précèdent, il doit être entendu désormais que ce n'est là qu'une manière approchée de désigner sa forme, peu différente de celle d'une sphère légèrement aplatie.

620. — Voici maintenant, fournis par l'ensemble des résultats obtenus, quelques nombres qui donneront une idée plus exacte des dimensions et de l'aplatissement de la Terre :

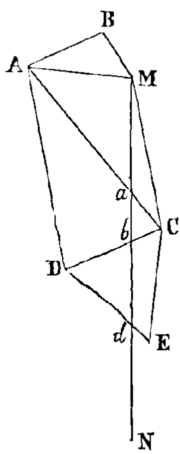
(1) Voir la Note II, à la fin de la Vingt-troisième Leçon.

Axe équatorial 12 754 796 mètres. Demi-grand axe = 6 377 398 mètres.
Axe polaire . . 12 712 160 " Demi-petit axe = 6 356 080 "

Latitudes.	Longueur du rayon terrestre.	Longueur du degré en mètres.	Longueur du degré de parallèle.
0°	6 377 398	110 563	111 307
15°	6 375 982	110 637	107 538
30°	6 372 105	110 842	96 475
45°	6 366 786	111 118	78 837
60°	6 361 444	111 399	55 793
75°	6 357 526	111 604	28 898
90°	6 356 080	111 680	0

621. — Essayons maintenant de prendre une idée succincte des procédés de la triangulation. Pour cela, soit MN (*fig.* 253) l'arc de méridien à déterminer. Prenez quelque part, sur des terrains aussi plats que possible, une longueur AB de huit à dix mille mètres, que vous mesurez bien exactement, et déterminez, à l'aide d'un cercle gradué, les angles A, B du triangle ABM, les Tables dont il a été déjà si souveut question, vous permettront d'obtenir sans difficulté les trois inconnues de ce triangle, c'est-à-dire les côtés AM, BM, et l'angle AMB; c'est plus qu'il n'en faut pour l'objet que vous avez en vue.

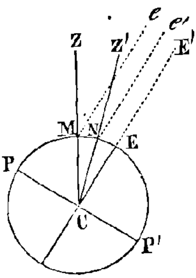
Fig. 253.



Idée des opérations géodésiques de la triangulation. — Mesurez, en effet, du point A l'angle MAC compris entre le point M, et un signal quelconque C, placé, relativement à la méridienne, à l'opposite du point A ; transportez-vous ensuite au point M avec votre cercle, et mesurez d'abord l'angle AM*a*, compris entre la ligne MA et la direction M*a*N (supposée connue) de la méridienne du point M. Mesurez également l'angle AMC entre le point A et le signal C. Les Tables fournissant toujours le moyen de calculer trois inconnues d'un triangle dont les trois autres éléments sont donnés, pourvu que parmi ces derniers éléments se trouve un côté, vous pourrez complétement résoudre les deux triangles AMC, AMa, où vous connaissez, 1° AM par le calcul du triangle précédent ABM; 2° les angles A et AMa, AMC par l'observation directe. Vous obtiendrez donc les valeurs des côtés MC, AC, Aa; par suite aussi la différence aC, la longueur Ma d'une portion du méridien; enfin, l'angle AaM, ou son égal par symétrie CaN, et l'angle ACM, que vous pouvez, d'ailleurs, comme vérification, mesurer aussi directement du point C.

Si maintenant vous mesurez l'angle ACD, compris entre le point A et un second signal D, vous aurez le moyen de calculer une autre portion ab du méridien à l'aide du triangle abC, dans lequel, outre cet angle ACD, vous connaissez le côté aC et l'angle Cab, égal à AaM, déjà calculés. Vous pourrez également résoudre le triangle ACD, dont il vous est loisible de mesurer tous les angles, et dont vous connaissez le côté AC, dont vous trouverez aussi, par conséquent, sans difficulté, le côté DC.

Fig. 254.



En partant du point D, et en vous appuyant sur DC, vous calculerez encore, par des procédés identiques, la portion bd du méridien, et de proche en proche, vous arriverez ainsi jusqu'à l'extrémité N de l'arc à mesurer.

622. **Détermination des latitudes aux deux extrémités de l'arc mesuré.** — Déterminez ensuite, par les procédés astronomiques, les latitudes des points extrêmes M,N, c'est-à-dire les angles ZCE, Z'CE (*fig.* 254), compris entre les verticales CMZ, CNZ' et l'Équateur, ce qui sera facile à l'aide d'une Étoile équatoriale (1), dont vous mesurerez, lors de son passage dans le méridien MN, les distances angulaires zénithales ZMe, Z'NE', égales aux latitudes cherchées ZCE, Z'CE (les lignes Me, Ne', menées de M et de N à cette Étoile, étant parallèles). Vous aurez de la sorte, par une simple soustraction, la valeur de l'angle MCN (différence de MCE, NCE)

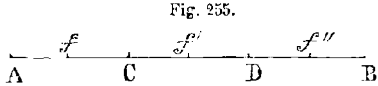
(1) Voir la Note III, à la fin de la Vingt-troisième Leçon.

qui correspond à la longueur mesurée MN, et vous en conclurez par proportion la longueur de l'arc d'un degré, pour la latitude intermédiaire entre M et N.

623. **Mesure d'un arc de parallèle.** — Des opérations trigonométriques analogues donneront la longueur d'un arc de parallèle, aux extrémités duquel vous déterminerez les longitudes (1), pour avoir l'angle compris entre les deux plans méridiens qui le terminent, et pour pouvoir comparer entre elles les longueurs de divers degrés de ce parallèle, en répétsnt l'opération sur plusieurs points de son contour.

624. **Détermination des longitudes aux deux extrémités de l'arc de parallèle mesuré.** — La détermination des longitudes s'effectue aujourd'hui, avec une grande précision, à l'aide du télégraphe électrique, qui transmet instantanément, en quelque sorte, à l'une des stations l'heure exacte qu'il est dans l'autre, et qui, permettant de comparer ces deux heures au même moment, donne, par conséquent, l'*angle horaire* compris entre les méridiens des deux stations, c'est-à-dire la différence des longitudes. A défaut de cette précieuse ressource, on emploie les occultations d'Étoiles par la Lune, ou mieux, des signaux instantanés, tels, par exemple, que l'explosion d'une fusée, l'inflammation d'un tas de poudre, etc. Ces signaux peuvent être aperçus à de très-grandes distances, à 30, 40, même 50 lieues; et quand des montagnes ou d'autres accidents de terrain les masquent, pour une des deux stations, on dispose des relais intermédiaires C, D, etc. (*fig.* 255).

Fig. 255.



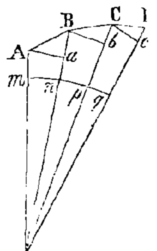
L'observateur C note le temps écoulé entre l'apparition du signal f et celle du signal f'. L'observateur D fait de même pour les signaux f' et f'', etc., et de proche en proche on se procure ainsi le moyen de savoir quel est l'intervalle de temps

(1) Les anciens connaissaient plus de terres dans le sens de l'orient à l'occident que dans celui du nord au sud. De là les noms de longitudes et de latitudes (longueurs et largeurs) pour les deux systèmes respectifs de coordonnées.

qui sépare l'inflammation des signaux extrêmes f, f'', intervalle qu'on doit évidemment soit ajouter à l'une des heures d'observation en A, soit retrancher de l'autre en B, pour avoir, par suite, la différence cherchée des longitudes.

625. **Mesure des bases.** — Quant à la longueur des bases, on l'obtient à l'aide de règles de bois ou métalliques, étalonnées, c'est-à-dire comparées à la toise prise comme étalon, (toise dont se servit Bouguer pour mesurer le degré du Pérou). La comparaison a dû être faite à une température déterminée ; et l'on tient compte des variations de longueur que font éprouver aux règles pendant l'opération géodésique, les changements de température. On préserve, du reste, ces règles de l'action directe du Soleil, en les recouvrant d'un petit toit. On les aligne à l'aide de petites tiges verticales que portent leurs extrémités. Un niveau, convenablement construit, donne leurs inclinaisons et permet de calculer par conséquent leurs longueurs réduites quand, par suite des accidents de terrain, la pente des madriers sur lesquels on les place est trop forte pour que les vis à caler dont elles sont armées puissent parvenir à les rendre complétement horizontales. On a soin enfin, lorsqu'on les adosse bout à bout, d'éviter les chocs ou même les pressions trop fortes, afin de ne pas altérer leur longueur (1).

Fig. 256.



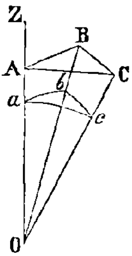
(1) On peut voir, dans la base du système métrique et dans les Traités de Géodésie, les précautions minutieuses que réclament des opérations de cette nature ; et l'on y trouve également les formules de réduction employées pour ramener une longueur quelconque ABCD (*fig.* 256) au niveau de la mer en *mnpq*. Il suffira d'ailleurs de simples proportions, quand cette longueur aura été projetée par parties suivant les horizontales Aa, Bb, Cc, etc., puisque les rapports de mn, np, pq, à Aa, Bb, Cc, etc., sont égaux tout simplement aux rapports

$$\frac{R}{R+h}, \quad \frac{R}{R+h'}, \quad \frac{R}{R+h''}, \text{ etc.},$$

R étant le rayon Om, et h, h', h'', les hauteurs mA, nB, pC des divers points A, B, C, D au-dessus de la mer prolongée *mnpq*.

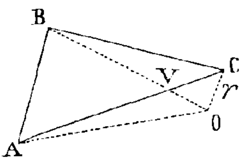
626. **Réduction au niveau de la mer.** — Les triangles rectilignes ABC (*fig.* 257) dont les sommets A, B, C sont à des hauteurs généralement différentes doivent aussi être ramenés à des triangles sphériques *abc*, confondus avec la surface des mers prolongée. Dans ce but on mesure de l'un des points A, les distances zénithales angulaires ZAB, ZAC; et les longueurs, connues, des côtés AB, AC permettent ensuite de calculer, pour une hauteur quelconque A*a*, tous les éléments du triangle *abc* (1).

Fig. 257.



627. **Réduction au centre de station.** — Il arrive encore fréquemment que, pour mesurer l'un des angles ACB, l'observateur ne peut pas se placer au point C qu'occupe le signal visé des points A et B; ce cas se présente, par exemple, lorsque C est le sommet d'un clocher, d'un obélisque, etc., de l'intérieur desquels on n'apercevrait pas les signaux A, B. On se place alors en un point O voisin du point C (*fig.* 258). Mais une réduction devient nécessaire pour permettre de déduire l'angle ACB, de l'angle AOB (2).

Fig. 258.



(1) Les verticales AO, BO, CO (*fig.* 257) des sommets A, B, C n'étant pas parallèles; quand à l'aide du théodolite (n° 105) qui donne évidemment les angles *réduits* à *l'horizon*, l'on mesure les angles du triangle ABC, on trouve généralement une somme plus grande que 180 degrés comme dans les triangles sphériques. Mais on sait qu'il est possible, lorsque la surface des triangles est petite par rapport à celle de la sphère dont ils font partie, de ramener la solution au cas des triangles rectilignes.

(2) Les deux angles V opposés par le sommet étant égaux dans les triangles AVO, BVC, les sommes des deux autres angles B+C, A+O sont aussi égales; et l'on a, par conséquent, $C + B = O + A$; d'où $C = O + (A - B)$.

($O = AOB$) est l'angle mesuré. Il faut donc avoir A et B, quantités

628. **Simplifications proposées par M. Faye pour les mesures géodésiques.** — De plus longs détails sur cette question deviendraient superflus ici. Je me bornerai donc à dire en terminant, que M. Faye a proposé dans ces derniers temps un procédé qui paraît devoir beaucoup simplifier sur le terrain, pour la transporter dans le cabinet en quelque sorte, l'opération d'habitude si longue et si pénible, de la mesure des bases. Le même Astronome propose, également, l'emploi d'une lunette zénithale, très-portative et susceptible de donner un grand degré de précision à la détermiuation des latitudes (1).

inconnues dans la valeur de C. Or à cause de la petitesse de OC que nous représenterons par r les côtés CB, CA ou a, b du triangle ABC, étant sensiblement égaux aux côtés BO, AO calculés par le triangle AOB, si l'on mesure l'angle AOC qu'on appelle *angle de direction* et que nous représenterons par O′, il viendra dans le triangle AOC

$$\sin O' : \sin A :: AC : OC :: b : r,$$

dans le triangle BFC

$$\sin BOC = \sin(O' - O) : \sin B :: BC : OC :: a : r;$$

et par suite A et B étant très-petits,

$$(\sin A = A) = \frac{r}{b}\sin O', \quad \left(\sin B = B = \frac{r}{a}\right)\sin(O' - O).$$

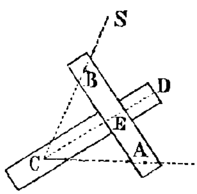
Tout est donc connu maintenant dans l'expression qui représente la valeur de C.

(1) *Comptes rendus de l'Académie des Sciences* de Paris, 2 et 30 mars 1863. — Au lieu d'opérer lentement le contact, ou de lire péniblement, à l'aide de microscopes mesureurs, l'intervalle entre deux règles successives sur des appareils à traits, M. Faye grave tout simplement, avec les tracelets adaptés aux extrémités d'une règle en bois, des traits extrêmement fins sur dès plaques de cuivre bien alignées et portées de quatre en quatre mètres, par des supports très-bas fixés au sol; en donnant au trait d'avant une longueur différente de celle du trait d'arrière. Il suffit dès lors de recueillir les plaques à mesure qu'on les emploie et d'aller ensuite mesurer à loisir, dans le cabinet, les intervalles indiqués sur chacune de ces plaques.

Des traits marqués d'heure en heure, ou de demi-heure en demi-heure, sur la tranche d'une double règle portative en fer et en zinc, serviraient en même temps de thermomètre correspondant aux divers moments de l'opération, et de vérification contre le dérangement ou les dilatations de la règle à tracelets.

629. **Détermination des latitudes en mer. — Arbalestrille des anciens navigateurs du XV^e siècle.** — En mer, les procédés que nous venons d'étudier ne suffisent plus. On a besoin, pour les latitudes, d'instruments qui puissent permettre de prendre les hauteurs angulaires malgré le mouvement du vaisseau. Celui qu'on employait, dans ce but, vers le milieu du xv^e siècle portait le nom d'*arbalestrille* et consistait en une espèce de croix, dont la traverse AB (*fig.* 259) appelée *marteau*, pouvait glisser le long de la pièce plus longue CD qu'on nommait la *flèche*. Des chevilles A, B, C perpendiculaires au plan de l'instrument déterminaient deux lignes de visée CA, CB qui devaient être dirigées, l'une vers l'horizon de la mer, l'autre vers le Soleil ou vers l'Astre S dont on voulait mesurer la hauteur angulaire. Dans le cas plus habituel, du Soleil, l'observateur plaçait son œil en A et disposait AC parallèlement à l'horizon; puis il rapprochait ou éloignait le marteau, du point C, agrandissait ou rapetissait par conséquent l'angle SCA de manière à mener l'ombre de la cheville B sur la cheville C. Une graduation tracée le long de la flèche, indiquait sans calcul la valeur de l'angle cherché (1).

Fig. 259.



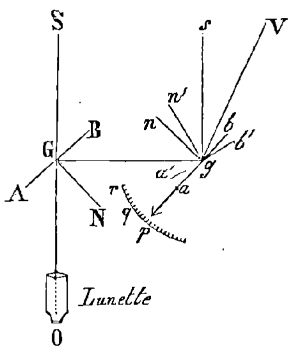
630. **Quartier anglais. — Instruments a réflexion. — Octant, sextant et cercle entier.** — L'arbalestrille fut ensuite remplacée par le *quartier anglais*, oublié lui-même aujourd'hui, grâces aux instrument à réflexion, dont la première idée paraît appartenir à Newton, bien qu'on l'ait quelquefois attribuée à Hook, et que Halley mit en usage, par un Mémoire présenté en 1731 à la Société royale de Londres. On distingue, parmi ces derniers, l'*octant*, le *sextant* et le *cercle*, suivant que l'arc gradué qui en fait partie est égal à 45 degrés,

(1) On a, pour cet angle, $\operatorname{tang} \frac{1}{2} \text{SCA} = \frac{\text{BE}}{\text{EC}} = \frac{\frac{1}{2} \text{marteau}}{\text{EC}}$.

à 60 ou à 360 degrés, c'est-à-dire à $\frac{1}{8}$ de circonférence, à $\frac{1}{6}$, ou à une circonférence entière. Voici leurs détails les plus essentiels.

631. — Soit AB (*fig.* 260) une lame de verre à faces bien planes et bien parallèles, étamée seulement de A en G.

Fig. 260.



L'œil O recevra directement, à travers la portion non étamée GB, le faisceau de rayons SG envoyé par l'objet S.

Élevez au point G, la perpendiculaire ou normale GN sur AB. Faites un angle NGg égal à NGO; et en un point quelconque g de la ligne Gg, placez le miroir ab parallèle à AB. Si l'objet S est très-éloigné, le faisceau Sg venant de cet objet sur le miroir ab, sera sensiblement parallèle à SG. La perpendiculaire gn au miroir, sera parallèle évidemment à GN, et divisera l'angle SgG en deux parties égales. Par conséquent, le faisceau lumineux sg se réfléchira d'abord sur ab suivant gG (n° 27), puis sur AG suivant GO, et viendra donner à l'œil une sensation du point S, qui se confondra avec celle reçue directement par le faisceau SG.

Faites tourner maintenant le miroir ab autour de g et menez-le en $a'b'$. La perpendiculaire gn viendra en gn' après avoir décrit un angle ngn' égal à aga'. Elle se sera donc éloignée de la ligne gG et rapprochée d'autant de la ligne sg ; ce qui revient à dire que l'angle $n'gs$ (ou ngs diminué de ngn') est inférieur à l'angle $n'g$G (ou à ngG augmenté de ngn', ou bien encore à ngs augmenté de ngn'), de deux fois l'angle ngn' dont le miroir ab a tourné. D'où il résulte évidemment qu'un faisceau lumineux Vg faisant avec le faisceau sg un angle égal à deux fois ngn' sera, par rapport à la perpendiculaire gn' au miroir *a'b'*, dans les conditions voulues pour se réfléchir suivant *g*G. L'œil O verra donc en même temps, dans la direction OS, les images superposées du point S et du point V.

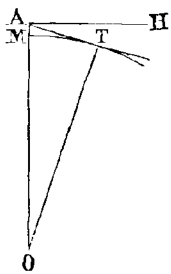
Supposez maintenant qu'un arc gradué *pqr* vous donne l'angle *aga'* parcouru par le miroir *ab*; vous n'aurez qu'à doubler cet angle pour avoir celui *sg*V compris entre les points S et V. Avec un arc de 45 degrés ou avec un *octant*, vous pourrez donc mesurer des angles jusqu'à 90°, c'est-à-dire, depuis l'horizon jusqu'au zénith. Avec l'arc de 60° ou le *sextant*, vous mesurez des angles de 120°. Enfin, avec un cercle entier, si, lorsque le miroir *ab* est venu en *a'b'*, vous faites tourner le miroir AB de manière à l'amener, accompagné de la lunette, au parallélisme de *a'b'*, vous pourrez partir de la division *a'* du cercle, comme vous étiez parti d'abord de la division *a*, et ajouter à l'arc *aa'* une seconde mesure de l'angle cherché. Vous pourrez de même ajouter une 3e, une 4e, une 5e etc. mesure de cet angle, de manière à rendre presque insensible, par la division de l'arc total ainsi obtenu, l'erreur commise sur les lectures extrêmes. Les cercles à réflexion que Mayer n'avait pu parvenir à faire exécuter, furent décrits en 1780, par Magellan, pour l'usage de la marine, et perfectionnés vers 1786 par Borda. C'est depuis lors que la répétition des angles est devenue possible à la mer, où l'emploi d'instruments à réflexion s'était borné d'abord à l'octant et au sextant.

632. **Vérification des instruments à réflexion.** — Je n'ai pas besoin de dire sans doute, que les miroirs doivent être perpendiculaires au limbe *pqr*. Afin de s'assurer qu'il en est ainsi pour le miroir *ab*, l'on regarde une partie du limbe directement, et l'autre partie par réflexion sur *ab*. Le limbe paraîtra brisé si le miroir *ab* ne lui est pas perpendiculaire. Quant au miroir AB, sa perpendicularité résultera de l'observation d'une ligne horizontale, d'un cordon de façade, par exemple, vu directement et par réflexion sur le miroir *ab* déjà perpendiculaire lui-même au limbe. L'image réfléchie devra se trouver exactement en ligne droite avec l'image directe.

633. — Le zéro du limbe correspond au parallélisme des miroirs. Ce parallélisme peut s'altérer par plusieurs causes, telles que le jeu de l'un des miroirs, la déformation de l'index, etc.; et l'erreur porte alors le nom de *Collimation*. Pour la corriger, on observe un objet très-éloigné. Les rayons qui tombent sur les deux miroirs étant alors parallèles, on marque le zéro de l'instrument au point où se trouve l'index (1) du miroir *ab* quand les deux images coïncident.

A la mer, c'est en supposant les deux images du Soleil qu'on détermine le parallélisme, ou plutôt en rendant les deux images tangentes l'une à l'autre dans deux bords opposés, et en prenant l'indication moyenne pour le zéro du limbe sur lequel, d'ailleurs, afin d'éviter toute préoccupation à l'observateur, on écrit les angles doubles, c'est-à-dire avec la valeur qu'ils doivent donner réellement. L'instrument porte, en outre, des verres colorés pour l'observation du Soleil, et d'habitude une lunette (bien que cette dernière ne soit pas indispensable), pour permettre de mieux apprécier le contact des objets dont on cherche la distance angulaire. On doit toujours viser directement à l'objet le moins brillant; car la double réflexion sur les miroirs, affaiblit considérablement l'éclat des images. On doit aussi, lorsque du point A d'un navire, on vise à l'horizon de la mer, tenir compte de la *dépression* TAH (*fig.* 261) de l'horizon, due à l'exhaussement du point A. Cette dépression peut être aisément calculée pour chaque hauteur AM (2) légèrement variable avec la latitude; elle est moyennement égale, à 2′ 10″ pour 1 mètre; à 6′ 10″ pour 10 mètres et à 12′ 10″ pour 40 mètres d'élévation.

Fig. 261.



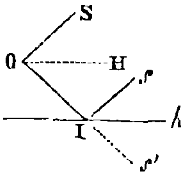
(1) Je dis l'*index* pour plus de simplicité dans la figure, mais en réalité c'est le *zéro d'un vernier* qui sert lui-même d'*index*.

(2) On a $\sec TAH = \sec TOA = \frac{OA}{OT} = \frac{R+h}{R}$,

R étant le rayon de la Terre et h l'exhaussement mA de l'observateur.

634. — Si l'horizon de la mer est nébuleux, on vise au Soleil, directement et par réflexion; on mesure, en un mot, l'angle SO*s'* (*fig.* 262) double de l'angle cherché SOH ou *sih*. On se sert pour cela d'un horizon artificiel qui est fixe sur la terre; mais qui, sur mer, consiste tout simplement en un petit miroir placé au sommet d'une toupie, dont la rotation, lorsque la toupie est montée, dure douze ou quinze minutes, et d'après la remarque de Serson, s'effectue horizontalement sur une coquille, malgré le mouvement du vaisseau.

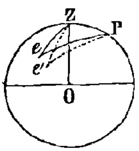
Fig. 262.



635. **Détermination des longitudes en mer.** — Tels sont les principaux instruments destinés à donner les *latitudes* aux marins. Quant aux *longitudes*, on peut les obtenir avec une grande exactitude, à l'aide des chronomètres, si parfaits aujourd'hui, que construisent nos artistes; car il suffit de régler, au départ, ces chronomètres sur l'heure du Méridien choisi pour origine des longitudes, sur l'heure de Paris, de Londres, etc., et de tenir compte, pendant le voyage, de leur marche diurne déterminée par des observations préalables; pour savoir, à une époque quelconque, l'heure qu'il est à Londres ou à Paris. Le passage du Soleil, d'une Étoile, d'une Planète au Méridien; la simple distance zénithale d'un de ces Astres, observée à la mer quand on a déterminé la latitude du point où l'on se trouve, etc. (1) fournissent ensuite l'heure

(1) Soient (*fig.* 263) Z le zénith de l'observateur O, P le Pôle, *e* un Astre quelconque dont l'Æ et la déclinaison, par suite aussi la distance polaire sont connues. Si vous mesurez directement Z*e* à un moment donné de votre chronomètre, en tenant compte de la réfraction ainsi que de la parallaxe, le triangle sphérique ZP*e* fournira immédiatement l'angle horaire ZP*e*, lorsque vous aurez déterminé votre latitude ou son complément P*z*, puisque vous aurez les trois côtés. Vous saurez donc à quelle heure de votre chronomètre, réglé sur Paris, par exemple, l'Astre *e*

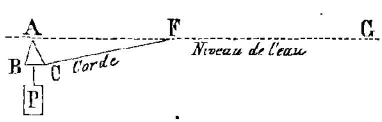
Fig. 263.



du lieu, et la comparaison des deux heures donne la différence des longitudes. La vérification des chronomètres peut d'ailleurs être faite de temps en temps, nous l'avons déjà remarqué, soit par les Éclipses des Satellites de Jupiter, soit par les occultations d'Étoiles derrière la Lune, ou par les distances angulaires des divers corps célestes, calculées pour des heures déterminées de Paris, de Londres, etc., dans les éphémérides que doivent toujours posséder les voyageurs; soit enfin par les passages des Astres au Méridien, pendant les relâches, sous des longitudes connues.

636. **Pilotage par le lock, l'ampoulette et la boussole. — Compensateur de Barlow.** — Entre deux déterminations astronomiques, on navigue par le pilotage ou, comme on dit, par *estime* et en *faisant le point*, à l'aide du lock, de l'ampoulette et de la boussole. Le premier de ces instruments est tout simplement un flotteur ABCP (*fig.* 264) que l'on jette à la mer, en ayant soin de dérouler

Fig. 264.



devra passer au Méridien Pz, et comme vous savez aussi à quelle heure du *même chronomètre* cet Astre passe au Méridien de Paris, vous aurez, par la différence des heures, la différence des longitudes.

Deux distances zénithales mesurées ze, ze', à des *heures déterminées* de votre chronomètre, pourraient aussi vous fournir en même temps et la longitude et la latitude. Désignez, en effet, la latitude par L, les angles horaires ZPe, ZPe' par P et P′ et la déclinaison de l'Astre e par D. Vous aurez les deux équations

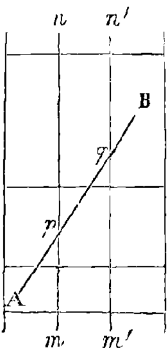
$$\begin{aligned}\cos . Ze &= \cos PZ . \cos Pe + \sin PZ . \sin Pe . \cos P \\ &= \sin L . \sin D . + \cos L \cos D \cos P.\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\cos Ze' &= \cos PZ . \cos Pe' + \sin PZ . \sin Pe' \cos P \\ &= \sin L \sin D + \cos L \cos D \cos P' \\ &= \sin L \sin D + \cos L \cos D . \cos (P + K);\end{aligned}$$

K étant l'angle ePe' que l'on connaît par la différence des heures auxquelles on aura mesuré $Ze\ Ze'$. Il ne restera donc plus à déterminer que L et P; et les deux équations suffiront pour cet objet. La valeur de P donnera ensuite la longitude.

sur le bâtiment la corde ou *ligne* CF, à laquelle il est attaché. Des nœuds placés de distance en distance sur cette corde, indiquent *dans l'hypothèse du lock immobile*, combien on parcourt de mètres en 30 secondes, et permettent d'évaluer la vitesse du navire, par conséquent aussi d'*estimer* le chemin parcouru dans un temps donné. L'ampoulette est un sablier qui dure 30 secondes ou la cent-vingtième partie d'une heure; et comme les nœuds sont espacés de un cent-vingtième (1) de mille marin, autant il passera de nœuds pendant le temps que l'ampoulette emploie à se vider, autant évidemment le navire parcourra de milles à l'heure; le *mille marin* étant la longueur de l'arc d'une minute de degré du Méridien. Enfin, la boussole est cette aiguille horizontale que chacun connaît, et qui pivote au-dessus d'un cercle gradué dont on a soin de placer la *ligne de foi* (diamètre noué par les divisions zéro et 180 degrés) parallèlement à la quille du navire. La *déclinaison* de l'aiguille aimantée, c'est-à-dire l'angle formé par l'aiguille avec le Méridien astronomique, variant peu pour de faibles distances; quand on sait quel est cet angle au point A (*fig* 265) où l'on se trouve, il suffit, pour aller dans une direction donnée AB, d'orienter le bâtiment suivant cette direction, en ayant soin de maintenir toujours, à l'aide du gouvernail, le même écartement entre l'aiguille et la ligne de foi, défalcation faite, bien entendu, de l'influence des fers du navire : influence que le compensateur, si connu de Barlow, permet d'apprécier très-suffisamment.

Fig. 265.

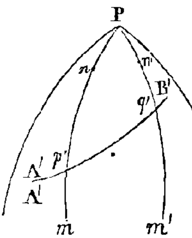


637. **Loxodromie et cartes marines ou de Mercator.** — On peut remarquer que la ligne AB ainsi parcourue et qui, sur une carte convenablement construite, fait avec les divers

(1) Sauf une petite différence, au moins d'environ $0^m,80$ destinée à corriger, d'après l'expérience, le déplacement du lock (Francœur.)

Méridiens *mn*, *m'n'*, etc., des angles égaux, c'est-à-dire paraît être une ligne droite, forme en réalité une courbe à double courbure $A'p'q'B'$ (*fig.* 266). Car, l'Équateur excepté, un grand cercle mené entre deux points, coupe évidemment sous des angles inégaux les Méridiens qu'il rencontre. La courbe $A'p'q'B$ porte le nom de *Loxodromie* (1); et quoiqu'elle ne soit pas sur la sphère, le plus court chemin entre deux points, les navigateurs, qui n'ont pas à se préoccuper de l'espace, la trouvent préférable parce qu'ils peuvent, en l'employant, saisir d'un coup d'œil sous quel azimut ou, pour parler comme eux, sous quel *Rhumb* *Apn* égal à *Aqn'* etc. (*fig.* 265) ils doivent marcher. Rien de plus facile d'ailleurs que la construction des cartes où la *Loxodromie* se présente en ligne droite et qu'on nomme, à cause de cela, cartes *marines*, ou de *Mercator*, du nom de celui qui les imagina le premier. Il suffit, en effet, on le démontre aisément, de développer les Méridiens suivant des lignes droites parallèles, et d'augmenter, sur ces Méridiens, les longueurs des degrés proportionnellement aux allongements qu'éprouvent les divers parallèles développés eux-mêmes, perpendiculairement aux Méridiens (2).

Fig. 266.



638. **Températures de la mer.** — Quelques mots encore, avant de quitter l'étude du Globe terrestre. Nous avons déjà vu que la température de ce Globe croît d'environ un degré par 30 ou 40 mètres de profondeur; que la température de l'air, au contraire, diminue de la même quantité par 160 à 200 mètres d'élévation. Ajoutons que la température de la mer est également variable, mais que le fond se trouve, en général, à la température de 4 degrés, quelle que soit d'ail-

(1) *Loxos* oblique, *dromos* course.

(2) Voir la Note sur les cartes géographiques, à la fin de la Vingt-quatrième Leçon.

leurs la température de la surface. Résultat provenant sans doute de ce que la température de 4 degrés correspond très-probablement au maximum de densité pour l'eau salée tout aussi bien que pour l'eau pure.

639. **Courants.** — On a tâché de rendre compte des courants par cette température de 4 degrés que possèdent les couches inférieures. Après avoir atteint son maximum de densité, l'eau doit se précipiter, en effet, vers le fond de la mer où le contact du sol et celui des couches liquides supérieures font bientôt changer la température, et provoquent la descente de nouvelles couches à 4 degrés. Or, il est fort possible qu'un pareil mouvement soit, au moins en partie, la cause des courants. Je dis : en partie, car il peut se faire aussi que la forme des continents, l'action attractive de certains Astres (le Soleil et la Lune), etc., contribuent pour quelque chose à la production du phénomène qui se montre surtout, avec une intensité remarquable, dans le grand courant (le seul bien étudié jusqu'à présent), dont le point de départ est au golfe du Mexique, et dont le parcours s'étend le long de la côte des États-Unis, jusqu'à la mer d'Islande, où les eaux conservent encore des restes de la température élevée qu'elles avaient prise dans les mers équatoriales.

640. **Contre-courants inférieurs. — Salure.** — D'autres courants existent d'ailleurs avec des proportions moins considérables, mais tout aussi difficiles à expliquer et qui, soit dit en passant, ont conduit divers physiciens à supposer des contre-courants inférieurs, pour l'évacuation du trop plein, lorsque l'évaporation ne paraît pas suffisante au maintien du niveau. Quant à la salure que prennent, à la longue, certains lacs primitivement d'eau douce (1), il serait difficile de ne pas l'attribuer à cette dernière cause (l'évaporation), qui finit sans doute par laisser s'accumuler les sels (2) dont les fleuves,

(1) Le lac Mœris, par exemple.

(2) Les mers de l'époque actuelle contiennent moyennement 0,037 de matières salines, dont trois quarts environ sont du sel marin. Le quart restant est formé de chlorures de magnésium et de potassium; de sulfates de magnésie et de potasse; enfin de carbonate de chaux. L'eau de mer contient également un peu d'ammoniaque.

les sources, les pluies, etc., dépouillent peu à peu les terres, et qui pourrait également rendre compte de la salure des mers.

641. **Différence de niveau entre les petites mers.** — C'est aussi, sans doute, dans l'évaporation combinée avec les courants inférieurs, et probablement encore, dans les résistances qu'opposent les étranglements au passage des masses liquides, ainsi que dans les variations de vitesses dues aux inégalités de la rotation sur les divers parallèles traversés, qu'il faut chercher l'explication des différences de niveau présentées par les petites mers. Comment concevoir autrement, en effet, que la Méditerranée et la mer Rouge, par exemple, séparées il est vrai., l'une de l'autre par l'isthme de Suez, mais communiquant néanmoins entre elles par l'Océan, diffèrent de plus de 10 mètres; la seconde étant élevée de cette énorme hauteur au-dessus de la première?

642. **Changements dans les niveaux respectifs des mers et des continents.** — Du reste, le niveau des mers change quelquefois lui-même par rapport aux continents. Ainsi, près de Cadix, on voit, à la marée basse, un temple d'Hercule sous les eaux. A Ravenne, le pavé de la cathédrale se trouve aujourd'hui d'une quinzaine de centimètres au-dessous du niveau de l'Adriatique, après avoir été sans doute construit au-dessus de ce niveau. Le pavé du palais de Tibère à Caprée, est également plus bas que le niveau de la mer. Les célèbres colonnes du prétendu temple de Sérapis (1), près de Naples, sont aussi criblées de trous faits par des *lithophages*, non à la surface même de l'eau, où les *pholades* rongent la pierre d'habitude, mais dans une zone placée à 6 mètres environ de hauteur; les deux pavés du temple, construits sans doute à deux époques différentes, sont encore séparés eux-mêmes par une élévation verticale de plusieurs mètres, etc. Enfin, le sol de la Suède s'élève actuellement de 2 mètres environ par siècle, etc. L'ensemble de ces faits tend à prouver évidemment que, par suite d'un travail intérieur, l'écorce

(1) Temple qui n'était peut-être qu'une simple piscine.

terrestre est sujette à des plissements qui la soulèvent en certains points et l'abaissent en d'autres ; car il ne paraît pas permis d'attribuer le phénomène à la dénivellation des mers, dont la surface couvre plus des trois-quarts du Globe, et dont quelques profondeurs, déterminées par des sondages récents, atteignent, dépassent même le chiffre énorme de 14 kilomètres.

643. **Chaleur centrale et fluidité probable de l'intérieur du Globe.** — Ces curieux mouvements de l'enveloppe extérieure du Globe nous ramènent à la cause qui peut les produire. Rapprochez les hautes températures de diverses sources thermales, les 80 degrés, par exemple, qu'on trouve à Carlsbad, les 68 degrés qu'on observe à Luchon, les 45 degrés qu'on obtient à Baréges, les accroissements de 1 degré par 35 ou 40 mètres que donnent les forages des puits artésiens, etc., des tremblements de terre, des phénomènes volcaniques, des fossiles enfouis dans les divers terrains, etc., etc., et vous ne douterez pas un seul instant qu'après avoir été complétement fluide à son origine, à l'époque où les traditions bibliques font remonter le chaos, la terre ne soit encore à l'état de fusion sous la pellicule consolidée (30 ou 40 kilom.) que nous habitons aujourd'hui.

644. **Phénomènes volcaniques.** — Voyez, en effet, les coquilles empâtées dans les roches elles-mêmes qui forment certaines montagnes, et qui, sur les flancs de ces dernières, s'étendent souvent, en couches inclinées, pour se présenter bientôt en couches horizontales dans les plaines environnantes. Remarquez la correspondance, ou plutôt l'identité des terrains situés aux deux côtés de divers détroits, dans la mer d'Irlande, à Gibraltar, etc. Considérez les restes organiques déposés dans les assises successives que traversent les puits de mines, ou qui viennent affleurer sur les grands escarpements, etc. Tout cela ne montre-t-il pas avec évidence, qu'après avoir été déposés par les eaux où flottaient, comme de nos jours, des restes nombreux d'animaux et de plantes, les couches horizontales ont dû être brisées, tantôt par des soulèvements brusques du sol, tantôt par des enfon-

cements subits, tantôt, enfin, par des rides formées dans la croûte du Globe ?

Et comment expliquer de pareils phénomènes? Comment rendre compte des immenses déjections de laves, des vibrations du sol, propagées instantanément, pour ainsi dire, à des distances énormes? Comment concevoir les anciens cratères de 10000 à 20000 mètres, les bouches volcaniques alignées par groupes nombreux, telles, entre autres, qu'on les remarque en Europe, marchant du Vésuve à l'Etna si l'on n'admet pas une communication fluide entre l'intérieur et l'extérieur de la Planète sur laquelle on observe ces imposantes manifestations ? N'a-t-on par vu la coulée de 1669 couvrir, sur des épaisseurs de 6 à 7 mètres plusieurs villages aux environs de l'Etna ? Des faits analogues ne se sont-ils pas aussi passés, il y a deux cents ans à peine, au Vésuve, l'effrayant destructeur de ces villes d'Herculanum et de Pompeïa, dont l'exhumation nous révèle aujourd'hui, prises sur le fait, en quelque sorte, après un oubli de 18 siècles et les mœurs de leurs habitants et les douloureuses angoisses que durent éprouver en fuyant éperdues, chargées de leurs bijoux et de leur or, à travers des nuages de cendres brûlantes ou des torrents de pluies bourbeuses, au milieu des grondements de la foudre et des lugubres éclats du volcan, tant de victimes ensevelies vivantes sous les déjections? Et, de notre temps encore, les volcans actuels, ces sortes de soupapes de sûreté par lesquelles s'échappe le trop plein résultant de l'énorme pression des gaz ou des vapeurs qui viennent à travers les fissures des terrains se développer au contact des laves brûlantes, ne sont-ils pas assez énergiques, le Cotopaxi entre autres, pour lancer à 10 ou 12 kilomètres de distance des blocs de 4 ou 5 mètres d'épaisseur ? Le tremblement de terre qui fit tant de dégats à Lisbonne en 1744, ne fut-il pas simultanément ressenti des Alpes au Canada ? Celui de 1750, quoique moins considérable, n'alla-t-il point toutefois des Antilles à l'embouchure de l'Orénoque ? N'en a-t-on pas vu se propager également, sur une étendue de 200 à 300 myriamètres, des Moluques jusqu'à Sumatra, etc., etc. ? Et peudant que de pareils effets se produisent sous l'action du feu, les dépôts de sédiment ne s'agglomèrent-ils pas eux-mêmes au fond des mers? Empâtant, comme aux diverses époques géologiques, les débris des êtres qui vivent aujourd'hui sur le Globe, et n'attendant, pour surgir du sein des eaux, qu'un ridement de l'écorce en surplomb sur les vides formés par le refroidissement graduel et par la condensation des matières intérieures incandescentes?

645. **Conclusions. — Théories cosmogoniques. — Système de Laplace sur la formation des Planètes et des Satellites.** — On ne saurait donc le méconnaître. Et ce que l'observation nous a révélé sur les anciens bouleversements de notre Planète, et ce que nous voyons se produire encore sous nos yeux, et le parallélisme des rides qui, d'après les remarquables recherches de M. Élie de Beaumont, se sont formées à chaque cataclysme, et la surface arrondie du Globe, et son aplatissement en rapport avec la force centrifuge, etc., etc.? Tout nous autorise à penser que la Terre, originairement fluide, est encore, sinon complétement liquide, puisqu'il ne paraît pas s'y produire de marées diurnes intérieures, du moins dans un état de viscosité, peu éloigné de l'état fluide. En songeant aux analogies de forme, de rotation et d'aplatissement qu'elle présente avec les autres Planètes, aux mouvements directs de ces divers corps ainsi que des Satellites qui circulent autour d'eux, aux positions, presque confondues, des plans de leur orbite, pour celles des Planètes (les principales) qui n'ont pas, comme on l'a pensé, des astéroïdes compris entre Mars et Jupiter, subi l'effet d'une explosion, etc., etc., ne serait-on pas conduit à supposer, avec de grands esprits, avec Buffon et Laplace entre autres, qu'une origine commune rattache au Soleil tous les Astres de notre sytème planétaire? Seulement, d'après ce que nous savons aujourd'hui du peu de masse des Comètes, il n'est plus possible d'admettre, comme le faisait Buffon, que le choc d'une Comète a tout fait jaillir du corps lumineux central, sur lequel d'ailleurs les Planètes seraient retombées, en passant au point de départ, après une première révolution

accomplie. Mais, conformément aux idées de Laplace, il semble assez rationnel de rapporter le chaos biblique à l'existence d'une vaste nébuleuse qui, tournant sur elle-même, et très-aplatie par l'effet des forces centrifuges dues à la rotation, aurait, pendant les phases successives de son refroidissement, abandonné diverses couches dont l'agglomération en globules (1) serait l'origine des Planètes et de tous les Astres (des Planètes du moins ainsi que de leurs Satellites) assujettis au Soleil.

(1) Cette agglomération; correspondant à la séparation des ténèbres d'avec la lumière, rend compte très-simplement, comme on peut le voir dans le *Système du Monde* de Laplace, des mouvements directs soit de translation, soit de rotation des Planètes et des Satellites; la théorie de Laplace explique également pourquoi les Planètes les plus éloignées du Soleil sont aussi généralement, les moins denses, Quant aux Comètes à grande excentricité, on peut les considérer comme provenant de matières cosmiques errantes, dont le Soleil se serait emparé.

NOTE I.

DÉTERMINATION DE L'APLATISSEMENT A L'AIDE DE DEUX DEGRÉS MESURÉS SOUS DES LATITUDES DIFFÉRENTES.

646. — Supposez le méridien elliptique et peu aplati, c'est-à-dire, comme l'indique l'observation, se rapprochant beaucoup du cercle. Si vous désignez par A, B, e les deux axes et l'excentricité de l'ellipse, vous aurez

$$e^2 = \frac{A^2 - B^2}{A^2} = 1 - \frac{B^2}{A^2};$$

et si vous prenez, pour expression de l'aplatissement, le rapport $\frac{A-B}{A} = 1 - \frac{B}{A}$, vous trouverez en représentant, ainsi qu'on le fait d'habitude, cet aplatissement par $\frac{1}{p}$

$$\frac{B}{A} = 1 - \frac{1}{p}; \quad \text{d'où} \quad e^2 = 1 - \left(1 - \frac{1}{p}\right)^2 = \frac{2}{p} - \frac{1}{p^2} = \frac{2}{p}$$

à cause de l'aplatissement très-petit $\frac{1}{p}$ qui permet de négliger $\frac{1}{p^2}$.

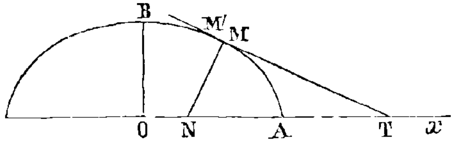
Par conséquent,

$$\text{aplatissement} = \frac{1}{p} = \frac{1}{2}e^2.$$

La question se réduit donc à déterminer e^2.

Soient L l'angle MNA (*fig.* 267) que fait la normale MN avec le rayon

Fig. 267.



équatorial OA ou la latitude du point M et $x'y'$ les coordonnées de ce point, les équations

$$\left(\operatorname{tang} \mathrm{MTN} = \operatorname{cotg} \mathrm{MNT} = \operatorname{cotg} \mathrm{L} = \frac{1}{\operatorname{tang} \mathrm{L}}\right) = \frac{\mathrm{B}^2 x'}{\mathrm{A}^2 y'},$$

$$\mathrm{A}^2 y'^2 + \mathrm{B}^2 x'^2 = \mathrm{A}^2 \mathrm{B}^2$$

donneront $\quad x' = \dfrac{\mathrm{A} \cos \mathrm{L}}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 \mathrm{L}}}, \quad y' = \dfrac{\mathrm{A}(1 - e^2) \sin \mathrm{L}}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 \mathrm{L}}},$

et par suite

$$dx' = -\frac{\mathrm{A}(1 - e^2) \sin \mathrm{L}\, d\mathrm{L}}{(1 - e^2 \sin^2 \mathrm{L})^{\frac{3}{2}}}, \qquad dy' = \frac{\mathrm{A}^2 (1 - e^2) \cos \mathrm{L}\, d\mathrm{L}}{(1 - e^2 \sin^2 \mathrm{L})^{\frac{3}{2}}},$$

d'où $\quad ds = \sqrt{dx'^2 + dy'^2} = \dfrac{\mathrm{A}(1 - e^2)\, d\mathrm{L}}{(1 - e^2 \sin^2 \mathrm{L})^{\frac{3}{2}}},$

$d\mathrm{L}$ étant la différence des latitudes extrêmes sur l'arc $\mathrm{MM}' = ds$. Mesurez donc, sous deux latitudes L', L'', deux arcs ds', ds'' et les différences $d\mathrm{L}'$, $d\mathrm{L}''$ de la latitude aux extrémités de ces arcs, vous aurez

$$ds' = \frac{\mathrm{A}(1 - e^2)\, d\mathrm{L}'}{(1 - e^2 \sin^2 \mathrm{L}')^{\frac{3}{2}}}, \quad ds'' = \frac{\mathrm{A}(1 - e^2)\, d\mathrm{L}''}{(1 - e^2 \sin^2 \mathrm{L}'')^{\frac{3}{2}}},$$

équations qui détermineront les deux inconnues A, e. Mais si vous supposez $d\mathrm{L}' = d\mathrm{L}''$, ce qui arrivera quand vous prendrez des arcs d'un degré, vous en tirerez immédiatement

$$\frac{ds'}{ds''} = \frac{(1 - e^2 \sin^2 \mathrm{L}'')^{\frac{3}{2}}}{(1 - e^2 \sin^2 \mathrm{L}')^{\frac{3}{2}}} = \frac{1 - \frac{3}{2} e^2 \sin^2 \mathrm{L}''}{1 - \frac{3}{2} e^2 \sin^2 \mathrm{L}'}$$

en vous bornant aux termes en e^2 ; d'où

$$\frac{1}{2} e^2 = \frac{1}{3} \frac{(ds' - ds'')}{(ds' \sin^2 \mathrm{L}' - ds'' \sin^2 \mathrm{L}'')} = \text{aplatissement } \frac{1}{p}.$$

NOTE II.

647. Les oscillations du pendule en divers points du Globe font ressortir l'aplatissement. — La longueur l du pendule est liée à l'intensité g de la pesanteur en un lieu quelconque de la

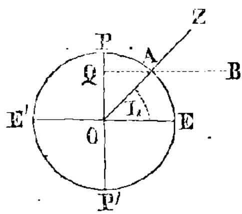
Terre, et à la durée t de l'oscillation, quand les arcs décrits sont très-petits, par la formule

$$t = \pi \sqrt{\frac{l}{g}},$$

π étant le rapport de la circonférence au diamètre.

D'où l et g varient ensemble dans le même sens. La longueur l diminuant vers l'Équateur, l'intensité g de la pesanteur y diminue également. L'accourcissement du pendule à secondes (n° 612) montrait donc à Richer, et montra quelques années plus tard à Halley, la diminution de la gravité. Ces deux Astronomes n'hésitèrent pas à attribuer le phénomène, d'un côté, au renflement équatorial qui éloignait le pendule du centre de la Terre, d'où ils faisaient émaner l'attraction; d'un autre côté, à l'effet de la force centrifuge proportionnelle au rayon du parallèle, nulle, par conséquent, au Pôle, et la plus grande possible à l'Équateur.

Fig. 268.



Valeurs de l'aplatissement, obtenues théoriquement par Huyghens et par Newton. — Huyghens, à son tour, vers la même époque, déterminait la valeur de l'aplatissement, en supposant un syphon POA (*fig.* 268), qui passerait au Pôle P et en un point A quelconque, situé à la latitude AE = L. ω étant la vitesse de rotation, et r le rayon de la Terre, le rayon du parallèle AQ sera $r \cos L$; et la force centrifuge, dirigée suivant AB, aura, comme on sait, pour expression $\omega^2 r \cos L$. Sa composante suivant la verticale AZ, ou dans le sens opposé à la pesanteur, sera donc

$$\omega^2 r \cos L \times \cos L = \omega^2 r \cos^2 L.$$

g représentant l'intensité de la pesanteur dans l'hypothèse de l'immobilité de la Terre, g sera encore la pesanteur au Pôle, où la force centrifuge est nulle, comme on le voit d'ailleurs si, dans l'expression de cette dernière, on fait L = 90°; et $g - \omega^2 r \cos^2 L$ sera l'attraction exercée sur le point A, dans le sens AO. Ces deux forces fournissaient à Huyghens l'excès de longueur qu'il fallait donner à la branche OA du syphon pour que le poids des deux colonnes liquides AO, TO pût se faire équilibre. La valeur ainsi trouvée par l'aplatissement était égale à un cinq-cent-soixante-dix-huitième.

Newton, de son côté, par une analyse plus générale, en tenant compte des attractions de toutes les molécules, et dans l'hypothèse de la Terre homogène, obtenait un deux-cent-trentième pour l'aplatissement.

Recherches de divers géomètres sur cette question. — L'observation a montré que la vérité se trouve entre ces deux extrêmes; et grâce aux recherches analytiques de Clairaut, de d'Alembert, de Legendre, de Laplace, etc., la théorie fournit, en effet, un résultat d'accord avec l'observation, quand on fait croître la densité de la surface au centre, ce qui doit être assez exact, puisque la densité moyenne de la Terre est égale à cinq fois et demie la densité de l'eau, tandis que la densité des couches superficielles ne dépasse guère 2,8 ou 3,0, la densité de l'eau étant l'unité.

Mesure de l'aplatissement par le pendule. — Le pendule donne aussi l'aplatissement; car A désignant la longueur du pendule qui battrait la seconde à l'Équateur, et A + B la longueur du pendule qui battrait aussi la seconde au Pôle, on trouve, par les principes de la Mécanique céleste, pour la longueur l du pendule, à la latitude L

$$l = A + B \sin^2 L$$

et pour l'aplatissement

$$\frac{1}{p} = \frac{5}{2}\,\frac{\text{force centrif}^{\text{ge}}\text{ à l'Équat}^{\text{r}}}{\text{pesanteur à l'Équateur}} - \frac{B}{A} = \frac{5}{2}\cdot\frac{1}{289} - \frac{B}{A} = 0,0086505 - \frac{B}{A};$$

le rapport de la force centrifuge à la pesanteur étant égal, sous l'Équateur, à $\frac{1}{289}$.

Pour avoir B et A, mesurez deux longueurs l', l'' du pendule à secondes, sous deux latitudes déterminées L′, L″; effectuez toutes les réductions convenables pour ramener ces longueurs au vide et au niveau de la mer (on en trouve le moyen dans les différents traités de Géodésie), et vous aurez alors

$$l' = A + B \sin^2 L',$$
$$l'' = A + B \sin^2 L'';$$

équation où tout est connu, excepté A et B. C'est ainsi que M. Mathieu, par six mesures de l, effectuées sur la méridienne, depuis Dunkerque jusqu'à Formentéra, a trouvé $\frac{1}{298,2}$ pour l'aplatissement, que j'ai trouvé moi-même $\frac{1}{285,7}$, ou $\frac{1}{307}$ en tenant compte des attractions locales, par les longueurs comparées du pendule à Toulouse et à Paris; enfin que l'ensemble des observations du pendule, dues à MM. Kater, Freycinet, Duperrey, Brisbane, etc., donne $\frac{1}{285,3}$. Cette dernière valeur paraît, du reste, être un peu trop forte, par suite, sans doute, des influences locales dont il n'a pas été tenu compte, car la théorie de la Lune conduit pour l'ensemble de l'aplatissement à la fraction $\frac{1}{305}$.

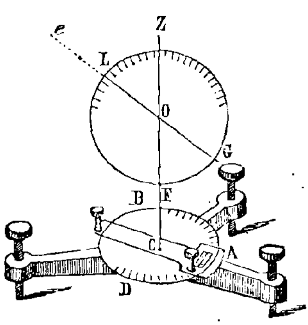
NOTE III.

648. Usage du cercle répétiteur. — Nous avons vu, dans la théorie des réfractions, qu'il n'est pas nécessaire de prendre une Étoile équatoriale, mais que les deux passages d'une circompolaire suffisent pour donner exactement les latitudes. Une Étoile quelconque, dont la déclinaison est connue, suffit également. C'est même ce dernier procédé que l'on suit généralement dans les opérations géodésiques où les instruments optiques ne sont pas assez puissants pour permettre d'observer, le jour et la nuit, les deux passages (supérieur et inférieur) des circompolaires. Jusqu'à présent, à quelques modifications près qui n'atteignent pas les qualités fondamentales de l'instrument, on a fait usage pour cet objet du cercle répétiteur de Borda, que la lunette zénithale de M. Faye ne tardera peut-être pas néanmoins à remplacer, et que, du reste, nous avons déjà rencontré dans l'étude des Étoiles, sous le nom de théodolite.

Voici d'ailleurs comment on opère :

Soient Z le zénith de l'observateur (*fig.* 269), et GOL l'axe de la lunette dirigée vers l'Étoile *e*. Supposez, pour plus de simplicité, l'Étoile immobile, hypothèse parfaitement permise, pourvu que vous corrigiez ensuite les erreurs qu'elle occasionne en calculant, à l'aide des formules données dans les traités spéciaux de géodésie, de combien, par suite de la rotation diurne, cette Étoile se rapproche ou s'éloigne du zénith entre deux observations. Si l'axe OZ de votre cercle et le cercle lui-même ont été rendus parfaitement verticaux, il est évident qu'en faisant parcourir à l'instrument un azimut de 180 degrés, vous amènerez la lunette OL vers un point *e'* du ciel (*fig.* 270), qui sera tout à fait symétrique de l'Étoile *e*, par rapport à la verticale OZ. Donc, pour retrouver votre Étoile *e*, vous devrez faire parcourir à la lunette,

Fig. 269.



sur votre cercle, un angle LOK, double de la distance zénithale LOZ cherchée.

Lorsque vous aurez ainsi amené la lunette suivant OK, faites encore décrire un azimut de 180° à votre cercle, la lunette reviendra vers le point e'. Laissez alors la lunette invariablement attachée au point K du cercle, où peuvent la fixer des vis de pression construites pour cet objet; desserrez, au contraire, les vis qui assujettissaient le cercle à son pied vertical, et faites tourner ce cercle, avec la lunette qui lui est maintenant adhérente, autour de l'axe horizontal O, jusqu'à ce que

Fig 270.

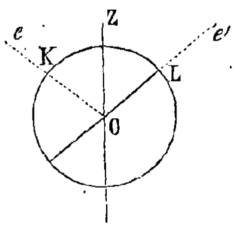
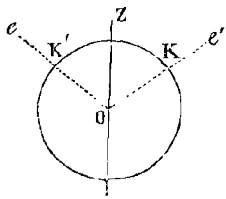


Fig. 271.



vous rencontriez de nouveau l'Étoile e (*fig.* 271), vous serez alors exactement dans les mêmes conditions qu'au début de votre opération, avec cette différence, toutefois, que le point du cercle sur lequel est maintenant fixée la lunette se trouve éloigné du point de départ primitif d'un angle KOK', double de la distance zénithale à mesurer.

Vous pourrez donc, en partant de ce second point, faire encore marcher la lunette d'un angle double, et l'éloigner, par conséquent, d'un angle quadruple du point de départ primitif. Une troisième opération tout à fait identique, vous conduira sur l'angle sextuple, puis sur les angles 8 fois, 10 fois, 12 fois, etc., plus grands; et, en divisant l'arc total ainsi obtenu par le nombre d'angles contenus dans cet arc, vous diviserez aussi par le même nombre l'erreur commise sur les lectures du commencement et de la fin. Vous atténuerez, par conséquent, l'erreur de votre mesure dans une proportion considérable; d'autant plus que les erreurs de pointage peuvent être elles-mêmes considérées comme se compensant à très-peu près, et que ce qu'il peut en rester à la fin est également divisé par le nombre d'observations.

Le principe de la répétition des angles fut imaginé par Mayer en 1752; mais Borda le premier l'appliqua, en 1786, au cercle répétiteur qui servit, l'année suivante, à la jonction des Observatoires de Paris et de Greenwich. Mayer avait tenté sans succès de faire réaliser sa conception à Londres en 1767. On a depuis reconnu dans l'instrument quelques causes d'erreur, provenant des flexions de la lunette, du jeu des vis de pression, etc. Toutefois, quand on prend les précautions convenables, quand surtout on a soin d'observer des Étoiles situées à peu près à la même hauteur vers le nord et vers le sud, il est possible, j'ai maintes fois eu l'occasion de m'en convaincre, d'obtenir d'excellents résultats, même avec un instrument de construction médiocre. Remarquez d'ailleurs que les mouvements azimutaux de 180° ont tout simplement pour but de remplacer le signal imaginaire e' par l'Étoile e ; car si vous aviez réellement le signal e' exactement symétrique de e, vous n'auriez, pour multiplier les angles, qu'à mener la lunette alternativement sur e' et sur e, en faisant reculer ensemble, de e sur e', la lunette et le cercle, rendus solidaires par les vis de pression, en faisant glisser, au contraire, la lunette sur le cercle arrêté, quand vous iriez de e' sur e.

NOTE IV.

SUR LES CARTES GÉOGRAPHIQUES.

649. Les cartes de Mercator, commodes pour les marins, ne pourraient être étendues jusqu'aux pôles, où l'agrandissement presque infini des parallèles exigerait un développement trop considérable. C'est surtout aux espaces restreints dont elles ne déforment pas, d'ailleurs, sensiblement les surfaces, qu'elles sont appliquées avec avantage par les navigateurs. Mais lorsqu'on veut représenter un hémisphère tout entier et faire ce qu'on appelle des *mappemondes*, on emploie des systèmes différents.

650. **Projections orthographiques. — 1° Sur le Méridien.** — Le plus simple consiste à projeter sur des plans, par des lignes perpendiculaires, les divers points de la surface terrestre, déterminés par leurs longitudes et leurs latitudes, ou, ce qui revient au même, les Méridiens et les parallèles. Ce système, désigné sous le nom de *projection orthographique* (1), et dont l'invention paraît remonter à l'époque d'Apollonius, 200 ans avant notre ère, offre des apparences qui varient avec le plan choisi pour plan de projection. Voulez-vous, par exemple, projeter sur un Méridien? Il est évident que l'Équateur et les

(1) Orthos *droit*, graphô *j'écris* ou *je décris*.

divers parallèles seront des lignes droites EE′, aa', bb', etc. (*fig.* 272), parallèles entre elles et menées par les points E, a, b, c, etc., entre lesquels auront été pris des arcs égaux Ea, ab, bc, etc. Quant aux Méridiens, ils devront être évidemment des ellipses, intersection, par le plan de projection, des cylindres obliques à bases circulaires. Le grand axe PP′ est le même pour toutes ces ellipses; et les petits axes de chacune d'entre elles sont les cosinus a_1O, b_1O, c_1O, etc., des longitudes ou des arcs d'Équateur, rabattus sur Ea, Eb, etc.

651. **2° Sur l'Équateur** — Voulez-vous, au contraire (*fig.* 273), adopter l'Équateur pour plan de projection ? Tous les méridiens seront

Fig. 272.

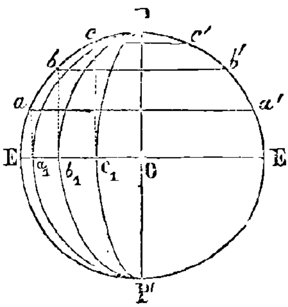
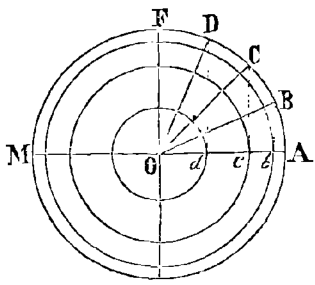
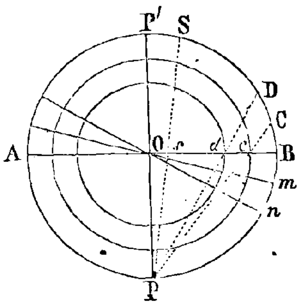


Fig. 273.



alors des lignes droites menées du centre O, projection du Pôle, aux divers points A, B, C, etc., du contour de l'Équateur. Mais les parallèles resteront des cercles projetés en véritable grandeur, et dont les rayons Ob, Oc, Od, etc., auront pour longueur les distances du point O aux pieds des perpendiculaires Bb, Cc, Dd, etc., que vous abaisserez des divers points de division du Méridien AM rabattus sur ABCD....

Fig. 274.



652. **Projections stéréographiques. — 1° sur l'Équateur.** — De pareilles cartes conservent évidemment, à très-peu près, leurs grandeurs aux portions projetées vers le centre, et rapetissent considérablement les portions de la Sphère qui se projettent

vers les bords. On remédie, en partie, à cet inconvénient par l'emploi des projections stéréographiques (1) dont la première idée est due à Hipparque et qui ne sont autre chose que des perspectives de l'hémisphère à représenter. Si l'on prend dans ce cas, par exemple (*fig.* 274), l'Équateur pour plan de projection, l'œil étant placé au Pôle, le centre O de la carte sera la projection du Pôle opposé. Les Méridiens se projetteront suivant des lignes droites OB, O*m*, O*n*, etc.; et les parallèles suivant des cercles ayant pour rayons les lignes O*c*, O*d*, qui résultent de l'intersection du diamètre AB par les rayons visuels PC, PD, etc., menés, du point de vue rabattu en P aux points de division du Méridien AB rabattu sur BCD....

653. Ici le triangle BC*c* étant rectangle en B, et la ligne PC, presque confondue avec PB, étant sensiblement inclinée de 45 degrés sur BA, le triangle BC*c* sera à peu près isocèle. La projection BC du bord différera donc à peine, en grandeur, de la surface projetée B*c*. Il est vrai que les parties centrales P'S, deux fois plus éloignées de l'œil que leurs projections OS, se trouveront diminuées de moitié. Mais la disproportion sera loin, toutefois, d'être aussi considérable que dans le cas des projections perpendiculaires, où les bords de la carte sont *bien autrement rapetissés que ne l'est le centre dans la projection* stéréographique. Il est possible d'ailleurs d'atténuer encore l'inconvénient de cette dernière projection; car puisque la position de l'œil en P rapetisse le centre et n'altère pas sensiblement les bords, tandis que la position de l'œil à une distance infinie, position qui correspond au cas de la projection orthographique, altère au contraire les bords et ne modifie pas les parties centrales, si l'on place l'œil dans une position convenablement choisie entre le point P et l'infini, on égalisera les effets produits sur les bords et sur le centre; ce qui réduira les erreurs, en les transportant *entre le centre et les bords*.

654. **2° Sur un Méridien.** — On peut, au reste, dans la projection perspective, adopter aussi, comme dans la projection perpendiculaire, un Méridien pour plan de projection. Les Méridiens et les parallèles seront alors, sur la carte, des ellipses ou des cercles, suivant que l'œil, placé perpendiculairement au centre du Méridien de projection, se trouvera lui-même hors de la surface terrestre, ou sur cette surface, en un point de l'Équateur. Si vous menez, en effet, une droite, du centre de la Terre au centre du cercle à projeter, le plan passant par cette droite et par l'œil, sera évidemment perpendiculaire au cercle à projeter ainsi qu'au Méridien de projection. Soient (*fig.* 275) OM*ab*M', MM' et *ab* ses intersections par la Sphère, par le Méridien de projection et par le cercle à projeter. Si l'œil est en O, *ab a'b'* seront des sections *antiparallèles* du cône oblique *ab*O à base circulaire *ab*, puisque l'angle *ab*O mesuré par la

(1) Stéréos *solide*, graphô je *décris*.

moitié du quadrant MO augmenté de l'arc aM, est égal à l'angle $b'a'O$ que mesure aussi la moitié du quadrant M'O augmenté de ce même arc aM. La section $a'b'$ sera donc circulaire comme la base ab. Mais si l'œil est en O' hors de la surface terrestre, l'angle b_1a_1O' ayant pour mesure $\frac{(DM' > 90°) + aM}{2}$ est plus grand que abO' mesuré par $\frac{(ME < 90°) + aM}{2}$ et la section a_1b_1 est alors elliptique.

Dans l'un comme dans l'autre cas, la construction de la mappemonde est des plus faciles. Voulez-vous, pour abréger, supposer, tout simplement l'œil à la surface de la Terre? Soit PEP'E' (*fig.* 276) le Méridien de projection. EE' sera, évidemment, dans ce cas, la projection

Fig. 275.

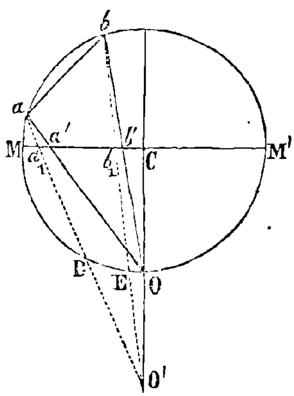
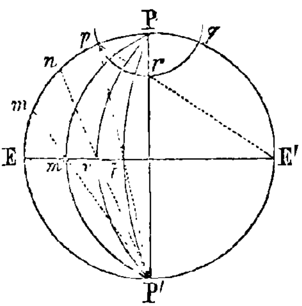


Fig. 276.



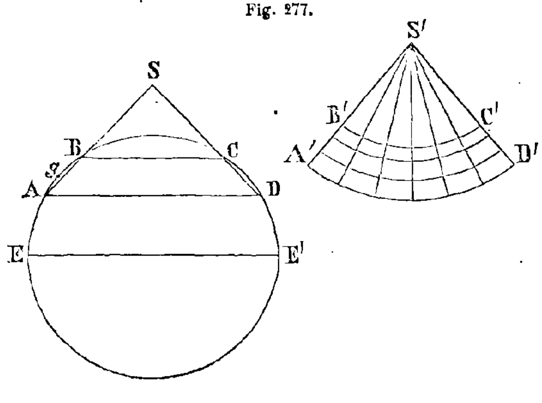
de l'Équateur. Car le cône à base circulaire dont il a été question plus haut, se réduit alors à un plan que le plan de projection coupe suivant EE'. Quant aux autres cercles (méridiens et parallèles) puisqu'ils donnent des cercles en projection, trois points suffiront sur le canevas de la carte, pour permettre de les tracer en entier.

Remarquez d'abord que les points P, P', intersection de tous les Méridiens, appartiennent au plan de projection et se trouvent par conséquent à la place même qu'ils doivent occuper sur la carte. Vous n'avez donc plus à déterminer qu'un troisième point pour chacun de ces méridiens. Rabattez l'Équateur sur EPE'P', le point de vue viendra en P'; les intersections de l'Équateur et des Méridiens à projeter seront $P'm$, $P'n$, $P'p$ et vous aurez en m', n', p' les troisièmes points cherchés.

Remarquez, en second lieu, que p, q sont deux points du parallèle mené à la distance $Pp = Pq$ du Pôle; et pour avoir un troisième point de la projection de ce parallèle, rabattez le point de vue en E'. Le point du parallèle à projeter, qui se trouve sur le Méridien perpendiculaire au plan de projection, viendra en p. Menez E'p, vous obtiendrez en r, intersection de E'p et de PP', le point cherché. La circonférence passant par prq sera donc la projection du parallèle.

655. **Projections par développement pour les pays peu étendus — Développement conique de Ptolémée.** — On emploie également quelquefois l'horizon pour plan de projection stéréographique. Mais les détails qui précèdent, suffisent à donner une idée de la construction des mappemondes, et des inconvénients de ces cartes dans l'estimation des distances ou des grandeurs. Lorsqu'il s'agit de pays peu étendus, ce sont *les projections par développement* qu'on adopte. Le plus ancien système de cette espèce est dû à Ptolémée, et porte le nom de *développement conique*. Il consiste à faire passer un cône, par la corde AB (*fig.* 277) de la zone dans laquelle se trouve le pays qu'on veut représenter, et à développer ensuite la surface

Fig. 277.



conique ASD suivant le secteur circulaire A'S'D'. Les méridiens seront alors des rayons de secteurs; et les parallèles, des arcs de cercle décrits du centre S'.

On prend quelquefois pour arête du cône, la tangente au point g milieu de l'arc AB. Dans ce cas, les erreurs seront vers les extrémités AB qui s'éloignent le plus de la surface conique. Elles sont, au contraire, dans les parties moyennes g quand le cône est mené suivant AB. Elles sont enfin entre les extrémités et le centre quand on adopte, d'après Euler, pour arête du cône, la ligne menée entre la tangente et la corde.

656. **Développement de Flamsteed.** — Flamsteed avait adopté un autre système. Il développait en ligne droite et en véritable grandeur, le Méridien passant au milieu de la carte; et, par les points de division de ce Méridien, il menait des perpendiculaires sur chacune desquelles étaient prises (*fig.* 278) des longueurs égales ab, bc, etc., $a'b'$, $b'c'$, etc., $a''b''$, $b''c''$, etc., égales pour un même parallèle, mais variant d'un parallèle à l'autre comme varient ces parallèles, c'est-à-dire proportionnellement au *cosinus* de la latitude. Les lignes $aa'a''$, $bb'b''$, $cc'c''$, composées de petits éléments rectilignes, représentaient les Méridiens; et ca, $c'a'$, $c''a''$, les parallèles. Dans ce système, les divers trapèzes sont de plus en plus déformés à mesure qu'ils s'éloignent de PP', mais les bases et les hauteurs des trapèzes n'étant pas altérées, les surfaces conservent leurs grandeurs relatives; avantage qui, dans certains cas, n'est pas à dédaigner.

657. **Projection modifiée de Flamsteed ou développement du dépôt de la guerre.** — Cassini, dans la carte de France, à laquelle il attacha son nom, fit usage, à son tour, d'un système différent. Mais ce système n'ayant pas été conservé dans les belles

Fig. 278.

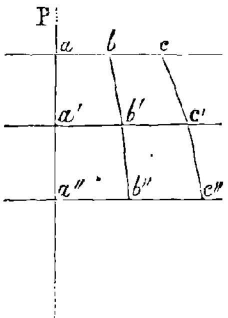
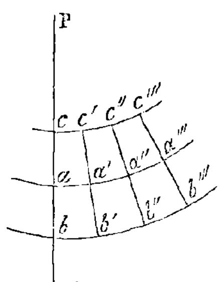


Fig. 279.



cartes du dépôt de la guerre, je me bornerai, pour terminer, à donner le procédé que suivent aujourd'hui nos ingénieurs militaires, et que l'on connaît sous la dénomination de projection modifiée de Flamsteed.

Soient (*fig.* 279) PP' un Méridien développé en ligne droite et a l'intersection de ce Méridien par le parallèle moyen de la zone à représenter. Avec un rayon P*a* égal à la cotangente de la latitude du point *a*, c'est-à-dire avec un rayon égal à la distance entre le point *a*, et l'axe du Globe, comptée sur l'horizon du point *a*, décrivez un arc de cercle. Décrivez de même, du point P, les arcs de cercle passant aux limites *b*, *c* de la zone, *ab*, *ac* étant des longueurs de Méridien; et portez, sur ces différents arcs de cercle, des longueurs égales, pour chacun d'eux, aux portions correspondantes des parallèles qui passent en *b* et en *c*. Vous aurez un canevas où les différents trapèzes de la surface terrestre conserveront sensiblement leurs formes et leurs grandeurs respectives. C'est à peu près tout ce qu'il était possible d'espérer.

VINGT-QUATRIÈME LEÇON.

Gravitation universelle.

Considérations préliminaires. — Analyse de la découverte. — Applications. — Masses des Planètes et des Satellites. — Marées. — Action de la Lune. — Action du Soleil. — Marées syzygies. — Faible intensité du phénomène dans les mers peu étendues. — Unité de hauteur pour les marées dans chaque port. — Établissement du port en chaque lieu. — Détermination de la masse lunaire par les marées. — D'autres phénomènes, la nutation entre autres, donneraient également la masse de la Lune. — Stabilité des mers. — Marées atmosphériques. — Oscillations diurnes et mensuelles du baromètre. — Densité moyenne de la Terre. — Expérience de Cavendisch. — Expériences de Maskeline. — Attraction des montagnes. — Lois de Képler déduites du principe de la gravitation.

658. **Considérations préliminaires.** — Nous avons déjà plusieurs fois, et particulièrement dans la théorie des Étoiles doubles, eu l'occasion de constater l'existence d'une force attractive qui s'exerce entre toutes les molécules matérielles de l'Univers. C'est, dit-on, en voyant tomber une pomme que Newton, retiré momentanément à la campagne pendant la peste de 1666, fut conduit à découvrir l'existence des lois de cette force, dont la combinaison avec des impulsions primitives imprimées aux divers corps célestes et, pour quelques-uns seulement parmi ces derniers (1), avec la résistance de l'éther, suffit à l'explication de tous les phénomènes astronomiques. Dieu n'a donc, en quelque sorte, qu'à créer incessamment cette force, à laquelle on a donné le nom de

(1) Les Comètes.

gravitation, pour maintenir l'harmonie dans le firmament.

659. On a beaucoup disserté sur cet objet. On a prétendu que l'attraction ne résidait pas dans la matière, et tout dernièrement encore, on a cherché à expliquer la gravitation par le mouvement. Pour notre objet, cette discussion purement philosophique serait sans but. Il nous suffit ici de savoir que si la force n'existe pas en réalité, les effets se produisent absolument comme si elle existait. Les réactions moléculaires que supposent les diverses explications conduisent, d'ailleurs, à remplacer la force par un équivalent tout aussi mystérieux, et demandent au Créateur des manifestations de puissance non moins éclatantes.

Voici comment on raconte l'enchaînement des idées qui conduisit à la découverte :

660. — Newton, voyant tomber la pomme, se serait demandé pourquoi ce corps tombait. La réponse était facile ; c'est parce que la pomme subissait une attraction de la part de la Terre. — Mais si l'arbre eût été plus haut? — La pomme serait tombée de même. — Et s'il eût eu pour hauteur la distance qui nous sépare de la Lune ? — Evidemment encore la chute vers nous aurait eu lieu. — Mais alors pourquoi la Lune ne tombe-t-elle pas ? — Après un instant de réflexion, Newton se serait dit que la force centrifuge en était cause ; et, déterminant, comme nous l'avons fait dans l'étude des Étoiles doubles (82-83), la quantité dont la Lune tombe vers la Terre en une seconde; puis, comparant cette quantité au chemin que parcourt la pierre tombant à la surface de la Terre dans le même temps, l'illustre Astronome aurait trouvé que les chemins parcourus, par conséquent aussi que l'intensité de la force attractive, variaient inversement du carré des distances (1).

661. **Analyse de la découverte** — Si la Terre avait une masse double, évidemment, se dit Newton, les effets pro-

(1) Soit α l'angle bCa parcouru par la Lune autour du centre C de la Terre (*fig.* 280) dans l'unité de temps, a' le rayon Ca de l'orbite lunaire ou, si l'on aime mieux, du cercle osculateur ab de cette orbite au point

duits seraient doubles aussi. Ils seraient triples avec une masse triple, et la moitié, le tiers, le quart, etc., avec une masse du Globe terrestre égale seulement à la moitié, au tiers, au quart, etc., de la masse actuelle; d'où, par induction, l'on est conduit à conclure que ces effets doivent être

a. La composante ad du mouvement lunaire ab aura pour expression

$$Ca - Cd = a' - a' \cos\alpha = a'(1 - \cos\alpha) = 2a' \sin^2 \frac{1}{2}\alpha;$$

expression sensiblement égale à $2a' \frac{1}{4}\alpha^2$, c'est-à-dire à

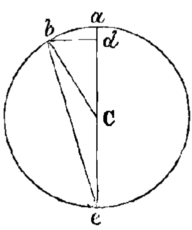
$$\left[\frac{1}{2}a'\left(\frac{2\pi}{T'}\right)^2 = \frac{2\pi^2 a'}{T'^2}\right]$$

et qui résulterait aussi, à cause du triangle rectangle $abea$ de la proportion

$$ad : \left(ab = \frac{2\pi a'}{T'}\right) :: \left(ab = \frac{2\pi a'}{T'}\right) : (ae = 2a'),$$

T' étant la durée de la révolution sidérale de la Lune, et π le rapport de la circonférence au diamètre. La valeur numérique de ab peut donc être aisément obtenue si l'on connaît celle de a', que l'on sait être égale en effet à soixante fois le rayon terrestre R, celui-ci ayant lui-même une longueur moyenne de 6366198 mètres. L'on trouve ainsi $ad = 0^m,00136$ dans une seconde de temps, correspondant à une demi-seconde d'arc environ, décrite par la Lune.

Fig. 280.



Le chemin légèrement variable d'une latitude à l'autre que parcourent, dans la première seconde, les corps dont nous pouvons mesurer directement la chute à la surface du Globe, étant en moyenne sensiblement égal à $4^m,9$, les attractions exercées par notre Globe aux distances 1 et 60 du centre de la Terre seront donc dans le rapport de $4^m,9$ à $0^m,00136$, ou de 3600 (carré de 60) à l'unité, puisque $\frac{4^m,9}{0^m,00136} = 3600$ à très peu près. Il paraît, au reste, que Newton avait été trompé dans ses premiers essais par l'inexactitude des valeurs alors supposées pour R, et qu'il n'obtint le nombre $0^m,00136$, ou plutôt son équivalent en fraction de toise, qu'après les déterminations de Picard La publication du *Livre des Principes* date seulement, en effet, de 1687, c'est-à-dire de vingt-un ans après les premiers essais de Newton à Cambridge, en 1666.

proportionnels à la masse, et, par conséquent, s'exercer de molécule à molécule.

662. **Applications. — Masses des Planètes et des Satellites.** — En appliquant les principes précédents au Soleil et aux Planètes qui possèdent des Satellites, Newton put donc, ainsi, déterminer le rapport des masses de ces divers corps par des calculs tout à fait identiques à ceux effectués (n° 84) dans la théorie des Étoiles doubles (1). Quant aux masses des Planètes dépourvues de Satellites, c'est

On peut remarquer, néanmoins, que les nombres précédents ne sont pas, *à la rigueur*, absolument comparables, parce qu'ils résultent, l'un de la *somme* des attractions du corps qui tombe et de la Terre, l'autre de la *somme* des attractions de la Terre et de la Lune. Comme la masse de la Lune est plus grande que celle des mobiles faisant partie de notre Globe, il est évident que dans les effets $0^m,00136$ et $4^m,9$, ramenés par le calcul aux mêmes distances, la Lune entrerait pour une part un peu supérieure à celle du mobile terrestre; que le premier devrait, par conséquent, l'emporter un peu sur le second (contrairement à ce qui a lieu dans le calcul précédent, à cause des fractions négligées). Mais la prédominance de la masse de la Terre permet de ne pas tenir compte de ces petites différences, et de regarder les effets produits comme étant dus uniquement à l'attraction de la Terre sur des corps extérieurs réduits chacun à n'être qu'un point.

(1) Soient M, m et m' les masses du Soleil, d'une Planète et du Satellite de cette Planète; g, g' les chutes observées de la Planète réunie à son Satellite vers le Soleil, et du Satellite vers la Planète, aux distances a et a', vous aurez :

Somme des actions : du Soleil sur chaque unité de masse de la Planète accompagnée de son Satellite, et de l'assemblage de ces deux corps sur chaque unité de masse du Soleil

$$= \left(\frac{M}{a^2} + \frac{m+m'}{a^2}\right)$$

quantité proportionnelle à g;

Somme des actions : de la Planète sur chaque unité de masse du Satellite, et du Satellite sur chaque unité de masse de la Planète

$$= \frac{m+m'}{a'^2}$$

quantité proportionnelle à g.

surtout par les perturbations réciproques (1) occasionnées dans les mouvements elliptiques de chacun de ces corps,

D'où
$$\frac{M+m+m'}{a^2} : g :: \frac{m+m'}{a'^2} : g' ;$$

ce qui donne
$$\frac{M+m+m'}{a^2 g} = \frac{m+m'}{a'^2 g'},$$

et par suite
$$\frac{1+\frac{m+m'}{M}}{\frac{m+m'}{M}} = \frac{a^2 g}{a'^2 g'},$$

équation de laquelle vous tirerez le rapport $\left(\frac{m+m'}{M}\right)$, égal presque rigoureusement à $\left(\frac{m}{M}\right)$ à cause de la petitesse évidente des masses des Satellites qui tournent autour des Planètes sans déplacer sensiblement celles-ci.

Une remarque en passant. D'après la note du n° 660, les quantités g, g' étant égales à $\frac{2\pi^2 a}{T^2}$, $\frac{2\pi^2 a'}{T'^2}$, si l'on désigne par f le chemin que ferait parcourir à l'*unité* de matière, dans la première *unité* de temps, l'attraction de l'*unité* de matière agissant à l'*unité* de distance, on peut poser les équations

$$\frac{(M+m+m')f}{a^2} = g = \frac{2\pi^2 a}{T^2}, \quad \frac{(m+m')f}{a'^2} = g' = \frac{2\pi^2 a'}{T'^2},$$

d'où

$$(\alpha) \quad \begin{cases} (M+m+m')f = \dfrac{2\pi^2 a^3}{T^2} \\ (m+m')f = \dfrac{2\pi^2 a'^3}{T'^2}. \end{cases}$$

Or, d'après la troisième loi de Képler, fournie par l'observation, $\frac{a^3}{T^2}$ étant constant pour toutes les Planètes, et $\frac{a'^3}{T'^2}$ pour tous les satellites d'une même Planète, tandis que les masses de ces divers corps ne sont pas égales, il faut que $m+m'$ soit négligeable à côté de M, et m' à côté de m.

Réciproquement, les premiers nombres des équations (d) n'étant pas absolument égaux pour les diverses Planètes et pour les divers Satellites, les seconds membres ne doivent pas l'être non plus. La troisième loi de Képler n'est donc, *à la rigueur*, qu'une loi approchée.

(1) Voir la Note I, à la fin de la Vingt-quatrième Leçon.

que l'on est parvenu, depuis Newton, à les obtenir. C'est aussi par les variations qu'éprouvent les éléments des quatre Satellites de Jupiter que Laplace a pu déterminer les masses de ces petits Astres. Malheureusement il n'en est pas de même des autres Satellites, dont la théorie demeurera longtemps encore imparfaite, selon toute apparence, à cause de l'extrême difficulté qu'on éprouve à les observer. Je n'ai pas besoin d'ajouter sans doute que la Lune se trouve pour nous, à cet égard, dans des conditions exceptionnelles. Seulement, comme elle n'a pas d'analogue autour de la Terre, on a dû demander sa masse à d'autres phénomènes, à celui des marées principalement.

663. **Marées.** — La surface terrestre étant, aux trois quarts environ, recouverte de nappes liquides qui, par leur extrême mobilité, peuvent obéir aisément aux actions attractives des Astres, on sent, en effet, que des déplacements plus ou moins considérables doivent se produire sous ces actions. Analysons le phénomène, et voyons comment il donne la masse de notre Satellite.

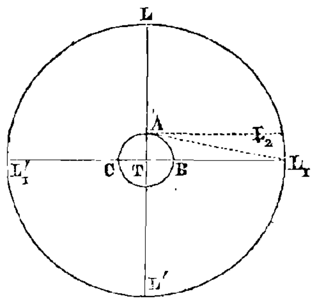
664. Dans tous les lieux où les marées se manifestent, on observe deux hautes et deux basses mers pendant l'intervalle de temps ($24^h\,50^m$ environ) qui sépare les retours successifs de la Lune au méridien. L'influence de ce dernier Astre doit donc contribuer, en grande parti du moins, aux dénivellations périodiques de l'Océan.

665. **Action de la Lune.** — Soit une molécule fluide A (*fig.* 281) située à la surface de la Terre, et, pour plus de simplicité, placée à l'Équateur sur la verticale même qui aboutirait à la Lune L. Cette molécule, plus près de la Lune que ne l'est le centre de la Terre, où, par l'effet de la cohésion, toute la portion solide du Globe peut être supposée réunie, sera plus fortement attirée, dans le rapport du carré de TL au carré de AL, c'est-à-dire, moyennement, dans le rapport du carré de 60 à celui de 59, rapport sensiblement égal à *trente vingt-neuvièmes*. La molécule A tendra donc à se séparer de la Terre; et comme les molécules situées soit entre A et B, soit entre A et C, sont attirées également vers la Lune avec plus

d'énergie que ne l'est le centre du Globe, leur mouvement vers A produira une intumescence en ce point, par conséquent aussi une dépression aux points B et C, à l'horizon desquels est alors la Lune.

666. Six heures un quart plus tard, le mouvement diurne amenant notre Satellite en L_1, à l'horizon du point A, c'est alors le point A lui-même qui tendra à se mouvoir vers B pour y transporter l'intumescence, et remplacer le renflement en A par une dépression; résultat évident, qui provient, d'ailleurs, de ce que la force AL_1 sensiblement égale à TL_1, peut être considérée, lorsqu'on la décompose, parallèlement à TL_1, suivant AL_2, comme ayant sa seconde composante dirigée de A vers T et tendant à rapprocher A du centre T de la Terre.

Fig. 281.



667. Quand ensuite, après un intervalle de $12^h\ 25^m$, la Lune arrive au Méridien inférieur L', le centre T de gravité des portions solides étant plus attiré que la molécule A et que les masses liquides AB, AC, la tendance à séparation entre la Terre et le point A se reproduit de nouveau (1); et l'on observe, en effet, une seconde intumescence, à laquelle succède bientôt une seconde dépression, correspondant au passage de la Lune en L'_1.

668. **Action du Soleil.** — On peut très-simplement se représenter le phénomène par une protubérance liquide ellipsoïdale qui se promènerait sur le Globe en suivant le mouvement diurne de la Lune. Il est d'ailleurs évident que le Soleil

(1) Le rapport des attractions est ici $\frac{AL'^2}{TL'^2} = \frac{(61)^2}{(60)^2} = \frac{31}{30}$, un peu plus faible par conséquent que dans le cas précédent; et l'on observe, en effet, une légère différence entre deux maxima consécutifs.

doit, à son tour, produire des effets analogues qui s'ajouteront aux premiers lors des conjonctions ou des oppositions, qui se retrancheront, au contraire, lors des quadratures, puisqu'alors l'un des Astres est à l'horizon lorsque l'autre est au zénith; qui ne s'ajouteront enfin ou ne se retrancheront qu'en partie dans les positions intermédiaires, la marée lunaire étant activée, par exemple, quand le Soleil précède la Lune, et retardée lorsqu'il la suit, etc.

669. **Marées syzygies**. — J'ai supposé que la Lune et le Soleil passaient au zénith du point A, et se trouvaient dans l'Équateur. C'est évidemment le cas exceptionnel. Mais on comprendra maintenant, sans peine, que les phénomènes seront, sinon identiques, du moins entièrement analogues, et que seulement ils se produiront, sur une plus petite échelle, dans les points où les distances zénithales des Astres attractifs, au lieu d'être nulles, conservent certaines grandeurs. On comprendra de même que, lors des syzygies, si les déclinaisons du Soleil et de la Lune sont différentes, les deux marées ne puissent pas se superposer entièrement, et que leur résultante diffère un peu de *la somme* des deux actions dont les directions feront entre elles un angle égal à celui compris entre les deux Astres. On comprendra facilement, enfin, que la résistance des côtes, que les frottements de l'eau contre les fonds, que les inégalités de ces fonds, que le temps nécessaire pour amortir entièrement les vitesses acquises et en faire changer le sens, etc., puissent retarder notablement les heures des marées. L'expérience montre, en effet, non-seulement que les marées les plus considérables correspondent généralement aux sysygies et les plus faibles aux quadratures, mais encore que les unes et les autres varient d'amplitude avec les déclinaisons du Soleil et de la Lune, et qu'en outre, elles n'arrivent moyennement, ainsi que celles qui les suivent, qu'un jour et demi environ après les époques théoriques des phénomènes (1).

(1) Cette dernière particularité présente, on peut le remarquer en passant, une frappante analogie avec les retards de maxima de chaleur

670. **Faible intensité du phénomène dans les mers peu étendues.** — Est-il besoin d'ajouter que dans les masses liquides peu étendues, dont tous les points sont par conséquent à peu près également attirés, les marées doivent être insensibles; que, suivant le sens dans lequel ils soufflent, les vents peuvent favoriser ou contrarier le phénomène; que les variations de distance du Soleil et de la Lune à la Terre le modifient aussi; que la direction des côtes, perpendiculaire ou parallèle au mouvement des eaux, arrête ces dernières ou les laisse glisser, et provoque tantôt des redoublements considérables d'intumescence, tantôt, au contraire, abandonne les effets à leurs proportions naturelles, etc.? Tout cela paraît si rationnel, qu'on ne sera nullement surpris de voir l'observation s'accorder, point par point, pour ainsi dire, avec les présomptions précédentes.

671. **Unité de hauteur pour les marées dans chaque port. — Établissement du port en chaque lieu.** — On prend pour unité de hauteur des marées, dans chaque port, la différence entre le maximum et le minimum de hauteur de la marée *syzygie*, qui a lieu lorsque le Soleil et la Lune, passant ensemble au Méridien, se trouvent aussi dans le

et de froid sur les époques des solstices. Elle dépend de la différence entre les forces attractives et les frottements. Tant que ceux-ci seront inférieurs à l'action luni-solaire, l'amplitude des marées augmentera. L'amplitude atteindra son maximum pour commencer à décroître lorsque les résistances qui grandissent avec l'amplitude équivaudront à la puissance accélératrice. Enfin, l'intensité du phénomène diminuera jusqu'au moment où la force accélératrice, après avoir passé par un minimum à l'époque de la quadrature, se trouvera de nouveau, pendant sa période ascendante, en état de vaincre entièrement les forces résistantes. Or, on conçoit qu'il puisse se faire que, même après la syzygie, la force accélératrice, alors décroissante, reste cependant encore, pendant un jour et demi supérieure aux frottements, et que cette force ne devienne aussi équivalente aux frottements, pour les surpasser ensuite, qu'un jour et demi après les quadratures; d'où le retard observé sur les époques des maxima et des minima, par conséquent sur toutes les époques intermédiaires.

plan de l'Équateur. Cette marée porte le nom de *Marée syzygie équinoxiale ;* et comme deux hautes mers consécutives peuvent présenter une légère différence provenant de la petite inégalité d'attraction aux distances AL, AL', le nombre adopté pour chaque port est celui que donne la basse mer équinoxiale, comparée à la moyenne des deux hautes mers qui la comprennent. Il est, par exemple, $2^m,80$ à Bayonne ; $5^m,36$ à Dunkerque ; $8^m,80$ à Dieppe ; $11^m,36$ à Saint-Malo ; $12^m,30$ à Granville, etc. La position des lieux influe donc considérablement sur sa valeur, puisque nous le voyons, le long des côtes de France, varier de $2^m,80$ à $12^m,30$. Ajoutons que le retard d'un jour et demi, signalé plus haut entre l'instant théorique et l'instant réel du phénomène, comporte aussi, d'un lieu à l'autre, des variations de quelques heures, et que chacune de ces variations prend le nom d'*Établissement du port.* Ainsi, à Brest, l'établissement du port est de $3^h\,46^m$, tandis qu'il est de $7^h\,45^m$ à Bordeaux, etc. ; ce qui signifie que la haute marée syzygie équinoxiale arrive à Brest un jour et demi plus $3^h\,46^m$, à Bordeaux un jour et demi plus $7^h\,45^m$, etc., après le passage simultané de la Lune et du Soleil au méridien.

672. **Détermination de la masse lunaire par les marées.** — Il sera facile maintenant de comprendre comment la masse de la Lune a pu être déduite des marées. Comparez, en effet, les marées des sysygies aux marées des quadratures en prenant, si vous voulez, afin de simplifier la question, les marées de l'Équateur quand les deux Astres qui occasionnent le phénomène ont leurs déclinaisons nulles. N'est-il pas évident que, dans le premier cas, l'effet produit représentera la somme des actions réunies du Soleil et de la Lune, tandis que dans le second cas cet effet exprimera la différence des mêmes actions ? Vous aurez donc aisément leur rapport ; et si vous les ramenez par le calcul à ce qu'elles seraient en s'exerçant aux mêmes distances, vous obtiendrez aisément chacune d'elles ; par conséquent aussi la masse de la Lune comparée à la masse du Soleil, puisque les effets se trou-

veraient alors rigoureusement proportionnels aux masses agissantes (1).

673. **D'autres phénomènes, la nutation entre autres, donneraient également la masse de la Lune.** — On peut remarquer, au reste, que d'autres phénomènes, dus à l'action de la Lune, celui de la nutation, par exemple, donneraient également la masse de notre Satellite. Cette masse, nous l'avons déjà vu, n'est que la 75^{me} partie de celle de la Terre, qui contient elle-même 354030 fois moins de matière que le Soleil. Et cependant, à cause de sa faible distance, la Lune exerce sur les marées une influence plus que double de l'influence exercée par le Soleil.

674. **Stabilité des mers.** — Dans les conditions actuellement existantes, les oscillations périodiques de la mer, en se combinant avec l'action de vents violents soufflant vers les côtes, ne peuvent guère produire que des accidents locaux. La mer se trouve, en effet, d'après les recherches de Laplace, dans un état d'équilibre stable, à cause du peu de densité de l'eau relativement à la densité moyenne du Globe. Mais si le rapport des densités était inverse de ce qu'il est, si, au lieu d'un Océan d'eau, vous aviez, par exemple, un Océan de mercure, vous verriez alors des phénomènes tout différents; l'équilibre serait instable, et le moindre déplacement de la mer pousserait les flots à travers les continents, où se produiraient journellement d'épouvantables ravages.

675. **Marées atmosphériques. — Oscillations diurnes et mensuelles du baromètre.** — C'est donc une heureuse cir-

(1) S et L représentant les masses du Soleil et de la Lune; h, h' les hauteurs des marées produites par la somme $S+L$ et par la différence $S-L$ quand les effets auront été ramenés aux mêmes distances, enfin K un coefficient indéterminé qui dépendrait des causes accidentelles, etc.,

vous auriez $S+L=Kh, \quad S-L=Kh';$

d'où $S=\frac{1}{2}K(h+h'), \quad L=\frac{1}{2}K(h-h'),$

et par l'élimination de K, $\dfrac{S}{L}=\dfrac{h+h'}{h-h'}.$

constance pour l'habitabilité (1) de notre Planète, que le peu de densité de l'Océan. Quant à l'atmosphère qui nous environne, et qui doit évidemment, comme la mer, subir l'influence attractive *luni-solaire*, Laplace a prouvé, dans la Mécanique céleste, qu'à Paris l'intumescence de la colonne aérienne produit, tout au plus, sur le baromètre, une variation de *deux centièmes de millimètre*. Les marées atmosphériques diurnes sont, par conséquent, tout à fait insensibles pour nous. On doit remarquer néanmoins que, sous une influence différente sans doute de l'attraction, et qui, pour le Soleil, se lie très-probablement aux phénomènes calorifiques, mais qui, pour la Lune, est encore des plus mystérieuses, le baromètre éprouve de curieuses fluctuations; qu'il présente chaque jour, par exemple, deux maxima et deux minima très-sensibles : les premiers, trois heures environ avant les passages (supérieurs et inférieurs) du Soleil au Méridien, c'est-à-dire, vers 9 heures du matin et vers 9 heures du soir; les seconds, trois heures après ces passages, ou vers 3 heures du soir et 3 heures du matin; et qu'en outre, la hauteur barométrique diurne moyenne paraît atteindre un minimum correspondant, comme on sait, à de légers excès de pluie, deux jours environ après le premier quartier de la Lune; un maximum, au contraire, correspondant à moins d'humidité, vers le deuxième quartier.

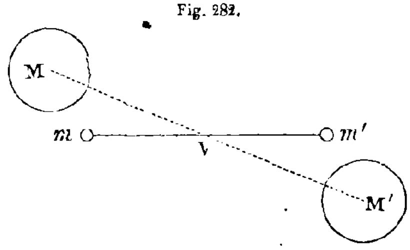
Densité moyenne de la Terre. — Seulement, dans l'état actuel de nos connaissances, la théorie se trouve impuissante à féconder un pareil sujet. Je me hâte donc de l'abandonner pour aborder enfin une dernière question relative aux masses des corps célestes, celles de la densité moyenne du Globe que nous habitons. En nous fournissant le rapport de la masse terrestre tout entière à la quantité de matière contenue dans un kilogramme, la détermination de cette densité nous permettra de comparer également au kilogramme les

(1) Le mot *habitabilité* me paraît manquer à la langue française. Je n'ai pas cru devoir hésiter à tenter de l'y introduire, puisque l'adjectif *habitable* est déjà depuis longtemps admis. Le désir d'éviter les périphrases m'a décidé de même à employer (n° 664) le mot *dénivellation*.

divers Astres du firmament, dont, par comparaison avec la Terre, nous aurons pu déjà mesurer les masses.

676. **Expérience de Cavendisch.** — Soient (*fig.* 282) m, m' deux petites boules de plomb, fixées aux extrémités d'un levier horizontal mm', que tient suspendu par son milieu V, soit un fil métallique susceptible, quoique très-fin, de résister à la torsion, soit un fil de soie sur lequel des torsions de quelques degrés sont sans effet sensible. Placez symétriquement, en présence de m, m' deux nouvelles boules de plomb M, M', de dimensions assez considérables pour que leurs attractions puissent écarter le levier mm' de sa position actuelle. Dans le cas du fil métallique, ce levier va tourner autour de V son point de suspension, jusqu'au moment où la torsion fera équilibre aux attractions exercées par les boules M, M'; dans le second cas, celui du fil de soie insensible à la torsion, il oscillera comme un pendule, des deux côtés de la ligne MVM', qui représentera la verticale par rapport aux masses M, M', et dans l'une aussi bien que dans l'autre hypothèse, on pourra calculer aisément quelle est l'intensité de la force qui produit l'effet observé.

Fig. 282.



La comparaison de cette force à celle qui fait osciller un pendule sollicité par la pesanteur, donnera donc, après les réductions convenables (1), le rapport de la masse du Globe terrestre à la masse du kilogramme; d'où l'on déduira sans difficulté, puisque le volume de la Terre est connu, la densité moyenne de notre Planète, ou la quantité de matière,

(1) g, g' représentant l'intensité de la pesanteur et l'attraction qu'exerce une des grosses boules de plomb à la distance d de son centre; l, l' les longueurs des pendules simples qui oscilleraient dans les temps

comparée au kilogramme, que contiendrait un mètre cube de sa substance supposée réduite à l'état de parfaite homogénéité.

677. **Expériences de Maskeline.** — L'expérience que je viens de décrire avait été d'abord imaginée par Michell, qui mourut avant d'avoir pu la réaliser. Plus tard, vers la fin du siècle dernier, Cavendisch parvint à en vaincre les difficultés, et trouva le nombre 5,448 pour la densité moyenne de la Terre par rapport à celle de l'eau, nombre fort exact selon toute apparence, puisque d'autres expériences, entreprises à Freyberg, ont conduit M. Reich au nombre 5,4383 à peine différent du premier. J'ajoute que, vers 1773, Maskeline avait cherché à obtenir la densité moyenne de la Terre par la déviation qu'exercent les montagnes sur le fil à plomb, et que, dans ce but, il avait mesuré *géométriquement,* pour en déduire la différence de leurs latitudes d'après la grandeur et l'aplatissement connus de la Terre, la distance comprise entre deux points d'un même Méridien, situés sur les deux versants des monts Shéhaliens en Ecosse, pendant qu'il déterminait *astronomiquement* les latitudes des mêmes points. En calculant, comme l'avait au reste déjà fait Bouguer, dès 1738, pour le Chimboraco, la masse de la montagne, par son volume et sa densité moyenne, estimée d'après la nature des roches dont elle paraissait être composée; et comparant en-

t, t' sous les actions des forces g, g'; on a, toutes réductions faites,

$$t = \pi\sqrt{\frac{l}{g}},\quad t' = \pi\sqrt{\frac{l'}{g'}},\quad \text{d'où}\quad \frac{t}{t'}\sqrt{\frac{lg'}{l'g}};$$

et à cause de
$$g = \frac{\frac{4}{3}\pi R^3\rho}{R^2} = \frac{4}{3}\pi R\rho,\quad g' = \frac{\frac{4}{3}\pi r^3\rho'}{d^2}$$

(R, r étant les rayons de la Terre et de la boule de plomb, ρ, ρ' les densités de ces corps), il vient

$$\frac{t}{t'} = \sqrt{\frac{lr^3\rho'}{l'd^2R\rho}}$$

équation qui fournit le rapport de ρ à ρ' quisque t et t' sont donnés par l'observation.

suite l'effet produit sur les latitudes astronomiques (différence entre le calcul et l'observation), d'abord à cette masse, puis à l'intensité totale de la pesanteur résultant de la masse entière de la Terre, il put aisément, on le conçoit sans peine, obtenir la densité moyenne du Globe (1).

678. **Attraction des montagnes.** — Toutefois l'ignorance où l'on est généralement sur la constitution intérieure des chaînes de montagnes, rend le procédé peu sûr; et l'on ne doit pas être étonné que Maskeline ait trouvé, pour la densité moyenne de la Terre, un nombre très-notablement inférieur à celui qu'obtint plus tard Cavendisch, dont l'expérience offre des garanties bien autrement considérables. A la rigueur cependant il semble permis d'attendre quelques résultats intéressants, de recherches de l'attraction des montagnes; mais c'est, à mon avis, en retournant la question et, comme je me suis trouvé, par exemple, conduit à le faire pour les Pyrénées, en cherchant à déduire plutôt la densité moyenne des montagnes de celle de la Terre, que la densité moyenne de la Terre de celle des montagnes. Quoi qu'il en soit, du reste, à cet égard, la valeur donnée par Cavendisch et même celle

(1) Soient V le volume de la montagne, ρ' la densité, d la distance *calculée* de son centre d'attraction au fil à plomb passant par le point dont on observe la latitude. La composante horizontale de l'attraction sera $\frac{\rho' V}{d^2} \cos\alpha$; α étant l'angle compris entre la direction d et l'horizon. La composante verticale, à peu près insensible à coté de l'action terrestre, aura pour valeur $\frac{V\rho' \sin\alpha}{d^2}$; et l'attraction du Globe, se trouvant exprimée par $\frac{4}{3}\pi\rho R$, la tangente *calculée*, de la déviation, sera

$$\left(\frac{\rho' V \cos\alpha}{d^2}\right) : \left(\frac{\rho' V \sin\alpha}{d^2} + \frac{4}{3}\pi\rho R\right).$$

Égalez ce rapport, où la densité ρ de la Terre est inconnue, à la tangente de la déviation fournie par la différence entre les latitudes observées et les latitudes calculées. L'équation ainsi formée vous donnera la valeur de $\frac{\rho}{\rho'}$.

obtenue par Maskeline, prouvent que la densité du Globe doit aller en augmentant considérablement vers le centre, puisque la densité des couches terrestres superficielles et celle de l'eau de la mer, sont de beaucoup inférieures à la densité moyenne.

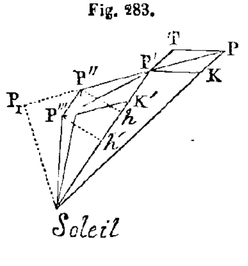
679. **Lois de Képler déduites du principe de la gravitation.** — J'arrive enfin au terme de ces longues études. Pour compléter la tâche que je m'étais imposée, je n'ai plus désormais qu'à faire sortir les lois de Képler du principe de la gravitation. Ce sera montrer par là qu'une cause unique, combinée avec des impulsions primitives, préside au mécanisme complet de l'univers.

Les développements déjà donnés dans la théorie des Étoiles doubles comprennent implicitement ceux que je vais consigner encore ici. Néanmoins, bien qu'il soit à peu près impossible de poursuivre, sans le secours de l'analyse, les diverses conséquences de la grande découverte de Newton, je ne crois pas devoir hésiter à demander encore quelques explications aux principes élémentaires de la Géométrie.

680. — Et d'abord, n'est-il pas évident qu'abstraction faite des influences perturbatrices exercées par les actions réciproques des divers corps du système solaire, chaque Planète devra se mouvoir dans le plan passant par la direction de l'impulsion primitive et par celle de la force attractive émanant du Soleil ? *Les aires décrites seront donc planes.*

681. — Ces aires varieront-elles proportionnellement au temps ? Remarquez, pour savoir s'il doit en être ainsi, que le chemin décrit dans le premier instant, sera la diagonale PP′ (*fig.* 283) du parallélogramme PTP′K construit sur la force attractive PK et sur la force d'impulsion PT. Remarquez également qu'en vertu de la vitesse acquise, le mobile arrivé au point P′ tendrait évidemment à parcourir sur le prolongement de PP′ un chemin P′P″

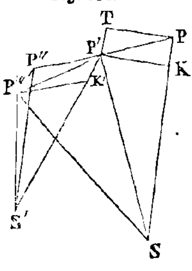
Fig. 283.



égal à PP′, si la force attractive dont l'action peut être supposée, s'exerçant par soubresauts instantanés PK, P′K′, etc., ne venait modifier le mouvement et le diriger suivant une nouvelle diagonale P′P‴. Or, il est facile de voir que l'aire SP′P‴ réellement décrite autour du centre S d'attraction, sous l'influence des deux forces P′P″, P′K′, est équivalente à l'aire P′P″S qui eût été décrite autour de ce même centre, dans le cas où l'attraction P′K′ n'aurait pas agi. Car, à cause du parallélogramme P′P″P‴K′, P″P‴ étant parallèle à P′K′, les deux triangles P′P‴S, P′P″S qui ont même base P′S, ont aussi des hauteurs évidemment égales P″h, P‴h'; caractère certain, nul ne l'ignore, de l'égalité des triangles.

Les deux triangles PP′S, P′P″S ayant, à leur tour, des bases égales PP′, P′P″, et, pour hauteur commune, la perpendiculaire SP_1 abaissée du sommet S sur le prolongement de la ligne droite PP′P″ seront également équivalents. Par conséquent les aires PP′S, P′P‴S, équivalentes l'une et l'autre à l'aire P′P″S, seront aussi équivalentes entre elles. Et comme des raisonnements identiques pourront s'appliquer successivement à chacun des petits triangles décrits autour du Soleil; comme d'ailleurs il est permis de supposer infiniment petit chacun de ces triangles, auquel cas la force attractive, à soubresauts PK, P′K′, etc., et la série des diagonales parcourues PP′, P′P‴, etc., deviennent, conformément à ce qui a lieu dans la nature, une force et une courbe continues, *la proportionnalité des aires au temps*, première loi de Képler, se trouve découler immédiatement du principe de Newton.

Fig. 284.



682. — Remarquez, du reste, que la démonstration précédente suppose P″P‴ parallèle à P′S, direction de la force attractive P′K′. D'où il résulte que si, au lieu d'émaner du point S, c'est-à-dire toujours du même centre d'attraction, la force P′K′ émanait d'un centre différent S′ (*fig.* 284), la dé-

monstration n'existerait plus; et quoique les aires P'P'''S' P'P''S' fussent équivalentes entre elles, l'aire P'P'''S rapportée au Soleil S ne serait pas équivalente, généralement, à l'aire primitive PP'S. En retournant la question, l'on peut donc dire, non-seulement que la gravitation donne naissance à la loi des aires, mais encore que, du moment où l'observation constate, par rapport au Soleil, l'existence de la loi des aires, c'est aussi du Soleil que doit toujours, nécessairement, émaner la force attractive.

683. — Il n'est pas aussi facile de faire découler de la gravitation la seconde loi de Képler. On concevra néanmoins sans peine, du moment où la force est centrale et où par conséquent la courbe décrite PP'P''' etc. (*fig.* 283), tourne sa concavité vers le point attractif S, que, suivant la grandeur et la direction de l'impulsion primitive, la force centrifuge, au point de départ, se soit trouvée inférieure, égale ou supérieure à la force attractive; que la vitesse initiale ait, elle-même, été perpendiculaire ou oblique au rayon vecteur, et qu'il en soit résulté, pour la courbe décrite, tantôt une ellipse ou un cercle, tantôt une parabole, tantôt une hyperbole, c'est-à-dire, en généralisant les lois de Képler, les seules courbes qu'on observe dans les mouvements de l'Univers. Afin de prouver qu'il ne pouvait en être autrement, il serait nécessaire de recourir à des calculs (1), dans les détails desquels je ne saurais entrer ici. Je me bornerai donc à dire que la conclusion précédente a été mise hors de doute, et par les calculs auxquels je viens de faire allusion, et par des calculs inverses qui, partant d'une section conique décrite de manière que les aires soient proportionnelles au temps (2), conduisent précisément à une force attractive dont l'énergie varie, pour chaque Planète, inversement au carré de la distance, d'un point à l'autre de l'orbite parcourue.

684. — Quant à la troisième loi de Képler, on la retrouve très-aisément, comme conséquence immédiate d'une force at-

(1) Voir la Note II, à la fin de la Vingt-quatrième Leçon.

(2) Voir la Note III, à la fin de la Vingt-quatrième Leçon.

tractive inverse du carré des distances, non plus seulement pour les points d'une même orbite, mais pour des points quelconques d'orbites différentes (1).

685. — Le principe de la gravitation renferme donc implicitement les grandes lois qui régissent les mouvements célestes; et, par une de ces coïncidences remarquables qui sont le plus sûr indice de la vérité, loin d'avoir à redouter les exceptions apparentes ou, comme on dit, les *perturbations* des mouvements normaux, il ne cesse de tirer des exceptions elles-mêmes les plus éclatantes confirmations. C'est ainsi qu'on le voit, entre les mains des Géomètres modernes, expliquer la précession des Équinoxes par la combinaison de la force centrifuge due à la rotation du Globe terrestre, avec l'action du Soleil sur notre ménisque équatorial. C'est ainsi qu'on le voit encore expliquer la nutation par une influence analogue de la Lune sur le même renflement de la Terre; qu'on le voit également rendre compte, par les attractions planétaires, et du balancement de l'Écliptique, et du mouvement de l'apogée solaire, et du ralentissement de Jupiter quand Saturne s'accélère, et du ralentissement de Saturne, au contraire, quand l'accélération se produit sur Jupiter, etc.; qu'on le voit révéler enfin pourquoi, sous l'influence perturbatrice du Soleil, le moyen mouvement de notre Satellite s'accélère aujourd'hui de siècle en siècle et doit plus tard se ralentir, pourquoi la ligne des nœuds de la Lune accomplit sa révolution, d'un mouvement rétrograde, en 18 ans, et pourquoi le périgée lunaire accomplit la sienne, d'un mouvement direct, dans un peu moins de 9 ans (2), etc. Non-seu-

(1) Voir la Note IV, à la fin de la Vingt-quatrième Leçon.

(2) Il est curieux que Clairaut, trouvant par le calcul une période de 18 ans au lieu de 9, déclarât insuffisante, pour le cas actuel, la gravitation inverse du carré de la distance; et que ce soit précisément un naturaliste, Buffon, qui, persuadé que la nature ne pouvait avoir deux lois différentes, ait insisté pour décider le Géomètre à revoir ses calculs. Après un nouvel examen, Clairaut reconnut, en effet, que sa première assertion reposait sur une erreur. Il avait négligé, dans les séries, des termes qui n'étaient pas négligeables.

lement, en un mot, ce remarquable principe satisfait à tous les phénomènes connus, mais encore il permet souvent de découvrir des effets que l'observation n'avait pas indiqués : de telle sorte qu'on pourrait établir, *à priori*, la constitution du monde par l'analyse, et n'emprunter à l'observation que les quelques points de repère dont les Géomètres se servent, sous la dénomination de *constantes*, dans leurs calculs.

686. — Tout, dans l'Univers, marche donc par une organisation admirable de simplicité, puisque les mouvements, en apparence les plus compliqués, résultent de la combinaison d'impulsions primitives avec une force unique émanant de chacune des molécules de la matière (1), et la seule par conséquent, pour ainsi dire, dont le Créateur ait constamment à s'occuper. Mais aussi, quel développement de puissance, que cette production incessante de forces dont l'existence n'est pas essentiellement inhérente à celle de la matière! Et combien doit être vigilante la main éternelle qui sait, d'instant en instant, pour le maintien de l'Univers, renouveler de pareilles forces jusque chez les plus impalpables atomes des Astres sans nombre assujettis à peupler les régions infinies de l'immensité! N'est-ce pas le cas de dire, avec le Roi-prophète, en s'inclinant devant tant de grandeur : « *Cœli enarrant gloriam Dei* ? »

(1) Il tend à se former, sous la dénomination de *néo-cartésienne*, une école qui veut expliquer l'attraction par le mouvement. Je ferai remarquer que ce nouveau principe ne changerait rien à mes conclusions. Tout rapporter au mouvement, c'est, même sans parler des impulsions primitives qu'il faudrait bien pourtant expliquer aussi, c'est supposer implicitement l'élasticité ou les frottements qui propagent les vibrations, de proche en proche, à travers l'éther. C'est donc supposer des forces moléculaires attractives, sans lesquelles ni frottement, ni élasticité ne sauraient exister ; des forces qui ne sont pas essentiellement inhérentes à la matière, et qui, s'épuisant sans cesse, demandent aussi par conséquent une création incessante pour être renouvelées. On remontera d'un terme, à la rigueur, dans la série qui conduit au principe de Newton ; mais il faudra toujours en venir, comme *cause première*, à cette force intelligente qui maintient, dans la matière, les *forces secondaires* dont la suspension aurait, pour conséquence *immédiate*, la désorganisation de l'Univers.

NOTE I.

687. Voici une idée de la marche suivie dans cette recherche délicate ; mais auparavant il est bon de remarquer que des corps de dimensions finies, s'attirant à de très-grandes distances, peuvent évidemment être réduits à leurs centres de gravité.

Soient donc M la masse du Soleil, et m, m', m'', etc., les masses des Planètes réunies à leurs Satellites (*fig.* 285.); soient aussi X, Y, Z, $(X+x)$, $(Y+y)$, $(Z+z)$, $(X+x')$, $(Y+y')$, $(Z+z')$, etc., les coordonnées de ces divers corps par rapport à un centre fixe O ; soient, enfin, r, r', r'', etc., les rayons vecteurs

$$\sqrt{x^2+y^2+z^2},\ \sqrt{x'^2+y'^2+z'^2},\ \text{etc.},$$

des diverses Planètes, ou les distances de ces Astres au Soleil. Vous aurez d'abord, pour le mouvement de M, en désignant par le signe Σ une somme de termes analogues :

$$(1)\qquad \frac{d^2X}{dt^2}=\Sigma\frac{mx}{r^3},\quad \frac{d^2Y}{dt^2}=\Sigma\frac{my}{r^3},\quad \frac{d^2Z}{dt^2}=\Sigma\frac{mz}{r^3};$$

car l'action exercée sur un point de M, où la force *accélératrice* est égale pour chaque Planète à $\frac{m}{r^2}$, et les cosinus des angles de cette action avec les axes des coordonnées ont pour valeurs respectives $\frac{x}{r}$, $\frac{y}{r}$, $\frac{z}{r}$.

Quant aux équations du mouvement des masses m, m', m'', etc., leurs premiers membres seront évidemment

$$\frac{d^2(X+x)}{dt^2},\quad \frac{d^2(Y+y)}{dt^2},\quad \frac{d^2(Z+z)}{dt^2},\quad \frac{d^2(X+x')}{dt^2},\quad \text{etc.}$$

Il suffit, par conséquent, de former les seconds.

Or la masse m est sollicitée suivant mM par la force *accélératrice* $\frac{M}{r^2}$ dont les composantes sont $\left(\frac{-Mx}{r^3}\right)$, $\left(\frac{-My}{r^3}\right)$, $\left(\frac{-Mz}{r^3}\right)$.

Cette même masse est également attirée vers m', vers m'', etc., par des forces *accélératrices*

$$\frac{m'}{(x'-x)^2+(y'-y)^2+(z'-z)^2},\quad \frac{m''}{(x''-x)^2+(y''-y)^2+(z''-z)^2},\ \text{etc.},$$

qui, multipliés par les cosinus

$$\frac{(x'-x)}{\sqrt{(x'-x)^2+(y'-y)^2+(z'-z)^2}},\quad \frac{(y'-y)}{\sqrt{(x'-x)^2+(y'-y)^2+(z'-z)^2}},\ \text{etc.},$$

des angles formés avec les axes de coordonnées, donnent, pour leurs composantes, les expressions

$$\frac{m'(x'-x)}{[(x'-x)^2+(y'-y)^2+(z'-z)^2]^{\frac{3}{2}}},\quad \frac{m'(y'-y)}{[(x'-x)^2+(y'-y)^2+(z'-z)^2]^{\frac{3}{2}}},\ \text{etc.},$$

ou plus simplement

$$\frac{m'd.\frac{1}{\rho'}}{dx},\quad \frac{m'd.\frac{1}{\rho'}}{dy},\ \text{etc.},$$

ρ', ρ'', etc., étant les distances $m'm$, $m''m$, etc., des Planètes troublantes m', m'', etc., à la Planète troublée m.

D'où résultent les équations

$$(2)\quad \begin{cases} \dfrac{d^2(X+x)}{dt^2} = -\dfrac{Mx}{r^3} + \dfrac{m'd.\frac{1}{\rho'}}{dx} + \dfrac{m''d.\frac{1}{\rho''}}{dx} + \text{etc.}, \\[2ex] \dfrac{d^2(Y+y)}{dt^2} = -\dfrac{My}{r^3} + \dfrac{m'd.\frac{1}{\rho'}}{dy} + \dfrac{m''d.\frac{1}{\rho''}}{dy} + \text{etc.}, \\[2ex] \dfrac{d^2(Z+z)}{dt^2} = -\dfrac{Mz}{r^3} + \dfrac{m'd.\frac{1}{\rho'}}{dz} + \dfrac{m''d.\frac{1}{\rho''}}{dz} + \text{etc.} \end{cases}$$

Voulez-vous donner à ces équations une forme plus simple, posez

$$\lambda = \frac{mm'}{\sqrt{(x'-x)^2+(y'-y)^2+(z'-z)^2}} + \frac{mm''}{\sqrt{(x''-x)^2+(y''-y)^2+(z''-z)^2}}$$
$$+ \frac{m'm''}{\sqrt{(x''-x')^2+(y''-y')^2+(z''-z')^2}} + \text{etc.},$$

et remarquez maintenant que dans la différentiation relative à x, tous les termes qui ne renferment pas m disparaissent, puisque x et m se trouvent toujours ensemble ; qu'il en est de même pour x' et m', pour x'' et m'', etc. Les équations (2) deviendront alors

$$(3)\left\{\begin{array}{l}\dfrac{d^2X}{dt^2}+\dfrac{d^2x}{dt^2}+\dfrac{Mx}{r^3}=\dfrac{1}{m}\dfrac{d\lambda}{dx},\quad \dfrac{d^2Y}{dt^2}+\dfrac{d^2y}{dt^2}+\dfrac{My}{r^3}=\dfrac{1}{m}\dfrac{d\lambda}{dy},\\ \qquad\qquad \dfrac{d^2Z}{dt^2}+\dfrac{d^2z}{dt^2}+\dfrac{Mz}{r^3}=\dfrac{1}{m}\dfrac{d\lambda}{dz};\end{array}\right.$$

et à cause de $\dfrac{d^2X}{dt^2}=\Sigma\dfrac{mx}{r^3}$, $\dfrac{d^2Y}{dt^2}=\Sigma\dfrac{my}{r^3}$, etc.,

provenant des équations (1),

$$(4)\left\{\begin{array}{l}\dfrac{d^2x}{dt^2}+\dfrac{Mx}{r^3}+\Sigma\dfrac{mx}{r^3}=\dfrac{1}{m}\dfrac{d\lambda}{dx},\quad \dfrac{d^2y}{dt^2}+\dfrac{My}{r^3}+\Sigma\dfrac{my}{r^3}=\dfrac{1}{m}\dfrac{d\lambda}{dy},\\ \qquad\qquad \dfrac{d^2z}{dt^2}+\dfrac{Mz}{r^3}+\Sigma\dfrac{mz}{r^3}=\dfrac{1}{m}\dfrac{d\lambda}{dz}\end{array}\right.$$

Les équations du mouvement de m' seraient de même

$$(5)\left\{\begin{array}{l}\dfrac{d^2x'}{dt^2}+\dfrac{Mx'}{r'^3}+\Sigma\dfrac{mx'}{r'^3}=\dfrac{1}{m'}\dfrac{d\lambda}{dx'},\quad \dfrac{d^2y'}{dt^2}+\dfrac{My'}{r'^3}+\Sigma\dfrac{my'}{r'^3}=\dfrac{1}{m'}\dfrac{d\lambda}{dy'},\\ \qquad\qquad \dfrac{d^2z'}{dt^2}+\dfrac{Mz'}{r'^3}+\Sigma\dfrac{mz'}{r'^3}=\dfrac{1}{m'}\dfrac{d\lambda}{dz'},\end{array}\right.$$

et ainsi de suite pour toutes les Planètes.

Posez maintenant

$$R=\frac{m'(xx'+yy'+zz')}{r'^3}+\frac{m''(xx''+yy''+zz'')}{r''^3}+\ldots-\frac{\lambda}{m}$$

$$R'=\frac{m(x'x+y'y+z'z)}{r^3}+\frac{m''(x'x''+y'y''+z'z'')}{r''^3}+\ldots-\frac{\lambda}{m'}$$

$R''=$ etc.,

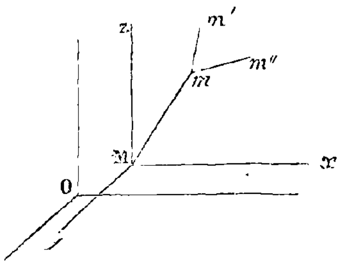
Les équations (4), (5), etc., deviendront

$$(6)\ \frac{d^2x}{dt^2}+\frac{(M+m)x}{r^3}+\frac{dR}{dx}=0,\quad \frac{d^2y}{dt^2}+\frac{(M+m)y}{r^3}+\frac{dR}{dy}=0,\quad \frac{d^2z}{dt^2}+\frac{(M+m)z}{r^3}+\frac{dR}{dz}=0;$$

$$(7)\ \frac{d^2x'}{dt^2}+\frac{(M+m')x'}{r'^3}+\frac{dR}{dx'}=0,\quad \frac{d^2y'}{dt^2}+\frac{(M+m')y'}{r'^3}+\frac{dR}{dy'}=0,\quad \frac{d^2z'}{dt^2}+\frac{(M+m')z'}{r'^3}+\frac{dR}{dz'}=0.$$

R, R', R'', etc., sont ce qu'on nomme les fonctions perturbatrices des mouvements elliptiques, ou plus généralement des mouvements dans des sections coniques, mouvements qui auraient lieu autour du Soleil, ainsi que le montrerait l'intégration des équations précédentes, si les fonctions perturbatrices, c'est-à-dire, si les masses troublantes des diverses Planètes sur chacune d'elles n'existaient pas. Conservez donc ces fonctions perturbatrices en regardant les masses m, m', m'', etc., qu'elles contiennent comme connues, et supposez vaincues les difficultés de l'analyse qui doit vous donner les coordonnées x, y, z, x', y', z', etc. Vous aurez, d'un côté, les valeurs algébriques de x, y, z, x', y', etc., en fonction du temps t et des masses m, m', m'', etc., pendant que, d'un autre côté, l'observation vous fournira, pour le même instant t, les valeurs numériques des coordonnées. En égalant les valeurs observées aux valeurs calculées, vous obtiendrez des équations, dites *de condition*, qui ne contiendront plus d'indéterminées que les masses m, m', m'', etc., qui pourront être aussi nombreuses que vous le voudrez, puisqu'il dépendra de vous de multiplier les observations, et qui serviront, par conséquent, à déterminer les masses cherchées.

Fig. 285.



NOTE II.

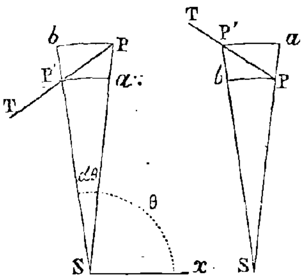
688. — Soient (*fig.* 286) PP' l'arc infiniment petit dS parcouru par la Planète dans le temps dt; et μ l'intensité de la force attractive à l'unité de distance. $\frac{\mu}{r^2}$ sera l'attraction à la distance r; et la composante de cette attraction suivant la tangente PT à l'arc parcouru PP', aura pour expression $\frac{\mu}{r^2}\cos P'PS = -\frac{\mu}{r^2}\frac{dr}{ds}$.

D'où, pour l'équation du mouvement de P,

$$\frac{d^2s}{dt^2} = -\frac{\mu}{r^2}\frac{dr}{ds}; \tag{1}$$

le second membre étant positif (N° 1, *fig.* 286), ou négatif (N° 2), suivant que $dr = Pa$ est négatif ou positif, c'est-à-dire, suivant que la force tangentielle tend à accélérer ou à retarder le mouvement.

Fig. 286.



N° 1 N° 2

Afin d'exprimer que la force attractive émane constamment du point S, écrivez que les aires sont proportionnelles au temps. Vous aurez ainsi la nouvelle équation

$$(2) \qquad r^2 d\theta = c\,dt,$$

dans laquelle c désigne le double de l'aire décrite pendant l'unité de temps, et $d\theta$ la différentielle de l'angle θ compté à partir d'une ligne quelconque Sx qui passerait au centre du Soleil. L'aire décrite SPP' se trouve comprise, en effet, entre les aires

$$PbS = \frac{1}{2}\,Pb \times PS = \frac{1}{2}\,r d\theta \times r = \frac{1}{2}\,r^2 d\theta$$

et

$$P'aS = \frac{1}{2}\,P'S \times P'a = \frac{1}{2}\,(r + dr)\,d\theta \times (r + dr),$$

qui ne diffèrent que d'infiniment petits du deuxième et du troisième ordre; que, par conséquent, on peut supposer égales. Quant à c, il a pour la valeur $RV \sin\gamma$, R, V et γ étant le rayon vecteur, la vitesse, et l'angle P'PS à l'origine du mouvement.

A ces équations entre les quatre indéterminées r, θ, s, t, joignez la relation $\overline{PP'}^2 = \overline{Pa}^2 + \overline{P'a}^2$ résultant du triangle rectangle PP'a, et vous obtiendrez la troisième équation

$$(3) \qquad ds^2 = dr^2 + r^2 d\theta^2$$

dont la combinaison avec les deux précédentes, vous permettra, par l'élimination de s et t, d'obtenir l'équation polaire de la courbe entre r et θ.

Pour y parvenir, multipliez les deux membres de l'équation (1) par $2ds$, vous aurez

$$\frac{2ds\,d^2s}{dt^2} = -\frac{2\mu dr}{r^2};$$

et par suite

$$(\alpha) \qquad \frac{ds^2}{dt^2} + K = \frac{2\mu}{r},$$

K étant une constante arbitraire, égale à $\frac{2\mu}{R} - V^2$.

Éliminez maintenant ds et dt de cette équation (α) par les relations (2) et (3), vous arriverez aisément à l'équation

$$c^2\,\frac{dr^2+r^2d\theta^2}{r^4d\theta^2}+\mathrm{K}=\frac{2\mu}{r}$$

qui ne contient plus que r et θ, et que vous intégrerez sans difficulté,

en faisant $\quad z=\frac{1}{r},\quad dz=-\frac{dr}{r^2},$

car elle devient $\quad \frac{c^2dz^2}{d\theta^2}+c^2z^2+\mathrm{K}=2\mu z,$

et donne immédiatement

$$d\theta=\frac{cdz}{\pm\sqrt{2\mu-zc^2z^2-k}}=\frac{cdz}{\pm\sqrt{\left(\frac{\mu^2}{c^2}-\mathrm{K}\right)^2-\left(\frac{\mu}{c}-z\right)^2}}=\frac{\frac{c^2dz}{\sqrt{\mu^2-kc^2}}}{\pm\sqrt{1-\left(\frac{\mu-c^2z}{\sqrt{\mu^2-kc^2}}\right)^2}}$$

D'où, par l'intégration

$$\theta-\omega=\operatorname{arc\,cos}\frac{\mu-c^2z}{\pm\sqrt{\mu^2-kc^2}};\ \text{et}\ \left(\mu-c^2z=\mu-\frac{c^2}{r}\right)=\pm\sqrt{\mu^2-kc^2}\cos(\theta-\omega).$$

Par conséquent enfin

$$(\beta)\quad r=\frac{c^2}{\mu\pm(\sqrt{\mu^2-kc^2})\cos(\theta-\omega)}=\frac{\frac{c^2}{\mu}}{1\pm\sqrt{1-\frac{kc^2}{\mu}}\cos(\theta-\omega)}$$

équation polaire d'une section conique où la constante ω sera déterminée par les valeurs connues de r et de θ à l'origine du mouvement, et où l'angle $(\theta-\omega)$ se compte, suivant le signe qu'on adopte pour le radical, soit du périgée, soit de l'apogée.

L'excentricité $\sqrt{1-\frac{kc^2}{\mu^2}}$ détermine, d'ailleurs, la nature de la section conique. Pour l'ellipse, par exemple, on a $1-\frac{kc^2}{\mu^2}<1$. D'où à cause de $\frac{c^2}{\mu^2}$ essentiellement positif $\left(\mathrm{K}=\frac{2\mu}{\mathrm{R}}-\mathrm{V}^2\right)$ doit être aussi positif, afin que le terme $\frac{-kc^2}{\mu^2}$ ne devienne pas additif. Il faut donc que la vitesse initiale V soit inférieure à $\left(\sqrt{\frac{2\mu}{\mathrm{R}}}=\sqrt{\frac{\mu}{\mathrm{R}^2}\times 2\mathrm{R}}\right)$ ou, d'après un théorème connu de mécanique rationnelle, à la vitesse qui résulterait d'un chemin R parcouru sous l'action de la force $\frac{\mu}{R^2}$ supposée constante. Quant au cercle qui n'est, comme on sait, qu'un cas particulier de l'ellipse, il sera donné par $\sqrt{\mu^2 - kc^2} = 0$ parce qu'alors r ne varie plus et reste toujours égal à $\frac{c^2}{\mu}$. Cette condition se trouve satisfaite par $\gamma = 90^\circ$ (auquel cas, la vitesse initiale étant perpendiculaire au rayon vecteur, c devient égal à VR) et par $V^2 = \frac{\mu}{R}$ ou $\frac{V^2}{R} = \frac{\mu}{R^2}$, c'est-à-dire par la force centrifuge $\frac{V^2}{R}$ égale à la force attractive $\frac{\mu}{R^2}$, condition qui satisfait également à la condition de l'ellipse $V^2 < \frac{2\mu}{R}$ et qui donne $K = \frac{\mu}{R}$. Substituez, en effet, ces différentes valeurs ; et $\mu^2 - kc^2$ devient

$$\mu^2 - \frac{\mu}{R} V^2R^2 = \mu^2 - \mu RV^2 = \mu^2 - \mu R \cdot \frac{\mu}{R} = \mu^2 - \mu^2 = 0.$$

On verrait tout aussi facilement que l'excentricité $\sqrt{1 - \frac{kc^2}{\mu^2}}$ égale à l'unité, conduit, pour la parabole, à la condition $K = 0$, et par suite, à $V^2 = \frac{2\mu}{R} = \frac{\mu}{R^2} \cdot 2R$; enfin que pour l'hyperbole, $1 - \frac{kc^2}{\mu^2} > 1$, donne $k < 0$ ou $V^2 > \frac{2\mu}{R} > \frac{\mu}{R^2} \cdot 2R$.

NOTE III.

SUR LA NATURE DE LA FORCE QUI FAIT DÉCRIRE DES AIRES PROPORTIONNELLES AU TEMPS DANS UNE SECTION CONIQUE.

689. — Soit φ la force accélératrice qui fait décrire une section conique. Vous avez d'abord pour l'équation du mouvement, dans le plan où ce mouvement s'effectue :

$$\frac{d^2s}{dt^2} = -\varphi\,\frac{dr}{ds};$$

φ remplaçant ici la force $\frac{\mu}{r^2}$ de la note n° 688. D'où vous tirerez sans difficulté

$$\varphi = -\frac{1}{2dr}\,d.\left(\frac{ds^2}{dt^2}\right) = -\frac{1}{2dr}\,d.\left(\frac{dr^2+r^2d\theta^2}{dt^2}\right);$$

et à cause de $r^2d\theta = cdt$ qui donne $dt^2 = \frac{r^4d\theta^2}{c^2}$

$$\varphi = -\frac{c^2}{2dr}\,d.\left(\frac{dr^2+r^2d\theta^2}{r^4d\theta^2}\right) = -\frac{c^2}{2dr}\,d.\left(\frac{dr^2}{r^4d\theta^2}+\frac{1}{r^2}\right) = -\frac{c^2}{2dr}\,d.\frac{dr^2}{r^4d\theta^2} - \frac{c^2}{2dr}\,d.\frac{1}{r^2}.$$

L'équation générale des sections coniques $r = \frac{a(1-e^2)}{1+e\cos\theta}$, donnant

$$\frac{1}{r} = \frac{1+e\cos\theta}{a(1-e^2)};$$

vous avez

$$\frac{dr}{r^2d\theta} = \frac{e\sin\theta}{a(1-e^2)},$$

par suite aussi

$$\frac{dr^2}{r^4d\theta^2} = \frac{e^2\sin^2\theta}{a^2(1-e^2)^2} = \frac{e^2}{a^2(1-e^2)^2} - \frac{e^2\cos^2\theta}{a^2(1-e^2)^2} = \frac{e^2}{a^2(1-e^2)^2} - \left[\frac{1}{r} - \frac{1}{a(1-e^2)}\right]^2,$$

par conséquent enfin

$$\varphi = -\frac{c^2}{2dr}\,d.\left\{\frac{e^2}{a^2(1-e^2)^2} - \left[\frac{1}{r} - \frac{1}{a(1-e^2)}\right]^2\right\} - \frac{c^2}{2dr}\,d.\frac{1}{r^2} = \frac{c^2}{a(1-e^2)}\,\frac{1}{r^2}.$$

Ce qui signifie que la force accélératrice φ varie inversement aux carrés r^2 des distances successives de la Planète au Soleil.

NOTE IV.

SUR LA TROISIÈME LOI DE KÉPLER.

690. — Nous avons vu (note du n° 660) que la chute d'une Planète vers le Soleil, dans l'hypothèse d'un cercle décrit à la distance a, est exprimée par $\frac{2\pi a}{T^2}$. Pour une seconde Planète se mouvant à la distance a' et décrivant son orbite dans le temps T', la chute serait donc $\frac{2\pi a'}{T'^2}$. Ces chutes, correspondant l'une et l'autre à l'unité de temps, sont proportionnelles aux forces accélératrices qui les produisent. Si donc les forces accélératrices varient elles-mêmes, d'une Planète à l'autre, en raison inverse des carrés des distances, vous aurez

$$\frac{2\pi^2 a}{T^2} : \frac{2\pi^2 a'}{T'^2} :: a'^2 : a^2.$$

D'où

$$\frac{2\pi^2 a^3}{T^2} = \frac{2\pi^2 a'^3}{T'^2},$$

et par suite

$$\frac{a^3}{T^2} = \frac{a'^3}{T'^2}$$

c'est-à-dire la troisième loi de Képler déjà signalée dans la note du n° 662.

Voulez-vous voir cette loi découler du principe de la gravitation dans le cas plus général de l'ellipse ? Prenez l'expression

$$\varphi = \frac{c^2}{a(1-e^2)} \frac{1}{r^2}$$

de la note précédente (689), et faites dans cette expression $r = 1$; vous aurez pour la force accélératrice μ agissant à l'unité de distance

$$\mu = \frac{c^2}{a(1-e^2)}.$$

Et comme

$$\frac{1}{2} c = \frac{\text{surface de l'ellipse}}{T} = \frac{\pi a^2 \sqrt{1-e^2}}{T},$$

il vient $$\mu = \frac{4\pi^2 a^4 (1-e^2)}{T^2 a (1-e^2)} = \frac{4\pi^2 a^3}{T^2}.$$

Pour une seconde Planète, vous aurez de même

$$\mu' = \frac{4\pi^2 a'^3}{T'^2}.$$

Or, vous supposez que la force accélératrice qui sollicite les Planètes est la même pour chacune d'elles. Vous admettez donc que cette force varie seulement avec la distance, mais nullement avec la nature de la Planète. Vous avez par conséquent $\mu' = \mu$. D'où $\frac{a^3}{T^2} = \frac{a'^3}{T'^2}$.

Il est d'ailleurs évident que la réciproque a lieu, et que si vous supposiez *à priori* la troisième loi de Képler, vous arriveriez à $\mu' = \mu$, c'est-à-dire, pour des distances égales, à l'identité des forces accélératrices agissant sur les diverses Planètes. Ce qui pourtant, nous l'avons déjà reconnu (note du n° 662), n'est pas rigoureusement vrai, parce que la force accélératrice est proportionnelle à la somme des masses du Soleil et de la Planète, et non pas seulement à la masse du Soleil, mais ce qui est néanmoins très-sensiblement exact à cause de la petitesse des masses planétaires par rapport à la masse de l'Astre central.

FIN DU DEUXIÈME ET DERNIER VOLUME.

TABLE DES MATIÈRES

Treizième Leçon.

Quatorzième Leçon.

SUITE DE L'ÉTUDE DE LA LUNE. — APPLICATIONS AU CALENDRIER.

Quinzième Leçon.

ÉCLIPSES DE SOLEIL.

Seizième Leçon.

CONSTITUTION PHYSIQUE DE LA LUNE.

Dix-septième Leçon.

LES PLANÈTES.

Dix-huitième Leçon.

SUITE DE L'ÉTUDE DES PLANÈTES.

Dix-neuvième Leçon.

SUITE DE L'ÉTUDE DES PLANÈTES.

Vingtième Leçon.

LES COMÈTES.

Vingt-unième Leçon.

MOUVEMENT DE LA TERRE.

Vingt-deuxième Leçon.

MOUVEMENT DE TRANSLATION DE LA TERRE.

Vingt-troisième Leçon.

FORME ET GRANDEUR DE LA TERRE.

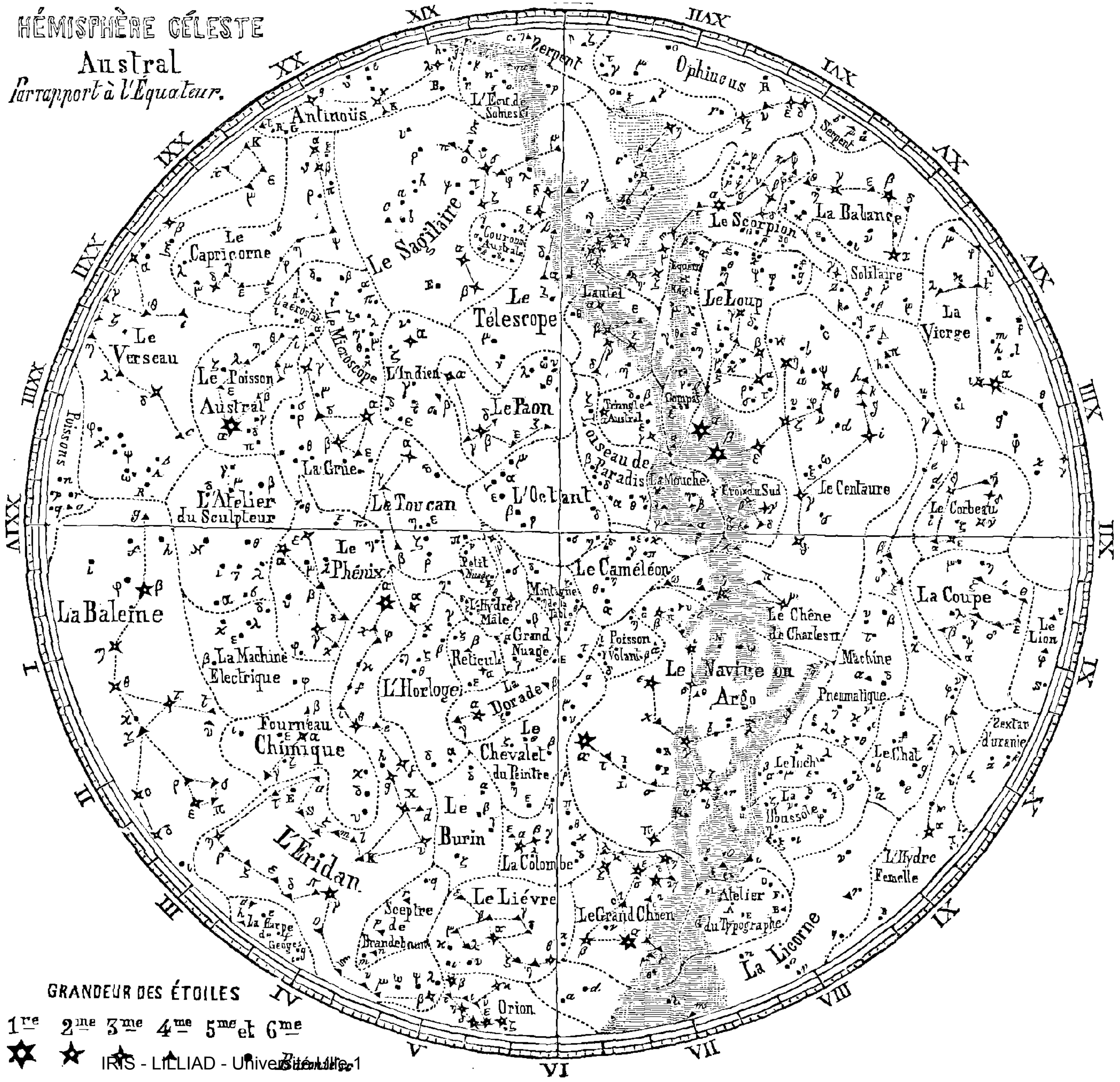
Vingt-quatrième Leçon.

GRAVITATION UNIVERSELLE.

FIN DE LA TABLE DES MATIÈRES.

Toulouse, Impr. DOULADOURE; ROUGET FRÈRES et DELAHAUT, succrs, rue St-Rome, 39.

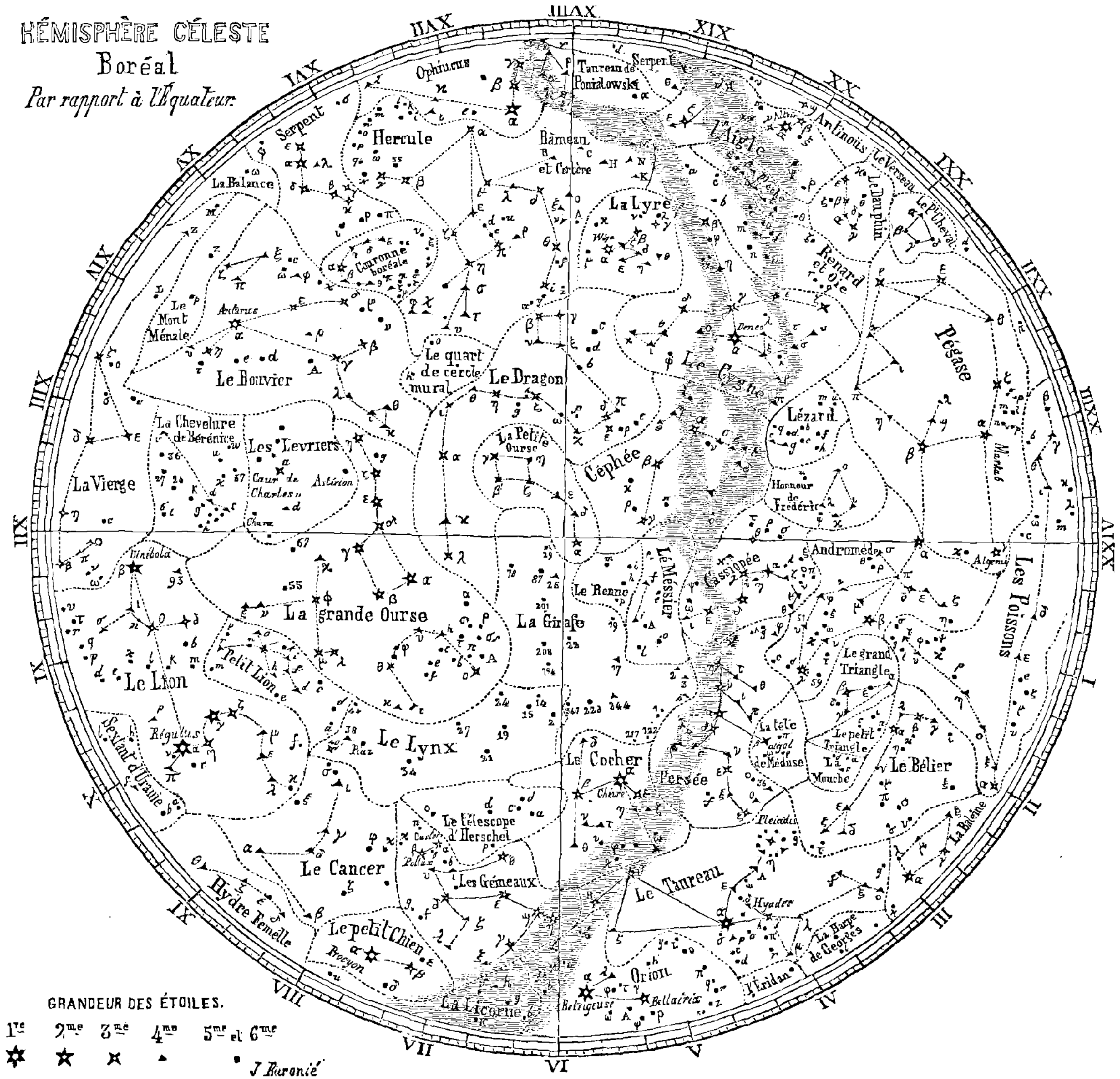
HÉMISPHÈRE CÉLESTE
Austral
Par rapport à l'Équateur.



GRANDEUR DES ÉTOILES

1^re^ 2^me^ 3^me^ 4^me^ 5^me^ et 6^me^

HÉMISPHÈRE CÉLESTE
Boréal
Par rapport à l'Équateur



GRANDEUR DES ÉTOILES.

1^re^ 2^me^ 3^me^ 4^me^ 5^me^ et 6^me^

J. Baronié

DIEN. — **Atlas celeste**, contenant plus e
In-folio de 26 planches gravées sur cuivre
Introduction par M. *Babinet*, M mbre de l I

Prix : Cartonné, toile pleine........
Relié avec luxe, demi-chagrin..

Les personnes qui ont déjà les 15 cartes anté
se compléter en payant 1 fr. 50 c. chaque cart
double.

FRANCŒUR (L.-B.). — **Uranographie**, ou
nomie, à l'usage des personnes peu versées
Géographes, des Marins, des Ingen eurs, a
6ᵉ édition, revue, corrigée et augmentée d
Ouvrages de l'Auteur, par M *Francœur* fils
spéciales au college Chaptal et à l'École des
Arago.) 1 volume in-8, avec planches; 18

FRANCŒUR (L.-B). — **Traité de Géodés**
terre et de ses parties, comprenant la T po
lement, la Géomorph e terrestre et ast or
Cartes, la Navigation. Leçons données a la I
4ᵉ édition augmentée de **Notes sur la mesur**
Lieutenant-Colonel aux Ingénieurs-Geo raph
l École Polytechnique, revue et corrigée par
de Mathématiques à l'École des Beaux-Arts Ir

PONTÉCOULANT (G. de), ancien Élève de l
au corps d État-major. — **Théorie analyti**
2ᵉ édit. considérablement augmentée, tome

Cette nouvelle édition des tomes I et II,
Suppléments des livres II et V, forme un Trait
rique, et peut être considérée comme une
celeste de Laplace, et un Complément à la *l*

On vend séparément :

Les tomes III et IV (1ʳᵉ édition).........
Supplements aux livres II et V (1ʳᵉ édition
Supplément au livre VII.................
L'ouvrage complet, 4 volumes..........

RESAL (H.), Ingénieur des Mines, Docteur ès
taire de Mécanique céleste. In-8 avec plan
L'Auteur s'est propose pour but dans cet Ouvrage
mentaux de la *Mécanique céleste*, a l'aide de dém
être introduites dans l'enseignement superieur.

IMPRIMERIE DE GAUTHIER-VILLARS, SUCCESSEU
Paris, rue de Seine-Saint-Germain, 1