INTRODUCTION

A LA

THÉORIE DE L'ÉNERGIE.

PARIS. — IMPRIMERIE DE GAUTHIER-VILLARS,
Quai des Augustins, 55.

INTRODUCTION

A LA

THÉORIE DE L'ÉNERGIE,

PAR

E. JOUFFRET,

Chef d'escadron d'Artillerie,
Chevalier de la Légion d'Honneur, Officier d'Académie,
Membre de la Société Mathématique de France.

PARIS,

GAUTHIER-VILLARS, IMPRIMEUR-LIBRAIRE
DES COMPTES RENDUS DES SÉANCES DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES,
SUCCESSEUR DE MALLET-BACHELIER,
Quai des Augustins, 55.

1883

(Voir l'*Erratum*, page 191).

INTRODUCTION

A LA

THÉORIE DE L'ÉNERGIE.

Une des principales propriétés du mouvement des corps consiste dans l'aptitude à vaincre ou à détruire des obstacles matériels.

Cette aptitude est une grandeur susceptible d'augmentation et de diminution, comme on dit en Mathématiques. A ce titre, elle doit pouvoir être mesurée, c'est-à-dire être rapportée à une autre grandeur déterminée et de même nature, de même qu'on rapporte les longueurs au mètre, les surfaces au mètre carré, etc.

Dans les pages qui suivent, on se propose de fixer les principes de Mécanique rationnelle sur lesquels repose cette mesure. On y trouvera l'occasion d'expliquer diverses notions qu'il est indispensable d'avoir bien comprises et de posséder à fond, pour étudier avec fruit une branche quelconque de la Philosophie naturelle.

Les exemples qu'il faudra citer afin de donner un corps à des idées trop abstraites seront empruntés à ces diverses branches, et principalement à la science de l'Artillerie. Il est remarquable que celle-ci, obligée d'appeler à son aide quelques théories très élevées, leur est à son tour d'une précieuse utilité en les revêtant d'une forme concrète. C'est ainsi que tout le *Calcul des probabilités* prend une vie saisissante par la considération de l'arrivée du projectile, et la difficile question des *Effets des forces sur un corps tournant,* par celle de son trajet dans l'air.

On verra ci-après que le tir du canon, en donnant de même un point d'appui concret aux principes fondamentaux de la Dynamique, en fournit l'exposition la plus claire.

La puissance de destruction dépend de deux choses qui se retrouvent au fond de tous les phénomènes naturels : la Vitesse et la Masse. Il faut d'abord considérer chacune d'elles séparément, et ensuite examiner comment elles se combinent ensemble pour produire leur effet commun.

CHAPITRE I.

LA VITESSE ET LA MASSE.

La vitesse : notion d'une vitesse plus ou moins grande; notion d'une vitesse constante ou variable. — La masse. — Qu'est-ce que la matière? Qu'est-ce qu'un atome? — Les molécules; leur multitude; leurs intervalles; leurs mouvements; leur manière d'être dans les corps solides, liquides et gazeux. — Principe de l'indépendance de l'absolu. — Le temps et l'espace. — Loi de la conservation de la matière. — Mesure de la masse.

§ 1.

La notion de vitesse, laquelle en implique deux autres, celles d'espace et de temps, s'acquiert par la vue d'un objet quelconque en mouvement, par exemple, un corps qui tombe, un train de chemin de fer, un projectile, etc.

Du même coup, l'on acquiert aussi :

1° *La notion d'une vitesse plus ou moins grande.* — Cette grandeur s'exprime par le nombre de mètres parcourus dans une seconde, et il ne faut pas nous en rapporter au sens de la vue pour son appréciation, surtout lorsqu'il s'agit d'objets éloignés. La plus grande vitesse de projectile constatée dans l'Univers est celle de la célèbre comète de 1843, qui vint presque raser la surface du Soleil et, emportée à raison de 550000 mètres par seconde, ne mit que deux heures pour en contourner tout un hémisphère.

2° *La notion d'une vitesse constante ou variable.* — Dans le premier cas, dont on ne voit jamais que des réalisations plus ou moins approchées, la vitesse s'obtient en divisant un trajet quelconque par le nombre de secondes employées à le parcourir. Dans le second cas, la vitesse augmente ou diminue d'une manière continue à mesure que le mobile s'avance : on peut en prendre comme exemple le train de chemin de fer approchant de la station où il doit s'arrêter. Le quotient que l'on vient d'indiquer ne donne alors que la vitesse moyenne relative au trajet pris pour diviseur, et change avec celui-ci. Si on le prend de plus en plus petit en maintenant toujours ses extrémités de part et d'autre d'un certain point M de la trajectoire, il tend généralement vers une limite déterminée, que l'Analyse infinitésimale nous apprend à calculer sous le nom de *dérivée de l'espace par rapport au temps,* quand le premier est connu en fonction du second. C'est cette dérivée qui est la vitesse au point M. Elle s'exprime encore en mètres par seconde, étant sous-entendu que l'on n'a pas en vue le trajet fait réellement par le mobile pendant une seconde, mais celui qu'il ferait s'il continuait à marcher pendant cette seconde avec une vitesse demeurant constante et ayant la valeur en question. C'est une façon de parler qu'on emploie dans plusieurs autres circonstances (voir §§ 7, 13 et 27).

§ 2.

La masse est une qualité inhérente à chaque corps, indépendamment de son état de repos ou de mouvement, et de sa position par rapport aux autres corps de l'Univers. Elle résulte de la quantité de matière, c'est-à-dire du nombre des atomes que le corps renferme.

Qu'est-ce qu'un atome? Qu'est-ce que la matière elle-même, cette chose que tout le monde croit connaître et que personne ne connaît, cette entité qui se cache sous les apparences phénoménales et en constitue le fond, et dont une École fait le Dieu de l'Univers, tandis qu'une autre ne lui reconnaît même pas l'existence?

Il ne faudrait pas juger des atomes d'après les corps qui affectent nos sens, et dont on imagine quelquefois qu'ils ne diffèrent que par leurs dimensions. C'est une idée fausse, car aucun des éléments de la sensation que nous procure la présence d'un corps ne saurait être appliqué à l'atome, pas plus que la plupart des propriétés que nous reconnaissons dans les corps, telles que la dureté, la mollesse, l'éclat, la couleur, la densité, la flexibilité, l'élasticité, la sonorité, la dilatabilité, la ténacité, la fragilité, etc.

Il n'en reste qu'une : l'étendue, cette propriété que nous nous représentons au moyen de *trois* dimensions, sans qu'il nous soit possible de dire pourquoi notre esprit se refuse à en admettre un nombre plus grand ou plus petit.

Dans ses calculs, le mathématicien trouve souvent commode de réduire à *zéro* les trois dimensions de l'atome, c'est-à-dire de le considérer comme un simple point géométrique, siège des diverses activités qu'il est obligé de lui attribuer et dont la masse est une des résultantes.

Cette idée de l'*atome inétendu*, à laquelle on s'est ainsi habitué peu à peu, a fini par s'imposer à la plupart des savants et des philosophes comme devant être l'expression de la réalité ([1]), et par leur faire abandonner l'autre conception de l'atome, plus ordinaire, mais moins simple, savoir : un volume d'une figure déterminée, impénétrable, incompressible, indilatable, indéformable, ayant une densité uniforme infinie, jouissant dans toutes ses parties d'un équilibre stable et absolu.

C'est que tous ces mots impliquent essentiellement la notion de *force*, et, même avec le secours de celle-ci, on n'arrive guère à se représenter la différence qu'il peut y avoir entre le dedans et le dehors d'un pareil volume. Or la force, qui intervient également, *mais seule*, dans la perception que nous avons des corps à l'aide de nos sens, est suffisante pour l'explication des phénomènes. Lui adjoindre, en quelque sorte à titre de support, un volume dont le contenu n'est pas définissable et dont l'enveloppe présente tout à coup une résistance infinie, ce n'est pas seulement s'embarrasser d'une chose inutile : c'est encore supposer à l'élément dont on ne peut se passer une discontinuité qui n'est guère rationnelle.

([1]) L'idée de l'atome inétendu a été mise en avant par le P. Boscowich, vers le milieu du siècle dernier. Dans le monde savant, elle a été hautement patronnée par Ampère, Faraday, Cauchy, de Saint-Venant; dans le monde philosophique, elle a eu les adhésions de Dugald-Stewart, Victor Cousin, Vacherot, etc. (*Voir*, par exemple, un article de ce dernier dans la *Revue des Deux-Mondes* du 15 août 1876, p. 55.)

§ 3.

Au reste, la nature des atomes importe peu au savant, car il n'a jamais affaire directement à eux, les corps que nous connaissons ayant pour éléments constitutifs, non pas les atomes eux-mêmes, mais des agglomérations d'atomes qui ont reçu le nom de *Molécules*.

Au contraire des atomes, celles-ci sont quelque chose de semblable aux corps, dont elles partagent les propriétés physiques et dont elles ne diffèrent que par l'échelle. A leur tour, elles doivent être conçues comme formées d'une manière analogue par des agglomérations plus petites, *et ainsi de suite*.

Le savant, mieux partagé à cet égard que le métaphysicien, n'a nul besoin d'aller jusqu'au bout. Il lui suffit de pouvoir appliquer aux corps, aux molécules ou agglomérations du premier ordre, aux agglomérations du second ordre, etc., ce principe qui rend de si grands services en Analyse et qui consiste à négliger toute valeur appartenant à un certain ordre en présence de valeurs de même nature appartenant à l'ordre immédiatement supérieur.

En tout cela, la valeur absolue du terme le plus bas de la hiérarchie, par exemple la grosseur de l'agglomération du dernier ordre considéré par lui (ou de l'atome, si l'on veut) lui est complètement indifférente. Cette grosseur deviendrait-elle tout à coup des milliards de fois plus grande ou plus petite, il n'en résulterait aucun changement dans ses formules, car le coefficient d'amplification ou de réduction serait toujours commun, avec le même exposant, aux deux membres de toutes les équations, et s'éliminerait de lui-même.

D'autre part, rien, absolument rien, ne nous avertirait du changement survenu dans l'échelle de l'Univers, et c'est un bon exercice de raisonnement que de chercher à vérifier cette assertion pour les distances, les masses, les forces, les sons, les couleurs, les phénomènes des saisons, etc.

C'est ce qu'on appelle le *principe de l'indépendance de l'absolu,* principe qui est un utile critérium dans la recherche des lois de la nature. Il avait été très bien vu par Laplace qui dit, au sujet de la loi de l'attraction en raison inverse du carré de la distance : « Une de ses propriétés remarquables » est que, si les dimensions de tous les corps de l'Univers, leurs » distances mutuelles et leurs vitesses venaient à croître ou » à décroître proportionnellement, ils décriraient des courbes » entièrement semblables à celles qu'ils décrivent, en sorte » que l'Univers offrirait toujours la même apparence à ses » observateurs. Ces apparences sont par conséquent indépen» dantes des dimensions de l'Univers, comme, en vertu de la » loi de proportionnalité de la force à la vitesse, elles sont » indépendantes du mouvement absolu qu'il peut avoir dans » l'espace. La simplicité des lois de la nature ne nous permet » donc d'observer et de connaître que des rapports. » (*Exposition du système du monde.*)

Cette agglomération qu'on assimile à un point sans dimensions, siège d'une masse plus ou moins considérable, varie d'ailleurs avec le théâtre sur lequel on opère. Dans la Mécanique chimique et dans beaucoup de théories physiques, par exemple l'*Élasticité,* c'est, ou la molécule, ou un élément encore plus infime; dans la Mécanique céleste, c'est, ou une planète, ou un système encore plus grandiose. Dans tous ces cas, les procédés de raisonnement et de calcul sont les mêmes; il n'y a guère de changé que les noms des choses et le but des recherches. Notre esprit peut bien éprouver quelque étonnement quand il passe d'un terrain à un autre; mais il s'habitue vite, et aucun obstacle ne lui paraît infranchissable tant qu'il n'a affaire qu'à des rapports. Au contraire, il se dérobe obstinément en présence de l'absolu : c'est pourquoi nous ne concevons, ni le néant, ni l'infini, qui en sont des cas particuliers, et nous ne concevons pas davantage un terme intermédiaire quand nous voulons nous affranchir de tout moyen de comparaison.

L'impossibilité de concevoir l'absolu s'applique au temps lui-même, que nous ne connaissons et qui ne figure dans nos formules que par sa valeur relative, mesurée au moyen d'un certain mouvement pris pour type et considéré comme uniforme.

Ce mouvement n'est autre que celui de la Terre sur elle-même; il a pour unité principale le jour sidéral, dont les multiples sont les années et les siècles, et les sous-multiples les heures, minutes et secondes. Celles-ci sont mesurées par un autre mouvement qu'on cherche à régler autant que possible sur le premier, celui d'une aiguille sur un cadran.

Ce que nous appelons l'unité de temps est tout simplement une unité linéaire conventionnelle prise pour mesurer le mouvement type. En prenant la seconde pour unité de temps, et en ramenant au mètre cette unité linéaire conventionnelle, on voit que le temps n'est pas autre chose que la longueur parcourue par une aiguille d'horloge sur un cadran où l'arc correspondant à une seconde aurait un mètre de développement, cadran dont la circonférence mesurerait un nombre de mètres égal au produit $12 \times 60 \times 60$, ou à 43200, et dont le diamètre serait égal au quotient de ce nombre par 3,1416, ou à 13758 mètres.

Par les rapports de position qu'elles ont entre elles, les molécules déterminent ce que nous appelons le volume et la forme, et différentient les corps au point de vue physique, tandis que les rapports de position qu'ont entre elles les agglomérations plus petites dont elles sont formées différentient ces mêmes corps au point de vue chimique. Nous pouvons écarter les molécules par l'action de la chaleur, et, en continuant cette action jusqu'à ce que l'évaporation s'ensuive, les lancer à d'immenses distances les unes des autres. Nous pouvons aussi dissocier les molécules elles-mêmes par les opérations chimiques, mais cette dissociation n'est jamais que partielle; l'analyse spectrale montre qu'elle est plus près d'être complète dans les astres qui sont plus incandescents que dans ceux dont le refroidissement est plus avancé (Lockyer).

La continuité que paraît avoir la surface des corps, et dont l'idée nous est donnée par les sens de la vue et du tact, est donc une pure illusion. Nous sommes le jouet de la même illusion quand nous regardons une grande armée située à une distance très considérable : les intervalles entre les éléments de la troupe disparaissent, ainsi que les variations incessantes apportées dans ces intervalles par les mouvements que font les hommes, les compagnies ou les bataillons, et nous ne voyons qu'une tache sombre d'une seule pièce. Dans les deux cas, l'illusion vient de ce que les angles visuels sous-tendus par les éléments sont trop petits pour affecter individuellement notre œil; nous amplifions ces angles avec le microscope dans un cas et le télescope dans l'autre, mais seulement jusqu'à une certaine limite, au delà de laquelle la confusion persiste.

Comment ces petites actions, qui, individuellement, ne produiraient aucune impression sur notre œil, en produisent-elles une par leur ensemble et éveillent-elles en nous l'idée d'étendue? — On pourrait faire la même question pour le sens du toucher. On pourrait demander aussi pourquoi nous entendons le mugissement de la mer dans la tempête, alors qu'il n'est autre chose que le résultat d'une multitude de petits chocs dont chacun n'existerait pas pour nous s'il était seul, etc. Ce sont des faits physiologiques dont l'étudé est en dehors de ce travail ([1]).

Les molécules ont peut-être une constitution très complexe. En tous cas elles sont, *relativement à nous*, d'une petitesse qui confond notre imagination et dont on a pu récemment se faire une idée par des considérations empruntées :

A la séparation des couleurs dans la réfraction du rayon lumineux (CAUCHY);

Au développement de l'électricité par le contact de métaux différents (THOMSON);

A la tension que supporte la pellicule d'une bulle de savon (THOMSON);

Au travail que représente la désagrégation d'un corps (ATHANASE DUPRÉ);

Aux phénomènes capillaires (GAUDIN);

Enfin, à la limite de visibilité obtenue avec le microscope (GAUDIN).

Ces procédés si variés s'accordent à montrer la distance moyenne des molécules comme étant, au plus, de l'ordre des *dix-millionièmes de millimètre* dans les corps solides et liquides. Un cube de un millimètre de côté ou, si l'on veut, une tête d'épingle, contiendrait donc, au moins, un nombre de molécules égal au cube de *dix millions,* c'est-à-dire à l'unité suivie de 21 *zéros.* Si l'on devait les compter, et qu'on

---

([1]) *Voir*, dans l'*Annuaire du Bureau des Longitudes* pour 1842, comment Arago explique pourquoi une étoile au-dessous de la septième grandeur ne s'aperçoit pas à l'œil nu quand elle est isolée, tandis qu'une agglomération d'étoiles de grandeur beaucoup moindre est parfaitement visible, comme le prouvent les nébuleuses; *voir* aussi l'article de F. PAPILLON, dans la *Revue des Deux-Mondes* du 1er juin 1873, p. 700.

en détachât par la pensée un million à chaque seconde, on en aurait pour plus de deux cent cinquante millions d'années : l'être qui aurait commencé cette tâche à l'époque où notre système solaire n'était qu'une informe nébuleuse ne serait pas encore au bout.

Cette multitude inconcevable des molécules qui occupent un volume donné est un fait ayant plusieurs conséquences intéressantes au point de vue de l'économie de la nature.

Si leur nombre était faible, on pourrait voir, par exemple, malgré le brassage continuel qui se produit dans l'atmosphère, certaines régions occupées exclusivement par des molécules d'oxygène et d'autres par des molécules d'azote. Mais qu'on calcule, chose facile, la probabilité qu'une pareille séparation se fasse pour un volume donné, par exemple un millimètre cube; on la trouvera tellement petite, à raison précisément du nombre immense des molécules, qu'on peut *pratiquement* considérer cette probabilité comme *nulle,* c'est-à-dire l'événement dont il s'agit comme *impossible.*

§ 4.

S'il nous est à jamais interdit de connaître l'essence des atomes, nous avons pu obtenir des données un peu plus nettes sur l'organisation et le mode d'activité de leur agglomération en molécules.

Nous savons que celles-ci sont dans un état incessant d'agitations, de chocs violents, de déformations, de luttes énergiques, dont on se fera une idée par ce fait que, dans le gaz hydrogène, à la température et à la pression ordinaires, chaque molécule est animée d'une vitesse de translation d'environ 2000 mètres par seconde (Joule), qu'elle est choquée par les autres et déviée de sa direction environ 17 milliards de fois par seconde (Clausius, Maxwell, Boltzmann), et que c'est le bombardement opéré par cette multitude de petits projectiles contre la paroi enveloppante qui constitue la tension des gaz.

Ces vitesses qui animent les molécules du gaz ne tendent nullement à s'égaliser, comme on le croirait au premier abord. Elles sont et demeurent échelonnées au-dessus et au-dessous d'une certaine valeur moyenne suivant la loi générale des écarts, représentée par la courbe en forme de *cloche*, si connue des artilleurs ([1]).

Mais il y a une chose qui, dans une masse gazeuse parvenue à l'état de régime permanent, s'est égalisée en vertu du raisonnement présenté à la fin du paragraphe précédent ([2]) et dans la mesure indiquée : c'est le nombre des vitesses de chaque grandeur qui traversent un millimètre carré ou un millimètre cube, en quelque région de la masse gazeuse qu'on prenne cette surface ou ce volume. Comme on en peut dire autant pour le nombre de molécules de chaque espèce ou de chaque poids, on en conclut qu'il se trouve dans les diverses régions, non seulement la même composition, mais encore :

1° La même pression par millimètre carré;

2° La même quantité de matière par millimètre cube (densité);

3° La même somme de forces vives (*voir* plus loin § 10) par millimètre cube;

([1]) *Voir* notre Ouvrage : *Les Projectiles,* Chap. VII.

([2]) On trouvera, au § 40, encore une application du même raisonnement.

4° La même quantité de chaleur (*voir* § 28) par millimètre cube;

5° La même température (*voir* § 28).

Dans l'air atmosphérique, la vitesse moyenne des molécules est environ quatre fois, et le nombre des collisions, deux fois moindre que dans l'hydrogène. Le trajet moyen de chaque molécule entre deux chocs consécutifs, ou, comme on dit, leur *moyenne de libre parcours,* y est d'environ un dix-millième de millimètre, et l'intervalle de temps compris entre ces chocs, de un cinq-millionième de seconde. Leur diamètre moyen [1] n'est pas inférieur à cinq dix-millionièmes de millimètre.

Dans les liquides, la vitesse des molécules est moindre que dans les gaz, et surtout leur moyenne de libre parcours. Il en résulte une sorte d'enchevêtrement qui fait que les molécules occupant une position superficielle peuvent seules se séparer des autres; celles qui sont engagées dans la masse conservent néanmoins une certaine indépendance, consistant en ce que leurs excursions ne sont pas limitées, c'est-à-dire que chacune d'elles peut, comme chez les gaz, se trouver successivement dans toutes les parties de l'espace occupé par le fluide.

Dans les corps solides enfin, où un volume donné renferme de cinq à seize mille fois plus de molécules que dans les gaz, ces molécules, bien qu'animées toujours de très grandes vitesses, sont tellement solidaires les unes des autres qu'elles ne peuvent exécuter que des mouvements de va-et-vient ou

---

(1) Observant qu'à raison de leur élasticité les molécules sont sans cesse déformées par les chocs, on appelle *diamètre moyen* la moyenne de la plus courte distance des centres dans un grand nombre de ces chocs. Entre la moyenne de libre parcours et ce diamètre moyen, il y a une relation à laquelle Clausius a été conduit par une simple application du Calcul des probabilités.

de circonvolution, comme si chacune gravitait autour d'un centre, ou si elles gravitaient autour de certaines d'entre elles. L'amplitude de ces oscillations est bien au-dessous de la limite que nous pouvons percevoir, même avec le secours des plus puissants télescopes.

Outre ces mouvements de translation, les molécules ont encore, comme conséquence obligée de leurs collisions, des mouvements de rotation sur elles-mêmes et des vibrations intestines. Les vitesses de ces autres mouvements suivent une progression inverse de celle de la translation : elles vont en croissant de l'état gazeux à l'état liquide, et de celui-ci à l'état solide; dans un même corps, elles augmentent quand la température diminue.

Cette chose dont l'image renversée se peint sur notre rétine et que nous appelons *un corps*, par exemple un boulet de canon, est donc loin d'être l'unité et la réalité que nous croyons voir. Ce n'est que le volume apparent formé par les molécules et leurs intervalles moyens, que l'enveloppe idéale en dedans de laquelle elles s'agitent. Telles, ces masses tourbillonnantes que forment parfois les moucherons au coucher du soleil et qui annoncent une belle journée pour le lendemain.

Nous disons qu'un corps est en mouvement quand nous voyons changer les rapports de position entre le volume apparent qu'il nous présente et d'autres volumes apparents que nous considérons comme fixes. Mais ce mouvement n'a pas plus d'unité que le corps lui-même : ce n'est que l'impression résultante faite sur nous par l'ensemble des mouvements individuels des molécules.

Ce qui est dit du corps s'étend à celles-ci, dont le mouvement n'est pas une chose simple, mais résulte à son tour de l'ensemble des mouvements d'agglomérations plus petites. Comme pour la matière (*voir* § 3), le savant n'a pas besoin d'aller plus loin. Le métaphysicien, s'il veut aller jusqu'au mouvement *simple,* ne peut pas le concevoir avec un atome où il y ait des parties existant les unes en dehors des autres, car les parties situées du côté concave de la trajectoire auraient une vitesse moindre que celles situées du côté convexe, et le mouvement ne serait pas simple : on est ainsi ramené à l'atome inétendu (§ 2).

Il faut assurément des raisons impérieuses pour admettre, là où nos yeux voient un calme parfait, l'existence d'une agitation pareille à celle qu'on vient de décrire. Ces raisons résultent de l'ensemble des phénomènes de mouvement et de transmission de mouvement; une, au moins, sera formulée plus loin d'une manière explicite (*voir* § 30).

Mais, s'ils nous échappent au point de vue de l'étendue, les mouvements des molécules affectent nos sens d'une autre manière. Transmis par le milieu dans lequel nagent les atomes comme des flotteurs dans la mer, — milieu qui a très probablement aussi la structure corpusculaire, bien que quelques auteurs le supposent amorphe ou fluidique, — ils nous font éprouver la sensation de chaleur, dont l'intensité dépend de leur amplitude et de leur rapidité. Quand cette rapidité est comprise entre certaines limites, peu étendues, mais très élevées, ils affectent en outre notre œil sous le nom de *lumière*. Ils produisent encore, par l'intermédiaire du même milieu, les phénomènes de l'électricité, du magnétisme, etc.

En outre de ces mouvements, qui ne tombent pas sous nos sens, et qu'on appelle les *vibrations moléculaires*, les molécules subissent encore, sous l'empire des agents chimiques, physiques et mécaniques, des déplacements de grandeur sensible, accomplissent de véritables voyages, et passent d'un corps à un autre, d'un système à un autre.

C'est ainsi que notre propre corps se renouvelle presque entièrement dans l'espace de quelques mois, et entièrement dans celui de quelques années, venant de l'état gazeux et y retournant.

Dans ces migrations incessantes, dans ces échanges perpétuels, l'atome reste le même : il est indestructible. C'est ce qui constitue la grande loi de *la conservation de la matière*, à laquelle on s'est élevé peu à peu par l'observation, et que Lavoisier établit définitivement en donnant pour base à la Chimie la *mesure des masses*.

§ 5.

Comment se fait cette mesure?

Il a été dit plus haut que la masse d'un corps dépend du nombre d'atomes qu'il renferme. On constate les différences de masse de plusieurs corps par la grandeur de l'effort qu'on est obligé de faire pour leur imprimer le même mouvement, c'est-à-dire leur communiquer la même vitesse dans le même temps. La masse constatée dépend donc à la fois de l'effort exercé et de la vitesse qui en est la conséquence. Elle est d'autant plus forte que le premier est plus considérable, et d'autant moindre que la seconde est plus grande. Il est naturel de prendre pour sa mesure le quotient du nombre qui exprime celui-là par le nombre qui exprime celle-ci.

Lorsqu'un corps est immobile, sa masse se manifeste encore par la pression verticale qu'il exerce de haut en bas sur son appui. Le résultat de cette pression est ce qu'on appelle le *poids* du corps ; il s'exprime en kilogrammes, et nous le représenterons par la lettre P.

On peut, et on doit, le considérer comme représentant l'effort en vertu duquel le corps se meut lorsque l'appui vient à être supprimé. L'observation nous apprend :

1° Que le mouvement qui commence alors s'accomplit suivant la verticale avec une vitesse variable qui, à Paris et dans le vide, a la valeur

$$9^{\mathrm{m}},81$$

au bout de la première seconde ;

2° Que cette vitesse continue à croître et que l'accroissement est encore de $9^{\mathrm{m}},81$ pendant chacune des secondes suivantes.

Nous prendrons donc pour mesurer la masse d'un corps, à Paris, le quotient de son poids par le nombre $9^{\mathrm{m}},81$, c'est-à-dire que nous poserons, en désignant celui-ci par g,

$$m = \frac{P}{g}.$$

Le numérateur et le dénominateur de cette expression peuvent varier l'un et l'autre quand on change de localité, car ils dépendent de la distance au centre de la Terre [1]; mais leur rapport demeure invariable, comme le montre l'observation, et comme on devait s'y attendre.

Si l'on trouve le moyen de soustraire des corps à l'action de

---

[1] Porté à la distance de la Lune, le corps qui pèse 1 kilogramme à Paris ne pèserait plus que 37 centigrammes. Sur le Soleil, le même corps pèserait 28 kilogrammes.

la pesanteur et de les soumettre à tout autre agent producteur de mouvement, on constate que les vitesses, ou les variations de vitesse, obtenues dans des temps égaux sont inversement proportionnelles aux masses déterminées comme il vient d'être dit. Le fait est réalisé très approximativement :

Pour des trains plus ou moins chargés que met en mouvement une même locomotive;

Pour des projectiles plus ou moins longs, ou plus ou moins denses, que lance une même charge de poudre dans le même canon;

Pour des sphères formées de métaux différents et ayant le même diamètre extérieur, placées sous l'influence d'un corps électrisé, etc.

Ces constatations justifient la définition de la masse et nous conduisent à donner à la formule

$$P = mg$$

une extension importante.

De ce que la pesanteur augmente de la même quantité pendant chaque seconde ($9^{m},81$ à Paris) la vitesse d'un corps soumis à son action, on aura déjà conclu que cette action conserve la même intensité pendant toute la durée de la chute. La conclusion serait inexacte s'il s'agissait d'un corps venant de très loin, comme dans un problème qu'on verra au § **18**; mais elle a une exactitude qui ne laisse rien à désirer pour toutes les expériences faites à la surface de la Terre, parce que l'espace parcouru est toujours excessivement faible en comparaison de la distance au centre d'attraction, qui est le centre de la sphère terrestre.

Or les exemples que l'on vient de citer, et dans lesquels le mouvement est produit par d'autres agents que la pesanteur, montrent que cette condition d'une intensité demeurant constante peut aussi se rencontrer avec ces autres agents, au moins dans certaines limites de temps et d'approximation.

Alors, aux valeurs qui ont été désignées par P et g, il correspond deux autres valeurs que nous pouvons désigner par F et j, et leur rapport est encore égal à la masse, c'est-à-dire que l'on a

$$F = mj.$$

La chose représentée par la lettre j est parfaitement claire : c'est la vitesse qui est créée pendant chaque seconde et qui s'ajoute à celle déjà existante. Relativement à la chose représentée par la lettre F, nous savons qu'elle est homogène avec P (de même que j avec g), c'est-à-dire qu'elle exprime des kilogrammes. De plus, nous sommes conduits, toujours par analogie avec ce que nous avons fait pour la pesanteur, à la prendre comme mesure de la puissance qui détermine le mouvement. Cette deuxième idée sera précisée et complétée dans le Chapitre suivant, mais disons de suite que la grandeur dont il s'agit a reçu le nom de *Force*.

Remarquons en passant que la notion de la masse ou celles de pression, d'effort, de poids, sur lesquelles elle repose, sont seules aptes à fournir au métaphysicien une définition correcte de la matière, définition dont nous n'avons nul besoin ici. Elles constituent une base sur laquelle il peut s'appuyer en toute sécurité, comme on le démontrera au Chapitre VIII. Il n'en est pas de même pour les idées d'étendue et d'impénétrabilité, qui ont paru suffisantes pendant quelque temps.

On a vu plus haut que la première, à laquelle se rattache celle de continuité, est éveillée en nous par des sensations, c'est-à-dire des faits purement dynamiques, tenant à des rapports de position entre les éléments simples des corps, éléments sur lesquels nous ne savons rien et auxquels cette idée ne s'applique peut-être pas.

Au reste, l'étendue, si elle est quelque chose de plus qu'une idée, une sensation ou un rapport, ne saurait constituer, pas plus que la durée, une *partie essentielle* des corps, mais seulement une *condition* de leur existence.

L'idée d'impénétrabilité est également éveillée en nous par une sensation, savoir la résistance que nous ressentons au contact des corps. Mais nous ne pouvons attribuer à cette sensation qu'une valeur relative et qu'une confiance modérée, car nous savons que le contact n'est qu'apparent; bien des faits nous montrent même que l'idée d'impénétrabilité est fausse en ce qui concerne les corps eux-mêmes, celui-ci, par exemple, que le mélange d'un litre d'eau et d'un litre d'alcool donne un volume moindre que deux litres.

CHAPITRE II.

LA QUANTITÉ DE MOUVEMENT.

Théorème de l'impulsion. — Recul du canon. — Expériences du général Mayewski à Essen. — Première définition de la force. — Unités de masse et de force.

§ 6.

Masse et vitesse, voilà donc, pour revenir au problème posé dans l'Introduction, les deux choses desquelles dépend la puissance qui a son siège dans le mouvement. Mais quelle fonction de l'une et de l'autre faut-il prendre pour avoir une mesure de cette puissance?

Il est d'abord évident que celle-ci doit être proportionnelle à la masse, car deux, trois,... corps égaux, animés de la même vitesse, produiront un effet deux, trois,... fois plus considérable qu'un seul.

Il est évident aussi qu'elle doit augmenter avec la vitesse. Supposons d'abord qu'elle lui soit également proportionnelle; alors la puissance du mouvement sera exprimée par le produit

$$mv,$$

qu'on appelle la *quantité de mouvement*, et qui joue en effet un rôle important dans un assez grand nombre d'applications.

La quantité de mouvement peut s'écrire sous une autre forme qu'il importe de connaître.

Reprenons l'égalité

$$F = mj,$$

établie dans le paragraphe précédent pour le mouvement que produit une action toujours semblable à elle-même, c'est-à-dire mesurée par une force constante F. Il résulte de la définition de j que le mobile a acquis une vitesse égale à j au bout de la première seconde, à $2j$ au bout de la deuxième,... et à tj au bout d'un nombre de secondes désigné par t. En représentant cette dernière vitesse par v, nous pouvons donc dire que j est le quotient de v par t, et, en le remplaçant par cette valeur dans l'égalité ci-dessus, il vient

$$Ft = mv.$$

La quantité de mouvement acquise par le mobile est donc égale au produit de la force par la durée de l'action. Sous la forme mv, on a la mesure de l'effet, et sous la forme Ft, qui s'appelle *l'impulsion*, on a la mesure de la cause.

Considérons, par exemple, un canon chargé. Si l'on y met le feu, le projectile part dans un sens, accompagné d'une partie des gaz enflammés fournis par la combustion de la poudre, et le canon marche dans l'autre sens, avec le restant des produits de la combustion. La quantité totale de mouvement qui existe dans le premier sens est égale à celle qui existe dans le second. Chacun de ces deux produits mesure le résultat de l'action exercée sur le mobile correspondant par la force terrible qui était comme assoupie dans la poudre et que l'étincelle de l'étoupille a brusquement éveillée. Chacun d'eux dépend à la fois de la grandeur F de cette force et du temps t pendant lequel le mobile a subi son influence; il doublera si vous doublez la force, ou si vous vous arrangez de manière à la faire agir pendant un temps double; par conséquent, rien de plus naturel que de le trouver égal au produit de la force par le temps.

Lorsque l'on considère un mobile, non pas à partir de l'instant où il sort du repos, mais à partir de l'instant où il possède déjà une vitesse v_0, l'impulsion pendant le temps t est toujours égale à la quantité de mouvement acquise par lui pendant le même temps; celle-ci se présente alors sous la forme d'une différence, savoir

$$Ft = mv - mv_0.$$

Le premier membre n'est autre chose que l'aire d'un rectangle ayant pour base le temps t, figuré à une échelle convenue, par exemple un millimètre par seconde, et pour hauteur la force F, figurée également à une échelle convenue, par exemple un millimètre par kilogramme.

Tout cela suppose que l'agent moteur reste semblable à lui-même pendant le temps t. S'il n'en est pas ainsi, on doit prendre pour le premier membre la valeur moyenne du produit F t. Dans certains cas, cette valeur moyenne pourra être tout simplement le produit de t par la demi-somme des valeurs initiale et finale de F, ou, ce qui revient au même, l'aire d'un trapèze ayant pour base le temps t et pour hauteur ces valeurs initiale et finale. Dans le cas le plus général, et cet énoncé embrasse les précédents, elle sera l'aire d'une courbe ayant pour base le temps t et pour ordonnées les valeurs successives de la force.

L'exemple qu'on vient de citer est de ceux où la force motrice présente des variations énormes, bien que toute l'action se passe en un temps très court, car le projectile met moins d'un centième de seconde pour accomplir son trajet dans l'âme du canon. Cette force motrice, qui n'est autre chose que la tension des gaz, croît d'abord très rapidement, parce que les premiers instants de la combustion fournissent des gaz en grande abondance; la production se modère à mesure que les grains de poudre diminuent de volume, et en même temps la tension baisse, parce que le déplacement du projectile agrandit l'espace dans lequel il est permis aux gaz de se développer. Aussi la courbe qui représente la force, et dont il faut évaluer l'aire pour avoir l'impulsion, s'élève d'abord presque verticalement; elle a déjà atteint son point culminant au bout de quelques millièmes de seconde et lorsque le projectile ne s'est encore avancé que de quelques centimètres; après ce maximum, elle descend assez vite, puis change le sens de sa courbure et finit par devenir presque parallèle à la base, à laquelle elle serait asymptote si la longueur du canon était indéfinie.

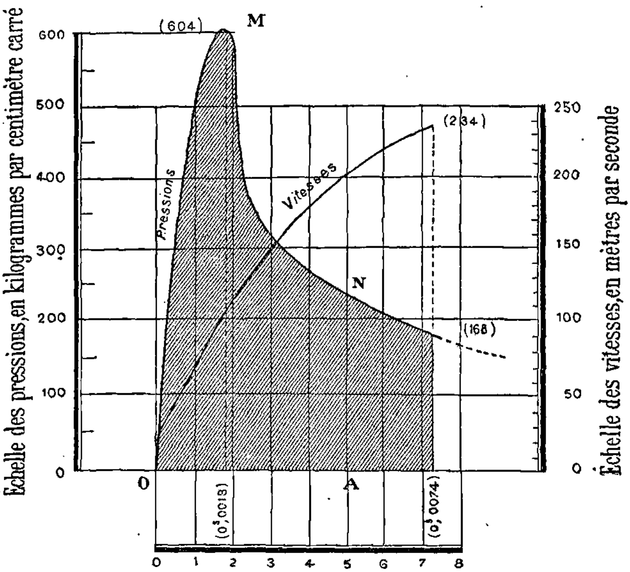
La *fig.* 1 représente une courbe de ce genre, obtenue dans des expériences faites à l'usine Krupp, en 1864, par le général russe Mayewski, avec un canon de 4 rayé prussien. Ces expériences sont remarquables en ce que, pour la première fois, des questions de ce genre furent étudiées empiriquement et avec succès. Il n'entre pas dans l'esprit de ce travail d'indiquer, même sommairement, les procédés très ingénieux qui furent employés et qui, d'ailleurs, sont remplacés aujourd'hui par d'autres à la fois plus exacts, plus commodes et plus puissants [1].

---

[1] Les pressions sont mesurées au moyen de petits appareils dont le nom, *appareils poinçonneurs*, indique suffisamment le principe. Ces appareils sont vissés dans des trous échelonnés à diverses distances du fond de l'âme, et traversant de part en part la paroi d'un canon sacrifié à cet effet.

En élevant une ordonnée quelconque AN et évaluant l'aire OMNA, on a l'impulsion au temps $t = OA$, c'est-à-dire, dans l'espèce, cinq millièmes de seconde après la mise du feu. En divisant ensuite par la masse, on a la vitesse au même instant; et, en faisant cette opération un certain nombre de fois, on a

Fig. 1.



Échelle des durées, en millièmes de seconde

pu construire la deuxième courbe tracée sur la figure, qui est celle des vitesses.

L'aire totale se termine au point $0^s,0074$, nombre qui représente le temps mis par le projectile pour arriver à la bouche de la pièce. Cette aire est la quantité de mouvement avec laquelle le projectile commence sa trajectoire extérieure et elle mesurerait, suivant les principes du présent Chapitre, la puissance de destruction qu'il possède.

§ 7.

Nous pouvons maintenant préciser et compléter cette importante notion de la *force*, déjà indiquée dans le § 5 et visée plus d'une fois dans le § 6.

On voit que la force mesure ce qui produit de la quantité de mouvement, ou augmente d'une certaine valeur une quantité de mouvement existante. Mais cet effet ne saurait se produire instantanément, et le théorème de l'impulsion, exprimé par l'égalité

$$Ft = mv - mv_0,$$

montre que *la force est égale à la quantité de mouvement produite divisée par la durée de l'action*, ou encore, en prenant toujours la seconde pour unité de temps, *à la quantité de mouvement produite par seconde.*

Il faut ajouter que la force n'a pas toujours pour résultat de produire de la quantité de mouvement, mais qu'elle peut avoir aussi celui de diminuer ou de détruire une quantité de mouvement existante. Tel est le cas de la pesanteur, agissant sur un corps lancé de bas en haut.

Lorsqu'il en est ainsi, on doit évidemment changer le signe de l'un des deux membres de l'égalité ci-dessus.

Si la variation de la quantité de mouvement n'est pas la même à tous les instants, il convient de considérer une durée excessivement petite pour avoir la mesure de la force à un instant donné, qui sera le milieu de ladite durée. Le quotient en question, lequel varie aussi d'un instant à un autre, devient alors *la dérivée de la quantité de mouvement par rapport au temps* (comparez, § 1, 2°).

Dans ce cas, et pour nous conformer à l'usage, nous continuerons à dire que la force est *la variation de la quantité de mouvement par seconde.* Ainsi qu'il a été expliqué § 1, ceci doit être entendu, non pas de la variation qui se produit effectivement pendant une seconde, mais de celle qui se produirait pendant ce même temps si, à partir de l'instant considéré, elle demeurait uniforme.

Cette dérivée, *la force,* a, bien plus encore que la *quantité de mouvement,* une importance extrême dans la Mécanique rationnelle. Mais il ne faut voir sous ces deux mots que des conceptions abstraites, des expressions abréviatives adoptées pour faciliter le langage (1). C'est seulement en étudiant une deuxième manière d'exprimer la puissance d'un corps en mouvement que, sous le nom d'*énergie,* nous trouverons encore un être réel constituant, au même titre que la matière, un élément de l'Univers.

Pour la science pure, l'unité de masse est la quantité de matière contenue dans le *poids-étalon* d'un kilogramme (ou dans un litre d'eau), et l'unité de force est celle qui, en agissant sur l'unité de masse pendant une seconde, lui communique une vitesse d'un mètre par seconde. Cette unité, qui résulte de la définition précédente, s'appelle l'*unité absolue de Gauss :* absolue, parce qu'elle est indépendante des variations de la gravité aux différents endroits.

Dans la pratique de l'ingénieur, les forces sont assimilées à

(1) *Voir* plus loin, § 27.

des poids et mesurées, comme eux, en kilogrammes. L'unité de masse est alors la quantité de matière dont le poids, en kilogrammes, est exprimé, à Paris, par le nombre 9,81.

Tel est le sens précis que nous attachons au mot *force,* et nous repoussons cette multitude d'autres acceptions avec lesquelles il entre dans le langage ordinaire ou demi-scientifique. De plus, il doit être entendu que ce mot n'a aucun rapport avec le mot composé *force vive,* que l'on va voir apparaître.

CHAPITRE III.

LA FORCE VIVE.

Insuffisance de la quantité de mouvement pour représenter la puissance de destruction. — Autre fonction indiquée par les expériences de tir. — Établissement définitif de cette fonction par la considération de la lutte contre un obstacle particulier. — Suite des expériences du général Mayewski. — Relations mathématique et philosophique entre la notion de force vive et celle de quantité de mouvement. — Le kilogrammètre, la tonne-mètre et le cheval-vapeur.

§ 8.

La quantité de mouvement joue un rôle important dans un assez grand nombre d'applications : ce sont celles où il s'agit de choc sans qu'il y ait pénétration, où le résultat qu'on a en vue dépend du *temps,* souvent très petit d'ailleurs, pendant lequel l'action s'exerce ou s'est exercée, plus que de la *longueur* le long de laquelle elle s'exerce ou s'est exercée.

L'exemple cité dans le paragraphe précédent fait ressortir cette distinction, et montre que la quantité de mouvement répond imparfaitement à la question proposée.

On a vu en effet qu'elle est la même pour le projectile qui part et pour le canon qui recule. Il y a néanmoins une grande différence entre les effets à attendre de l'un ou de l'autre. Le fantassin n'hésite guère à appuyer la crosse du fusil contre son épaule et à en recevoir le coup, tandis qu'il refuserait énergiquement de se placer du côté opposé pour recevoir la balle. Il sent instinctivement que, dans le premier cas, son épaule sera tout simplement entraînée par la crosse pendant un temps plus ou moins long, parce qu'il n'aura à compter qu'avec une action de la forme

$$Ft,$$

produit d'une force par une *durée;* tandis que, dans le second, il serait traversé en tout ou en partie : le point d'application de la force ferait un certain chemin L dans l'intérieur de son corps, et il aurait affaire à une action de la forme

$$FL,$$

produit d'une force par une *longueur*.

Une fonction simplement proportionnelle à la vitesse ne tient donc pas suffisamment compte de celle-ci et ne saurait mesurer ce genre de puissance qu'il faut considérer dans les cas où le point d'application de la résistance *se déplace d'une manière sensible.* Et cela ne se produit pas seulement lors de la pénétration du projectile dans un corps animé ou un obstacle matériel; la même chose arrive encore quand on soulève un fardeau, quand on débite du bois, quand on change les positions respectives des molécules d'un solide (martelage des métaux, mouture du grain), etc.

Or les artilleurs, à force de tirer des coups de canon, ont observé qu'en donnant à leur projectile une vitesse double, sa puissance de pénétration devient à peu près quadruple, c'est-à-dire qu'il est capable de pénétrer à une profondeur quatre fois plus grande dans de la terre, de la maçonnerie, du bois, etc. Ce fait nous conduit à considérer la puissance comme proportionnelle au produit

$$mv^2.$$

Nous arrivons ainsi à une nouvelle grandeur qui, sous les noms de *force vive*, d'*énergie*, de *travail*, car tous ces mots sont à peu près synonymes, joue un rôle bien plus important que la précédente dans toute la Mécanique rationnelle et appliquée.

Une autre considération nous montrera encore mieux sa convenance pour représenter la puissance dont jouit un corps en mouvement, et complétera la précision qui nous manque, car nous n'avons jusqu'ici qu'un caractère de proportionnalité.

§ 9.

L'obstacle contre lequel nous supposions cette puissance dirigée n'a été défini que d'une manière vague. Nous allons la mettre en lutte avec un obstacle particulier, présentant au plus haut degré les caractères de précision, de permanence, d'uniformité, de généralité : ce sera la *pesanteur*, qui nous a déjà servi pour arriver à la notion de la masse (§ 5).

Ayant vu que la puissance dont il s'agit est proportionnelle à la masse, et voulant chercher seulement comment elle se lie à la vitesse, nous pouvons, pour simplifier, supposer que le mobile pèse juste *un* kilogramme.

De plus, comme cette puissance, en ce qui concerne son évaluation, ne dépend pas du tout de la *direction*, mais seulement de la *grandeur* de la vitesse, nous pouvons, par la pensée, détacher le mobile du système dont il faisait partie et l'affranchir de toutes les conditions, quelles qu'elles puissent être, auxquelles il se trouvait assujetti.

Cela fait, je le prends et le lance verticalement de bas en haut, dans un espace vide d'air, avec la vitesse v qu'il possédait au moment considéré [1].

Il ne s'élèvera pas indéfiniment, car la pesanteur agit sur lui d'une manière continue et épuise peu à peu sa vitesse, comme le frein épuise celle du train lancé sur la voie ferrée.

Pendant chaque seconde, cette vitesse est diminuée de la quantité

$$g = 9^{\mathrm{m}},81,$$

la même dont elle s'accroît dans le mouvement inverse, déjà examiné au § 5. Il est facile de conclure, par un raisonnement qui est présenté dans tous les Traités élémentaires de Physique ou de Mécanique, qu'elle sera tout à fait épuisée lorsque le corps arrivera à une hauteur h donnée par la formule

$$h = \frac{v^2}{2g}.$$

La hauteur h à laquelle notre mobile peut s'élever ainsi, en vertu de la vitesse v et en dépit de l'action incessante et retardatrice de la pesanteur, se présente tout naturellement pour devenir la mesure de son aptitude à vaincre cet obstacle. Comme lorsqu'il s'agissait d'un obstacle matériel dans lequel le corps devait pénétrer, elle est *proportionnelle* au carré de la vitesse; mais nous avons maintenant un renseignement plus précis, car nous trouvons qu'elle est *égale* à ce carré divisé par $2g$.

---

(1) Cette manière de présenter la force vive est de M. PIARRON DE MONDÉSIR : *Dialogues sur la Mécanique;* Paris, Gauthier-Villars, 1870.

C'est la valeur que nous adopterons pour représenter la puissance dont jouit un poids de un kilogramme animé de la vitesse v. Pour un poids égal à P kilogrammes, ce sera

$$Ph,$$

ou, en remplaçant h par la valeur ci-dessus et se rappelant la définition de la masse,

$$\tfrac{1}{2}mv^2.$$

On applique indifféremment le nom de *force vive* ou d'*énergie* à la grandeur ainsi définie.

Si, au lieu de se mouvoir suivant la verticale, le poids est élevé obliquement, par exemple le long d'un plan incliné, le déplacement pendant lequel il faut triompher de la résistance est augmenté proportionnellement à la pente. Mais cette résistance n'est plus le poids entier : ce n'est que sa composante parallèle au plan, c'est-à-dire qu'il est diminué proportionnellement à la même pente. En multipliant les deux choses l'une par l'autre, nous trouvons, comme on pouvait s'y attendre, que le travail à fournir n'est pas changé par la substitution du chemin incliné au chemin vertical.

Pour une force quelconque, il faudra donc, si sa direction ne coïncide pas avec celle du mouvement, ou estimer le déplacement suivant la direction de la force, ou ne considérer que la composante de celle-ci suivant la direction du déplacement.

§ 10.

Les deux expressions de l'énergie sont fort instructives l'une et l'autre.

La seconde, qu'on peut écrire

$$mv \times \frac{v}{2},$$

nous montre que l'énergie s'obtient en multipliant par une vitesse la quantité de mouvement, de même que celle-ci s'obtenait en multipliant la masse par une vitesse. L'énergie est donc pour la quantité de mouvement ce que celle-ci est pour la masse. Elle est en quelque sorte une quantité de mouvement d'ordre supérieur, et là gît sa raison philosophique, que nous nous contentons d'indiquer. Nous laissons au lecteur le soin de chercher à quoi correspond, dans cet ordre d'idées, le fait qu'alors qu'on multipliait la masse par la vitesse pour avoir la quantité de mouvement, il ne faut plus multiplier celle-ci que par la moitié de la vitesse pour avoir la force vive.

La première expression, Ph, nous présente l'énergie sous la forme, déjà signalée § 8, du produit d'un poids par une longueur, c'est-à-dire d'un certain nombre de kilogrammes par un certain nombre de mètres. On a adopté un mot pour désigner cette quantité : le mot barbare de *kilogrammètre*. Ainsi l'énergie de un kilogrammètre est celle en vertu de laquelle un poids de un kilogramme, lancé verticalement, s'élèverait de un mètre; l'énergie de deux kilogrammètres, celle en vertu de laquelle le même poids s'élèverait de deux mètres, ou un poids de deux kilogrammes de un mètre, etc.

Lorsque l'énergie se chiffre par des nombres élevés, ce qui arrive communément en artillerie, on prend une nouvelle unité qui s'appelle la *tonne-mètre,* et qui vaut mille kilogrammètres; elle représente le travail élevant un mètre cube d'eau à un mètre de haut.

Dans l'industrie, où le temps est une denrée fort chère, on le fait entrer en ligne de compte en lui rapportant l'énergie, c'est-à-dire en la divisant par la durée du travail, exprimée en secondes. Le quotient ainsi obtenu, divisé en outre par le nombre abstrait 75, représente des *chevaux-vapeur :* c'est le nom donné par Watt à une troisième unité, qui n'est autre que l'*énergie de* 75 *kilogrammètres par seconde.*

Les ingénieurs admettent généralement que le cheval-vapeur correspond à peu près au travail de trois chevaux de trait, ou à celui de sept hommes de peine.

On voit que le cheval-vapeur est une unité tricomposée, mesurant une grandeur qui implique à la fois les trois notions fondamentales de longueur, de temps et de poids, tandis que le travail et l'impulsion n'en impliquent chacune que deux :

La deuxième est le produit de la force par le chemin que parcourt son point d'application;

La troisième est le produit de la force par le temps pendant lequel elle est appliquée;

La première est le produit de la force par la vitesse de son point d'application.

Celle-ci n'a pas de nom dans la phraséologie moderne; Newton lui avait donné celui d'*action* qui, malheureusement, a été depuis affecté à un autre emploi (*voir* §§ 14 et 21). Les Anglais l'appellent *rate of work.*

CHAPITRE IV.

LA FORCE VIVE ET LE TRAVAIL.

Production de travail par la force vive et réciproquement. — Fonction des machines. — Les résistances parasites. — Principe de l'égalité de l'action et de la réaction, d'après Newton. — Principe de l'inertie. — Principe de d'Alembert. — Seconde définition de la force.

§ 11.

Le produit Ph, égal à $\frac{1}{2}mv^2$, représente la quantité d'action dépensée par la pesanteur pour épuiser l'énergie qui est dans la masse m et la vitesse v dirigée de bas en haut. Quand on le considère sous ce point de vue, on l'appelle le *travail* de la pesanteur, et cette notion s'étend évidemment à tous les autres agents. En thèse générale, le travail est le produit de la force F par le chemin parcouru L, de même que l'impulsion (§ 6) est celui de la force par le temps employé.

Comme l'impulsion, il constitue la mesure de la cause, tandis que la force vive est la mesure de l'effet.

Il faut observer que le travail n'est pas toujours *destructeur* de force vive, comme dans le cas examiné § 9, il sera, au contraire, *producteur* de force vive lorsque le mouvement se fera dans le sens de la force. Si nous trouvons un poids P à une certaine hauteur, et si nous supprimons l'appui qui le soutient, il tombera suivant la verticale. Sa vitesse, d'abord nulle, ira en croissant de plus en plus, et l'on sait qu'elle aura acquis la valeur $v = \sqrt{2gh}$ quand le corps sera descendu de la hauteur h. En élevant cette valeur au carré et la multipliant par $\frac{1}{2}\frac{P}{g}$ pour avoir l'énergie, il vient

$$Ph,$$

ce qui n'est autre chose que le travail de la pesanteur.

Lorsque l'on considère le mobile, non pas à partir de l'endroit où il était quand il est passé de l'état de repos à celui de mouvement, mais à partir de l'endroit où il possède déjà une vitesse v_0, le travail de la force pendant le trajet L est toujours égal à la force vive acquise pendant le même trajet; celle-ci se présente alors sous la forme d'une différence, et l'on a

$$FL = \tfrac{1}{2}mv^2 - \tfrac{1}{2}mv_0^2.$$

Le premier membre n'est autre chose que l'aire d'un rectangle ayant pour base le déplacement L, figuré à une échelle convenue, par exemple un millimètre par mètre, et pour hauteur la force F, figurée également à une échelle convenue, par exemple un millimètre par kilogramme.

Cela suppose que l'agent moteur reste semblable à lui-même tout le long du trajet L. S'il n'en est pas ainsi, on doit prendre pour le premier membre la valeur moyenne du produit FL; il est facile de voir, comme au § 6, que cette valeur moyenne n'est autre chose que l'aire d'une courbe ayant pour base la longueur L et pour ordonnée, en chaque point de cette base, la valeur correspondante de la force.

Les équations de l'impulsion et du travail, savoir

$$Ft = mv - mv_0, \quad FL = \tfrac{1}{2}mv^2 - \tfrac{1}{2}mv_0^2,$$

se ramènent l'une à l'autre au moyen de la définition de la vitesse.

Le chemin L, qui a été parcouru pendant le temps t avec la vitesse v_0 au début et la vitesse v à la fin, l'aurait été aussi pendant le même temps avec une certaine vitesse constante ayant une valeur intermédiaire. Si le temps est suffisamment petit, et nous ne considérerons que ce cas, laissant au lecteur le soin de la généralisation, cette valeur intermédiaire n'est autre que la moyenne arithmétique des valeurs v et v_0. On a donc, par la définition de la vitesse,

$$\frac{L}{t} = \frac{1}{2}(v + v_0).$$

En éliminant le temps entre cette équation et celle de l'impulsion, et, pour cela, il n'y a qu'à les multiplier membre à membre, on retombe sur celle du travail.

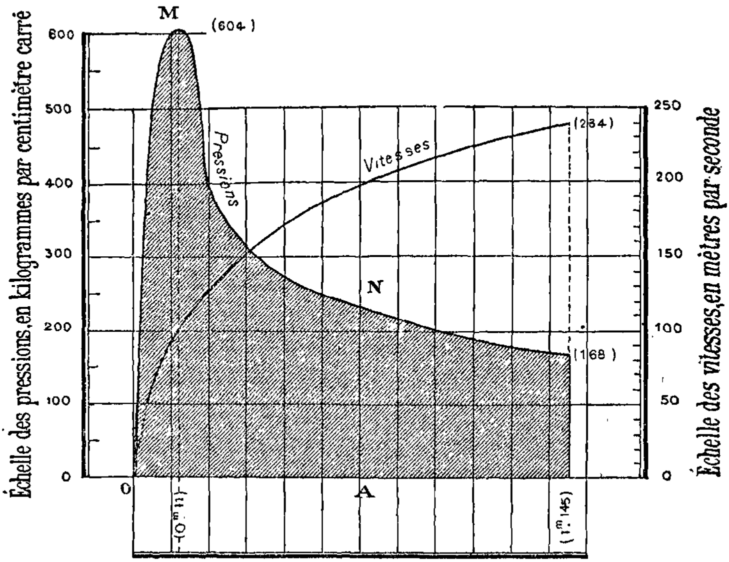
Inversement, en éliminant l'espace entre cette même équation et celle du travail, et, pour cela, il n'y a qu'à les diviser membre à membre, on retombe sur l'équation de l'impulsion.

§ 12.

Les expériences du général Mayewski à Essen, citées § 6, nous fournissent encore un exemple instructif des considérations précédentes.

On se rappelle que le mouvement dont il s'agit est celui du projectile dans l'âme du canon et que la force motrice est la détente des gaz produits par la déflagration de la poudre. La courbe construite en prenant pour abscisses, non plus les durées comme au § 6, mais les avancements successifs du projectile, et pour ordonnées les valeurs correspondantes de la force, se présente ainsi :

Fig. 2.



En élevant une ordonnée quelconque AN et évaluant l'aire OMNA (*fig.* 2), on a le travail qui a été accompli par la force lorsque le projectile a déjà parcouru un trajet égal à OA, ou la force vive qu'il possède à ce moment. En divisant par la demi-masse du projectile et extrayant la racine carrée, on a la vitesse au même instant; et en faisant cette opération un certain nombre de fois, on a pu construire la deuxième courbe tracée sur la figure, qui est celle des vitesses.

L'aire totale se termine au point coté $1^m,145$, nombre représentant la longueur L de l'âme. Cette aire est la force vive avec laquelle le projectile commence sa trajectoire extérieure et mesure, suivant les principes du présent Chapitre, la puissance de destruction qu'il emporte dans ses flancs.

Cette force vive, dans laquelle s'est transformé le travail FL, est susceptible de produire à son tour un travail équivalent. Elle sera alors employée contre une autre force F′ qui pourra être, dans l'exemple considéré, la résistance opposée par un massif de terre ou de maçonnerie à la pénétration du projectile. Elle triomphera de cette résistance jusqu'à une profondeur L′, telle que le produit F′L′ (ou l'aire en représentant la valeur moyenne) lui devienne égal.

L'objet d'une machine quelconque, par exemple le levier, le treuil, la presse hydraulique, etc., se réduit en dernière analyse, comme pour le projectile, à vaincre une résistance F′ le long d'un chemin L′; et l'on voit que la machine a pour fonction, non pas de créer du travail, comme se l'imaginent les chercheurs de mouvement perpétuel, mais simplement de transformer du travail, c'est-à-dire de remplacer les deux facteurs F, L de celui dont on dispose, et qui s'appelle le *travail moteur*, par deux autres F′, L′ ayant le même produit.

Des deux facteurs F′, L′, c'est presque toujours le premier F′ qui est plus grand que son correspondant F, et il faut alors, en vertu de l'égalité $FL = F'L'$, que le second facteur L′ soit moindre que L. C'est ce qu'on exprime en disant que la machine nous met à même de surmonter avec un petit effort une grande résistance, mais que le premier est obligé de parcourir un chemin d'autant plus grand qu'il est plus petit.

§ 13.

Dans la pratique, le travail de la résistance à laquelle on a affaire s'augmente toujours de celui de résistances parasites dues à l'action retardatrice du milieu ambiant, aux frottements des solides les uns sur les autres, à leurs vibrations, à leur élasticité imparfaite, à la viscosité des liquides, à des inductions électriques, à des productions de magnétisme, etc. Toutes ces résistances, qu'on cherche à atténuer le plus possible, mais qu'on ne saurait faire disparaître complètement, diminuent l'effet utile du moteur. Aussi ont-elles été assimilées avec raison à des forces réelles, animées d'un mouvement égal, mais contraire, au mouvement de celui-ci. Pour en tenir compte, il suffit d'ajouter au terme $F'L'$ un terme analogue, qui ne peut se déterminer qu'*a posteriori* [1].

Loin de créer ou de faire gagner du travail, la machine en fait donc perdre forcément, et une machine est considérée comme d'autant plus parfaite que le rapport du travail utile au travail moteur, qu'on appelle le *rendement,* s'approche davantage de l'unité.

A quoi servent donc les machines?

Leur utilité est de produire l'équivalent d'une division de

(1) On reviendra, Chap. X, sur la question des résistances et l'on expliquera, au moins pour quelques-unes, par quel mécanisme elles opèrent la soustraction de travail.

la résistance en parties assez petites pour que l'agent moteur puisse les vaincre séparément. Je dois élever un fardeau de mille kilogrammes à un mètre de hauteur et je ne dispose que d'une force de cent kilogrammes. Si le fardeau peut être fractionné en dix parties égales, le mieux sera de faire l'opération en dix reprises en élevant cent kilogrammes chaque fois : j'aurai dépensé juste un travail de mille kilogrammètres. Si le fardeau n'est pas divisible, j'aurai recours à une machine : je pourrai ainsi le monter tout d'une pièce, mais à la condition de fournir un excédent de travail, par exemple 1300 kilogrammètres au lieu de 1000.

§ 14.

Les déductions précédentes ne sont pas autre chose que le *principe de l'égalité de l'action et de la réaction,* et sont résumées avec une netteté et une généralité remarquables dans l'énoncé même que Newton donne de ce principe, sous la forme d'un scolie de sa troisième loi, savoir :

« Si æstimetur actio agentis ex ejus vi et velocitate conjunctim; et similiter resistentis reactio æstimetur conjunctim ex ejus partium singularum velocitatibus et viribus resistendi ab earum attritione, cohæsione, pondere et acceleratione oriundis : erunt actio et reactio, in omni instrumentorum usu, sibi invicem semper æquales. » C'est-à-dire :

« Si l'action de la cause est mesurée par le produit de son intensité et de sa vitesse [1]; et si la réaction de la résistance

[1] C'est-à-dire *la vitesse de son point d'application estimée suivant*

est mesurée de même par les vitesses et les intensités des forces naissant, dans ses diverses parties, des frottements, de la cohésion, du poids et des augmentations de vitesses : l'action et la réaction, dans toutes les machines, seront égales et opposées. »

Nous appelons l'attention sur le dernier terme « *ou augmentations de vitesses* » de l'énumération faite par Newton. Il importe en effet de bien comprendre que, si les vitesses ne varient pas, le travail accompli par l'agent (*actio agentis*) a son équivalent dans celui absorbé par les frottements, les forces moléculaires et la pesanteur; mais que, s'il y a des augmentations de vitesses, elles absorbent pour leur compte, comme de véritables résistances, une portion du travail moteur. Cette portion est représentée par la force vive additionnelle acquise par le système, et celle-ci ne disparaîtra qu'en se dépensant à son tour sur d'autres récepteurs, faute desquels elle persisterait indéfiniment.

Tout accroissement comme toute diminution de vitesse exige donc un travail, et c'est en cela que consiste le *principe de l'inertie*.

Les résistances que Newton appelait réactions contre les accroissements de vitesses s'appellent aujourd'hui *forces d'inertie,* mot composé qui éveillerait des idées fausses si l'on n'avait soin de dépouiller de leur signification propre chacun des deux mots dont il est formé, et qui ne se seraient jamais attendus à être accouplés ensemble. Il suit de l'énoncé de Newton que si aux diverses forces, tant intérieures qu'extérieures, qui sont en jeu dans un système quelconque en mouvement, on

---

sa direction. Cette manière d'estimer la vitesse est indiquée par Newton dans un de ses paragraphes précédents; elle l'a été ici à la fin du § 9.

joint les forces d'inertie considérées comme autant de forces réelles, on aura un ensemble de forces se faisant équilibre à chaque instant sur le système entier. Ce n'est autre chose que le célèbre principe de d'Alembert, qui ramène aux équations de l'équilibre tous les problèmes du mouvement. De plus, en posant l'égalité qui résulte de l'énoncé même de Newton, on a immédiatement l'équation générale que l'on obtient aujourd'hui par la combinaison du principe de d'Alembert avec celui des vitesses virtuelles, et sur laquelle Lagrange a édifié sa Ménique rationnelle.

Ce scolie de Newton, qui renferme explicitement les principales méthodes de la Mécanique moderne, était resté inaperçu jusque dans ces derniers temps; il a été mis en lumière par MM. Thomson et Tait ([1]).

§ 15.

Nous pouvons présenter maintenant sous un nouveau jour la notion de *force*, en la rattachant à la force vive et au chemin parcouru, de même que nous l'avons rattachée plus haut (§ 7) à la quantité de mouvement et au temps écoulé.

On voit que la force mesure ce qui produit de la force vive, ou augmente ou diminue d'une certaine valeur une force vive existante. Mais cet effet ne saurait se produire si l'objet

([1]) *Treatise of Natural Philosophy;* Oxford, 1867. — L'équation à laquelle il est fait allusion dans l'alinéa précédent est celle-ci :

$$\Sigma\left(X - m\frac{d^2x}{dt^2}\right)\delta x + \Sigma\left(Y - m\frac{d^2y}{dt^2}\right)\delta y + \Sigma\left(Z - m\frac{d^2z}{dt^2}\right)\delta z = 0.$$

de l'action demeure immobile, et le théorème du travail, exprimé par l'égalité

$$FL = \tfrac{1}{2}mv^2 - \tfrac{1}{2}mv_0^2$$

montre que *la force est égale à la force vive produite divisée par le chemin parcouru,* ou, si l'on veut, *à la force vive produite par unité de longueur.*

Lorsque la variation de force vive n'est pas la même en tous les points de la trajectoire, il convient de considérer un trajet excessivement petit pour avoir la mesure de la force en un point donné, qui sera le milieu dudit trajet. Le quotient en question, lequel varie aussi d'un point à un autre, devient alors *la dérivée de la force vive par rapport au chemin parcouru* (comparez §§ 1 et 7).

Dans ce cas, et pour nous conformer à l'usage, nous continuerons à dire que *la force est la variation de la force vive par mètre courant.* Ainsi qu'il a été expliqué § 1, ceci doit être entendu, non pas de la variation qui se produit effectivement sur un parcours d'un mètre, mais de celle qui se produirait sur ce même parcours si, à partir du point considéré, elle demeurait uniforme.

On aura remarqué sans doute le parallélisme qu'il y a entre les considérations présentées dans ces deux derniers Chapitres relativement à la force vive et celles données dans le Chapitre III relativement à la quantité de mouvement, parallélisme que nous avons voulu accentuer en reproduisant les mêmes formes de rédaction. Ajoutons, pour le compléter, que, tandis que la première grandeur a pour unité le kilogrammètre (*kilogramme-mètre*), l'autre a pour unité le ***kilogramme-seconde.***

Il convient d'ajouter aussi que, dans le présent Chapitre comme dans le Chapitre II et tous les autres, la force n'est considérée qu'au point de vue des changements produits dans la grandeur numérique de la vitesse. Tout changement produit dans la direction de cette même vitesse agit aussi comme une résistance et suppose également un agent moteur, mais pas toujours un travail. Dans une précédente publication [1], nous avons rencontré cet autre cas et fait voir comment s'y évalue la force.

[1] *Théorie élémentaire des phénomènes que présentent le Gyroscope, la Toupie et le Projectile oblong*. Paris, 1874.

CHAPITRE V.

LA FORCE VIVE ET L'ÉNERGIE DE POSITION.

Énergie de position due à la pesanteur; travail de cette force sur un corps tombant de l'infini. — Énergie due aux affinités chimiques; pourquoi elle se chiffre par des nombres de kilogrammètres très élevés. — Équivalents mécaniques d'un kilogramme de charbon et d'un kilogramme d'hydrogène.

§ 16.

Un poids P qui a été élevé ou se trouve à la hauteur h, par exemple au sommet d'une maison, n'est pas du tout dans les mêmes conditions, au point de vue de l'énergie, qu'un autre poids égal placé sur le sol. Si nous laissons tomber le premier, il acquerra, par le seul fait de sa chute, une énergie égale à Ph, que nous pouvons utiliser de mille manières, ainsi qu'il vient d'être expliqué.

Dans sa position élevée, notre poids, tout immobile qu'il est, possède donc une espèce particulière d'énergie, énergie tranquille et comme emmagasinée, à laquelle on a donné un nom : *énergie de position* ou *énergie potentielle.* Elle s'exprime en kilogrammètres, comme l'énergie de mouvement, qu'on appelle aussi *énergie dynamique.*

Il n'est pas nécessaire que le corps soit au repos pour contenir de l'énergie de position. Tout corps pesant situé à une certaine hauteur possède une énergie de position qui restera constante s'il demeure immobile ou se meut horizontalement, qui augmentera s'il s'élève en suivant soit la verticale, soit un autre chemin quelconque, et qui diminuera s'il se rapproche du sol. A un instant quelconque, elle est égale à l'énergie dynamique que le corps, arrêté au besoin et puis abandonné à lui-même, acquerrait en venant toucher le sol.

Par exemple, une masse d'eau P située à un niveau supérieur h constitue un approvisionnement d'énergie de position. Il est dû à la chaleur solaire qui, prenant l'eau à la surface de la mer, l'a d'abord élevée dans l'atmosphère où elle a séjourné plus ou moins longtemps, contribuant à la production des vents et des météores. Elle s'est ensuite condensée sur la montagne, en passant peut-être par l'état de glacier. Puis elle retournera tôt ou tard à l'Océan, par les rivières et les fleuves, et, à la fin du trajet, toute son énergie de position Ph se sera dépensée peu à peu en se transformant, soit en énergie dynamique, soit (*voir* § 23) en chaleur. C'est une partie de cette énergie que nous distrayons à notre profit lorsque nous établissons sur son passage des moteurs hydrauliques.

Lorsque je remonte ma montre, je fournis une certaine quantité d'énergie dynamique qui s'emmagasine dans le ressort sous la forme d'énergie de position. Puis elle se retransforme peu à peu en énergie dynamique en imprimant le mouvement aux rouages, et celle-ci, sans s'anéantir, se diffuse en vibrations sonores.

Nous bornerons là ces exemples, qu'il serait facile de multiplier.

§ 17.

Les affinités chimiques constituent une forme d'énergie potentielle qui joue dans la nature un rôle au moins aussi considérable que les attractions à distance, et n'en diffère que par l'*échelle*.

Elle consiste en ce que les molécules tendent à se grouper suivant les combinaisons qui sont les plus stables, c'est-à-dire dont la désunion ultérieure représente le plus grand travail. Elle devient de l'énergie dynamique aussitôt que, amenées de manière ou d'autre dans leurs sphères d'action respectives, les molécules se précipitent les unes sur les autres pour former ces combinaisons.

Réciproquement, il faut du travail pour remplacer une combinaison stable par d'autres qui le sont moins : on crée ainsi de l'énergie potentielle, qui représente ce travail et le restituera à la première occasion.

On voit que les lois de l'énergie sont les mêmes dans ces mouvements que dans ceux qui tombent sous nos sens. Il y a plus : c'est la même énergie. Car elle se manifeste à nous par de la chaleur, et on verra plus loin (§ 28) que celle-ci est équivalente au travail tel qu'il a été défini précédemment.

Bien que ne s'exerçant qu'à des distances insensibles, l'énergie qui est mise en jeu dans les actions chimiques se chiffre par des nombres de kilogrammètres beaucoup plus élevés que celle fournie par la pesanteur ou les agents physiques. Ainsi, lorsque du charbon brûle, c'est parce que les molécules de ce charbon, d'une part, et celles de l'oxygène qui est dans l'air, d'autre part, se réunissent pour former un nouveau groupement, l'acide carbonique, plus stable que le précédent. Or, la combustion d'un kilogramme de charbon donne une énergie de *trois millions* de kilogrammètres, tandis qu'en tombant de dix mètres de hauteur, le même poids de charbon ou de toute autre substance ne donne qu'une énergie de *dix* kilogrammètres. C'est ce qui explique la haute valeur du charbon comme source de puissance mécanique, encore que nous ne sachions guère utiliser dans nos machines qu'un dixième de cette puissance (*voir* § 43).

Il y a dans l'hydrogène une énergie potentielle bien plus considérable encore. La combustion d'un kilogramme de ce gaz, dont le produit, comme on sait, est 9 kilogrammes de vapeur d'eau, fournit en effet un travail qui est un peu supérieur à quatorze millions de kilogrammètres.

Si l'on se reporte à ce qui a été dit, § 4, sur l'activité des molécules et sur les vitesses qui les animent déjà dans les circonstances ordinaires, on trouvera moins étonnant que, précipitées les unes sur les autres avec la violence qui paraît être le caractère de toute combinaison chimique, elles engendrent par leurs chocs, malgré la petitesse des chemins parcourus, des forces vives se chiffrant par des nombres aussi colossaux. Il est d'ailleurs utile de remarquer que les nombres donnés dans le § 4 et ceux donnés ici ont été obtenus par des moyens différents.

§ 18.

Cette supériorité de l'énergie due à l'affinité chimique sur celle due à la pesanteur n'est qu'apparente, et tient tout simplement à ce que, si nous ne pouvons recueillir et utiliser qu'un dixième environ de la première, la fraction de la seconde qui nous est accessible se chiffre par des nombres beaucoup moindres : des cent-millièmes.

Si, en effet, au lieu de porter un poids P à dix mètres de hauteur, nous le portons à vingt mètres, puis à trente mètres, etc., la pesanteur accomplira sur lui un travail de plus en plus considérable (*voir* § 11) et lui imprimera une énergie finale de plus en plus élevée. Pour donner à la pesanteur la plénitude de son action, il faut supposer le mobile saisi par l'attraction terrestre à une distance telle que cette attraction soit à peine sensible, ce qui revient, pour faire le calcul, à supposer une distance *infinie*. Le cas se réalise approximativement pour une foule d'astéroïdes que nous rencontrons dans nos circonvolutions autour du Soleil, et qui deviennent des bolides ou des étoiles filantes.

Dans ces conditions, en faisant abstraction de la résistance de l'air, dont l'effet sera indiqué plus loin (§ 36), et en appelant r le rayon terrestre, qui est égal à 6366 kilomètres, on trouve que le mobile atteindrait la surface de la Terre avec une vitesse v donnée par la formule

$$v = \sqrt{2gr} \ (^1),$$

(1) *Voir* GOULIER, *Études géométriques sur les étoiles filantes*, p. 21

et, par suite, avec une énergie $\frac{1}{2}\frac{P}{g}v^2$ égale à

$$Pr.$$

Pour un poids P égal à un kilogramme, cela donne une énergie exprimée en tonnes-mètres par le même nombre qui exprime r en kilomètres, c'est-à-dire 6636, énergie à peu près double de celle fournie par la combustion d'un kilogramme de charbon, et à peu près moitié de celle fournie par la combustion d'un kilogramme d'hydrogène. Le travail de la pesanteur sur un kilogramme de molécules d'un corps grave tombant de la distance de la Lune sur la Terre est dès lors du même ordre de grandeur que celui de l'affinité chimique sur un kilogramme de molécules d'une substance combustible tombant de la distance d'un millionième de millimètre sur autant de molécules d'oxygène. N'y aurait-il donc entre ces deux théâtres qu'une différence d'échelle, et faudrait-il, comme quelques savants, voir dans chaque molécule un système planétaire avec toutes ses complications de mouvement et de vie, et, dans les agglomérations que nous appelons des *corps,* les analogues de celles que l'Astronomie appelle des *voies lactées* ou des *nébuleuses?*

Quoi qu'il en soit, on voit que, lorsque nous plaçons un poids de un kilogramme à dix mètres seulement de la surface terrestre et le laissons tomber, nous n'utilisons que la 636600e partie de l'attraction terrestre, et c'est pourquoi l'intensité de celle-ci nous *paraît* si inférieure à celle de l'affinité chimique.

---

et suivantes, où cette valeur de v est utilisée pour calculer l'orbite d'un essaim.

CHAPITRE VI.

LOI DE LA CONSERVATION DE L'ÉNERGIE.

Un système en Mécanique; forces intérieures et forces extérieures. — Conservation de l'énergie dans l'univers. — Théorème des forces vives. — Principe de la moindre action.

§ 19.

On a vu :

D'une part, que lorsqu'un poids P qui a été lancé de bas en haut s'élève de la hauteur h, son énergie de mouvement diminue de Ph;

D'autre part, qu'en même temps son énergie de position s'augmente de la même valeur Ph.

Il s'établit donc constamment une compensation exacte entre ces deux sortes d'énergie, en sorte que leur somme demeure invariable.

Ce n'est là qu'un cas particulier d'un théorème beaucoup plus général, qui joue un rôle immense dans toute la philosophie naturelle, qui constitue une des plus belles découvertes scientifiques faites depuis Newton, qu'on appelle la *loi de la conservation de l'énergie,* et qu'on énonce ainsi :

Dans un système qui se meut sous l'influence de forces extérieures et intérieures quelconques, il se fait à chaque instant une compensation exacte entre la variation de l'énergie dynamique du système et celle de son énergie potentielle, en sorte que la somme demeure invariable.

Après ce que nous avons déjà dit, la démonstration de ce théorème général ne serait ni longue ni difficile. Nous nous en abstiendrons néanmoins, mais il importe de définir les diverses expressions qui entrent dans son énoncé.

1° Par *système* on entend un groupe de corps en nombre quelconque, mais fini, ayant entre eux des liaisons ou autres relations quelconques. Chacun de ces corps peut se réduire à un atome unique tel que ceux formant soit la matière ordinaire, soit le milieu propagateur dont il a été question au § 4. La définition s'applique donc à l'univers, qui est la réunion de pareils atomes en nombre indicible, nombre dont on n'approcherait peut-être pas en passant plusieurs vies à écrire des *zéros* à la droite du chiffre 1, *mais certainement fini* (1).

(1) Cette proposition est presque universellement admise, à raison de l'absurdité mathématique du nombre à la fois infini et déterminé. Elle a pour elle les noms de Newton, Leibnitz, Galilée, Descartes, Cournot, Cauchy, etc. Elle est combattue par M. Hirn : « En partant, dit-il, de cette évidence mathématique pour l'appliquer aux mondes éparpillés dans l'espace, on a oublié une seule chose, c'est que, s'il existe réellement une infinité d'étoiles, leur ensemble ne constitue plus un nombre et que, par conséquent, le raisonnement est faux. » — Dans cet étrange livre intitulé : *Terre et Ciel,* qui débute si magistralement par le célèbre *Discours sur la condition physique de la Terre,* Jean Reynaud ne s'en tient pas à la forme dubitative. « Voici mon principe », fait-il dire à son interlocuteur *Le Philosophe :* « c'est que le Créateur, étant infini et perpétuellement constant à lui-même, produit sans intermittence des créa-

Ainsi la loi est vraie pour tous les mouvements que nous constatons directement ou indirectement dans la nature.

2° Une *force extérieure* émane d'un agent étranger au système, et est appliquée à l'un des corps ou atomes dont celui-ci se compose.

3° Les *forces intérieures* proviennent des actions mutuelles qui ont lieu entre les diverses parties du système. Une restriction est imposée à ces actions pour qu'on puisse appliquer le principe : c'est qu'elles soient indépendantes des vitesses que les parties possèdent les unes par rapport aux autres. Toutes les actions qui se rencontrent dans la nature satisfont à cette condition.

4° *L'énergie dynamique* du système est la somme des énergies dynamiques (ou forces vives) de toutes ses parties, et son *énergie potentielle* est de même la somme de leurs énergies de position (*voir* 5°).

5° Pour un quelconque des corps constituants, cette

---

tions infinies, c'est-à-dire, en tant qu'il s'agit de l'ordre astronomique, revêtues de l'infinité de l'étendue comme de celle du temps. » Pendant qu'on y était, rien n'empêchait d'ajouter qu'il en produit une infinité à chaque fois.

On peut lire sur cette question de l'infini, — si on l'envisage au point de vue philosophique : *Les Sciences et la Philosophie,* par TH. HENRI MARTIN; Paris, 1869, pages 241 à 336, — et si on l'envisage au point de vue mathématique : *Le Calcul infinitésimal fondé sur des principes rationnels et précédé de la théorie mathématique de l'infini,* par P. HENRY FLEURY; Marseille, 1879.

énergie de position, à un instant donné, est le travail collectif (*voir* 6°) que les forces accompliraient sur lui pendant le trajet qu'il aurait à faire et les modifications qu'il aurait à subir pour arriver de sa position actuelle à celle qu'il occuperait dans un autre état du système, pris pour terme de comparaison.

Il convient généralement, mais pas toujours, de prendre ce terme de comparaison de telle sorte que toutes les énergies potentielles soient positives pour toutes les positions qu'on peut avoir à considérer. Si elles le sont pour toutes les positions *possibles*, alors l'état particulier dont il s'agit n'est autre que l'état d'équilibre stable et définitif vers lequel tend le système. Par exemple, dans le cas du projectile qui se meut sous l'action de la pesanteur et de la résistance de l'air, c'est l'arrivée sur un sol horizontal; dans le cas de la goutte d'eau suspendue à l'état de vapeur dans l'atmosphère, c'est le retour au sein de l'Océan; pour des atomes d'oxygène et de carbone en présence, c'est leur combinaison en acide carbonique, etc.

6° Enfin le *travail des forces* s'évalue de la manière suivante.

Pour une force qui demeure constante en grandeur et en direction, le travail est, comme pour la pesanteur, égal au produit de la force par le chemin fait par son point d'application dans sa direction, et il doit être pris comme additif ou comme soustractif suivant que le mobile a marché dans le sens de la force ou en sens contraire; dans le premier cas, on dit que la force accomplit du travail, et dans le second qu'elle en absorbe.

Dans la réalité, il arrive le plus souvent que l'on a affaire à des forces variant à la fois et d'une manière continue en grandeur et en direction : telles sont les forces attractives et répulsives. Il faut alors diviser le déplacement total du système en une infinité de très petites parties égales; pour chacune d'elles, on considère les forces comme ne variant pas, et on évalue leur travail collectif comme il vient d'être dit; on a ainsi une infinité de très petits termes, et on en trouve la somme par les méthodes qu'enseigne le Calcul infinitésimal, du moment qu'on en possède l'expression générale.

§ 20.

Afin de mettre en relief ce fait de la permanence de l'énergie, considérons celle-ci sous la forme qui impressionne notre œil, c'est-à-dire celle d'une onde lumineuse, et supposons que cette onde voyage sans rencontrer d'obstacle qui la dévie ou la transforme. Supposons en outre que nous possédions un télescope infiniment plus puissant que ceux d'aujourd'hui et nous permettant de voir distinctement dans les profondeurs de l'espace. Dirigeons ce télescope successivement sur la planète Jupiter, puis sur une planète appartenant à l'un des systèmes solaires les plus voisins du nôtre, par exemple Sirius, et enfin sur une troisième planète beaucoup plus éloignée encore.

Nous voyons alors ce que font les habitants dans chacune de ces planètes. Mais, à raison du temps que met la lumière à se propager à travers l'éther, les actes dont nous *sommes* témoins *se passaient* quelques minutes auparavant pour la planète Jupiter, quelques années auparavant pour la deuxième planète, et quelques siècles ou même quelques milliers d'années auparavant pour la troisième. Réciproquement, les habitants de ces planètes verraient *aujourd'hui* ce qui *se passait* chez nous à ces diverses époques. Si donc nous considérons l'univers entier, l'histoire de tous les temps se trouve imprimée dans ses organes, non pas à l'état d'image, de répercussion ou de souvenir, mais à l'état vivant et présent.

Cette conclusion ne s'applique pas seulement aux vibrations luminifères, qui prennent naissance à la surface des corps ou à une très faible profondeur, mais encore aux vibrations de toute nature qui se produisent dans leur masse, celles, par exemple, que nos plus secrètes pensées impriment aux molécules dont se compose notre cerveau : tous ces mouvements, l'univers entier les ressent et les conserve.

§ 21.

Si nous appelons D l'énergie dynamique d'un système à un moment donné et S son énergie de position, nous avons, d'après ce qui précède,

$$D + S = \text{constante} = K.$$

A une autre époque, nous aurons encore

$$D' + S' = K,$$

et il en résulte

$$D' - D = S - S'.$$

Mais le second membre n'est autre chose que le travail accompli par les forces entre la première époque et la seconde. On a donc, en désignant ce travail par T,

$$D' - D = T.$$

C'est ce qu'on appelle l'*équation*, ou le *théorème, des forces* *vives*, et ce qu'on énonce en disant que *la variation de la force vive totale du système entre deux positions quelconques est égale au travail accompli par les forces dans l'intervalle.*

C'est ordinairement sous cette forme qu'en Mécanique rationnelle on applique le principe de la conservation de l'énergie. Et ces applications sont nombreuses, car il ne constitue pas seulement une de ces belles lois générales que l'esprit humain a pu formuler malgré l'ignorance à laquelle il est condamné relativement à la constitution intime des corps; à son tour, et souvent avec le concours d'autres principes tels que celui *de la moindre action* et celui *de moindre effort,* il sert pour l'étude des systèmes composés de corps et que leur complication ne permet pas d'analyser en détail.

Nous avons donné ailleurs (1) quelques développements sur le principe de moindre effort, qui se rattache à la méthode des moindres carrés. Ici nous devons dire en quoi consiste celui de la moindre action, et parce qu'il est basé sur la notion de la force vive, et parce qu'on en trouvera plus loin une importante application (Chap. X); mais nous en laissons encore de côté la démonstration.

§ 21.

Si l'on construit une courbe en prenant pour abscisse le

(1) *Sur la Probabilite du tir des bouches à feu et la Méthode des moindres carrés,* p. 91 à 98.

temps et pour ordonnée l'énergie dynamique du système, qu'ensuite on évalue l'aire de la courbe depuis une époque quelconque considérée comme origine du temps jusqu'à une autre époque t, le double de cette aire est ce qu'on appelle l'*action* au temps t. En d'autres termes, et plus brièvement, l'action est le double produit de la force vive moyenne relative à une certaine durée par cette durée.

De même que la force (*voir* §§ 7 et 15), les diverses entités mécaniques peuvent être rapportées, soit au temps écoulé, soit au chemin parcouru, et, suivant les circonstances, on a intérêt à choisir l'une ou l'autre manière. La définition précédente prend le temps pour base. Si l'on préfère l'espace, on voit aisément que l'action est égale à la somme des produits obtenus en multipliant la quantité moyenne de mouvement qu'a possédée chaque point du système entre deux positions quelconques de celui-ci par le chemin que ce point a parcouru d'une position à l'autre. Elle est, pour chaque point, l'aire d'une courbe dont l'abscisse est le chemin parcouru et l'ordonnée la quantité de mouvement; et elle est, pour le système entier, la somme de toutes les aires semblables [1].

On voit que l'action doit être considérée : — soit comme *de la quantité de mouvement accumulée durant un certain trajet* (un certain nombre de *mètres*) ; — soit, à part le facteur 2, comme *de la force vive accumulée pendant un cer-*

---

[1] Dans la langue mathématique, à la fois si concise et si claire, tout le verbiage de ces deux alinéas est remplacé par ces simples mots : *On appelle* action *l'une ou l'autre des deux intégrales évidemment équivalentes*

$$\Sigma\int mv^2 dt, \quad \Sigma\int mv\, ds,$$

le signe $\int$ étant pris, pour chaque point, entre deux positions quelconques du système, et le signe Σ étant pris pour tous les points du système.

tain temps (un certain nombre de *secondes*). Cette notion est donc à la fois le développement de celle de l'impulsion (§ 8) et de celle du travail (11).

Le choix du mot *action*, pour la grandeur ainsi définie, n'a pas été des plus heureux, car ce mot a déjà une autre acception, à la fois plus ancienne et plus naturelle (*actio agentis* de Newton, § 14). Peut-être celui de *force vive accumulée* serait-il suffisant, la grandeur qu'on appellerait ainsi étant la moitié de celle qu'on appelle *action*. Quoi qu'il en soit, cette triple fonction de la masse, de l'espace et du temps jouit d'une faveur extrême dans la Mécanique moderne : elle y forme la base de méthodes générales et fécondes qui ont été développées par Hamilton, Jacobi, Liouville, Bour, Cayley, etc., et dont le principe de la moindre action, ou mieux, comme on dit aujourd'hui, de *l'action stationnaire*, n'est qu'un cas très particulier.

Celui-ci remonte au milieu du siècle dernier, mais on en avait méconnu l'importance, laquelle paraît devoir être considérable pour les sciences d'observation qui commencent à recevoir des explications dynamiques. Il consiste en ce que :

Si, à un instant quelconque, on abandonne le système à lui-même, — c'est-à-dire si l'on supprime tout à coup toutes les forces extérieures (§ 19, 2°), en sorte que le mouvement se continue sous la seule influence des vitesses acquises et des forces intérieures, — *la force vive accumulée entre deux époques ultérieures quelconques sera moindre pour ce mouvement que pour toute autre manière, compatible avec les conditions d'existence du système, suivant laquelle on pourrait le faire passer de la position et de la configuration qu'il aura à la première époque à celles qu'il aura à la seconde, en le guidant au moyen de forces extérieures, quelles qu'elles soient.*

L'analyse établit seulement que l'action est, soit un minimum, soit un maximum, soit un minimum-maximum; mais la première alternative paraît seule avoir de possibilité pratique.

Comme le font justement observer Laplace et Lagrange (1), il n'y a dans tout cela rien de métaphysique, mais un simple résultat des équations générales de la Mécanique. « Le principe de la moindre action, dit le premier de ces deux auteurs, ne doit pas être érigé en cause finale, et, loin d'avoir donné naissance aux lois du mouvement, il n'a pas même contribué à leur découverte, sans laquelle on disputerait encore sur ce qu'il faut entendre par la moindre action de la nature. » Le fait est qu'avant cet énoncé précis et mathématique, la Philosophie n'avait qu'un sentiment vague et stérile de l'« économie des moyens », de la « simplicité des voies » qu'elle voulait voir dans la nature, et que les uns faisaient consister dans le chemin le plus court, d'autres dans le moindre temps, etc., tandis que c'est dans le minimum de *force vive accumulée pendant un intervalle de temps quelconque.*

(1) Laplace, *Exposition du système du monde,* T. III, Chap. II. — Lagrange, *Mécanique analytique,* 2e Partie, 2e Section. — *Voir* aussi Paul Janet, *Les Causes finales,* 2e édit., 1882, p. 705.

CHAPITRE VII.

TRANSFORMATIONS DE L'ÉNERGIE.

Échauffement produit par le choc. — Le boulet de rupture et la plaque de blindage. — Cas des corps élastiques. — Formes diverses de l'énergie dynamique. — Hypothèse tendant à expliquer sa transformation en énergie potentielle. — Conséquences des lois de conservation et de transformation.

§ 22.

Il y a des cas dans lesquels, en dépit du principe de la conservation, on croirait voir la force vive s'anéantir sans être remplacée par de l'énergie potentielle, et dans lesquels, en effet, on a longtemps ignoré ce qu'elle devenait.

Revenons au projectile lancé par une bouche à feu. Ici l'agent moteur est la détente d'une masse gazeuse portée à une température très élevée. Pendant le temps que le projectile est soumis à son action, c'est-à-dire pendant qu'il va du fond de l'âme à la bouche de la pièce, il en reçoit un travail qui, si nous appelons

P son poids,

v sa vitesse à la bouche,
h le quotient de v^2 par $2g$,

a pour valeur Ph : c'est aussi l'énergie qu'il emporte dans sa course.

Pour simplifier, faisons d'abord abstraction de la résistance de l'air.

Lorsque le projectile se sera élevé d'une hauteur égale à y, il aura acquis une énergie de position égale à Py, et, par suite, son énergie de mouvement sera réduite à $P(h-y)$, puisque la somme ne doit pas changer (1).

Lorsqu'il revient au niveau de la bouche à feu, son énergie primitive de mouvement Ph devrait se retrouver tout entière, y redevenant nul. Mais il a, pendant son trajet aérien, communiqué du mouvement aux molécules d'air qui se trouvaient sur son passage, et chacune de ces molécules a emporté une fraction de son énergie qui, sans s'anéantir, s'est diffusée dans l'atmosphère.

A l'arrivée, nous devons donc trouver une énergie Ph' un peu inférieure à celle de départ.

Quoi qu'il en soit, supposons que le projectile est venu choquer une de ces grosses plaques de cuirasse qui recouvrent les navires de guerre. S'il traverse la plaque, il va tomber sans force à peu de distance au delà; mais, le plus souvent, il ne la traverse même pas et y reste collé ou se brise. Qu'est donc devenue l'énorme provision d'énergie Ph' avec laquelle il est arrivé?

(1) En posant cette valeur égale à $\frac{1}{2}\frac{P}{g}v'^2$, on en tire la formule qui donne la vitesse v' au point de la trajectoire dont l'ordonnée est y, savoir, $v'=\sqrt{v^2-2gy}$.

Au moment du choc on a entendu un grand bruit, et il est certain qu'une partie de cette énergie se retrouve dans les vibrations sonores, ainsi que dans la force vive imprimée aux éclats projetés, les mouvements divers imprimés à la muraille, etc. Mais il serait puéril d'admettre qu'elle y soit passée tout entière.

Or on constate d'autre part un échauffement considérable, comme le montrent les faits suivants : 1° une charge de poudre renfermée dans le projectile s'enflamme spontanément au moment de la collision, et c'est pour cela qu'on ne met jamais de fusée aux obus tirés contre les plaques [1]; 2° si le projectile traverse la plaque sans y éclater, souvent il enflamme la muraille de bois qui est derrière, au point qu'on a de la peine à éteindre le feu; 3° enfin il n'est pas rare de voir jaillir un éclair de lumière, même en plein jour, au moment où le projectile frappe la plaque.

Cette élévation de température est évaluée à 400° au moins, et c'est elle justement qui représente l'énergie dont nous avions perdu la trace.

Au lieu de conserver imperturbablement leur ordre tactique comme une troupe bien dressée, les molécules du projectile, déroutées par le choc, ont été projetées les unes contre les autres, puis se sont repoussées violemment pour se rapprocher de nouveau, etc. Ces collisions intestines se sont continuées en se régularisant peu à peu, et ont abouti à l'établissement d'un régime nouveau, dans lequel la somme des forces vives des vibrations moléculaires est plus grande qu'elle ne

(1) Il a été constaté que le choc d'un projectile animé d'une certaine vitesse contre un obus chargé de poudre, ou inversement, détermine l'explosion de l'obus. Autrefois on expliquait ce fait en disant que l'obus est brisé par le choc, que des étincelles jaillissent et mettent le feu à la charge. Le fait est de la même nature que celui mentionné dans le texte, et il est préférable de l'expliquer de la même manière.

l'était avant le choc. La différence est égale, sauf une petite valeur qu'on va indiquer, à la force vive qui paraissait perdue. Celle-ci résidait pour nous dans le mouvement visible que possédait le projectile et nous l'appelions *force vive de translation;* celle-là réside dans des mouvements que nous ne voyons pas, mais que nous ressentons sous une autre forme, et nous l'appelons *chaleur*.

Le projectile subit toujours, si même il ne se brise pas, une déformation qui persiste après le choc. Le rapprochement des molécules qui en est la conséquence représente un travail accompli sur les forces moléculaires, et l'énergie calorifique produite est égale à la force vive de translation qui a été perdue, *augmentée de ce travail.*

Pour certaines substances, par exemple une bille d'ivoire tombant sur une table de marbre, la partie comprimée par le choc se débande, et force le corps choquant à retourner en arrière. On dit alors que la substance est *élastique*. Dans ce cas, la force vive de translation est régénérée, et l'élévation de température n'est que temporaire, comme la déformation elle-même.

Mais la régénération de la force vive n'est jamais que partielle, et il en reste toujours une certaine fraction à l'état de chaleur. C'est ce qu'on exprime en disant qu'il n'y a pas de corps parfaitement élastique.

Ainsi la bille d'ivoire qu'on laisse tomber sur la table de marbre rebondit pour retomber de nouveau et accomplir une série de bonds de plus en plus faibles jusqu'à ce qu'elle devienne immobile. Après quoi, et bien qu'elle n'ait pas éprouvé de déformation permanente, elle a, tout comme le boulet de fonte qui s'est déformé, gagné un accroissement de chaleur équivalent à la force vive de translation disparue.

Ce fait résulte d'une loi générale qui sera étudiée plus loin (Chap. X).

§ 23.

Il y a un grand nombre de cas autres que le choc dans lesquels un corps en mouvement peut produire de la chaleur aux dépens de sa vitesse. Un des plus fréquents est celui du frottement. Lorsque l'écolier frotte sur la table un bouton de métal pour brûler la main de son camarade, il fait une application très juste, sinon très opportune, du premier principe de la Thermodynamique : l'équivalence de la chaleur et du travail. Il transforme en chaleur du travail fourni par ses muscles; il fait la contre-partie de la machine à vapeur, où c'est de la chaleur qui est transformée en travail.

Si donc il est vrai de dire que, dans quelque phénomène que ce soit, il ne se produit ou ne disparaît de l'énergie d'un côté sans qu'il en disparaisse ou s'en produise autant d'un autre côté, c'est seulement en associant aux mouvements perceptibles et aux forces mesurables que l'observation nous fait connaître les actions moléculaires et les mouvements invisibles des atomes que cette proposition se soutient. On verra ci-après (§ 28) comment il a été possible de tenir compte de ces actions et de ces mouvements, sur lesquels l'observation directe n'a pas de prise.

§ 24.

Il est une dernière transformation de la force vive dont la science ne donne pas encore l'explication, bien qu'elle commence à l'entrevoir : c'est celle qui a fait l'objet du Chap. V, savoir la transformation en énergie de position. Quand on pense au caractère tranquille de celle-ci, quand on réfléchit qu'elle est indépendante du temps, tandis que la force vive est essentiellement fonction de cette variable, on serait porté à croire qu'il n'y a rien de commun entre les deux espèces d'énergie, si ce n'est que l'une peut prendre la place de l'autre.

Toutefois il est clair qu'elles doivent tenir à un même principe, et l'idée qui établira leur identité paraît être celle-ci.

Toute énergie de position est le résultat de l'attraction universelle qui règle les mouvements célestes sous le nom de *gravitation,* détermine ceux des corps sublunaires sous le nom de *pesanteur,* édifie les agglomérations atomiques sous le nom d'*affinité,* et maintient ensemble les molécules des corps solides sous le nom de *cohésion.*

Or, de même que nous voyons dans le son la force vive qui accompagne les vibrations des corps, dans la chaleur celle qui accompagne les vibrations de leurs molécules, dans la lumière celle qui accompagne les vibrations des atomes du milieu propagateur (§ 4 et § 19, 1°), de même on croit pouvoir rattacher l'attraction universelle, soit à d'autres corpuscules bien plus subtils, bien plus nombreux encore, analogues à ceux que supposait la *théorie de l'émission* de Nevton, volant dans toutes les directions avec des vitesses dont celle de la lumière nous donne une idée; soit, plus simplement peut-être, aux ondulations qui sillonnent réellement l'espace dans tous les sens, en aussi grand nombre et avec des vitesses aussi grandes. Battue par ces corpuscules ou comprimée par ces ondulations, chaque molécule de la matière ordinaire demeurerait en équilibre si elle était seule, parce qu'elle subirait également des assauts de tous les côtés. Mais deux molécules se feraient écran réciproquement : leurs faces en regard seraient protégées, et les actions exercées sur leurs faces opposées produiraient une poussée de l'une vers l'autre. On démontre aisément que cette poussée doit être inversement proportionnelle au carré de la distance.

L'attraction ne serait donc autre chose que le résultat sensible d'une transmission de mouvement. Ainsi serait expliqué son mécanisme; ainsi serait réalisée l'idée de Newton, ne voulant voir dans cette attraction qu'une apparence, qu'une formule explicative, et nullement une propriété intrinsèque des masses (1); ainsi enfin le principe de la *conservation de l'énergie* deviendrait celui de la *conservation de la force vive*.

En définitive, il n'y aurait, dans le monde physique, pas plus d'attractions que de répulsions, pas plus de forces mouvantes que de résistances au mouvement. Ce sont là des conceptions ingénieuses et utiles, mais artificielles; des expressions tout humaines, frappées au coin de nos passions et prêtant aux atomes nos propres mobiles; des images recouvrant un inconnu qui ne se dévoilera jamais à nous.

---

(1) « *Quam ego attractionem appello, fieri sane potest ut ea efficiatur impulsu, vel alio aliquo modo nobis ignoto.* »

§ 25.

La loi de transformation nous permet de compléter les considérations du § 20, en disant que tout mouvement observé par nous ou produit avec notre concours n'est que la forme actuelle d'une onde préexistante, et conserve dans la nature son empreinte indélébile, empreinte qui *se déplace ou se transforme* indéfiniment.

C'est parce que nous commençons à avoir la clef de ces transformations qu'on a pu lire sur l'image spectroscopique de Sirius que la distance de 39 trillions de lieues qui nous sépare de ce soleil s'augmente de 35 kilomètres par seconde, de 700000 lieues par jour; et les trajets stupéfiants accomplis depuis les temps historiques par les diverses étoiles, en vertu de pareilles vitesses, n'ont encore produit aucun changement appréciable dans la configuration apparente du Ciel!

C'est parce que nous commençons à maîtriser un peu ces mêmes transformations qu'on a pu capter l'onde sonore produite par la voix humaine, la métamorphoser successivement en vibration d'une plaque, aimantation d'un barreau, courant électrique, pour la réintégrer au loin sous sa forme première par les moyens inverses. Si nous étions doués d'un sixième sens nous faisant percevoir l'onde électrique comme l'oreille nous fait percevoir l'onde sonore et l'œil l'onde luminifère, la deuxième traduction serait inutile, et toute personne placée le long du fil conducteur percevrait le chant. Combien d'ondes exécutent ainsi autour de nous des rythmes dont jouiraient des êtres mieux adaptés au milieu dans lequel nous vivons, et dont nous ne connaissons l'existence que par des moyens indirects, c'est-à-dire des instruments, on allongeant un sens incomplet, comme le télescope et le microscope, ou, comme la boussole, remplaçant un sens qui nous manque et que possèdent l'hirondelle et le pigeon !

CHAPITRE VIII.

DIGRESSION PHILOSOPHIQUE.

Existence réelle de la matière et de l'énergie. — Cette existence réelle peut-elle être attribuée à d'autres choses, par exemple à la quantité de mouvement et à la force?

§ 26.

Avec la généralité que lui donnent les résultats acquis dans le Chapitre précédent, le principe de la conservation de l'énergie prend une haute portée philosophique. Nous voyons que toutes les formes d'énergie sont les manifestations d'une seule et même chose; que cette chose peut, comme la matière, être mesurée avec une extrême précision; qu'elle conserve sa quantité dans toutes ses métamorphoses, comme la matière dans toutes ses pérégrinations; que toute notre science et tous nos efforts ne sauraient ajouter ou retrancher la moindre parcelle à l'une ni à l'autre.

En dépit des philosophes qui professent que *rien* *n'existe* [1], et bien que nous ne puissions concevoir l'essence ni de l'une ni de l'autre, que nous ne puissions même rien savoir de l'une sans recourir à l'autre, nous sommes forcés de conclure que toutes deux existent réellement, hors de nous et indépendamment de nous.

Seules dans l'univers physique, la MATIÈRE et l'ÉNERGIE possèdent cette existence objective, et elles sont les facteurs de toutes les autres choses, telles que l'étendue, les formes, les sons, la lumière et les couleurs, les forces de toute nature, etc. Celles-ci, à moins qu'elles ne soient des *êtres de raison* ou des *taux* (*voir* le paragraphe suivant), ne sont que des *sensations,* c'est-à-dire le produit de la réaction de notre âme contre l'énergie dynamique qui lui est transmise par les divers systèmes de nerfs auxquels a été donné le nom de *sens*.

Quelle différence entre l'univers que la science nous révèle et les images que, par un mouvement de la pensée, nous nous créons en portant et localisant ces sensations hors de nous!

§ 27.

Il ne faudrait pas assimiler aux principes de la conservation de la matière et de l'énergie divers théorèmes de Mécanique

---

(1) Cette doctrine, qu'il ne faut pas confondre avec celle de l'atome inétendu (*voir* § 2), est représentée par Hume, Berkeley, Hamilton, Stuart Mill, Coyteux, etc. On en trouvera un intéressant exposé, par M. PAUL JANET, dans la *Revue des Deux-Mondes,* tome LXXXIII, année 1869.

La réfutation qui en est faite ici incidemment, la seule rigoureuse, est de MM. TAIT et BALFOUR-STEWART : *Lectures on some recent advances in Physical Science,* by P.-G. Tait, London, 1876; *The Unseen Universe,* by B. Stewart and P.-G. Tait, 10th edition; London, 1881.

rationnelle qui ont un énoncé analogue, par exemple celui de la conservation de la quantité de mouvement, celui de la conservation du moment de cette quantité de mouvement, etc., et conclure que ces autres choses sont aussi des êtres réels. Tandis que la matière et l'énergie sont des grandeurs *absolues* ([1]), c'est-à-dire ne comportant ni l'idée de direction, ni l'opposition de sens indiquée par les signes + et —, les autres grandeurs auxquelles il est fait allusion sont essentiellement algébriques, et se présentent toujours avec l'un ou l'autre signe (indépendamment des opérations d'addition et de soustraction) : si le total demeure invariable, c'est qu'on admet que deux valeurs égales et de signes contraires se neutralisent.

Revenons encore au canon chargé. Avant le tir, la quantité de mouvement du système est *zéro*. Une fois qu'on a mis le feu à la charge, le canon, les gaz de la poudre, les matériaux de la gargoussse, le projectile se trouvent animés de quantités de mouvements dirigées les unes dans un sens et les autres en sens contraire.

Au bout d'un certain temps, toutes redeviendront nulles comme avant et, dans l'intervalle, la somme des premières restera égale à celle des secondes, c'est-à-dire que la somme algébrique sera toujours *zéro*. C'est ainsi que la quantité de mouvement du système demeure constante; mais il est clair que la conservation de la matière et de l'énergie a un sens tout autre.

Pas plus que la quantité de mouvement, la force, incommensurable comme elle avec l'énergie, ne saurait être une chose réelle. Nous avons vu que la force est la dérivée de la quantité

([1]) Ce mot est pris ici dans le sens qu'on lui donne en Algèbre, et qui n'a rien de commun avec le sens métaphysique employé § 3.

de mouvement par rapport au temps (§ 7), et de la force vive par rapport à l'espace (§ 15); en d'autres termes, c'est la variation, additive ou soustractive, que l'agent moteur ou retardateur imprime par seconde à la quantité de mouvement, et par mètre courant à la force vive. Cela n'est pas plus une chose réelle que le *trois pour cent* n'est une somme d'argent; comme celui-ci, ce n'est qu'un *taux :* taux avec le temps ou l'espace pour base, suivant qu'on a en vue la quantité de mouvement ou le travail.

Voilà pour la manifestation dynamique de la force. Voici pour sa manifestation statique : la pression. En appuyant sur le piston d'une presse hydraulique, vous développez une force *infinie,* puisqu'un élément superficiel d'un centimètre carré, pris en un point *quelconque* de la masse liquide et suivant une orientation *quelconque,* reçoit une pression égale à celle que vous exercez divisée par le nombre de centimètres carrés que compte la surface du piston. Dès que vous cessez d'appuyer, cet infini se réduit à rien : pouvez-vous dire que c'était un être réel ?

CHAPITRE IX.

LA FORCE VIVE ET LA CHALEUR.

Rapport d'équivalence. — Distinction entre la température d'un corps et la quantité de chaleur qu'il contient. — La chaleur est-elle de l'énergie dynamique ou de l'énergie potentielle? — Pourquoi le canon s'échauffe plus dans le tir à poudre que lorsqu'il lance un projectile. — Comment on peut expliquer, autrement que par l'emploi de balles explosibles, la présence de fragments de plomb constatée dans certaines blessures en 1870. — Énergie potentielle de la Terre; chaleur que produirait sa chute sur le Soleil. — Chaleur perdue par l'organisme dans l'ascension d'une montagne; cause du malaise qu'on éprouve aux grandes altitudes; observations de M. Lortet dans une ascension du Mont-Blanc. — Théorie de la formation des nuages; pourquoi il fait plus froid et tombe plus d'eau sur la montagne que dans la plaine. — Le Cloud-ring.

§ 28.

Tandis que l'atome est immuable et passif, l'énergie, dont il est à la fois le support et l'objet, se fait remarquer par la multiplicité et la rapidité de ses transformations. C'est cette aptitude merveilleuse qui fait son utilité et qui donne la vie à l'univers : que le fourneau s'éteigne, et la machine à vapeur s'arrête; que l'estomac cesse de digérer, et l'homme meurt.

Au premier abord, la seule possibilité de ces transformations semble ôter toute valeur pratique au principe de la conservation de l'énergie, puisque la force vive dont nous avons la valeur en kilogrammètres peut être remplacée tout d'un coup par des mouvements moléculaires dont l'énergie se dérobe à nos évaluations directes. On a pu néanmoins passer outre, et cela en établissant que les transformations dont il s'agit se font toujours en proportions définies, ou par *équivalents*. Dès lors il suffit de connaître le rapport d'équivalence.

Prenons, par exemple, la chaleur, qui est la transformation la plus fréquente de l'énergie dynamique. Toutes les fois qu'un travail mécanique est consommé à modifier l'équilibre moléculaire d'un corps, il se produit une quantité de chaleur rigoureusement proportionnelle au travail dépensé, c'est-à-dire que le quotient de celui-ci par celle-là est constant. Réciproquement, toutes les fois que l'action du calorique sur un corps produit un travail mécanique, il disparaît une quantité de chaleur proportionnelle au travail produit, c'est-à-dire que le quotient de celui-ci par celle-là est constant et, qui plus est, inverse du précédent.

Par des expériences variées et concordantes, on a trouvé qu'il correspond un travail ou une force vive de

425 *kilogrammètres environ*

à la quantité de chaleur qui élève ou abaisse d'*un degré* la température d'*un kilogramme d'eau*, quelle que soit d'ailleurs cette température : travail absorbé si la température s'élève et devenant disponible si elle s'abaisse.

Ce sera le double de 425 pour une variation de 2°, le triple pour une variation de 3°, etc.

Ce nombre s'appelle l'*équivalent mécanique de l'unité de chaleur,* parce que les physiciens sont convenus de prendre pour unité des quantités de chaleur celle qui produit l'effet indiqué : élever ou abaisser d'un degré la température d'un kilogramme d'eau.

Nous avons dû ajouter le mot restrictif *environ*, parce que la détermination comporte encore une incertitude de quelques kilogrammètres. C'est que les expériences qui la fournissent ne sauraient présenter l'énergie sous les formes exclusives de chaleur d'une part, et de travail mécanique ou force vive de l'autre. Toujours elles se compliquent plus ou moins des autres formes : électricité, magnétisme, actions chimiques, etc.; aussi ne pourra-t-on obtenir une détermination parfaitement correcte que par un vaste ensemble de résultats d'expériences permettant de poser, entre les équivalents mécaniques des unités auxquelles on rapporte chacune de ces formes, des équations nombreuses et variées qu'on résoudra par la méthode des moindres carrés.

On voit qu'il y a une distinction essentielle à faire entre la *température* d'un corps et la *quantité de chaleur qu'il contient.* La seconde résulte de la *somme* des forces vives des atomes du corps, et se mesure, soit par l'unité qu'on vient de définir, soit plutôt, en vertu du rapport d'équivalence, par le kilogrammètre. La première résulte de la *valeur moyenne* de ces mêmes forces vives, et se mesure, en France par le degré centigrade, en Angleterre par le degré Fahrenheit, etc.

On peut dire encore que, à un facteur numérique près, la température est le rapport de la quantité de chaleur à celle de matière, ou la *quantité de chaleur par unité de masse.*

§ 29.

Si, au lieu de l'eau, on considère toute autre substance, le nombre 425 doit être remplacé par un autre qui est toujours plus petit et s'obtient de la manière suivante.

Depuis longtemps les physiciens ont déterminé, pour chacune des substances auxquelles ils ont affaire, un certain coefficient par lequel il suffit de multiplier la quantité de chaleur qui fait varier d'un degré la température d'un kilogramme d'eau pour avoir celle qui produit le même effet sur cette substance. Un tableau que l'on trouve dans tous les ouvrages spéciaux fait connaître ce coefficient, qui s'appelle le *Calorique spécifique*, et qui est inversement proportionnel au poids atomique.

Pour le plomb, par exemple, sa valeur est 0,0314.

Il est clair qu'il n'y a qu'à multiplier le nombre 425 par le calorique spécifique d'une substance quelconque pour avoir le nombre de kilogrammètres qui correspond à la quantité de chaleur faisant varier d'un degré la température d'un kilogramme de cette substance. Ainsi, pour le plomb, ce nombre de kilogrammètres sera le produit de 425 par 0,0314, c'est-à-dire

13,3450.

§ 30.

Cette association de mots : l'*équivalent mécanique de l'unité de chaleur* prouve incontestablement, par sa seule possibilité, que la chaleur n'est autre chose que de l'énergie, et nous avons admis que c'est de l'énergie *dynamique :* celle des mouvements moléculaires décrits § 5.

Celui qui ne voudrait pas admettre ces mouvements invisibles devrait voir dans la chaleur de l'énergie *potentielle*. Au lieu d'être ce théâtre d'agitations que nous supposons, un corps chaud serait pour lui à l'état de repos, et cet état résulterait de l'antagonisme d'actions se faisant équilibre tant que les corps en présence seraient à la même température, mais devenant aptes à produire du travail mécanique lorsque cette égalité cesserait d'exister.

De ces deux alternatives, énergie dynamique ou potentielle, nous allons montrer, d'après Maxwell (1), que la seconde n'est pas admissible.

Remarquons d'abord que toute énergie potentielle (§ 16 et § 19, 5°) dépend essentiellement des positions relatives des parties du système dans lequel elle existe, et qu'elle ne peut être transformée en travail qu'à la condition de quelque changement dans ces positions relatives. Une transformation d'énergie potentielle implique donc forcément un mouvement.

---

(1) Clerk Maxwell, *Theory of heat;* London, 1872.

Or nous savons que, quand un corps est plus chaud qu'un autre, la chaleur passe du premier au second, soit par rayonnement, soit par conductibilité. Supposons, si l'on veut, que c'est par rayonnement. De quelque manière que l'on conçoive le transport de chaleur, il faut l'attribuer, soit à des particules d'une substance particulière projetées d'un corps vers l'autre, soit à des ondulations propagées par un milieu particulier remplissant l'espace dans lequel ils se trouvent. Dans les deux cas, depuis que la chaleur a quitté le corps chaud jusqu'à ce qu'elle arrive au corps froid, son énergie existe sous la forme dynamique dans l'espace intermédiaire.

Dans les deux cas aussi, la surface extérieure du corps chaud doit être en état de mouvement. Mais nous n'avons aucune raison de croire la présence d'un corps froid nécessaire pour le rayonnement d'un corps chaud. Ce rayonnement ne doit dépendre que du corps chaud lui-même, de sorte que, si tous les corps renfermés dans un espace donné ont la même température, ils rayonnent cependant tous, l'égalité des températures provenant de ce que chacun reçoit des autres, par unité de masse, juste autant de chaleur qu'il leur en envoie.

Nous devons donc admettre que les parties superficielles de *tous* les corps rayonnent de la chaleur et, par suite, que ces parties *au moins* sont en état de mouvement. Mais ce mouvement est certainement invisible pour nous ; le fait de l'immobilité apparente ne doit donc pas être considéré comme prouvant que les parties ne se meuvent pas.

Telle est la base sur laquelle l'Analyse mathématique, appliquée aux divers phénomènes de transmission d'énergie, a permis d'édifier la Théorie moléculaire qui occupe aujourd'hui une si vaste place dans la Science.

Quant à la loi des équivalences, elle est, dès aujourd'hui, irrévocablement établie, bien que l'équivalent mécanique de l'unité de chaleur ne soit pas encore connu avec toute la précision désirable, et que celui de l'unité des diverses autres formes de l'énergie ne soit pas encore connu du tout.

Pour bien faire saisir l'esprit et l'importance de cette acquisition qui, remontant à quarante ans à peine, a déjà renouvelé les sciences physiques, il est nécessaire d'en développer quelques applications.

§ 31.

Une fois que le projectile a été mis en mouvement dans le canon par les gaz de la poudre, sa force vive va d'abord en augmentant très rapidement (§ 12). Cette force vive représente un travail accompli par la détente des gaz et, pour chaque augmentation de 425 kilogrammètres qu'elle éprouve, les gaz, refroidis par ce seul fait, perdent la quantité de chaleur qui élèverait ou abaisserait d'un degré la température d'un kilogramme d'eau.

Tous les artilleurs savent que les armes à feu s'échauffent plus dans le tir à blanc que dans le tir avec projectile. D'ordinaire on explique ce fait par la considération précédente, en disant que la chaleur qui est transformée en force vive dans le second cas reste dans le premier à l'état de chaleur.

L'explication paraît peu satisfaisante au général Saint-Robert, par la raison, dit-il, que la force vive du projectile provient directement de celle des gaz, et non de leur chaleur transformée.

D'ailleurs, si l'on admet l'explication contestée, il faut admettre aussi que le tir avec une balle près de la bouche du fusil doit échauffer le canon plus que le tir avec la balle touchant la charge, puisque celle-ci part avec une vitesse moindre dans le premier cas que dans le second. Or l'expérience a montré le contraire au savant général.

D'après lui, il arriverait tout simplement, dans le tir à poudre, que les particules gazeuses qui se forment, ne rencontrant pas d'obstacle, vont choquer les parois de l'âme avec de grandes vitesses, rebondissent, s'entrechoquent et finissent, par leurs frottements mutuels, à reconvertir une partie de la force vive en chaleur.

§ 32.

De combien s'élèvera la température d'une balle de plomb ayant une vitesse de 300 mètres, si on l'arrête brusquement et que la chaleur résultante ne se disperse pas dans d'autres substances?

Comme les choses se passent de la même manière dans diverses portions ayant le même poids, il est clair que la valeur cherchée est indépendante du poids total, et que, pour simplifier, nous pouvons supposer celui-ci juste de *un kilogramme*. La force vive sera alors égale au carré de 300^{m} divisé par $2g$, ou à 4587 kilogrammètres. Or nous avons vu plus haut (§ 29) qu'une variation de température de 1° correspond, pour le plomb, à une force vive de 13 kilogrammètres, 3450. Par l'anéantissement, ou plutôt la transformation, de sa force vive, la balle verra donc sa température s'augmenter d'autant de degrés que ce dernier nombre est contenu de fois dans le précédent, c'est-à-dire de

$$344^{\circ}.$$

On peut admettre que la température avec laquelle la balle sort du fusil est égale à celle de l'eau bouillante. En s'augmentant de 344°, elle deviendra bien supérieure à celle de la fusion du plomb, laquelle est de 320°. Il est vrai qu'il faudrait modifier la formule du moment qu'il y a fusion, à raison du travail consommé pour séparer les molécules et surmonter leur attraction, travail correspondant à ce que l'ancienne Physique appelait *la chaleur latente de fusion*. Il est vrai aussi qu'en pénétrant dans un corps animé la balle ne bénéficie pas seule de la chaleur correspondante à la force vive perdue. Il n'en semble pas moins admissible que le choc de la balle contre un os dur, un bouton d'habit, une pièce de monnaie, etc., peut la ralentir assez pour en fondre au moins des parcelles. C'est par des parcelles ainsi fondues qui auraient pénétré dans les chairs et s'y seraient solidifiées de nouveau, que quelques personnes ont expliqué, après la guerre de 1870, la présence de petits morceaux de plomb dans certaines blessures, tandis que d'autres y ont vu des éclats de balles explosibles employées indûment [1].

Si la Terre, avec sa masse de cinq sextillions de tonnes et sa vitesse de trente kilomètres par seconde, vitesse cent fois plus grande que celle que nous avons supposée à la balle, venait, comme celle-ci, à être arrêtée par un obstacle posé en travers de sa trajectoire, il résulterait de ce choc formidable une élévation de température beaucoup plus que suffisante pour la vaporiser tout entière, car, si on la suppose *en plomb*, cette élévation de température serait égale à 344° multiplié par le carré de 100.

---

[1] On sait qu'une convention internationale proscrit l'emploi de projectiles ayant un poids inférieur à 400 grammes.

Il faut ajouter qu'une fois arrêtée, la masse de la Terre, avec celle de la Lune englobée dans la catastrophe, obéirait à l'attraction du Soleil et tomberait sur lui. Après une chute qui aurait duré soixante-cinq jours, elle y arriverait avec une force vive que, d'après une formule du § 18, on obtient en multipliant son poids, mentionné ci-dessus, par le rayon solaire égal à 700 000 kilomètres. Cette force vive, qui se chiffre par des *nonillions* de tonnes-mètres, nous représente *l'énergie potentielle actuelle* de la Terre (*voir* §§ 16 et 39); elle équivaut à plus de 6000 fois la chaleur que donnerait la combustion d'un bloc de charbon ayant un poids égal; elle équivaut encore à la somme de chaleur que le Soleil darde dans toutes les directions pendant un siècle.

La conservation de la chaleur du Soleil est attribuée à des chocs de ce genre produits par la chute d'une multitude de corps de toutes grosseurs appartenant ou non au système dont il est le chef et remplissant l'espace à travers lequel il nous emporte. Cette chaleur ne saurait provenir d'une combustion comme celles que nous connaissons, car la combustion *entière* d'un bloc de charbon de la grosseur du Soleil ne fournirait pas même la quantité de chaleur qu'il dépense en 5000 ans [1].

§ 33.

Si, avec l'un de mes bras, je *soutiens* un poids P, je ne fais

[1] Une autre explication de la conservation de l'énergie solaire a été donnée récemment par M. le Dr Siemens (*Nouvelle théorie du Soleil;* brochure in-18 de 47 pages, Gauthier-Villars, 1882.)

qu'exercer un effort qui contrebalance l'action de la pesanteur sur ce poids.

Si je *soulève* celui-ci de la hauteur h, j'exécute un travail Ph, et il se fait une dépense équivalente de chaleur dans mon organisme.

Si je le *laisse tomber* librement de la hauteur h, il va heurter le sol avec une force vive Ph, laquelle se dépense en déformations ou en vibrations de diverses sortes.

Si, enfin, je le *laisse descendre* de la même hauteur sans cesser de le soutenir, de telle sorte qu'il arrive sans choc au contact du sol, mon organisme recueille le travail Ph et en bénéficie sous forme de chaleur.

C'est ce qu'ont vérifié nettement des expériences faites par M. le docteur Béclard.

Tout cela est encore vrai lorsque le poids P n'est autre que celui de notre corps. Un homme qui fait l'ascension d'une montagne fournit, par chaque 1000 mètres d'élévation et pour chaque kilogramme de son poids, un travail de 1000 kilogrammètres. Si nous admettons que le calorique spécifique du corps humain est égal à celui de l'eau, c'est-à-dire à l'unité, la température intérieure de cet homme doit diminuer, pendant ce temps, d'autant de degrés que le nombre 425 est contenu de fois dans 1000, c'est-à-dire de

$$2^{\circ},3.$$

Dans la descente, elle augmente, au contraire, du même nombre de degrés par 1000 mètres.

Dans deux ascensions faites au Mont-Blanc en 1869, M. le docteur Lortet constata que la température du corps varie bien dans le sens indiqué, et trouva un peu plus de quatre degrés pour l'abaissement correspondant à la hauteur totale de la montagne, soit un degré et quelques dixièmes pour une hauteur de 1000 mètres. Ce nombre, qui est énorme eu égard à l'uniformité remarquable de la température intérieure des mammifères, ne saurait être attribué aux différences de la température ambiante et ne s'observe probablement pas dans les ascensions en ballon.

Il n'est pourtant guère que la moitié du précédent. La raison en est que, par un effet nerveux dû à l'excitation de la marche, la quantité d'oxygène absorbé s'augmente, le corps de l'ascensionniste devient comme une cheminée dans laquelle un tirage plus vif amène plus d'air, la combustion de son carbone s'active (1), et cette combustion fournit la différence. Mais, d'autre part, elle a pour conséquence d'introduire dans le sang un excès considérable d'acide carbonique (plus du double de la proportion normale), d'où la céphalalgie, les nausées, la somnolence et l'engourdissement dont on souffre aux grandes altitudes.

C'est cette même combustion qui, s'exagérant outre mesure chez les marcheurs peu expérimentés, produit l'abondante transpiration dont leur corps se couvre.

§ 34.

Citons encore, en l'empruntant à M. Hirn (2), un exemple qui élucide une intéressante question de Météorologie, et met

---

(1) *Voir* plus loin, § 45.

(2) *Introduction à l'étude météorologique de l'Alsace,* dans le *Bulletin de la Société d'Histoire naturelle de Colmar,* 11e année, 1870. — *Voir* aussi Babinet : *La pluie et les inondations; les saisons dans les planètes,* dans les *Études et lectures sur les sciences d'observation.*

en relief quelques idées dont l'application se présente souvent en Artillerie ou ailleurs.

Tout le monde sait qu'il fait plus froid sur la montagne qu'à son pied, et d'autant plus que la montagne est plus élevée. Tout le monde sait aussi qu'en général du moins il pleut ou neige beaucoup plus sur la montagne que dans la plaine.

Voilà les deux faits que nous nous proposons d'expliquer; le premier, dû simplement à l'altitude, car il s'observe dans les ascensions en ballon aussi bien que dans celles de montagnes; le second, au contraire, résultant d'une action particulière à celles-ci, car le pluviomètre recueille moins d'eau au sommet d'une tour élevée qu'à son pied.

Sans l'atmosphère, la portion de la surface terrestre exposée au Soleil serait échauffée directement par les rayons de cet astre, pendant que la partie plongée dans la nuit prendrait la température de l'espace : le thermomètre marquerait près de 100 degrés au-dessus de zéro sur la première, et plus de 150 degrés au-dessous de zéro sur la seconde.

Par suite d'une curieuse propriété de la chaleur qui fait que les rayons calorifiques, après avoir traversé l'air, une vitre ou un corps transparent quelconque, perdent la faculté de retraverser le même corps transparent pour retourner vers les espaces célestes, l'atmosphère rétrécit singulièrement l'amplitude de ces écarts et, de plus, élève beaucoup la température moyenne de la surface de la Terre.

Si elle jouissait d'un calme parfait et perpétuel, elle s'étagerait en couches parallèles qui seraient de plus en plus froides à mesure qu'elles seraient plus élevées, parce que l'ensemble des couches placées au-dessus les protégerait de moins en moins. Mais, demande M. Hirn, comment se fait-il que cette diminution de température avec la hauteur s'observe également quand l'atmosphère est calme, ou lorsqu'elle est bouleversée de haut en bas par des courants? Comment se fait-il que l'air chaud des plaines, poussé au sommet d'une montagne, s'y manifeste sous forme de bise glaciale? qu'en redescendant dans la plaine après avoir franchi la montagne, il apparaisse de nouveau sous la forme d'un vent chaud? que d'immenses masses d'air, refroidies à 50 ou 60 degrés au-dessous de zéro dans les hautes régions de l'atmosphère, ne répandent pas autour de nous la congélation et la mort lorsque des vents descendants les dirigent rapidement vers le sol?

C'est ici qu'intervient le principe de la transformation de l'énergie.

On sait que le volume d'un poids donné d'air varie en sens inverse de la pression qu'il supporte. Or ces variations de volume représentent un travail mécanique : du travail absorbé quand le volume diminue par suite de l'augmentation de pression, et du travail fourni quand il augmente par suite de la diminution de pression. Elles se traduisent dans le gaz par un développement proportionnel de chaleur dans le premier cas, et une diminution proportionnelle de chaleur dans le second (la variation du thermomètre est d'environ un degré et demi quand celle de la pression est de un centimètre de mercure.)

Nous tirons de là cette première conséquence.

L'air qui est amené par une cause quelconque des régions inférieures de l'atmosphère vers les régions élevées se trouve de moins en moins comprimé (l'observation montre que la pression diminue d'environ un centimètre de mercure pour cent mètres d'élévation). Cet air produit donc du travail mécanique et se refroidit. Réciproquement, de l'air amené des régions supérieures vers les régions inférieures y passe à une pression plus considérable, diminue de volume et s'échauffe par ce seul fait.

Voilà pourquoi ces mouvements, qui semblent devoir égaliser la température par le mélange des couches, deviennent, au contraire, des causes déterminantes de sa diminution avec l'accroissement de l'altitude.

Si tous les baromètres établis à la surface du globe indiquaient la même pression, il n'y aurait guère de raison pour que de pareils mouvements se produisissent. Mais il est rare que les baromètres s'accordent, même pendant un temps très court et sur une étendue très restreinte.

Quelles qu'en soient les causes, et elles sont assez variées, ces inégalités de pression déterminent un mouvement de l'air du point (ou des points) où la pression est plus forte vers celui où elle est moindre. Le mouvement est d'autant plus rapide que le quotient de la différence de pression par la distance, quotient qui s'appelle *la pente* ou *le gradient* [1], a une valeur plus élevée.

Supposons donc, par exemple, que le baromètre se trouve à $0^m,760$ dans les plaines de l'intérieur de la France et à $0^m,700$ dans celles d'Alsace. L'air se mettra en marche du premier point vers le second. Obligé de franchir les Vosges, il augmentera progressivement de volume en gravissant leur pente ascendante, et verra sa pression diminuer graduellement pour tomber, par exemple, à $0^m,650$ au col de la Schlucht. Il se refroidira donc, moins cependant que ne l'indiquerait un raisonnement analogue à celui du § 32, parce qu'il lui arrive de la chaleur tout le long du trajet : le jour il

---

[1] Voir SCOTT, *Cartes du temps et avertissements de tempêtes;* Paris, Gauthier-Villars, 1879, Chap. IV.

en reçoit du Soleil et, la nuit, il en prend au sol qui a été échauffé pendant le jour.

D'autre part, on sait que la vapeur d'eau, qui est un des éléments constitutifs de l'air, ne peut y rester à l'état invisible et transparent que si sa proportion ne dépasse pas un certain maximum. Ce maximum change avec la température et il est de :

30	grammes par mètre cube d'air,	à celle de	+ 30	degrés,
17	»	»	»	+ 20	»
7	»	»	»	+ 10	»
5	»	»	»	0	»
2	»	»	»	— 10	»

On voit qu'il diminue rapidement avec la température. Lorsqu'il se trouve atteint ou sur le point de l'être, il suffit que celle-ci s'abaisse très peu pour que l'excédent passe à l'état liquide ou solide, suivant le nouveau degré de chaleur. Ce sera une poussière d'eau ou de glace, excessivement divisée, troublant la transparence de l'air, offrant cette apparence que nous appelons *nuage, brouillard* ou *buée,* et finissant par tomber sous forme de pluie [1], à moins qu'un changement

---

(1) Avant de tomber ainsi, le nuage demeure souvent suspendu pendant longtemps dans les hautes régions de l'atmosphère. D'après Halley, Saussure, Gay-Lussac, etc., on admettait autrefois, pour expliquer cette suspension, que l'eau affectait la forme de vésicules creuses, qu'on assimilait à autant de petits ballons. Mais cette hypothèse ne s'appliquerait pas aux nuages de glace (cirrhus). La raison admise aujourd'hui est celle-ci.

L'aptitude d'un corps à vaincre la résistance de l'air qui s'oppose à sa chute est, comme celle des projectiles de l'artillerie à vaincre la résistance du même fluide, et comme celles des poissons et des navires à vaincre la résistance de l'eau, proportionnelle au rapport du poids à la section (*Voir* § 36). Si le corps diminue de grosseur en restant semblable à lui-même, le numérateur de ce rapport diminue comme le cube d'une dimension quelconque, le dénominateur comme son carré, et le rapport lui-même comme sa première puissance. Il s'ensuit que l'aptiinverse de température ne la fasse repasser à l'état de vapeur avant son arrivée sur le sol.

Si donc la masse d'air voyageuse était, à son point d'origine, déjà chargée de nuages se résolvant en pluie, le refroidissement qu'elle éprouve en gravissant la chaîne de montagnes diminue la dose de vapeur qu'elle est susceptible de contenir et détermine la chute d'une plus grande quantité de pluie.

Si, encore limpide au départ, la masse d'air contient néanmoins une forte proportion de vapeur d'eau, elle approchera de plus en plus du point de saturation à mesure qu'elle s'élèvera, finira par l'atteindre, se troubler, se charger de nuages et se résoudre en pluie. Et la masse d'air redeviendra limpide

---

tude en question diminue comme la grosseur, et que des poussières très ténues descendent *avec une vitesse très faible,* que les mouvements de l'air peuvent neutraliser pendant longtemps.

Ainsi s'expliquent encore : 1° la suspension dans l'air des poussières de toutes sortes qui se voient sur le trajet d'un rayon de soleil à travers une chambre sombre, 2° celle des matières limoneuses dans les cours d'eau.

La grosseur des globules qui forment les nuages peut être évaluée au moyen des couronnes qui se voient souvent quand ceux-ci passent devant le Soleil ou la Lune. En mesurant le diamètre angulaire de ces couronnes, M. Delezenne (*Mémoires de la Société des Sciences, des Lettres et des Arts de Lille,* 1856) a obtenu un grand nombre d'évaluations parmi lesquelles nous citerons les suivantes, donnant le diamètre moyen des globules et relatives, les deux premières à des nuages près de se résoudre en pluie, les deux dernières aux nuages sortant d'une machine sans condenseur :

$$0^{mm},0565;\quad 0^{mm},0226;\quad 0^{mm},0085;\quad 0^{mm},0051;\quad 0^{mm},0042.$$

Avec la première dimension, il faut 5500 globules pour faire une goutte d'eau d'un millimètre de diamètre, et il en faut 50000 avec la dernière.

Suivant le même auteur, il y aurait environ 15 *milligrammes de globules par mètre cube* dans un nuage fournissant au pluviomètre *dix millimètres d'eau à l'heure.* Avec ce chiffre, les distances moyennes des centres, pour les grosseurs ci-dessus, sont respectivement :

$$1^{mm},845;\quad 0^{mm},706;\quad 0^{mm},278;\quad 0^{mm},167;\quad 0^{mm},148.$$

une fois la chaîne franchie, parce que l'accroissement de pression augmentera sa densité, qu'en se contractant elle se réchauffera, et qu'en se réchauffant elle s'éloignera du point de saturation.

On peut citer un très grand nombre de faits ou d'expériences pour montrer que l'air se refroidit en se dilatant, et qu'alors sa vapeur d'eau, si elle est en quantité suffisante, passe de l'état invisible à celui de nuage ou brouillard. Nous empruntons les trois suivants respectivement à M. Babinet, à M. Hirn et à M. le commandant Rozet.

1° L'air comprimé que l'on chasse de la poitrine en sifflant produit une impression de fraîcheur bien connue, ce que ne fait point l'haleine doucement exhalée avec la bouche ouverte; c'est ainsi, ajoute M. Babinet, que nous pouvons à volonté souffler le chaud ou le froid. — L'air sort de notre bouche à une température d'environ 32 degrés, et il suffit que la température de l'atmosphère soit égale ou inférieure à 10 degrés pour qu'il se forme un brouillard visible à tout le monde.

2° Dans un grand flacon en verre, fermé par un bouchon avec un robinet assez gros, versez un peu d'eau; comprimez-y de l'air, soit avec une pompe, soit simplement par la force des poumons; secouez fortement pour battre l'eau et saturer l'air de vapeur; puis ouvrez le robinet : vous verrez le flacon se remplir d'une brume d'autant plus épaisse que la compression préalable aura été plus forte.

3° « Le 24 mai 1850, à Orange, » dit M. le commandant Rozet dans son excellent petit *Traité de la Pluie en Europe,* « j'ai eu un très bel exemple de la formation de nuages par le refroidissement de certaines régions. Il avait beaucoup plu dans la nuit précédente; au lever du Soleil, les flancs du mont Ventoux, depuis le sommet jusque vers le milieu des pentes, étaient couverts de neige, ainsi que plusieurs montagnes voisines, d'une altitude de 1000 à 1400 mètres. Vers huit heures du matin, à Orange, le thermomètre marquait $+17°$; des cumulus blanchâtres isolés, s'élevant du fond des vallées, disparaissaient parvenus à une certaine hauteur; mais autour du Ventoux et de toutes les montagnes couvertes de neige, les nuages blanchâtres, plus nombreux, se groupaient, et vers dix heures ils formaient des masses floconneuses, séparées les unes des autres, qui cachaient ces montagnes. A deux heures du soir, le thermomètre marquant $+21°$ par un temps calme, les rayons solaires avaient entièrement dissipé ces masses de nuages, et la neige des montagnes était fondue. »

Par ces principes s'explique un phénomène auquel on assiste bien souvent. Tandis que le ciel est clair dans la plaine, on voit les sommités lointaines couvertes de nuages qui paraissent immobiles, mais dont, en réalité, le corps se renouvelle sans interruption, présentant, avec seulement un peu plus de rapidité, le même phénomène que notre propre corps (*voir* § 4, à la fin).

Ainsi encore s'explique la justesse de dictons populaires qui servent à prédire le temps dans certaines localités. Quand, à Grenoble, le Casque de Néron *prend son panache,* quand, à Chamonix, la tête du Mont-Blanc *se présente le matin couverte d'un bonnet,* quand, dans le canton de Lucerne, on voit le Pilate *mettre son chapeau,* ... etc., les excursionnistes qui n'aiment pas la pluie doivent rester chez eux, au dire des gens du pays. C'est que l'air de plus en plus humide amené par le vent du sud, avant de se troubler définitivement et de se résoudre en pluie, commence par se troubler temporairement à l'instant où il franchit ces sommets, par lesquels la forme des vallées le force de passer.

Ainsi encore s'expliquent ces sources d'autant plus abondantes que la pente gravie par le vent humide est plus élevée : celles du Rhône, du Tessin et du Rhin, alimentées par le courant sud-ouest (le contre-alizé) qui vient de l'Atlantique et dépose son humidité sur la barrière du Saint-Gothard, celles du Pô et de ses tributaires, que forment les vents chauds et humides de l'Italie en franchissant les Alpes tyroliennes, etc.

Ce n'est pas tout. Après s'être refroidi et desséché par l'ascension, l'air se réchauffe en descendant l'autre pente de la montagne. C'est ainsi qu'on explique le vent chaud et sec, endémique dans certaines hautes vallées des Alpes, qui porte le nom de *siroco* en Italie et de *fœhn* dans la Suisse et le Tyrol. Sous ce dernier nom, il a passé pendant quelque temps pour venir du Sahara, hypothèse aujourd'hui abandonnée.

On voit maintenant la différence qu'il y a entre l'action d'une tour élevée, qui ne fait que couper la masse d'air en mouvement, et celle d'une chaîne de montagnes, qui l'oblige à s'élever, se dilater, *fournir un travail mécanique, se refroidir* et se rapprocher du point de saturation.

Les pluies qui arrosent la plaine et celles qui tombent sur l'Océan sont dues au même effet produit par des causes différentes. En voici deux exemples.

Qu'un courant d'air humide soit ralenti dans sa marche, — ou par un changement de direction, — ou par la rencontre d'un autre courant, — ou par des forêts dont l'action retardatrice s'exerce d'abord sur la couche inférieure et se propage de couche en couche, — ou, en mer, par le mouvement que l'air imprime aux vagues aux dépens de sa propre énergie, etc. : cet air se gonflera et se soulèvera tout comme s'il était forcé de gravir un plan incliné. Telle est, suivant

M. Babinet, l'origine de la Meuse, qui est due à une action de ce genre exercée par les forêts des Vosges et des Ardennes, et qui est aussi remarquable par le volume de ses eaux que par le peu d'étendue de son bassin.

Qu'une région soit fortement échauffée par les rayons du Soleil, il s'y formera un courant ascendant emportant avec lui sa vapeur et la laissant se transformer en nuages, puis retomber en eau lorsqu'il aura été suffisamment refroidi la dilatation. L'échauffement peut se produire pour une région très circonscrite, par suite de l'exposition du sol, de l'état momentané de sa surface, etc., et c'est ainsi que prennent naissance tous ces nuages isolés que nous voyons dans le ciel, dont chacun n'est que le « chapiteau visible d'une colonne invisible d'air saturé » (Tyndall). Il a lieu sur la plus vaste échelle dans la zone torride, et y produit un immense surhaussement de l'atmosphère, le *cloud-ring* des Anglais, véritable montagne aérienne qui oscille avec le soleil entre les deux tropiques, sombre ceinture de nuages que les astronomes des autres planètes prennent peut-être pour un anneau solide. Aussi les pluies qui tombent de ces nuages fournissent-elles les plus grands fleuves de la Terre, par exemple l'Amazone, qu'on a appelé une mer d'eau douce.

Enfin l'arrivée d'un courant froid dans un air saturé est aussi une cause de pluie très fréquente. Ainsi, dans la vallée du Rhône, les vents secs et froids du Nord, qui, après avoir soufflé quelques jours, amènent constamment un ciel serein, produisent la précipitation des vapeurs quand ils succèdent à des vents chauds et humides du Sud. C'est au point qu'à Orange il tombe 204^{mm} de pluie par le vent du Nord contre 219^{mm} par le vent du Sud, c'est-à-dire presque autant par le vent sec que par le vent humide (DE GASPARIN).

Il existe deux régions principales de formation des nuages : 1° celle des cumulus, où la vapeur montante passe à l'état de poussière d'eau, et qui, dans nos pays, peut atteindre une altitude de 4000 mètres au plus ; 2° celle des cirrhus, où la vapeur passe à l'état de poussière de glace, et dont l'altitude, en été, n'est jamais inférieure à 5000 mètres, mais paraît se tenir habituellement entre 7000 et 10000 mètres.

M. Hirn, d'une part, et M. Clausius, de l'autre, ont établi que la vapeur d'eau *pure* se trouble par le seul fait de sa détente. La condensation partielle qui est le résultat de la raréfaction de l'air atmosphérique n'est donc pas due seulement au refroidissement de l'oxygène et de l'azote, mais encore à celui de la vapeur elle-même.

Il en résulte que, dans une atmosphère formée en grande partie de vapeur d'eau, comme devait l'être celle de notre globe aux époques primitives, les pluies et les orages seraient de même la conséquence d'un courant ascendant. Cette déduction n'était nullement renfermée dans les théories météorologiques qui ont précédé celle de M. Hirn.

CHAPITRE X.

DÉGRADATION DE L'ÉNERGIE.

En quoi consiste le principe de la dégradation; sa connexion avec le principe de la moindre action; sa constatation pour le mouvement des corps, la pression des gaz, la chaleur. — Lois de la résistance des milieux; le Coefficient balistique. — Explication de la perte d'énergie par le frottement; cas des solides, des liquides et des gaz. — Refroidissement séculaire de la Terre; ralentissement séculaire de son mouvement de rotation; son âge évalué par la considération de ces deux faits. — Autre explication de la tendance à la dégradation. — Formes première et dernière de l'énergie; état initial de l'Univers et état vers lequel il converge.

§ 35.

Au principe de la conservation, qui affirme l'existence objective de l'énergie, à celui des transformations, qui fait connaître son rôle dans la nature, il faut en ajouter un troisième, qui n'est ni moins important ni moins curieux, et qui a ouvert un vaste champ de recherches, déjà largement exploité.

Ce troisième principe est une conséquence du théorème général de la moindre action (§ 21). Il consiste en ce que certaines espèces d'énergie se transforment plus facilement que d'autres, et que l'énergie tend toujours à passer d'une espèce plus facilement transformable ou plus élevée à une espèce moins facilement transformable ou moins élevée; en sorte que les transformations dont tel est le sens peuvent s'accomplir d'elles-mêmes, c'est-à-dire sans compensation, tandis que celles de sens contraire ne peuvent avoir lieu à moins qu'elles ne soient compensées par des transformations inverses simultanées.

Clausius [1], appelant *transformations positives* celles qui suivent la marche indiquée, et *transformations négatives* celles qui lui sont contraires, formule ainsi le principe :

Dans un Système abandonné à lui-même, « il ne peut y avoir de transformation négative sans qu'il y ait en même temps une transformation positive dont la valeur d'équivalence soit au moins aussi grande que la sienne; au contraire, les transformations positives ne sont pas nécessairement liées à des transformations négatives de même valeur, mais elles peuvent se présenter, soit seules, soit accompagnées de transformations négatives plus faibles ».

Et plus brièvement :

« La somme algébrique des transformations qui s'effectuent dans tout changement d'état ne peut être que positive; à la limite elle est nulle ». (Cette limite correspond au cas, purement théorique, où il n'y aurait aucune des forces dissipatives indiquées § 13). [2].

---

(1) *Théorie mécanique de la chaleur*, par Clausius, traduite par Folie; Paris, 1868, pp. 286, 419, etc.

(2) Analytiquement, le principe est formulé par l'inégalité

$$\int \frac{dE}{T} \leqq 0,$$

Pour bien faire comprendre de quoi il s'agit, considérons successivement les trois principales formes d'énergie qui nous fournissent la puissance motrice ou de destruction, savoir : le mouvement des corps, la pression des gaz et la chaleur.

§ 33.

Le mouvement des corps. — On a indiqué précédemment (§ 13) les causes qui, partout et sans cesse, et presque toujours toutes à la fois, interviennent pour changer la force vive

---

où T désigne l'énergie du Système à un instant quelconque, dE la variation de son énergie totale pendant le même instant, et le signe $\int$ une intégrale s'étendant d'une configuration quelconque considérée comme initiale jusqu'à une configuration ultérieure quelconque considérée comme finale. C'est cette formule qui rattache le principe de la dégradation de l'énergie à celui plus général de la moindre action.

La même formule est aussi la représentation algébrique de ce qu'on appelle le *Second principe de la Thermodynamique* (le premier consistant dans l'identité de la Chaleur et de l'Énergie). dE désigne alors l'élément de chaleur fourni à un corps par un réservoir quelconque ou cédé par lui à ce même réservoir, l'élément de chaleur étant considéré comme positif dans le premier cas et comme négatif dans le second; T désigne la température centigrade, augmentée de 273°, que possède le corps au moment où il cède cet élément; enfin l'intégrale s'étend à un cycle fermé quelconque, réversible ou non, le signe $=$ se rapportant au premier cas, et le signe $<$ au second. C'est ainsi que le second principe de la Thermodynamique et la théorie des *Cycles de Carnot* sont rattachés à la Mécanique générale. Voir, pour les démontrations :

Clausius, *Ueber die Zurückführung des zweiten Hauptsatzes der mechanischen Wärmetheorie auf allgemeine Principien* (*Annales de Poggendorff*, t. CXLII, année 1871);

Szily, *Das Hamilton'sche Princip und der zweite Hauptsatz der mechanischen Wärmetheorie*. (Même recueil, t. CXLV, année 1872.)

des mouvements visibles en force vive de mouvements moléculaires, et abaisser ainsi sa valeur de transformation. A l'exemple des machines, qui a été cité § 13, et à celui du fleuve qui coule, cité § 16, nous nous contenterons d'ajouter le suivant :

Tel projectile traversera sans peine une plaque de blindage placée à 100 mètres du canon, mais sera impuissant contre cette même plaque placée à 1000 ou 2000 mètres. C'est que, dès sa sortie du canon, il est saisi par un véritable frein, qui l'accompagne jusqu'à son arrêt définitif, que les artilleurs assimilent, ainsi qu'il a été dit § 13, à une force dirigée en sens inverse de son mouvement, et qu'ils appellent la *Résistance du milieu*.

Cet épuisement progressif de la force vive visible du projectile provient de deux causes principales :

La première, due à la cohésion du milieu, consiste dans l'effort que le projectile doit exercer pour se frayer un passage et vaincre les frottements; elle peut être considérée comme indépendante de la vitesse.

La seconde cause consiste dans le mouvement imprimé aux molécules qui sont choquées par le projectile ou glissent le long de sa surface, et qui, dans les deux cas, s'éloignent de lui avec une force vive plus ou moins grande qu'*elles lui prennent;* on peut donc considérer cette seconde cause comme proportionnelle à la force vive du projectile.

Lorsque le mouvement se fait dans l'air, c'est-à-dire dans un milieu où la cohésion est nulle, et dont les molécules sont douées d'une mobilité excessive, la première cause disparaît complètement en présence de la seconde. L'influence de la mobilité des molécules est même si grande qu'une fonction simplement proportionnelle à la force vive du projectile n'en tient pas assez compte : après avoir (§§ 9 et 11) été amené par le déplacement du point d'application de la force à multiplier la quantité de mouvement par la vitesse, nous le sommes à faire encore cette opération sur la force vive, devenue insuffisante à son tour. C'est ainsi que les artilleurs calculent leurs trajectoires en supposant la résistance de l'air proportionnelle au *cube* de la vitesse.

Lorsque le mouvement s'accomplit dans un milieu ayant beaucoup de cohésion et de ténacité, comme le fer, c'est au contraire la seconde cause de déperdition qui disparaît en présence de la première, et l'on peut considérer la résistance comme indépendante de la vitessse.

Enfin, pour les milieux où la cohésion et la ténacité ont des valeurs intermédiaires, comme les terres et les maçonneries, les deux causes ont des importances à peu près du même ordre et demandent à figurer ensemble dans l'expression de la résistance, qui est alors un binôme composé d'un premier terme constant et d'un second terme proportionnel au carré de la vitesse.

Les paramètres qui entrent dans l'expression de la résistance sont, pour chaque espèce de milieu, des caractéristiques qui se déterminent *a posteriori* par la comparaison des valeurs que l'expérience ou l'observation assignent à certains résultats, avec les formules algébriques que l'analyse déduit de ladite expression pour représenter ces mêmes résultats. C'est aussi cette comparaison qui sanctionne, et qui seule peut le faire, les expressions adoptées pour la résistance.

Telles sont les lois suivant lesquelles la résistance du milieu varie avec la vitesse pour un mobile donné. Voyons maintenant comment elle varie quand le mobile change de grosseur.

Soient

P son poids;

m sa masse, égale au quotient de P par g;

S sa section, en millimètres carrés, par un plan perpendiculaire à la direction du mouvement ;

k un coefficient numérique dépendant de sa forme ;

r la résistance du milieu sur un élément plan de un millimètre carré de surface, pour une vitesse v_0, quelconque mais déterminée.

La force F agissant sur le projectile en sens inverse de son mouvement sera $k \times S \times r$; au bout d'un temps t, que nous supposons très court pour n'avoir pas à nous occuper de sa variation, elle aura produit une diminution de vitesse $v - v_0$ que nous donne (*voir* § 7) la formule de l'impulsion, savoir

$$Ft = mv_0 - mv.$$

On en tire, en désignant par une seule lettre $\frac{1}{k'}$ le produit de facteurs constants,

$$v - v_0 = \frac{1}{k'} \frac{S}{P} t.$$

La perte de vitesse est donc inversement proportionnelle à l'expression $k' \frac{P}{S}$. Cette expression, qui joue un grand rôle en artillerie sous le nom de *Coefficient balistique,* mesure à la fois : 1° l'aptitude du projectile à retenir la force vive qu'il a reçue du canon et à la transporter au loin ; 2° sa puissance de destruction contre des obstacles matériels. *Elle augmente et diminue comme le rapport du poids à la section* [1], et c'est pour cela que l'Artilleur cherche :

1° A confectionner ses projectiles avec la matière la plus dense parmi celles qui satisfont aux diverses conditions d'emploi, de prix, etc. : c'est le *plomb étiré et comprimé* pour les projectiles que lancent les armes portatives, et la *fonte*

---

[1] Il a été fait usage de ce théorème dans la note du § 34.

pour ceux des canons, sauf certains cas spéciaux. A ce point de vue, le projectile en or ou en platine serait plus avantageux; mais que l'on calcule à combien reviendraient alors les batailles, sachant que, pour mettre *un* ennemi hors de combat, l'Artillerie dépense moyennement de 70 à 100 kilogrammes de fonte, et l'Infanterie de 2 à 3 kilogrammes de plomb;

2° A les *allonger* autant que cela est compatible avec d'autres conditions plus impérieuses. C'est ainsi qu'on a été amené à remplacer les projectiles sphériques par des projectiles oblongs aussitôt que l'invention des rayures donna le moyen de communiquer à ceux-ci un mouvement de rotation assurant leur stabilité dans l'air, puis à les allonger de plus en plus à mesure que les progrès de la Science et de l'Industrie ont permis de surmonter les difficultés diverses résultant de l'augmentation de poids [1];

---

[1] Bien des tentatives avaient été déjà faites pour obtenir des projectiles allongés. En 1627, au siège de la Rochelle, les Anglais lancèrent des obus cylindriques; en 1756, Robins essaya des projectiles ayant la forme d'un œuf; en 1770, on expérimenta à la Fère des projectiles cylindriques avec tête hémisphérique et culot évidé; en 1775, Hutton construisit des projectiles terminés à chaque bout par un hémisphère et ayant deux calibres de long; enfin, en 1808, Guyton-Morveau proposa des projectiles cylindriques avec une ceinture en plomb pour produire le forcement.

Ces expérimentateurs, en voulant augmenter le poids par unité de surface de section droite, avaient surtout en vue les effets de choc. Mais, bien que le principe des *rayures* fût connu dès la fin du XVe siècle, aucun d'eux n'eut l'idée de l'associer avec le projectile oblong pour donner à celui-ci une rotation autour d'un axe principal d'inertie, et ils ne purent l'empêcher de faire la culbute ou de se traverser une fois sorti de la bouche à feu. Ce résultat n'a été obtenu qu'en 1828 par le capitaine français Delvigne pour les armes portatives, et en 1846 par le major piémontais Cavalli pour les canons.

On voit que la rayure ne constitue pas un avantage par elle-même. Elle est, au contraire, un inconvénient fort grave, car elle complique

3° A faire usage de canons ayant un calibre (diamètre de l'âme) aussi élevé que le permettent les conditions de transport ou autres; car, ainsi qu'on l'a déjà vu dans la note du § 34, le rapport $\frac{P}{S}$ augmente proportionnellement au calibre.

L'effet que l'atmosphère produit sur la force vive du projectile, elle le produit encore, mais avec beaucoup plus d'intensité, parce que leur vitesse de translation est beaucoup plus grande (*voir* § 18), sur la force vive de ces nombreux petits corps que la Terre rencontre le long de son orbite et dévie de la direction suivant laquelle ils étaient lancés. Souvent même, la grandeur de la vitesse produit l'effet qu'au § 22 nous avons vu produire par l'intensité de la résistance : un échauffement assez considérable pour fondre en partie le mobile, l'enflammer ou le faire éclater. Telle est l'origine des étoiles filantes.

Les corps célestes, qui voguent dans un milieu infiniment plus dilué, présentent, au contraire, un effet bien moins prononcé. Même, à l'exception peut-être de la comète d'Encke, aucun d'eux n'a de ralentissement qui ait pu être apprécié par les moyens dont nous disposons. Mais il est indubitable que la substance qui remplit l'espace, quel que soit le nom qu'on lui donne, oppose à tous les astres une résistance dont l'effet, consistant dans le rétrécissement progressif et illimité des orbites, sera rendu sensible par l'accumulation des siècles. Car sa densité ne saurait être nulle, et des considérations d'optique ont permis à M. Thomson de lui assigner une limite

singulièrement, et l'organisation du Matériel, et la résolution des problèmes de Balistique; mais elle est un accompagnement obligé du principe de l'allongement, au moins dans l'état actuel de nos connaissances.

inférieure, d'après laquelle la quantité de matière contenue dans un cube de 1 *mille* de côté (le mille vaut 1609 mètres) serait d'au moins un *millionième de livre* (la livre vaut 453 grammes); mais ce n'est là qu'une donnée qui peut être beaucoup au-dessous de la réalité.

§ 37.

La pression des gaz. — Tout le monde connaît l'expérience, instructive à plusieurs points de vue, dans laquelle Joule, prenant deux ballons égaux réunis par un tube à robinet, remplissait l'un avec de l'air comprimé et faisait le vide dans l'autre, puis les plaçait ensemble dans une cuve d'eau et ouvrait le robinet. L'air comprimé se précipitait alors dans le ballon vide, et l'on constatait que la température de la cuve, évaluée avec un thermomètre des plus sensibles, n'avait pas varié.

L'air soumis à l'expérience n'avait donc ni reçu ni perdu de la chaleur, et comme il n'avait non plus ni absorbé ni fourni du travail extérieur, son énergie était restée la même en quantité. Mais non en qualité : avant l'ouverture du robinet, le système pouvait être utilisé pour un travail, par exemple pour faire partir un fusil à vent; après, il avait perdu cette puissance et l'on ne pouvait la lui rendre qu'en dégradant quelque autre énergie pour refouler de nouveau le contenu des deux ballons dans un seul. L'ouverture du robinet avait tout simplement fourni à la première énergie une occasion de dégradation, saisie aussitôt.

§ 38.

La chaleur. — En dernière analyse, tous les mouvements visibles aboutissent à des vibrations moléculaires, c'est-à-dire à de la chaleur. Pour celle-ci, la valeur de transformation dépend au plus haut degré de la quantité de matière avec laquelle elle est associée. Cette quantité est-elle relativement faible, nous avons un corps à haute température, *un Foyer,* et une forme très élevée d'énergie; la masse est-elle considérable, c'est la chaleur uniformément répartie, le terme le plus bas de l'échelle.

(On a déjà signalé, § 28, la différence qu'il y a entre la *température* d'un corps et la *quantité de chaleur qu'il renferme :* l'une résultant de la somme des forces vives des atomes du corps, et l'autre de leur valeur moyenne.)

Lorsque divers corps ou diverses parties d'un même corps sont à des températures inégales, celles-ci tendent à s'égaliser, et la chaleur passe d'elle-même, soit par radiation, soit par conductibilité, des points les plus chauds à ceux qui le sont le moins. Par le seul fait de cette *chute,* qui est encore une manifestation de la loi de dégradation, la chaleur peut produire du travail ou d'autres formes élevées d'énergie; mais, tandis que la force vive se transforme intégralement en chaleur, il y a toujours ici une perte énorme, et c'est cette perte qui constitue la compensation indiquée plus haut.

Ainsi la machine à vapeur transforme bien la chaleur en travail en la faisant passer d'un corps chaud (la chaudière) à un corps froid (le condenseur ou l'atmosphère). Mais il est démontré, et cette proposition s'appelle le *Théorème de Carnot,* que, même avec une machine théoriquement parfaite et, *a fortiori,* avec nos machines réelles les mieux agencées, la transformation ne porte que sur une fraction de la chaleur déplacée : le restant, qui représente environ les *deux tiers* de la quantité totale pour la machine théorique, et au moins les *neuf dixièmes* pour les machines réelles (*voir* § 44), a été ramené sans profit à la température du corps froid, c'est-à-dire purement et simplement dépouillé de la valeur utilisable qu'on lui avait donnée par une dépense de combustible.

Ce n'est pas seulement pour la forme chaleur que la valeur de transformation de l'énergie dépend de la quantité relative de matière avec laquelle elle est associée. La balle du fusil modèle 1874, qui pèse 25 grammes, possède, à la distance de 1000 mètres, une vitesse de 181 mètres et une force vive de

0,042

kilogrammètres. Un bloc de 250 kilogrammes, marchant avec la vitesse de $1^{m},81$, possède la même force vive. Mais qui n'aimerait mieux être sur son chemin que sur celui de la balle, bien que le choc à en recevoir ne soit pas absolument exempt de danger ?

Le fait de la diffusion de la chaleur par conductibilité rend compte d'un grand nombre de cas de dissipation de la force vive.

Reprenons la considération de la bille d'ivoire tombant sur une table de marbre. Nous avons vu, § 22, qu'elle rebondit un certain nombre de fois, qu'à chaque bond elle perd une fraction de sa force vive de translation, et que celle-ci se retrouve tout entière en chaleur lorsque la bille est passée à l'état de repos.

Pourquoi la force vive n'est-elle pas restituée intégralement à chaque réflexion? M. Hirn en donne l'explication suivante (1).

Chaque choc comprend deux périodes, une de compression de la bille, et une de détente. Pendant la première, la bille s'échauffe, mais non d'une manière uniforme. Tandis que les molécules se rapprochent en certaines régions, elles s'écartent en d'autres. Il se produit une élévation de température dans les premières, un abaissement dans les secondes, et ce n'est que la somme algébrique de ces variations qui représente l'échauffement équivalent à la force vive d'arrivée.

Mais, si courte que soit la durée du phénomène, il s'opère, par conductibilité, un mouvement de chaleur des parties plus chaudes vers les parties plus froides. Par conséquent, la quantité de chaleur, accrue par la destruction du mouvement visible, change de valeur dans les différentes parties de la bille, avant ou pendant la détente qui produit le mouvement en sens inverse. Dès lors, celui-ci ne peut plus être rétabli avec l'intégrité de la force vive initiale et une fraction de cette force vive reste dans la bille à l'état de chaleur.

La même chose se passe dans un diapason vibrant. A chaque oscillation des branches, la température, dont l'équilibre a été rompu, s'égalise partiellement et l'énergie calorifique, au lieu de rétablir chaque fois toute la force vive perdue, s'accroît peu à peu en intensité dans la masse totale; en sorte que le diapason cesse rapidement de vibrer, alors même qu'on l'isole dans le vide pour le soustraire à la résistance de l'air.

(1) *Conséquences philosophiques et métaphysiques de la Thermodynamique*, Paris, 1868, p. 301.

L'action du frottement, cette cause si générale et si puissante de dégradation d'énergie, c'est-à-dire de transformation de mouvement visible en chaleur diffusée, s'explique de la même manière. Par suite du glissement de deux surfaces l'une sur l'autre, il se produit, dans le corps solide dont chacune fait partie, des vibrations analogues à celles d'un corps sonore. Comme dans la bille d'ivoire et le diapason, ces vibrations s'éteignent, parce que l'énergie calorifique, modifiée sans cesse en plus ou en moins d'un point à un autre, se diffuse avant d'avoir rétabli chaque oscillation isolée. D'où il résulte un échauffement continu proportionnel au travail externe dépensé à faire vibrer les parties frottantes.

Le frottement s'explique de même en ce qui concerne les liquides.

Dans les gaz en mouvement, il se produit aussi une transformation de force vive sensible en chaleur, à laquelle on a conservé le nom de *frottement,* mais dont le mécanisme est différent. On distingue : — le *frottement extérieur,* résultat du déplacement relatif d'une masse gazeuse le long d'une surface solide ou liquide, — et le *frottement intérieur,* qui se produit quand deux courants gazeux cheminent côte à côte avec des vitesses inégales.

Dans les deux cas, la transformation résulte de ce que, indépendamment de la vitesse du courant dont elles font partie, les molécules sont animées de vitesses propres très grandes et dirigées dans tous les sens possibles (§ 4). Certaines d'entre elles vont se heurter contre les molécules de la surface solide ou liquide; d'autres passent de couche en couche, et ces chocs ou échanges rendent *diffuses* certaines composantes qui étaient égales et parallèles, c'est-à-dire les enlèvent à l'énergie que nous appelons *de translation* pour les attribuer à celle que nous appelons *calorifique.* C'est ce que fera comprendre la comparaison suivante.

Au moment où un train de chemin de fer passe devant une gare, sans s'y arrêter, des voyageurs sautent du train sur le quai, tandis que d'autres voyageurs, en nombre égal, sautent de celui-ci dans le train; on veut savoir quelle est l'influence de cette substitution sur la vitesse du train. Pour cela, il suffit d'observer que les voyageurs qui ont quitté le train ont emporté chacun leur quantité de mouvement; que ceux qui les ont remplacés ont restitué la masse, mais non la vitesse; que, par suite, la masse du train n'a pas changé, tandis que sa quantité de mouvement a diminué. Il a donc perdu de la vitesse.

Supposons, en second lieu, que deux trains excessivement longs marchent, avec des vitesses inégales, sur deux voies parallèles et voisines, et que des voyageurs aillent et viennent continuellement d'un train à l'autre; on verra de même que l'un des trains gagnera de la vitesse et que l'autre en perdra jusqu'à ce que les vitesses deviennent égales.

Deux couches d'air en mouvement relatif sont dans les mêmes conditions que ces deux trains, les molécules qui pénètrent de l'une dans l'autre, et *vice versa,* faisant l'office attribué aux voyageurs capricieux.

§ 39.

Comme dernière application de la théorie de la dégradation de l'énergie, nous indiquerons les résultats obtenus par Thomson [1]

---

[1] *Treatise of Natural Philosophy*, by Thomson and Tait, Oxford, 1867; Vol. I (seul publié).

Lectures on some recent advances in physical Science, by Tait, London, 1876.

au sujet de l'époque à laquelle la Terre, précédemment à l'état liquide ou au moins pâteux, dut passer à cet état plus consistant qui a été le théâtre de l'histoire géologique.

L'observation nous apprend que la température augmente à mesure que l'on s'enfonce au-dessous de la surface terrestre : le taux de l'accroissement varie d'une localité à l'autre dans des limites assez étendues, mais on admet généralement la valeur moyenne de *un degré par trente mètres,* d'où résulterait la température de l'eau bouillante à une profondeur de trois kilomètres.

A cet accroissement, pour n'en citer qu'un exemple, nous devons les eaux thermales, qui sont tout simplement le produit de sources s'infiltrant par les failles à de grandes profondeurs, — séjournant plus ou moins dans des cavités à parois très chaudes dont elles prennent la température, — s'y chargeant de principes minéraux à raison de la puissance érosive et dissolvante que leur donnent la chaleur et la pression, — débordant par suite de la chute de nouvelles quantités d'eau froide, qui les déplacent parce qu'elles sont plus lourdes et qui vont s'échauffer et se minéraliser à leur tour, — enfin revenant au jour par un autre chemin après avoir agrandi la capacité des réservoirs souterrains et des canaux d'évacuation de toute la matière qu'elles ont dissoute et qui peut aller jusqu'à deux ou trois millièmes de leur débit. Il y en a qui se sont taries ou ont changé de route dans la suite des âges, afin de nous laisser admirer les vastes cavernes qu'elles ont ainsi façonnées.

Puisque les parties profondes sont à une température plus élevée, il se produit, en vertu de la tendance à l'égalisation, un mouvement continuel de chaleur dirigé du centre vers les parties superficielles ; et puisque celles-ci ne se montrent pas plus chaudes de siècle en siècle, la chaleur se dissipe dans l'espace environnant avec une vitesse déterminée.

Il est naturel de croire que cet état de choses remonte à un certain état initial où la température était indépendante de la distance à la surface, et d'assimiler le globe terrestre à un boulet qui, ayant été porté à une température élevée T uniformément répartie dans sa masse, serait abandonné à lui-même dans un espace de température plus basse t.

Si celle-ci demeure invariable pendant la suite des temps, on peut calculer, pour une époque ultérieure quelconque, le taux de la variation de la température avec la profondeur. Ce problème se résout au moyen de formules qui sont dues à Fourier, dont l'admirable Ouvrage sur la propagation de la chaleur dans les corps solides peut être considéré comme constituant un simple chapitre de la théorie de la dégradation de l'énergie.

En admettant qu'il y a dix millions d'années le globe terrestre était encore assez voisin de la fluidité pour que sa température pût être considérée comme à peu près uniforme, et en même temps avait assez de consistance pour que la suite de son refroidissement se soit accomplie de la façon qui vient d'être indiquée; en prenant pour T la valeur de 3000 à 4000 degrés qui est la température de fusion des roches les plus réfractaires; en prenant pour t la température de l'espace qui nous environne : on retombe juste sur le taux de trente mètres que nous constatons en descendant dans les mines ([1]).

Tel est donc, approximativement, l'âge que paraît avoir notre Planète, le temps dont les géologues paraissent pouvoir disposer pour échelonner la série des évolutions qui auraient amené l'état de choses actuel; temps peut-être bien faible eu égard aux exigences de la théorie si en honneur aujourd'hui, celle

([1]) On trouvera le calcul à la p. 716 de l'Ouvrage de Thomson et Tait cité dans la note précédente.

du Transformisme (Lamarck, Darwin, Hæckel, Spencer....) [1].

Il est clair qu'à raison du peu de précision des données, la valeur obtenue pourrait être doublée, triplée...; mais il ne serait certainement pas permis de l'augmenter dans une proportion énorme, par exemple de la multiplier par 100, c'est-à-dire de remplacer les années par des siècles. C'est ce que montre encore une autre considération empruntée à l'ordre d'idées qui fait l'objet du présent Chapitre : celle des frottements occasionnés par les marées contre le fond des océans, et de la perte qui s'ensuit dans l'énergie du mouvement de rotation de la Terre.

Pour nous rendre compte de ce nouvel effet sans tomber dans des complications superflues, supposons que la Terre et la Lune existent seules, et considérons celle-ci comme un corps sphérique homogène, celle-là comme un corps sphérique entièrement et uniformément recouvert par la mer.

La Lune produit sur cette mer, aux deux extrémités du diamètre qui est dans sa direction, deux protubérances provenant, celle qui est de son côté, de ce que les eaux sont plus fortement attirées que le noyau parce que leur distance est moindre, et celle qui est du côté opposé, laquelle semble obéir à une action répulsive, de ce que les eaux sont, au contraire, moins fortement attirées que ce même noyau parce que leur distance est plus grande.

La Terre, en tournant, entraîne ces protubérances liquides, mais la Lune tend à les ramener dans leur position normale, attirant l'une et semblant repousser l'autre. L'anneau liquide tourne donc moins vite que la partie solide qu'il recouvre, et

---

(1) Voir, dans la *Revue scientifique* du 6 mars 1875, le Mémoire de M. Naudin sur *les Espèces affines et la théorie de l'évolution.*

agit sur celle-ci comme un frein de Prony, produisant du frottement et de la chaleur aux dépens de la force vive. Il s'ensuit un ralentissement progressif qui continuera jusqu'à ce que la durée d'une rotation de la Terre devienne égale à celle d'une révolution de la Lune : alors la première offrira constamment la même face à la seconde, et les deux protubérances seront fixées sur un diamètre invariable.

Le mouvement de la Lune présente justement cette singularité, qui fut amenée autrefois par l'action de la Terre sur les mers lunaires, aujourd'hui solidifiées. Mais il est possible que les choses n'aillent pas jusque-là pour la Terre elle-même, qu'auparavant ses eaux se soient prises en glace et, faisant corps avec les roches sous-jacentes, n'aient plus de marées.

Le ralentissement amené par la cause que nous venons de reconnaître est excessivement faible, car il n'augmenterait que d'une seconde en cent mille ans la durée du jour sidéral, c'est-à-dire le temps que la Terre met à faire un tour sur elle-même. Il a néanmoins été constaté, et c'est même cette constatation qui a précédé et provoqué la théorie. Peut-être sera-t-on curieux de voir comment une aussi faible valeur a pu être mise en relief, bien que ceci n'intéresse plus la question de l'énergie.

Remarquons d'abord que ces augmentations successives et extrêmement petites, s'ajoutant chaque jour les unes aux autres, forment à la longue un total appréciable qui, pour une période de 2400 ans par exemple, s'est élevé à une heure trois quarts.

C'est la marche de la Lune autour de la Terre qui a servi de repère. On a pu la suivre pendant cette période de 2400 ans, d'une part au moyen des observations modernes, qui sont très précises, d'autre part au moyen de certaines éclipses de Soleil qui ont été enregistrées par l'histoire à raison de l'impression produite par elles sur les populations. Ces constatations d'éclipses équivalent à des observations très précises, car, du moment que l'on sait que l'ombre de la Lune, qui a peu de largeur et marche rapidement sur la surface terrestre, a été observée en un point déterminé de cette surface, on en peut déduire la position qu'occupait la Terre à l'instant du phénomène : on a ainsi la mesure du temps aussi exactement que si, à cet instant, l'on avait consulté une horloge qui eût continué à marcher jusqu'à présent avec une régularité absolue.

Les éclipses dont il s'agit sont les suivantes : celle de Thalès, qui a été vue en Asie Mineure en 585 avant Jésus-Christ et qui, si la Terre avait toujours eu la vitesse de rotation qu'elle a de nos jours, aurait été vue dans l'île de Sardaigne; celle de Larissa, en 557 avant Jésus-Christ, qui a été vue en Perse et l'aurait été dans la régence de Tripoli; celle d'Agathocle, en 310 avant Jésus-Christ, qui a été vue près de Syracuse et l'aurait été près de Cadix [1].

Mais, dira-t-on, ces écarts peuvent s'expliquer aussi bien en admettant une accélération dans le mouvement de révolution de la Lune qu'un ralentissement dans le mouvement de rotation de la Terre. La première cause existe en effet, et même elle a été signalée avant l'autre. Halley, en 1695, constata les écarts sans en trouver la raison. Euler et Lagrange ne furent pas plus heureux. Laplace, en 1786, les expliqua par sa théorie de l'accélération du mouvement moyen de la Lune et, comme ils vérifièrent exactement ses formules, il en conclut à l'invariabilité de la durée du jour sidéral, théorème qui fut universellement admis. En 1853, l'astronome anglais

---

[1] On trouvera la liste des éclipses historiques dans l'*Annuaire du Bureau des Longitudes* pour 1842.

Adams découvrit une erreur dans les calculs de Laplace, et montra qu'ils ne rendaient compte que de la moitié des écarts. Enfin Delaunay ([1]), en 1866, établit que l'autre moitié devait être attribuée à la cause qu'on vient d'analyser, et que Kant avait déjà mise en avant.

Le ralentissement de la rotation terrestre étant constaté et sa vitesse connue, supposons que la planète se soit consolidée, non pas depuis dix millions d'années, comme ci-dessus, mais depuis dix millions de siècles.

Nous trouverons qu'à cette époque initiale elle aurait tourné moitié plus vite qu'à présent, faisant un tour en douze heures au lieu de vingt-quatre. Il en serait résulté une force centrifuge quatre fois plus grande qu'à présent, et un aplatissement polaire beaucoup plus grand que celui de $\frac{1}{300}$ que nous voyons.

La faible valeur de celui-ci confirme donc que l'âge de la Terre ne saurait être porté à un chiffre beaucoup plus grand que celui trouvé par la considération du refroidissement.

§ 40.

La tendance de l'énergie à abandonner les formes qui ont pour nous une valeur d'utilisation et sa non-tendance à y revenir peuvent s'expliquer au moins en partie, et indépen-

---

([1]) Voir *Conférence sur l'Astronomie et en particulier sur le ralentissement du mouvement de rotation de la Terre,* par DELAUNAY; Paris, 1866.

damment du principe de la moindre action, par un raisonnement dont il a été déjà fait usage au § 4.

Considérant la possibilité qu'en un point donné d'une masse gazeuse et dans un volume d'un millimètre cube il se trouve des molécules animées d'une même force vive [1] à l'exclusion de toutes autres ayant une force vive différente, nous avons vu, dans ledit paragraphe, que, *grâce au nombre immense des molécules*, la probabilité de cet événement est tellement faible qu'on peut la considérer comme pratiquement nulle.

Au contraire, si une pareille réunion existe, il y a une probabilité pratiquement équivalente à la certitude que ce fait est dû à une cause déterminée et que, lorsque cette cause disparaîtra, l'homogénéité se rétablira promptement sans intervention extérieure.

Il suit de là qu'un excès de pression, ou un excès de chaleur, lesquels constitueraient pour nous des sources d'énergie, ne sauraient se localiser spontanément dans une région déterminée de la masse gazeuse.

On peut, *dans une mesure que le lecteur appréciera,* dire quelque chose d'analogue pour les molécules qui composent l'Univers.

Ce que nous appelons un *corps en mouvement,* ou une *énergie dynamique,* consiste (*voir* § 4) en ce qu'un certain nombre de ces molécules possèdent des vitesses apparentes égales et parallèles s'il s'agit d'un mouvement de translation, ou des vitesses apparentes satisfaisant aux conditions par lesquelles nous définissons les autres espèces de mouvement

---

[1] Ou, pour employer les termes exacts, *animées de forces vives comprises entre deux valeurs données, dont la différence soit très faible relativement à la différence entre la plus grande force vive et la plus petite.*

qu'il nous convient de considérer. Ce que nous appelons une *température élevée* consiste (*voir* § 28) en ce qu'en une certaine région de l'espace se trouvent réunis des atomes dont les vibrations ont une force vive moyenne notablement plus grande que celle de la masse environnante, etc.

Il n'y a rien d'étonnant à ce que, entraînés dans ce tourbillonnement dont tout nous démontre la prodigieuse activité, ces molécules, ou ces atomes, ou ces excédents de force vive, finissent par se disperser dans la masse générale, ce qui fera cesser la particularité à laquelle nous attachons de la valeur, et qui ne résultait que de leur rapprochement momentané.

Mais que l'événement inverse se produise, que, parmi les combinaisons en nombre incalculable que peuvent former ces milliards de milliards d'atomes, il arrive juste celles présentant telle ou telle particularité qui nous intéresse; — que, par exemple, les vitesses invisibles et en quelque sorte désordonnées des molécules d'un boulet reposant sur le sol deviennent tout à coup, et demeurent ensuite pendant un certain temps, toutes égales et parallèles, de manière à produire un mouvement de translation; — que l'on voie, comme dans l'amusante hypothèse de la *réversion* (1), une poire tombée « qui se dépourit, qui devient fruit mûr, qui se recolle à son » arbre, puis redevient fruit vert, qui décroît, et redevient » fleur flétrie, puis fleur semblable à une fleur fraîchement » éclose, puis bouton de fleur, puis bourgeon à fruit, en » même temps que ses matériaux repassent les uns à l'état » d'acide carbonique et vapeur d'eau répandus dans l'air, les » autres à l'état de sève, puis à celui d'humus ou d'en- » grais, » etc. —, la probabilité en est au moins aussi faible que

(1) *La Réversion ou le Monde à l'envers*, par M. P. BRETON; in-18, Paris, 1876.

celle de composer les *Œuvres de Laplace* en prenant au hasard tous les caractères qui se trouvent chez un imprimeur.

Puisque, dans tous les changements d'état qui ont lieu dans l'Univers, les transformations qui dégradent l'énergie l'emportent sur les autres, toutes les énergies existantes arriveront, de dégradation en dégradation, à cette forme dernière : *la chaleur uniformément répartie*.

C'est ce que nous voyons en cours d'exécution pour le Système solaire et pour l'Univers entier.

La théorie de l'énergie, plongeant dans le passé le plus reculé, nous fait connaître l'état initial d'où l'Univers est parti pour arriver à l'étape que nous parcourons. Elle nous montre la matière qui le compose comme étant alors prodigieusement dilatée, ne possédant que de l'énergie potentielle, mais prédisposée par des inégalités locales à se segmenter en portions que la Gravité, par une vaste et lente opération de cristallisation dont l'astronome contemple avec émotion le progrès dans les profondeurs de l'espace, devait condenser et façonner petit à petit en systèmes stellaires, solaires et planétaires. La chaleur initiale des astres provient de ces énergies potentielles, devenues d'abord énergies dynamiques, puis transformées ainsi qu'il a été expliqué §§ 18 et 32.

On doit lire dans Laplace cette magnifique Genèse, qu'il ne présente, dit-il, qu'avec la défiance que doit commander tout ce qui ne découle pas exclusivement des considérations mathématiques. Il semble n'avoir pas apprécié comme elle le mérite cette production de son génie, qui a clos l'ère des divagations cosmogoniques et qui, éclairée et complétée par les notions modernes sur l'Énergie, revêt aujourd'hui les caractères de la certitude scientifique.

D'après un calcul d'Helmholtz, le Système solaire ne posséderait plus que la 454$^{\text{ième}}$ partie de l'énergie transformable qu'il avait lorsqu'il était à l'état de nébuleuse. Bien que ce résidu constitue encore un approvisionnement dont l'énormité confond notre imagination, il sera un jour dépensé aussi. Plus tard, la transformation sera accomplie pour l'Univers entier, et il finira par s'établir un équilibre général de température comme de pression.

L'énergie ne sera plus alors susceptible de transformation. Ce sera, non pas le néant, mot vide de sens, non pas l'immobilité proprement dite, puisque la même somme d'énergie existera toujours sous forme de mouvements atomiques, mais l'absence de tout mouvement sensible, de toute différence et de toute tendance, c'est-à-dire la mort absolue.

Les planètes ne circuleront même plus autour de soleils éteints. Des agglomérations successives se seront produites, ayant développé à chaque fois une immense chaleur (*voir* § 32) et pu rouvrir une période vitale plus ou moins longue; ayant créé des Systèmes solaires de plus en plus gigantesques, mais de moins en moins nombreux; ayant abouti enfin à tout réunir en une seule masse qui, après avoir tourné bien longtemps sur elle-même, finira par devenir immobile relativement à l'espace environnant : masse désormais homogène, insensible, immuable, dont rien ne troublera plus l'effrayant repos.

Tel est, étant admise la permanence des lois qui régissent aujourd'hui la nature et le raisonnement, l'état vers lequel converge l'Univers, cet état d'équilibre stable et définitif dont il a été question dans l'énoncé de la loi de la conservation de l'énergie (§ 19, 5°).

Ce grand écroulement n'a pas été soupçonné de Laplace qui, trompé cette fois encore par le calcul, a cru que tous les dérangements étaient essentiellement périodiques, que le Système du monde se balançait autour d'un état moyen en s'en écartant très peu, et que sa stabilité définitive ne courait aucun risque. En revanche, on pourrait voir dans l'Apocalypse l'annonce de cette fin de tout mouvement et de toute individualité : « et l'ange... jura qu'il n'y aurait plus de « temps désormais. » (Chap. X, versets 5 et 6.)

CHAPITRE XI.

SOURCES DE L'ÉNERGIE.

D'où vient l'énergie qui, dans le canon, met le projectile en mouvement; vérification du principe de la conservation dans ce cas particulier. — Équivalent mécanique d'un kilogramme de poudre. — Action des rayons solaires. — Parallèle entre ces trois machines : *le canon, la locomotive et l'animal*; leurs rendements respectifs. — Encore l'ascension du mont Blanc. — Le problème de la liberté morale; cette liberté est-elle ou n'est-elle pas en contradiction avec le principe de la conservation de l'énergie? — Théorie de M. Boussinesq. — Le Déterminisme en Dynamique et en Philosophie. — Condamnation du mouvement perpétuel. — Circulation du charbon; son passé et son avenir; question de l'épuisement des houillères.

§ 41.

L'Artillerie a pour mission de détruire des obstacles éloignés : objets matériels ou corps de troupe. Toutes les questions qu'elle agite tendent plus ou moins directement à cette fin.

D'après ce qui a été dit dans les Chapitres précédents, nous pouvons préciser davantage cette définition et la formuler mathématiquement comme il suit : l'Artillerie a pour objet de produire de la force vive et de la faire parvenir en un point donné.

Le véhicule qui transporte cette force vive, l'*outil,* comme diraient les mécaniciens, n'est autre chose que le *Projectile,* et la machine qui la produit est le *Canon,* ou mieux la *Pièce*, appartenant à la grande catégorie des machines dites thermiques, c'est-à-dire qui produisent du travail mécanique en transformant de la chaleur.

On a vu, § 36, quelles sont les lois de la dissipation de l'énergie pendant son transport; ce n'est plus dès lors qu'une affaire d'analyse que de déterminer la fraction qui parviendra à destination, ainsi que tous les autres éléments balistiques.

Quant à la production, elle se chiffre par des milliers de kilogrammètres pour les petits calibres et, dans une série de canons établie conformément aux principes de la similitude mécanique, elle croît comme le cube du calibre. Le nombre le plus élevé obtenu jusqu'à ce jour est celui de

12 772 000 kilogrammètres,

correspondant à un projectile de 917^{kg}, lancé avec une vitesse de 523^{m} par le canon italien de *cent tonnes* modèle 1879, lequel pèse lui-même $101\,000^{kg}$, est du prix de $400\,000^{fr}$, et exige une charge de poudre de 250^{kg}.

D'où vient cette énergie si redoutable que nous mettons en œuvre par l'intermédiaire du canon (1), *et comment le*

(1) Dans *Rabelais,* l'artilleur Gaster répond ainsi à Pantagruel, qui lui avait fait la même question : « La pouldre consommée, il advenoit que pour eviter vacuité, laquelle n'est tolerée en Nature (plustost seroit la machine de l'Univers, ciel, aer, terre, mer, reduicte à l'antique chaos, qu'il advinst vacuité en lieu du monde), la ballotte et dragée estoient impetueusement hors jettées par la gueule du faulconneau, afin que l'aer penetrast en la chambre d'iceluy, laquelle aultrement restoit en vacuité, étant la pouldre par le feu tant soudain consommée. »

Ce Gaster, qui appliquait si bien le principe de l'Horreur du vide, *principe de la conservation se vérifie-t-il en cette circonstance?* Voilà une dernière et importante question qu'il nous reste à résoudre.

*

Comme celles du vent et de la chute d'eau dont il a été question ci-dessus (§ 16), et comme toutes les énergies et toutes les activités qui s'agitent à la surface de la Terre, cette énergie vient du Soleil, source abondante, mais non intarissable, ainsi qu'on vient de le voir.

De la chaleur que cet astre darde dans toutes les directions, la Terre, qui est pour lui un petit disque sous-tendant un angle de 17 secondes ([1]), n'intercepte qu'une fraction égale à l'unité divisée par un nombre supérieur à *deux milliards*. Cette parcelle, pourtant, équivaut à la somme de chaleur qu'on obtiendrait en brûlant *par jour* cinq cent millions de tonnes de houille, ce qui représente environ deux mille fois la production *annuelle* de toutes les houillères du globe. C'est cette parcelle qui fait toute la vie de notre planète : les mouvements qui ont lieu dans son atmosphère ou à sa surface, l'existence végétale et animale, les luttes que nous livrons pour accroître notre bien-être ou pour nous entre-détruire, etc., n'en sont que des effets, des utilisations ou des abus.

---

n'était pas seulement un savant théoricien : c'était aussi un praticien des plus habiles, car le même Rabelais nous apprend qu'il avait inventé « l'art et maniere de faire les boullets arriere retourner contre les ennemis, en pareille furie et dangier qu'ilz seroient tirés, et en propre parallèle. »

([1]) Cet angle est 110 fois plus petit que celui sous lequel nous voyons la Lune, et moitié de celui sous lequel nous apparaît la planète Vénus à ses époques de plus grand éclat. Il est égal à celui sous lequel nous verrions une bille de billard ($0^m,06$) placée à 700 mètres de notre œil.

Bien peu nombreux en effet sont les cas où l'énergie a une autre origine. On peut citer :

— Les éruptions volcaniques et les tremblements de terre, dus à la chaleur et à la pression centrales ;

— Le mouvement des marées, dont l'énergie a sa source dans la rotation diurne, ainsi qu'il a été expliqué § 39 ; en sorte que, si l'on arrivait à utiliser en grand, au moyen de turbines ou autrement, la force motrice qui réside dans le flux et le reflux, on verrait cette rotation se ralentir et le jour s'allonger ;

— Peut-être encore l'électricité et le magnétisme terrestres, que M. Babinet attribue aux frottements de la croûte sur le noyau interne tournant moins rapidement. Mais d'autres, restituant cette production d'électricité à l'influence solaire, l'attribuent aux frottements des courants alizés sur la surface de la mer, et le développement de cette idée leur fournit une explication très plausible de l'aurore boréale, de la boussole, etc. (1).

Pour revenir à la question qui fait l'objet de ce Chapitre, voici comment la puissance renfermée dans la poudre se rattache à la source commune.

§ 42.

Les rayons solaires, surtout ceux qui fournissent certaines bandes de l'arc-en-ciel, sont doués d'une remarquable activité chimique, une des mille formes de l'énergie qu'ils nous

(1) Voir Mayer, *Des conséquences et des inconséquences de la théorie mécanique de la chaleur.* (*Revue des Cours scientifiques,* du 22 janvier 1870.)

apportent. C'est une forme spéciale, d'une nature très élevée, due probablement (Thomson) à la température excessivement haute de la source : nous avons vu en effet (§ 38) que la valeur de transformation de l'énergie calorifique augmente rapidement avec cette température.

Sous leur influence [1], les feuilles vertes des plantes décomposent l'acide carbonique de l'atmosphère, repoussent l'oxygène et fixent le carbone dans les tissus du végétal : en s'adjoignant quelques parcelles de deux ou trois autres corps simples, toujours les mêmes, il y devient la corolle éclatante [2] et parfumée, le fruit savoureux, le bois qui nous sert à tant d'usages, etc. Et ce n'est pas sur une petite échelle que se fait cette opération : un hectare de forêt, dans de bonnes circonstances locales, enlève à l'atmosphère, chaque année, environ 3600 kilogrammes de carbone, dont la moitié en bois exportable, et l'autre moitié en débris ou en feuilles qui se transforment en terreau sur le sol.

Ce sont ces mêmes rayons chimiques qui impressionnent la plaque photographique, et c'est précisément parce qu'ils ne sont plus dans les feuilles, puisqu'ils y ont déjà été transformés en travail, que celles-ci ne *viennent pas* en photographie, ce qui est l'imperfection la plus grave et la plus irrémédiable de l'art créé par Daguerre.

Les atomes de l'oxygène et du carbone, séparés par le tra-

---

(1) Au point de vue de ce genre d'activité, les couleurs du spectre se placeraient dans l'ordre suivant : jaune, orangé, rouge, violet, indigo, bleu, vert. (*Voir* le Compte rendu de la vingtième réunion des délégués des Sociétés savantes, dans le *Journal officiel* du 12 avril 1882.)

(2) « Vous cherchez le secret de la photographie des couleurs? Demandez-le aux fleurs : elles le savent et le pratiquent à ravir. » (EUGÈNE NOEL, *la Vie des fleurs*, grand in-8, Hetzel.)

vail dont il s'agit, s'uniront de nouveau à la première occasion pour reformer l'acide carbonique, à raison de l'équilibre plus stable qu'ils trouvent dans cette combinaison. Cette tendance constitue une énorme provision d'énergie potentielle, ainsi qu'il a été expliqué au § 17.

Or nous mettons en présence dans le canon, et en grand nombre, des molécules de carbone représentées par le charbon de la poudre, et des molécules d'oxygène représentées par le salpêtre. En lançant une étincelle dans le mélange, nous provoquons la reconstitution de la combinaison stable, et les molécules se jettent les unes sur les autres, transformant en force vive leur énergie de position. Ces collisions ont pour effet d'augmenter l'amplitude et la rapidité des vibrations moléculaires, c'est-à-dire d'accroître la distance moyenne des molécules et le volume total; en d'autres termes, la force vive des chocs est elle-même transformée en chaleur. Mais l'augmentation de volume se traduit par une pression sur la paroi, pression qu'on appelle la force élastique du gaz et qui déplace la partie mobile de cette paroi : le projectile. A son tour, la chaleur est ainsi transformée en mouvement sensible par le canon, remplissant le rôle d'une véritable machine.

§ 43.

On a trouvé, par l'expérience directe, que l'énergie amassée dans un kilogramme de poudre est de 300 000 kilogrammètres : c'est le nombre admis par les Anglais Noble et Abel (exactement 307 400); il est intermédiaire entre celui trouvé en Allemagne par MM. Bunsen et Schishkoff (263 000) et celui trouvé en France par MM. Roux et Sarrau (340 000). En comparant ce chiffre avec l'énergie $\frac{1}{2}mv^2$ imprimée au projectile, on a (*voir* § 13) le rendement de la machine *Canon*, lequel varie de 16 à 20 pour 100 pour nos divers canons en service.

A ce point de vue, mais non à celui du prix de revient, le canon est supérieur aux machines à vapeur qu'emploie l'industrie. Celles-ci en effet, et les meilleures, consomment environ un kilogramme de houille par cheval-vapeur et par heure. Or on a vu (§ 17) que le kilogramme de charbon représente une énergie potentielle de 3 000 000 de kilogrammètres; mais, pour tenir compte de l'humidité et des impuretés qui se rencontrent dans la houille, il convient de réduire ce nombre à 2 700 000. D'autre part, le cheval-vapeur (*voir* § 10) représente, à l'heure, un travail de

$$75 \times 60 \times 60 = 270\,000 \text{ kilogrammètres.}$$

Ce nombre étant le dixième du précédent, on voit que le rendement n'est que de 10 pour 100, et il descend même à 2 $\frac{1}{2}$ pour 100 avec les machines les moins bonnes.

Mais, à son tour, le canon est inférieur à la machine animale, pour laquelle le rapport de l'énergie potentielle contenue dans les aliments ingérés à l'énergie dynamique fournie en travail est de 34 pour 100 si l'on considère une période de travail de dix heures [1], ou de 21 pour 100 si l'on considère

---

[1] Nous prenons ce nombre dans les traités de *Mécanique appliquée*; on le retrouve à peu près par la considération suivante :

D'après le *Guide Joanne*, l'ascension du Mont-Blanc (altitude 4810^m), à partir de Chamonix (altitude 1050^m), se fait en 17 heures, non compris les repos. En prenant 70^{kg} pour le poids de l'ascensionniste, il fournit un travail de $3760 \times 70 = 263\,000^{kgm}$.

Ce travail est dû à la chaleur que dégagent, en se brûlant dans ses poumons, le carbone et l'hydrogène contenus dans les aliments qu'il a ingérés (*voir* plus loin, § 45). Si, afin de n'avoir affaire qu'à un seul éléune période complète de vingt-quatre heures, dont dix heures de travail et quatorze de repos.

Ce qui fait vraiment la supériorité du canon sur la machine à vapeur, c'est la question de *temps*. D'après la valeur donnée

---

ment, nous remplaçons celui-ci par le poids de carbone produisant le même effet, et si nous nous rappelons (§ 17) que la combustion d'un kilogramme de charbon donne 3000000 de kilogrammètres, nous voyons que le travail en question exige 94 grammes de charbon : c'est ce que le sujet devra brûler en plus de la ration normale nécessaire au fonctionnement de ses organes et correspondant à l'état de repos.

On sait, d'autre part, que celle-ci est de $8^{gr},35$ par heure, ce qui fait 142^{gr} pour les 17 heures.

La consommation totale de charbon est ainsi portée à 236^{gr}, lesquels représentent $708\,000^{kgm}$.

Le rendement, égal au quotient de 263 par 708, est donc de 37 pour 100.

Il est connu depuis longtemps que la meilleure manière d'utiliser l'homme comme moteur consiste à lui faire élever son propre corps sur une pente douce, puis à se servir de la descente pour élever un fardeau de même poids à la hauteur à laquelle il était parvenu.

Quand l'homme chemine sur un terrain horizontal, il ressent une fatigue provenant : 1° du travail dépensé pour lever à chaque pas son centre de gravité, qui monte et descend alternativement d'environ deux centimètres; 2° de celui correspondant à la vitesse horizontale imprimée à chaque pas au même centre de gravité. Ce double travail se transforme définitivement en chaleur par le choc et le frottement des pieds contre le sol.

Dans ses *Principes de Thermodynamique* (2e édition, Turin, 1870, p. 400), M. de Saint-Robert, prenant pour le travail journalier d'un homme le chiffre de $280\,800^{kgm}$, peu différent de celui dont il vient d'être question, cherche quelle quantité de nourriture doit prendre cet homme pour y subvenir et, tenant compte aussi de l'azote nécessaire pour les excrétions, il arrive à une ration composée de

Viande (sans les os) :	$0^{kg},250$,	contenant	$0^{kg},027$ carbone	et	$0^{kg},008$ azote,
Pain..............	$1^{kg},142$,	»	$0^{kg},343$	»	$0^{kg},012$ »

On peut consulter encore, sur la question du rendement des moteurs animés : HIRN, *Conséquences philosophiques et métaphysiques de la Thermodynamique*, 2e esquisse; PAUL BERT, *la Machine humaine*; 2e Partie, *Équilibre de la force*.

§ 17 pour l'équivalent mécanique d'un kilogramme de charbon, on voit qu'il y a dans celui-ci une réserve d'énergie dix fois plus forte que dans un kilogramme de poudre. Mais il faut une heure au premier pour livrer 75 kilogrammètres dans la machine à vapeur, tandis que le second en fournit des milliers dans le canon, en moins d'un *centième de seconde* (*voir* § 6 et § 41) ([1]).

Ce qui fait la supériorité de la machine animale sur les deux autres, c'est la question de *poids*. Une machine à vapeur fournissant le travail d'un homme de force moyenne pèse au moins dix fois plus. La libellule qui, sans fatigue apparente, suit un train de chemin de fer pendant plusieurs heures, imprime à ses ailes pendant tout ce temps quelques milliers de va-et-vient par seconde, et la machine à vapeur fournissant un travail équivalent pèserait au moins cent fois plus que cet insecte. Voilà ce qui rend si difficile le problème de l'aviation et, comme dit M. Hirn, explique pourquoi nous ne pouvons voler qu'en rêve.

Mais il y a encore, entre la machine animale et les deux autres, une différence d'un ordre bien plus élevé : c'est qu'elle renferme en elle-même le principe qui, après l'avoir construite avec les matériaux du milieu ambiant, préside à son fonctionnement et veille à sa conservation. Cette dualité lui assigne une place à part dans l'Univers; car, tandis que le monde inanimé est régi d'une manière absolue par les lois de la Dynamique, et que les états successifs par lesquels il passe sont, en vertu de ces lois, la conséquence inflexible d'un quel-

---

([1]) D'après les nombres cités § 41, le produit d'un kilogramme de poudre dans le canon de cent tonnes est de 51 000 kilogrammètres, et le rendement de ce canon est de 17 pour 100.

conque des états antérieurs, nous voyons l'être animé jouissant d'une certaine liberté d'allures, pouvant influer dans une certaine mesure sur la suite des phénomènes, ayant l'ambition de dompter la Nature et de la plier à ses desseins.

Cette liberté ne serait-elle qu'une illusion, malgré le sentiment si profond que nous en avons ? Nos actes et nos mouvements ne seraient-ils, ce qui est d'ailleurs vrai dans un grand nombre de cas, que les effets de causes extérieures à nous et dont nous ne nous rendons pas compte ? Ce que nous appelons *Volonté* n'exprimerait-il que la manière dont notre entendement perçoit le jeu de ces causes, la sensation particulière que nous en éprouvons ? Ne serait-ce, comme les autres sensations (*voir* § 26), qu'une forme subjective de l'énergie, aussi éloignée de sa réalité que la forme sous laquelle nous percevons les corps l'est de la sienne ?

Il en est peut-être ainsi, et c'est ce qui résulterait de ces mots de Laplace : « Une intelligence qui, pour un instant donné, connaîtrait toutes les forces dont la nature est animée et la situation respective des êtres qui la composent, si d'ailleurs elle était assez vaste pour soumettre ces données à l'analyse, embrasserait dans la même formule les mouvements des plus grands corps de l'Univers et ceux du plus léger atome : rien ne serait incertain pour elle, et l'avenir comme le passé serait présent à ses yeux. » (*Théorie analytique des Probabilités, Introduction.*) Pensée que M. du Bois-Reymond accentue comme il suit : « De même que l'astronome n'a besoin que de donner au temps, dans les équations de la Lune, une certaine valeur négative pour savoir si, lorsque Périclès s'embarquait pour Épidaure, une éclipse de Soleil était visible au Pirée, de même l'intelligence conçue par Laplace pourrait, en discutant la formule universelle, nous dire qui fut le Masque-de-Fer, comment et où périt Lapérouse. De même que l'astronome peut prédire de longues années à l'avance le jour où une comète reviendra du fond de l'espace se montrer dans nos parages, de même cette intelligence pourrait lire dans ses équations le jour où la Croix grecque reprendra sa place sur la coupole de Sainte-Sophie, et celui où l'Angleterre brûlera son dernier morceau de houille. »

En général, cependant, on aime mieux considérer la volonté comme une prérogative de l'être pensant, comme une *force* dont il dispose pour imprimer aux molécules du cerveau des mouvements qui, par l'intermédiaire des nerfs, transforment en énergie dynamique une partie de l'énergie potentielle amassée dans l'organisme. De même que l'Artilleur, par un léger effort sur le cordeau tire-feu, transforme l'énergie potentielle emmagasinée dans la charge et produit un développement formidable de cette même énergie dynamique. De même encore que le Mécanicien, rien qu'en tournant un bouton, lance sur la voie ferrée un train de plusieurs centaines de tonnes.

Toutefois une grave difficulté se présente devant cette manière de voir.

La force mystérieuse qui, par son action dans le cerveau et au moyen d'un mécanisme probablement fort compliqué, en tous cas d'une excessive délicatesse, met en branle la machine animale, la dirige et la contrôle, est du même ordre de grandeur que les actions interatomiques, et ses effets sur les molécules sont analogues. Mais elle en diffère par ceci qu'elle n'a pas son point de départ dans d'autres molécules et que, relativement à l'Univers physique, elle constitue dès lors une *force extérieure* (§ 19, 2°). Il s'ensuit que l'énergie représentée par les petits mouvements qu'elle imprime aux atomes du cerveau n'a nulle part son équivalent.

Jadis, cette conséquence n'eût choqué personne, car on admettait sans répugnance des créations comme des anéantissements d'énergie. Aujourd'hui elle constitue une contradiction gênante qu'un mathématicien ingénieux, M. Boussinesq, a cru lever par une théorie qui a rencontré un éminent contradicteur, M. Joseph Bertrand [1], mais dont, en tout état de cause, il paraît utile d'indiquer le principe [2].

---

[1] Voir le *Journal des Savants* de septembre 1878.

[2] Les auteurs de *The unseen Universe* admettent que la force volontaire ne produit que des changements de direction, et que la trajectoire de l'atome sur lequel elle agit lui demeure constamment normale; dès lors, son travail est nul, en vertu de la définition même du travail. (*Voir* § 9, à la fin).

On trouvera dans la *Revue scientifique* du 1er octobre 1881, une autre explication proposée par M. Delbœuf et revenant à faire de la force volontaire un *Couple,* ce qui réduit également son travail à *zéro*.

D'autres, enfin, n'hésitent pas à sacrifier le principe de la conservation de l'énergie, ne lui accordant que la valeur d'une approximation. Sans compter ceux qui prétendent soulever les tables, les faire tourner, marcher, parler et écrire rien que par un acte interne de volonté, il y a une école plus sérieuse qui admet qu'à raison des actions psychiques sur les centres nerveux, l'énergie de l'Univers éprouve des variations incessantes, à la vérité excessivement faibles et même, tantôt positives et tantôt négatives, pouvant se compenser à peu près dans l'ensemble. « Si ces variations n'ont pas été constatées jusqu'ici, dit le P. Carbonelle dans un récent et remarquable Ouvrage (*Confins de la Science et de la Philosophie,* 2 vol. in-18, Bruxelles, 1881), c'est que la Physiologie n'est pas encore en état de mesurer toutes les variations d'énergie qui se produisent sans cesse dans les organismes vivants. Parmi ces variations, il en est parfois de très faibles qu'elle peut mesurer, grâce à des circonstances particulières; c'est ainsi qu'elle a trouvé que le travail nerveux n'est que les $\frac{3}{100}$ du travail musculaire correspondant. Mais il en est d'autres plus considérables qu'elle n'a mesurées que fort grossièrement; c'est ainsi qu'elle n'a constaté que par à peu près le rapport, calculé d'avance, entre les combustions internes dans l'animal vivant et l'énergie qu'il dégage. Dans ces conditions, l'impossibilité où elle est actuellement de mesurer le travail des forces volontaires ne peut rien prouver contre l'existence de ces forces. On en conclura tout au plus que cette quantité de travail est inférieure à celles dont la Physiologie peut, dans les circonstances analogues, obtenir la mesure. »

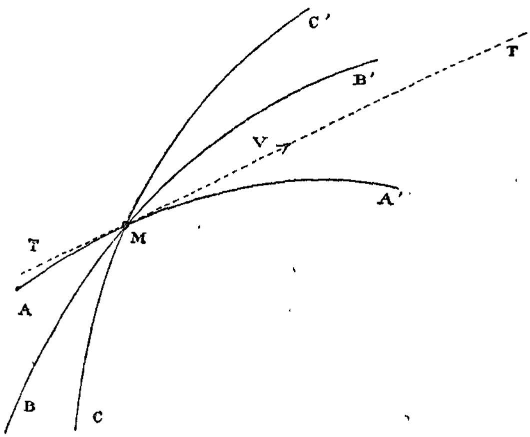
§ 44

Considérons en particulier un quelconque des atomes (ou des agglomérations élémentaires, §§ 2, 3, 4) qui composent l'Univers et que, pour simplifier, nous réduirons à des points mathématiques.

Qu'il fasse partie d'un cerveau pensant, qu'il soit emprisonné dans un bloc de granit ou qu'il s'agite dans les tempêtes de feu d'un soleil, cet atome est toujours sous l'empire des forces physico-chimiques qui émanent de l'ensemble des autres atomes. Mais, à elles seules, ces forces ne déterminent pas tout à fait sa trajectoire : elles ne fournissent que des équations différentielles du second ordre, auxquelles satisfait toute une famille de courbes réunies par des propriétés communes et individualisées par les valeurs numériques données à certains paramètres ou les formes données à certaines fonctions. L'ensemble de ces courbes s'appelle *l'Intégrale générale* des équations différentielles, et chacune d'elles en est une *Intégrale particulière.* En un point quelconque M de l'espace, il passe une infinité d'intégrales particulières AMA', BMB', CMC', ..., lesquelles peuvent être, suivant les cas, ou des courbes ouvertes, ou des orbites fermées.

Pour spécifier le mouvement, il faut, en outre des forces, connaître ce qu'on appelle les conditions initiales, c'est-à-dire : 1° la position M occupée par l'atome à une certaine époque prise pour origine du temps, et d'ailleurs arbitraire; 2° la direction MT de son mouvement en ce point; 3° la grandeur MV de sa vitesse en ce même point. La première et la seconde de ces choses déterminent, dans l'ensemble des intégrales, celle AMA′ sur laquelle l'atome se trouve engagé; la première et la troisième le distinguent d'une infinité d'autres

Fig. 3.

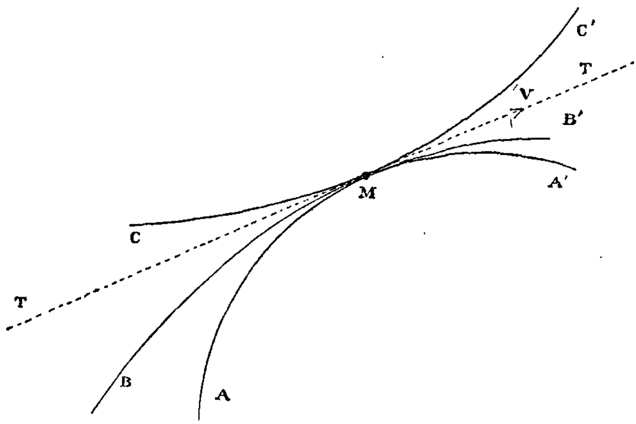


atomes qui peuvent suivre aussi cette trajectoire particulière en obéissant aux mêmes forces.

En thèse générale, le mouvement de l'atome qui nous occupe est dès lors absolument défini, et sa position ainsi que sa vitesse peuvent être assignées avec certitude pour une époque quelconque, passée ou future. Mais il en est de la présente question comme de toutes les questions mathématiques : elle comporte des combinaisons de données pour lesquelles la solution est plus ou moins indéterminée.

Par exemple, supposons des données telles : 1° qu'en un certain point M, les intégrales particulières, au lieu de former un faisceau divergent (*fig.* 3), soient tangentes les unes aux autres, et mêmes osculatrices (*fig.* 4); 2° que les forces aient une résultante nulle en ce point et croissant de part et d'autre d'une manière continue; 3° enfin, que l'atome arrive en M avec la vitesse *zéro*. Il est clair qu'il ne sera nullement

Fig. 4.



forcé de passer sur l'arc MA' prolongeant celui AM par lequel il est venu. Il y sera, au contraire, dans un état d'indifférence complète, et l'on pourra, sans dépense de travail mécanique, le diriger sur une quelconque des courbes, dans un sens ou dans l'autre, soit immédiatement, soit après l'avoir laissé en repos pendant un temps quelconque. Bien entendu, cette direction une fois donnée, le mobile retombe sous l'empire exclusif des équations, jusqu'à ce qu'une singularité analogue se présente de nouveau sur sa route.

Le point M (*fig.* 4) s'appelle *un point de réunion et de bifurcation des intégrales particulières.*

Au lieu d'un atome isolé, considérons maintenant un système d'atomes, comme ceux que nous offre la nature. Les équations différentielles sont alors tellement nombreuses et compliquées, que nous ne sommes pas en état de les poser et que, fussent-elles posées, nous ne saurions les résoudre.

Elles n'en existent pas moins, et il y a lieu encore de distinguer deux cas.

Ou bien ces équations, en y joignant les conditions initiales, déterminent complètement la suite des états par lesquels doit passer le système. Alors il persistera indéfiniment et fatalement dans la voie qui lui est tracée, à moins que d'autres forces, venant du dehors et *dépensant de l'énergie*, ne l'en détournent. C'est ce qu'on appelle le *Déterminisme mécanique* (1).

Ou bien il y a des points de réunion et de bifurcation des intégrales particulières : d'autant plus nombreux que le système est plus compliqué, ces points peuvent être plus ou moins rapprochés, ou même se suivre d'une manière continue, formant des lieux géométriques à une, deux ou trois dimensions. Les forces seront alors insuffisantes pour diriger le système. A chaque point de ce genre, il faudra l'intervention d'une cause extra-physique, laquelle produira son effet sans déployer d'effort, sans créer du travail, sans rompre la continuité, sans enfreindre le principe de la conservation de l'énergie ni aucun autre principe de Mécanique, et échappera ainsi à tous les moyens de mesure qu'emploient les mécaniciens, les physiciens, les chimistes, etc.

Dans le premier cas, nous aurons devant nous un système inanimé. Dans le second, ce sera un être vivant, système formé de combinaisons chimiques nombreuses et excessivement instables, condition qui paraît nécessaire pour l'existence d'un terrain de bifurcation. C'est de ce terrain étroit, « le seul où

(1) Ce mot est dû, croyons-nous, à M. Claude Bernard.

il puisse prendre pied sans cesser d'être libre, que l'Esprit, dépourvu de toute force matérielle, parvient néanmoins à régner dans le monde des corps, à diriger et à dompter les unes par les autres les puissances aveugles qui se le disputent. C'est de là qu'il modifie l'ordre géométrique des choses sans être tenu de puiser dans leur état actuel le principe de ses déterminations. »

Telle est, présentée aussi succinctement que possible, l'explication donnée par M. Boussinesq d'une difficulté qui a de tout temps inquiété les penseurs : *la Conciliation du Déterminisme mécanique avec l'existence de la vie et de la liberté morale*. On la trouvera développée dans un Ouvrage considérable publié en 1878 et dont ces derniers mots reproduisent le titre.

En Philosophie, la doctrine désignée par le mot *Déterminisme* est un compromis entre celle du *Fatalisme,* qui fait de l'être animé l'instrument passif d'une nécessité inéluctable, et celle du *Libre arbitre,* qui proclame l'indépendance complète de la volonté, la faculté de désirer et de décider, *les mêmes* circonstances étant données, une chose ou son contraire.

Pour cette doctrine intermédiaire, chaque homme est, à un instant donné, le produit des circonstances au milieu desquelles il a été jeté, et ses idées, ses croyances, ses passions, ses volontés, ses actes sont, non seulement influencés, mais encore complètement déterminés par ces circonstances. Mais, ajoutent les Déterministes, si cet ensemble qui constitue l'être moral et physique est un effet au point de vue du passé, il joue le rôle de Cause au point de vue de l'avenir, et cette cause peut être modifiée avantageusement par une culture produisant une amélioration graduelle de l'individu et de l'espèce, comme elle peut être pervertie par des influences agissant en sens contraire.

Laissant ainsi à l'homme une activité raisonnable et féconde, mais ne lui faisant pas croire qu'il atteindra le but proposé à cette activité par un élan spontané dont il serait entièrement maître et qu'il pourrait différer ou reprendre au gré de son caprice, le Déterminisme, avec ou sans le secours de la théorie que l'on vient d'exposer, satisfait à la fois aux exigences du moraliste et aux principes du mathématicien.

§ 45.

Revenons à nos trois machines, savoir : l'animal, la locomotive et le canon. Il est curieux de remarquer que, comme celle-ci, les deux premières mettent en œuvre l'énergie solaire transformée par la plante. En effet :

1° *L'animal.* — Les aliments que l'animal absorbe pour vivre viennent tous du règne végétal, soit directement, soit après avoir subi un commencement d'assimilation dans le corps des animaux herbivores, ce qui fait dire à M. Henri Lecocq (1) que *nous vivons tous de l'air du temps* (par l'intermédiaire des plantes).

Ces aliments ne sont autre chose que des substances combustibles où le carbone prédomine, — et l'hydrogène ensuite. Après leur introduction dans le sang, ils subissent par l'ac-

(1) *La vie des fleurs*, in-18; Paris, 1861.

tion de la respiration, qui les ramène sans cesse en contact avec l'oxygène de l'air, une combustion lente et sourde, mais, à part cela, la même que dans le foyer et le canon. C'est ainsi que chacun de nous brûle moyennement dans ses poumons, qui sont la grille du foyer, dix grammes de charbon (¹) par heure, une tonne tous les dix ans. En ajoutant à l'espèce humaine les autres mammifères et les oiseaux, on peut calculer qu'il se brûle annuellement sur toute la Terre, par le seul fait de la respiration, au moins deux cent millions de tonnes de charbon, qui sont fournis par le règne végétal sous forme d'aliments solides ou liquides.

De même que dans le canon et la locomotive, cette combustion produit de la chaleur et du mouvement, chaleur et mouvement qui constituent la vie animale. Il a été vérifié par M. Hirn qu'un animal, enfermé dans un calorimètre et y demeurant en repos, lui cède une quantité de chaleur très sensiblement égale à celle qui résulterait de la combustion directe des aliments.

L'acide carbonique produit par cette combustion qui s'opère sur une si grande échelle dans le corps des hommes et des animaux supérieurs ne tarderait pas, s'il demeurait dans l'atmosphère, à y rendre impossible la vie de ces êtres. Mais il y est repris par les végétaux de la manière qui a été décrite plus haut (§ 42), et il leur cède son carbone. Celui-ci circule donc d'une manière continue entre le règne végétal et le règne animal, entre la forme *potentielle* qu'il faut aux organes *comburants* de celui-ci et la forme *oxydée* qui convient aux organes *réducteurs* de celui-là. C'est ce qu'on ap-

---

(¹) Ou l'équivalent en hydrogène. (Le nombre 10^{gr} donné ici est une sorte de moyenne entre celui de $8^{gr},35$ correspondant au repos complet et celui de 14^{gr} correspondant au travail d'un homme de peine. (*Voir* la note de la p. 135.)

pelle la *Circulation du charbon,* circulation constituant une sorte de *vie de la Terre* qui a été comparée à celle des organismes animaux. Mais ici encore il faut constater un certain déchet, consistant en ce que la combustion vitale ou posthume des animaux ne restitue pas intégralement le carbone qui leur a été fourni par les végétaux : une certaine fraction de ce carbone demeure fixée dans les os des mammifères et les coquilles des mollusques, et est ainsi soustraite à la circulation.

Quoi qu'il en soit, la proportion de l'acide carbonique dans l'atmosphère est aujourd'hui sensiblement constante : trente à quarante litres pour cent mètres cubes d'air [1].

Si l'on ignorait l'intervention et le mode d'action de l'énergie solaire, l'ensemble des deux règnes semblerait donc constituer une grande machine résolvant le problème du *Mouvement perpétuel* (*voir* §§ 12 et 13), c'est-à-dire produisant *gratuitement* de la chaleur et du travail, savoir : la chaleur et le travail musculaire des animaux. Mais, de même que la machine à vapeur, celle-ci a besoin d'un fourneau pour fonctionner, et le travail qu'elle produit a son équivalent dans une fraction de l'énergie que ce fourneau céleste lui transmet.

Le mouvement perpétuel est définitivement classé aujourd'hui parmi les absurdités, et l'on a vu, § 40, que le Système solaire dans son ensemble, que l'Univers entier dans son immensité, ne le réalisent pas eux-mêmes.

2° *La machine à vapeur.* — Pour la machine à vapeur, l'aliment qu'on lui donne à dévorer et qui entretient sa puis-

---

(1) D'après l'*Annuaire de l'Observatoire de Montsouris pour* 1879, p. 343.

sance motrice, au lieu d'être du charbon sorti depuis peu du laboratoire de la Nature, est du charbon fossile : de la houille.

A une certaine époque, dont nous séparent des millions d'années, la Terre avait une température plus élevée qu'aujourd'hui, et son atmosphère renfermait une plus forte proportion d'acide carbonique. Alors une vie végétale exubérante, dont la puissance réductrice était probablement exaltée encore par la prédominance des rayons chimiques dans la lumière ambiante, produisit ces amas de charbon qui ne furent pas consommés immédiatement, qui ont même été longtemps ignorés du genre humain, et d'où nous tirons, pour ne citer que l'Angleterre et la France, 147 millions de tonnes par an, dont 130 dans le premier pays et 17 dans le second.

On se fera une idée de la *masse* que représente ce nombre en observant qu'elle permettrait de construire, tout le long du chemin de fer de Paris à Marseille, un mur de charbon ayant dix mètres d'épaisseur et vingt de hauteur ([1]).

Pour nous faire une idée de la *puissance motrice* que représente ce même nombre :

Divisons-le par le nombre de secondes qu'il y a dans l'année, afin d'avoir la production en tonnes par seconde;

Multiplions celle-ci par mille fois l'équivalent mécanique d'un kilogramme de charbon (§ 17), ce qui nous donnera son énergie potentielle en kilogrammètres;

Supposons que cette énergie potentielle soit transformée en travail par des machines ayant un rendement de 10 pour 100

([1]) C'est la production accusée en 1873-74. (Voir la *Revue des Deux-Mondes* du 1er octobre 1876.) La production française est restée à peu près stationnaire depuis cette époque; elle est inférieure à la consommation, qui est à présent (1882) de 25 millions de tonnes.

(§§ 38 et 43), ce qui revient tout simplement à la diviser par 10;

Divisons-la encore par 75 pour l'exprimer en chevaux-vapeur;

Enfin acceptons les équivalents indiqués au § 11.

Nous trouverons que le travail effectué serait de 17 millions de chevaux-vapeur, et équivaudrait aux efforts de 50 millions de chevaux de trait, ou de 129 millions d'hommes de peine, travaillant jour et nuit sans relâche.

Les houillères occupent une armée de 400 000 mineurs en Angleterre et de 86 000 en France. On peut les considérer comme de véritables champs de bataille, car cent mille tonnes de houille coûtent en moyenne la vie d'un ouvrier.

Malheureusement on prévoit déjà la date où cette opulente provision de puissance mécanique sera épuisée, tout le combustible fossile étant retransformé en acide carbonique et restitué à l'atmosphère qui l'avait fourni (§ 42). Sir Armstrong, le célèbre constructeur de canons, poussait déjà le cri d'alarme en 1863 et, pour la production anglaise, fixait à 212 ans l'échéance fatale. On se demande ce que l'industrie deviendra si quelque chercheur ne découvre d'ici là de nouveaux moyens d'utiliser les énergies naturelles, que nous avons remplacées par l'énergie artificielle de la houille. Mais il ne faut pas craindre, dit M. Siemens [1], « que l'utilisation de ces énergies naturelles nous ramène aux temps où le moulin à vent et la roue hydraulique primitive servaient de moteurs à des ateliers peu nombreux. Nous saurons alors accumuler, transporter et surtout utiliser ces énergies d'une manière proportionnée à l'accroissement de nos besoins; et qui peut dire si nos descendants de la troisième ou de la quatrième génération ne regarderont pas notre emploi exclusif de la houille avec les mêmes sentiments

---

(1) *Revue scientifique* du 5 mars 1881.

que nous inspire la vue des outils de pierre et de bronze de nos ancêtres? »

La seule chute du Niagara, où cent millions de tonnes d'eau tombent par heure d'une hauteur de 47 mètres, représente autant d'énergie que la houille qui se consomme actuellement sur toute la surface de la Terre.

§ 46.

On vient de voir quels sont, d'une part, l'avenir du charbon et, de l'autre, son passé jusqu'à l'époque houillère. Si nous voulons remonter au delà de cette époque, déjà si reculée, nos inductions deviennent moins sûres.

Le carbone paraît avoir fait défaut au début de l'existence de notre planète, car les roches dans lesquelles nous voyons la première croûte solidifiée ne présentent aucune trace de végétation et renferment très peu de carbonates. Accumulé au-dessous des terrains primitifs, il dut venir au jour par masses énormes au commencement de l'époque dite de transition; il était apporté par de puissantes sources minérales, uni à l'oxygène et au calcium.

Une partie restait sur le sol, et de là proviennent toutes les couches de marbre, de craie, de calcaires divers qui existent sur la Terre. Une autre partie se répandait dans l'atmosphère : c'était de l'acide carbonique venu avec les eaux à l'état gazeux, ou dégagé ultérieurement par elles à mesure qu'elles déposaient leurs carbonates en dissolution.

Ce mode de production s'est continué jusqu'à nos jours, et il a passé par plusieurs périodes de maximum, car on trouve des formations semblables à la houille dans les terrains plus modernes. Dans les conditions actuelles, les forêts ne fourniraient par siècle qu'une couche de houille de 16 millimètres d'épaisseur.

NOTE A.

SUR LES MOUVEMENTS ET LES DIMENSIONS DES MOLÉCULES.

(Voir §§ 3 et 4).

Vitesse moyenne des molécules dans les gaz. — Moyenne de libre parcours et nombre moyen des chocs par seconde. — Diamètre, section et volume moyens des molécules. — Nombre, écartement et poids moyens des molécules. — Une objection.

Les idées qui ont cours dans la Science relativement aux dimensions et aux mouvements des molécules frappent toujours d'étonnement l'esprit auquel elles sont présentées pour la première fois. Cependant nous les avons exposées, aux §§ 3 et 4, sans faire connaître les raisonnements qui y ont conduit : c'eût été une digression nous éloignant trop du sujet principal, et supposant d'ailleurs des notions qui ne devaient trouver leur place que dans les chapitres subséquents.

Il semble nécessaire de revenir sommairement sur la question. Elle a été traitée avec une grande hauteur par Clerk Maxwell et par Boltzmann en de nombreux Mémoires que le premier a publiés dans le *Philosophical Magazine* depuis 1860, et le second dans les *Wiener Sitzungsberichte* depuis 1868 [1].

---

[1] *Voir* aussi O. Meyer, *Kinetische Theorie der Gaze,* grand in-8, Breslau, 1877; la plupart des résultats numériques donnés ci-après sont empruntés à cet Ouvrage.

Ces auteurs commencent par établir la loi de probabilité des vitesses des molécules gazeuses, exprimée par l'équation

$$(1) \qquad \frac{n}{N} = \frac{h}{\sqrt{\pi}} e^{-h^2(\alpha_x - v_x)^2} dv_x,$$

où N désigne le nombre des molécules qui se trouvent dans un volume donné de gaz, h une constante dépendant des masses et de l'énergie dynamique moyenne, α_x la composante de la vitesse d'entraînement du système suivant une direction donnée x, et n le nombre des molécules dont la vitesse, estimée suivant la même direction, est comprise entre v_x et $v_x + dv_x$. C'est cette équation qui est représentée par la courbe en forme de *cloche,* à laquelle il est fait allusion dans le § 4.

Une fois en possession de cette loi, qui s'appelle *la loi de Maxwell,* on arrive à des résultats jouissant d'une très grande généralité. Nous voudrions suivre cette marche, où l'on verrait une nouvelle et importante application des curieuses fonctions qui servent de base aux théories de la *Probabilité du tir* et de la *Combinaison des observations;* mais il faudrait mettre en œuvre une analyse longue et difficile, peu en harmonie avec l'esprit du présent Ouvrage. Nous nous contenterons de démonstrations plus simples, suffisantes pour faire accepter les résultats que nous avons en vue, et dont le principe consiste à remplacer par une *chose* moyenne des *choses* différentes, mais très nombreuses.

Voici le programme de la marche que nous suivrons pour pénétrer dans ce monde mystérieux des Molécules, plus insondable encore dans sa petitesse que celui des étoiles dans son immensité. L'analyse du phénomène de la pression d'un gaz contre l'enveloppe dans laquelle il est emprisonné nous fera connaître la *vitesse moyenne* de ses molécules. Armés de cette première donnée, et analysant ensuite ce qui se passe au milieu d'une masse gazeuse qui se déplace avec des vitesses inégales dans ses diverses parties, nous arriverons à la *moyenne de libre parcours*. Enfin, avec l'aide de celle-ci, et en comparant les densités d'une même substance à l'état gazeux et à l'état liquide, nous déterminerons *les dimensions* des molécules, *leur poids*, *le nombre qu'il y en a dans un volume donné*, etc.

Il ne sera fait d'ailleurs aucune hypothèse sur la constitution et le mode d'activité des molécules, si ce n'est qu'elles sont, comme il a été dit § 3, « quelque chose de semblable aux corps solides, dont elles partagent les propriétés physiques et dont elles ne diffèrent que par l'échelle. » Assurément, ce n'est là qu'une *hypothèse,* car il existe, entre les dernières parcelles qui tombent sous nos sens et les molécules, un trop grand intervalle (*voir* la fin de l'art. III de la présente Note) pour que nous puissions étendre avec certitude à celles-ci ce que nous savons de celles-là. Mais cette hypothèse est naturelle, et elle a l'avantage de ne pas exiger une nouvelle mise d'idées.

I. — Vitesse moyenne des molécules dans les gaz.

Considérons une masse gazeuse renfermée dans un récipient de forme cubique, et abandonnée à elle-même depuis assez longtemps pour qu'un régime permanent s'y soit établi.

Concevons le récipient divisé en deux compartiments A, B par une cloison immatérielle, parallèle à deux faces opposées, et soient

v la vitesse d'une molécule passant de la région A dans la région B;

v_x, v_y, v_z les composantes de v suivant trois directions rectangulaires, la première supposée perpendiculaire au plan de séparation;

N le nombre total de molécules qu'il y a dans l'unité de volume (le mètre cube);

n le nombre de celles qu'il y a, dans la même unité de volume, possédant une vitesse égale à v_x suivant la direction x;

m la masse moyenne d'une molécule.

Le nombre des molécules qui, ayant la vitesse v_x, traversent pendant une seconde l'unité de surface du plan idéal de séparation est nv_x, et, comme la quantité de mouvement de chacun d'elles est mv_x, la quantité totale de mouvement apportée par elles dans la région B, aux dépens de la région A, est mnv_x^2.

Puisque le récipient n'en est ni déplacé ni déformé, l'effet de ce bombardement est annulé par la paroi qui termine la région B et qui supporte, du fait des molécules en question, une *poussée* dont la mesure est mnv_x^2.

Pour avoir la *poussée totale,* il faut faire la somme des valeurs de ce triple produit pour toutes les valeurs de v_x. Si nous représentons, en général, par $\mathfrak{M}(u)$ la valeur moyenne d'une variable quelconque u, cette somme est $P = mN\mathfrak{M}(v_x^2)$, et équivaut à

$$P = \tfrac{1}{3} mN\mathfrak{M}(v^2),$$

car on a, attendu que la poussée est la même dans tous les sens,

$$\mathfrak{M}(v_x^2) = \mathfrak{M}(v_y^2) = \mathfrak{M}(v_z^2) = \tfrac{1}{3}\mathfrak{M}(v^2).$$

Le produit mN, dont les deux facteurs sont inconnus séparément, n'est autre chose que la quantité de matière contenue dans l'unité de volume. D'après ce qu'on a vu au § 5, il est égal au poids de l'unité de volume (*poids spécifique* ou *den-*

sité) divisé par le nombre g. En désignant ce poids spécifique par ρ, il vient

$$(2) \qquad P = \frac{1}{3}\frac{\rho}{g}\mathfrak{M}(v^2).$$

On remarquera 1° que ρ est le quotient d'un nombre concret exprimant des kilogrammes par un nombre concret exprimant des mètres cubes [1], 2° que le rapport $\frac{\mathfrak{M}(v^2)}{g}$, homogène avec une expression telle que $\frac{v^2}{2g}$ du § 9, désigne des mètres. Notre

---

[1] Toute notation représentant une grandeur concrète doit être considérée comme *le produit d'une unité concrète par un nombre abstrait.* Les unités concrètes *simples* sont : 1^m (longueurs), 1^s (durées), 1^{kg} (forces), 1° (températures), etc. Les unités *complexes,* dont il importe toujours de très bien se rendre compte, sont : $1^m.1^m$ (surfaces), $1^m.1^m.1^m$ (volumes), $1^m.1^{kg}$ (énergies et *couples*), $1^{kg}.1^s$ (quantités de mouvement), $\frac{1^m}{1^s}$ (vitesses), $\frac{1^m}{1^s.1^s}$ (accélérations), $\frac{1^{kg}.1^s.1^s}{1^m}$ (masses), $\frac{1^{kg}}{1^m.1^m}$ (pressions), $\frac{1^{kg}}{1^m.1^m.1^m}$ (densités), $1^m.1^{kg}.1^s$ (actions, *voir* § 21), $1^m.1^{kg}.1^s.1^s$ (moments d'inertie), $75\,\frac{1^m.1^{kg}}{1^s}$ (chevaux-vapeur), $\frac{1852^m}{1^{\text{heure}}} = 0{,}5145\,\frac{1^m}{1^s}$ (nœuds marins), $\frac{1}{1^s}$ (vitesses angulaires), ...

Dans le système de l'unité absolue de Gauss (*voir* § 7), où l'unité de masse 1^μ est la quantité de matière contenue dans un litre d'eau, l'unité de force est $\frac{1^\mu.1^m}{1^s.1^s}$, et le kilogramme, ou unité de poids, est égal au produit de cette fraction par le nombre abstrait 9,81. Pour passer d'un système à l'autre, il suffit donc de remplacer 1^{kg} par $9{,}81\,\frac{1^\mu.1^m}{1^s.1^s}$, ou 1^μ par $0{,}10194\,\frac{1^{kg}.1^s.1^s}{1^m}$.

Une équation de Mécanique est *homogène* lorsque, en y mettant toutes les unités en évidence, elle se réduit à une équation entre nombres abstraits. Par exemple, l'équation

$$v^2 = 2gh$$

devient, si l'on désigne par $\mathfrak{v}$, $\mathfrak{g}$ et $\mathfrak{h}$ les nombres abstraits contenus resexpression P représente donc le quotient d'un nombre concret exprimant des *kilogrammètres* par un nombre concret exprimant des *mètres cubes*, et l'équation montre que P est *les deux tiers de l'énergie dynamique des molécules contenues dans chaque unité de volume :* sous cette forme, c'est la *mesure de la cause*.

Mais on peut encore, supprimant le facteur 1^m commun au numérateur et au dénominateur, considérer P comme le quotient d'un nombre concret exprimant des *kilogrammes* par un nombre concret exprimant des *mètres carrés*. C'est alors la *mesure de l'effet :* celui-ci s'appelle la *Pression par unité de surface,* et ainsi se trouve précisée cette notion à laquelle nous avions appliqué d'abord le mot vague de *poussée*. On sait que cette pression s'évalue par la force de même nature qu'il faut exercer en sens inverse pour maintenir en place une partie de la paroi qu'on aura rendue mobile et qui sera, ou un piston comme dans les machines à vapeur, ou une colonne liquide comme dans les manomètres, etc.

On tire de l'équation (2)

$$\mathfrak{M}(v^2) = \frac{3gP}{\rho},$$

et, en extrayant la racine carrée du second membre, on aura ce qu'on appelle la *moyenne quadratique des vitesses;* c'est le nombre dont le carré est la moyenne des carrés des vitesses; c'est encore la vitesse commune qu'il faudrait imprimer à

---

pectivement dans v, g et h,

$$\mathfrak{v}^2\left(\frac{1^m}{1^s}\right)^2 = 2\,\mathfrak{g}\mathfrak{h}\cdot\frac{1^m}{1^s\,.\,1^s}\cdot 1^m,$$

où les unités se détruisent. On devrait toujours laisser les équations homogènes, c'est-à-dire y faire figurer les unités qui ne sont pas comprises implicitement dans les notations et qui ne se détruisent pas.

toutes les molécules pour avoir une énergie dynamique totale égale à celle existante. Au moyen de la formule (1), — c'est la seule fois que nous l'invoquerons, et encore pourrait-on s'en passer en confondant les deux espèces de moyenne, attendu que la question est de celles où il serait puéril d'exiger une extrême rigueur dans les nombres, — on démontre que la *moyenne des vitesses elles-mêmes* s'en déduit en la multipliant par le facteur numérique $\sqrt{\frac{2^3}{3\pi}} = 0,921$ [1].

Nous désignerons ces deux moyennes respectivement par W et V, en sorte que nous avons

$$(3) \qquad W = \sqrt{\frac{3gP}{\rho}}, \quad V = 0,921\,W = \sqrt{\frac{8gP}{\pi\rho}}.$$

Pour faire des applications numériques, il faut remplacer P et ρ par leurs valeurs rapportées aux unités convenables. Prenons, par exemple, l'hydrogène, duquel il a été dit, au § 4, que la vitesse moyenne de ses molécules est d'environ *deux kilomètres par seconde.*

L'*Annuaire du Bureau des Longitudes* nous apprend que le poids d'un mètre cube d'hydrogène, à la température de $0°$ et sous la pression de 760^{mm}, est

$$\rho = 0^{kg},08958.$$

D'autre part, lorsqu'une pression p est donnée en millimètres de mercure et qu'on doit l'exprimer en kilogrammes par mètre

---

[1] Dans leurs calculs, les artilleurs font usage du facteur $\sqrt{\frac{2}{\pi}} = 0,798$ pour passer de l'écart moyen quadratique à la moyenne des écarts. L'exposant 3 et le diviseur 3 qu'il y a en plus ici proviennent, comme le même diviseur 3 dans l'équation (2), de ce que la probabilité d'une vitesse v est le produit de *trois* expressions analogues à (1).

carré, il faut multiplier le nombre p par le poids d'une colonne de mercure ayant un mètre carré de base et un millimètre de hauteur. Le volume de cette colonne est $\frac{1}{1000}$ de mètre cube, et son poids est $13^{kg},596$. La pression atmosphérique $p = 760^{mm}$ équivaut donc à

$$P = 13,596 \times 760 \frac{1^{kg}}{1^m . 1^m} = 10\,334 \frac{1^{kg}}{1^m . 1^m}.$$

En portant ces valeurs ρ et P dans les formules (3) et opérant de même pour divers autres gaz, on trouve les nombres inscrits dans le Tableau suivant :

Tableau I.

DÉSIGNATION des gaz.	VALEUR de ρ.	VITESSE moyenne quadratique.	VITESSE moyenne.
Hydrogène	^{kg} 0,0896	1843^m	1640^m
Oxygène	1,433	461	425
Azote	1,256	492	453
Air atmosphérique	1,293	485	447
Vapeur d'eau	0,806	614	566
Etc.	.....	...	...

Ces valeurs sont relatives à la température de 0°, ce que nous indiquerons en affectant de l'indice *zéro* les lettres ρ, V, W. Les valeurs relatives à une autre température θ peuvent s'en déduire avec le secours de la loi de Gay-Lussac, exprimée par la formule

$$P = k\rho(1 + \alpha\theta),$$

où k et α désignent deux constantes dont il faut d'abord préciser la signification.

En faisant $\theta = 0°$, et ayant égard à l'équation (2), on voit de suite que la première, k, a pour valeur

$$k = \frac{1}{3}\frac{W_0^2}{g}:$$

elle est les deux tiers de la hauteur à laquelle s'élèverait la molécule, animée de la vitesse W_0 suivant la verticale et n'étant déviée par aucun obstacle ([1]).

La seconde, α, désigne *un nombre abstrait divisé par* 1°, puisque θ est un nombre concret exprimant des degrés, et que le produit $\alpha\theta$ est homogène avec le nombre abstrait 1. On sait qu'elle est la même pour tous les gaz, et sa valeur classique ([2]) est

$$\alpha = \frac{0,003665}{1^\circ}, \quad \text{d'où} \quad \frac{1}{\alpha} = 1^\circ \times 273 = 273^\circ.$$

Si l'on pose

$$T = 273^\circ + \theta,$$

on tire aisément des équations précédentes

$$(4) \qquad \frac{W_\theta}{W_0} = \frac{V_\theta}{V_0} = \sqrt{\frac{T}{273^\circ}},$$

relation qui exprime que les vitesses V ou W sont proportionnelles aux racines carrées des valeurs de T, et permettra de les calculer pour une température donnée θ.

La fonction auxiliaire T s'appelle la *température absolue*,

([1]) Pour l'air atmosphérique, on a $W_0 = 485^m$, et la hauteur dont il s'agit est de *douze kilomètres*. Ce serait celle de l'atmosphère si aucune molécule ne possédait de vitesse supérieure à W_0. Mais il y en a *presque* 50 pour 100 qui sont dans ce cas.

([2]) D'après une discussion des faits aujourd'hui connus, la valeur la plus probable serait

$$\alpha = \frac{0,0036843}{1^\circ}, \quad \text{d'où} \quad \frac{1}{\alpha} = 271^\circ,4$$

(*Comptes rendus*, 1876, t. LXXXII, p. 450).

et son point de départ, c'est-à-dire la température centigrade de $-273°$, s'appelle le *zéro absolu*. En dépit du qualificatif, dont quelques personnes ont été dupes, il ne faut voir dans ces deux couples de mots que des métaphores donnant à la loi de Gay-Lussac une forme imagée et souvent commode, mais non des réalités physiques, même à titre d'approximation ou de limite. Car s'il nous était possible d'abaisser une masse gazeuse à la température de $-273°$, nous la verrions se liquéfier bien avant d'y arriver, et nous n'aurions plus, ni vitesse W, ni loi de Gay-Lussac. D'ailleurs, cette loi n'est qu'une *formule empirique* ou *d'interpolation,* et les formules de cette nature perdent toute valeur dès qu'on sort des limites entre lesquelles ont été faites les expériences dont elles sont la représentation.

III. — Moyenne de libre parcours et nombre moyen des chocs par seconde.

La moyenne de libre parcours, c'est-à-dire le chemin rectiligne L que parcourt en moyenne la molécule d'un gaz entre deux chocs consécutifs, se déduit de la considération du *frottement intérieur,* dont l'analyse qualitative a été donnée § 38, et dont il faut faire l'analyse quantitative [1].

Considérons une masse gazeuse, de hauteur indéfinie, s'écoulant au-dessus d'un plan horizontal : ce sera, par

---

[1] Des théories du frottement intérieur ont été données par
NAVIER, *Mémoires de l'Académie des Sciences,* 1823;
CAUCHY, *Exercices de Mathématiques,* 1828;
POISSON, *Journal de l'École Polytechnique,* 1831;
DE SAINT-VENANT, *Comptes rendus,* 1843;
Etc.

exemple, la masse aérienne dont il a été question § 34, voyageant par-dessus la surface de la mer ou du continent. Faisant abstraction des tourbillons et des remous, lesquels sont produits par des circonstances particulières et sont une autre cause de déperdition d'énergie sensible, on peut regarder cette masse gazeuse comme formée de couches superposées qui glissent les unes sur les autres avec une vitesse d'autant plus grande qu'elles sont plus élevées au-dessus du fond : c'est ce que nous appellerons la *vitesse de progression.*

En outre de la vitesse de progression, qui est là même pour toutes les molécules d'une même couche, chaque molécule en possède une autre; pour l'ensemble, ces autres vitesses ont une multitude de directions différentes, et une multitude de valeurs différentes dont la moyenne est V. Ainsi qu'on l'a vu § 38, le résultat de cet état de choses est de lancer un certain nombre de molécules d'une couche dans la voisine, et *vice versa;* et, à raison de la grandeur de V, il est permis d'admettre que ce nombre n'est pas influencé par la vitesse propre des couches. Dès lors, nous pouvons attribuer à celle-ci une valeur arbitraire, et nous supposerons, pour simplifier, qu'elle suit une loi telle que, à une hauteur quelconque z (en mètres), elle est exprimée par le même nombre z, c'est-à-dire est égale à $\frac{z}{1^s}$.

Le plan horizontal situé à la hauteur z est traversé de *bas en haut* par des molécules venant de la région au-dessous de lui et ayant en moyenne leur point de départ (leur dernier choc) entre les plans z et $z - L$. Une molécule m partie de la hauteur $z - \alpha L$, α désignant un nombre moindre que l'unité, avait, au moment de ce départ, une vitesse de progression égale à $\frac{z - \alpha L}{1^s}$. Si elle est lancée suivant la verticale, elle arrivera à la hauteur $z + (1 - \alpha)L$, où la vitesse de progression est $\frac{z + (1-\alpha)L}{1^s}$. Par son fait, la quantité de mouvement de la masse située au-dessus du plan z se trouvera diminuée de

$$m\frac{z + (1-\alpha)L}{1^s} - m\frac{z - \alpha L}{1^s} = \frac{mL}{1^s}.$$

A raison de la symétrie des diverses directions relativement à la verticale, nous pouvons accepter cette expression comme représentant l'effet moyen de toutes les molécules qui passent au-dessus du plan z.

Combien en passe-t-il par mètre carré et par seconde?

Il en passerait NV si toutes les molécules marchaient perpendiculairement au plan z et de bas en haut. Mais, comme elles ont toutes les directions possibles, on peut admettre, en vertu d'une décomposition trirectangulaire des vitesses semblable à celle faite pour le calcul de la pression, que le *tiers* de ce nombre seulement correspond à des directions verticales [1], et l'on n'en prendra que le *sixième* si l'on ne veut faire entrer en compte que des directions ascendantes.

Le nombre des molécules qui passent par mètre carré et par seconde, de dessous en dessus du plan z, est donc

$$\frac{1}{6}NV,$$

---

[1] Exact lorsqu'on n'a affaire qu'aux carrés des vitesses, comme dans l'article I, ce raisonnement cesse de l'être lorsqu'il s'agit des vitesses elles-mêmes, et ne doit plus être considéré alors que comme un moyen d'approximation. En partant de la formule (1), on trouve que le nombre moyen des molécules qui traversent l'unité de surface, dans le même sens, est $\frac{1}{4}$NV. Mais le coefficient de l'équation (5) ne dépend pas de cette seule considération, et sa valeur la plus probable, au lieu de $\frac{1}{3}$ ou $\frac{1}{4}$, paraît être $\frac{1}{\pi} = 0,318$, nombre intermédiaire.

et cette invasion diminue de

$$\frac{mL}{1^s} \times \frac{1}{6} NV = \frac{1}{6} \frac{\rho}{g} \frac{L}{1^s} V$$

la quantité de mouvement que possède la masse d'air située au-dessus du plan z.

On démontrerait de même que les molécules qui traversent le plan z *de haut en bas* apportent dans la région inférieure, aux dépens de la région supérieure, une quantité de mouvement qui a la même valeur, et dont la perte s'ajoute à la précédente. En sorte que la perte définitive est

$$\eta = \frac{1}{3} \frac{\rho}{g} \frac{L}{1^s} V; \tag{5}$$

c'est ce qu'on appelle le *coefficient du frottement intérieur des gaz*. On voit que ce coefficient n'est autre chose que *la quantité de mouvement soustraite de couche en couche par mètre carré et par seconde.*

Le diviseur 1^s est conservé parce que la lettre L, suivant sa définition, désigne une *longueur,* tandis qu'elle correspond à une *vitesse* dans la formule : elle renferme implicitement le multiplicateur 1^m, mais non le diviseur 1^s.

Si l'on observe que chaque molécule décrit une trajectoire formée de zigzags rectilignes dont la longueur moyenne est L, on en conclut que le nombre moyen des changements de direction, pour le trajet total V parcouru en une seconde, est

$$C = \frac{V . 1^s}{L}; \tag{6}$$

c'est le nombre moyen des chocs subis par cette molécule pendant le même temps.

L'inverse de ce nombre, savoir :

$$t = \frac{1^s}{C} = \frac{L}{V},$$

est la fraction de seconde qui s'écoule moyennement entre deux chocs successifs.

Divers procédés ont conduit à la détermination expérimentale de η. Nous n'en citerons qu'un, indiqué par Coulomb en 1809, perfectionné depuis par O. Meyer et par Maxwell, consistant dans l'emploi de disques fixés sur une tige métallique qui les traverse en leur centre. On les fait tourner d'un certain angle en tordant la tige sur son axe, puis on abandonne l'appareil à lui-même, et il décrit une série d'oscillations dont l'amplitude va en décroissant à raison de diverses résistances, en particulier celle due au frottement intérieur des couches gazeuses entraînées par les disques. On élimine les autres résistances en variant les conditions de l'expérience, et l'on calcule η au moyen de formules que fournit la théorie de la torsion.

Quand on connaît η, on en déduit L par la formule

$$(5') \qquad \frac{L}{1^s} = \frac{3g\eta}{\rho V}$$

en y substituant les valeurs ρ et V données dans le Tableau I. On a ensuite C par la formule (6).

Le Tableau suivant fait connaître : 1° les valeurs de η admises par O. Meyer pour les gaz mentionnés dans le Tableau I; 2° les valeurs qui en résultent pour L et C. Le *centimètre* y est pris pour unité.

Ces valeurs sont relatives à la pression ordinaire, ce que nous indiquerons en affectant de l'indice *zéro* les lettres P, L, C. La formule (5') n'est pas commode pour passer à d'autres pressions, en raison de la présence du facteur η, dont on ignore la relation avec P. Mais les équations (9) et (11), qui seront démontrées ci-après, ne contiennent pas η et donnent

$$L\rho = \frac{mg'}{\sqrt{2}\,\pi\sigma^2},$$

d'où l'on voit que le produit $L\rho$ est constant pour un même gaz [1]. Il en est dès lors de même pour le produit LP, et l'on a

$$LP = L_0 P_0,$$

relation permettant de calculer L pour toute valeur donnée de P.

Tableau II.

DÉSIGNATION des gaz.	VALEUR de η.	MOYENNE de libre parcours.	NOMBRE MOYEN de chocs par seconde.
Hydrogène	0,000093	cm 0,00001855	9480 millions
Oxygène	212	1059	4065 »
Azote	184	0986	4760 »
Air atmosphérique	175	0950	4700 »
Vapeur d'eau	097	0649	9035 »

Pour une pression cent mille fois moindre que celle de l'atmosphère ($p = 0^{mm},0076$), vide que produisent à peine les meilleures machines pneumatiques, la moyenne de libre parcours, devenue cent mille fois plus grande, est d'*un centimètre* environ, et le nombre des chocs n'est plus que de 47 000 par seconde.

---

(1) Revenant à la formule (5'), on en conclut que η est indépendant de la pression, conséquence qui paraît choquante au premier abord, mais que l'expérience confirme.

M. Crookes, l'inventeur du radiomètre, est parvenu à faire des vides de *un millionième* d'atmosphère. Le nombre des collisions est alors assez réduit pour qu'on en puisse faire abstraction, et les molécules prennent des propriétés assez nouvelles et assez caractéristiques pour qu'on se soit cru autorisé à considérer ce degré de raréfaction comme le commencement d'un quatrième état de la matière, qu'on a appelé l'*État ultra-gazeux,* ou la *Matière radiante* (1).

III. — Diamètre, section et poids moyens des molécules.

Appelons σ le diamètre moyen des molécules, c'est-à-dire (*voir* la note de la page 24) la moyenne de la plus courte distance des centres dans un grand nombre de chocs, et concevons qu'une molécule isolée μ, animée de la vitesse v, soit introduite dans un milieu gazeux où les molécules m possèdent la vitesse moyenne V.

Comme les directions de celles-ci font tous les angles possibles, les unes d'un côté, les autres symétriquement du côté opposé, avec un plan perpendiculaire au trajet suivi par la nouvelle venue, on peut concevoir et substituer à l'état réel, à titre d'état moyen, un état de choses où toutes les vitesses seraient dans de pareils plans. La vitesse relative moyenne est alors $\sqrt{v^2+V^2}$, c'est-à-dire que la molécule μ décrit au milieu des m, en une seconde, un volume cylindrique dont telle est la longueur, dont la section droite est $\pi\sigma^2$, et dans lequel il y a

$$\sqrt{v^2+V^2}\,.\,\pi\sigma^2 N$$

molécules m. En divisant par ce nombre le trajet accompli v,

(1) *Voir* Crookes, *La matière radiante.* In-8, Gauthier-Villars, 1880.

nous avons la distance moyenne comprise entre deux rencontres successives, savoir :

$$\frac{v}{\sqrt{v^2 + V^2} \cdot \pi\sigma^2 N}.$$

Au lieu d'une seule molécule μ, supposons qu'il y en ait une multitude ayant toutes les directions imaginables, et dont les vitesses v aient aussi la valeur moyenne V [1]. Alors les μ ne sont ni plus ni moins que des m, et cette expression devient

$$\frac{1}{\sqrt{2}\pi\sigma^2 N} = \frac{0,707}{\pi\sigma^2 N}.$$

C'est une *deuxième forme* de L, qui nous fera connaître σ, au moins pour certains gaz, avec le secours d'une nouvelle donnée expérimentale.

On en tire

$$(7) \qquad 1 = \sqrt{2}\pi\sigma^2 NL,$$

d'où

$$\sigma = 6\sqrt{2} \cdot \tfrac{1}{6}\pi\sigma^3 N \cdot L,$$

ou, en posant $\varepsilon = \frac{1}{6}\pi\sigma^3 N$,

$$\sigma = 6\sqrt{2}\varepsilon L = 8,484\varepsilon L.$$

Or $\frac{1}{6}\pi\sigma^3$ est le volume d'une molécule. ε est donc le volume total des molécules contenues dans un mètre cube, ou *le rapport du volume réel des molécules au volume apparent dans lequel elles s'agitent.*

Si on liquéfie le gaz, le volume apparent est réduit à peu près autant que possible, et les interstices restants peuvent

---

[1] En attribuant à cette moyenne une valeur différente V', on ferait les théories des *Mélanges de gaz,* de la *Diffusion,* etc.

être considérés comme négligeables en présence de ceux qu'il y avait dans l'état gazeux. Sous cette condition, ε *est égal au rapport des densités du gaz et du liquide.*

On trouve ainsi les valeurs de σ qui, exprimées en *millionièmes de millimètre*, sont inscrites dans la première partie du Tableau suivant. Elles sont un peu fortes, puisque la méthode ajoute au diamètre des molécules leur demi-intervalle moyen dans l'état liquide [1].

Tableau III.

DÉSIGNATION des substances.	DENSITÉ A L'ÉTAT gazeux.	DENSITÉ A L'ÉTAT liquide.	VALEUR de ε.	VALEUR de σ.	VALEUR de $\frac{1}{4}\pi\sigma^2$.	VALEUR de $\frac{1}{6}\pi\sigma^3$.
Eau..............	0,806	1000	0,00031	0,44	0,15	0,046
Acide carbonique..	1,977	998	,00198	1,14	1,02	0,779
Ammoniaque......	0,761	650	,00119	0,45	0,16	0,049
Chlore...........	3,180	1330	,00238	0,96	0,72	0,459
Etc..............	.....	.....	....	....	....	.....
Air atmosphérique.	.....	.....	....	0,30	0,07	0,114
Eau..............	.....	.....	....	0,14	//	//
Acide carbonique..	.....	.....	....	0,18	//	//
Etc..............	.....	.....	....	....	....	.....

Cette méthode n'est, d'ailleurs, applicable qu'aux substances pour lesquelles on connaît à la fois la densité de l'état gazeux et celle de l'état liquide. On a trouvé [2] dans une théorie qui

[1] Une autre cause d'erreur, agissant dans le même sens, consiste en ce que la longueur L, prise comme longueur moyenne du libre parcours, est relative aux centres des molécules et ne tient pas compte de leur grosseur. Elle est trop forte de σ pour les chocs centraux et d'environ $\frac{2}{3}\sigma$ pour le *choc moyen.*

[2] Voir *Annales de Poggendorff,* 1877.

rattache au volume des molécules les divergences constatées par les physiciens entre les gaz et la loi de Mariotte un autre procédé d'évaluation que nous ne faisons qu'indiquer, et qui donne les valeurs inscrites dans la deuxième partie du même Tableau III.

En rapprochant de ces nombres les indications fournies par les autres méthodes indiquées au § 3, on s'est trouvé à la tête d'un assez vaste ensemble de faits permettant de conclure que le diamètre moléculaire ne saurait être sensiblement supérieur à

un millionième de millimètre, $\left(\frac{1^{\text{mm}}}{10^6}\right)$,

ni sensiblement inférieur à

un dix-millionième de millimètre, $\left(\frac{1^{\text{mm}}}{10^7}\right)$.

Comme nos plus puissants microscopes nous font voir jusqu'à la quatre-millième partie d'un millimètre, il faudrait que ce diamètre devînt de 250 à 2500 fois plus grand pour que nous pussions apercevoir la molécule avec ces instruments.

IV. — Nombre, écartement et poids moyens des molécules.

Au sein de la masse gazeuse, isolons par la pensée un cube de *un mètre* de côté, et divisons-le, par trois séries de plans équidistants parallèles aux faces, en compartiments dont chacun renferme en moyenne *une* molécule. Le côté λ d'un des cubes élémentaires ainsi formés peut être appelé l'*écartement moyen des molécules,* et l'on a

$$\lambda^3 N = 1. \tag{8}$$

Une fois qu'on connaît σ, les équations (7) et (8) permettent de calculer N et λ; puis la relation

$$(9) \qquad m\mathrm{N} = \frac{\rho}{g}, \quad mg = \frac{\rho}{\mathrm{N}} = \rho\lambda^3$$

fait connaître le poids mg d'une molécule.

On ne devra pas être étonné si, en faisant ce calcul, on trouve les mêmes valeurs N et λ pour tous les gaz, la température et la pression étant supposées les mêmes. En effet, la température du gaz, ou l'énergie dynamique *moyenne* d'une de ses molécules (*voir* le § 28), et la pression du gaz, ou l'énergie dynamique *totale* des molécules contenues dans l'unité de volume (*voir* l'article Ier de la présente Note), ont respectivement pour expressions

$$(10) \qquad \mathrm{E} = \frac{1}{2} m\mathrm{V}^2 \quad \text{et} \quad \mathrm{P} = \frac{1}{3} \cdot \frac{\rho}{g} \mathrm{W}^2,$$

W et V désignant les valeurs données dans le Tableau I. Si l'on considère divers gaz avec les mêmes valeurs de E et de P, il résulte :

1° Des équations (10), que celles de m et de ρ sont proportionnelles (c'est ce qu'on appelle la *règle d'Avogadro*, connue depuis 1811, mais obtenue alors par d'autres considérations);

2° De la première des équations (9), que celles de N sont les mêmes;

3° De l'équation (8), que celles de λ sont aussi les mêmes.

Pour la pression et la température ordinaires, et en se contentant d'un chiffre significatif, on trouve qu'il y a

20 *trillions*

de molécules dans *un centimètre cube* de gaz, et que leur écartement moyen est entre

3 et 4 millionièmes de millimètre.

On voit que la moyenne de libre parcours est environ trente fois plus grande que l'intervalle moyen, celui-ci environ dix fois plus grand que le diamètre, enfin le volume occupé environ trois mille fois plus grand que le volume réel.

Le lecteur est invité à comparer ces résultats obtenus pour les *molécules des corps* avec ceux obtenus pour les *globules des nuages* (note de la page 97).

En ce qui concerne le poids, on trouve que, pour faire *un* milligramme, il faut

10 trillions de molécules d'air atmosphérique,
140 » d'hydrogène,
Etc...

En éliminant N entre les équations (7) et (8), il vient

$$\lambda^3 = \sqrt{2}\,\pi\sigma^2 \mathrm{L}\ : \tag{11}$$

c'est l'équation dite *de Clausius,* à laquelle il est fait allusion dans la note de la page 24. Elle a été donnée par cet auteur en 1858.

V. — Une objection.

Un gaz est donc caractérisé par trois choses : la constitution propre de ses molécules, leur moyenne de libre parcours et leur vitesse moyenne. Le premier élément définit le gaz au point de vue chimique. Le second dépend de la pression, à laquelle il est inversement proportionnel. Le troisième dépend de la température; nul à celle de -273°, il a, à celle de 0°, les valeurs considérables qui sont données dans le Tableau I;

encore ces valeurs ne correspondent-elles qu'à une partie, la plus forte il est vrai, de l'énergie calorifique qu'il y a dans une masse gazeuse donnée, l'autre partie appartenant aux mouvements qui ont lieu dans le sein des molécules elles-mêmes.

Cette manière de concevoir les gaz permet d'établir *a priori* les faits connus, et d'en découvrir de nouveaux. Lorsque, il y a vingt-cinq ans environ, Clausius en soumit au monde savant le point de départ, consistant dans l'équation (2), on lui opposa une objection qui est quelque peu spécieuse. Si les molécules des gaz et des vapeurs sont animées de pareilles vitesses, disait-on, comment se fait-il que la fumée qui sort du tuyau d'une locomotive ou de la bouche d'un fumeur ne soit pas emportée instantanément? Comment se fait-il encore que ces molécules propagent la chaleur avec une lenteur telle que, dans les expériences de caléfaction par exemple, la vapeur forme elle-même autour de la goutte liquide une enveloppe protectrice?

L'objection a sa réponse dans les raisonnements de l'article II. La *Diffusion,* la *Propagation de la chaleur par conductibilité* et le *Frottement intérieur* ne sont autre chose, la première qu'un transport de matière, la deuxième qu'un transport de force vive invisible, et le troisième qu'un transport de quantité de mouvement visible. Mais ces trois choses ont un seul et même véhicule comme un seul et même support, savoir : la molécule. Le mode de raisonnement qui a été appliqué à l'une d'elles dans l'article II peut l'être aux deux autres. Nous ne le reprendrons pas, nous contentant de dire qu'il fournit, pour le coefficient de diffusion et pour le coefficient de conductibilité, des valeurs qui sont, de même que celle η du coefficient de frottement, des fonctions très simples des constantes spécifiques V et L. *Ces valeurs sont excessivement faibles eu égard à la vitesse propre de la molécule, à* *raison de la multitude des chocs et des changements de direction que subit celle-ci* (*voir* la dernière colonne du Tableau II); elles sont toutes identiques avec celles que donne directement l'expérience, et cet accord est une confirmation de la théorie de Clausius.

NOTE B.

L'ATOME.

Dans la Note précédente, nous n'avons considéré que la *Molécule,* c'est-à-dire l'élément immédiat de l'architecture des corps, l'agglomération de premier ordre (*voir* § 3) qui se présente par rapport à eux comme une grandeur évanouissante, mais qui est à son tour un système architectural d'agglomérations d'ordres inférieurs.

C'est cette architecture interne de la molécule qui détermine les caractères spécifiques constatés par la Chimie. Tout nous montre qu'elle est aussi variée que celle des systèmes qui tombent sous nos sens ou qui nous écrasent par leur immensité, et des hypothèses constituant déjà des corps entiers de doctrine ont été faites à son sujet.

Nous ne nous y arrêterons pas, mais, passant par-dessus les agglomérations des divers ordres, nous ramènerons un instant l'attention du lecteur sur l'élément primordial, l'*Atome,* duquel il a été dit, § 2, qu'aucune des propriétés que présentent les corps ou les molécules ne saurait lui être appliquée, parce qu'elles découlent essentiellement du fait même de l'agglomération. Suivant certains penseurs, l'*étendue* elle-même serait dans ce cas.

Or ce n'est que par ces propriétés que l'esprit humain conçoit l'existence matérielle, et il semble que la conception ne puisse plus avoir lieu si cette base lui est enlevée. Pour donner néanmoins un appui à l'idée qu'on doit se faire de l'atome, nous citerons l'hypothèse très ingénieuse qui a été émise récemment par sir William Thomson (1).

Elle a pour origine un grand travail mathématique d'Helmholtz sur certains mouvements rotatoires qui ont lieu dans les fluides (2), et elle revient à considérer les éléments de la matière comme des portions d'un fluide présent *partout* dans l'espace, animées de pareils mouvements.

Imaginez un *filament* rectiligne tournant sur lui-même avec une assez grande vitesse; puis ployez-le et réunissez ses deux bouts de manière à en faire une courbe fermée; enfin réduisez cette courbe à la petitesse que révèlent les considérations développées ci-dessus; vous aurez une idée de ce qu'on a appelé l'*Atome-tourbillon*. Vous pouvez, de la manière suivante employée par Tait, réaliser cette chose approximativement et constater quelques-unes de ses propriétés. Ayez une boîte oblongue, dont un des bouts soit percé d'un trou de quelques centimètres carrés, et dont l'autre bout soit fermé par un linge fortement tendu. Mettez-y une première soucoupe contenant une dissolution concentrée d'ammoniaque, et une autre contenant du sel de cuisine avec de l'acide sulfurique. Il se dégagera à la fois de l'ammoniaque et de l'acide chlorhydrique : ces deux gaz formeront ensemble un sel solide dont les particules resteront suspendues dans l'air de la boîte comme celles de la fumée de charbon dans l'atmosphère, et le rendront visible. Chaque fois que vous donnerez un coup de poing dans la paroi flexible, vous ferez sortir par le trou un

(1) *Philosophical Magazine*, 1867. — *Voir* aussi TAIT, *Recent advances*, pages 283-300.

(2) *Ueber Integrale der hydrodynamischen Gleichungen, welche den Wirbelbewegungen entsprechen* (*Journal de Crelle* pour 1858).

Anneau-tourbillon qui s'éloignera en conservant longtemps sa forme circulaire. Dans le tir des canons, on voit souvent un pareil anneau sortir du canal de lumière et s'élever lentement jusqu'à une grande hauteur; certains fumeurs savent très bien le produire avec la fumée de tabac qu'ils expirent.

A ce genre de mouvement, mais sur une tout autre échelle et avec la forme *non fermée*, appartient encore la puissante Trombe marine, dont *Camoëns* donne une description qu'on dirait faite en vue du présent ordre d'idées : « Le tube n'était d'abord qu'une légère vapeur rassemblée par les vents et voltigeant à la surface de la mer. Bientôt elle s'agite en tourbillon et, sans quitter les flots, s'élève en long tuyau jusqu'aux cieux, semblable au métal obéissant qui s'arrondit et s'allonge sous la main de l'ouvrier. Substance aérienne, elle échappe quelque temps à la vue; mais elle se gonfle à mesure qu'elle absorbe les vagues, et sa grosseur surpasse la grosseur des mâts. Elle suit en se balançant les ondulations des flots; un nuage la couronne et engloutit dans ses vastes flancs les eaux qu'elle aspire. »

En lançant successivement plusieurs anneaux au moyen de la boîte de Tait, on peut voir ce qui se passe quand ils se heurtent, quand l'un d'eux en traverse un autre plus grand, etc.

Si l'on suppose un fluide illimité, homogène, incompressible et exempt de frottement, on démontre par l'analyse mathématique : — que des *Filaments-tourbillons* sont nécessairement fermés [1], mais qu'ils peuvent présenter des rebroussements

---

[1] Dans un fluide *limité*, ils peuvent être ouverts, et alors les deux *bouts* sont sur la surface libre. Passez verticalement et rapidement le manche d'une cuillère dans une tasse pleine d'eau; vous verrez deux petits entonnoirs tournant en sens contraire l'un de l'autre et marchant de front dans le sens du mouvement que vous aurez fait : ce seront les deux bouts d'un *filament-tourbillon*.

et des nœuds, — qu'ils ne sauraient être engendrés que par une cause créatrice extérieure, — qu'à moins d'une nouvelle intervention prenant sa force hors du système, ils sont *insécables* et *indestructibles;* — qu'ils possèdent tous les caractères de l'individualité et conservent éternellement les qualités déterminées par l'impulsion qui leur donna naissance.

Ces propriétés font de ces petits êtres autant de *sources permanentes d'énergie* et les rendent éminemment aptes à expliquer les apparences que nous appelons *Matière et Mouvement :* jointe à la flexibilité, leur impénétrabilité n'est plus incompatible avec l'élasticité, ce qui est la pierre d'achoppement des autres hypothèses attribuant à l'atome une étendue finie; ils exercent les uns sur les autres des actions ayant pour résultat apparent une attraction à distance, comme l'ont démontré Kirchhoff et Boltzmann (¹); leur forme annulaire s'accorde très bien avec la forme aplatie ou allongée que l'on est conduit à supposer à certaines catégories de molécules, etc.

Malheureusement leur théorie, une des plus difficiles qu'il y ait en Mécanique rationnelle, est encore peu avancée. On en trouvera les traits principaux dans la 20e Leçon de Kirchhoff, *Vorlesungen über mathematische Physik* (²), ouvrage important dont il n'existe pas de traduction française.

(¹) *Journal de Crelle :* 1870, pp. 237 et 263; 1871, p. 111.

(²) Leipzig, gr. in-8, 1876, 466 pages, 30 Leçons. — Un autre Traité de *Mécanique rationnelle,* auquel nous attachons une grande importance et dont nous voudrions aussi posséder la traduction française, est celui de Tait et Thomson, cité pages 47, 116 et 118. Ces deux livres auraient leur place à côté des œuvres magistrales de Bour et de Resal, et ne feraient pas double emploi avec elles.

NOTE C.

SUR LE PRINCIPE DE MOINDRE EFFORT.

(Voir § 20.)

Le principe de moindre effort, qu'on peut déduire du principe de d'Alembert et qui devrait avoir sa place à côté de celui-ci dans les Traités de Mécanique, est dû à *Gauss* et s'énonce ainsi :

Le mouvement d'un système de points matériels liés entre eux d'une manière quelconque, dont les déplacements sont, en outre, assujettis à des conditions quelconques, s'accomplit, pendant chaque élément de temps dt, dans la plus grande concordance possible avec le mouvement libre, c'est-à-dire sous le moindre effort possible. *On prend, pour mesure de l'effort que supporte le système, la somme des produits de la masse de chaque point par le carré de sa déviation, et l'on entend par* déviation *d'un des points la distance de la position qu'il occupe à la fin du temps dt à celle qu'il occuperait s'il eût été libre.*

Commençons par préciser le sens de quelques expressions qui figurent dans cet énoncé :

1° *Point matériel.* — Par Point matériel (*comparez* § 2), on entend un point sans dimensions, mobile, qui st, eet c'est en cela qu'il diffère du *Point géométrique,* le siège d'une cause déterminée en grandeur : la *Masse.* On peut concevoir plusieurs points de ce genre occupant ou traversant simultanément le même lieu de l'espace, et c'est ainsi qu'on acquiert la notion de masses doubles, triples, etc.

2° *Un système.* — Voir § 19, 1°.

3° *Mouvement libre.* — Le mouvement libre est celui que prend un point matériel simple, soumis à une seule cause de mouvement déterminée en grandeur et en direction. Ces causes sont de deux espèces : continuation d'un mouvement préexistant et communication d'une nouvelle vitesse. Les causes de la première espèce existent *toujours,* en considérant le *repos,* ou la vitesse *zéro,* comme un cas particulier du mouvement. Dès qu'agit une cause de la seconde espèce, une *Force,* le mouvement cesse d'être libre, et il tombe sous le coup du principe de moindre effort.

Dans le cas de plusieurs points matériels, il y a encore effort lorsque, animés de vitesses différentes, ils sont liés ensemble d'une manière invariable.

4° *Conditions.* — Pour le mouvement d'un point isolé, la condition a toujours cette signification qu'il faut le considérer comme ne pouvant pas aller dans tout l'espace qui l'environne : le lieu géométrique des positions qui ne lui sont pas interdites peut former

un volume,
une surface,
une ligne,
un point;

et la condition s'exprime, dans les quatre cas respectivement, par

une inégalité,

une équation,

deux équations,

trois équations.

Dans le cas de plusieurs points, la condition peut aussi consister en ce qu'il y ait une relation déterminée entre les coordonnées de l'un d'eux et celles d'un ou plusieurs des autres.

On voit, par son seul énoncé, que le principe de Gauss a une immense généralité, qu'il contient en germe toutes les conditions de l'équilibre et du mouvement, et qu'il est capable de porter à lui seul, combiné toutefois avec le fait de l'inertie de la matière (*voir* § 14), l'édifice entier de la Science. Il faudrait pour cela l'établir *a priori*, par exemple de la manière suivante.

Le jugement général qu'il porte, à savoir que tout déplacement s'accomplit sous la condition du minimum d'effort, est tellement naturel qu'on peut l'admettre comme *postulatum*. Reste à poser une définition scientifique de l'*Effort*.

Soient

a la position du point matériel au commencement du temps dt;

b la position où il serait à la fin de ce temps s'il était libre;

c celle où il est réellement;

m sa masse;

f la force qui agit sur lui dans la direction bc.

Il est naturel de considérer l'effort comme proportionnel au *travail* de la force, c'est-à-dire au produit $f \times bc$ (*voir* § 11). Mais la force est elle-même proportionnelle au produit $m \times bc$ (*voir* § 7); la mesure de l'effort sera donc

$$m \times \overline{bc}^2,$$

comme il est dit dans l'énoncé. Si le point est resté immobile, cette mesure devient

$$m \times \overline{ac}^2,$$

et c'est ainsi que le principe s'étend au cas de l'équilibre.

En se référant à la note de la page 157, on voit que l'*unité d'effort* est, comme celle des moments d'inertie,

$$1^{kg}.1^{m}.1^{s}.1^{s},$$

et qu'elle *est le produit de l'unité d'action par l'unité de temps.*

Les deux applications qui suivent suffiront pour montrer l'esprit et la fécondité du principe de moindre effort.

I. — Composition des forces.

Un point matériel de masse m, situé en A, est sollicité en même temps par n forces diversement dirigées

$$f_1, f_2, \ldots, f_i, \ldots, f_n;$$

il est clair qu'il ne peut pas obéir à chacune d'elles séparément; son mouvement n'est donc pas libre, et la restriction consiste en ce que les points d'application des forces, considérés comme autant de points matériels distincts occupant actuellement le même lieu A, doivent continuer à rester ensemble. On demande quel sera ce mouvement.

Si la force f_i agissait seule, le point m aurait parcouru dans sa direction, au bout du temps dt, le chemin $\frac{f_i}{m}\frac{dt^2}{2}$; avec une masse n fois plus faible, il aurait fait un trajet n fois plus grand, et la force f_i équivaut au mouvement libre $n\frac{f_i}{m}\frac{dt^2}{2}$ de la $n^{\text{ième}}$ partie de la masse m.

Ainsi nous ne changeons rien à l'état des choses en admettant que la masse m est divisée en n parties égales formant chacune un point matériel simple; que le mouvement libre de la première serait $n\frac{f_1}{m}\frac{dt^2}{2}$ dans la direction de la force f_1, celui de la seconde $n\frac{f_2}{m}\frac{dt^2}{2}$ dans la direction de la force f_2, ..., mais que ces n points simples sont assujettis à la condition de rester constamment unis.

Si, prenant la position initiale A pour origine des coordonnées, nous appelons

$$(x_1, y_1, z_1), \quad (x_2, y_2, z_2), \quad \ldots, \quad (x_n, y_n, z_n)$$

les extrémités des chemins correspondant aux mouvements libres, et

$$(\xi, \eta, \zeta)$$

celle du chemin unique que le point A suit en réalité, ces dernières cordonnées devront rendre minimum l'expression

$$E = \frac{m}{n}\Sigma[(x_i - \xi)^2 + (y_i - \eta)^2 + (z_i - \zeta)^2],$$

où le signe Σ porte sur les valeurs 1, 2, 3, ..., n de l'indice i. On trouve ainsi

$$\xi = \frac{\Sigma x_i}{n}, \quad \eta = \frac{\Sigma y_i}{n}, \quad \zeta = \frac{\Sigma z_i}{n},$$

d'où l'on voit que le point m se sera rendu, au bout du temps dt, au centre de gravité des points en lesquels chaque force, agissant séparément, aurait amené au bout du même temps la $n^{\text{ième}}$ partie de sa masse.

Ce théorème détermine à la fois la direction et l'intensité de la résultante. On peut le débarrasser des infiniment petits en remplaçant les longueurs $n\frac{f}{m}\frac{dt^2}{2}$ par des longueurs finies qui leur soient proportionnelles, ou, ce qui revient au même puisque le facteur $\frac{n}{m}\frac{dt^2}{2}$ leur est commun, par des longueurs qui soient proportionnelles aux intensités f.

Pour le cas de *deux* forces, cela conduit à doubler la longueur représentant chacune d'elles et à prendre le milieu de la droite qui joint les deux extrémités ainsi obtenues; construction revenant évidemment au même que celle dite du *Parallélogramme des forces*.

II. — Extension du principe de d'Alembert.

n points distincts ayant respectivement les masses

$$m_1,\ m_2,\ m_3,\ \ldots,\ m_n$$

sont sollicités chacun par des forces connues, mais leurs déplacements sont soumis, d'autre part, à des liaisons ou autres conditions données; on demande de déterminer leur mouvement.

Désignons par

$$(x_1, y_1, z_1),\quad (x_2, y_2, z_2),\quad \ldots,\quad (x_n, y_n, z_n)$$

leurs coordonnées respectives au temps t; considérons l'un d'eux en particulier, et appelons

$$\text{(A)}\qquad (x_i + \alpha_i, y_i + \beta_i, z_i + \gamma_i)$$

la position où il arriverait au bout du temps $t + dt$ sans l'intervention des conditions imposées. Nous pouvons la déterminer d'après le théorème précédent et la considérer, dans la question actuelle, comme le résultat d'un mouvement (*relativement*) libre. En général, l'ensemble des points (A) ainsi obtenus sera en contradiction avec les conditions, et il s'agit de le changer en un autre

$$(\mathrm{B}) \qquad (x_i+\xi_i, y_i+\eta_i, z_i+\zeta_i),$$

dans lequel ces contradictions n'existent plus.

Pour celà, il faudra encore appliquer le principe de moindre effort et, parmi toutes les valeurs imaginables des ξ, η, ζ, choisir celles qui rendent minimum l'expression

$$E = \Sigma m_i[(\alpha_i-\xi_i)^2+(\beta_i-\eta_i)^2+(\gamma_i-\zeta_i)^2],$$

le signe Σ portant sur les valeurs $1, 2, 3, \ldots, n$ de l'indice i.

Cette formule détermine le mouvement, mais il convient de la débarrasser des infiniment petits qu'elle renferme. A cet effet, appelons

$$u_i, \quad v_i, \quad w_i$$

les vitesses dont le point m_i est animé parallèlement aux axes à l'époque t, et

$$F_i, \quad G_i, \quad H_i$$

les composantes, suivant les mêmes directions, de l'ensemble des forces qui agissent sur lui à la même époque. Les composantes α_i, β_i, γ_i du déplacement qui correspondrait au mouvement libre, et celles ξ_i, η_i, ζ_i du déplacement qui correspond au mouvement réel, sont

$$\left\{\begin{aligned} \alpha_i &= u_i dt + \frac{1}{2}\frac{F_i}{m_i}dt^2, \\ \beta_i &= v_i dt + \frac{1}{2}\frac{G_i}{m_i}dt^2, \\ \gamma_i &= w_i dt + \frac{1}{2}\frac{H_i}{m_i}dt^2; \end{aligned}\right. \qquad \left\{\begin{aligned} \xi_i &= \frac{dx_i}{dt}dt + \frac{1}{2}\frac{d^2x_i}{dt^2}dt^2, \\ \eta_i &= \frac{dy_i}{dt}dt + \frac{1}{2}\frac{d^2y_i}{dt^2}dt^2, \\ \zeta_i &= \frac{dz_i}{dt}dt + \frac{1}{2}\frac{d^2z_i}{dt^2}dt^2. \end{aligned}\right.$$

En substituant ces valeurs dans E et observant que

$$u_i = \frac{dx_i}{dt}, \quad v_i = \frac{dy_i}{dt}, \quad w_i = \frac{dz_i}{dt},$$

nous voyons que le minimum de E correspond à celui de l'expression finie

$$Z = \Sigma\left[\left(F_i - m_i\frac{d^2x_i}{dt^2}\right)^2 + \left(G_i - m_i\frac{d^2y_i}{dt^2}\right)^2 + \left(H_i - m_i\frac{d^2z_i}{dt^2}\right)^2\right],$$

où le signe Σ a toujours la même signification.

Si toutes les conditions sont exprimées par des *équations,* la condition du minimum de Z équivaut elle-même à l'équation

$$dZ = 0,$$

qui n'est autre que celle (*voir* la note de la page 47) que l'on obtient en appliquant le principe de d'Alembert combiné avec celui des vitesses virtuelles. Mais si, parmi les conditions, il y en a qui soient exprimées par des *inégalités,* c'est-à-dire se présentent sous la forme

$$f(x_1, y_1, z_1; x_2, y_2, z_2; \ldots) \geqq 0,$$

alors l'équation $dZ = 0$ devient inexacte, tandis que le principe de Gauss, plus général que les deux autres, conserve toute sa valeur et fournit toujours la solution du problème.

Le principe de Gauss peut donc servir à résoudre toutes les questions qui se traitent d'ordinaire par celui de d'Alembert. Reconnaissons toutefois que ce dernier, s'il n'a pas au point de vue philosophique le cachet de naturel et d'élégance qui distingue le premier à un si haut degré, conduit *généralement,* dans les applications, à des calculs plus simples; mais ce n'est pas *toujours* et il y a plus d'un cas où, au contraire, le principe de Gauss donne la solution la plus directe.

On remarquera l'analogie qui existe entre le principe de moindre effort en Mécanique et celui des moindres carrés dans la Combinaison des observations, savoir : *Les changements à faire pour compenser un système de résultats d'observations qui se contredisent mutuellement, s'obtiennent par le principe de moindre effort, en prenant pour* mesure de l'effort *la somme des produits des carrés des changements faits à chaque résultat, par un certain coefficient numérique déterminé préalablement et appelé le* poids *de ce résultat.* De même que, dans le problème de Mécanique traité en dernier lieu, une *masse* plus grande donne à un point matériel une plus grande influence sur le mouvement du système de points auquel il est lié par des conditions, de même un *poids* plus considérable d'une valeur observée fait que, dans la répartition des changements auxquels il faut soumettre tout le système de valeurs dont elle fait partie, il lui en revient une moindre part.

En se rappelant les profondes démonstrations données par Laplace dans la *Théorie analytique des Probabilités,* on est conduit à considérer le principe de moindre effort, ou des moindres carrés, comme LA FORMULE LA PLUS RATIONNELLE ET LA PLUS GÉNÉRALE DE LA COMPENSATION DES CONTRADICTIONS, EN TANT QU'ELLES SE RAPPORTENT A DES OBJETS MESURABLES.

ERRATUM.

Page 11, ligne 5 par en bas, *au lieu de :* dix-millioniêmes, *lire :* millioniêmes.

Page 12, ligne 22, *au lieu de :* leur agglomération, *lire :* leurs agglomérations.

Page 13, ligne 4, *au lieu de* 17, *lire* 10.

Page 29, ligne 4, *supprimer* la virgule après : comparez.

Page 37, ligne 2, après : un mètre de haut, *ajouter* la phrase suivante : Dans les sciences où, au contraire, on n'a affaire qu'à des grandeurs très faibles, on prend pour unité de travail celle qui correspond au *centimètre* et au *gramme :* exprimée suivant le système théorique mentionné à la fin du Chapitre II, cette unité a reçu le nom d'*Erg,* lequel mot se trouve ainsi désigner une chose égale à *un kilogrammètre divisé par le nombre abstrait* 981×10^5, *ou multiplié par* $10,194 \times 10^{-9}$. (*Voir* la Note de la p. 157; *voir* aussi *Unités et Constantes physiques,* par EVERETT, Gauthier-Villars, 1883).

Page 40, ligne 1, après : § 9, remplacer *la virgule* par *deux points.*

Page 41, *restituer* au bas de la page la note suivante, se rapportant à la fin du § 11 : Avec la notation différentielle, la démonstration se fait plus simplement, car nos deux définitions de la force ne sont autre chose que le premier et le dernier membres de l'égalité

$$\frac{d(mv)}{dt} = m\frac{dv}{dt} = m\frac{dv}{ds}\frac{ds}{dt} = \frac{mv\,dv}{ds} = \frac{d(\frac{1}{2}mv^2)}{ds}.$$

Page 58, ligne 15, *au lieu de :* un atome unique tel que ceux, *lire :* une molécule comme celles.

Même page, ligne 18, *au lieu de :* pareils atomes, *lire :* pareilles molécules.

Page 63, ligne 3, *supprimer* le titre § 21 et diminuer le blanc.

Page 65, ligne 3, *compléter* l'alinéa par la phrase suivante : De même que l'unité d'énergie s'appelle kilogrammètre (*kilogramme-mètre*), celle d'action pourrait s'appeler *kilogrammètre-seconde.*

Page 89, ligne 19, *après :* indûment, *ajouter :* M. Melsens, de l'Académie royale belge, a fait d'intéressantes expériences sur ce sujet; *voir* sa brochure : *Note sur les plaies produites par les armes à feu, etc.*, 8°, 61 pages, Bruxelles, 1872.

Page 101, à la fin de la ligne 8, restituer le mot : *par,* tombé au tirage.

Page 110, ligne 7, supprimer la virgule après : intensité.

Page 138, ligne 7, *au lieu de :* vrai, *lire :* évidemment vrai.

TABLE DES MATIÈRES.

7860 Paris. — Imprimerie de GAUTHIER-VILLARS, quai des Augustins, 55.