

LA
Théorie Corpusculaire
DE
l'Electricité

LES ÉLECTRONS ET LES IONS

PAR

PAUL DRUMAUX,
Ingénieur civil des Mines, Ingénieur électricien,
Ingénieur des Télégraphes.

PRÉFACE

DE

M. ERIC GERARD,
Directeur de l'Institut électrotechnique Montefiore.

En fait, le fluide électrique nous
est actuellement mieux connu que
d'autres fluides, tels que l'air et
l'eau.

J. J. THOMSON.
Electricity and Matter, p. 89.

(Extrait du *Bulletin scientifique de l'Association des Ingénieurs électriciens
sortis de l'Institut électrotechnique Montefiore.*)

PARIS
GAUTHIER-VILLARS, IMPRIMEUR-LIBRAIRE
DU BUREAU DES LONGITUDES, DE L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE
Quai des Grands-Augustins, 55.

1911

LA
Théorie Corpusculaire

DE

l'Electricité

LES ÉLECTRONS ET LES IONS

PAR

PAUL DRUMAUX,
Ingénieur civil des Mines, Ingénieur électricien,
Ingénieur des Télégraphes.

PRÉFACE

DE

M. ERIC GERARD,
Directeur de l'Institut électrotechnique Montefiore.

En fait, le fluide électrique nous
est actuellement mieux connu que
d'autres fluides, tels que l'air et
l'eau.

J. J. THOMSON.
Electricity and Matter, p. 80.

(Extrait du *Bulletin scientifique de l'Association des Ingénieurs électriciens
sortis de l'Institut électrotechnique Montefiore.*)

PARIS

GAUTHIER-VILLARS, IMPRIMEUR-LIBRAIRE
DU BUREAU DES LONGITUDES, DE L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE
Quai des Grands-Augustins, 55.

1911

LIÉGE. — IMPRIMERIE *LA MEUSE*
(SOCIÉTÉ ANONYME)
Boulevard de la Sauvenière, 10.

AVANT-PROPOS.

L'ouvrage de M. Paul Drumaux sur les développements de l'hypothèse des électrons est de nature à exciter la curiosité scientifique des ingénieurs et des étudiants.

Cette hypothèse est sortie du laboratoire de physique ; elle a contribué à l'avancement de nos connaissances sur l'Électricité et sur la constitution de la matière.

Comme tous les développements de science pure, elle envahit peu à peu le domaine des applications industrielles. M. Drumaux montre l'aide qu'elle est venue prêter à l'étude du fonctionnement des machines et de l'arc électriques. C'est là un côté qui ne manquera pas de frapper les ingénieurs.

Nous devons savoir gré à l'auteur de nous épargner les recherches laborieuses dans les ouvrages épars où le sujet est traité. Il nous fait un résumé clair et précis de l'état actuel de la question, évitant autant que possible les développements analytiques auxquels le sujet se prête pour s'attacher au côté physique du problème. Ce n'est que quand le secours du calcul est indispensable, comme c'est le cas pour la mécanique de l'électron, qu'il a recours à l'appareil mathématique.

Pour les lecteurs, et ils seront nombreux, qui seraient mis en goût par son travail et qui désireraient poursuivre une étude approfondie de la question, M. Drumaux a eu soin de renvoyer aux sources originales où ils pourront puiser.

Eric GERARD.

Errata.

Page 9, ligne 2, *au lieu de* affirmie lire affirmée.

Id. ligne 7, *au lieu de* les lire ses.

Page 12, ligne 3, *au lieu de* attendait lire attendrait.

Page 29, ligne 2 en remontant, *au lieu de* v lire V.

Page 41, ligne 12, *au lieu de*

$$\frac{d A_x}{d x} + \frac{d A_y}{d y} + \frac{d A_z}{d z} \text{ lire } \frac{\partial A_x}{\partial x} + \frac{\partial A_y}{\partial y} + \frac{\partial A_z}{\partial z}.$$

ligne 15, *au lieu de*

$$\frac{d A_z}{d y} - \frac{d A_y}{d z}, \quad \frac{d A_x}{d z} - \frac{d A_z}{d x}, \quad \frac{d A_y}{d x} - \frac{d A_x}{d y}$$

lire $\frac{\partial A_z}{\partial y} - \frac{\partial A_y}{\partial z}, \quad \frac{\partial A_x}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial x}, \quad \frac{\partial A_y}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial y}.$

renvoi du bas de la page, *ajouter* : Nous avons résumé les éléments de ce calcul en un chapitre spécial, page 121.

Page 42, ligne 10, *au lieu de* soulève lire souleva.

Page 51, renvois du bas de la page, 1^{re} ligne en remontant,

ajouter : On the Effect of Internal Friction of Fluids on the motion of Pendulums.

Page 56, renvois du bas de la page, lignes 1 et 2 en remontant,

au lieu de : Ions, Electrons, Corpuscules,
lire : Ions, Electrons, Corpuscules.

Page 60, renvois du bas de la page, ligne 6 en remontant,
au lieu de électro-magnétic lire electro-magnetic.

Page 61, renvois du bas de la page, ligne 5 en remontant,
au lieu de Électrons lire Electrons.

Page 62, ligne 14, *ajouter* : ce qui permettra finalement l'étude de l'importante question de la nature électromagnétique de l'inertie de l'électron et du problème de sa déformabilité.

La Théorie corpusculaire de l'Electricité

En fait, le fluide électrique nous est actuellement mieux connu que d'autres fluides, tels que l'air et l'eau.

J. J. THOMSON.

Electricity and Matter, p. 89.

CONSIDÉRATIONS GÉNÉRALES.

Nous nous proposons, dans cette étude, d'exposer brièvement les fondements des théories modernes concernant la nature de l'électricité. Bien qu'un tel sujet ne soit pas du domaine de l'électrotechnique et que, par conséquent, il ne présente qu'un intérêt secondaire pour les ingénieurs, nous croyons, néanmoins, faire œuvre utile en résumant ici les principaux résultats auxquels les physiciens sont parvenus.

En général, les techniciens ont une tendance, d'ailleurs justifiée, à se montrer défiants vis-à-vis des théories concernant la nature de l'électricité. La plupart des explications mécaniques que l'on a successivement proposées ont, en effet, échoué. Disons, néanmoins, dès maintenant, que l'hypothèse corpusculaire ou atomique, c'est-à-dire la théorie des électrons, est basée sur un grand nombre de faits expérimentaux, qu'elle relie et coordonne des domaines différents de la physique, qu'elle jette une vive lumière sur les phénomènes auparavant obscurs, si bien que, désormais, elle s'impose dans la science au même titre que les théories physiques les mieux établies.

La théorie des électrons n'est pas un essai d'interprétation mécanique des phénomènes électriques imaginé par l'un ou l'autre physicien. Elle est, au contraire, la synthèse d'un nombre considérable de travaux, où les plus brillantes recherches expérimentales ont marché de pair avec une analyse mathématique de l'ordre le plus élevé et c'est pourquoi elle est parvenue si rapidement à rallier les physiciens et mathématiciens les plus éminents de notre époque.

Évidemment, comme le dit Lodge ⁽¹⁾, le domaine de l'électrotechnique reste plus important que celui de la science pure. Mais, pour qui veut non seulement concevoir les dynamos et les grosses machines, pour qui, en plus de son éducation et de ses aptitudes comme ingénieur, possède un peu de la prédisposition et de la tournure d'un homme de science, pour celui-là la nature et les propriétés d'une charge électrique immobile ou en mouvement constituent une étude des plus captivantes.

« La compréhension de ce qui se passe dans un fil » conducteur et dans une étincelle sera pour les praticiens » une des belles conquêtes dont ils seront redevables à la » théorie des électrons », ajoute M. Langevin ⁽²⁾.

Ce seul résultat est déjà considérable, mais, en fait, la théorie électronique promet davantage.

Le sujet que nous abordons est vaste. Réduite à sa plus simple expression, la théorie corpusculaire consiste, en effet, à donner à l'électricité une structure discontinue ou atomique et à supposer que les atomes d'électricité appelés « électrons » entrent dans la constitution de l'atome matériel. Si une telle hypothèse ne correspond, ne fût-ce que partiellement, à la réalité, il est clair qu'elle

⁽¹⁾ LODGE. *Sur les Electrons*. Trad. Nugues et Périquier, p. 2.

⁽²⁾ Ibidem, p. XIII.

présente une fécondité extraordinaire. Les limites de la science sont reculées au delà de l'atome. Il en résulte qu'en prenant cette hypothèse pour guide, en se basant sur les recherches expérimentales et en mettant à profit les grandes ressources de l'analyse mathématique, diverses branches de la science ont été approfondies et reliées entre elles. C'est ainsi que la théorie des électrons et des ions coordonne de plus en plus les phénomènes optiques, calorifiques, chimiques et électriques. Nous nous bornerons ici à ce qui concerne particulièrement l'électricité.

* * *

Avant d'aller plus loin et de nous livrer à une étude détaillée, jetons un coup d'œil d'ensemble sur la théorie électronique. Nous commencerons par mettre en relief quelques résultats fondamentaux afin que l'importance de la question n'échappe à personne.

Il est difficile, dans les théories qui n'en sont encore qu'à leur période de début, de faire une distinction nette entre ce qui est du domaine de l'hypothèse et ce qui est du domaine de la réalité.

Néanmoins, nous pouvons considérer les propositions suivantes, si pas comme certaines, du moins comme très probables :

1^o) L'atome n'est pas le dernier élément de la matière. Il existe des particules ou corpuscules appelés « électrons », doués d'inertie, et dont la masse est de beaucoup inférieure à celle de l'atome d'hydrogène.

Cette proposition est une de celles qui paraissent le mieux établies. « C'est ainsi, déclare le professeur Righi, » qu'avec des méthodes purement physiques on a démontré de la manière la plus certaine l'existence de

» masses beaucoup plus petites que celle du plus petit
 » des atomes des substances connues. » (1).

D'autre part, dans la conférence faite à l'*Institution of Electrical Engineers*, en 1902, Lodge s'exprime comme suit : « L'existence de masses inférieures à l'atome est
 » ainsi expérimentalement démontrée et nous enregistrons
 » en même temps une découverte dont l'importance fait
 » époque. » (2).

2^o) Ces corpuscules constituent ce que nous appelons l'électricité négative. Nous sommes ainsi ramenés à la théorie d'un seul fluide de Franklin avec cette différence que le fluide unique correspond, non pas à l'état d'électrisation positive, mais à l'état d'électrisation négative. D'après la grande majorité des physiciens actuels en tête desquels se place J.-J. Thomson, un des fondateurs de la théorie électronique, ces corpuscules, tous identiques l'un à l'autre et qui sont en quelque sorte des concentrations d'électricité négative, entrent dans la constitution des atomes de tous les corps simples et leur confèrent leurs propriétés. Dans cette hypothèse, un atome primitivement neutre est susceptible de perdre un ou plusieurs électrons. De plus, l'atome, étant alors privé d'un ou plusieurs de ses constituants, présente le caractère de l'électricité positive, sa charge positive étant numériquement égale à la charge négative emportée par les électrons qui l'ont abandonné.

Le courant électrique consiste dès lors, soit en un déplacement d'électrons, c'est-à-dire d'électricité négative dans un sens déterminé, soit en un déplacement en sens inverse d'atomes privés d'un ou plusieurs électrons, c'est-à-dire un déplacement d'électricité positive.

(1) Augusto RIGHT. *La théorie moderne des phénomènes physiques*. Trad. Néculcéa, p. 106.

(2) LODGE. *Sur les Electrons*. Trad. Nugues et Péridier, p. 120.

L'ensemble des résultats auxquels on est arrivé concernant la nature et les propriétés des électrons a fait dire à J.-J. Thomson que nous connaissions actuellement mieux le fluide électrique que d'autres fluides, tels que l'air et l'eau.

3^o) Les nombreuses méthodes par lesquelles on a mesuré la charge et la masse des électrons ont donné, quelles que soient la source et les circonstances de production de ceux-ci, les résultats suivants :

La valeur de la charge de l'électron est celle d'un ion monovalent dans l'électrolyse et la valeur de sa masse est environ le millième de celle de l'atome d'hydrogène. Mais le calcul, confirmé par l'expérience, a prouvé, en outre, que cette valeur de la masse n'est pas constante et qu'elle augmente avec la vitesse. Or, la dynamique des corps matériels suppose essentiellement que la masse est une grandeur invariable. L'inertie de l'électron est donc partiellement, si pas totalement, d'une nature électromagnétique. Les recherches entreprises par Kaufmann sur cette importante question l'ont amené à conclure ⁽¹⁾ :

« Non seulement les rayons de Becquerel, mais aussi » les rayons cathodiques, sont formés d'électrons, dont la » masse est de nature purement électromagnétique. »

La portée de cette conclusion est considérable : Si l'atome matériel est constitué par un système d'électrons et si la masse de l'électron est de nature électromagnétique, l'inertie de la matière elle-même paraît devoir être électromagnétique et on aboutit à la possibilité de fonder

(1) GÖTTINGER NACHRICHTEN, 1903. On trouvera la traduction de cette étude, ainsi que celle des principaux mémoires publiés dans les diverses langues sur la question des électrons, dans le remarquable ouvrage de la collection de la Société française de Physique : *Ions, Electrons, Corpuscules*. Mémoires réunis et publiés par Henri Abraham et Paul Langevin. — Paris.

la mécanique entière sur une base nouvelle. Le fameux problème de l'explication mécanique des phénomènes électromagnétiques est donc renversé et c'est une élucidation électromagnétique des principes de la mécanique qui s'offre à nous. L'analyse du phénomène de la gravitation a même été déjà tentée (1).

4°) Les phénomènes de la radioactivité, si intimement reliés à la théorie corpusculaire, considérés dans leur ensemble, prouvent que l'atome matériel est un système complexe qui semble être un agrégat d'électrons. Ce qui apparaît comme particulièrement extraordinaire, c'est, d'une part, l'énergie considérable accumulée dans l'atome, et, d'autre part, la dissociation spontanée qu'il subit dans les corps radioactifs.

La grandeur de l'énergie potentielle que l'atome renferme est dénotée par la vitesse énorme des particules projetées par les corps radioactifs, vitesse voisine de celle de la lumière, et par la quantité de chaleur considérable que ces corps dégagent d'une manière continue. D'une part, le dégagement de chaleur ne peut s'expliquer par aucune réaction chimique ordinaire et, d'autre part, la vitesse de projection des électrons semble indiquer que ceux-ci sont animés dans l'atome de mouvements ultra-rapides correspondant à une force vive considérable. Un milligramme animé d'une vitesse de 100 000 kilomètres par seconde représente, en effet, un nombre étonnant de kilowatt-heures.

* * *

Ces conclusions ayant été dès le début mises en

(1) *Sur la possibilité d'un fondement électromagnétique de la mécanique*, par W. WIEN. Archives néerlandaises, 2^e série, tome V. Traduit par P. Langevin, dans *Ions, Electrons, Corpuscules*, p. 1065.

LDGE. *Sur les Electrons*. Trad. Nugues et Périquier, p. 53.

évidence, résumons à grands traits les divers domaines où la théorie des électrons s'est ^{affirmée} affirmée afin de pouvoir embrasser dans une vue d'ensemble ce nouveau chapitre, ou plutôt ce nouveau volume de la physique.

Dans sa célèbre conférence, faite le 22 août 1879 devant l'Association britannique pour l'avancement des sciences, Crookes concluait en ces termes, après avoir exécuté ^{des} les brillantes expériences sur les rayons cathodiques :

« Nous avons touché actuellement la frontière où la
» matière et la force semblent se fondre l'une dans l'autre,
» le royaume obscur s'étendant entre le connu et l'inconnu,
» qui a toujours eu pour moi un attrait tout particulier.
» J'ai lieu de croire que les plus grands problèmes scien-
» tifiques de l'avenir trouveront leur solution sur cette
» frontière et même au delà. »

Les espérances de Crookes ont été pleinement justifiées. En effet, vingt ans ne s'étaient pas écoulés que Roentgen annonçait au monde savant, en 1896, que l'anticathode du tube de Crookes émettait des radiations inflexiblement rectilignes, capables d'impressionner les plaques photographiques à travers les corps les plus opaques.

En suite de ces faits nouveaux, Becquerel, la même année, fit faire à la science un pas en avant des plus décisifs en montrant que les sels d'uranium émettent sans cesse et spontanément une radiation capable également de traverser les corps opaques et de décharger les corps électrisés. Enfin, deux ans plus tard, cette merveilleuse série de travaux d'une portée si grande et se succédant si rapidement reçut son couronnement lorsque M^{me} Curie découvrit le radium après des recherches d'une difficulté sans exemple.

Les quatre grands noms de Crookes, Roentgen, Becquerel et Curie résument l'histoire de cette branche de la

science à laquelle se rapporte la théorie électronique. Mais les travaux qui, dans divers pays, ont été accomplis dans cette voie sont tellement abondants et variés qu'il sera difficile, dans le petit aperçu qui va suivre, même de citer simplement les principales contributions des chercheurs auxquels nous devons les résultats obtenus actuellement.

STRUCTURE ATOMIQUE DE L'ÉLECTRICITÉ.

La notion d'atomes d'électricité est loin d'être neuve. Dans son grand ouvrage, Maxwell parle déjà de « molécules d'électricité ». Se basant sur le fait fondamental de l'électrolyse, à savoir que des ions de même valence portent la même charge électrique, il conclut que la charge d'un ion monovalent, à laquelle il donne le nom de « charge moléculaire » est l'unité d'électricité la plus naturelle. (1).

Plus tard, Helmholtz défendit la thèse que cette quantité élémentaire était invariable et avait une existence individuelle. « Si nous admettons l'hypothèse que les corps » simples sont composés d'atomes, nous ne pouvons, » disait-il, nous soustraire à la conclusion que l'électricité » positive, aussi bien que négative, est constituée de » parties élémentaires définies se comportant comme des » atomes d'électricité. » L'expérience confirme cette manière de voir. Actuellement, il est établi que la charge d'un atome monovalent en électrolyse, quelle que soit sa nature, est une véritable unité naturelle dont nous pouvons avoir des multiples, mais dont il est impossible d'avoir des fractions.

Comme le disait Lodge, il y a déjà longtemps, « cette

(1) J. CLERK MAXWELL. *Traité d'électricité*. Trad. Seligmann-Lui. Paris, p. 434.

unité naturelle, appelée avec raison atome d'électricité, est telle qu'en dessous d'elle nous ne connaissons rien » (1).

Comme nous le verrons ultérieurement, cet atome d'électricité peut exister individuellement à l'état libre sans être porté par aucun support matériel, mais jamais on n'a rencontré de quantités d'électricité plus petites que lui. Ce fut le Dr Johnstone Stoney qui donna à cet atome le nom d'*électron* bien avant que l'on ait vérifié expérimentalement que ces électrons puissent exister séparément.

La question qui se pose dès lors est de savoir quelle est la valeur de la charge constituée par un électron. Comme les lois de l'électrolyse nous permettent de déterminer le rapport entre le poids de matière libérée à une électrode et la quantité correspondante d'électricité véhiculée, il est clair que si nous parvenons à évaluer le poids absolu d'un atome monovalent, nous pourrions en déduire sa charge, c'est-à-dire la valeur de l'électron.

Différentes voies permettent d'aboutir à une pareille évaluation, notamment l'étude des phénomènes de capillarité et de la tension superficielle des liquides, l'analyse théorique de l'électrisation de contact due à deux métaux, la conductibilité électrique de pellicules liquides d'épaisseur décroissante et surtout la théorie cinétique des gaz ainsi que l'étude de l'absorption de la lumière par l'atmosphère. Des travaux de Loschmidt, Stoney, lord Kelvin, Roentgen et Rayleigh (2), il résulte que la masse de l'atome d'hydrogène est égale à environ 10^{-24} C. G. S. Il suit de là, puisque 1 gramme d'hydrogène transporte 96 540 coulombs, que la charge d'un atome est environ 10^{-19} ou plus exactement $1,1 \times 10^{-19}$ coulomb.

(1) LODGE. *Modern Views on Electricity*, p. 32.

(2) LORD KELVIN. *On the Weights of atoms*. Phil. Mag. Août 1902, p. 177.

Notons que si cette charge est relativement faible, sa petitesse n'est cependant pas aussi extrême qu'on s'y attendait au premier abord. En effet, une sphère isolée d'un millimètre de rayon et chargée à un volt porte environ 10^{-13} coulombs, soit 10^6 électrons. Nous verrons dans la suite que la charge constituée par un électron est concentrée dans un volume extraordinairement petit, soit une sphère d'un rayon égal à environ 10^{-14} cm., de sorte que la tension électrique y atteint environ 10^7 volts.

DÉCHARGES DANS LES GAZ RARÉFIÉS.

Rayons cathodiques.

C'est la conduction dans les liquides qui a naturellement fait surgir l'hypothèse des atomes électriques. Nous allons voir maintenant que la conduction dans les gaz va nous convaincre de l'existence individuelle et à l'état libre des électrons. Plus tard, nous verrons que la théorie des électrons a été appelée à expliquer le phénomène simple et pourtant obscur de la conduction dans les solides.

Dans la conduction électrolytique, les charges électriques sont intimement associées aux atomes et ne s'en séparent qu'aux électrodes. Le fait de cette séparation laisse déjà entrevoir la possibilité pour ces charges d'exister pendant un certain intervalle de temps à l'état libre sans support matériel. La décharge dans les gaz va éclairer cette importante question.

Considérons une ampoule de verre munie de deux électrodes et dans laquelle nous réalisons un vide très prononcé (environ un millionième d'atmosphère), sans toutefois atteindre la limite que nos moyens actuels permettent d'obtenir. On sait que si l'on soumet les électrodes à une différence de potentiel suffisante, le courant

électrique passant à travers l'ampoule prend un aspect particulier. L'espace intérieur de l'ampoule demeure obscur et seule la paroi de verre opposée à la cathode devient phosphorescente.

Cela étant, quelques expériences fondamentales vont permettre d'analyser ce qui se passe à l'intérieur de cette ampoule :

1^o) Un écran interposé entre la cathode et la paroi de verre opposée porte ombre sur cette dernière. De là résulte que la cathode est la source d'un rayonnement spécial qui se propage en ligne droite et auquel est due la phosphorescence du verre. Le fait que la direction et les caractères du rayonnement sont indépendants de la position de l'anode en est une confirmation.

2^o) Les rayons cathodiques, en pénétrant à l'intérieur d'un cylindre de Faraday, y introduisent de l'électricité négative. Cette expérience a été faite pour la première fois par Perrin (¹) sous la forme suivante (fig. 1) :

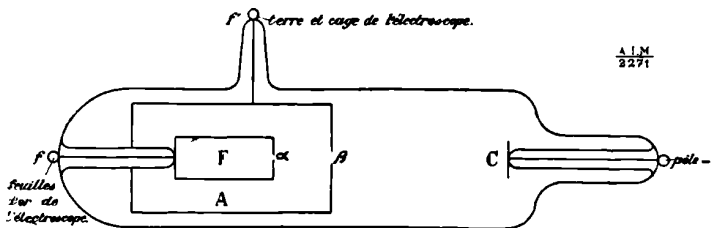


Fig. 1.

F est le cylindre de Faraday relié par le fil f à un électroscope et muni d'une ouverture α par où entrent les rayons cathodiques émanant de la cathode C.

(¹) J. PERRIN. Comptes-rendus, t. CXXI, p. 1130.

A est un second cylindre faisant office de cylindre protecteur contre les influences électriques extérieures et jouant en même temps le rôle d'anode. Il est relié au sol par le fil f' .

Dans l'expérience de Perrin, chaque afflux de rayons cathodiques correspondant à une interruption du primaire de la bobine reliée aux électrodes, introduisait dans le cylindre de Faraday une quantité d'électricité négative égale à 10^{-6} coulombs.

3^o) Les rayons cathodiques sont déviés par un champ magnétique. Si le champ est uniforme et perpendiculaire à la direction initiale des rayons, la déviation est normale à la fois à la direction du champ et à celle des rayons, et la trajectoire de ces derniers devient circulaire. Si le champ est oblique aux rayons, la trajectoire est hélicoïdale, les rayons s'enroulant en hélice autour des lignes de force magnétiques. Ces trajectoires peuvent être rendues visibles par la trace lumineuse qu'elles provoquent sur un écran recouvert d'un corps phosphorescent et disposé soit normalement, soit tangentiellement aux rayons. Un meilleur moyen consiste à laisser subsister dans l'ampoule un gaz susceptible d'être illuminé par les rayons sur tout leur trajet. L'oxygène pur convient très bien pour cet emploi, car il donne même pour une raréfaction avancée une vive lumière jaune sur le parcours des rayons. (1).

Cela étant, J. J. Thomson (2) modifia les dispositions de l'expérience de Perrin de manière à ne faire pénétrer les rayons cathodiques dans le cylindre de Faraday qu'après leur avoir fait subir une déviation par le champ magnétique. Il constata que l'afflux d'électricité négative

(1) P. VILLARD. *Les Rayons cathodiques*, 2^e éd., p. 20.

(2) J. J. THOMSON. *Cathode Rays*. Phil. Mag., 5^e série, t. XLIV, 1897, page 293.

n'en était aucunement atténué. Dans ses expériences, cet afflux correspondait à un courant de 30 microampères. La disposition utilisée par J.-J. Thomson est représentée par la figure 2. Le diaphragme métallique D joue le rôle d'anode et est muni d'une fente qui laisse passer les rayons émis par la cathode C. Ces rayons ne peuvent atteindre l'ouverture α du cylindre de Faraday F qu'après avoir été déviés par un aimant. Comme dans l'expérience de Perrin, le cylindre de Faraday est entouré d'un cylindre protecteur A muni d'une ouverture β .

D'autre part, si, dans l'expérience première de Perrin, l'on crée un champ magnétique perpendiculaire au plan de la figure 1, afin d'incurver les rayons soit vers le haut, soit vers le bas, de manière qu'ils ne puissent plus atteindre l'ouverture α , on interrompt par là même l'arrivée d'électricité négative en F.

Enfin, si l'ouverture β est obturée par un écran métallique, mais néanmoins transparent aux rayons cathodiques, telle qu'une feuille mince d'aluminium, on constate toujours en F le même apport d'électricité négative.

De là résulte que l'électricité négative est indissolublement liée au rayonnement cathodique.

Ce résultat est à noter. La théorie de l'émission, proposée à l'origine par Crookes, rencontra en effet beaucoup d'adversaires. En présentant sa découverte, Crookes avait, dès le début, mis admirablement en évidence les effets mécaniques, calorifiques et lumineux des rayons cathodiques, ainsi que leur déviation magnétique. Il avait conclu que les rayons étaient constitués par une projection de corpuscules chargés négativement, lancés par la cathode à une vitesse très grande, et avait attribué les manifestations mécaniques, calorifiques et lumineuses à un effet de bombardement. La matière constituant le courant cathodique se trouve, disait-il, dans un état

dépassant autant l'état gazeux que ce dernier dépasse

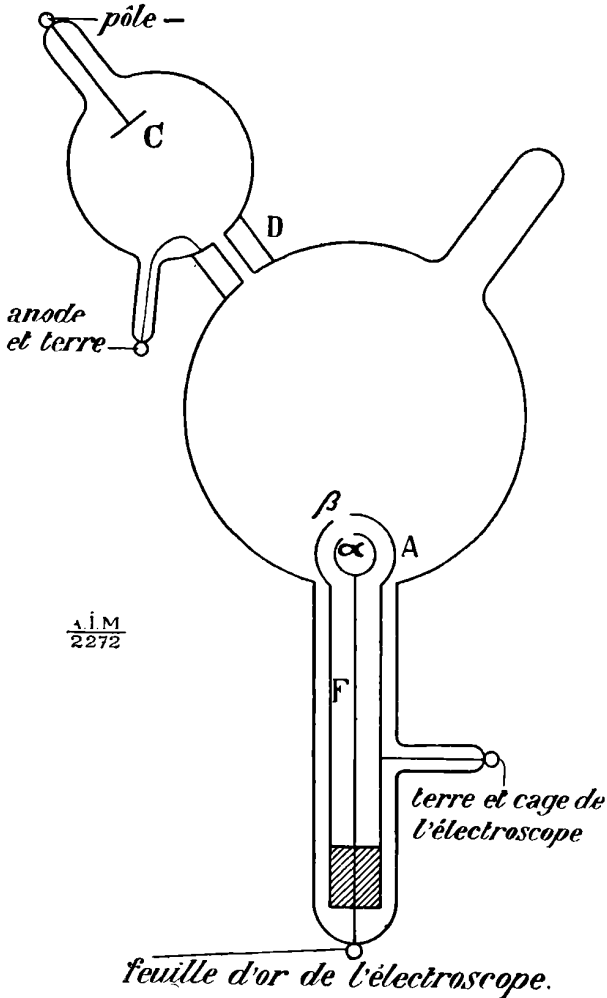


Fig. 2.

l'état liquide, et le courant cathodique consiste non pas en atomes, « mais bien en quelque chose de beaucoup plus

» petit, en fragments de matière, corpuscules ultra-
» atomiques, choses infiniment ténues, bien moindres et
» bien plus légères que les atomes et qui paraissent être
» la base même des atomes (1) ».

Rien d'étonnant à ce que cette opinion ait été combattue. La plupart des physiciens allemands virent en effet dans les rayons cathodiques un nouveau mode de mouvement de l'éther et il y eut, comme jadis pour la lumière, deux théories en présence : l'une de l'émission, l'autre des ondulations.

La question était difficile à trancher, car les expériences de Crookes étaient qualitatives et des mesures précises n'avaient pas encore été entreprises.

Les partisans de la théorie éthérée, sans nier que des particules électrisées soient projetées par la cathode, estimaient que ces particules n'avaient pas plus de rapport avec les rayons cathodiques qu'une balle de fusil n'en a avec l'éclair du coup. Mais l'expérience inattaquable de Perrin, complétée par celle de J. J. Thomson, prouva qu'au contraire l'électrisation négative est indissolublement liée au rayonnement. C'est pourquoi ce point méritait que nous nous y arrêtions.

4^o) Cela posé, l'étude de la déviation magnétique ne peut plus laisser de doute sur le point de savoir si l'électrisation inhérente au rayonnement est un de ses nombreux effets, ou bien si elle constitue la base même du phénomène, auquel cas ce dernier ne serait qu'un transport de charges négatives. S'il en est ainsi, il faut s'attendre à ce que ces charges négatives projetées par la

(1) W. CROOKES. *Sur la matière radiante*. Conférence faite à Sheffield en 1879 devant la British Association. Voir *Annales de Chimie et de Physique*, 5^e série, tome XIX. 1880.

Conférence faite au Congrès de chimie appliquée à Berlin. Juin 1903. Voir *Bulletin de la Société Astronomique*, décembre 1903.

cathode le soient suivant la comparaison de Crookes à la manière d'un projectile lancé par une arme à feu, car la position de l'anode n'influe pas sur la direction des rayons. Ceci est d'ailleurs confirmé par le fait que c'est au voisinage immédiat de la cathode que se produit la presque totalité de la chute de potentiel à laquelle l'ampoule est soumise.

Dans cette hypothèse balistique, une charge électrique en mouvement constitue, d'après la théorie de Maxwell, un courant électrique, comme l'ont prouvé ultérieurement la série des recherches de Rowland, Crémieu et Pender, et les débats contradictoires qui en résultèrent⁽¹⁾.

Considérons donc une charge électrique e animée d'une vitesse v et se déplaçant dans un champ magnétique uniforme que nous supposerons d'abord perpendiculaire à la direction du mouvement. Il est facile de démontrer que cette charge électrique en mouvement peut être assimilée à un élément de courant d'intensité i et de longueur ds , le produit ids étant égal au produit ev .

Or, on sait qu'un élément de courant placé dans un champ magnétique \mathcal{H} est soumis à une force mécanique perpendiculaire au plan du courant et du champ et dont la valeur est : $i \mathcal{H} ds \sin(\mathcal{H} ds)$. En remplaçant dans cette expression le produit ids par ev et en supposant que $\sin(\mathcal{H} ds) = 1$, nous voyons que la charge électrique en mouvement sera soumise à une force égale à $ev\mathcal{H}$, normale à chaque instant au plan de la direction du mouvement et du champ magnétique. Il est aisé de vérifier que la trajectoire de la particule électrisée sera plane et circulaire. En effet, l'accélération tangentielle est nulle, ce qui implique la constance de la vitesse. D'autre part, l'accé-

⁽¹⁾ V. CRÉMIEU. *Thèse de doctorat*. Paris, 1901.

V. CRÉMIEU and H. PENDER. *On the Magnetic effect of Electric convection*. « Physical Review ». Vol. XVII, n° 6 décembre 1903.

lération centripète v^2/r , r étant le rayon de courbure, a une valeur invariable. Il en résulte que le rayon de courbure est constant et que, par suite, la trajectoire est circulaire. L'expérience confirme cette manière de voir. En soumettant, en effet, les rayons cathodiques à un champ magnétique perpendiculaire à leur direction de propagation, on voit leur trajectoire s'incurver d'autant plus que le champ est plus intense et leur vitesse moindre, celle-ci croissant avec la tension aux électrodes et le degré de raréfaction. Il est possible ainsi d'obtenir l'enroulement des rayons suivant un cercle complet (1).

La trajectoire devient une hélice si la vitesse initiale n'est pas perpendiculaire au champ magnétique, ce que l'on démontre en décomposant la vitesse suivant la direction du champ et une direction normale. M. Villard a ainsi pu obtenir jusque dix spires successives complètes et très nettes. (2).

Nous voyons donc bien que les particules électrisées négativement en mouvement, dont nous supposons constitués les rayons cathodiques, se comportent comme un courant électrique. Leur déviation magnétique offre le rare exemple d'une trajectoire balistique circulaire ou hélicoïdale.

On devine sans peine qu'en étudiant quantitativement ces déviations, on pourra être renseigné sur la charge, la vitesse et la masse des corpuscules. Nous entendons ici par masse le rapport entre la force et l'accélération qu'elle produit, sans préjuger actuellement si l'inertie de ces particules doit être comprise au sens ordinaire du mot.

5^o) Les rayons cathodiques étant constitués par des

(1) P. VILLARD *Les Rayons cathodiques*, 2^e édit., p. 59.

(2) *Ibidem*, p. 63.

charges électriques en mouvement, il faut s'attendre à ce qu'un champ électrostatique produise une déviation au même titre que le champ magnétique.

Considérons un corpuscule de charge e pénétrant avec une certaine vitesse dans un champ uniforme électrostatique H . Il sera soumis à la force constante eH dirigée dans le sens du champ. La trajectoire sera analogue à celle d'un projectile soumis à l'action de la pesanteur, c'est-à-dire parabolique, à moins que la vitesse initiale ne soit parallèle à la direction du champ, auquel cas le mouvement rectiligne est simplement retardé ou accéléré.

En combinant la déviation électrostatique avec la déviation magnétique, il est possible de se livrer à de nombreuses mesures dont on verra le détail dans la suite. D'une part, on obtient ainsi pour la vitesse des rayons cathodiques des valeurs variant entre $1/10$ et $2/3$ de celle de la lumière, suivant les conditions de l'expérience. Cette énorme vitesse, qui est une vitesse de déplacement et non de propagation, est tout à fait remarquable. C'est un des mouvements les plus rapides que nous connaissons. La vitesse de la Terre sur son orbite n'est que de 30 km par seconde et celle de certaines étoiles est évaluée à 300 km.

D'autre part, on obtient pour le rapport e/m de la charge à la masse des corpuscules la valeur $1,865 \times 10^7$ (unités C. G. S), indépendante de la nature du gaz, de celle des électrodes et de toutes les autres conditions de l'expérience, et qui parut au début tout à fait anormale, car elle est très supérieure à celle du rapport correspondant pour l'hydrogène électrolytique, à savoir $0,96 \times 10^4$. La comparaison entre les deux rapports montre que le premier est près de 2000 fois plus grand que le second. Ce fut là une grosse difficulté pour les physiciens qui les premiers obtinrent ce résultat. Car, en admettant que la masse des corpuscules cathodiques fût de l'ordre de celle

de l'atome d'hydrogène, leur charge était 2000 fois plus grande que celle véhiculée par les ions monovalents dans l'électrolyse, et, d'autre part, si on supposait que les charges des corpuscules et des ions monovalents étaient de même grandeur, c'était la masse des corpuscules qu'il fallait se résigner à admettre très inférieure à celle du plus petit des atomes connus. Nous verrons que J. J. Thomson trancha la question en faveur de la seconde hypothèse en mesurant directement la charge des corpuscules par une méthode au sujet de laquelle Lodge ne peut contenir son admiration et qu'il qualifie avec raison une des études les plus brillantes de la physique expérimentale et dont l'importance fait époque (1).

Ces masses, qui, bien que beaucoup plus petites que l'atome d'hydrogène, manifestent cependant une charge électrique négative égale à la sienne, constituent les sous-atomes de Crookes, les corpuscules de J. J. Thomson, les électrons de Stoney. Ce dernier nom leur est resté. On verra plus loin que leur masse n'est qu'apparente ; l'inertie des électrons n'est pas, en effet, de nature matérielle, mais bien de nature électromagnétique.

6^o) On prévoit aisément que le choc de ces électrons animés de ce mouvement ultra-rapide contre un obstacle tel que la paroi de l'ampoule de Crookes opposée à la cathode sera accompagné de phénomènes nouveaux : on constate des effets mécaniques, calorifiques, lumineux, ainsi que la production de rayons X.

Au premier abord, les effets mécaniques qui se traduisent par une répulsion de l'obstacle soumis au bombardement s'expliquent très simplement.

Mais si, comme l'a fait remarquer J. J. Thomson (2),

(1) LODGE. *Sur les Électrons*. Trad. Nugues et Périquier, p. 106.

(2) J. J. THOMSON. *Conduction of Electricity through gases*. Cambridge, 1903.

on calcule la valeur de la répulsion par un courant cathodique de 10 microampères avec une vitesse de projection égale au 1/3 de celle de la lumière, on obtient 2×10^{-3} dynes, force évidemment trop faible pour expliquer la mise en mouvement rapide de moulinets comme dans l'expérience classique de Crookes. M. Villard a, d'autre part, fait observer que J. J. Thomson considérait des courants beaucoup moins intenses que ceux employés réellement. Avec un courant de 0,002 ou 0,003 ampère, la force exercée est de l'ordre du dixième de milligramme ⁽¹⁾. L'intensité du courant cathodique peut, d'ailleurs, être portée à une valeur encore dix fois plus grande, comme cela se pratique dans les applications médicales de la radiographie, lorsque l'on cherche à réduire au minimum la durée de pose.

Néanmoins, il est logique de considérer l'inégal échauffement des deux parois de l'obstacle comme une des causes de la répulsion observée ainsi que cela se passe dans les radiomètres, pour autant, bien entendu, que la raréfaction ne soit pas extrême ⁽²⁾.

Les effets calorifiques sont beaucoup plus marqués que les effets mécaniques. La presque totalité de l'énergie électrique est absorbée par un obstacle arrêtant les rayons. Dès le début, Crookes fit fondre une lame de platine irridié en concentrant sur elle les rayons cathodiques rendus convergents à l'aide d'une cathode concave. Il a pu réaliser ainsi une température estimée à 3600°.

Quant aux effets lumineux, ils se traduisent par une phosphorescence plus ou moins vive de couleur variée et qui peut persister quelques minutes après l'excitation des

⁽¹⁾ P. VILLARD. *Les Rayons cathodiques*, 2^e édit., p. 34.

⁽²⁾ *Les forces de Maxwell-Bartoli dues à la pression de la lumière*, par Pierre LEBEDEF. Rapports présentés au Congrès international de Physique. — Paris, 1900.

rayons. C'est le diamant qui brille avec l'éclat le plus vif, le verre ordinaire s'illumine en vert et le cristal en bleu.

Nous verrons ultérieurement que J.-J. Thomson a mis à profit les effets calorifiques des rayons pour mesurer leur vitesse, ainsi que le rapport e/m de la charge à la masse des particules. Dans ce but, la chaleur dégagée est évaluée en recevant les rayons sur une pile thermo-électrique.

D'après ce qui précède, on peut déjà conclure que la théorie corpusculaire est inéluctable dans le rayonnement cathodique. Nous allons voir qu'elle fournit également l'explication des propriétés étranges des rayons X.

Rayons X.

Découverts au début de 1896 par Roentgen ⁽¹⁾, les rayons X firent sensation. Leur propriété de traverser les corps opaques et d'impressionner des plaques photographiques à travers d'épaisses lames métalliques, leur marche inflexiblement rectiligne, sans réflexion, ni réfraction, ni interférence, ni polarisation, leur propriété de décharger les corps électrisés et de rendre les gaz conducteurs étaient, en effet, de nature à causer l'étonnement.

Leur essence fut une énigme que l'on essaya d'éclaircir par des hypothèses insoutenables, telles que l'assimilation à des rayons ultra-violetes ou la considération d'un rayonnement constitué par des vibrations longitudinales de l'éther.

Ce furent Stokes ⁽²⁾ et J. J. Thomson ⁽³⁾ qui résolurent

⁽¹⁾ W.-C. RÖNTGEN. *Über eine neue Art von Strahlen.* — Annalen der Physik und Chemie, t. 64. 1898.

⁽²⁾ Sir GEORGE STOKES. *Wilde Lecture.* Proceeding of Manchester literary and philosophical Society. 1897.

⁽³⁾ J.-J. THOMSON. *A Theory of the Connexion between Cathode and Roentgen Rays.* Phil. Mag. 5^e série t. XLV. 1898, p. 172.

J.-J. THOMSON. *Electricity and Matter.* Westminster. 1904, p. 53.

le problème en démontrant que les rayons X sont des perturbations électromagnétiques sans caractère périodique et de durée très inférieure à celle des vibrations lumineuses. Ils sont constitués par des ondes électromagnétiques analogues aux ondes explosives aériennes : ces ondes sont très minces et l'énergie qu'elles transportent avec elles dans leur propagation reste confinée dans un espace d'épaisseur très réduite, la forme de l'onde pouvant être qualifiée de pelliculaire.

On sait que les rayons X sont émis par l'anticathode du tube de Crookes et par tout obstacle exposé au bombardement des rayons cathodiques. Comme nous allons le voir, c'est l'arrêt brusque des électrons qui engendre les ondes formant les rayons de Roentgen.

Voyons, dans ce but, quels sont les phénomènes qui accompagnent les diverses phases du mouvement d'une charge électrique.

L'étude de ces phénomènes a pris un grand développement actuellement et la dynamique de l'électron est devenue une question capitale en physique mathématique.

Considérons une charge électrique positive répandue sur la surface d'une petite sphère isolée.

Dans l'état de repos, on sait que cette charge crée un champ électrostatique dont les lignes de force rayonnent symétriquement dans toutes les directions à partir de la surface de la sphère.

Quelle est la nature de ce champ électrostatique ?

Malgré les essais de représentation mécanique des déformations de l'éther, nous l'ignorons complètement, autant d'ailleurs que nous ignorons la nature des charges électriques élémentaires. Nos connaissances ici se bornent à savoir que les lignes de force du champ présentent une tension suivant leur direction et une pression à angle droit.

Supposons maintenant notre sphère à l'état de mouvement. Dès lors, un phénomène nouveau se présente, qui est l'apparition du champ magnétique. Sa nature nous est également inconnue : nous savons seulement qu'il diffère totalement du champ électrostatique et qu'il présente également une tension suivant les lignes de force et une pression suivant une direction normale. Comme une succession de charges électriques en mouvement correspond à un courant, on peut prévoir que les lignes de force magnétiques sont des cercles dont les centres se trouvent sur la trajectoire et dont le plan est normal à la direction du mouvement.

Mais la tendance moderne est de considérer le champ magnétique comme engendré en chaque point par le déplacement du champ électrostatique.

Sa grandeur est définie par le principe suivant, que l'on peut substituer à la loi de Biot et Savart : « En un point » donné où un champ électrostatique H se déplace avec » une vitesse v apparaît un champ magnétique \mathcal{H} dont la » direction est perpendiculaire au plan du champ électro- » statique et de la direction du mouvement, et dont la » grandeur est donnée par :

$$\mathcal{H} = \frac{H v \sin \theta}{K} \quad (1)$$

» θ étant l'angle du champ électrostatique et de la direc- » tion du mouvement, H étant exprimé en unités du » système électromagnétique et K étant le coefficient de » la loi de Coulomb, représenté par le carré de la vitesse » de la lumière. »

Réciproquement « en un point où un champ magnétique » \mathcal{H} se déplace avec une vitesse v faisant avec lui un angle » θ , apparaît un champ électrique dont la direction est » perpendiculaire au plan formé par le champ magnétique

» et la direction du mouvement, et dont la grandeur est
 » donnée par

$$H = \mathcal{H} v \sin \theta. \quad \text{»} \quad (2)$$

Ce second principe synthétise la loi de l'induction électromagnétique et peut être substitué aux règles de Maxwell et de Faraday.

Revenons-en à notre sphère électrisée. Tant qu'elle est en mouvement rectiligne uniforme, on voit qu'un champ magnétique constant s'est superposé au champ électrostatique constant, tous deux étant entraînés dans le mouvement.

Si maintenant le mouvement vient à être accéléré ou retardé, un troisième phénomène intervient : c'est l'induction électromagnétique. En effet, le champ magnétique précédent va varier avec la vitesse. En assimilant une variation locale du champ magnétique à une condensation ou à une raréfaction des lignes de force, ce qui implique un déplacement de celles-ci, on voit aisément, en appliquant le second principe ci-dessus, qu'un nouveau champ électrostatique apparaît, dont la direction générale est parallèle à celle du mouvement et dont le sens est tel qu'il s'oppose à la variation correspondante de l'état de mouvement. Si, par exemple, le mouvement subit une accélération, la variation du champ magnétique se passe comme si les cercles constituant les lignes de force s'élargissaient. En appliquant la règle des trois doigts de Fleming, on voit qu'il apparaît en chaque point une force électromotrice opposée à la direction du mouvement.

Remarquons, dès à présent, que ce phénomène d'induction ou plus exactement de self-induction simule l'inertie et que tout se passe comme si la masse de notre sphère subissait un accroissement du chef de la présence de la charge électrique.

Un calcul simple ⁽¹⁾ donne pour cet accroissement la valeur :

$$m = \frac{2 \mu q^2}{3 r} \quad (3)$$

⁽¹⁾ J. J. THOMSON. *On the Electric and Magnetic Effects produced by the motion of Electrified Bodies*. Phil. Mag., avril 1881. 6^e série, t. CXI, p. 229.

J. J. THOMSON, *Recent Researches on Electricity and Magnetism*, p. 19.

J. J. THOMSON. *Electricity and Matter*, p. 23.

LODGE. *Sur les Electrons*. Trad. Nugues et Périquier, p. 22.

Voici d'ailleurs le détail de ce calcul :

On sait que l'existence d'un champ magnétique correspond à une accumulation dans l'espace d'énergie potentielle dont la valeur par unité de volume est égale à

$$\frac{\mu \mathcal{H}^2}{8 \pi}$$

(Voir MAXWELL. *Traité d'électricité*. Trad. Seligmann-Lui. Tome II, p. 306.)

Calculons la quantité totale d'énergie potentielle ainsi emmagasinée dans tout l'espace par suite de l'existence du champ magnétique résultant de l'état de mouvement de la charge électrique de la sphère considérée. Elle est exprimée par l'intégrale

$$\int_0^{\infty} \frac{\mu \mathcal{H}^2}{8 \pi} d(\text{vol.})$$

l'intégration étant étendue à tout l'espace extérieur au volume occupé par la sphère.

Soit (fig. 3) C le centre de la sphère de rayon r se mouvant avec la vitesse v dans la direction CC'.

D'après ce qui a été dit plus haut, le champ magnétique en un point M est donné par :

$$\mathcal{H} = \frac{q v \sin \theta}{R^2}$$

q étant la charge de la sphère, R la distance MC et θ l'angle MCM'.

L'intégrale précédente devient dès lors

$$\frac{\mu q^2 v^2}{8 \pi} \int_0^{\infty} \left(\frac{\sin \theta}{R^2} \right)^2 d(\text{vol.})$$

ou bien :

q étant la charge de la sphère en unités électromagnétiques, r son rayon et μ la perméabilité du milieu.

$$\frac{\mu q^2 v^2}{8 \pi} \int_{r(R)}^{\infty} \int_{o(\theta)}^{\pi} \int_{o(\varphi)}^{2 \pi} \left(\frac{\sin \theta}{R^2} \right)^2 dR \cdot R d\theta \cdot R \sin \theta d\varphi$$

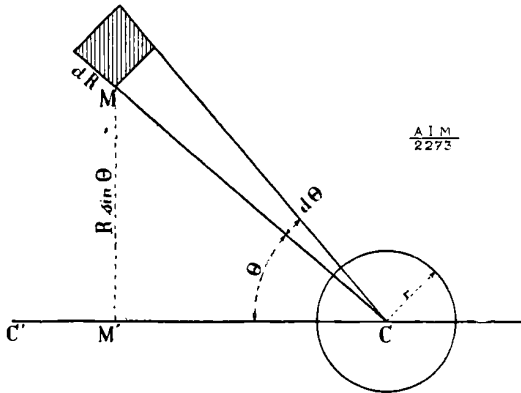


Fig. 3.

ou bien :

$$\frac{\mu q^2 v^2}{8 \pi} \cdot \frac{8 \pi}{3 r} = \frac{\mu q^2 v^2}{3 r}.$$

En assimilant cette énergie à une force vive, et en mettant l'expression sous la forme $\left(\frac{2 \mu q^2}{3 r} \right) \frac{v^2}{2}$, on voit que tout se passe comme si la masse matérielle de la sphère s'était, par suite de la présence de la charge électrique, accrue de la valeur :

$$m = \frac{2}{3} \frac{\mu q^2}{r}.$$

De même que la self-induction d'un fil croit lorsque le diamètre diminue, de même l'inertie fictive de la charge électrique peut augmenter indéfiniment lorsque le rayon de la sphère diminue.

Remarquons d'ailleurs que l'on a :

$$\begin{aligned} m - \frac{2}{3} \frac{\mu q^2}{r} &= \frac{2 \mu}{3 V^2} q \frac{V^2 q}{r} = \frac{2}{3} \frac{\mu}{V^2} \times \text{charge} \times \text{potentiel} \\ &= \frac{4}{3} \frac{\mu}{V^2} \times \text{énergie électrostatique de la charge.} \end{aligned}$$

La variation du champ magnétique par suite de l'accélération positive ou négative de la sphère, entraîne également un quatrième phénomène, le plus important de la physique, et qui est la radiation.

Le champ électrostatique d'induction provenant de la variation du champ magnétique réagit en effet sur celui-ci, lequel à son tour influe sur le champ électrique et ainsi de suite. En soumettant la question au calcul, Maxwell montra que ces perturbations réciproques des deux champs ne sont pas stationnaires dans l'espace, mais se propagent au loin avec une vitesse dépendant de la perméabilité et du pouvoir inducteur spécifique du milieu et égale à celle de la lumière.

Cette impulsion électromagnétique qui se lance dans l'espace à la manière d'une onde lumineuse doit être considérée comme constituée par deux champs : l'un magnétique, l'autre électrique, voyageant ensemble, perpendiculaires entre eux et tous deux normaux à la direction de la propagation. Celle-ci est donc accompagnée également d'un transport d'énergie correspondant à l'énergie électromagnétique des deux champs en mouvement.

Toute variation dans l'état de mouvement de la sphère électrisée provoque donc une radiation électromagnétique dans l'espace.

L'expression générale de la quantité d'énergie rayonnée par seconde a été donnée par Larmor sous la forme :

$$\frac{2}{3} \frac{\mu q^2 \left(\frac{dv}{dt}\right)^2}{V} \quad (4)$$

où dv/dt représente l'accélération de la charge q et V la vitesse de la lumière (1).

(1) J. LARMOR. *Aether and Matter*, p. 227.

J. J. THOMSON. *Electricity and Matter*, p. 68.

LODGE. Sur les Electrons. Trad. NUGUES et PÉRIDIER, p. 11 et 97.

Si les variations du mouvement sont périodiques (charge électrique en mouvement vibratoire rectiligne, circulaire ou elliptique), la radiation se produit sous forme d'une succession d'ondes dont la lumière est un cas particulier et qui peuvent varier depuis les ondes ultra-violettes les plus courtes jusqu'aux ondes herziennes les plus longues.

Si, par exemple, un électron tourne dans une orbite circulaire avec une fréquence égale à 5×10^{14} , il émettra une radiation de longueur d'onde égale à 6×10^{-5} c'est-à-dire de la lumière rouge.

On comprend dès lors l'importance de l'étude dynamique d'une charge électrique puisque ce qui précède constitue la synthèse de l'électricité, de l'optique et de l'énergie rayonnante sous toutes ses formes.

On peut dire en résumé avec M. Righi que les électrons déterminent la production des phénomènes électrostatiques quand ils sont immobiles, des phénomènes magnétostatiques ou des courants constants quand ils constituent un flux uniforme et des phénomènes électromagnétiques ou optiques (on peut même ajouter des phénomènes calorifiques et de tous ceux où apparaît l'énergie rayonnante), lorsqu'ils se meuvent d'un mouvement non uniforme ou lorsqu'ils possèdent un mouvement périodique.

Cela posé, si nous supposons qu'une charge électrique telle qu'un électron, animée d'une grande vitesse, est brusquement arrêtée dans son mouvement, il est clair que l'onde électromagnétique, qui par le fait même a pris naissance et s'élance au loin, sera extraordinairement énergétique. Elle aura dans l'espace la forme d'une couche excessivement mince, car l'épaisseur de l'onde est égale au produit de sa vitesse de propagation par la durée extrêmement courte nécessitée pour l'arrêt de l'électron. Cette onde emportera avec elle une quantité relativement considérable d'énergie, car dans son épaisseur les champs

magnétiques et statiques seront très intenses, étant donnée la soudaineté de l'arrêt qui lui a donné naissance.

Reportons-nous en effet un instant à notre petite sphère électrisée supposée animée d'un mouvement uniforme rapide. Si elle est arrêtée brusquement, c'est-à-dire sur une longueur très petite, le champ électrique d'induction qui en résultera pourra être beaucoup plus intense que le champ électrique constant qui accompagnait la sphère dans son mouvement uniforme. Il en résultera que les deux champs, qui vont voyager avec l'onde électromagnétique qui a pris naissance pendant la durée de l'arrêt de la sphère, pourront être incomparablement plus intenses que les champs magnétique et électrique qui correspondaient au mouvement uniforme.

Or, comme l'ont montré Stokes et J. J. Thomson, les rayons X sont précisément constitués par ces ondes pulsatoires particulières et excessivement minces et très énergiques provoquées par l'arrêt brusque des électrons lancés à grande vitesse contre un obstacle interposé sur le passage des rayons cathodiques.

Les étonnantes propriétés des rayons X s'expliquent dès lors facilement :

a) Considérons en premier lieu leur grand pouvoir pénétrant.

Il résulte de l'épaisseur extrêmement petite des ondes et de leur grande énergie électromagnétique. Fixons les idées par des données numériques.

On verra plus loin que la charge d'un électron est $1,13 \cdot 10^{-20}$ C. G. S., sa masse environ $1/2000$ de l'atome d'hydrogène, soit 10^{-27} et ses dimensions celles d'une sphère de rayon 10^{-14} cm.

Supposons qu'il se meuve à une vitesse égale au dixième de celle de la lumière, soit $3 \cdot 10^9$ cm/sec. et que son arrêt se réalise dans les limites de la grandeur atomique, soit 10^{-8} cm.

Si on suppose le mouvement uniformément retardé pendant la période d'arrêt, on peut calculer avec les données précédentes les valeurs de l'accélération négative, de la force retardatrice, de la durée de l'arrêt, de la puissance totale dégagée et de la puissance radiée sous forme de rayons X.

On trouve les valeurs suivantes :

Accélération négative : 10^{26} cm sec.

Force retardatrice : 10^{-1} dyne.

Durée de l'arrêt : 10^{-17} seconde.

Puissance totale dégagée : 10^8 erg/seconde.

Puissance radiée en rayons X en appliquant la formule (4) de Larmor : 10^2 erg/seconde.

On voit que la puissance radiée en rayons X est considérable, bien qu'elle ne soit qu'une faible partie de la puissance totale dégagée, la majeure partie se transformant en chaleur et lumière.

Si l'on suppose que l'arrêt de l'électron se fait sur une longueur égale à son propre diamètre, l'énergie radiée en rayons X atteint 10 % de l'énergie totale dégagée, et si l'arrêt pouvait enfin se faire sur une longueur égale au vingtième du diamètre, toute la puissance se manifesterait sous forme de rayons de Roentgen.

Cette manière de voir est confirmée par le fait qu'aux vides peu prononcés, le dégagement des rayons diminue, tandis que l'obstacle s'échauffe jusqu'au rouge.

Il est possible de calculer théoriquement ⁽¹⁾ d'une manière générale le rapport de l'énergie radiée à l'énergie totale dégagée.

D'une part, l'énergie radiée est égale à la puissance radiée multipliée par la durée de l'arrêt, soit :

(1) LODGE. *Sur les Électrons*. Trad. Nuges et Périquier, p. 132.
J. J. THOMSON. *Phil. Mag.*, avril 1899. *On the Cathode Rays*.

$$\frac{2}{3} \frac{\mu q^2 \left(\frac{dv}{dt}\right)^2}{V} \frac{2l}{v}$$

l étant la longueur sur laquelle l'arrêt s'effectue et en supposant le mouvement uniformément retardé.

D'autre part, l'énergie totale dégagée est égale à la force vive de l'électron, soit :

$$\frac{2}{3} \frac{\mu q^2}{r} \times \frac{v^2}{2}.$$

En remarquant que $dv/dt = v^2/2l$, le rapport cherché est égal à

$$\frac{\text{énergie radiée}}{\text{énergie totale dégagée}} = \frac{2r}{Vt} \quad (5)$$

c'est-à-dire au rapport de la dimension de l'électron au chemin parcouru par la lumière pendant la durée de l'arrêt.

Revenons au cas de l'électron se mouvant avec une vitesse de l'ordre du dixième de la lumière et arrêté sur une longueur de l'ordre de la grandeur atomique.

Calculons l'épaisseur de l'onde électromagnétique engendrée. Elle s'obtient en multipliant la vitesse de propagation, soit $3 \cdot 10^{10}$ par la durée de l'arrêt, soit 10^{-17} , ce qui donne 10^{-7} cm. Or, notons que les ondes ultraviolettes les plus courtes ont une longueur égale à 10^{-5} . Celle des rayons X est donc encore 100 fois plus petite.

Il est donc facile à comprendre qu'une onde aussi mince, en passant sur des charges électriques, telles que les électrons qui entrent dans la constitution des atomes, n'ait pas le temps de leur communiquer un mouvement appréciable et de leur céder ainsi une part notable de son énergie, que nous savons considérable.

J. J. Thomson ⁽¹⁾ montre que tant que la durée du pas-

¹⁾ J. J. THOMSON. *Electricity and Matter*, p. 69.

sage d'une onde sur un électron est inférieure à l'expression q^2/Vm , m étant la masse de l'électron, la quantité d'énergie absorbée par cet électron au détriment de celle de l'onde est négligeable, ce qui est le cas pour les rayons X. Il établit aussi ⁽¹⁾ que le rapport de l'énergie absorbée par l'électron à l'énergie de la pulsation est proportionnel à l'épaisseur de celle-ci.

Rien d'étonnant dès lors à ce que les rayons X parviennent à traverser des corps opaques, tels que d'épaisses lames métalliques, puisque la valeur de l'absorption subie par les rayons X n'est plus de l'ordre de celle subie par les autres rayonnements.

b) L'inflexibilité des rayons X peut trouver plus ou moins sa raison dans le fait qu'ils sont causés, non par un mouvement périodique, mais par des chocs isolés et distincts. ⁽²⁾. Ils peuvent être comparés à des ondes

⁽¹⁾ J. J. THOMSON. *A Theory of the connexion between cathode and Roentgen Rays. Phil. Mag. loc. cit.*

Le calcul est très simple :

Soit E le champ électrique moyen de la pulsation, m la masse et q la charge d'un électron, u la vitesse communiquée à l'électron par le passage de l'onde et t la durée de ce passage.

On a :

$$m u - E q t = E q \frac{d}{V}$$

d étant l'épaisseur de la pulsation.

L'énergie communiquée à l'électron est alors égale à :

$$\frac{1}{2} m u^2 - \frac{1}{2} \frac{E^2 q^2 d^2}{m V^2}$$

D'autre part, l'énergie contenue dans la pulsation est proportionnelle à :

$$\frac{E^2 d}{V^2}$$

Le rapport de l'énergie absorbée à l'énergie totale de l'onde est donc proportionnel à d .

Plus l'onde sera donc mince, plus l'absorption sera faible et plus le pouvoir pénétrant sera grand.

⁽²⁾ P. VILLARD. — *Rayons cathodiques*, 2^e éd. p. 42.

explosives aériennes et l'absence de périodicité entraîne celle de la réflexion, de la réfraction, de l'interférence et de la polarisation.

Cette dernière explication peut ne pas paraître suffisante. J. J. Thomson attribue d'une part l'absence de réfraction au fait que le temps mis par l'onde pour passer à travers une molécule d'une substance est petit par rapport à la durée de vibration de cette molécule et explique d'autre part l'absence de diffraction par la minceur même de la pulsation.

Kanalstrahlen.

Nous avons vu jusqu'à présent que la théorie corpusculaire explique deux des principaux phénomènes inhérents à la propagation du courant dans les gaz raréfiés, à savoir les rayons cathodiques et les rayons X.

Nous allons voir qu'elle rend compte également d'un troisième phénomène dont l'ampoule de Crookes est le siège et qui fut découverte par Goldstein en 1886 ⁽¹⁾. Ce phénomène consiste en un rayonnement que ce physicien appela du nom de « Kanalstrahlen » mais qui est actuellement connu sous les diverses dénominations de rayons de Goldstein, rayons canaux, afflux cathodique, rayons de J. J. Thomson, rayons positifs, rayons anodiques.

Ces rayons sont constitués par un courant de particules chargées positivement, se mouvant en sens inverse des électrons formant les rayons cathodiques. Leur mouvement a donc lieu dans le sens des potentiels décroissants, c'est-à-dire qu'ils se dirigent de l'anode vers la cathode. On voit que le passage de l'électricité dans les gaz raréfiés se fait par la superposition de deux courants de sens

(1) GOLDSTEIN. *Ueber eine noch nicht untersuchte Strahlungsform an der Kathode inducirter Enlladungen*. *Annalen der Physik und Chemie*, t. LXIV, 1898, p. 38.

inverse comme dans l'électrolyse. On retrouve d'ailleurs le même mécanisme dans l'arc électrique (1).

Pour étudier les rayons positifs, il est commode de les séparer des rayons cathodiques en faisant usage d'un tube de Crookes dont la cathode est munie de trous. Les rayons positifs qui proviennent de la région de l'anode et qui sont lancés vers la cathode continuent leur route à travers les trous ou « canaux » percés dans celle-ci et pénètrent dans la région située en arrière de la cathode (région opposée à celle de l'anode et où les rayons cathodiques sont absents). Ils marquent d'une tache lumineuse jaune l'endroit où ils frappent la paroi de verre et illuminent vivement sur leur trajet le gaz résiduel de l'ampoule lorsque celui-ci est de l'hydrogène.

A l'instar des rayons cathodiques, les « kanalstrahlen » véhiculent des charges électriques qui, dans ce cas, sont positives. Cela est prouvé par les mesures électrométriques de Wien (2) et les mesures galvanométriques de Ewers (3). Ils doivent donc être déviés par un champ magnétique ou électrique.

Les mesures effectuées dans cet ordre d'idées par Wien ont donné des résultats très différents de ceux obtenus pour les rayons cathodiques et qui sont d'une grande importance au point de vue de la théorie atomistique de l'électricité. Non seulement la vitesse trouvée égale à environ 300 km/sec. est beaucoup plus faible que pour les rayons cathodiques, mais le rapport e/m de la charge à la masse des particules, autrement dit l'inverse de l'équiva-

(1) J. STARK. *Le mécanisme de l'arc électrique*. Ions, Electrons, Corpuscules, p. 751. Mémoire traduit par A. GALLOTTI.

(2) W. WIEN. *Untersuchungen über die elektrische Entladung in verdünnten Gasen*. Annalen der Physik und Chemie, t. LXV, 1898, p. 440.

(3) P. EWERS. Annalen der Physik und Chemie, t. LXIX, 1898, p. 167. — J. J. THOMSON, *Conduction of Electricity through Gases*. CAMBRIDGE, 1903.

lent électrochimique, est égal ou inférieur à 10^4 qui est la valeur correspondant à l'atome d'hydrogène électrolytique.

Pour les rayons cathodiques, la valeur du même rapport était $1,86 \times 10^7$, donc beaucoup plus grande.

Or, comme l'étude de l'ionisation des gaz prouve que la charge e des particules est, pour les Kanalstrahlen comme pour les rayons cathodiques, égale à celle de l'atome monovalent en électrolyse, on voit que la masse de ces particules est dans le cas des Kanalstrahlen égale ou supérieure à celle de l'atome d'hydrogène.

D'autre part, tandis que chez les rayons cathodiques, le rapport e/m était constant, il varie au contraire pour les rayons positifs avec la nature du gaz et avec celle des électrodes.

La conclusion naturelle est que les particules véhiculant les charges positives dans les rayons de Goldstein ne sont autre chose que des atomes provenant de la dissociation du gaz ou de la désagrégation des électrodes.

Conclusions.

Ayant ainsi analysé les phénomènes qui se passent dans le passage du courant électrique à travers les gaz raréfiés, nous pouvons synthétiser l'ensemble des résultats obtenus de la façon suivante :

D'une part, cette entité physique que nous sommes convenus d'appeler électricité négative apparaît liée à des corpuscules ultra-petits dont la nature et la grandeur sont invariables et indépendantes de la nature du corps gazeux livrant passage au courant.

D'autre part, au contraire, ce que nous appelons l'électricité positive se manifeste en étant associée à la matière ordinaire, c'est-à-dire aux atomes de la chimie variables d'un corps à l'autre.

L'électricité dite négative peut donc être, comme le dit J. J. Thomson ⁽¹⁾, considérée comme un véritable fluide ayant une constitution non pas moléculaire mais corpusculaire.

L'ionisation des gaz, les phénomènes radioactifs et électro-optiques prouvent que ces corpuscules ou électrons entrent dans la constitution de l'atome à l'état neutre. Si un atome perd un ou plusieurs électrons, ceux-ci, soit qu'ils restent à l'état libre, soit qu'ils aillent se fixer sur d'autres atomes, constituent l'électricité négative, tandis que l'atome demeurant privé de corpuscules sera en état d'électrisation positive. On voit que la théorie corpusculaire rappelle celle d'un seul fluide de Franklin.

Nos connaissances au sujet de ces électrons sont déjà relativement étendues, si bien que le fluide électrique a perdu de son caractère mystérieux.

Il ne s'agit évidemment pas ici de la connaissance de la nature intime de l'électron. Cette question, de même que celle de la nature intime du champ électrique et du champ magnétique, peut être réservée aux physiciens à venir. Les données que nous possédons concernent la charge, la masse, la grandeur, la déformabilité de l'électron et les relations complexes existant entre son état de mouvement et les perturbations en résultant dans l'espace ambiant.

En ce qui concerne la charge et la masse, nous avons vu qu'elles étaient respectivement $1,13.10^{-20}$ C. G. S. et 10^{-27} gramme. Quant aux dimensions, reportons-nous, pour les déterminer, à notre petite sphère chargée en mouvement.

(1) Comptes-rendus du Congrès international de physique. Paris, 1900. t. III, p. 138.

J. J. THOMSON. *Electricity and Matter*. Westminster, p. 71.

Nous avons vu que la charge électrique q , par suite de la self-induction, simulait les effets de l'inertie et que, par le fait de l'électrisation, la masse de la sphère semblait en apparence accrue de la quantité $m = 2 \mu q^2/3r$, q étant la charge et r le rayon.

Mais cette expression qui représente l'inertie électromagnétique de la charge q n'est vraie qu'aux faibles vitesses. Quand la vitesse s'approche de celle de la lumière, cette inertie ou masse électro-magnétique s'accroît et tend même vers l'infini, ainsi que nous le verrons ultérieurement. La masse de notre sphère chargée se compose donc de deux termes, l'un correspondant à la partie matérielle et qui est constant, l'autre correspondant à la partie électrique et qui croît avec la vitesse.

Or, en appliquant ces considérations à l'électron et en supposant *a priori* que sa masse est la somme de deux termes dont l'un est de nature matérielle et constant et dont l'autre est de nature électro-magnétique et variable avec la vitesse, on trouve, par la mesure de la masse des électrons des rayons cathodiques de vitesse croissante, que le premier terme est nul, à savoir que la masse des électrons est totalement électromagnétique, c'est-à-dire que l'électricité y est à l'état libre sans support matériel.

Cette masse peut donc, aux faibles vitesses, se représenter par la formule $m = 2 \mu q^2/3r$.

Dès lors, connaissant q et m , on en déduit la valeur de r , soit 10^{-13} cm.

Ceci suppose que l'électron est chargé en surface. L'hypothèse de la charge en volume donne une valeur du même ordre.

On voit que le diamètre de l'électron est très faible vis-à-vis du rayon de l'atome évalué à 10^{-8} cm.

La grosse question de savoir si cet électron est rigide ou au contraire déformable n'est pas encore tranchée.

Max Abraham ⁽¹⁾ part du principe que l'électron est une sphère invariable qu'aucune force n'est susceptible de déformer. Il admet cela malgré la valeur énorme du champ électrique présent à la surface de l'électron.

La valeur de ce champ est donnée par :

$$H = 4\pi K \frac{q}{4\pi r^2} = 4\pi (3 \cdot 10^{10})^2 \frac{1,13 \cdot 10^{-20}}{4\pi (10^{-13})^2} = 10^{27} \text{ C. G. S.} \\ = 10^{19} \text{ volts/cm.}$$

Cette valeur est tellement grande qu'elle paraît invraisemblable. Sa grandeur résulte de la petitesse du rayon. Le potentiel à la surface de l'électron est moins considérable :

$$V = K \frac{q}{r} = (3 \cdot 10^{10})^2 \frac{1,13 \cdot 10^{-20}}{10^{-13}} = 10^{14} \text{ C. G. S.} = 10^6 \text{ volts}$$

Lorentz ⁽²⁾, au contraire, suppose que l'électron, sphérique au repos, prend en vitesse la forme d'un ellipsoïde aplati dans la direction du mouvement.

Cette hypothèse lui permet de résoudre le fameux problème de l'impossibilité de la mise en évidence du mouvement absolu de la terre sur son orbite par des expériences d'optique ou d'électricité.

Langevin ⁽³⁾ admet que l'électron peut se déformer, mais pour autant que son volume reste constant.

Quoi qu'il en soit, les équations fondamentales qui servent de base à la dynamique de l'électron sont les suivantes, mises sous la forme vectorielle pour plus de simplicité :

⁽¹⁾ M. ABRAHAM. *Prinzipien der Dynamik des Electrons*. *Annalen der Physik*. t. X, 1903, p. 105. Trad. par Paul LANGEVIN, dans *Ions, Electrons, Corpuscules*, p. 1.

⁽²⁾ H. A. LORENTZ. *Amsterdam Proceedings*, 1903-1904, p. 809. Trad. par Paul LANGEVIN, dans *Ions, Electrons, Corpuscules*, p. 477.

⁽³⁾ LANGEVIN. *Comptes-rendus de l'Académie des Sciences*, t. CXL. H. POINCARÉ. *Sur la Dynamique de l'Electron*. *Comptes rendus*, t. CXL.

$$\left\{ \begin{array}{l} (6_a) \quad \text{div. } \delta \quad \rho \\ (6_b) \quad \text{div. } \mathcal{H} = 0 \\ (6_c) \quad \text{rot. } \mathcal{H} \quad + \pi \left(\rho v + \frac{d\delta}{dt} \right) \\ (6_d) \quad \text{rot. } \delta \quad - \frac{1}{4\pi V^2} \frac{d\mathcal{H}}{dt} \end{array} \right. \quad (6)$$

auxquelles on peut ajouter l'équation :

$$F = 4\pi V^2 \delta + [v \mathcal{H}] \quad (7)$$

Les notations (1) sont les suivantes :

1) Les lettres surmontées d'un trait horizontal représentent des vecteurs.

2) $\text{div. } A$ (divergence du vecteur A de composantes A_x, A_y, A_z) représente la grandeur scalaire :

$$\frac{dA_x}{dx} + \frac{dA_y}{dy} + \frac{dA_z}{dz}$$

3) $\text{rot. } A$ (rotation du vecteur A) représente le vecteur dont les composantes sont :

$$\frac{\partial A_z}{\partial y} - \frac{\partial A_y}{\partial z}, \quad \frac{\partial A_x}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial x}, \quad \frac{\partial A_y}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial y}$$

4) $[A, B]$ et le produit extérieur des deux vecteurs A et B , à savoir le vecteur aux composantes $A_y B_z - A_z B_y, A_z B_x - A_x B_z, A_x B_y - A_y B_x$.

5) δ désigne le déplacement électrique de Maxwell, ρ la densité de charge en volume de l'électron, \mathcal{H} le champ magnétique, v la vitesse de déplacement de l'électron, t le temps, V la vitesse de la lumière, F la force appliquée à l'unité de charge de l'électron.

(1) Pour ce qui concerne l'application du calcul vectoriel, voir la contribution de Max Abraham à l'Encyclopédie allemande de sciences mathématiques, t. IV, article 14.

Nous avons résumé les éléments de ce calcul en un chapitre spécial p. 124

6) Les équations se rapportent au système d'unités électromagnétiques.

Les équations (6_c), (6_d) et (7) fournissent chacune trois équations de projection.

Pour ce qui est de l'origine de ces équations, l'équation (6_a) est celle aux dérivées secondes de Poisson, l'équation (6_b) exprime la distribution solénoïdale du champ magnétique, les équations (6_c) et (6_d) sont celles de la théorie des perturbations électromagnétiques de Maxwell. Quant à l'équation (7) son admission ^{soulève} soulève des difficultés.

Etablie par Lorenz et Wiechert, elle a été admise par Abraham et les autres fondateurs de la dynamique des électrons.

Nous reviendrons dans la suite sur les résultats déduits de ces relations, notamment dans de nombreux phénomènes d'optique et dans la question de la variation de la masse avec la vitesse.

IONISATION DES GAZ.

Généralités.

Nous avons vu que l'étude de la décharge électrique dans les gaz raréfiés a fourni des conclusions remarquables sur la nature de l'électricité.

Les phénomènes électriques qui se produisent dans les gaz à la pression ordinaire confirment ces conclusions. Nous verrons que le passage du courant à travers un gaz, qu'il soit ou non raréfié, présente une analogie profonde avec le phénomène de l'électrolyse.

On sait que dans un bain électrolytique le courant résulte des mouvements de convection des ions positifs et négatifs qui ont pris naissance dans le bain par suite de la dissociation des molécules de l'électrolyte. Dans un gaz, le mécanisme est le même, mais il se caractérise par

des particularités dérivant de la nature même de l'état gazeux, notamment par une mobilité des ions de beaucoup supérieure à celle constatée en électrolyse.

Toutefois, les circonstances de production des ions dans le cas d'un gaz sont différentes.

Dans les conditions normales, un gaz tel que l'air constitue en effet un isolant parfait. Il faut même renoncer à l'idée émise par Coulomb, que ses molécules puissent, en venant au contact d'un corps électrisé, enlever une certaine fraction de la charge en se comportant comme de petits conducteurs.

Les expériences de Warburg et Nharwold ⁽¹⁾ ont, en effet, prouvé que dans un gaz exempt de poussières un corps chargé garde indéfiniment sa charge et qu'il est impossible de communiquer aux molécules mêmes de l'air, par simple contact avec un corps électrisé, une charge quelconque.

Cette propriété d'un corps gazeux de se comporter comme un diélectrique parfait en ne laissant passer aucun courant, subsiste tant que la différence de potentiel à laquelle le gaz est soumis n'atteint pas une valeur critique déterminée, dépendant de la nature et de la pression du gaz, ainsi que de l'écartement des électrodes.

Ce point a été mis en lumière par les expériences de M. Bouty, qui a appelé « potentiel explosif » cette valeur critique de la tension, laquelle, entre électrodes planes et parallèles, ne dépend que de la masse gazeuse contenue entre elles par unité de surface.

Il n'en est plus de même si des facteurs spéciaux interviennent. Un fait analogue se présente en électrolyse, où l'on sait que la dilution dans le cas d'un électrolyte

⁽¹⁾ E. BOUTY. *Les gaz envisagés comme diélectriques*. Rapports du Congrès international de Physique. Paris, 1900, t. II, p. 342.

dissous peut permettre le passage du courant sous des tensions de beaucoup inférieures à celles prévues par la loi de Kelvin. Ici c'est le dissolvant qui est l'agent de dissociation de l'électrolyte et la différence de potentiel n'intervient plus que pour diriger le mouvement de convection des ions.

De même dans les gaz, la production d'ions positifs et négatifs au sein de la masse gazeuse peut être provoquée par voie de dissociation sous l'action de différents agents, dont les principaux sont : les rayons X, les rayons cathodiques, les radiations émises par les substances radioactives, la lumière ultra-violette, la présence au sein du gaz de corps portés à la température d'incandescence.

Il est admis que, sous l'action de ces agents, le gaz est ionisé de la manière suivante : un grand nombre d'atomes perdent un ou plusieurs électrons qui leur sont en quelque sorte arrachés par l'effet de l'énergie particulière externe mise en jeu. Un tel atome ainsi privé d'électrons est, par là même, d'après ce qui a été dit précédemment, chargé positivement. Il constitue alors ce que l'on appelle un « ion positif ». Quant aux électrons mis en liberté, on admet que dans le cas où le gaz n'est pas raréfié à l'extrême, ils se fixent sur un ou plusieurs atomes neutres pour constituer des « ions négatifs ». Quand le vide est poussé fort loin, comme dans l'ampoule de Crookes, les électrons peuvent subsister à l'état libre, comme c'est le cas pour les rayons cathodiques.

Ces ions positifs et négatifs une fois formés s'entourent en général, par suite d'une cause peu connue, d'un certain nombre variable de molécules neutres pour constituer des agrégats dont la masse croîtra avec le nombre de molécules associées, mais dont la charge électrique sera invariable.

Caractères de l'ionisation des gaz.

Cette théorie de l'ionisation des gaz est confirmée par les faits suivants :

1^o Supposons qu'un gaz tel que l'air soit soumis à un agent d'ionisation, que nous supposerons, par exemple, être un faisceau de rayons X. On prévoit qu'un conducteur chargé et isolé perdra sa charge au contact de cet air en attirant à sa surface les ions dont la charge sera de signe contraire à la sienne. De même, si on fait passer un faisceau de rayons X entre deux plateaux métalliques soumis à une certaine différence de potentiel, le champ électrique déterminera un double mouvement de convection des ions, d'où résultera que l'air à l'état ionisé se comportera comme un conducteur.

Or, on constate ce fait remarquable que si le courant traversant l'air croît avec la différence de potentiel établie entre les deux plateaux métalliques, cet accroissement cesse bientôt dès que la différence de potentiel a atteint une certaine valeur. Dès lors, on a beau augmenter la tension, le courant demeure constant. Il est « saturé ». Ce fait s'explique bien simplement dans la théorie de l'ionisation, en remarquant que le courant ne peut évidemment pas dépasser la valeur limite correspondant au nombre d'ions formés par les rayons X en l'unité de temps. (1).

Cela peut être traduit analytiquement de la manière suivante. Soit :

n le nombre d'ions présents par unité de volume du gaz.

q le nombre d'ions engendrés par les rayons X en une seconde et par unité de volume.

(1) J. J. THOMSON and E. RUTHERFORD. *On the passage of Electricity through gases exposed to Roentgen Rays*. Phil. Mag., 5^e série, t. XLII, nov. 1896, p. 392.

J. J. THOMSON. *Conduction of Electricity through gases*. Cambridge 1903.

αn^2 le nombre d'ions qui disparaissent en l'unité de temps dans l'unité de volume par recombinaison entre eux et indépendamment du passage du courant.

i le courant à travers le gaz par unité de surface des électrodes.

l la distance entre les électrodes.

e la charge d'un ion.

t le temps.

On a :

$$\frac{dn}{dt} = q - \alpha n^2 - \frac{i}{le}. \quad (8)$$

Dans le régime permanent, cette relation devient :

$$0 = q - \alpha n^2 - \frac{i}{le}. \quad (9)$$

Tant que la différence de potentiel entre les électrodes est faible, le courant i lui est proportionnel, car il est alors indépendant de n . Lorsque cette différence croît, le coefficient α tend vers zéro et le courant i tend vers la valeur limite de saturation qle .

2° La conductibilité communiquée au gaz ne cesse pas immédiatement avec l'action de l'agent ionisant. Elle perdure pendant un certain temps qui peut dépasser la valeur d'une minute. (1).

La diminution du nombre des ions en fonction du temps, lorsque la source ionisante cesse d'agir, peut s'obtenir comme suit :

En l'absence de source ionisante on a :

$$\frac{dn}{dt} = -\alpha n^2. \quad (10)$$

Comptons les temps à partir du moment où l'agent

(1) E. RUTHERFORD. *The velocity and rate of recombination of the Ions of gases exposed to Roentgen Radiation*. Phil. Mag. nov. 1897.

ionisant cesse d'agir et soit N le nombre d'ions existant à cet instant initial. On a :

$$\int_0^t dt - \int_N^n \frac{dn}{\alpha n^2}$$

d'où

$$t = - \frac{1}{\alpha} \left(\frac{1}{N} - \frac{1}{n} \right)$$

ou

$$\frac{1}{n} - \frac{1}{N} = \alpha t. \quad (11)$$

Soit t_1 le temps nécessaire pour que le nombre d'ions tombe à $N/2$. Il est donné par :

$$\frac{1}{N} - \alpha t_1. \quad (12)$$

Les ions qui ont pris naissance dans le gaz ne peuvent, en l'absence de champ électrique, disparaître qu'en se recombinant deux à deux. Cette neutralisation exige un temps plus ou moins long en rapport avec la valeur du coefficient α , car elle ne peut se faire que par choc lorsque deux ions de signe contraire viennent à se rencontrer.

En présence d'un champ électrique, la conductibilité disparaît évidemment beaucoup plus rapidement, le gaz livrant passage au courant jusqu'à épuisement de tous les ions qu'il contenait.

Un autre moyen de détruire la conductibilité du gaz consiste à le filtrer à travers un tampon de coton de verre ou d'ouate ou en le faisant barboter bulle à bulle à travers de l'eau ⁽¹⁾, ou enfin en le faisant passer à travers des tubes métalliques longs et étroits ou bien des toiles métalliques fines ⁽²⁾. La perte de la conductibilité s'explique

¹⁾ J. J. THOMSON et E. RUTHERFORD, *loc. cit.*

²⁾ E. RUTHERFORD, *loc. cit.*

dans ce cas par le fait que les ions abandonnent leur charge au contact de parois conductrices ou bien restent adhérents aux corps solides constituant le filtre que le gaz ionisé traverse.

3° Enfin un fait remarquable et qui resterait inexplicable en dehors de la théorie de l'ionisation est que la valeur du courant de saturation auquel une masse gazeuse ionisée comprise entre deux électrodes parallèles livre passage, croît proportionnellement à la distance des électrodes, à l'inverse de ce qui aurait lieu si la conductibilité obéissait à la loi d'Ohm. Cela s'explique aisément en remarquant que le nombre d'ions produits croît avec le volume de gaz exposé à l'action de l'agent ionisateur et que, par conséquent, il en est de même du courant nécessaire pour les emporter tous.

D'ailleurs, l'expression du courant de saturation

$$i = q l e$$

montre directement l'influence de la distance l des électrodes.

L'étude mathématique du phénomène de l'ionisation des gaz a été faite par J. J. Thomson (1), Rutherford et Townsend (2).

On conçoit également que de nombreuses mesures de tous genres aient été exécutées pour différents gaz et va-

(1) J. J. THOMSON. *On the theory of the Conduction of Electricity through Gases by charged Ions*. Phil. Mag. mars 1899.

(2) J. S. TOWNSEND. *Application of Diffusion to Conducting Gases*. Phil. Mag. juin 1898.

The Diffusion of Ions into Gases. Phil. Trans. t. CXCVIII A 1900, p. 129.

The Conductivity produced in gases by the aid of ultra-violet Light. Phil. Mag. juin 1902, avril 1903.

On the genesis of Ions by the motion of positive Ions in a gas. Phil. Mag. novembre 1903.

The conductivity produced in gases by the motion of negatively charged Ions. Phil. Mag. février et juin 1901.

peurs, à des pressions et températures variables, au point de vue des effets électriques et magnétiques, et avec les divers agents ionisants, rayons X, rayons cathodiques ou de Lenard, lumière ultra-violette, corps incandescents, gaz extraits des flammes, etc...

Des résultats obtenus nous retiendrons d'abord que le nombre d'ions produits dans le gaz même avec un agent puissant d'ionisation tel qu'un faisceau intense de rayons X est toujours extrêmement petit en proportion du nombre des molécules gazeuses. Ainsi, dans les mesures de J. J. Thomson, le nombre d'ions par cm^3 est d'environ 10^5 , tandis que le nombre de molécules est de l'ordre de 10^{20} . Ensuite la mobilité des ions des gaz, à savoir la vitesse de translation communiquée à un ion par un champ électrique d'un volt par cm, a été trouvée beaucoup plus grande que celle des ions dans les liquides. Comme pour les liquides, cette mobilité est très variable dans les divers cas.

Dans le cas de l'ionisation par les rayons X, la lumière ultraviolette ou les corps radioactifs, cette vitesse est de l'ordre du cm par sec. (Rutherford trouve 1,6 cm sec. pour l'air Röntgenisé), tandis que pour les ions produits par l'arc électrique et dans les corps incandescents, la vitesse est plus faible. Dans l'électrolyse, au contraire, la mobilité est des milliers de fois plus petite, car elle est de l'ordre du cm par heure. (Par exemple, pour l'ion d'hydrogène dans l'eau presque pure, la vitesse est de 1,08 cm par heure pour un champ de 1 volt par cm.)

Mesure de la charge électrique d'un ion gazeux.

1) Méthode de dénombrement de J. J. Thomson (1).

Les résultats qui, toutefois, sont de loin les plus importants sont ceux qui résultent de la mesure de la charge

(1) J. J. THOMSON. *On the charge of Electricity carried by the Ions produced by Roentgen Rays.* Phil. Mag., décembre 1898. (Voir suite page 50).

électrique d'un ion gazeux faite par J. J. Thomson, Townsend et H. A. Wilson.

Comme nous l'avons dit précédemment, la méthode de J. J. Thomson est spécialement remarquable. Elle est basée sur la propriété que possèdent les ions de condenser les vapeurs. Cette curieuse particularité des ions de jouer le rôle de noyaux de condensation lorsqu'ils se trouvent dans un air sursaturé de vapeur et de donner ainsi chacun naissance à une minuscule goutte liquide, s'explique de la manière suivante :

L'expérience prouve que dans un air exempt de poussières, la vapeur demeure à l'état sursaturé et ne se condense pas. (1). L'étude de la tension superficielle des liquides prouve en effet que l'état liquide ne peut exister que pour autant que le rayon de courbure de la surface du liquide ne soit pas trop petit, d'où il résulte que l'existence d'une goutte liquide inférieure à une limite donnée est impossible et que la condensation de la vapeur ne peut s'amorcer. Mais il n'en est plus de même en présence de particules solides suffisamment grosses pour que leur surface ait une courbure assez faible pour permettre la condensation. Si maintenant une telle particule est électrisée, la théorie (2) montre que la pression superficielle électrique contrebalance l'effet de la tension superficielle hydrostatique qui mettait obstacle à la condensation. Celle-ci devient alors possible, bien que la grosseur de la particule soit réduite à la grandeur moléculaire ou atomique ou même beaucoup en deçà, et c'est

On the charge of Electricity carried by a Gaseous Ion. Phil. Mag., mars 1903.

Mémoires traduits par P. LUGOL dans *Ions, Electrons, Corpuscules*, pp. 802 et 872.

(1) JOHN AITKEN. *On Dust, Fogs and Clouds.* Trans. R. S. Edimb., t. XXX, 1880-1881, p. 337.

(2) J. J. THOMSON. *Applications of Dynamics to Physics and Chemistry*, p. 104.

ce qui explique le rôle de noyaux de condensation joué par les ions et même par les électrons.

Cela posé, si, dans un air ionisé saturé de vapeur d'eau, on amène celle-ci à l'état sursaturé, chaque ion deviendra le centre d'une gouttelette liquide et il se formera un brouillard ou nuage comportant autant de globules liquides qu'il y avait d'ions en présence. C'est le dénombrement de ces gouttelettes d'eau et par suite celui des ions qui ont été effectués si ingénieusement par J. J. Thomson.

Il a pour cela mis d'abord à profit les travaux de C. T. R. Wilson (1) sur la formation des brouillards dans un récipient contenant de l'air ionisé et saturé de vapeur d'eau et où, par une brusque détente adiabatique, on amène cette vapeur à l'état sursaturé. Wilson avait essayé sans succès d'évaluer les dimensions des gouttelettes d'eau constituant le brouillard, par les anneaux colorés de diffraction qui se produisent lorsque l'on regarde un point lumineux à travers ce brouillard. J. J. Thomson y arriva en observant la vitesse de chute du brouillard, ce qui est très praticable, car la surface limitant celui-ci à sa partie supérieure est très nette et, de plus, la chute est lente, car elle est de l'ordre du millimètre par seconde. De cette vitesse de chute, il put déduire les dimensions des gouttelettes en mettant d'autre part à profit les travaux de Stokes (2) sur la chute des corps sphériques de petites dimensions à travers un fluide.

La relation obtenue par Stokes est la suivante :

$$v = \frac{2}{9} \frac{g r^2}{\mu} \quad (13)$$

où v est la vitesse de chute en cm sec., r le rayon de la

(1) C. T. R. WILSON. *Condensation of Water Vapour in the Presence of Dust-free Air and other gases*. Phil. Trans. t. CLXXXIX. 1897 A. p. 265.

(2) SIR GEORGE STOKES. Camb. Trans. Phil. Soc. t. IX, p. 48.

On the Effect of internal Friction of Fluids on the motion of Pendulums.

goutte en cm, μ le coefficient de viscosité de l'air, soit $1,8 \cdot 10^{-4}$ et g l'intensité de la pesanteur en cm/sec., soit 981.

Cette relation peut se mettre sous la forme :

$$r = 9,08 \cdot 10^{-4} \sqrt{v}.$$

Dès lors, le problème du dénombrement des ions est résolu.

Considérons en effet un récipient en verre A (fig. 4) contenant de l'air saturé de vapeur d'eau, cette saturation résultant de la présence d'une certaine quantité d'eau au fond du vase. Supposons que par l'action d'un agent d'ionisation tel qu'un faisceau de rayons X ou mieux un fragment de sel de radium, l'air soit ionisé d'une manière constante et que le récipient soit relié à un corps de pompe C muni d'un piston P, de façon à pouvoir réaliser une détente adiabatique brusque de l'air entraînant une condensation de la vapeur d'eau sur les ions. En observant la vitesse de chute du brouillard ainsi formé on pourra en déduire d'après la formule (13) de Stokes le rayon et par suite le poids d'une goutte. (La vitesse de chute s'observe en mesurant le temps mis par le brouillard à tomber de 1 cm. Pour faciliter cette mesure, le brouillard est vivement éclairé par un faisceau de lumière et on dispose un fond noir sur lequel le brouillard tranche nettement). Comme, d'autre part, le thermodynamique permet de calculer la quantité d'eau qui s'est condensée par unité de volume d'après le degré de la détente (le rapport du volume final au volume initial doit être compris entre 1,25 et 1,40), on en déduira le nombre de gouttes par unité de volume.

Dans les expériences de Thomson, ce nombre était compris entre 10^4 et 10^5 par cm^3 . (La quantité d'eau condensée par cm^3 était de l'ordre de 10^{-6} grammes et le rayon des gouttes de 10^{-4} cm).

Le dénombrement des ions étant effectué, il ne reste plus qu'à déterminer par une seconde mesure la charge électrique totale de ceux-ci pour en déduire la charge individuelle de chacun d'eux. A cet effet, une électrode plane est disposée horizontalement à une certaine hauteur au-dessus de la surface de l'eau, jouant le rôle de deuxième électrode, et une différence de potentiel est établie entre elles. Le champ électrique détermine un mouvement de convection des ions engendrés par le faisceau de rayons X entre l'électrode métallique et la surface de l'eau, d'où résulte un courant mesuré par la déviation accusée en un temps donné par un électromètre relié à l'eau du vase. L'intensité du courant, c'est-à-dire la charge reçue en l'unité de temps par l'eau du vase, est égale à

$$i = nevS$$

n étant le nombre d'ions existants par cm^3 , e la charge d'un ion, v la vitesse moyenne des ions positifs et négatifs et S la surface de l'électrode supérieure.

La vitesse v acquise par un ion sous l'effet d'un champ électrique donné résulte des travaux de Rutherford (1), Zeleny (2), Mac Clelland (3) et Wilson. La valeur du cou-

(1) E. RUTHERFORD. *The velocity and Rate of Recombination of the Ions of gases exposed to Roentgen Radiation*. Phil. Mag. nov. 1897.

Uranium radiation and the Electricat Conduction produced by it. Phil. Mag. janv. 1899.

(2) J. ZELENY. *On the Ratio of the velocities of the two Ions produced in Gases by Roentgen Radiation*. Phil. Mag. juillet 1898.

The velocity of the Ions produced in Gases by Roentgen Rays. Phil. Trans. t CXCVA. 1901, p. 193.

(3) MAC CLELLAND. *On the conductivity of the hot Gases from Flames*. Phil. Mag. juillet 1898.

A. P. CHATTOCK. *On the velocity and the mass of the Ions in the Electric Wind in air*. Phil. Mag. nov. 1899.

On the specific velocities of Ions in the Discharge from Points. Phil. Mag. janv. 1901.

rant i détermine donc celle du produit ne , qui est la charge totale portée par les ions contenus dans un cm^3 .

Remarquons que le nombre d'ions contenus par cm^3 dans l'air du récipient reste constant dans les deux parties de l'expérience, car nous supposons le faisceau de rayons X invariable. Dans la première partie correspondant au dénombrement des ions, ceux-ci s'éliminent par voie de recombinaison entre eux, tandis que, dans la deuxième partie relative à la mesure de la charge totale des ions, ils sont éliminés par la convection due au champ électrique.

La charge totale des ions ainsi que leur nombre étant connus on en déduit leur charge individuelle.

J. J. Thomson trouva pour cette valeur $1,13 \times 10^{-20}$ C. G. S., c'est-à-dire la même valeur que pour l'ion monovalent en électrolyse.

La figure 4 montre l'appareil utilisé par J. J. Thomson dans ses premières expériences. Il dérive de celui qui avait été imaginé par Wilson.

A est le récipient dans lequel se produit la condensation par les ions engendrés par le faisceau de rayons de Roentgen émanant de la cathode de l'ampoule de Crookes X, laquelle est enfermée dans une caisse de plomb M. La paroi de cette caisse est percée d'une ouverture fermée par une fenêtre F en aluminium. Dans les mesures ultérieures, l'ampoule de Crookes fut remplacée par un fragment de radium afin d'obtenir une plus grande invariabilité dans l'intensité des rayons X utilisés.

L'eau contenue dans le vase A est reliée à l'une des paires de quadrants d'un électromètre ; l'autre paire est en relation avec la feuille d'aluminium F jouant le rôle d'électrode. Celle-ci, de même que la caisse M, est reliée au sol.

Le vase A communique par le tube B avec le corps de pompe C, dans lequel se meut le piston P. Ce piston est

en forme de cloche et sa base plonge dans de l'eau. Le déplacement du piston, d'où résulteront la détente et la condensation, s'obtient comme suit : Le vase V contenant de l'air raréfié communique avec le récipient K par le tube H, dont l'ouverture O peut être obturée par un bouchon de caoutchouc fixé à la tige T et maintenu pressé contre le tube H par un ressort à boudin.

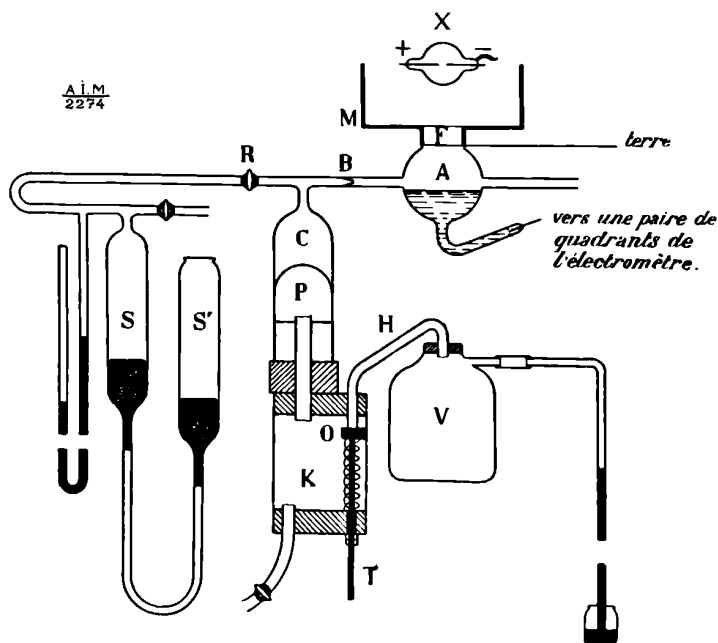


Fig. 4.

En tirant brusquement sur la tige T, la pression dans le récipient K et sous le piston P s'abaisse, celui-ci descend et provoque une détente en A. Les tubes S et S' servent à régler la pression initiale au début de l'expérience. Le piston P est alors préalablement amené en haut de sa

course en augmentant légèrement la pression de l'air en K. La pression voulue étant réalisée, on ferme le robinet R.

Il suffit alors de tirer sur la tige T pour provoquer la formation d'un brouillard en A.

2) Méthode de Townsend. (1).

Townsend arriva au même résultat que J. J. Thomson par une voie différente. Il partit de ce principe que les ions se trouvant dans un gaz ionisé se comportent comme s'ils constituaient un gaz distinct mélangé au gaz dans lequel ils se meuvent. Il considère donc un gaz ionisé comme un mélange de deux gaz et applique à la diffusion des ions les lois de la diffusion d'un gaz dans un autre. En déterminant, par une série de mesures, le coefficient de diffusion des ions dans un gaz tel que l'air, il put en déduire la charge individuelle de l'ion gazeux.

3) Méthode de H. A. Wilson (2).

Enfin H. A. Wilson eut recours à la méthode suivante :

Dans de l'air à très haute température, compris entre deux électrodes soumises à une différence de potentiel, il introduisit une quantité connue de vapeur de sel métallique par seconde. Cette vapeur, passant à l'état ionisé, rend l'air conducteur et le courant de saturation qu'elle permet d'obtenir entre les deux électrodes fut trouvé égal au courant qui, en électrolyse, aurait décomposé par seconde la même quantité de sel introduit dans cet air surchauffé.

(1) J. S. TOWNSEND. *The diffusion of Ions into Gases*. Phil. Trans. t. CXCVIII A. 1900, p. 129.

(2) H. A. WILSON. *On the Electrical conductivity of air and Salt Vapours*. Phil. Trans, t. CXCVII. 1901 A, p. 415.

The Laws of Electrolysis of Alkali Salt-Vapours. Phil. Mag., août 1902.

G. MOREAU. *De l'ionisation thermique des vapeurs salines. Ions, Electrons, Corpuscules*. p. 540.

CONCLUSIONS.

Ces divers travaux ont abouti à la conclusion générale que, quelle que soit la nature du gaz ionisé et quel que soit l'agent ionisant, la charge électrique d'un ion est celle qu'il porte dans l'électrolyse. On peut donc considérer comme établi que le minimum de la divisibilité d'une charge électrique est le même dans les gaz et dans les liquides. La notion de structure atomique s'impose donc aussi bien pour l'électricité que pour la matière.

Nous avons vu que la connaissance de la charge d'un ion gazeux avait conduit, dans l'étude des phénomènes cathodiques, à cette conclusion que l'électricité négative était liée à des particules toutes identiques et beaucoup plus petites que les atomes. Les travaux de Townsend, concernant la conductibilité des gaz ionisés et spécialement l'étude de la production de nouveaux ions par le choc des ions existant contre les molécules gazeuses ⁽¹⁾, grâce à la vitesse qu'ils peuvent acquérir dans un champ électrique, ont conduit à la même conclusion, à savoir que les noyaux des ions négatifs sont très petits vis-à-vis des molécules ou des atomes. L'ionisation des gaz confirme donc les conclusions qui avaient été formulées à propos des phénomènes cathodiques relativement à la constitution corpusculaire de l'électricité.

Avant de clore ce chapitre consacré au passage de l'électricité à travers les gaz, disons quelques mots de deux cas particulièrement intéressants au point de vue pratique : les décharges atmosphériques et l'arc électrique.

⁽¹⁾ J. S. TOWNSEND. *The conductivity produced in gases by the motion of negatively charged ions*. Phil. Mag., février 1901, p. 198 et juin 1901, p. 630.

En dehors de la théorie de l'ionisation, il est bien difficile de donner une explication acceptable des phénomènes d'électrisation qui se manifestent en temps d'orage.

Mais C. T. R. Wilson et J. J. Thomson ont montré qu'une explication peut être présentée en prenant pour point de départ la différence qui existe dans l'aptitude que les ions négatifs et positifs présentent à jouer le rôle de noyaux de condensation pour la vapeur d'eau dans un air sursaturé. Supposons que, par suite d'un abaissement de température de l'air dû soit à un mouvement ascendant de celui-ci ou à une autre cause, la vapeur d'eau contenue dans l'air passe à l'état sursaturé. Quand l'air est chargé de poussière, cette sursaturation est évidemment impossible, car les particules solides flottant dans l'air jouent le rôle de noyaux de condensation et deviennent chacune le centre d'une gouttelette liquide, qui sera animée par rapport à l'air ambiant d'une certaine vitesse de chute relative dépendant de sa grosseur. Mais si nous supposons que les poussières ont été préalablement éliminées par ce mécanisme, c'est-à-dire qu'elles ont causé la formation d'un premier nuage et ont été emportées dans sa chute, la sursaturation devient alors possible.

Si le degré de sursaturation va croissant, il est à prévoir, étant donné que l'atmosphère est toujours chargée d'ions positifs et négatifs, que ces derniers provoqueront sur eux seuls la condensation de la vapeur d'eau dès que le degré de sursaturation aura atteint une certaine limite en raison de la plus grande aptitude présentée par les ions négatifs pour la production de ce phénomène.

La pesanteur provoquant la chute lente mais constante du nuage ainsi formé, il se produit par le fait même une séparation des charges électriques qui étaient contenues dans l'air ionisé ; le nuage emporte dans sa chute une charge négative, tandis que les couches d'air qui lui ont

donné naissance demeurent chargées positivement. Si la chute du nuage se précipite sous forme de pluie, celle-ci apportera au sol une charge négative.

Quant à l'arc électrique, les études récentes, notamment celles de J. Stark ⁽¹⁾ ont montré que son mécanisme est analogue à celui du passage de l'électricité à travers les gaz raréfiés de l'ampoule de Crookes. Le passage du courant résulte d'un mouvement d'ions positifs et négatifs.

On sait que dans l'ampoule de Crookes la cathode émet des électrons qui, sous l'action de la chute de potentiel cathodique, sont animés d'une vitesse suffisante pour produire par leur choc contre les molécules du gaz contenu dans l'ampoule l'ionisation de celles-ci et donner ainsi naissance à des ions positifs et négatifs. Les ions positifs ainsi formés, obéissant au champ électrique, sont précipités vers la cathode et leur mouvement constitue l'afflux cathodique. M. Villard a montré que l'émission des rayons cathodiques est limitée à la région de la cathode frappée par cet afflux.

La même théorie est valable pour l'arc électrique. Celui-ci ne peut subsister que si la température de la cathode est suffisamment élevée pour donner lieu à l'émission d'électrons-ions négatifs et si la chute de potentiel cathodique est suffisante pour communiquer à ceux-ci l'énergie cinétique nécessaire à l'ionisation de la vapeur comprise entre les électrodes.

C'est l'afflux des ions positifs contre la cathode qui entretient la température élevée de celle-ci. Si l'on refroidit la cathode, l'arc s'éteint, tandis qu'il n'en est pas de même pour l'anode. Quant à la chute cathodique qui correspond à une différence de potentiel capable de produire

⁽¹⁾ J. STARK. *Le mécanisme de l'arc électrique*. Ions, Electrons, Corpuscules. p. 751. Traduit de l'allemand par A. GALLOTTI.

une ionisation, la théorie prévoit, et l'expérience l'a confirmé, qu'elle doit être indépendante de l'intensité du courant, de la température et de la pression, et n'être déterminée que par la nature des électrodes.

DYNAMIQUE DE L'ELECTRON.

Considérations générales.

Comme la théorie corpusculaire de l'électricité tend à ramener les phénomènes calorifiques, lumineux et électriques au mouvement de charges électriques élémentaires, on conçoit que la recherche des lois du mouvement d'une telle charge doit être placée à la base de l'étude de ces phénomènes.

La recherche de ces lois, c'est-à-dire la dynamique de l'électron, est un problème très complexe et constitue une des principales questions nouvelles de la physique mathématique.

J.-J. Thomson ⁽¹⁾ fut le premier, en 1881, à en aborder l'étude. Dans la suite, cette question fut l'objet des travaux de plusieurs physiciens parmi lesquels Heaviside ⁽²⁾, Searle ⁽³⁾, Morton ⁽⁴⁾, Lorentz, ⁽⁵⁾,

(1) J.-J. THOMSON. *On the Electric and Magnetic Effects produced by the Motion of Electrified Bodies*. Phil. Mag. Avril 1881, t. 61, 6^e série, p. 229. *Recent researches on Electricity and Magnetism*, p. 21.

Electricity and Matter, p. 36.

(2) HEAVISIDE. Phil. Mag. Avril 1889, p. 324.

(3) G.-F.-C. SEARLE. *On the steady Motion of an Electrified Ellipsoid*. Phil. Mag. Octobre 1897, p. 329. Phil. Transactions. Vol. 187 (1896), p. 675.

(4) W.-B. MORTON. *Notes on the electro-magnetic Theory of moving Charges*. Phil. Mag., t. 41, 5^e série. Juin 1896, p. 488.

(5) LORENTZ. *The Theory of Electrons*. Leipzig, 1909.

Sur la Théorie des Electrons. Ions, Electrons, Corpuscules. Mémoires réunis et publiés par H. Abraham et P. Langevin. Paris, 1905. Tome I, p. 430.

Larmor ⁽¹⁾, Poincaré ⁽²⁾, Langevin ⁽³⁾ et Abraham ⁽⁴⁾.

Ce dernier traita le problème de la dynamique de l'électron d'une manière particulièrement simple et complète. Dans ce chapitre nous chercherons à donner un exposé aussi bref que possible de la méthode suivie par M. Abraham et des résultats qu'il a ainsi établis.

Pour plus de facilité nous étudierons d'abord le mouvement de translation uniforme d'une charge électrique réduite à un point, en vue de montrer la forme particulière du champ électrique et magnétique engendré par une telle charge aux grandes vitesses. Nous étudierons ensuite le même mouvement, non plus pour une charge punctiforme, mais pour un système de charges distribuées dans l'espace. Nous verrons ainsi que le potentiel de convection, c'est-à-dire le potentiel de la force exercée par le système en mouvement sur l'unité de charge participant au même mouvement, est identique, à un facteur constant près, au potentiel électrostatique d'un système immobile obtenu par une dilatation du système en mouvement, dilatation réalisée dans la direction du mouvement et dans un certain rapport fonction de la vitesse. On peut alors déduire de là qu'un ellipsoïde de révolution et aplati, se mouvant dans la direction de son axe et dont l'aplatisse-

(1) J. LARMOR. *Aether and Matter*. Cambridge, 1900.

(2) H. POINCARÉ. *La théorie de Lorentz et le principe de réaction*. Arch. Néerland., 2^e série, t. V, 1900, p. 252. *Sur la Dynamique de l'Électron*. Comptes-rendus, t. CXL (1905), p. 1504. Rendiconti del circolo matematico di Palermo. 21 (1906), p. 129.

(3) P. LANGEVIN. *Sur l'impossibilité physique de mettre en évidence le mouvement de translation de la terre*. Comptes-rendus de l'Académie des Sciences, t. CXL (1905), p. 1171.

La Physique des Électrons. Revue générale des sciences pures et appliquées, 16 (1905), p. 257.

(4) M. ABRAHAM. *Prinzipien der Dynamik des Elektrons*. Annalen der Physik, t. X, 1903, p. 105.

Theorie der Elektrizität. Zweiter Band. Leipzig, 1905.

ment croît avec la vitesse, dénommé « ellipsoïde d'Heaviside », est la forme la plus simple d'un conducteur en mouvement et que la répartition de la charge sur une sphère ou sur un ellipsoïde conducteur n'est pas modifiée par une translation uniforme de cet ellipsoïde ou de cette sphère même aux grandes vitesses en les supposant toutefois inférieures à celle de la lumière. Cependant les lignes de force électriques ne sont plus alors normales à la surface de l'ellipsoïde ou de la sphère.

Enfin, nous terminerons par l'étude générale de la dynamique de l'électron pour aboutir au théorème de la conservation de l'énergie, au théorème de la conservation de la quantité de mouvement et à l'expression de la masse transversale et longitudinale.

Il est facile de se rendre compte des grandes difficultés à vaincre pour l'édification de la dynamique de l'électron, c'est-à-dire pour déterminer les lois générales de son mouvement.

En effet, dans la mécanique des corps matériels, par suite des principes fondamentaux de l'action et de la réaction, de l'inertie et de l'invariabilité de la masse, et grâce à l'hypothèse de l'action à distance, il est fait abstraction des propriétés de l'espace dans lequel le système se meut et les diverses grandeurs en jeu ne dépendent que de l'état actuel du système considéré.

Au contraire, dans un système de charges électriques en mouvement, c'est le milieu appelé éther qui est dans toute son étendue le véhicule des actions réciproques et le réceptacle des énergies. Comme ces énergies peuvent être stationnaires ou bien se propager à grande vitesse à travers l'espace, il s'ensuit que l'état du système, à un moment donné, est fonction de tous ses états antérieurs. De là, proviennent de grandes difficultés et de nombreuses complications mathématiques.

Comme, *a priori*, une charge électrique ne peut être supposée présenter des analogies quelconques avec la matière, la dynamique des électrons repose sur des principes différents de ceux de la mécanique des systèmes matériels. Mais ce qu'il y a de très remarquable, c'est que l'on aboutit à des relations plus ou moins analogues à celles obtenues pour les systèmes matériels et l'on est ainsi amené à définir des grandeurs correspondant à celles rencontrées en mécanique, telles que la quantité de mouvement et la masse. Ces grandeurs ne sont, évidemment, que des notions dérivées, définies au moyen des notions fondamentales de charge électrique, champ électrique et champ magnétique.

Equations générales.

Nous avons déjà dit antérieurement qu'il était possible d'attribuer une inertie électromagnétique à l'électron ⁽¹⁾ et nous avons donné ⁽²⁾ une expression de la masse traduisant cette inertie.

Toutefois, le calcul auquel nous nous sommes livré à ce sujet n'est applicable que pour les faibles vitesses. Nous n'avons pas, en effet, tenu compte de la modification du champ électrique, causée par la translation du champ magnétique, ni de l'altération du champ magnétique résultant de cette modification. Une telle approximation n'est plus valable lorsque la vitesse de l'électron devient du même ordre que celle de la lumière. Dans ce cas, pour être rigoureux, il nous faut partir des équations générales de Maxwell reliant les valeurs du champ magnétique et du champ électrique en un point fixe quelconque de l'espace.

(1) Page 39.

(2) Page 27.

Considérons à cet effet le cas général d'un système d'électrons se mouvant d'une manière quelconque dans l'espace. Il en résultera dans cet espace un champ électrique et magnétique. Si nous admettons que toute charge électrique est constituée par des électrons (que nous supposerons ici pouvoir être positifs ou négatifs) et que tout courant électrique consiste en un mouvement de ceux-ci, nous aurons ainsi l'image la plus générale d'un phénomène et d'un champ électromagnétique.

Considérons un électron comme occupant un certain volume, ce volume étant rempli par sa charge, et supposons que des champs électrique et magnétique peuvent aussi bien exister à l'intérieur qu'à l'extérieur de l'électron et ce avec les mêmes propriétés.

Appelons ρ et \mathbf{v} la densité de charge en un point de l'électron et la vitesse de translation de ce point par rapport à un système d'axes fixes et c la vitesse de la lumière.

Cela étant, en un point fixe quelconque de l'espace, on a, à un instant donné t , les deux relations vectorielles ci-dessous, établies par Maxwell, mais sous une forme légèrement différente, entre le champ électrique \mathbf{E} et le champ magnétique \mathbf{H} en ce point.

Ce sont les deux relations fondamentales du champ électromagnétique, elles constituent la synthèse de la théorie de Maxwell :

$$\text{rot. } \mathbf{H} = \frac{1}{c} \left(\frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + 4\pi \rho \mathbf{v} \right) \quad (14)$$

$$\text{rot. } \mathbf{E} = - \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t}. \quad (15)$$

Nous avons déjà mentionné ces équations précédemment (1), mais en faisant usage des unités C. G. S. électro-

(1) Page 41.

magnétiques. Nous passons actuellement aux unités C. G. S. électrostatiques pour plus d'uniformité.

Disons qu'en raison des grands avantages que présente le calcul vectoriel nous en ferons exclusivement usage dans la suite (1).

Dans ce calcul, on considère, en effet, directement les vecteurs eux-mêmes et non leurs composantes suivant des axes coordonnés. On aboutit ainsi à des relations plus simples et plus expressives. De plus, la substitution d'une équation vectorielle dans l'espace à trois équations de projection abrège considérablement les écritures. Enfin, l'introduction des fonctions divergence, gradient, rotation et laplacienne, permet d'étudier un champ vectoriel sans tenir compte du système d'axes coordonnés, ces fonctions étant des invariants, c'est-à-dire indépendantes de la position et de l'orientation de ces axes.

Comme le champ d'un vecteur, champ supposé illimité, le vecteur s'annulant à l'infini, est complètement déterminé si l'on connaît en chaque point de l'espace la divergence et la rotation de ce vecteur (2), il suffira, pour que le champ électrique et le champ magnétique du système d'électrons considéré soient complètement déterminés, d'ajouter aux deux équations précédentes deux autres équations, de manière que le système des quatre équations détermine les valeurs de la divergence et de la rotation du vecteur **E** et du vecteur **H**.

Ces équations sont les suivantes :

$$\operatorname{div.} \mathbf{E} = 4 \pi \rho \quad (16)$$

$$\operatorname{div.} \mathbf{H} = 0, \quad (17)$$

(1) Pour la facilité du lecteur, nous avons réuni, en un appendice à la fin de ce chapitre, les notions essentielles du calcul vectoriel, voir page 121.

Conformément à l'usage, nous représentons les vecteurs par des lettres *grasses*.

(2) Voir l'appendice, page 129.

dont la première exprime le théorème connu de Poisson et la seconde la nature solénoïdale du champ magnétique.

Les équations (14), (15), (16) et (17), dites « équations de Lorentz », constituent les équations fondamentales de la théorie des électrons. Elles permettent, en effet, étant donné le mouvement quelconque d'un système quelconque d'électrons, de déterminer, en tout point de l'espace et à tout instant, le champ électrique et magnétique.

Pour réaliser cette détermination, il suffit d'intégrer et de résoudre le système de ces quatre équations par rapport à \mathbf{E} et \mathbf{H} .

Le calcul étant fort long, nous nous bornerons à en donner les résultats (1).

On obtient :

$$\mathbf{E} = - \text{grad. } \Phi - \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} \quad (18)$$

$$\mathbf{H} = \text{rot. } \mathbf{A}. \quad (19)$$

Dans ces équations Φ et \mathbf{A} sont des grandeurs auxiliaires, la première scalaire, appelée potentiel scalaire, la seconde vectorielle, appelée potentiel vecteur.

Les valeurs de ces potentiels sont définies comme suit :

$$\Phi = \int \frac{dv}{r} \left[\rho \right]_{t - \frac{r}{c}} \quad (20)$$

$$\mathbf{A} = \int \frac{dv}{r} \left[\frac{\rho \mathbf{v}}{c} \right]_{t - \frac{r}{c}}. \quad (21)$$

Les intégrales précédentes sont étendues à tout l'espace, dv y désigne un élément de volume et r la distance de cet élément au point P considéré, point auquel se rapportent les valeurs de Φ et de \mathbf{A} et les valeurs correspon-

(1) M. ABRAHAM. *Theorie der Elektrizität*, t. II, p. 37.

H. A. LORENTZ. *The Theory of Electrons*, p. 19.

R. GANS. *Einführung in die Vektor-Analyse*. Leipzig, 1905, p. 94.

A. H. BUCHERER. *Elemente der Vektor-Analyse*, p. 88.

dantes de \mathbf{E} et de \mathbf{H} . Les crochets et l'indice $t - r/c$ signifient que les valeurs de ρ et de \mathbf{v} , relatives à un élément de volume, ne sont pas celles existant à l'instant considéré, mais bien celles existant en un point de cet élément de volume à un instant antérieur $t - r/c$.

Autrement dit, considérons une sphère ayant P pour centre et dont le rayon variable se contracte avec la vitesse de la lumière, de manière à se réduire à zéro à l'instant t considéré. En se contractant, la surface de cette sphère balayera tout l'espace. Elle passera, notamment, sur un élément de volume dv , dont la distance à P est r , à l'instant $t - r/c$. Si, à cet instant, ρ est la densité et \mathbf{v} la vitesse de la charge électrique en ce point, cet élément de volume apportera à la valeur du potentiel scalaire et du potentiel vecteur, au point P respectivement, les contributions

$$\frac{dv}{r} \rho \quad \text{et} \quad \frac{dv}{r} \frac{\rho \mathbf{v}}{c}.$$

Si, à l'instant, $t - r/c$, la valeur de ρ ou de \mathbf{v} est nulle pour l'élément de volume en question, sa contribution à la valeur de Φ ou de \mathbf{A} est évidemment nulle également.

On voit donc que la valeur de Φ et de \mathbf{A} , en un point P, à l'instant t , résulte de la somme d'éléments scalaires ou vectoriels, provenant de toutes les charges électriques élémentaires, dont l'ensemble constitue le système d'électrons considéré, ces éléments scalaires ou vectoriels étant émis par ces charges élémentaires à des instants tels que si, par la pensée, on se les figure animés d'une vitesse égale à celle de la lumière, ils convergent tous au même instant t au point P (1). Une charge électrique élémentaire quelconque du système contribue au potentiel Φ et \mathbf{A} , à l'instant où la sphère de contraction, qui balaie tout le champ, passe sur cette charge.

(1) M. ABRAHAM. *Theorie der Elektrizität*, t. II, p. 58.

Il découle clairement de là que le champ électromagnétique au point P résulte d'une propagation de perturbations électromagnétiques, émises par les charges du système, propagation qui a lieu avec une vitesse égale à celle de la lumière. Les potentiels Φ et \mathbf{A} sont appelés les « potentiels retardés. » Ils montrent qu'à un instant donné l'état du champ dépend du mouvement antérieur du système.

Cas d'un électron supposé réduit à un point.

Appliquons les résultats généraux obtenus ci-dessus à un électron de charge e supposé réduit à un point. On démontre (1) alors que les valeurs de Φ et \mathbf{A} se réduisent à :

$$\Phi = \frac{e}{r \left(1 - \frac{\mathbf{v}_r}{c} \right)} \quad (22)$$

$$\mathbf{A} = \frac{e \mathbf{v}}{r c \left(1 - \frac{\mathbf{v}_r}{c} \right)} \quad (23)$$

\mathbf{v}_r étant la composante de la vitesse \mathbf{v} de l'électron suivant la direction menée de l'électron vers le point P, l'électron étant supposé occuper la position correspondant au passage de la sphère de contraction, et r étant à cet instant sa distance au point P.

Cette assimilation de l'électron à un point n'est valable que si la distance r est grande vis-à-vis du rayon a de l'électron et si, en outre, l'accélération est telle que l'expression :

$$\frac{\left| \frac{d\mathbf{v}}{dt} \right| 2a}{c(c - |\mathbf{v}|)}$$

est petite, vis-à-vis de 1.

(1) Ibidem, p. 84.

La vitesse v doit de plus être inférieure à la vitesse c de la lumière.

Ces restrictions peuvent aussi s'exprimer en disant que la distance r et le quotient v_r/c ne doivent pas varier sensiblement pendant que la sphère de rayon décroissant passe sur l'électron.

Considérons le cas d'une translation uniforme à une vitesse inférieure à celle de la lumière, pour lequel ces conditions sont réalisées (1).

Soit E la position de l'électron à l'instant t et P un point du champ pour lequel nous recherchons les valeurs de \mathbf{E} et de \mathbf{H} à ces instants. Soit E' la position de l'électron correspondant au passage de la sphère de contraction de centre P.

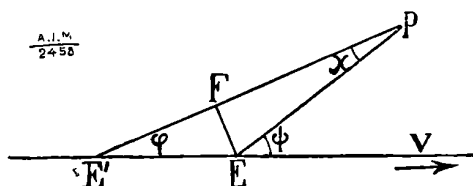


Fig. 5.

On a : $E'P = r$ et $E'E = vr/c$.

Posons $EP = R$ et menons EF perpendiculairement à $E'P$. On aura :

$$E'F = v \frac{r}{c} \cos \varphi = v_r \frac{r}{c}.$$

L'expression $r(1 - v_r/c)$ intervenant dans les valeurs ci-dessus de Φ et de \mathbf{A} est donc égale à $E'P - E'F = FP$.

Or,

$$FP = EP \cos \chi = R \sqrt{1 - \sin^2 \chi} = R \sqrt{1 - \beta^2 \sin^2 \psi},$$

car,

(1) Ibidem, p. 89.

$$\frac{\sin \chi}{\sin \psi} = \frac{E' E}{E' P} = \frac{v r}{c} = \beta,$$

en posant $\beta = v/c$.

On aura donc :

$$\Phi = \frac{e}{R \sqrt{1 - \beta^2 \sin^2 \psi}} \quad (24)$$

$$\mathbf{A} = \frac{e \mathbf{v}}{c R \sqrt{1 - \beta^2 \sin^2 \psi}}. \quad (25)$$

Les formules (18) et (19) vont maintenant permettre de calculer \mathbf{E} et \mathbf{H} .

Considérons à l'instant t trois axes coordonnés ayant le point E pour origine, l'axe des x étant dirigé suivant la droite du mouvement, c'est-à-dire suivant la vitesse \mathbf{v} .

On aura alors $\mathbf{A}_y = 0$ et $\mathbf{A}_z = 0$.

Les équations (18) et (19) donnent dans ces conditions les équations de projection suivantes :

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_x &= -\frac{\partial \Phi}{\partial x} - \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{A}_x}{\partial t} \\ \mathbf{E}_y &= -\frac{\partial \Phi}{\partial y} \\ \mathbf{E}_z &= -\frac{\partial \Phi}{\partial z} \\ \mathbf{H}_x &= 0 \\ \mathbf{H}_y &= \frac{\partial \mathbf{A}_x}{\partial z} \\ \mathbf{H}_z &= -\frac{\partial \mathbf{A}_x}{\partial y}. \end{aligned} \quad (26)$$

Calculons les valeurs de $\partial \Phi / \partial x$, $\partial \Phi / \partial y$, $\partial \Phi / \partial z$:

La valeur de Φ devient, en remplaçant R par

$$\sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \text{ et } \sin^2 \psi \text{ par } \frac{y^2 + z^2}{x^2 + y^2 + z^2} :$$

$$\Phi = \frac{e}{\sqrt{x^2 + (1 - \beta^2)(y^2 + z^2)}} \quad (27)$$

D'où on tire :

$$\begin{aligned}\frac{\partial \Phi}{\partial x} &= - \frac{e x}{R^3 (1 - \beta^2 \sin^2 \psi)^{\frac{3}{2}}} \\ \frac{\partial \Phi}{\partial y} &= - (1 - \beta^2) \frac{e y}{R^3 (1 - \beta^2 \sin^2 \psi)^{\frac{3}{2}}} \\ \frac{\partial \Phi}{\partial z} &= - (1 - \beta^2) \frac{e z}{R^3 (1 - \beta^2 \sin^2 \psi)^{\frac{3}{2}}}\end{aligned}\quad (28)$$

Calculons la valeur de $\partial \mathbf{A}_x / \partial t$:

Pour cela faisons appel à la proposition suivante :

Considérons le champ d'un vecteur \mathbf{A} et rapportons ce champ à un système de trois axes coordonnés, ce système étant supposé animé d'un mouvement de translation uniforme à la vitesse \mathbf{v} . La dérivée $\partial' \mathbf{A} / \partial t$ du vecteur \mathbf{A} par rapport au temps considéré en un point solidaire des axes, c'est-à-dire entraîné avec eux à la vitesse \mathbf{v} , est égale à la somme de la dérivée $\partial \mathbf{A} / \partial t$ prise au même instant et au même point supposé immobile et de l'expression $(\mathbf{v} \nabla) \mathbf{A}$ indépendante du temps. (1).

$$\frac{\partial' \mathbf{A}}{\partial t} = \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} + (\mathbf{v} \nabla) \mathbf{A}.$$

Appliquons cette proposition au cas qui nous occupe.

Il est facile de voir que, pour un système d'axes participant au mouvement de translation uniforme de l'électron, le champ électromagnétique est stationnaire et qu'il est simplement entraîné dans l'espace avec la même vitesse \mathbf{v} que l'électron. En un point P, solidaire des axes mobiles, les potentiels Φ et \mathbf{A} sont, en effet, indépendants du temps. Il résulte de là que $\partial' \mathbf{A} / \partial t = 0$ et que, donc :

$$\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} = - (\mathbf{v} \nabla) \mathbf{A}.$$

(1) M. ABRAHAM und A. FÖPPL. *Theorie der Elektrizität*. t. I., p. 113.
A. H. BUCHERER. *Elemente der Vektor-Analyse*, p. 65.

De là, on tire :

$$\frac{\partial \mathbf{A}_x}{\partial t} = -v \frac{\partial \mathbf{A}_x}{\partial x}.$$

Comme d'après les équations (24) et (25), on a :

$$\mathbf{A}_x = \frac{v}{c} \Phi = \beta \Phi \quad (29)$$

on en déduit :

$$\frac{\partial \mathbf{A}_x}{\partial t} = -v \beta \frac{\partial \Phi}{\partial x} = v \beta \frac{e x}{R^3 (1 - \beta^2 \sin^2 \psi)^{\frac{3}{2}}} \quad (30)$$

L'équation (29) donne, en outre, pour $\frac{\partial \mathbf{A}_x}{\partial z}$ et $\frac{\partial \mathbf{A}_x}{\partial y}$

$$\frac{\partial \mathbf{A}_x}{\partial z} = \beta \frac{\partial \Phi}{\partial z} \quad (31)$$

$$\frac{\partial \mathbf{A}_x}{\partial y} = \beta \frac{\partial \Phi}{\partial y}$$

En remplaçant, dans les équations (26), les termes des seconds membres par leur valeur donnée par les équations (23), (30) et (31), on obtient pour le champ électrique :

$$\mathbf{E}_x = (1 - \beta^2) \frac{e x}{R^3 (1 - \beta^2 \sin^2 \psi)^{\frac{3}{2}}} \quad (32)$$

$$\mathbf{E}_y = (1 - \beta^2) \frac{e y}{R^3 (1 - \beta^2 \sin^2 \psi)^{\frac{3}{2}}}$$

$$\mathbf{E}_z = (1 - \beta^2) \frac{e z}{R^3 (1 - \beta^2 \sin^2 \psi)^{\frac{3}{2}}}$$

c'est-à-dire en désignant par \mathbf{R} le vecteur de longueur R , mené de l'électron au point P considéré :

$$\mathbf{E} = (1 - \beta^2) \frac{e \mathbf{R}}{R^3 (1 - \beta^2 \sin^2 \psi)^{\frac{3}{2}}} \quad (33)$$

et pour le champ magnétique :

$$\begin{aligned} \mathbf{H}_x &= 0 \\ \mathbf{H}_y &= -\beta \mathbf{E}_z \\ \mathbf{H}_z &= \beta \mathbf{E}_y \end{aligned} \quad (34)$$

c'est-à-dire

$$\mathbf{H} = \frac{I}{c} [\mathbf{v} \mathbf{E}]. \quad (35)$$

Telle est l'expression du champ électrique et magnétique d'une charge électrique ponctuelle en mouvement de translation uniforme, expression valable, même pour les grandes vitesses, pourvu que celles-ci restent inférieures à celle de la lumière.

On voit, d'après l'équation (33), que le champ électrique est toujours radial et que son intensité croît lorsque l'on se rapproche du plan perpendiculaire à la direction du mouvement.

Les lignes de force d'une charge électrique, qui rayonnent uniformément dans toutes les directions, lorsque cette charge supposée isolée est au repos, se condensent, au contraire, dans la région du plan de l'équateur, lorsque cette charge est animée d'une certaine vitesse.

A l'intersection de la droite du mouvement avec une sphère ayant l'électron pour centre, c'est-à-dire aux pôles de cette sphère, le champ n'est plus égal qu'à $1 - \beta^2$ fois sa valeur normale, tandis qu'à l'équateur il est multiplié par

$$\frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}}$$

Si, par exemple, la vitesse atteint 995/1000 de celle de la lumière, ce qui correspond à $\beta^2 = 0,99$, le champ au pôle n'est que le centième de sa valeur normale, tandis qu'à l'équateur il est dix fois plus grand que lorsque la charge est au repos (1).

Lorsque la vitesse est très voisine de celle de la lumière le champ est presque tout entier concentré dans le plan équatorial.

(1) HEAVISIDE. Phil. Mag., 1889, p. 324.

Quant au champ magnétique on voit d'après l'équation (35) qu'il est en tout point proportionnel au champ électrique et qu'il est à la fois normal à ce champ et à la direction du mouvement. Les lignes de force magnétiques de forme circulaire sont donc aussi concentrées dans la région du plan normal à la vitesse.

En outre du champ électrique et magnétique, il est intéressant de rechercher la distribution dans l'espace de la force \mathbf{F} qui serait appliquée par l'électron à une charge unitaire participant au mouvement de translation des axes considérés plus haut, c'est-à-dire se mouvant avec la même vitesse que l'électron.

Nous verrons ultérieurement qu'une charge unitaire, animée d'une vitesse \mathbf{v} en un point où les champs électrique et magnétique sont respectivement égaux à \mathbf{E} et \mathbf{H} , est soumise à une force

$$\mathbf{F} = \mathbf{E} + \frac{1}{c} [\mathbf{v} \mathbf{H}].$$

Cette équation vectorielle donne :

$$F_x = E_x$$

$$F_y = E_y - \beta H_z$$

$$F_z = E_z + \beta H_y$$

d'où l'on déduit, grâce aux équations (34), (32) et (28),

$$F_x = - (1 - \beta^2) \frac{\partial \Phi}{\partial x}$$

$$F_y = - (1 - \beta^2) \frac{\partial \Phi}{\partial y}$$

$$F_z = - (1 - \beta^2) \frac{\partial \Phi}{\partial z}.$$

En posant

$$\Psi = (1 - \beta^2) \Phi$$

on voit que la force \mathbf{F} admet la fonction Ψ pour potentiel.

Ce potentiel est appelé le *potentiel de convection*. Comme on a d'après (27)

$$\Psi = (1 - \beta^2) \Phi = \frac{(1 - \beta^2) e}{\sqrt{x^2 + (1 - \beta^2)(y^2 + z^2)}},$$

on obtient l'équation d'une surface équipotentielle en posant :

$$x^2 + (1 - \beta^2)(y^2 + z^2) = \text{constante.}$$

Elle représente un ellipsoïde de révolution autour de la droite du mouvement et ayant l'électron pour centre. Il est de forme aplatie, le petit axe étant représenté par $\sqrt{1 - \beta^2}$ si le grand axe est pris égal à 1. Cet ellipsoïde est appelé *ellipsoïde d'Heaviside*. Son aplatissement croît avec la vitesse et il se transforme en une sphère lorsque l'électron est au repos.

Translation uniforme d'un système de charges électriques.

Nous avons, dans le paragraphe précédent, étudié le mouvement uniforme d'une charge électrique supposée réduite à un point.

Si l'on considère maintenant la translation uniforme d'un système de charges électriques, non plus ponctuelles, mais occupant un certain volume dans l'espace, on démontre par un calcul analogue à celui ci-dessus l'existence d'un potentiel de convection.

Ce potentiel de convection Ψ jouit de la propriété remarquable suivante, que nous nous bornerons à énoncer :

Faisons correspondre à notre système Σ de charges électriques en translation uniforme, un autre système Σ_0 immobile et résultant d'une dilatation du système Σ parallèlement à la direction du mouvement et dans le rapport de 1 à $1/\sqrt{1 - \beta^2}$, les éléments de volume qui se correspondent dans les deux systèmes étant supposés

conserver la même charge. Comme β désigne le rapport de la vitesse de translation du système Σ à la vitesse de la lumière, la dilatation est fonction de la vitesse.

Cela étant, le potentiel de convection Ψ en un point de notre système primitif Σ en mouvement est égal, au facteur $\sqrt{1-\beta^2}$ près, au potentiel électrostatique Φ_0 en un point homologue du système immobile Σ_0 . On a :

$$\Psi = \sqrt{1-\beta^2} \Phi_0.$$

Par exemple, le potentiel électrostatique d'une couche sphérique uniforme de rayon 1 , supposée immobile, est distribué dans l'espace d'une manière semblable, compte tenu de la déformation parallèlement à la vitesse, au potentiel de convection d'une couche ellipsoïdale de révolution et de forme aplatie, animée d'une translation uniforme suivant l'axe de révolution. L'ellipsoïde en mouvement dérive de la sphère correspondante au repos par une contraction parallèle à la vitesse dans le rapport de 1 à $\sqrt{1-\beta^2}$; son demi petit axe est égal à $\sqrt{1-\beta^2}$, tandis que le demi grand axe demeure égal au rayon 1 de la sphère. Plus la vitesse est grande et plus l'aplatissement est prononcé et quand elle tend vers celle de la lumière l'ellipsoïde se rapproche de la forme d'un disque plan. L'ellipsoïde considéré ici a la même forme que l'ellipsoïde d'Heaviside dont nous avons parlé plus haut (page 75).

Un tel ellipsoïde en mouvement uniforme joue donc le même rôle qu'une sphère en électrostatique. C'est la forme la plus simple d'un corps chargé en mouvement, car on peut montrer aisément que le champ électromagnétique qu'il engendre est le même que si la charge totale était concentrée en son centre.

Nous verrons dans la suite que Lorentz a supposé que l'électron sphérique au repos se déforme lorsqu'il est en mouvement précisément suivant un ellipsoïde d'Heaviside.

On peut enfin déduire de la propriété indiquée ci-dessus

pour le potentiel de convection que la distribution de l'électricité sur une sphère ou sur un ellipsoïde conducteur n'est pas influencée par une translation uniforme.

Dynamique générale de l'Electron.

Le problème général est celui-ci :

Déterminer les lois du mouvement d'une charge électrique libre de se mouvoir dans un champ électromagnétique donné. Dans la solution de ce problème, nous faisons abstraction de tout milieu matériel et de toute action due à la matière. Comme cas particulier, le champ électromagnétique pourra être supposé non existant.

Nous avons déjà vu, antérieurement, la solution du problème inverse :

Etant donné les lois du mouvement d'un système de charges électriques, déterminer le champ électromagnétique engendré.

Il a été montré que ce champ s'obtient par l'intégration des équations différentielles (14) à (17). Mais pour résoudre le problème de la loi du mouvement d'une charge électrique dans un champ électromagnétique, c'est-à-dire le problème de la dynamique de l'électron, il faut adjoindre aux équations ci-dessus une relation qui introduit la force appliquée à une charge électrique en mouvement et l'exprime en fonction des champs électrique et magnétique et du mouvement de la charge. Elle est donnée par :

$$\mathbf{F} = \mathbf{E} + \frac{1}{c} [\mathbf{v} \mathbf{H}] \quad (36)$$

où \mathbf{F} est la force supposée appliquée à l'unité de charge, \mathbf{v} la vitesse de la charge, \mathbf{E} et \mathbf{H} les champs électrique et magnétique au point où la charge se trouve (1).

(1) H. A. LORENTZ. *Versuch einer Theorie dor electrischen und optischen Erscheinungen in bewegten Körpern.* (1895) Leipzig 1906. p. 21.

Sur la Théorie des Electrons. — Ions, Electrons, Corpuscules. Mé-

Cette relation doit être considérée comme générale. Le premier terme du second membre représente la force électrique due au champ électrique et le second terme la force due au mouvement de la charge dans le champ magnétique.

Remarquons qu'en assimilant une charge électrique en mouvement à un élément de courant, on retrouve, en réduisant le second membre à son second terme, la loi de Laplace, donnant la force appliquée à un élément de courant et qui peut être considérée comme la relation fondamentale de l'électromagnétisme.

Cela étant, voyons comment le problème de la dynamique de l'électron a pu être abordé.

Dans la mécanique des corps matériels, le mouvement d'un point, supposé doué d'une masse m et soumis à l'action d'une force \mathbf{F} , est entièrement déterminé par la relation :

$$\mathbf{F} = m \mathbf{j},$$

\mathbf{j} étant l'accélération du point considéré.

Toute la mécanique analytique n'est qu'une série de conséquences de cette relation fondamentale.

Mais, comme l'édification de la dynamique de l'électron sur des bases purement électromagnétiques suppose essentiellement que l'électron est dépourvu de toute masse matérielle, il ne peut être question de prendre aucune relation de ce genre comme point de départ. Nous verrons d'ailleurs que pour l'électron, la relation entre la force qui y est appliquée et l'accélération qu'elle produit est des plus complexes.

moires réunis et publiés par H. Abraham et P. Langevin. Paris 1905. T. I. p. 430.

The Theory of Electrons. Leipzig 1909, p. 14.

M. Abraham. *Theorie der Elektrizität*, T. II, p. 18.

Pas plus que l'équation fondamentale $\mathbf{F} = m \mathbf{j}$, le premier principe de Newton n'est applicable à l'électron : une charge électrique qui se déplace et sur laquelle n'agit aucune force extérieure n'est pas animée d'un mouvement de translation uniforme.

Cette translation ne se réalise que si le volume occupé par la charge et la répartition de celle-ci dans ce volume satisfont à des conditions spéciales.

Considérons donc un électron se mouvant avec une vitesse \mathbf{v} dans un champ électromagnétique. Ce champ peut être considéré comme la superposition de deux champs, l'un, extérieur, créé par les charges électriques autres que l'électron considéré, l'autre, intérieur, étant celui qui émane de l'électron lui-même.

Soient \mathbf{E}_e et \mathbf{H}_e les valeurs en un point donné des champs électrique et magnétique extérieurs et soient \mathbf{E} et \mathbf{H} les valeurs des champs électrique et magnétique intérieurs.

D'après l'équation (36), le champ électromagnétique extérieur appliqué à un élément de volume de l'électron $d\tau$, où la charge a une densité ρ , une force donnée par :

$$\rho d\tau \mathbf{F}_e = \rho d\tau \left[\mathbf{E}_e + \frac{1}{c} (\mathbf{v} \mathbf{H}_e) \right] \quad (37)$$

tandis que le champ électromagnétique intérieur appliquera au même élément de volume une force que nous appellerons force intérieure et donnée par :

$$\rho d\tau \mathbf{F} = \rho d\tau \left[\mathbf{E} + \frac{1}{c} (\mathbf{v} \mathbf{H}) \right] \quad (38)$$

A présent, la manière de traiter le problème de la dynamique diffèrera suivant que l'on supposera l'électron rigide ou bien déformable.

Cas de l'électron rigide.

Si on suppose avec M. Abraham ⁽¹⁾ l'électron rigide, il n'y a pas à faire intervenir pour un élément de l'électron d'autres forces que la force électromagnétique extérieure provenant du champ extérieur et la force électromagnétique intérieure due au champ propre de l'électron.

A première vue il semble nécessaire de faire intervenir aussi les forces internes de cohésion ou élastiques qui font équilibre à la tension électrique énorme régnant à la surface et à l'intérieur du volume de l'électron, tension causée par la répulsion des charges électriques concentrées en un très petit espace. Mais il y a lieu de remarquer d'abord que ces forces, en raison de l'invariabilité de la forme de l'électron, ne fournissent en aucun cas un travail quelconque et que, par conséquent, il n'est pas nécessaire de les faire entrer dans les calculs, tout comme dans la mécanique des solides invariables on ne parle pas des forces intérieures assurant la rigidité de la forme extérieure. Ensuite, il faut envisager également que dans l'hypothèse de M. Abraham, d'un électron indéformable, celui-ci peut être considéré comme un tout, divisible par la pensée en éléments de volume auxquels correspondent des charges électriques élémentaires, mais néanmoins inséparable en ses parties, qui sont solidaires de l'ensemble et entre lesquelles on peut nier qu'il règne des forces internes non électromagnétiques.

Quoi qu'il en soit, l'hypothèse d'Abraham permet de ne pas introduire de telles forces dont la nature est inconnue et de ne faire intervenir que des forces électromagnétiques. La dynamique de l'électron repose ainsi sur des bases exclusivement électromagnétiques. Si, alors, l'espoir d'interpréter l'atome matériel comme un système de

(1) M. ABRAHAM. *Theorie der Elektrizität*, t. II, p. 136.

charges électriques se réalisait, toutes les forces atomiques et moléculaires pourraient être ramenées à des forces électromagnétiques et on arriverait à une conception électromagnétique de l'univers ⁽¹⁾. Si, au contraire, on admet un électron déformable, les forces matérielles seraient ramenées non seulement à des forces électromagnétiques, mais également aux forces internes de l'électron qui ne seraient pas électromagnétiques, du moins dans le sens ordinaire du mot, mais bien en quelque sorte d'un ordre supérieur qui nous est complètement inconnu.

Cela dit, considérons le cas de l'électron indéformable. Le principe posé par M. Abraham à la base de sa dynamique est que l'ensemble des forces extérieures (37) appliquées à l'électron fait équilibre à l'ensemble des forces intérieures (38) auxquelles il est soumis et qui émanent, comme nous l'avons dit, de son propre champ.

L'électron étant indéformable, le système des forces extérieures peut se ramener à une force résultante extérieure \mathbf{K} appliquée en son centre et à un couple résultant Θ ayant pour expression :

$$\mathbf{K} = \iiint \rho \mathbf{F}_e d\tau \quad (39)$$

$$\Theta \equiv \iiint \rho [\mathbf{R} \mathbf{F}_e] d\tau, \quad (40)$$

\mathbf{R} étant le vecteur mené du centre de l'électron en un point de l'élément de volume $d\tau$.

De même le système des forces intérieures admet une force résultante :

$$\iiint \rho \mathbf{F} d\tau$$

⁽¹⁾ Ibidem, p. 147.

et un couple résultant :

$$\iiint \rho [\mathbf{R} \mathbf{F}] d\tau.$$

On aura donc :

$$\mathbf{K} = \iiint \rho \mathbf{F} d\tau \quad (41)$$

$$\Theta = \iiint \rho [\mathbf{R} \mathbf{F}] d\tau. \quad (42)$$

qui sont les équations dynamiques fondamentales de M. Abraham.

Il y a lieu, en outre, d'adjoindre à ces équations la relation exprimant l'indéformabilité de l'électron.

Si \mathbf{v}_0 représente la vitesse de translation du centre d'un électron, Ω sa rotation instantanée autour de ce centre, \mathbf{R} le vecteur mené du centre en un point de son volume, la vitesse \mathbf{v} de ce point est donnée par l'équation cinématique des solides invariables :

$$\mathbf{v} = \mathbf{v}_0 + [\Omega \mathbf{R}] \quad (43)$$

C'est sur l'ensemble des équations du champ (14) à (17), de l'équation cinématique (43) et des équations dynamiques (41) et (42) qu'Abraham a édifié la dynamique de l'électron rigide.

Il peut paraître étrange, au premier abord, qu'un électron qui, à tout instant, est soumis à des forces qui se font équilibre puisse être animé d'un mouvement et surtout d'un mouvement non uniforme. Mais il ne faut pas perdre de vue que nous supposons qu'une charge électrique ne possède aucune inertie au sens matériel du mot. Un électron ne nous apparaît que comme une région limitée de l'espace d'où rayonnent ou bien vers où con-

vergent un nombre déterminé et invariable de lignes de force.

Il y a lieu de remarquer que la relation fondamentale de la dynamique ordinaire peut être mise sous la même forme que l'équation (4I)

$$\mathbf{K} - \iiint \rho \mathbf{F} d\tau = 0$$

et qu'elle peut s'énoncer d'une manière analogue. En considérant, en effet, le vecteur $-m\mathbf{j}$ comme représentant une force fictive, dite force d'inertie, l'équation :

$$\mathbf{F} + (-m\mathbf{j}) = 0$$

exprime qu'à tout instant la force extérieure \mathbf{F} fait équilibre à la force d'inertie $-m\mathbf{j}$.

Comme un des objets de la dynamique de l'électron est de conduire, dans la suite, à une conception électromagnétique de la matière et de son inertie, nous voyons qu'en considérant la grandeur vectorielle $-m\mathbf{j}$, non plus comme une force fictive, mais comme étant la force intérieure définie ci-dessus, nous sommes amenés également à concevoir le point matériel comme soumis à tout instant de son mouvement à deux forces égales et opposées.

Enfin, on peut se rendre compte de l'équilibre existant à chaque instant du mouvement d'un électron entre la force extérieure et la force intérieure, en considérant la période variable du courant électrique dans un conducteur métallique.

Si nous faisons abstraction de la chute ohmique, la force électromotrice extérieure est équilibrée par la force électromotrice de self-induction.

De même, la force intérieure appliquée à un électron doit être considérée comme provenant de la self-induction de celui-ci.

Cas de l'Electron déformable.

Pour l'électron déformable, le problème est plus complexe. A première vue, il semble que l'on pourrait partir d'un principe, analogue au précédent, appliqué à un élément de volume de l'électron, mais en faisant intervenir, en outre, des forces élastiques internes. On pourrait dire que cet élément est en équilibre à chaque instant sous l'action des forces électromagnétiques intérieures et extérieures et des forces élastiques y appliquées.

On pourrait dire aussi que, dans un déplacement élémentaire quelconque de l'électron, accompagné de déformation, la somme des travaux des forces électromagnétiques extérieures et des forces élastiques est égale et de signe contraire à la somme des travaux des forces électromagnétiques intérieures.

Toutefois, comme les forces élastiques sont inconnues, on ne pourrait aboutir, de cette manière, qu'en faisant à leur sujet des hypothèses particulières.

Mais il est, d'autre part, possible d'établir des relations dynamiques générales dans lesquelles on ne fait intervenir ni les forces électromagnétiques extérieures, ni les forces élastiques, en partant simplement des forces électromagnétiques intérieures. Cela étant, dans le cas de mouvements tels que les forces intérieures peuvent être exprimées en fonction des forces extérieures, sans intervention des forces élastiques, ces dernières ayant, par exemple, une résultante nulle ou n'effectuant aucun travail, on pourra déterminer le mouvement uniquement en fonction des forces extérieures.

Tandis que la dynamique de l'électron rigide est basée sur les équations (14) à (17) et (41) à (43), la dynamique de l'électron déformable ne peut s'appuyer que sur les équations (14), (15), (16), (17) et (36), auxquelles il faut adjoindre les relations exprimant les hypothèses particulières, faites au sujet de la déformabilité.

Théorèmes généraux.

D'après cela, établissons deux théorèmes généraux, valables aussi bien pour le cas de l'électron rigide que pour le cas de l'électron déformable.

Le premier a trait à la conservation de l'énergie électromagnétique et le second à la conservation de la quantité de mouvement électromagnétique.

Théorème relatif à l'énergie.

Considérons la force intérieure, appliquée à un élément de volume $d\tau$, de l'électron (page 79).

Son travail élémentaire :

$$\rho d\tau (\mathbf{F} \mathbf{v}) dt$$

est égal, d'après l'équation (38), à

$$\rho d\tau \left(\mathbf{E} + \frac{1}{c} [\mathbf{v} \mathbf{H}] \right) \mathbf{v} dt$$

ou bien :

$$\rho d\tau (\mathbf{F} \mathbf{v}) dt = \rho d\tau (\mathbf{E} \mathbf{v}) dt,$$

car

$$[\mathbf{v} \mathbf{H}] \mathbf{v} = 0.$$

(Voir appendice, page 123).

Le travail élémentaire dA_i de l'ensemble des forces intérieures, appliquées à l'électron, est donc :

$$dA_i = dt \iiint \rho (\mathbf{E} \mathbf{v}) d\tau,$$

l'intégrale étant étendue au volume de l'électron. Puisqu'en dehors de l'électron, on a $\rho = 0$, on peut supposer aussi que cette intégrale s'étend au volume limité par une surface fermée S , à l'intérieur de laquelle l'électron se meut et qui ne contient pas d'autres charges électriques.

Remplaçons, dans cette équation, \mathbf{v} par sa valeur tirée de (14) :

$$\mathbf{v} = \frac{c}{4\pi\rho} \left(\text{rot } \mathbf{H} - \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \right)$$

On obtient :

$$dA_i = \frac{c dt}{4\pi} \iiint \left(\mathbf{E}, \text{rot } \mathbf{H} - \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \right) d\tau$$

$$dA_i = \frac{c dt}{4\pi} \iiint \mathbf{E} \text{rot } \mathbf{H} d\tau - \frac{dt}{4\pi} \iiint \mathbf{E} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} d\tau.$$

Transformons chacun des termes du second membre. Le calcul vectoriel donne (1) :

$$\mathbf{E} \text{rot } \mathbf{H} = \mathbf{H} \text{rot } \mathbf{E} - \text{div} [\mathbf{E} \mathbf{H}].$$

D'où :

$$\iiint \mathbf{E} \text{rot } \mathbf{H} d\tau = \iiint \mathbf{H} \text{rot } \mathbf{E} d\tau - \iiint \text{div} [\mathbf{E} \mathbf{H}] d\tau.$$

Or, d'après le théorème de Gauss (2) :

$$\iiint \text{div} [\mathbf{E} \mathbf{H}] d\tau = \iint [\mathbf{E} \mathbf{H}] d\sigma$$

l'intégrale du second membre se rapportant à la surface S, dont $d\sigma$ représente un élément. D'où :

$$\iiint \mathbf{E} \text{rot } \mathbf{H} d\tau = \iiint \mathbf{H} \text{rot } \mathbf{E} d\tau - \iint [\mathbf{E} \mathbf{H}] d\sigma.$$

De plus, comme en vertu de l'équation (15) on a :

$$\text{rot } \mathbf{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t},$$

on obtient, pour le premier terme de l'expression de dA_i :

$$\frac{c dt}{4\pi} \iiint \mathbf{E} \text{rot } \mathbf{H} d\tau = -d \iiint \frac{\mathbf{H}^2}{8\pi} d\tau - \frac{c dt}{4\pi} \iint [\mathbf{E} \mathbf{H}] d\sigma.$$

(1) Voir appendice (page 126).

(2) Ibidem (page 128).

Le deuxième terme peut être mis sous la forme :

$$-\frac{dt}{4\pi} \iiint \mathbf{E} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} d\tau = -d \iiint \frac{\mathbf{E}^2}{8\pi} d\tau.$$

D'où, finalement :

$$dA_i = -d \iiint \frac{\mathbf{E}^2 + \mathbf{H}^2}{8\pi} d\tau - dt \iint \frac{c}{4\pi} [\mathbf{E} \mathbf{H}] d\sigma. \quad (44)$$

Or, le vecteur $\frac{c}{4\pi} [\mathbf{E} \mathbf{H}] = \mathbf{P}$ est le vecteur de Poynting, (1) représentant, en grandeur et direction, l'énergie rayonnée par seconde et par unité de surface normale à la direction de ce vecteur.

L'intégrale

$$\iint \frac{c}{4\pi} [\mathbf{E} \mathbf{H}] d\sigma$$

représente donc le flux d'énergie, sortant de la surface S en l'unité de temps.

D'autre part, on définit la grandeur

$$\iiint \frac{\mathbf{E}^2 + \mathbf{H}^2}{8\pi} d\tau$$

l'énergie électromagnétique du champ, limité par la surface S. Cette définition concorde avec l'expression donnée par Maxwell pour l'énergie contenue par unité de volume dans un champ électrique et magnétique, à savoir : $\mathbf{E}^2/8\pi$ et $\mathbf{H}^2/8\pi$.

L'équation (44) exprime donc que le travail des forces intérieures est emprunté à l'énergie électromagnétique du champ et au rayonnement d'énergie à travers la surface limitant le champ.

(1) J.-H. POYNTING. *Le mode de propagation de l'énergie et de la tension électrique dans le champ électromagnétique*. Congrès international de Physique. Paris, 1900. T. II, p. 284.

Cette équation correspond donc au principe de la conservation de l'énergie. Si l'on suppose que la surface S est reculée à l'infini, on peut démontrer que l'intégrale de surface disparaît de l'équation (44), qui se réduit alors à :

$$d A_i = - d \iiint \frac{\mathbf{E}^2 + \mathbf{H}^2}{8 \pi} d \tau. \quad (45)$$

Le travail des forces intérieures se fait alors uniquement aux dépens de la grandeur :

$$W = \iiint \frac{\mathbf{E}^2 + \mathbf{H}^2}{8 \pi} d \tau, \quad (46)$$

que l'on peut, en conséquence, définir *l'énergie de l'électron*.

On a donc :

$$d A_i = - d W. \quad (45^{\text{bis}})$$

Par exemple, si un électron animé d'une certaine vitesse est ralenti dans son mouvement, la diminution d'énergie correspondante se convertit dans le travail effectué par les forces intérieures, c'est-à-dire les forces appliquées à l'électron par son propre champ.

Pour mieux saisir le jeu de ces grandeurs, considérons, par exemple, la période variable d'ouverture d'un circuit de self-induction \mathcal{L} , traversé par un courant i . Dans ce cas, la variation de l'énergie W ci-dessus correspond à la variation de l'énergie, dite intrinsèque $\mathcal{L}i^2/2$, et les forces intérieures correspondent à la force électromotrice de self-induction $-\mathcal{L} di/dt$. On peut vérifier que la diminution de $\mathcal{L}i^2/2$ est égale au travail $-\mathcal{L} di/dt \times i dt$ de la force électromotrice.

Le théorème de la conservation de l'énergie exprimé, soit par l'équation (44), soit par l'équation (45), ayant été établi d'une manière générale, est applicable soit à l'électron rigide, soit à l'électron déformable.

Dans le premier cas, comme le travail dA_i des forces intérieures est égal et opposé au travail dA_e des forces extérieures, on a l'avantage de pouvoir écrire :

$$dA_e = dW.$$

Dans le second cas, le travail dA_i des forces intérieures est égal et opposé à la somme du travail des forces extérieures dA_e et du travail des forces élastiques internes.

En supposant que ce dernier peut s'exprimer par la diminution d'une énergie potentielle U , on aura :

$$dA_e - dU - dW.$$

Arrêtons-nous un instant à l'expression de l'énergie de l'électron.

Cette énergie paraît correspondre, au premier abord, à la grandeur dénommée force vive en mécanique. Mais, remarquons qu'elle se compose de deux termes, à savoir :

$$W_e = \iiint \frac{\mathbf{E}^2}{8\pi} d\tau \quad (47)$$

qui est l'énergie électrique, et

$$W_m = \iiint \frac{\mathbf{H}^2}{8\pi} d\tau \quad (48)$$

qui est l'énergie magnétique.

Or, le premier terme, l'énergie électrique, ne s'annule pas pour un électron au repos, sa valeur étant alors celle de l'énergie électrostatique de la charge immobile. D'autre part, le fait que l'énergie de l'électron s'obtient par une intégration étendue à tout l'espace montre que la relation

$$dA_i = -d \iiint \frac{\mathbf{E}^2 + \mathbf{H}^2}{8\pi} d\tau$$

est autrement complexe que l'équation correspondante de la force vive en mécanique.

La valeur de l'intégrale :

$$\iiint \frac{\mathbf{E}^2 + \mathbf{H}^2}{8\pi} d\tau,$$

étendue à tout le champ de l'électron à un instant donné dépend, en effet, de tous les états de mouvement antérieurs de l'électron. Pour nous en rendre compte, reportons-nous aux expressions (20) et (21) des potentiels scalaire et vecteur Φ et \mathbf{A} . Nous avons vu que leur valeur en un point donné et à un instant donné est fonction, non pas de la position actuelle de l'électron, mais de ses états de mouvement pendant le passage sur l'électron de la sphère de contraction ou de convergence ayant pour centre le point en question et dont le rayon variable se contracte avec la vitesse de la lumière de manière à atteindre une valeur nulle à l'instant considéré. Il en résulte que les intensités de champ électrique et magnétique qui sont fonction des dérivées dans le temps et dans l'espace (équations 18 et 19) de ces potentiels au point et à l'instant considérés dépendent des états de mouvement antérieurs de l'électron.

On voit que le champ d'un électron en mouvement résulte d'une propagation dans l'espace avec la vitesse de la lumière des actions électriques et magnétiques émanant de cet électron. Dans le cas d'une translation uniforme de l'électron depuis un temps infini, le problème se simplifie comme nous l'avons vu antérieurement, le champ électromagnétique de l'électron étant alors stationnaire pour un observateur qui se meut avec la même vitesse que l'électron.

Mais dans le cas d'un mouvement varié, le champ résulte de la superposition de toutes les ondes émises lors des accélérations ou des ralentissements antérieurs de l'électron, ondes qui se propagent à travers l'espace avec la vitesse de la lumière.

On rencontre alors des difficultés mathématiques dans le calcul de l'expression

$$\iiint \frac{\mathbf{E}^2 + \mathbf{H}^2}{8\pi} d\tau$$

même pour des mouvements variés simples.

C'est d'ailleurs cette influence des états de mouvement antérieurs de l'électron qui constitue la complexité de la dynamique électromagnétique.

On voit par là que l'énergie de l'électron ne sera qu'exceptionnellement fonction de sa vitesse actuelle. Tel n'est, en effet, le cas que pour une translation uniforme. La loi de variation avec la vitesse est alors toutefois beaucoup plus complexe que la relation rencontrée en mécanique, où la force vive dépend simplement du carré de cette vitesse. Cependant, pour des vitesses lentes en comparaison de celle de la lumière, nous verrons que l'énergie électrique W_e est constante et que l'énergie W_m croît comme le carré de la vitesse. La première est alors analogue à l'énergie potentielle et la seconde à l'énergie cinétique ou force vive. C'est en assimilant cette énergie magnétique à une force vive que nous avons antérieurement donné une expression de la masse de l'électron, cette expression n'étant valable qu'aux faibles vitesses.

Quant au mouvement de translation simple à grande vitesse, bien que l'expression de l'énergie en fonction de la vitesse soit complexe, il se manifeste, néanmoins, dans le cas de l'électron rigide, une analogie remarquable, mise en évidence par M. Abraham, entre la différence $W_m - W_e$ des énergies magnétique et électrique de l'électron et la différence entre la force vive et l'énergie potentielle d'un système matériel.

Cette différence $L = W_m - W_e$, appelée *fonction de Lagrange* par M. Abraham, satisfait, en effet, aux équations de Lagrange (1).

(1) M. ABRAHAM. *Theorie der Elektrizität*, t. II, p. 156 et 189.

Théorème relatif à la quantité de mouvement.

Bien que la correspondance entre le théorème de la conservation de l'énergie dans la dynamique de l'électron et ce même théorème dans la mécanique ordinaire soit déjà remarquable, c'est principalement la grandeur dénommée *quantité de mouvement* qui se retrouve dans la dynamique électromagnétique.

Nous avons précédemment établi l'équation (45) en partant de l'expression de la force électromagnétique intérieure et en faisant uniquement appel aux équations du champ (14 à 17).

En se basant sur les mêmes relations et en reculant les limites du champ à l'infini, ainsi qu'il a été supposé pour passer de l'équation (44) à l'équation (45), on peut de même démontrer que la résultante des forces intérieures, appliquées à l'électron, est égale à la dérivée, par rapport au temps, prise négativement, de l'intégrale de la grandeur

$$\frac{1}{4 \pi c} \left[\mathbf{E H} \right]$$

étendue à tout le champ et que le moment résultant de ces forces intérieures, par rapport à un point fixe de l'espace, est lui aussi égal à la dérivée, par rapport au temps, prise négativement, de l'intégrale du moment par rapport au même point de la même grandeur

$$\frac{1}{4 \pi c} \left[\mathbf{E H} \right],$$

l'intégrale étant étendue à tout le champ.

Ces propositions sont exprimées par les deux équations suivantes, en posant :

$$\frac{1}{4 \pi c} \left[\mathbf{E H} \right] = \mathbf{g}$$

$$\iiint \rho \mathbf{F} dv = - \iiint \frac{d\mathbf{g}}{dt} dv = - \frac{d \iiint \mathbf{g} dv}{dt} \quad (49)$$

$$\iiint \rho [\mathbf{rF}] dv = - \iiint \left[\mathbf{r} \frac{d\mathbf{g}}{dt} \right] dv = - \frac{d \iiint [\mathbf{rg}] dv}{dt} \quad (50)$$

\mathbf{r} étant le rayon vecteur mené du point fixe à l'élément de volume dv considéré.

Il résulte de là que, si nous considérons une force fictive $\frac{d\mathbf{g}}{dt} dv$, appliquée à chaque élément de volume du champ, le système de ces forces fera équilibre au système des forces intérieures, appliquées à l'électron.

Cela étant, la grandeur $\iiint \mathbf{g} dv$, désignée par \mathbf{G} , introduite dans le calcul par M. Abraham, a été appelée par lui la *quantité de mouvement* ⁽¹⁾ de l'électron et la grandeur $\iiint [\mathbf{rg}] dv$, désignée par \mathbf{M} , a été dénommée le *moment de la quantité de mouvement* de l'électron, par rapport au point considéré. La quantité de mouvement de l'électron doit, en conséquence, être considérée comme répartie dans tout le champ, avec une densité égale en chaque point, à :

$$\mathbf{g} = \frac{1}{4\pi c} [\mathbf{E H}].$$

Pour mieux saisir l'analogie entre la quantité de mouvement de la mécanique ordinaire et la quantité de mouvement définie ci-dessus, considérons un système de points matériels se mouvant dans l'espace.

Soit m la masse d'un point, \mathbf{v} sa vitesse et \mathbf{j} son accélération. Si nous considérons la dérivée par rapport au temps de la quantité de mouvement, c'est-à-dire l'expression $d(m\mathbf{v})/dt$ comme une force fictive, nous voyons que

(1) M. ABRAHAM. *Prinzipien der Dynamik des Elektrons*. Ann. Phys. 10 (1903), p. 105.

Theorie der Elektrizität, p. 27.

le système de ces forces fait équilibre au système des forces d'inertie — $m \mathbf{j}$ qui correspondent, dans ce cas, à ce que nous appelons, pour l'électron, les forces électromagnétiques intérieures. On voit aussi que la quantité de mouvement mécanique $m \mathbf{v}$ correspond à la grandeur \mathbf{g} .

Tandis que, pour le système matériel, la quantité de mouvement est comme localisée dans la matière, la quantité de mouvement de l'électron est, au contraire, répartie dans tout son champ, la densité de la répartition en un point donné de l'espace étant proportionnelle au produit vectoriel des champs électrique et magnétique en ce point.

Cette conception, par laquelle la quantité de mouvement d'une charge électrique est répartie dans tout le champ, avait déjà été introduite par J. J. Thomson (1). Il avait même, d'une manière imagée, considéré la quantité de mouvement comme appartenant aux tubes de force électrique et avait été ainsi naturellement amené à attribuer aussi à ces tubes une certaine masse ou inertie et à distinguer, en outre, une masse longitudinale et une masse transversale, selon que le tube se mouvait parallèlement aux lignes de force ou perpendiculairement à celles-ci.

Considérons, en effet, une charge électrique en translation uniforme. En adoptant le langage de J. J. Thomson, la quantité de mouvement par unité de volume d'un tube de force en un point du champ, définie par le vecteur

$$\mathbf{g} = \frac{1}{4\pi c} [\mathbf{E} \mathbf{H}],$$

est perpendiculaire à la fois aux champs électrique \mathbf{E} et magnétique \mathbf{H} , et proportionnelle à chacun d'eux. Mais, comme le champ magnétique \mathbf{H} est proportionnel au sinus de l'angle que le champ électrique \mathbf{E} ou bien le tube de

(1) J. J. THOMSON. *Recent Researches on Electricity and Magnetism.*

force fait avec la direction du mouvement (éq. 35), on voit que la quantité de mouvement d'un tube dépendra, toutes choses égales, de son inclinaison sur cette direction. Si le tube se meut parallèlement à son axe, sa quantité de mouvement est nulle, ou, autrement dit, sa masse longitudinale est nulle. S'il se meut perpendiculairement à son axe, sa quantité de mouvement est maximum et il y correspond une masse dite transversale.

Ceci permet déjà de prévoir ce que nous constaterons dans la suite, à savoir qu'il y a lieu de distinguer, pour un électron en grande vitesse, une masse longitudinale différente de la transversale. En effet, nous avons vu que la condensation des tubes de force électriques dans la région équatoriale, négligeable aux faibles vitesses, devient importante quand la vitesse est comparable à celle de la lumière. L'électron en mouvement doit donc opposer une plus grande inertie à l'action d'une force longitudinale qu'à l'action d'une force transversale, attendu que les tubes de force sont plus nombreux dans la région de l'équateur que dans le voisinage de l'axe et que, dans l'accélération longitudinale, ce sont les premiers qui interviennent, tandis que dans l'accélération transversale ce sont les seconds.

Revenons aux équations (49) et (50). Elles peuvent s'écrire d'après la définition de \mathbf{G} et de \mathbf{M} :

$$\iiint \rho \mathbf{F} dv = - \frac{d \mathbf{G}}{dt} \quad (51)$$

$$\iiint \rho [\mathbf{r} \mathbf{F}] dv = - \frac{d \mathbf{M}}{dt} \quad (52)$$

L'équation (52) se modifie si au lieu de considérer les moments par rapport à un point fixe de l'espace, on les considère par rapport au centre de l'électron supposé animé d'une vitesse \mathbf{v}_0 . En désignant encore par \mathbf{M} le

moment de la quantité de mouvement par rapport à ce centre on a, attendu que \mathbf{r} n'est plus constant :

$$\frac{d\mathbf{M}}{dt} = \frac{d \iiint [\mathbf{r}\mathbf{g}] dv}{dt} = \iiint \left[\frac{d\mathbf{r}}{dt} \mathbf{g} \right] dv + \iiint \left[\mathbf{r} \frac{d\mathbf{g}}{dt} \right] dv$$

Comme $d\mathbf{r}/dt$ est le même pour tous les points du champ et égal à $-\mathbf{v}_0$, vu que l'accroissement $d\mathbf{r}$ du vecteur \mathbf{r} est égal et de signe contraire au déplacement élémentaire du centre de l'électron et comme, en outre, on a toujours :

$$\iiint \rho \left[\mathbf{r} \mathbf{F} \right] dv = - \iiint \left[\mathbf{r} \frac{d\mathbf{g}}{dt} \right] dv$$

l'équation (52) devient :

$$\iiint \rho \left[\mathbf{r} \mathbf{F} \right] dv = - \left[\mathbf{v}_0 \mathbf{G} \right] - \frac{d\mathbf{M}}{dt} \quad (53)$$

Les équations (51) et (53) expriment les théorèmes généraux suivants relatifs aux quantités de mouvement et peuvent s'appliquer soit à l'électron rigide soit à l'électron déformable :

La résultante des forces intérieures appliquées à l'électron est égale à la dérivée, prise en signe contraire, de la quantité de mouvement par rapport au temps.

Le couple résultant des forces intérieures appliquées à l'électron est égal à la somme, prise négativement, du produit vectoriel de la vitesse du centre de l'électron par la quantité de mouvement et de la dérivée de la quantité de mouvement par rapport au temps (1).

Si nous appliquons ces résultats à l'électron rigide, comme le système des forces intérieures fait équilibre au système des forces extérieures, nous aurons, en appelant

(1) M. ABRAHAM. *Theorie der Elektrizität*, t. II, p. 153.

\mathbf{K} la force résultante extérieure et Θ le couple résultant extérieur :

$$\mathbf{K} = \frac{d \mathbf{G}}{dt} \quad (54)$$

$$\Theta = \left[\mathbf{v}_0 \mathbf{G} \right] + \frac{d \mathbf{M}}{dt} \quad (55)$$

On remarquera l'identité de forme de ces équations avec celles de la mécanique et leur simplicité eu égard au phénomène complexe auquel elles se rapportent.

Dans le cas de l'électron déformable ces dernières équations ne seront applicables que si la résultante des forces élastiques ou le couple résultant de ces forces sont nuls.

D'après ce qui précède, on voit donc que de même que le champ de l'électron est le réceptacle de son énergie, il est aussi le siège de sa quantité de mouvement et également, comme nous le verrons, de sa masse. L'électron proprement dit ne nous apparaît que comme la portion de l'espace où aboutissent ou d'où partent ses lignes de force électriques et où sont appliquées les forces extérieures agissant sur cet électron. Pour le reste, il serait plus logique de parler du champ de l'électron plutôt que de l'électron lui-même, attendu que c'est ce champ qui est le siège de son énergie, de son impulsion et de son inertie.

La quantité de mouvement de l'électron étant obtenue, comme son énergie, par une intégration étendue à tout le champ est, comme celle-ci, fonction des états de mouvement antérieurs. Cette dépendance du mouvement antérieur entraînant une grande complication dans les calculs, ce n'est guère que dans des cas particuliers, tels que la translation uniforme subsistant depuis un temps suffisamment long, que l'on peut mettre en application d'une manière simple les équations générales que nous avons obtenues jusqu'ici.

Translation uniforme.

Ce genre de mouvement de l'électron est particulièrement intéressant, en raison des analogies et des différences qu'il présente avec la mécanique. Supposons que la translation uniforme dure depuis un temps très long. Par rapport à un système d'axes coordonnés liés à l'électron, le champ de celui-ci ne varie pas avec le temps, bien qu'il dépende, en général, des états antérieurs du mouvement. Mais, dans notre hypothèse, ces états antérieurs sont les mêmes à tout instant du mouvement. Cela étant, l'impulsion \mathbf{G} et le moment d'impulsion \mathbf{M} sont indépendants du temps et les équations (54) et (55) deviennent :

$$\mathbf{K} = 0$$

$$\Theta = [\mathbf{v}_0 \mathbf{G}].$$

Le mouvement de translation uniforme de l'électron nécessite donc l'application d'un couple extérieur égal au produit vectoriel de la vitesse et de la quantité de mouvement. Ce couple ne s'annule que dans le cas particulier où la quantité de mouvement est parallèle à la vitesse. Or, l'orientation de la quantité de mouvement dépend de la forme de l'électron et de la répartition de la charge à l'intérieur de son volume. On démontre (1) que si la répartition de la charge est symétrique, par rapport à deux plans perpendiculaires passant par la direction de la vitesse, la quantité de mouvement est parallèle à la vitesse. Tel est le cas pour un électron uniformément chargé, ayant la forme d'un ellipsoïde et qui se meut dans la direction d'un de ses axes. Le mouvement, toutefois, n'est stable que s'il a lieu dans la direction du grand axe.

(1) M. ABRAHAM. *Principes de la Dynamique de l'Electron*. Ions, Electrons, Corpuscules. Mémoires réunis et publiés par H. Abraham et P. Langevin, t. I., p. 35.

Pour un électron sphérique, la condition de symétrie est satisfaite pour une direction quelconque de la vitesse.

On voit donc que le premier principe de Newton ou principe de l'inertie ne s'applique qu'exceptionnellement au mouvement d'une charge électrique. Sauf dans le cas d'une charge possédant une certaine symétrie et orientée d'une certaine façon, par rapport à sa vitesse, le mouvement de translation uniforme exige l'intervention d'un couple extérieur. Mais, pour un électron sphérique ou pour un électron ellipsoïdal se mouvant dans la direction de son grand axe, aucun couple, ni d'ailleurs aucune force, ne sont nécessaires pour entretenir le mouvement de translation uniforme.

Ce mouvement est spécialement intéressant parce qu'il est possible de trouver, en fonction de la vitesse, l'expression des grandeurs que nous avons définies plus haut, à savoir : la fonction de Lagrange $L = W_m - W_e$, la quantité de mouvement \mathbf{G} et l'énergie W . Si la translation uniforme dure depuis un temps suffisamment long, ces grandeurs ne dépendent plus, en effet, que de l'état actuel du mouvement.

Sans entrer dans le développement des calculs, nous dirons qu'on trouve (1) dans ce cas :

$$L = W_m - W_e = - \iiint \frac{\rho \Psi}{2} d\tau,$$

Ψ étant le potentiel de convection de l'électron que nous avons rencontré antérieurement (page 75) et l'intégration étant étendue uniquement au volume de l'électron. Or, nous avons vu que le potentiel de convection Ψ d'un système de charges électriques en mouvement peut se ramener au potentiel électrostatique Φ_0 d'un système immobile, ce dernier étant déduit du système en mouvement par une dilatation parallèle à la vitesse, la charge

(1) Ibidem, p. 36.

d'un élément de volume et, par suite, la charge totale restant invariable pendant la dilatation.

La relation entre Ψ et Φ_0 a été trouvée égale à (page 76):

$$\Psi = \sqrt{1 - \beta^2} \Phi_0$$

d'où :

$$L = -\sqrt{1 - \beta^2} \iiint \frac{\rho \Phi_0}{2} d\tau.$$

Or,

$$\iiint \frac{\rho \Phi_0}{2} d\tau$$

mesure l'énergie électrostatique W_0 du système immobile. On a donc :

$$L = -\sqrt{1 - \beta^2} W_0 \quad (56)$$

Le calcul de L est donc ramené à celui de l'énergie électrostatique d'une charge immobile. Toutefois, remarquons que W_0 n'est pas une constante, mais est fonction de la vitesse, car la dilatation nécessaire pour passer du système en mouvement au système immobile dépend de la vitesse, cette dilatation ayant lieu dans le rapport de $\sqrt{1 - \beta^2}$ à 1.

Quant à la quantité de mouvement \mathbf{G} et à l'énergie W , Max Abraham (1) a montré qu'on peut les déduire de la fonction de Lagrange L .

On trouve pour la composante \mathbf{G}_x de \mathbf{G} dans la direction de la vitesse :

$$\mathbf{G}_x = \frac{dL}{dv} \quad (57)$$

et pour l'énergie W :

$$W = -L + v \frac{dL}{dv} \quad (58)$$

Les équations (56), (57) et (58) sont vraies quelles que soient la forme et la symétrie de l'électron.

(1) Ibidem, p. 37.

Si l'électron est un ellipsoïde en mouvement dans la direction de son grand axe, ou bien s'il est sphérique, \mathbf{G}_x se confond avec \mathbf{G} .

Appliquons ces résultats à un électron sphérique chargé uniformément en surface.

Soit q sa charge, a son rayon, v sa vitesse et posons, comme précédemment : $\beta = v/c$.

L'énergie électrostatique W_0 de l'ellipsoïde supposé immobile et dérivé de la sphère de rayon a par une dilatation dans le rapport de $\sqrt{1-\beta^2}$ à 1 est égale à :

$$(1) \quad W_0 = \frac{1}{2} \frac{q^2}{a} \frac{\sqrt{1-\beta^2}}{2\beta} \log. \text{ nép. } \frac{1+\beta}{1-\beta}.$$

(1) On arrive à cette expression de la manière suivante :

Considérons un électron sphérique de rayon a chargé uniformément en surface. La charge q est considérée comme constituant une couche sphérique infiniment mince de densité uniforme. A cette couche sphérique en mouvement correspond par dilatation dans le sens de la vitesse une couche infiniment mince, de même charge totale q et limitée par deux ellipsoïdes homothétiques de révolution dont l'un a pour demi-grand axe

$$a_0 = \frac{a}{\sqrt{1-\beta^2}},$$

les deux autres demi-axes demeurant égaux à a .

Or, le potentiel à l'intérieur d'une telle couche est constant et la répartition de la charge correspond à l'état d'équilibre de celle-ci sur l'un des ellipsoïdes supposé conducteur. La capacité K d'un tel ellipsoïde est donnée par :

$$\frac{1}{K} = \frac{1}{\sqrt{a_0^2 - a^2}} \log. \text{ nép. } \left(\frac{a_0 + \sqrt{a_0^2 - a^2}}{a} \right) \quad (2)$$

$$\frac{1}{K} = \frac{\sqrt{1-\beta^2}}{2a\beta} \log. \text{ nép. } \frac{1+\beta}{1-\beta}$$

L'énergie électrostatique W_0 de la charge q est dès lors égale à :

$$W_0 = \frac{q^2}{2K} = \frac{q^2}{2a} \frac{\sqrt{1-\beta^2}}{2\beta} \log. \text{ nép. } \frac{1+\beta}{1-\beta}$$

(2) MAX ABRAHAM. Theorie der Elektrizität, t I, p. 138.

On déduit de là, d'après l'équation (56),

$$L = -\frac{q^2}{2a} \frac{1-\beta^2}{2\beta} \log. \text{ nép. } \frac{1+\beta}{1-\beta} \quad (59)$$

L'équation (57) donne ensuite :

$$G = \frac{dL}{dv} = \frac{q^2}{2ac} \frac{1}{\beta} \left[\frac{1+\beta^2}{2\beta} \log. \text{ nép. } \frac{1+\beta}{1-\beta} - 1 \right] \quad (60)$$

et l'équation (58) :

$$W = -L + v \frac{dL}{dv} = \frac{q^2}{2a} \left[\frac{1}{\beta} \log. \text{ nép. } \frac{1+\beta}{1-\beta} - 1 \right] \quad (61)$$

Comme $L = W_m - W_e$ et que $W = W_m + W_e$, on peut, par addition et soustraction des équations (59) et (61), obtenir les valeurs de l'énergie magnétique W_m et de l'énergie électrique W_e :

$$W_e = \frac{W - L}{2} = \frac{q^2}{4a} \left[\frac{3-\beta^2}{2\beta} \log. \text{ nép. } \frac{1+\beta}{1-\beta} - 1 \right] \quad (62)$$

$$W_m = \frac{W + L}{2} = \frac{q^2}{4a} \left[\frac{1+\beta^2}{2\beta} \log. \text{ nép. } \frac{1+\beta}{1-\beta} - 1 \right] \quad (63)$$

Ces résultats montrent que la quantité de mouvement et l'énergie de l'électron croissent avec la vitesse, suivant une loi complexe, et tendent vers l'infini lorsque la vitesse s'approche de celle de la lumière.

On voit aussi que l'énergie électrique W_e est toujours supérieure à l'énergie magnétique W_m .

Si l'on considère de faibles vitesses, les valeurs des diverses grandeurs ci-dessus peuvent être simplifiées. Par exemple, si l'on développe le logarithme en série et si l'on néglige les termes à partir de la 4^e puissance de β , W_e et W_m se réduisent à :

$$W_e = \frac{q^2}{2a}$$

$$W_m = \frac{q^2}{3a} \beta^2.$$

W_e est alors constant et correspond à l'énergie électrostatique de l'électron au repos, tandis que W_m croît comme le carré de la vitesse, ainsi que nous l'avons dit antérieurement (page 91).

Pour le cas de la charge en volume de l'électron, il suffit de multiplier les expressions précédentes (59 à 63) par le facteur $6/5$. Ces expressions sont, en effet, déduites de l'énergie électrostatique de l'ellipsoïde obtenu par déformation de la sphère de rayon a . Or, on démontre (1) que les énergies électrostatiques de la charge d'un même ellipsoïde supposé, d'une part, conducteur et en équilibre et, d'autre part, chargé uniformément en volume, sont dans le rapport de 5 à 6.

Masse électromagnétique.

Nous avons vu que la notion de quantité de mouvement ou d'impulsion peut être introduite d'une manière remarquable dans la dynamique de l'électron. Dans le cas d'un mouvement varié, cette impulsion dépend de tous les états de mouvement antérieurs, mais, dans le cas particulier d'une translation uniforme, on peut, comme nous l'avons montré, exprimer l'impulsion en fonction de la vitesse. Si, d'après cela, on veut introduire la notion de masse de l'électron on rencontre des difficultés.

Définissons la masse comme le rapport entre la force extérieure appliquée à l'électron et l'accélération de celui-ci. Il est à prévoir que, dans le cas d'un mouvement quelconque, cette masse dépendra également du mouvement antérieur de l'électron. Ce qui complique encore la question, c'est que l'accélération n'étant pas une grandeur scalaire mais vectorielle, la masse se présente comme le rapport de deux vecteurs. Or, un tel rapport n'a de signification que si ces vecteurs sont parallèles.

(1) M. ABRAHAM. *Theorie der Elektrizität*. T. II, p. 169.

Lorsqu'ils sont perpendiculaires entre eux, le quotient est bien un vecteur, mais un vecteur indéterminé. D'autre part, lorsque les vecteurs sont obliques, l'un par rapport à l'autre, l'opération de leur division n'a plus de sens.

La masse ne peut donc se définir comme le rapport de la force à l'accélération que si cette dernière est dirigée suivant la force. Quand il n'en est pas ainsi, la définition ordinaire n'est plus possible et il faut la modifier.

Considérons le cas où la force est une fonction de l'accélération dans laquelle entrent un certain nombre de coefficients. L'ensemble de ces coefficients qui interviennent dans la fonction et permettent de la déterminer peut alors être considéré comme définissant la masse. Celle-ci n'est plus alors ni un scalaire ni un vecteur, mais une grandeur physique d'une nouvelle espèce.

Supposons, par exemple, que la force F soit une fonction vectorielle linéaire homogène de l'accélération φ .

Les trois composantes $F_x F_y F_z$ de la force F sont alors des fonctions linéaires homogènes des composantes $\varphi_x \varphi_y \varphi_z$ de l'accélération φ .

Pour plus de simplicité, supposons la relation vectorielle symétrique. On a lors :

$$F_x = m_{11} \varphi_x + m_{12} \varphi_y + m_{13} \varphi_z.$$

$$F_y = m_{21} \varphi_x + m_{22} \varphi_y + m_{23} \varphi_z.$$

$$F_z = m_{31} \varphi_x + m_{32} \varphi_y + m_{33} \varphi_z.$$

L'ensemble des six coefficients qui déterminent la relation entre la force et l'accélération représente alors la masse.

Ces six coefficients définissent un ellipsoïde : supposons que l'extrémité du vecteur F décrive une sphère, alors l'extrémité du vecteur φ décrit un ellipsoïde. Par analogie avec des grandeurs analogues, intervenant en élasticité, l'ensemble des coefficients m est appelé triple-tenseur.

Cela étant, considérons le cas simple de la translation uniforme où le champ et, par conséquent, la quantité de mouvement ne dépendent pas d'états antérieurs du mouvement et supposons l'électron sphérique ou bien ellipsoïdal avec le grand axe dirigé, suivant la vitesse, de manière que la quantité de mouvement soit parallèle à celle-ci et que le mouvement satisfasse au principe de l'inertie.

Si, alors, une force extérieure \mathbf{K} est appliquée, à partir d'un instant donné, à l'électron, il en résulte une accélération telle que l'équation générale :

$$\mathbf{K} = \frac{d\mathbf{G}}{dt}$$

est satisfaite. D'une manière générale, la quantité de mouvement cesse à partir de cet instant d'être parallèle à la vitesse et d'être uniquement fonction de celle-ci. Mais, si l'on se place dans le cas particulier d'une variation suffisamment lente du mouvement, on peut admettre que les propriétés de la translation uniforme restent applicables, à savoir que la quantité de mouvement est encore parallèle à la vitesse et fonction de celle-ci. La considération d'un tel mouvement est due à M. Abraham, qui l'a dénommé mouvement « quasi stationnaire ». L'étude du mouvement non uniforme en est beaucoup facilitée. Cette simplification est très largement valable pour toutes les expériences de déviation magnétique ou électrique des rayons cathodiques ou des rayons de Becquerell les plus rapides (1).

Une approximation analogue est d'ailleurs usitée pour l'étude des courants alternatifs à faible fréquence. On admet qu'à un instant donné, le flux magnétique créé par

(1) M. ABRAHAM. *Principes de la dynamique de l'électron*. Ions, Electrons, Corpuscules, T. I, p. 45.

Theorie der Elektrizität. T. II, p. 208.

le courant est le même que si ce courant était constant. L'erreur commise est évidemment négligeable, sauf, cependant, pour des courants à variation très rapide, tels que les oscillations électriques à haute fréquence des antennes de télégraphie sans fil.

D'après cela, il existe deux cas particuliers pour lesquels l'accélération sera parallèle à la force : lorsque cette dernière est ou bien parallèle ou bien perpendiculaire à la vitesse. Dans chacun de ces deux cas, la masse répond à la définition ordinaire et peut s'exprimer par un scalaire. On la dénomme alors respectivement : *masse longitudinale* et *masse transversale*.

Dans le cas où la force est parallèle à la vitesse, comme \mathbf{G} est parallèle à \mathbf{v} , on a :

$$|\mathbf{K}| = \frac{d|\mathbf{G}|}{dt} = \frac{d|\mathbf{G}|}{d|\mathbf{v}|} \frac{d|\mathbf{v}|}{dt}.$$

L'accélération totale se réduisant à l'accélération tangentielle, dont la mesure est $d|\mathbf{v}|/dt$, l'expression $d|\mathbf{G}|/d|\mathbf{v}|$ représente bien la masse, appelée, dans ce cas, masse longitudinale :

$$\mu_1 = \frac{d|\mathbf{G}|}{d|\mathbf{v}|}. \quad (64)$$

Si, maintenant, la force est perpendiculaire à la vitesse, il en est de même du vecteur élémentaire $d\mathbf{G}$, en vertu de l'équation $\mathbf{K} = d\mathbf{G}/dt$. Comme \mathbf{G} est parallèle à \mathbf{v} , le vecteur $d\mathbf{G}$ est perpendiculaire à \mathbf{G} , de sorte que l'extrémité du vecteur \mathbf{G} , mené à partir d'un point fixe, décrit un cercle. Comme nous admettons que \mathbf{G} reste parallèle à \mathbf{v} , le vecteur \mathbf{G} tourne à la même vitesse angulaire v/r que le vecteur \mathbf{v} , r étant le rayon de courbure de la trajectoire.

On a donc :

$$\left| \frac{d\mathbf{G}}{dt} \right| = |\mathbf{G}| \frac{v}{r}$$

D'où :

$$|\mathbf{K}| = |\mathbf{G}| \frac{|\mathbf{v}|}{r}$$

Comme le vecteur \mathbf{G} tourne en gardant une longueur constante, il en est de même de la vitesse, puisque l'on suppose le mouvement quasi-stationnaire. L'accélération tangentielle est donc nulle et l'accélération totale se réduit à l'accélération normale v^2/r dirigée suivant $d\mathbf{G}/dt$, c'est-à-dire suivant la force \mathbf{K} .

Comme l'équation précédente peut s'écrire :

$$|\mathbf{K}| = \frac{|\mathbf{G}| v^2}{|\mathbf{v}| r}$$

on voit que

$$\frac{|\mathbf{G}|}{|\mathbf{v}|}$$

représente bien la masse, appelée dans ce cas masse transversale :

$$\mu_2 = \frac{|\mathbf{G}|}{|\mathbf{v}|} \quad (65)$$

Ces expressions de μ_1 et de μ_2 sont également valables pour les électrons déformables que nous considérons dans la suite et auxquels l'équation (54) est applicable.

Dans le cas de l'électron sphérique chargé en surface, l'équation (57) donne :

$$\mu_1 = \frac{q^2}{2ac^2} \frac{1}{\beta^2} \left[-\frac{1}{\beta} \log. \text{ nép. } \frac{1+\beta}{1-\beta} + \frac{2}{1-\beta^2} \right] \quad (66)$$

$$\mu_2 = \frac{q^2}{2ac^2} \frac{1}{\beta^2} \left[\frac{1+\beta^2}{2\beta} \log. \text{ nép. } \frac{1+\beta}{1-\beta} - 1 \right] \quad (67)$$

Telles sont les valeurs établies par M. Abraham ⁽¹⁾ pour la masse de l'électron.

(1) M. ABRAHAM. *Principes de la dynamique de l'électron*. Ions, Electrons, Corpuscules, p. 44.

Theorie der Elektrizität, t. II, p. 191.

Lorsque β tend vers zéro, la vraie valeur de la limite commune de μ_1 et μ_2 est :

$$\mu_0 = \frac{2}{3} \frac{q^2}{ac^2}$$

Nous retombons ainsi sur l'expression établie précédemment (1) pour les faibles vitesses. On voit qu'alors les masses longitudinale et transversale se confondent.

Dans le cas de l'électron chargé en volume, il suffit de multiplier les valeurs précédentes de μ_1 , μ_2 et μ_0 par le facteur 6/5. Ce facteur permet, en effet, de passer de la quantité de mouvement de la charge en surface à la quantité de mouvement de la charge en volume.

Que la charge soit en surface ou en volume, on peut écrire dans les deux cas :

$$\mu_1 = \frac{3}{4} \mu_0 \frac{1}{\beta^2} \left\{ -\frac{1}{\beta} \log. \text{ nép. } \frac{1+\beta}{1-\beta} + \frac{2}{1-\beta^2} \right\} \quad (66^{\text{bis}})$$

$$\mu_2 = \frac{3}{4} \mu_0 \frac{1}{\beta^2} \left\{ \frac{1+\beta^2}{2\beta} \log. \text{ nép. } \frac{1+\beta}{1-\beta} - 1 \right\} \quad (67^{\text{bis}})$$

en posant :

$$\mu_0 = \frac{2}{3} \frac{q^2}{ac^2}$$

pour la charge en surface et

$$\mu_0 = \frac{4}{5} \frac{q^2}{ac^2}$$

pour la charge en volume.

En développant ces expressions de μ_1 et μ_2 en série on voit que la masse longitudinale est plus grande que la masse transversale.

De l'inégalité de ces deux masses résulte directement que, dans le cas général où la force appliquée à l'électron

(1) page 27.

est oblique à la direction du mouvement, l'accélération n'est pas dirigée suivant la force.

Décomposons, en effet, la force en une composante tangentielle et une composante normale. A la première correspondra une accélération tangentielle déterminée par la masse longitudinale et à la seconde une accélération normale déterminée par la masse transversale.

A cause de l'inégalité des deux masses, l'accélération résultante n'est plus dirigée suivant la force et fait avec la direction de la vitesse un angle plus grand que celle-ci.

Pour une vitesse donnée la relation entre la force et l'accélération est une fonction vectorielle linéaire. Si on suppose que l'extrémité du vecteur représentant la force décrit une sphère, l'extrémité du vecteur représentant l'accélération décrit un ellipsoïde de révolution.

La masse est donc un tenseur de révolution autour de direction du mouvement (1). Sa nature est analogue à celle du moment d'inertie d'un corps matériel qui est variable suivant l'axe autour duquel a lieu la rotation. Ce moment d'inertie se représente aussi par un ellipsoïde. Si le corps matériel est de révolution autour d'un axe, l'ellipsoïde sera de révolution autour du même axe, comme dans le cas qui nous occupe.

L'expression de la masse transversale donnée par l'équation (67)' a été soumise à une vérification expérimentale par W. Kaufmann de la manière suivante :

Nous avons dit (page 20) que les expériences de déviations magnétique et électrique des rayons cathodiques permettaient de déterminer la vitesse des électrons qui les constituent et le rapport de leur charge à leur masse, ou cette masse elle-même en supposant la charge connue.

(1) M. ABRAHAM. *Theorie der Elektrizität*, t. II. p. 194.

En effet, un électron de charge q pénétrant avec une vitesse v dans un champ magnétique \mathbf{H} perpendiculaire à la direction de son mouvement sera soumis à une force extérieure $\frac{1}{c} q v \mathbf{H}$ normale à chaque instant à la direction du mouvement conformément à l'équation fondamentale (36).

La force déviante étant normale à la vitesse, l'accélération déterminée par la masse transversale μ_2 le sera également et la trajectoire sera circulaire. Le rayon de cette trajectoire étant R , l'accélération sera égale à v^2/R , d'où l'on aura :

$$\frac{1}{c} H q v = \mu_2 \times \frac{v^2}{R}.$$

D'où :

$$\frac{q}{\mu_2} = \frac{c v}{R H}. \quad (68)$$

Une expérience de déviation magnétique donnera donc, par la mesure de R et de H , une relation entre q/μ_2 et v ou entre μ_2 et v , q étant connu.

D'autre part, une expérience de déviation électrique donnera une seconde relation entre μ_2 et v , ce qui permettra de déterminer chacune de ces grandeurs.

Considérons un électron pénétrant au temps t_1 avec une vitesse \mathbf{v}_1 dans un champ électrique uniforme \mathbf{E} perpendiculaire à \mathbf{v}_1 .

\mathbf{G} étant la quantité de mouvement à un instant t ultérieur à t_1 on a, d'après l'équation (54) :

$$q \mathbf{E} = \frac{d \mathbf{G}}{dt}.$$

En appelant \mathbf{G}_1 la quantité de mouvement à l'entrée du champ, on obtient, par intégration :

$$\mathbf{G} - \mathbf{G}_1 = q \int_{t_1}^t \mathbf{E} dt = q \mathbf{E} (t - t_1).$$

Or, d'après l'équation (65), on a, en supposant le mouvement quasi-stationnaire, \mathbf{v} étant la vitesse à l'instant t :

$$\mathbf{G} = \mu_2 \mathbf{v} \quad \text{et} \quad \mathbf{G}_1 = \mu_2 \mathbf{v}_1.$$

D'où :

$$\mu_2 (\mathbf{v} - \mathbf{v}_1) = q \mathbf{E} (t - t_1)$$

Projetons cette équation, suivant la direction du champ \mathbf{E} . La projection de \mathbf{v}_1 suivant cette direction est nulle. Désignons par v_E la composante de \mathbf{v} , suivant cette même direction, c'est-à-dire suivant la direction de la déviation. Nous aurons :

$$\mu_2 v_E = q \mathbf{E} (t - t_1).$$

En désignant par y la déviation de l'électron, suivant la direction du champ, de sorte que $v_E = dy/dt$, on a :

$$\frac{dy}{dt} = \frac{q}{\mu_2} \mathbf{E} (t - t_1).$$

En intégrant depuis l'instant t_1 d'entrée dans le champ jusqu'à l'instant t_2 de la sortie, on a, pour la déviation totale Y à la sortie :

$$Y = \frac{q}{\mu_2} \mathbf{E} \frac{(t_2 - t_1)^2}{2}.$$

Pour une faible déviation, on peut admettre que la valeur numérique de la vitesse n'a pas sensiblement changé pendant la traversée du champ, de sorte qu'en appelant l le parcours effectué dans le champ, on peut écrire :

$$t_2 - t_1 = \frac{l}{v}.$$

D'où, finalement (1) :

$$Y = \frac{q}{\mu^2} \mathbf{E} \frac{l^2}{2 v^2} \tag{69}$$

(1) M. ABRAHAM. *Theorie der Elektrizität*, t. II, p. 197.

Cette relation jointe à la relation (68) permet de déterminer μ_2 et v .

Cela étant, il est possible de combiner l'expérience de déviation magnétique et celle de déviation électrique en une seule en soumettant simultanément un même faisceau de rayons cathodiques à l'action d'un champ électrique et d'un champ magnétique. La déviation résultante permet alors de calculer à la fois la masse et la vitesse.

Cette manière de procéder est surtout avantageuse parce qu'elle permet d'effectuer simultanément des mesures sur des rayons de vitesses différentes.

Considérons, en effet, un pinceau très délié de rayons cathodiques obtenu en interposant sur le passage d'un faisceau de tels rayons un diaphragme pourvu d'un orifice étroit. Il détermine à l'endroit où il tombe sur un écran ou sur la paroi de verre opposée à la cathode une petite tache fluorescente.

Or, si l'on incurve le pinceau de rayons par un champ magnétique, on constate que le pinceau s'élargit et que la tache fluorescente, tout en se déplaçant par suite de la déviation des rayons, s'étale et s'élargit sous la forme d'une bande comparable à un spectre lumineux. Cela est dû à l'hétérogénéité des rayons qui ne sont pas tous de même vitesse.

Si alors on superpose une déviation électrique perpendiculairement à la déviation magnétique on réalise une expérience analogue à celle des spectres croisés en optique. Les différents rayons du pinceau considéré subissant chacun une seconde déviation, à angle droit de la première, en rapport avec leur vitesse propre, les éléments de la bande précédente sont inégalement déviés et celle-ci se déplace en s'incurvant. La mesure des deux déviations correspondant à chacun des éléments permet de déterminer la grandeur de la masse pour les différentes vitesses des électrons des rayons cathodiques.

Telle est la méthode mise en œuvre par W. Kaufmann (1), mais il l'a appliquée non pas aux rayons cathodiques, mais aux rayons β émis par les corps radioactifs.

Les corps radioactifs émettent, en effet, trois espèces de radiations analogues aux trois rayonnements engendrés dans l'ampoule de Crookes, à savoir les rayons α analogues aux rayons positifs, les rayons β analogues aux rayons cathodiques et les rayons γ analogues aux rayons X. Les rayons β sont donc constitués par une projection de corpuscules négatifs ou électrons, mais leur vitesse est supérieure à celle des rayons cathodiques et peut atteindre de très près la vitesse de la lumière.

Dans les expériences de Kaufmann, les rayons β émis par une parcelle de sel de radium étaient déviés électriquement en passant sur un parcours d'environ deux centimètres entre deux plateaux métalliques parallèles écartés d'un millimètre et soumis à une différence de potentiel constante de 5200 volts produite par une batterie de 2600 éléments. La déviation magnétique était obtenue en plaçant le tube à vide, à l'intérieur duquel l'expérience était réalisée, dans le champ sensiblement uniforme obtenu entre les pôles d'un électro-aimant.

Les rayons doublement déviés étaient reçus sur une plaque photographique, enveloppée d'une mince feuille d'aluminium pour l'abriter contre les radiations lumineuses. Un diaphragme percé d'un orifice de 0,2 de $\frac{m}{m}$ de diamètre isolait un étroit faisceau de rayons ayant préalablement subi la déviation électrique.

En l'absence de champs électrique et magnétique, le faisceau de rayons produit une petite tache sur la plaque, mais lorsque ces champs sont établis, l'image obtenue

(1) W. KAUFMANN. *Sur la masse électromagnétique des électrons*. Ions, Electrons, Corpuscules. Mémoires réunis et publié par H. Abraham et P. Langevin. Tome I, page 294.

après vingt heures d'exposition est une courbe dont la finesse permet des mesures précises. En renversant le champ électrique on obtient, après une nouvelle pose d'égale durée, une seconde branche de courbe symétrique de la première.

Les déviations magnétiques et électriques sont mesurées sur la plaque à l'aide d'un micromètre à microscope.

Cela étant, en comparant la forme de la courbe ainsi obtenue expérimentalement avec celle que la théorie prévoit, en partant de l'expression (67^{bis}) de la masse transversale donnée par Max Abraham, on constate que la concordance se réalise dans les limites étroites des erreurs expérimentales.

Les travaux de Kaufmann ont donc confirmé l'hypothèse théorique par laquelle la masse de l'électron serait de nature purement électro-magnétique.

Il y a lieu de remarquer que conformément aux équations (66^{bis}) et (67^{bis}) l'accroissement de la masse ne devient important que pour des vitesses voisines de celle de la lumière, bien que pour cette dernière la masse devienne infinie.

La masse n'est accrue que d'un centième pour une vitesse égale au cinquième de celle de la lumière ; pour que la masse soit doublée, la vitesse doit atteindre environ 93 % de celle de la lumière. Pour une vitesse égale environ aux 97 centièmes, la masse a été trouvée expérimentalement deux fois et demi plus grande qu'au repos.

L'application de la théorie des électrons aux phénomènes lumineux dans les corps en mouvement a conduit Lorentz (1) à établir une dynamique de l'électron en le considérant non pas comme de forme invariable, mais en

(1) H. A. LORENTZ. *Phénomènes électromagnétiques dans un système qui se meut avec une vitesse quelconque inférieure à celle de la lumière*. Ions, Electrons, Corpuscules, t. I, p. 477.

le supposant déformable. L'électron ayant au repos la forme d'une sphère de rayon a prendrait, lorsqu'il est animé d'une vitesse v , la forme d'un ellipsoïde, aplati dans la direction du mouvement, et résultant de la contraction de la sphère de rayon a dans cette direction et dans le rapport de 1 à $\sqrt{1 - \beta^2}$. La forme de l'électron en mouvement est donc celle de l'ellipsoïde d'Heaviside (page 75).

Cette conception de l'électron a l'inconvénient d'obliger à introduire la notion d'une énergie potentielle de l'électron qui n'est pas de nature électromagnétique. En effet, par suite de la déformation de l'électron accompagnant une variation de vitesse, l'accroissement de l'énergie électromagnétique W n'est plus égal au travail de la force extérieure, mais lui est supérieur, et dès lors la différence doit être considérée comme empruntée à une énergie potentielle interne de l'électron résultant, par exemple, du jeu des forces élastiques.

L'introduction d'une semblable énergie ou de semblables forces, dont la nature n'étant pas électro-magnétique est complètement inconnue, ne peut pas aboutir à une conception purement électro-magnétique de la matière et des forces qui y sont appliquées.

En admettant pour l'électron de Lorentz (1) comme pour l'électron de M. Abraham, que la masse est complètement dépourvue d'inertie matérielle, on trouve par application des équations (64) et (65) pour la masse longitudinale et transversale :

$$\mu_1 = \mu_0 (1 - \beta^2)^{-\frac{3}{2}} \quad (70)$$

$$\mu_2 = \mu_0 (1 - \beta^2)^{-\frac{1}{2}} \quad (71)$$

Des expériences entreprises par Kaufmann (2) pour

(1) H. A. LORENTZ. *The Theory of Electrons*. Leipzig, 1909, p. 211.

(2) KAUFMANN. *Ueber die Konstitution des Elektrons*. Ann. Phys. 19 (1906) p. 487.

décider entre la formule d'Abraham et celle de Lorentz ont été en faveur de la première. Toutefois des recherches plus récentes (1) confirment au contraire l'hypothèse de Lorentz.

En fait, l'étude de la constitution de l'électron en est à ses débuts et sa structure est encore inconnue.

Si, d'une part, l'intervention des forces internes élastiques ou de cohésion entre les éléments de l'électron constitue une difficulté, d'autre part l'admission pure et simple d'un électron rigide à liaisons intérieures invariables, malgré la valeur énorme du champ électrique à sa surface, peut paraître anormale.

Dans cet ordre d'idées, Poincaré (2) a montré que si l'on suppose que l'électron de Lorentz est constitué par une pellicule très mince, parfaitement extensible et flexible, dont les éléments sont sollicités par une tension normale dirigée vers l'intérieur et égale à $q^2/32 \pi^2 R^4$ par unité de surface, quelle que soit la contraction due à la vitesse, l'électron sera en équilibre tant dans sa forme sphérique au repos que dans sa forme ellipsoïdale aplatie lorsqu'il est en mouvement. (R représente le rayon de l'électron au repos).

Lorentz fait à ce propos la remarque qu'il est possible que, dans les variations de mouvement, la déformation de l'ellipsoïde ne soit pas en synchronisme avec la variation de vitesse et que le nouvel état d'équilibre corres-

(1) A. H. BUCHERER. *Messungen an Becquerelstrahlen. Die experimentelle Bestätigung der Lorentz-Einstein'schen Theorie.* Phys. Zeitschr. 9 (1908) p. 755. *Verhandlungen der Deutschen Physikalischen Gesellschaft.* 6. (1908) p. 688.

C.-E. GUYE et S. RATNOVSKY. *Sur la variation de l'inertie de l'électron en fonction de la vitesse dans les rayons cathodiques et sur le principe de la relativité.* Comptes-rendus. 7 février 1910, p. 326.

(2) H. POINCARÉ. *Sur la dynamique de l'électron.* Rendiconti del Circolo matematico di Palermo. 21 (1906) p. 129.

pendant à la nouvelle vitesse ne soit obtenu qu'après une série d'oscillations de la forme de l'électron (1).

L'hypothèse intermédiaire d'un électron déformable mais de volume constant a été étudiée par Bucherer (2) et Langevin (3). Elle a l'avantage d'éviter l'introduction d'une énergie potentielle non électro-magnétique. Il se fait, en effet, que dans ce cas le travail de la force extérieure appliquée à l'électron est précisément égal à l'accroissement de son énergie électromagnétique, de sorte qu'il n'est pas nécessaire de faire intervenir une énergie potentielle supplémentaire.

Quoi qu'il en soit, si au lieu de considérer l'électron comme un ensemble ou un tout sans chercher à approfondir la nature de la solidarité des éléments qui le constituent, on suppose au contraire que des forces intérieures équilibrent la répulsion électrique existant entre ces éléments, on est conduit à admettre pour ces forces intérieures une valeur énorme, attendu que l'électron est la concentration d'une charge électrique relativement grande dans un espace extraordinairement petit.

Dans le cas de l'électron sphérique chargé en surface, on aura pour la force équilibrant la tension superficielle :

$$\begin{aligned} 2 \pi k \left(\frac{q}{4 \pi r^2} \right)^2 &= 2 \pi (3 \cdot 10^{10})^2 \left(\frac{1 \cdot 13 \cdot 10^{20}}{4 \pi (10^{-13})^2} \right)^2 \\ &= 0,5 \cdot 10^{32} \text{ dynes/cm}^2 \\ &= 0,5 \cdot 10^{23} \text{ tonnes/cm}^2. \end{aligned}$$

C'est là une force bien grande, dont l'admission soulève de sérieuses difficultés.

(1) H. A. LORENTZ. *The Theory of Electrons*, p. 216.

(2) A. H. BUCHERER. *Mathematische Einführung in die Elektronen theorie*. Leipzig, 1904, p. 57.

(3) P. LANGEVIN. *La Physique des Electrons*. Revue générale des Sciences pures et appliquées, 16 (1905), p. 257.

Nous avons vu plus haut que les masses transversale et longitudinale de l'électron tendent vers l'infini lorsque sa vitesse se rapproche de celle de la lumière. Cela est vrai tant pour l'électron rigide que pour l'électron déformable de Lorentz et pour l'électron à volume constant de Langevin.

D'après cela, il paraît à première vue théoriquement impossible qu'un électron se meuve à une vitesse égale ou supérieure à celle de la lumière. Mais P. Herz ⁽¹⁾ a montré par l'étude du mouvement discontinu de l'électron, que celui-ci pouvait être amené brusquement à une vitesse égale à celle de la lumière par l'application d'une force de grandeur finie.

Il a d'ailleurs montré également, d'une manière générale, que contrairement à ce qui se passe dans la dynamique des corps matériels, une variation par saut brusque de la vitesse de l'électron était possible sous l'action d'une force finie. Dans la mécanique ordinaire, une variation brusque ou discontinue de la vitesse nécessiterait une force ou percussion infinie agissant pendant l'instant du changement de mouvement. Pour l'électron sphérique, non seulement la force produisant une variation par saut brusque de la vitesse est finie, mais de plus elle agit pendant un temps fini qui correspond au temps que l'électron met à sortir de l'onde engendrée dans le brusque changement de l'état de mouvement.

L'étude du mouvement à une vitesse supérieure à celle de la lumière se heurte à de grandes difficultés mathématiques. Elle a été faite par Sommerfeld ⁽²⁾, qui est arrivé

(1) P. HERZ. Phys. Zeitschrift (5) 1904, p. 109.

M. ABRAHAM. Théorie der Elektrizität, t. II, p. 222.

(2) A. SOMMERFELD. *Vereenvindigde afleiding van het veld van en de krachten werkende op een electron bij willekeurige beweging*. Akademie van Wetenschappen te Amsterdam. Verslagen 13, 1904, p. 431.

Zür Elektronentheorie. Nachrichten von Göttingen. 1904, p. 99 et 363.

à la remarquable conclusion que ce mouvement impossible pour un électron sphérique chargé en surface peut, au contraire, théoriquement exister pour un électron sphérique chargé en volume.

Dans le premier cas, le mouvement n'est pas possible parce qu'il nécessiterait que l'électron fût sollicité par une force infinie; dans le second cas, le mouvement peut avoir lieu, théoriquement du moins, parce que la force bien que très grande a une grandeur finie. Il est intéressant de remarquer que le mouvement de translation uniforme à une vitesse supérieure à celle de la lumière ne satisfait plus au principe de l'inertie, c'est-à-dire qu'un tel mouvement ne peut subsister que lorsqu'une force extérieure, d'ailleurs très grande, est appliquée à l'électron.

D'autre part, le fait qu'une vitesse supérieure à celle de la lumière n'est théoriquement possible que pour l'électron chargé en volume, du moins pour l'électron sphérique, permettrait, dans le cas d'une observation éventuelle d'une telle vitesse, de décider entre l'alternative d'une charge en surface ou en volume.

* * *

Avant de clore ce chapitre il y a intérêt pour les électriciens à ce que quelques mots soient dits sur la manière dont on peut considérer le fonctionnement d'une dynamo au point de vue de la présente théorie. Admettons, comme nous le verrons dans la suite, que le courant dans les conducteurs consiste en un mouvement de convection d'électrons à travers le métal et faisons abstraction de leur mouvement d'agitation, dont il sera parlé plus tard. Considérons un des conducteurs de l'induit supposé à tambour. Quand la dynamo débite du courant, les électrons circulant dans ce conducteur sont animés d'un double mouvement: le premier mouvement est parallèle au conducteur et crée le courant, le second mouvement

est celui d'entraînement du conducteur dans la rotation de l'induit. Comme ces deux mouvements simultanés ont lieu dans le champ magnétique inducteur, à chacun d'eux correspond une force en vertu de l'équation générale (36) qui se réduit dans le cas présent à :

$$\mathbf{F} = [\mathbf{v} \mathbf{H}].$$

Ces deux forces sont appliquées à chacun des électrons.

L'une, due au mouvement d'entraînement des électrons dans la rotation de l'induit et dirigée parallèlement au conducteur, est la force électromotrice E . L'autre, que nous désignerons par F , due au mouvement des électrons le long du conducteur, c'est-à-dire au mouvement constituant le courant, est dirigée en sens inverse de la vitesse périphérique de l'induit. Elle est transmise des électrons au cuivre et l'ensemble des forces F ainsi transmises forme le couple résistant appliqué à l'induit.

La force E est en partie équilibrée par une force opposée $-E'$ appliquée également à l'électron et due au champ électrostatique créé par les charges électriques réparties le long du conducteur et auxquelles est due la différence de potentiel existant entre les bornes de l'induit. La force résultante $E - E'$ met l'électron en mouvement le long du conducteur et correspond à la chute ohmique. Lorsque l'induit est en circuit ouvert on a $E = E'$.

De même le cuivre applique par réaction à l'électron une force $-F$ égale et opposée à la force F .

Le jeu des forces E et F engendrés par le double mouvement des électrons montre ainsi plus clairement le mécanisme de la transformation du travail mécanique en énergie électrique. Comme les forces E et F sont entre elles comme les vitesses correspondantes, on voit immédiatement que le travail de l'une se retrouve pour l'autre.

On peut comparer jusqu'à un certain point une dynamo ordinaire à tambour où la trajectoire des électrons est hélicoïdale, ou bien une dynamo unipolaire où cette trajectoire est une spirale, avec un ventilateur ou une pompe hélicoïde ou centrifuge, la force F ci-dessus étant rapprochée de la force centrifuge composée.

Appendice (1)

ELÉMENTS DU CALCUL VECTORIEL.

Nous avons indiqué (page 65) les grands avantages de l'emploi de l'analyse vectorielle en électromagnétisme. Ce mode de calcul dérive de la théorie des quaternions et a été préconisé par Heaviside et Gibbs.

* * *

On distingue, dans le calcul vectoriel, les grandeurs scalaires et les grandeurs vectorielles. Les premières ne sont que des grandeurs numériques, non dirigées dans l'espace, tandis que les secondes sont des grandeurs ayant à la fois une valeur numérique et une orientation dans l'espace. C'est ainsi que la température, la densité d'un corps, en un point donné, sont des scalaires ; une force, une vitesse, etc., sont des vecteurs.

Nous désignerons les vecteurs par des lettres grasses.

* * *

On connaît les définitions des opérations d'addition et de soustraction des vecteurs.

-
- (1) A. H. BUCHERER. *Elemente der Vektor-Analyse*. Leipzig, 1905.
 R. GANS. *Einführung in die Vektoranalysis*. Leipzig, 1905.
 V. BJERKNES. *Die Kraftfelder*. Braunschweig, 1909, pages 73 à 108.
 M. ABRAHAM und A. FÖPPL. *Theorie der Elektrizität*. Leipzig, 1904. Tome I, (pages 4 à 122).

Soit un vecteur \mathbf{A} de valeur absolue A et dont les composants, suivant trois axes coordonnés rectangulaires OX , OY et OZ , ont des longueurs A_x , A_y , A_z .

Soient \mathbf{i} , \mathbf{j} et \mathbf{k} , trois vecteurs, dont la longueur est égale à l'unité et dirigés respectivement suivant ces trois axes. Les vecteurs composants du vecteur \mathbf{A} , suivant les trois axes, peuvent alors s'exprimer respectivement par

$$\mathbf{i} A_x, \mathbf{j} A_y \text{ et } \mathbf{k} A_z$$

et l'on a :

$$\mathbf{A} = \mathbf{i} A_x + \mathbf{j} A_y + \mathbf{k} A_z.$$

Etant donnés deux vecteurs \mathbf{A} et \mathbf{B} , de valeurs absolues A et B , on distingue deux espèces de produits de l'un par l'autre :

1° Le produit *scalaire* ou *intérieur*, qui est égal au produit algébrique des valeurs absolues des deux vecteurs et du cosinus de l'angle de leurs directions, soit $AB \cos(\angle AB)$. Il se désigne par \mathbf{AB} ou (\mathbf{AB}) .

Exemple :

Le travail dT d'une force \mathbf{F} est le produit scalaire de la force \mathbf{F} , par le chemin parcouru $d\mathbf{r}$:

$$dT = (\mathbf{F} d\mathbf{r}).$$

2° Le produit *vectériel* ou *extérieur* qui est un *vecteur* normal au plan des vecteurs \mathbf{A} et \mathbf{B} , et dont la longueur est égale à la surface du parallélogramme, construit sur \mathbf{A} et \mathbf{B} , soit $AB \sin(\angle AB)$. Il se désigne par $[\mathbf{A} \mathbf{B}]$. Le sens du vecteur *produit* doit être tel qu'un tire-bouchon, enfoncé suivant sa direction, tourne dans un sens tel qu'il amène \mathbf{A} en coïncidence avec \mathbf{B} , par une rotation moindre que 180° .

Exemple : La force $d\mathbf{F}$, appliquée à un élément de courant d'intensité i et de longueur $d\mathbf{s}$, placé dans un

champ magnétique \mathbf{H} , est égale au produit vectoriel de l'élément de courant $i ds$ par le champ magnétique \mathbf{H} .

$$d\mathbf{F} = [i ds, \mathbf{H}].$$

Cela étant, on démontre facilement les égalités suivantes :

$$(\mathbf{A} \mathbf{B}) = (\mathbf{B} \mathbf{A})$$

$$(\mathbf{A} \mathbf{A}) = A^2$$

$$(\mathbf{i} \mathbf{i}) = (\mathbf{j} \mathbf{j}) = (\mathbf{k} \mathbf{k}) = 1$$

$$(\mathbf{i} \mathbf{j}) = (\mathbf{j} \mathbf{k}) = (\mathbf{k} \mathbf{i}) = 0$$

$$(\mathbf{A}, \mathbf{B} + \mathbf{C}) = (\mathbf{A} \mathbf{B}) + (\mathbf{A} \mathbf{C})$$

$$(\mathbf{A} \mathbf{B}) = A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z$$

$$[\mathbf{A} \mathbf{B}] = -[\mathbf{B} \mathbf{A}]$$

$$[\mathbf{A} \mathbf{A}] = 0$$

$$[\mathbf{i} \mathbf{i}] = [\mathbf{j} \mathbf{j}] = [\mathbf{k} \mathbf{k}] = 0$$

$$[\mathbf{i} \mathbf{j}] = \mathbf{k}$$

$$[\mathbf{j} \mathbf{k}] = \mathbf{i}$$

$$[\mathbf{k} \mathbf{i}] = \mathbf{j}$$

$$[\mathbf{A}, \mathbf{B} + \mathbf{C}] = [\mathbf{A} \mathbf{B}] + [\mathbf{A} \mathbf{C}]$$

$$[\mathbf{A} \mathbf{B}] = \mathbf{i}(A_y B_z - A_z B_y) + \mathbf{j}(A_z B_x - A_x B_z) + \mathbf{k}(A_x B_y - A_y B_x)$$

$$= \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix}$$

$$(\mathbf{A} [\mathbf{B} \mathbf{C}]) = (\mathbf{B} [\mathbf{C} \mathbf{A}]) = (\mathbf{C} [\mathbf{A} \mathbf{B}])$$

$$(\mathbf{A} [\mathbf{A} \mathbf{B}]) = 0$$

$$[\mathbf{A} [\mathbf{B} \mathbf{C}]] = \mathbf{B}(\mathbf{C} \mathbf{A}) - \mathbf{C}(\mathbf{A} \mathbf{B}).$$

* * *

C'est principalement dans les opérations de différentiations que le calcul vectoriel est avantageux.

Considérons le symbole

$$\mathbf{i} \frac{\partial}{\partial x} + \mathbf{j} \frac{\partial}{\partial y} + \mathbf{k} \frac{\partial}{\partial z} \text{ désigné en abrégé par } \nabla.$$

Ce symbole, désigné sous le nom d'opérateur différentiel de Hamilton, où les coefficients de $\mathbf{i} \mathbf{j} \mathbf{k}$ sont les représentations de dérivations partielles par rapport aux variables x, y et z , n'a par lui-même aucun sens, mais peut être considéré comme un vecteur fictif dont les composantes sont

$$\mathbf{i} \frac{\partial}{\partial x}, \mathbf{j} \frac{\partial}{\partial y} \text{ et } \mathbf{k} \frac{\partial}{\partial z}.$$

Si on applique à ce vecteur fictif les règles de la multiplication soit par un scalaire, soit par un vecteur, trois cas peuvent se présenter :

1^o) multiplication par un scalaire A .

On aura, en appliquant les règles de la multiplication :

$$\nabla A = \mathbf{i} \frac{\partial A}{\partial x} + \mathbf{j} \frac{\partial A}{\partial y} + \mathbf{k} \frac{\partial A}{\partial z}.$$

Si l'on considère maintenant $\partial A / \partial x$, $\partial A / \partial y$ et $\partial A / \partial z$ comme représentant des dérivées partielles, on voit que le résultat est un vecteur. Il est appelé le *gradient* de A et désigné en abrégé soit par $\text{grad. } A$ ou par ∇A .

Exemple : Le champ électrique \mathbf{E} est le gradient changé de signe du potentiel électrostatique V .

$$\mathbf{E} = -\nabla V.$$

2^o) multiplication scalaire par un vecteur \mathbf{A} .

En appliquant la règle de la multiplication scalaire de deux vecteurs, on obtient :

$$\left(\nabla \mathbf{A} \right) = \frac{\partial A_x}{\partial x} + \frac{\partial A_y}{\partial y} + \frac{\partial A_z}{\partial z}.$$

Le résultat est un scalaire. Il est appelé la *divergence* du vecteur \mathbf{A} et désigné en abrégé par $\text{div. } \mathbf{A}$ ou $\nabla \mathbf{A}$.

D'après le théorème de Gauss énoncé plus loin, on peut montrer que la divergence d'un vecteur en un point donné est le flux de ce vecteur qui diverge, c'est-à-dire qui sort d'une surface fermée infiniment petite menée en ce point, ce flux étant rapporté à l'unité de volume limité par cette surface.

Exemple : La divergence du champ électrique \mathbf{E} en un point donné est égale à 4π fois la densité ρ de charge électrique en ce point (unités électrostatiques).

$$\text{div. } \mathbf{E} = 4\pi\rho.$$

3°) multiplication vectorielle par un vecteur \mathbf{A} .

En appliquant la règle de la multiplication vectorielle, on obtient :

$$\begin{aligned} [\nabla \mathbf{A}] &= \mathbf{i} \left(\frac{\partial A_z}{\partial y} - \frac{\partial A_y}{\partial z} \right) + \mathbf{j} \left(\frac{\partial A_x}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial x} \right) \\ &+ \mathbf{k} \left(\frac{\partial A_y}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial y} \right) \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ A_x & A_y & A_z \end{vmatrix}. \end{aligned}$$

Le résultat est un vecteur dénommé *rotation* du vecteur \mathbf{A} (en anglais *curl*, en allemand *wirbel*) et désigné par $\text{rot. } \mathbf{A}$ ou $\text{curl } \mathbf{A}$.

D'après le théorème de Stokes énoncé plus loin, il résulte que si l'on considère en un point donné du champ d'un vecteur \mathbf{A} un élément de surface, la projection de la *rotation* de \mathbf{A} en ce point sur une normale à cet élément de surface est égale à l'intégrale du vecteur \mathbf{A} le long de la courbe fermée limitant l'élément de surface, l'intégrale étant rapportée à l'unité de surface.

Exemple : La rotation du champ magnétique \mathbf{H} en un point donné est égale à 4π fois la densité de courant \mathbf{d} en ce point (exprimée en unités électromagnétiques). La densité de courant doit être considérée comme un vecteur dirigé dans le sens du courant.

$$\text{rot. } \mathbf{H} = 4 \pi \mathbf{d}.$$

* * *

Cela étant si l'on considère un produit de trois facteurs dont l'un est le vecteur fictif ∇ et dont les deux autres sont soit deux scalaires, soit deux vecteurs, soit un scalaire et un vecteur, de nombreuses combinaisons peuvent se présenter selon l'ordre des facteurs et selon que les multiplications sont scalaires ou vectorielles.

On rencontre ainsi, notamment, le symbole $(\mathbf{A} \nabla)$ qui, développé selon les règles précédentes, devient :

$$(\mathbf{A} \nabla) = A_x \frac{\partial}{\partial x} + A_y \frac{\partial}{\partial y} + A_z \frac{\partial}{\partial z}.$$

On trouve de la sorte que $\mathbf{A} (\nabla \mathbf{B})$, c'est-à-dire $\mathbf{A} \text{ div. } \mathbf{B}$, est différent de $(\mathbf{A} \nabla) \mathbf{B}$.

On peut ainsi démontrer les formules suivantes :

$$\text{grad. } (\mathbf{A} \mathbf{B}) = \mathbf{A} \text{ grad. } \mathbf{B} + \mathbf{B} \text{ grad. } \mathbf{A}$$

$$\text{div. } (\mathbf{A} \mathbf{B}) = \mathbf{B} \text{ div. } \mathbf{A} + \mathbf{A} \text{ grad. } \mathbf{B}$$

$$\text{rot. } (\mathbf{A} \mathbf{B}) = \mathbf{B} \text{ rot. } \mathbf{A} - [\mathbf{A} \text{ grad. } \mathbf{B}]$$

$$\text{div. } [\mathbf{A} \mathbf{B}] = \mathbf{B} \text{ rot. } \mathbf{A} - \mathbf{A} \text{ rot. } \mathbf{B}$$

$$\text{rot. } [\mathbf{A} \mathbf{B}] = (\mathbf{B} \nabla) \mathbf{A} - \mathbf{B} \text{ div. } \mathbf{A} + \mathbf{A} \text{ div. } \mathbf{B} - (\mathbf{A} \nabla) \mathbf{B}$$

$$\text{div. rot. } \mathbf{A} = 0$$

$$\text{rot. grad. } \mathbf{A} = 0.$$

* * *

Si l'on effectue le produit scalaire du symbole ∇ par lui-même, on obtient le symbole ∇^2 de Laplace dénommé aussi la *dérivée sphérique* ou *paramètre différentiel du second ordre de Lamé*.

$$\begin{aligned} \nabla^2 \equiv (\nabla \nabla) &= \left(\mathbf{i} \frac{\partial}{\partial x} + \mathbf{j} \frac{\partial}{\partial y} + \mathbf{k} \frac{\partial}{\partial z} \right) \left(\mathbf{i} \frac{\partial}{\partial x} + \mathbf{j} \frac{\partial}{\partial y} + \mathbf{k} \frac{\partial}{\partial z} \right) \\ &= \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}. \end{aligned}$$

Appliqué à un vecteur, il donne un vecteur et appliqué à un scalaire il donne un scalaire. Sa nature est donc scalaire.

1^o) Application à un vecteur.

$$\nabla^2 \mathbf{A} = \frac{\partial^2 \mathbf{A}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \mathbf{A}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \mathbf{A}}{\partial z^2}$$

Ou bien aussi

$$\nabla^2 \mathbf{A} = \mathbf{i} \nabla^2 A_x + \mathbf{j} \nabla^2 A_y + \mathbf{k} \nabla^2 A_z.$$

2^o) Application à un scalaire.

$$\nabla^2 A = \frac{\partial^2 A}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 A}{\partial z^2}.$$

On a aussi $\nabla^2 A = \text{div. grad. A}$,
tandis que $\nabla^2 \mathbf{A}$ est différent de grad. div. \mathbf{A} .

* * *

On considère aussi, en analyse vectorielle, la *rotation* d'une *rotation* désignée par rot^2 :

$$\text{rot. rot. } \mathbf{A} \equiv \text{rot}^2 \mathbf{A} \equiv [\nabla [\nabla \mathbf{A}]] = \text{grad. div. } \mathbf{A} - \nabla^2 \mathbf{A}.$$

* * *

Cela étant, on peut démontrer les 3 théorèmes suivants :

1^o) L'intégrale du gradient d'un scalaire le long d'une ligne, est égale à l'accroissement de ce scalaire entre les points extrêmes.

$$\int_{x_0 y_0 z_0}^{x y z} (\text{grad. } A) d\mathbf{r} = A(x y z) - A(x_0 y_0 z_0)$$

$d\mathbf{r}$ représente un élément de la ligne.

Exemple : Le travail entre deux points du champ électrique ou magnétique est égal à la diminution du potentiel.

2° L'intégrale sur une surface ou, autrement dit, le flux à travers une surface de la rotation d'un vecteur, est égale à l'intégrale de ce vecteur le long de la courbe limitant la surface. (Théorème de Stokes).

$$\int (\text{rot. } \mathbf{A}) d\mathbf{s} = \int \mathbf{A} d\mathbf{r}$$

$d\mathbf{s}$ représente un élément de la surface.

Si la surface est fermée, le flux de la rotation est nul.

Exemple : Le flux de la rotation du champ électrique à travers la surface limitée par un circuit, est égal à la force électromotrice totale induite dans ce circuit.

Comme on démontre en électromagnétisme que la rotation du champ électrique est égale à la dérivée, changée de signe, par rapport au temps du champ magnétique (système d'unités électromagnétiques), le flux de cette rotation est égal à la dérivée du flux magnétique, par rapport au temps, prise négativement. On retrouve ainsi la règle de Maxwell.

3° L'intégrale étendue à un volume de la divergence d'un vecteur est égale au flux de ce vecteur à travers la surface limitant le volume. (Théorème de Gauss).

$$\int (\text{div. } \mathbf{A}) d\mathbf{v} = \int \mathbf{A} d\mathbf{s}.$$

Exemple : Le flux de force électrique, sortant d'une surface fermée, est égal à 4π fois la charge électrique totale, située à l'intérieur de la surface. On a, en effet : $\text{div. } \mathbf{E} = 4\pi\rho$, \mathbf{E} étant le champ électrique et ρ la densité de la charge en un point donné.

* * *

a) Si un vecteur \mathbf{E} est tel que $\text{rot. } \mathbf{E} = 0$, le vecteur \mathbf{E} est dit irrotationnel. (Ex. : Le champ électrostatique).

Comme la rotation d'un gradient est nulle, un gradient est irrotationnel.

Inversement, on démontre que, si la rotation d'un vecteur \mathbf{E} est nulle, ce vecteur est le gradient d'un scalaire $-\Phi$.

$$\mathbf{E} = -\text{grad. } \Phi.$$

On appelle Φ le potentiel scalaire de \mathbf{E} .

b) Si un vecteur \mathbf{H} est tel que $\text{div. } \mathbf{H} = 0$, le vecteur \mathbf{H} est dit solénoïdal. (Ex. : Le champ magnétique).

Comme la divergence d'une rotation est nulle, une rotation est solénoïdale.

Réciproquement, si la divergence d'un vecteur est nulle, ce vecteur est la rotation d'un vecteur \mathbf{A} .

$$\mathbf{H} = \text{rot. } \mathbf{A}.$$

On appelle \mathbf{A} le potentiel vecteur de \mathbf{H} .

* * *

On démontre qu'un champ vectoriel qui s'annule à l'infini est complètement déterminé, si l'on connaît sa divergence et sa rotation en chaque point.

Soit un vecteur \mathbf{D} , pour lequel on donne en chaque point

$$\text{div. } \mathbf{D} = \mathbf{E}$$

$$\text{rot. } \mathbf{D} = \mathbf{F}$$

On démontre que \mathbf{D} est déterminé par :

$$\mathbf{D} = -\text{grad. } \Phi + \text{rot. } \mathbf{A}$$

le potentiel scalaire Φ et le potentiel vecteur \mathbf{A} étant donnés par :

$$\Phi = \int \frac{\mathbf{E} \, d v}{4 \pi r}$$

$$\mathbf{A} = \int \frac{\mathbf{F} \, d v}{4 \pi r}$$

les intégrales étant étendues à tout l'espace et r étant la distance du point considéré à un élément de volume quelconque $d.v.$

On voit qu'un vecteur quelconque est la somme d'un vecteur irrotationnel et d'un vecteur solénoïdal.

PHÉNOMÈNES ÉLECTRO-OPTIQUES.

Comme dans la théorie des électrons, l'énergie rayonnante, transmise sous toutes ses formes par l'éther, est engendrée par les variations de mouvement de charges électriques, qu'elle soit calorifique, lumineuse ou constituée par des ondes herziennes, il est à prévoir que c'est principalement dans le domaine de l'optique que cette théorie a trouvé des applications.

On sait que Maxwell fut le premier à établir, par les équations générales du champ électromagnétique, que la lumière pouvait être considérée comme résultant, non pas de vibrations mécaniques, mais bien d'oscillations des champs électrique et magnétique, oscillations pour lesquelles sa théorie prévoyait une vitesse de propagation égale à celle de la lumière.

En dehors des expériences décisives de Herz, qui confirmèrent les vues de Maxwell, la rotation du plan de polarisation de la lumière dans un champ magnétique, déjà antérieurement découverte par Faraday, les phénomènes de Kerr (1) relatifs, l'un à l'influence de l'aimantation d'un miroir sur l'état de polarisation de la lumière réfléchie, l'autre à la double réfraction des diélectriques créée par le champ électrique, enfin, l'existence d'une pression exercée par les radiations lumineuses, conformément aux prévisions du calcul, sont autant d'indices de l'intime

(1) *Le phénomène de Kerr et les phénomènes électro-optiques*, par EUGÈNE NECULCÉA. — Collection *Scientia*. (Paris, Gauthier-Villars, 1902).

parenté entre l'électromagnétisme et les phénomènes lumineux.

Grâce à la théorie des électrons de Lorentz, le phénomène découvert par Zeeman (1) en 1896 permit de préciser la conception électromagnétique de la lumière et de l'appliquer jusqu'au mécanisme de sa production, c'est-à-dire à la source lumineuse elle-même.

Si la lumière est une succession d'ondes électromagnétiques, elle doit être engendrée par un oscillateur analogue à celui de Herz, qui, sous sa forme la plus élémentaire, sera réalisé par une charge électrique en mouvement vibratoire à haute fréquence. Si l'on conçoit, par exemple, qu'à l'intérieur des atomes ou des molécules d'une source lumineuse se meuvent des électrons autour d'un centre d'attraction, en décrivant certaines trajectoires, ces électrons émettent une succession d'ondes électromagnétiques dont la fréquence dépendra du nombre de révolutions accomplies par ces électrons sur leurs orbites en l'unité de temps. Si ce nombre est suffisamment grand, les ondes électromagnétiques émises seront des ondes lumineuses correspondant à certaines raies du spectre.

On comprend dès lors qu'en plaçant la source lumineuse dans un champ magnétique il puisse en résulter une modification dans la nature de la lumière qu'elle émet. Le mouvement d'un électron dans un champ magnétique fait, en effet, naître une force supplémentaire appliquée à cet électron, laquelle va produire, en général, des modifications dans son mouvement, notamment dans la fréquence. Il en résulte un changement dans la fréquence ou dans la longueur d'onde de la lumière émise.

Si cette lumière est reçue dans un spectroscopie, il est à prévoir que les raies du spectre obtenu seront diffé-

(1) *Le Phénomène de Zeeman*, par A. COTTON. — Collection *Scientia*. (Paris, Gauthier-Villars, 1899).

rentes selon que la source sera ou non placée dans un champ magnétique. Cette action du champ magnétique sur la source lumineuse elle-même fait l'objet de la découverte de Zeeman.

En plaçant une flamme dans le champ d'un puissant électro-aimant et en analysant la lumière émise par un réseau de Rowland à pouvoir dispersif considérable, il constata les modifications suivantes dans les raies du spectre de la flamme :

Lorsque la lumière est émise parallèlement aux lignes de force, ce qui nécessite, pour qu'elle parvienne au spectroscope, que l'une des armatures de l'électro-aimant soit percée, chaque raie est remplacée par deux raies nouvelles situées de part et d'autre à égale distance de la raie primitive et qui sont polarisées circulairement en sens inverse l'une de l'autre. L'ensemble de ces deux nouvelles raies est appelé doublet magnétique. La composante du doublet qui a la plus faible longueur d'onde, c'est-à-dire celle qui est située du côté du violet, est polarisée circulairement, dans le même sens que celui du courant magnétisant de l'électro-aimant.

Lorsque la lumière est, au contraire, émise perpendiculairement aux lignes de force, l'influence du champ magnétique a pour effet de substituer à chacune des raies un groupe de trois raies nouvelles ou triplet dont la raie médiane équidistante des deux autres occupe la position de la raie primitive. Dans ce cas, les trois raies du triplet sont polarisées rectilignement, les deux raies latérales étant polarisées dans un même plan, tandis que la raie médiane l'est dans un plan perpendiculaire.

La polarisation rectiligne ou circulaire est complète, car on obtient une extinction totale respectivement avec un nicol ou avec un nicol précédé d'une lame cristalline quart d'onde. De plus, l'écartement des deux raies laté-

rales du triplet observé perpendiculairement aux lignes de force est le même que pour les deux raies du doublet observé parallèlement au champ. Cet écartement est très faible et c'est en raison de sa petitesse que Faraday, qui soupçonnait déjà une action du champ magnétique sur les sources de lumière, mais qui ne disposait pas de moyens d'observation suffisamment puissants, n'était pas parvenu à le déceler. Pour un champ de 10 000 C. G. S. cet écartement pour chacune des raies D_1 et D_2 du sodium est égal au douzième de la distance séparant ces deux raies.

Telle est l'apparence du phénomène de Zeeman, du moins sous sa forme la plus simple. En réalité, dans beaucoup de cas, il se présente sous une forme plus complexe, en ce sens que les composantes du doublet ou du triplet ci-dessus, au lieu d'être simples, sont à leur tour constituées par un groupe plus ou moins nombreux de raies, ce qui est dit ci-dessus concernant la polarisation restant toutefois d'application. Une élucidation du phénomène de Zeeman, sous sa forme complexe, n'a pas encore pu être réalisée d'une manière suffisante, mais, par contre, la partie fondamentale du phénomène, à savoir l'obtention d'un doublet parallèlement aux lignes de force et d'un triplet dans une direction perpendiculaire avec une polarisation respectivement circulaire et rectiligne, peut s'expliquer d'une manière extraordinairement simple en considérant, ainsi qu'il est dit ci-dessus, que la lumière émise par la source lumineuse est due à la radiation d'électrons animés d'un mouvement vibratoire (1).

Considérons un électron se mouvant autour d'un centre d'attraction sous l'action d'une force centrale supposée

(1) *Théorie des Phénomènes magnéto-optiques récemment découverts*, par H.-A. Lorentz. Rapports présentés au Congrès international de physique. 1900. Paris. Tome III, p. 2.

proportionnelle à la distance r à ce centre. La trajectoire sera, en général, une ellipse et, si l'on rapporte le mouvement à trois axes coordonnés ayant pour origine le centre d'attraction, les déplacements de l'électron, suivant chacun de ces trois axes, seront des sinusoides de même fréquence f_0 . En désignant par m la masse de l'électron et par α le coefficient de proportionnalité de la force à la distance, on a, en effet :

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = -\alpha x \quad m \frac{d^2 y}{dt^2} = -\alpha y \quad m \frac{d^2 z}{dt^2} = -\alpha z$$

D'où :

$$\begin{aligned} x &= A_1 \sin(2\pi f_0 t + \varphi_1) & y &= A_2 \sin(2\pi f_0 t + \varphi_2) \\ z &= A_3 \sin(2\pi f_0 t + \varphi_3). \end{aligned} \quad (72)$$

La fréquence est

$$f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\alpha}{m}}.$$

$A_1, A_2, A_3, \varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$ sont des constantes arbitraires.

Avant d'aller plus loin, il est nécessaire de dire que l'étude du champ d'un électron démontre que, pour un point P de l'espace, suffisamment éloigné de l'électron situé en M, le champ électrique est parallèle et proportionnel à la composante, suivant une direction perpendiculaire à MP de l'accélération de l'électron et que le champ magnétique, normal à la fois à la direction MP et au champ électrique est égal à ce dernier (1).

Or, dans la théorie électromagnétique de la lumière, l'un de ces deux champs, par exemple le champ électrique, représente la vibration lumineuse au point P. Si le champ électrique oscille en restant parallèle à lui-même, la lumière est polarisée rectilignement; s'il tourne autour du

(1) H. A. LORENTZ. *The Theory of Electrons*. Leipzig, 1909, pages 51 et 101.

point P, dans un sens ou dans l'autre, en gardant une longueur constante, la polarisation est circulaire (droite ou gauche; si, dans la rotation, la grandeur est variable de manière que l'extrémité décrit une ellipse, la polarisation est elliptique et si, enfin, il se déplace et varie irrégulièrement, mais également dans tous les sens, la lumière n'est pas polarisée.

D'après cela, on voit d'abord que l'on peut, au point de vue de l'effet lumineux en un point P, dont la distance à l'électron est grande en comparaison de la trajectoire, remplacer un électron unique par plusieurs autres ayant chacun, à tout instant, une accélération telle que la résultante soit égale à l'accélération de l'électron unique.

On voit ensuite qu'un électron M, dont l'accélération est dirigée parallèlement à MP, par exemple lorsqu'il est animé d'une vibration rectiligne suivant cette droite, n'émettra pas de lumière dans cette direction.

Soit oz la direction du champ magnétique avant l'application du champ; d'après les équations (72), le mouvement de l'électron peut se décomposer en trois mouvements de même fréquence f_0 , suivant les trois axes. Le champ électrique en un point P oscille à la fréquence f_0 ce qui correspond à une raie unique du spectre.

Supposons maintenant le champ magnétique établi. La trajectoire ne sera plus une ellipse mais une courbe plus complexe que l'on peut se représenter en se figurant que pendant que l'électron tourne sur son orbite elliptique, celle-ci est animée d'un mouvement d'entraînement autour de l'axe oz . Pour se rendre compte de l'effet du champ, il est commode de remplacer l'électron par un autre se déplaçant suivant l'axe oz et par un second décrivant une ellipse dans le plan oxy , qui est la projection de la trajectoire sur ce plan. Comme l'effet d'un champ est d'appliquer à l'électron une force supplémentaire $[\mathbf{v} \mathbf{H}]/c$ per-

pendiculaire à la fois à la vitesse \mathbf{v} de l'électron et à la direction du champ, dont la grandeur est égale à $v H \sin(v H)/c$, on voit que le champ sera sans influence sur le mouvement du premier électron se mouvant suivant oz . Pour connaître son influence sur le second, décrivant une ellipse dans le plan xoy , on lui substitue deux autres électrons décrivant des orbites circulaires dans le même plan et tournant en sens inverse avec la même fréquence. En faisant tourner le plan xoy autour de oz , de manière que les axes ox et oy coïncident avec ceux de l'ellipse, on peut, en effet, mettre les deux premières équations (72) sous la forme :

$$x = a \sin 2\pi f_0 t \quad y = b \cos 2\pi f_0 t$$

qui correspondent aux deux composantes rectilignes de la vibration elliptique.

Or, ces deux composantes rectilignes sont équivalentes à la somme de deux vibrations circulaires de même fréquence f_0 , l'une dextrogyre d'amplitude $(a + b)/2$:

$$x = \frac{a+b}{2} \sin 2\pi f_0 t \quad y = \frac{a+b}{2} \cos 2\pi f_0 t$$

l'autre lévogyre d'amplitude $(a - b)/2$:

$$x = \frac{a-b}{2} \sin 2\pi f_0 t \quad y = -\frac{a-b}{2} \cos 2\pi f_0 t$$

Comme ces deux vibrations circulaires tournent en sens inverse, l'effet du champ magnétique sera d'accélérer l'une et de ralentir l'autre, attendu que la force appliquée par le champ sera respectivement centripète et centrifuge. Il en résultera deux raies dans le spectre correspondant à chacune des deux nouvelles fréquences. La raie émise par l'électron, supposé vibrant elliptiquement dans le plan yox , sera donc, par suite de l'application du champ magnétique, remplacée par un doublet.

Calculons la position de deux raies de ce doublet et leur écartement.

Avant l'application du champ, la fréquence de rotation était :

$$f_0 = \frac{I}{2\pi} \sqrt{\frac{\alpha}{m}}.$$

Après l'application du champ, la vitesse v de l'électron de charge e , dans une des deux vibrations circulaires dextrogyre ou levogyre que nous venons de considérer, résulte de l'équation :

$$\alpha r \pm \frac{e}{c} v H = \frac{m v^2}{r},$$

dont le premier membre représente la force centripète totale. D'où, en divisant par $4\pi^2 r m$:

$$\frac{I}{(2\pi)^2} \frac{\alpha}{m} \pm \frac{e H}{2\pi m c} \frac{v}{2\pi r} = \frac{v^2}{(2\pi r)^2}.$$

En posant

$$f = \frac{v}{2\pi r},$$

on a :

$$f^2 = f_0^2 \pm \frac{e H}{2\pi m c} f.$$

Comme

$$\frac{e H}{2\pi m c}$$

est très petit vis-à-vis de f , on peut admettre, pour les nouvelles fréquences f_1 et f_2 , les valeurs :

$$f_1 = f_0 + \frac{e H}{4\pi m c}$$

$$f_2 = f_0 - \frac{e H}{4\pi m c}$$

Ces deux fréquences sont également écartées de la fréquence primitive.

La polarisation des raies et les apparences différentes du phénomène selon qu'on l'observe parallèlement ou perpendiculairement aux lignes de force se déduisent immédiatement de ce qui précède.

Nous avons, par suite de l'application du champ, à considérer simultanément l'effet d'un électron vibrant suivant oz avec la fréquence f_0 et de deux électrons tournant en sens inverse dans le plan oxy respectivement avec les fréquences f_1 et f_2 ci-dessus.

Considérons la lumière émise parallèlement aux lignes de force, c'est-à-dire suivant oz . En un point P de cet axe le champ électrique provenant du premier électron sera nul, la vibration étant parallèle à l'axe. Quant aux deux autres électrons, ils produisent en P deux champs électriques tournant en sens inverse à des fréquences f_1 et f_2 , ce qui correspond à deux raies de longueur d'onde λ_1 et λ_2 polarisées circulairement en sens inverse. On observe donc un doublet en place de la raie primitive, les deux raies du doublet étant également écartées de celle-ci.

Considérons maintenant la lumière émise perpendiculairement aux lignes de force, c'est-à-dire dans le plan xoy . En un point P' de ce plan, le champ électrique provenant de l'électron vibrant suivant oz sera parallèle à oz , ce qui correspond à une raie de même longueur d'onde que la raie primitive, mais polarisée rectilignement. Quant aux deux autres électrons, ils produisent chacun en P' un champ électrique, situé dans le plan yox et perpendiculaire à OP' , les fréquences étant respectivement f_1 et f_2 . Il en résulte deux raies de longueur λ_1 et λ_2 polarisées aussi rectilignement mais perpendiculairement à la raie précédente. On observera donc, cette fois, un triplet, dont les trois raies sont polarisées rectilignement, les deux raies extrêmes ayant le même écartement que dans le doublet observé parallèlement aux lignes de force, et situées à égale distance, de part et d'autre, de la raie médiane.

Cela étant, le grand intérêt du phénomène de Zeeman, au point de vue de notre sujet, c'est qu'il démontre d'abord que les charges électriques en mouvement vibratoire dans l'atome ou la molécule sont des charges négatives.

En effet, si l'on considère le doublet, on constate que la raie de haute fréquence, c'est-à-dire la plus rapprochée du violet, est polarisée circulairement dans le sens du courant magnétisant de l'électro-aimant. Pour le mouvement circulaire correspondant à cette raie, la force appliquée par le champ magnétique est donc centripète. On peut en déduire facilement que la charge est négative. Ensuite, la mesure de l'écartement des deux raies du doublet permet de déterminer la différence des fréquences $e H/2 \pi m c$. On en déduit, connaissant le champ H , la valeur du rapport e/m de la charge électrique des particules négatives à leur masse. Ce rapport a été trouvé sensiblement le même que pour les électrons apparaissant dans d'autres circonstances, qu'ils se manifestent dans les rayons cathodiques ou dans les rayons β émis par les corps radioactifs ou par l'action sur les métaux de la lumière ultra-violette ou de la température d'incandescence.

Ainsi le fait que les charges électriques élémentaires négatives sont plus mobiles que les charges positives et présentent une masse de beaucoup inférieure à celle de l'atome d'hydrogène se trouve confirmé une fois de plus et jusque dans le domaine atomique.

D'après ce qui précède, une lumière d'une longueur d'onde déterminée, émise par un atome, serait donc due au mouvement d'un électron gravitant à l'intérieur de cet atome autour d'un centre d'attraction. Comme à un corps simple déterminé correspond un grand nombre de raies spectrales, on peut, au premier abord, admettre qu'un atome renferme un grand nombre d'électrons décrivant chacun des trajectoires avec des fréquences différentes et auxquelles correspondent les diverses raies du spectre.

Il paraît probable que les mouvements de ces électrons ne sont pas indépendants l'un de l'autre et qu'on retrouve dans les liaisons du système des électrons en vibration l'origine des remarquables relations existant entre les raies d'un même corps simple. Notre ignorance à ce sujet est encore complète. Quoi qu'il en soit, la constitution des atomes, jusqu'en ces derniers temps complètement insoupçonnée, paraît devoir être élucidée dans cette voie. Si, comme l'a dit Rydberg (1), les raies du spectre constituent « la langue des atomes », la théorie des électrons sera très vraisemblablement la clef qui permettra de déchiffrer leur langage.

Une image séduisante des atomes a toutefois déjà été développée par J. J. Thomson (2). Il représente l'atome comme une sphère uniformément chargée en volume d'électricité positive et à l'intérieur de laquelle se meuvent un certain nombre d'électrons, dont la charge négative totale est égale à la charge positive, l'atome se trouvant ainsi normalement à l'état neutre. Cette conception correspond bien à la définition donnée précédemment (3), pour ce que nous appelons l'électricité positive. De plus, dans un tel atome, on voit qu'un électron est à tout instant sollicité par une force d'attraction dirigée vers le centre de l'atome et proportionnelle à sa distance à ce centre, ce qui répond à l'hypothèse faite ci-dessus concernant la force élastique déterminant le mouvement vibratoire d'un électron.

Il est intéressant de remarquer que les données numériques sont, à un certain point de vue, en harmonie avec

(1) J. R. RYDBERG. *La distribution des raies spectrales*. Rapports présentés au Congrès international de Physique. Paris, 1900. Tome II, p. 200.

(2) J. J. THOMSON. *Electricity and Matter*. Westminster, 1904, p. 90.

(3) Page 37.

la structure que J. J. Thomson attribue à l'atome. Le rayon de l'électron égal à 10^{-13} centim. est, en effet, cent mille fois plus petit que celui de l'atome qui est de l'ordre de 10^{-8} centim. Un électron dispose donc proportionnellement d'autant d'espace pour se mouvoir dans un atome, qu'une planète dans le système solaire.

Dans cet ordre d'idées, des milliers d'électrons peuvent évoluer simultanément dans un atome tout en restant à des distances comparativement très grandes l'un de l'autre. De même, si, par un calcul très simple, l'on recherche quel doit être le rayon de l'orbite d'un électron se mouvant à l'intérieur d'un tel atome, avec une fréquence correspondant à la lumière rouge, on trouve que ce rayon est de l'ordre de celui de l'atome, c'est-à-dire que l'électron se mouvra assez près de la surface de ce dernier. Sa vitesse linéaire, sur sa trajectoire, sera de l'ordre du millième de celle de la lumière.

Si l'on considère un atome renfermant un certain nombre d'électrons supposés au repos, ceux-ci se tiendront en équilibre en se disposant symétriquement autour du centre à des distances de celui-ci telles que l'attraction vers ce centre sera équilibrée par leur répulsion mutuelle. Si l'on suppose les électrons en mouvement de rotation autour du centre de l'atome, l'effet de la vitesse sera de modifier la figure d'équilibre correspondant au repos.

De même, si la vitesse de rotation considérable supposée à l'origine vient à diminuer en-dessous d'une certaine limite, par suite de la perte continuelle d'énergie ou de force vive par rayonnement, l'équilibre de l'édifice des électrons en rotation sera rompu et un nouvel état d'équilibre remplacera le premier, en provoquant un très grand dégagement d'énergie, étant donné l'énergie interne énorme qu'on est amené à attribuer à l'atome dans l'hypothèse de J. J. Thomson (1).

(Voir note page 142)

Ce dégagement d'énergie intra-atomique pourrait expliquer l'énergie extraordinaire émise par les corps radioactifs dont les atomes seraient en voie de transformation.

J. J. Thomson a esquissé également une application de sa théorie de l'atome à la formation des corps simples, à la loi périodique des éléments, à l'affinité chimique, à la théorie des raies spectrales, etc.

Toutefois, la perte d'énergie qu'un atome subirait sans cesse par rayonnement et d'où résulterait un amortissement rapide du mouvement des électrons est une objection qui semble s'opposer à la conception d'électrons en mouvement planétaire continu autour du centre de l'atome (1).

Au lieu de ce mouvement, on peut supposer que les électrons, normalement en repos, ne sont mis en vibration que sous l'action d'une cause extérieure, telle que le passage d'ondes électromagnétiques ou le choc d'électrons provenant du dehors et pénétrant dans l'atome. La période de la vibration ne dépendant que de la grandeur de la force rappelant l'électron dans sa position d'équilibre et de la masse de l'électron, cette période serait, pour un électron donné, indépendante de la nature de la perturbation qui la provoque. On expliquerait ainsi l'invariabilité des raies spectrales (2).

Cette étude étant destinée aux techniciens, nous ne nous étendrons pas davantage sur les phénomènes électro-optiques. Nous nous bornerons à ajouter que c'est l'hypothèse

(1) Si l'on calcule l'énergie accumulée dans un atome, en supposant que toute son inertie résulte de l'inertie des électrons qu'il contient, on arrive à un chiffre dont la grandeur constitue une réelle difficulté pour la conception d'une théorie électrique de la matière.

Un gramme de matière contiendrait, dans ces conditions, près de 10^{20} ergs soit $2 \cdot 10^7$ cheval-heure.

(1) W. WIEN. *Über Elektronen*. Leipzig, 1909, p. 31.

(2) *IBIDEM*, p. 37.

de charges électriques, associées aux molécules, qui a permis à Lorentz (1) de faire la théorie de la dispersion, pour laquelle la conception de Maxwell était insuffisante, ainsi que la théorie de la propagation de la lumière dans les corps en mouvement (2). C'est, notamment, pour expliquer le résultat négatif de la célèbre expérience de Michelson devant trancher la question de l'entraînement de l'éther dans le mouvement de la terre, ainsi que pour expliquer, d'une manière générale, l'impossibilité complète de la mise en évidence du mouvement absolu de la terre, que Lorentz a été amené à émettre l'hypothèse d'un électron déformable, ainsi que l'hypothèse, plus générale, d'une contraction subie par tous les corps du chef de leur translation à travers l'éther (3).

On peut dire, en résumé, que la théorie des électrons de Lorentz est le prolongement de la théorie électromagnétique de la lumière de Maxwell et que, même dans l'hypothèse où nos idées sur l'électron devraient subir des modifications considérables, les relations établies par Lorentz entre un grand nombre de phénomènes optiques et l'électromagnétisme resteront définitives (4).

LA RADIOACTIVITÉ (5)

Bien que la théorie corpusculaire de l'électricité soit en relation intime avec les phénomènes de radioactivité, nous nous bornerons dans ce bref exposé à résumer les proprié-

(1) H. A. LORENTZ. *The Theory of Electrons*. Leipzig, 1909, p. 143.

(2) *IBIDEM*, p. 168.

(3) *IBIDEM*, p. 195.

(4) Voir, à ce sujet, le mémoire de M. H. POINCARÉ : *Relations entre la Physique expérimentale et la Physique mathématique*. Rapports présentés au Congrès international de Physique. Paris, 1900. Tome I, page 24.

(5) M^{me} CURIE. *Recherches sur les substances radioactives*. Paris, 1904.

tés principales des substances radioactives en indiquant leur rapport avec la théorie des électrons (1).

On sait que les substances radioactives sont caractérisées par le fait d'émettre spontanément et d'une manière continue des radiations de diverses natures correspondant à un dégagement d'énergie et cela sans perte de poids apparente et sans emprunt sensible d'énergie au milieu ambiant. On sait aussi que les principaux corps radioactifs sont des composés du radium, du thorium, de l'actinium ou de l'uranium et que la radioactivité s'est manifestée comme une propriété inhérente à l'atome des métaux précités, attendu qu'elle subsiste pour tous les composés de ces métaux indépendamment des combinaisons chimiques dans lesquelles le métal est engagé (2).

A notre point de vue, les propriétés les plus intéressantes sont d'abord l'émission du triple rayonnement formé de l'ensemble des trois espèces de rayons appelés respectivement rayons α , β et γ , ensuite le dégagement continu d'énergie sous la forme ordinaire d'énergie calorifique, lumineuse ou chimique et, enfin, la formation de la substance étrange appelée l'émanation qui paraît être un produit de la décomposition de l'atome radioactif.

Examinons successivement ces diverses propriétés.

De même que l'ampoule de Crookes est le siège de trois espèces de rayonnements, à savoir : les rayons canaux, les rayons cathodiques et les rayons X, de même les substances radioactives émettent, du moins en général, trois radiations distinctes dénommées α , β et γ respectivement analogues aux rayons ci-dessus.

Les rayons α sont constitués comme les rayons canaux par des charges électriques positives associées à des

(1) Cf., page 9.

(2) M^{me} CURIE et A. DEBIERNE. *Sur le radium métallique*. C. R. 5 sept. 1910.

masses dont la grandeur est de l'ordre de celle des atomes. Ils véhiculent donc comme les rayons canaux de l'électricité positive et sont comme eux et dans le même sens déviables par un champ magnétique. Leur déviation est toutefois plus faible en raison de leur plus grande vitesse, qui est pour le radium d'environ 20000 kilomètres à la seconde. Ils sont comme les rayons canaux peu pénétrants, étant donné la grosseur des particules qui les constituent. Les rayons β sont analogues aux rayons cathodiques. Ils véhiculent de l'électricité négative et sont fortement déviables par un champ magnétique tout comme ces derniers. La mesure du rapport e/m de la charge à la masse des particules négatives donne la même valeur que pour les rayons cathodiques. Les rayons β consistent donc comme eux en une projection d'électrons, la vitesse de projection étant encore plus grande que pour les rayons cathodiques et pouvant atteindre de très près la vitesse de la lumière. Nous avons, d'ailleurs, déjà dit que c'est pour ces rayons β que Kaufmann rechercha la variation de la masse de l'électron en fonction de la vitesse (voir page 109). En raison de la petitesse des électrons qui leur permet de traverser un grand nombre d'atomes sans collision, les rayons β sont doués comme les rayons cathodiques d'un pouvoir de pénétration, mais à un degré plus élevé à cause de la plus grande vitesse des électrons. Quant aux rayons γ ils sont analogues aux rayons X, mais leur pouvoir pénétrant est également plus considérable : ils peuvent traverser plusieurs centimètres de plomb.

En outre de ce triple rayonnement, on sait que les substances radioactives dégagent spontanément de l'énergie sous la forme ordinaire calorifique ou lumineuse ou même chimique.

Le dégagement de chaleur est surtout considérable : un gramme de radium dégage environ 80 petites calories

à l'heure, soit une quantité de chaleur suffisante pour fondre son propre poids de glace. Aucune réaction chimique ne peut expliquer pareil afflux incessant d'énergie et sans perte appréciable de poids. De même les composés du radium sont spontanément lumineux et provoquent des réactions chimiques telles que la décomposition de l'eau, la formation d'ozone.

Enfin, les substances radioactives communiquent leur radioactivité aux corps placés dans leur voisinage. Ce phénomène, dénommé «radioactivité induite», a été attribué, par Rutherford (1), à une substance gazeuse d'une nature particulière, qu'il a appelé «l'émanation», et qui est émise par le radium et les autres corps radioactifs. Dans cette manière de voir, un corps radioactif est une source continue d'émanation et c'est la décomposition ou la transformation de cette dernière, dont l'existence est éphémère, qui donne lieu aux rayonnements α , β et γ , caractérisant la radioactivité.

L'émanation dégagée par le radium se diffuse dans le gaz ambiant et vient se déposer, se condenser, sur les corps primitivement inactifs en contact avec ce gaz. Par suite de la décomposition spontanée de l'émanation, décomposition accompagnée du rayonnement considéré plus haut, le milieu gazeux, les parois qui l'entourent et les corps en contact avec lui deviennent radioactifs, mais leur radioactivité disparaît au bout d'un certain temps, dès que la source d'émanation, c'est-à-dire le corps radioactif, est éloignée. Dès lors, l'émanation restante se détruit petit à petit et la radioactivité induite s'évanouit avec elle. La loi de destruction de l'émanation du radium, destruction observée et mesurée par l'intensité du rayonnement émis, est des plus remarquables (2). Quelles que soient les

(1) RUTHERFORD. Phil. mag., janvier et février 1900.

(2) P. CURIE. Comptes-rendus, 17 novembre 1902.

conditions extérieures, telles que, par exemple, la température, la pression, la nature des corps en présence, l'émanation se détruit, suivant une loi exponentielle invariable, que l'on peut caractériser par le fait que la diminution de moitié se fait en 3 jours, 23 heures et 42 minutes. L'émanation des autres corps radioactifs se détruit beaucoup plus rapidement. Bien que la nature de l'émanation des corps radioactifs soit peu connue, celle-ci paraît se comporter comme un gaz. D'une part, elle suit la loi de Mariotte, le facteur correspondant à la pression, laquelle, jusqu'à présent, n'a pas pu être constatée, étant remplacée par l'intensité du rayonnement. D'autre part, l'émanation se condense à basse température (— 150° pour celle du radium). Cette condensation se manifeste comme suit (1) : supposons deux ballons en verre communiquant par un tube muni d'un robinet et remplis d'un gaz qui a été activé par du radium. Dans ces conditions, l'émanation ayant la propriété d'exciter la phosphorescence du verre, les deux récipients sont également lumineux. Si l'on plonge un des ballons, supposé notablement plus petit que l'autre, dans de l'air liquide, toute l'émanation vient s'y condenser. Si l'on ferme, en effet, le robinet et si l'on retire le petit ballon de l'air liquide, c'est lui qui est désormais seul radioactif et, tandis que la luminosité du grand ballon a disparu, celle du petit ballon s'est accrue.

La propriété la plus remarquable de l'émanation et qui a été découverte par Ramsay (2), c'est qu'elle se transforme

(1) RUTHERFORD et SODDY. *On condensation of the Radioactive Emanations*. Phil. Mag., mai 1903.

(2) Ramsay and Soddy. *Gases occluded by Radium Bromide*. Nature. Juillet 1903, p. 246.

Experiments in Radioactivity, and the production of Helium by Radium. Nature. Août 1903, p. 354.

Rutherford and Soddy. Phil. Mag. 1903, p. 441, 561 et 576.

Dewar et Curie. *Examen des gaz occlus ou dégagés par le Radium*. C. R., 25 janvier 1904.

en hélium. Le spectre des gaz dégagés par un sel de radium accuse, en effet, au bout de quelques jours, toutes les raies de l'hélium. Le spectre obtenu, au début, rapproché du fait que l'émanation résiste aux agents chimiques les plus énergiques tend, d'autre part, à faire considérer l'émanation comme un corps simple de la famille de l'argon.

Des recherches plus récentes de Ramsay (1) il résulte que l'émanation est en effet le second membre de la série des gaz inactifs après le xénon. Selon les conditions de sa dégradation elle engendre de l'hélium, du néon ou de l'argon.

Sans nous étendre sur l'étude des différentes phases de la transformation des substances radioactives, ni sur la question de leur provenance ou plutôt de leur généalogie, ni sur celle de la transmutation des corps simples, ni sur l'universalité de la radioactivité, nous pouvons conclure, d'après ce qui précède, que les phénomènes de radioactivité confirment, d'une manière générale, l'idée que l'électron joue un rôle considérable dans la constitution de l'atome.

Dans les corps radioactifs, l'atome apparaît comme un système en état d'équilibre instable en voie de dissociation ou de transformation vers un état plus stable, le passage de l'un à l'autre se faisant avec projection d'électrons et d'ions positifs, à des vitesses énormes, résultant, en quelque sorte, d'explosions intraatomiques accompagnées d'une émission de rayons X et d'un dégagement de lumière et de chaleur.

(1) Sir W. Ramsay et Robert Whytlaw Gray. *La densité de l'émanation du Radium*. C. R. 11 juillet 1910.

A. Debierne. *Sur l'émanation du Radium*. C. R. 10 mai 1909.

Sir W. Ramsay. *Les gaz inertes de l'atmosphère et leur dérivation de l'émanation des corps radioactifs*. Arch. sc. phys. et nat. (4). 26, 1908, p. 237.

Sur la dégradation des éléments. Ibidem (4). 25. 1908, p. 329.

Quelle que soit l'hypothèse que l'on puisse être amené à faire sur le mécanisme de ces phénomènes, les électrons en seront un des principaux facteurs et il paraît inévitable d'admettre, pour l'énergie emmagasinée dans l'atome, une valeur extraordinairement grande (1).

LA CONDUCTIBILITÉ DES MÉTAUX

Que se passe-t-il dans un fil de cuivre traversé par un courant électrique ? Voilà une question que les électriciens se sont posée depuis longtemps sans pouvoir y donner aucune réponse.

Le passage du courant dans un métal, même dans le cas le plus simple du régime permanent, c'est-à-dire du courant continu constant, est en effet resté, du moins jusqu'en ces dernières années, un des phénomènes les plus inconnus malgré son importance.

Édifier des théories électromagnétiques est chose très intéressante, pensent les praticiens, mais quand nous expliquerons-t-on ce qui se passe dans nos fils électriques qui transportent des milliers de kilowatts sans autre effet apparent qu'un léger échauffement ?

La théorie des électrons a, sous ce rapport, donné une fois de plus des résultats remarquables, pour ainsi dire inespérés. Après avoir rendu compte du passage de l'électricité dans les gaz et dans les liquides, elle a enfin étudié le mécanisme de la conduction électrique dans les solides.

(1) D'après Ramsay la chaleur dégagée pendant la vie d'un centimètre cube d'émanation est de l'ordre de 7 millions de petites calories, tandis que l'énergie de combinaison de l'hydrogène et de l'oxygène contenus dans un centimètre cube n'est que de trois petites calories.

A volume égal les transformations de l'émanation se font donc avec un dégagement de chaleur plusieurs millions de fois plus grand que celui qui accompagne la formation d'eau.

Ce qu'il y a de particulièrement intéressant en ce qui concerne cette dernière partie, c'est qu'à la lumière de la théorie des électrons le phénomène de la conductibilité électrique des métaux apparaît sous un aspect tout opposé aux idées que l'on pourrait avoir à ce sujet au premier abord. Bien que tout électricien se défende à bon droit de pénétrer le mécanisme du courant électrique, il y a néanmoins une tendance à croire que le transport d'électricité qui constitue le courant électrique se fait à travers le cuivre avec une grande vitesse et si l'on considère l'énergie électrique transmise par le courant comme le produit d'un facteur force par un facteur vitesse, on suppose implicitement le premier très petit et le second très grand. Nous allons voir que la théorie des électrons conduit, au contraire, à se figurer les choses d'une manière toute différente.

Dans l'application de la théorie des électrons à la conductibilité métallique, autrement dit dans la théorie des métaux dont Riecke, Drude ⁽¹⁾ et J. J. Thomson ⁽²⁾ sont les principaux auteurs, on considère que la conductibilité tant électrique que calorifique est due à l'existence d'électrons à l'état libre dans le métal et animés à l'intérieur de celui-ci de vitesses dirigées dans toutes les directions à la manière du mouvement d'agitation attribué aux molécules d'un gaz dans la théorie cinétique.

Qu'il soit naturel de supposer que le passage de l'électricité dans un métal soit dû au mouvement d'électrons à travers celui-ci, cela résulte de tout ce qui précède.

(1) P. DRUDE. *Zur Elektronen-theorie der Metalle*. Annalen der Physik, t. I, 1900, p. 566, et t. III, 1900, p. 369. Mémoire traduit par P. Langevin dans *Ions, Electrons, Corpuscules*, t. I, p. 162.

(2) J.-J. THOMSON. *Indications relatives à la constitution de la matière fournie par les recherches récentes sur le passage de l'électricité à travers les gaz*. (Traduit de l'anglais par P. Langevin). Rapports présentés au Congrès international de physique de 1900, t. III, p. 138.

Comme, en outre, le courant dans un métal n'est pas accompagné d'un transport de matière comme dans l'électrolyse, il est logique d'admettre également que les électrons s'y meuvent à l'état libre.

Mais la théorie que nous allons exposer va plus loin. Non seulement le courant électrique résulte d'une convection des électrons à travers le métal, mais le transport de la chaleur y est également dû aux mouvements dont ces électrons sont animés. Si l'on part, en effet, de l'hypothèse que dans un métal il existe des électrons animés de mouvements analogues à ceux des molécules d'un gaz, on est conduit à un ensemble de résultats qui donne à cette hypothèse un grand caractère de probabilité.

Pour fixer les idées, voyons d'abord, en quelques mots, comment, dans cette théorie, on fait à la fois jouer aux électrons le double rôle de la conductibilité électrique et calorifique. On a vu que, dans la conduction à travers les gaz et les liquides, on est amené à considérer un atome primitivement neutre comme susceptible de perdre un ou plusieurs électrons ; il reste alors chargé positivement, sa charge positive étant égale à la charge négative des électrons qu'il abandonne et qui peuvent, soit subsister à l'état libre, soit s'associer à un autre atome ou groupe d'atomes pour former un ion négatif. Cela étant, on suppose, du moins dans la plupart des cas, que les atomes d'un métal, même en l'absence de tout champ électrique, subissent, un grand nombre de fois par seconde, une telle dissociation, c'est-à-dire qu'ils émettent des électrons et on admet que ceux-ci subsistent à l'état libre dans le métal et sont animés, en ligne droite, de vitesses dirigées dans tous les sens, jusqu'à ce que, par collision, ils rentrent en union avec les atomes positifs en neutralisant leur charge.

Autrement dit, il y a en présence dans le métal des atomes neutres, des atomes chargés positivement et des

électrons, ces derniers étant libres de se mouvoir, tandis que les atomes chargés positivement sont immobiles ou du moins considérés comme tels dans une première ébauche de la théorie. Les atomes neutres sont, par leur dissociation en électrons et atomes positifs, une source continue d'électrons, tandis que les électrons se recombinent sans cesse avec les atomes chargés positivement pour reconstituer des atomes à l'état neutre. Il se forme ainsi un état d'équilibre dynamique caractérisé par le nombre de semblables dissociations, subies par un même atome, par seconde, et par le nombre d'électrons en présence, par centimètre cube. Si, maintenant, on admet que les électrons, dont les dimensions linéaires sont cent mille fois plus petites que celles de l'atome, se meuvent dans le métal comme les molécules d'un gaz dans un corps solide poreux, on peut leur faire jouer à la fois le rôle de la conductibilité électrique et calorifique.

En effet, en l'absence de champ électrique, le mouvement des électrons, qui a lieu indifféremment dans toutes les directions, comme celui des molécules d'un gaz parfait, ne correspond à aucun courant résultant. Mais, si un champ électrique est établi, il est facile de prévoir que les électrons, qui se meuvent en sens opposé des lignes de force, seront, en raison de leur charge négative, accélérés, tandis que ceux qui se meuvent dans le même sens seront ralentis. Il en résultera donc, indépendamment du mouvement d'agitation, un mouvement d'entraînement de l'ensemble des électrons, c'est-à-dire un courant électrique sous forme d'un mouvement d'électricité négative dans le sens opposé au champ. Il nous faudra montrer, dans la suite, que ce courant est proportionnel au champ, autrement dit qu'il est régi par la loi d'Ohm.

Quant à la conductibilité calorifique, il est naturel de l'attribuer au mouvement des électrons, par analogie avec

le mécanisme de la conductibilité calorifique des gaz. Dans ceux-ci, le transport ou le courant de chaleur résulte d'une diffusion de la force vive des molécules, à partir des régions chaudes vers les régions froides, diffusion qui provient de la plus grande vitesse d'agitation des molécules correspondant à une température plus élevée et qui s'opère par les chocs des molécules entre elles.

Pour un métal, on pose en principe que les électrons jouent pour la transmission de la chaleur le même rôle que les molécules gazeuses, c'est-à-dire que les électrons créent la conductibilité thermique par la diffusion de leur force vive, diffusion qui s'opère par voie de chocs. Les atomes du métal ne prennent pas part à la transmission de la chaleur; bien qu'ils puissent vibrer autour d'une position d'équilibre, on admet qu'ils ne se heurtent pas dans leurs oscillations, c'est-à-dire qu'ils ne se transmettent pas directement leur énergie de proche en proche.

Cela admis, il est possible de trouver l'expression de la conductibilité électrique et calorifique, d'expliquer la loi d'Ohm, de montrer que les meilleurs conducteurs de la chaleur sont aussi les meilleurs conducteurs de l'électricité et d'évaluer les différents facteurs, tels que, par exemple, celui de la vitesse, qui interviennent dans le phénomène du courant électrique.

On sait que, dans la théorie cinétique des gaz, on admet que les molécules de ceux-ci sont animées dans tous les sens de mouvements rectilignes rapides et que la pression du gaz, contre les parois de l'enceinte qui le renferme, est due au bombardement des molécules contre ces parois.

Les molécules du gaz n'exercent plus aucune action les unes sur les autres, sauf quand elles viennent à entrer mutuellement en collision, c'est-à-dire que chaque molécule se meut en ligne droite, comme si elle était seule, jusqu'à ce qu'une collision avec une autre molécule la fasse rebon-

dir, de manière que la trajectoire prend l'allure d'une ligne brisée en zig-zag. On démontre, dans ces conditions, la relation suivante, en appelant p la pression du gaz, v le volume, N le nombre de molécules contenues dans le gaz, T la température absolue, m_1 la masse d'une molécule, u_1 la vitesse moyenne des molécules et R une constante :

$$p v = \frac{2}{3} N \frac{m_1 u_1^2}{2} = R T.$$

La pression p est donc proportionnelle au nombre de molécules contenues par unité de volume. La température absolue est proportionnelle à la force vive moyenne $\frac{m_1 u_1^2}{2}$ des molécules.

On démontre, en outre, que, si l'on traduit cette dernière proportionnalité par la relation :

$$\frac{m_1 u_1^2}{2} = \alpha T,$$

la constante α est la même pour tous les gaz.

Cela étant, en appliquant la théorie cinétique des gaz aux molécules d'un corps en dissolution dans un liquide, on retrouve, pour la pression du corps dissout, c'est-à-dire pour la pression osmotique, les mêmes lois que pour la pression d'un gaz et, pour la constante α , la même valeur que pour les gaz, soit environ $5,6 \times 10^{-17}$ (C. G. S). La théorie cinétique des gaz est donc également applicable aux corps en solution. Cela nous autorise, sous réserve de confirmation ultérieure, à l'étendre aussi aux électrons que nous supposons exister dans les métaux et à admettre, dans ce cas, pour la constante α , qui nous apparaît comme universelle, la même valeur que ci-dessus (1).

Considérons donc les électrons comme se mouvant en

(1) P. DRUDE, *ibidem*.

tous sens dans un métal comme les molécules d'un gaz. Leur force vive moyenne sera la même que celle des molécules gazeuses à la même température. En désignant par m la masse d'un électron, qu'elle soit ou non électromagnétique, et par u sa vitesse moyenne, nous aurons :

$$\frac{m u^2}{2} = \frac{m_1 u_1^2}{2} - \alpha T.$$

Pour l'hydrogène, on a, à 0° centigrade, $u_1 = 1840$ mètres par seconde. Comme la masse m de l'électron est environ 2×1932 fois plus petite que la masse m_1 de la molécule d'hydrogène, nous voyons que u vaut environ $62 u_1$, soit environ 114 kilomètres par seconde.

Dans un gaz tel que l'hydrogène à la température et à la pression ordinaire, le libre parcours moyen des molécules, c'est-à-dire le chemin librement parcouru en ligne droite entre deux collisions, est de l'ordre de 10^{-5} cm. et le nombre de chocs subis par une molécule en une seconde s'élève à environ 10^{10} .

Pour les électrons contenus dans un métal, le libre parcours moyen est principalement déterminé par les chocs contre les atomes métalliques, dont les dimensions surpassent de beaucoup celles de l'électron. La valeur λ de ce libre parcours étant, comme dans les gaz, relativement petite et la vitesse u des électrons étant considérable, la durée moyenne de liberté d'un électron λ/u doit être très petite.

D'après cela, considérons l'effet de l'établissement d'un champ électrique H , dirigé suivant un axe $O X$, sur lequel nous projetons le mouvement d'un électron quelconque en agitation dans le métal.

Si e est la charge de l'électron, nous aurons à un instant t :

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = H e.$$

D'où :

$$\frac{dx}{dt} = \frac{H e}{m} t + u_x$$

$$x = \frac{H e}{2 m} t^2 + u_x t$$

u_x étant la composante de la vitesse, suivant O X, au temps $t = 0$, pour lequel nous supposons $x = 0$.

La vitesse moyenne, pendant l'intervalle de temps de 0 à t , est :

$$\frac{x}{t} = \frac{H e t}{2 m} + u_x$$

Supposons que cet intervalle de temps soit celui qui s'écoule entre deux chocs successifs. En l'absence de champ; la vitesse moyenne, suivant O X, eut été u_x , projection de la vitesse d'agitation u , qui peut être dirigée dans tous les sens. L'effet du champ est donc de superposer, à la vitesse d'agitation d'un électron quelconque, une vitesse suivant O X égale à $H e t / 2 m$.

Le système des électrons en mouvement dans tous les sens subit donc, de la part du champ, un mouvement général d'entraînement avec la vitesse

$$v = \frac{H e t}{2 m}.$$

Cette vitesse, ainsi que nous le verrons dans la suite, étant très petite, eu égard à la vitesse d'agitation u , on peut considérer que l'intervalle de temps qui s'écoule entre deux chocs n'est pas sensiblement modifié par l'effet du champ, c'est-à-dire que

$$t = \frac{\lambda}{u}.$$

D'où :

$$v = \frac{H e \lambda}{2 m u}. \quad (73)$$

Pour un champ unitaire :

$$v_1 = \frac{e \lambda}{2 m u}.$$

Si, maintenant, n est le nombre d'électrons en présence par centimètre cube, le courant, pour un champ H , sera, par unité de surface normale au champ :

$$i = n e v.$$

Comme v est, d'après (73), proportionnel au champ, on retrouve la loi d'Ohm.

La conductibilité γ s'exprime par :

$$\gamma = n e v_1 = \frac{n e^2 \lambda}{2 m u}$$

ou bien, en tenant compte de ce que

$$\frac{m u^2}{2} = \alpha T : \quad \gamma = \frac{n e^2 \lambda u}{4 \alpha T}.$$

Recherchons de même l'expression de la conductibilité calorifique k . On démontre, dans la théorie cinétique des gaz (1), que, si chaque molécule d'un gaz possède une quantité G d'une grandeur Q , G étant une fonction de l'abscisse x , suivant une droite $O X$, de la position de la molécule, la quantité de la grandeur Q , qui est véhiculée, par suite du mouvement d'agitation des molécules, à travers l'unité de surface perpendiculaire à $O X$ et en l'unité de temps, est donnée par :

$$\Gamma = \frac{u \lambda n}{3} \frac{\partial G}{\partial x}.$$

Appliquons ce résultat aux électrons d'une barre métallique dont les deux extrémités sont à des températures différentes.

(1) L. BOLTZMANN. *Leçons sur la théorie des gaz*. Trad. GALLOTTI, p. 72.

D'après ce qui a été dit plus haut, chaque électron transporte une force vive, c'est-à-dire une quantité de chaleur αT . Le flux de chaleur, par centimètre carré et par seconde, est donc :

$$W = \frac{u \lambda n}{3} \frac{\partial (\alpha T)}{\partial x} = \frac{\alpha u \lambda n}{3} \frac{\partial T}{\partial x}.$$

La conductibilité calorifique est, par conséquent, donnée par :

$$k = \frac{\alpha u \lambda n}{3}.$$

Le rapport entre les conductibilités calorifique et électrique est ainsi :

$$\frac{k}{\gamma} = \frac{4}{3} \left(\frac{\alpha}{e} \right)^2 T.$$

On retrouve ainsi la loi de Wiedemann et Franz, d'après laquelle le rapport des deux conductibilités est proportionnel à la température absolue et on obtient l'explication du fait remarquable, que les métaux qui sont les meilleurs conducteurs de la chaleur sont aussi les meilleurs conducteurs de l'électricité.

On conçoit, d'après cette théorie, la possibilité de l'influence du champ magnétique sur la conductibilité. Le champ magnétique modifie, en effet, les trajectoires des électrons et il en résulte une diminution dans la vitesse du mouvement général d'entraînement. Cet effet est particulièrement marqué pour le bismuth, dont la résistance s'accroît notablement lorsqu'il est placé dans un champ magnétique transversal.

En soumettant la question au calcul ⁽¹⁾, on peut en déduire, pour ce métal, la valeur de la vitesse v_1 de convection de l'ensemble des électrons pour un champ électrique d'une unité C. G. S.

(1) J. J. THOMSON. LOC. cit., p. 145.

On trouve une valeur d'une petitesse inattendue :

$$v_1 = 7 \times 10^{-5}.$$

Comme on a :

$$\gamma = n e v_1,$$

on en déduit le nombre n d'électrons par centimètre cube, puisque γ et e sont connus et respectivement égaux à $7,5 \cdot 10^{-6}$ et $1,13 \cdot 10^{-20}$ C. G. S. La valeur que l'on trouve ainsi pour n est très grande, elle est environ égale au quart du nombre de molécules d'hydrogène contenues dans un centimètre cube, à la pression atmosphérique, et à 0° , soit 10^{19} .

La charge d'électricité négative $n \times e$, existant à l'état libre dans un centimètre cube de métal, est donc considérable. Pour le bismuth, on a :

$$n e = 10^{19} \times 1,13 \cdot 10^{-20} = 10^{-1} \text{ C. G. S.}$$

soit environ un coulomb, ce qui est énorme.

L'existence de cette charge n'est évidemment possible que parce qu'elle se trouve rapprochée à des distances atomiques d'une charge de signe contraire, portée par les atomes positifs, ce qui explique aussi que, malgré la grande concentration d'électricité, tant négative que positive, il n'y a pas d'effet extérieur. Comme les densités de charge sont si considérables, on comprend que si, sous l'effet d'un champ électrique, la charge négative, c'est-à-dire l'ensemble des électrons, se déplace, tandis que la charge positive liée aux atomes du métal reste fixe, il suffit d'une faible vitesse de déplacement pour réaliser un courant électrique intense.

Pour le bismuth, un courant de 100 ampères, dans un fil de 1 centimètre carré de section, correspond à une vitesse de l'électricité négative d'environ 1 mètre par seconde.

Pour des métaux, tels que le cuivre et l'argent, la vitesse

de déplacement de l'électricité doit encore être probablement beaucoup plus faible, soit de l'ordre du millimètre à la seconde, pour la même densité de courant. Il y a-là de quoi rendre sceptiques les électriciens. Cette vitesse ne doit pas, toutefois, être confondue avec ce qu'on appelle communément « vitesse de l'électricité » et qui est la vitesse de propagation du champ électromagnétique le long d'un fil. Cette dernière vitesse est égale à celle de la lumière. Les chiffres précédents perdent, cependant, de leur anomalie, si l'on se reporte au passage du courant dans un électrolyte. Là, les charges positives et négatives en présence dans le liquide sont également très grandes et la vitesse de déplacement de l'électricité, tant positive que négative, est encore plus petite que précédemment.

Le courant électrique apparaît donc, contrairement aux idées généralement préconçues, comme une transmission d'énergie où le facteur vitesse est petit, tandis que le facteur force est grand. Pour une ligne électrique qui transmet une énergie de 100 kilowatts, si l'on admet, par exemple, une vitesse de l'électricité négative de 1 cm. par seconde, la force transmise est de plus de 1000 tonnes.

En raison de la satisfaction que l'on éprouve généralement à saisir le mécanisme ou le processus des phénomènes, disons que le courant électrique dans un fil est comparable à une transmission hydraulique, caractérisée par les singularités suivantes : la vitesse de l'eau, correspondant à la vitesse de convection des électrons, serait très faible ; la pression, correspondant au voltage, n'aurait nullement une valeur excessive, elle serait de grandeur normale ; tandis que le diamètre de la conduite, ou mieux la quantité d'eau contenue dans la conduite, par unité de longueur, quantité correspondant à la charge totale des électrons par centimètre cube, aurait une valeur très grande.

Pour compléter la comparaison, il faudrait, naturellement, commencer par supposer que l'inertie de l'eau ne réside pas uniquement dans l'espace intérieur de la conduite, mais surtout dans tout l'espace environnant, c'est-à-dire dans le champ électromagnétique engendré par le courant. Quand ce champ est nul, comme dans le cas d'une conduite d'aller et d'une conduite de retour coaxiales, il n'y a plus d'inertie.

Dans cette comparaison, la faible compressibilité de l'eau correspond à ce qui suit : bien que la condensation d'une manière latente de l'électricité négative et positive dans un métal soit très grande et cela parce que les deux charges de signe contraire en présence sont très rapprochées, il n'est, pour ainsi dire, pas possible d'ajouter au métal une charge supplémentaire, par exemple négative, en quantité notable, parce que cette charge additionnelle, même supposée très petite par rapport aux charges latentes ci-dessus, crée un potentiel très élevé.

D'après cela, une dynamo ressemble à un vérin ou à une presse hydraulique. L'induit tourne rapidement et le couple moteur est relativement faible, tandis que la force totale transmise aux électrons de l'enroulement est énorme et la vitesse de déplacement de leur ensemble est très faible.

De même, un moteur électrique est un récepteur inverse de la presse. Il est remarquable qu'une semblable transmission ait un si beau rendement, mais il ne faut pas perdre de vue que, dans notre comparaison, nous attribuons aux conduites une section énorme : les pertes de charges sont donc très faibles.

Ajoutons que l'effet Joule dû au passage du courant résulte des chocs des électrons contre les atomes métalliques ; l'absence d'effort mécanique appliqué au fil conducteur provient de ce que l'effet de ces chocs équilibre la force appliquée par le champ aux atomes positifs.

Pour plus de facilité nous n'avons exposé la théorie des métaux que d'une manière simplifiée. Dans sa généralité la question se présente sous une forme plus complexe. Il paraît nécessaire, pour les métaux qui s'écartent de la loi de Wiedemann et Franz et pour rendre compte du phénomène de Hall, de supposer deux espèces de centres électriques mobiles, les uns négatifs, les autres positifs.

Sans entrer dans les détails, on peut voir que la théorie est apte à expliquer l'effet Thomson et les phénomènes de différence de potentiel au contact. Si les deux extrémités d'une barre métallique sont à des températures différentes, comme la vitesse d'agitation des électrons dans la partie chaude est plus grande que dans la partie froide, il en résultera un mouvement de diffusion de la première vers la seconde avec formation d'une différence de potentiel.

Pour terminer, expliquons comment il se fait que malgré la grande vitesse d'agitation des électrons dans un métal à la manière des molécules d'un gaz, ceux-ci ne s'échappent pas au dehors (1). Cela provient de ce que les électrons projetés hors du métal laissent ce dernier chargé positivement. Il en résulte une attraction qui tend à rappeler l'électron et à le faire rentrer dans le métal. Il se forme par ce mécanisme une couche double d'électricité à la surface du métal, positive sur celui-ci et négative à l'extérieur avec brusque variation de potentiel correspondant à la différence de potentiel de contact du métal avec le diélectrique ambiant. Cette double couche arrête les électrons qui tendraient à s'échapper. Quand la température est très élevée, la vitesse d'agitation s'accroît fortement et la tendance des électrons à s'échapper du métal devient considérable. Lorsque le métal incandescent est

(1) J.-J. THOMSON. *Loc. cit.*, p. 148.

placé dans le vide, on peut observer l'électrisation négative créée dans son voisinage par les électrons projetés au dehors. En les recueillant sur une électrode on peut observer ainsi un courant qui, dans le cas du carbone incandescent, s'élève à la valeur extraordinaire de deux ampères par centimètre carré de surface incandescente (1).

C'est la couche double d'électricité envisagée ci-dessus qui équilibre la pression cinétique des électrons animés d'un mouvement analogue à celui des molécules d'un gaz. Comme pour le bismuth le nombre n d'électrons par centimètre cube est égal au quart du nombre de molécules d'hydrogène contenues dans le même volume à la pression atmosphérique, on voit que la pression des électrons dans le bismuth s'élève à un quart d'atmosphère. Pour les métaux, tels que le cuivre et l'argent, elle serait des milliers de fois plus grande (2). Cette pression est évidemment indépendante de la pression ou tension électrique correspondant au voltage.

A l'hypothèse de la conductibilité corpusculaire des métaux se rattache la théorie de Nernst sur la pression de dissolution de ceux-ci dans les électrolytes. Malgré le grand intérêt et le succès croissant des nouvelles idées sur la dissociation électrolytique, nous ne pouvons nous arrêter sur ce sujet sans sortir du cadre de ce bref exposé.

En résumé, la dissociation corpusculaire des atomes est une hypothèse féconde qui relie la conductibilité électrique à la conductibilité calorifique, qui jette un jour nouveau sur le mécanisme du passage du courant dans un métal et permet en outre de rendre compte d'autres phénomènes parmi lesquels notamment les phénomènes thermo-électriques et galvano-magnétiques.

(1) RICHARDSON. *Conductibilité électrique communiquée au vide par les conducteurs chauds* (Traduit par Edouard Salles). *Ions, Electrons, Corpuscules*, t. II, p. 581.

(2) J.-J. Thomson. *Loc. cit.*, p. 145.

CONCLUSIONS.

Que l'électricité passe dans un gaz, qu'elle traverse un liquide ou qu'elle circule dans un solide, qu'elle oscille dans une source de lumière, qu'elle soit projetée par un corps radioactif, qu'elle se manifeste sous l'effet de la lumière ultra-violette, de la température d'incandescence ou de rayons X, toujours elle apparaît sous la forme de centres électrisés, corpuscules, ions, électrons, et toujours l'on retrouve la même structure atomique, l'électron étant l'atome de charge invariable.

Celui-ci se présente donc comme la source du champ électrique, du champ magnétique, de l'onde électromagnétique, de l'énergie rayonnante sous toutes ses formes, de la lumière, de la chaleur, des rayons X et peut-être aussi comme un constituant de la matière.

Il a été dit au début de cette étude que la théorie des électrons coordonnait un grand nombre de phénomènes divers et qu'à ce titre elle s'imposait dans la science comme une des principales théories physiques. De tout cet exposé il résulte, en effet, que cette théorie a une grande portée et que l'on peut sans exagération comparer son importance à celle de la théorie atomique de la matière.

Mais en dehors de son rôle dans le domaine de la physique, la théorie des électrons a apporté un soulagement et causé une détente chez les électriciens qui s'intéressent à la science pure en résolvant enfin la vieille question de la nature du fluide et du courant électriques. Malgré le développement immense de l'électrotechnique on en était encore réduit sous ce rapport à de simples conjectures. Grâce à la théorie corpusculaire, les abstractions dont il était nécessaire de se contenter se sont concrétisées. L'électricité est une substance différente de

la matière ordinaire mais douée d'inertie et constituée d'atomes ou électrons au sujet desquels nous possédons déjà d'importants renseignements physiques. Nous connaissons leur charge, leur masse, leurs dimensions, la loi de leurs mouvements, de leur action mutuelle et leurs relations avec l'éther. Nous sommes ainsi mieux renseignés sur le fluide électrique que sur les fluides matériels. Evidemment, nous ne connaissons pas la nature intime de l'électron pas plus que celle du champ électrique ou magnétique ou celle de l'éther (1). Mais de même que la théorie atomique de Dalton a permis d'édifier toute la chimie sans aucunement élucider l'essence même de la matière, de même la théorie atomique de l'électricité coordonne tous les phénomènes électromagnétiques sans qu'il soit nécessaire qu'elle aborde la question de la nature propre de l'électron et de l'éther.

En somme, la théorie corpusculaire, comme toutes les grandes théories fécondes de la science positive, a résolu un problème en le ramenant à un autre plus général et par là même plus inaccessible. Nous savons actuellement mieux où finissent nos connaissances et où commence notre ignorance.

« Le royaume obscur » dont parle Crookes, « qui sépare le connu de l'inconnu » a été exploré, mais l'inconnu n'en paraît que plus impénétrable.

Certes, la théorie des électrons comporte dans ses diverses applications des hypothèses secondaires à côté de l'hypothèse principale de la structure atomique de l'électricité. Mais il y a lieu de tenir compte de ce qu'elle n'en est qu'à ses débuts et que le nombre de faits à coordonner et à analyser est considérable. Comme toutes

(1) Voir à ce sujet LARMOR. *Aether and Matter*. Cambridge University Press. 1900, p. 323.

les théories scientifiques, celle des électrons ne peut d'ailleurs être qu'un système d'hypothèses caractérisées par un plus ou moins grand degré de probabilité. Bien qu'il puisse y avoir beaucoup à modifier, à ajouter, à retrancher, à généraliser dans la suite, bien que de nombreuses difficultés et obscurités subsistent, notamment en ce qui concerne l'état d'électrisation positive, il est très probable que l'idée fondamentale subsistera.

On peut ajouter que le fluide électrique a perdu de son caractère mystérieux et que nos idées sur nombre de questions telles que l'inertie de la matière, l'invariabilité des atomes sont en voie d'évolution.

Où cela nous conduira-t-il? Nul ne saurait le dire. Les prédictions en matière scientifique conduisent à des mécomptes et l'imagination devine mal la nature. Les hypothèses hardies et vagues, purement qualitatives, sans traduction précise sous forme de relations mathématiques, sont sans intérêt.

Sans rien préjuger, on peut toutefois remarquer, bien que de telles considérations ne soient plus du domaine immédiat de la science, que plus on pénètre dans le monde des infiniment petits et plus celui-ci se montre immense. La molécule a toujours été considérée à bon droit comme très petite puisque sa grosseur est de l'ordre du dix millionnième de millimètre. L'électron a pourtant des dimensions encore cent mille fois moindres. Comme il joue un si grand rôle dans le monde physique et semble même entrer dans la constitution de l'atome, on peut dire que sa découverte montre dans la nature, à un degré plus avancé, l'unité dans la variété, la simplicité dans la complexité.

Table des Matières.

	Pages.
Préface	1
I. Considérations générales	3
II. Structure atomique de l'électricité	10
III. Décharges dans les gaz raréfiés	12
Rayons cathodiques	12
Rayons X	23
Kanalstrahlen	35
Conclusions	37
IV. Ionisation des gaz	42
Généralités	42
Caractères de l'ionisation des gaz	45
Mesure de la charge électrique d'un ion gazeux	49
Conclusions	57
Applications à l'électricité atmosphérique	58
Application à l'arc électrique	59
V. Dynamique de l'Électron	60
Considérations générales	60
Équations générales	63
Cas d'un électron réduit à un point	68
Translation uniforme d'un système de charges élec- triques	75
Dynamique générale de l'Électron	77
Cas de l'électron rigide	80
Cas de l'électron déformable	84
Théorèmes généraux	85
Théorème relatif à l'énergie.	85
Théorème relatif à la quantité de mouvement	92
Translation uniforme de l'électron	98
Masse électromagnétique de l'électron.	103
Masse longitudinale et transversale.	106
Accroissement de la masse aux grandes vitesses	114
Electron déformable de Lorentz	115
Electron à volume constant de Bucherer et Lan- gevin	117
Mouvement à une vitesse supérieure à celle de lumière	118

	Pages.
Application au fonctionnement des dynamos . . .	119
Appendice : Eléments du calcul vectoriel . . .	121
Scalars et vecteurs	121
Addition et soustraction des vecteurs . . .	121
Produit scalaire	122
Produit vectoriel.	122
Le gradient.	124
La divergence.	124
La rotation.	125
La dérivée sphérique	126
Intégration d'un gradient le long d'une ligne	127
Le théorème de Stokes	128
Le théorème de Gauss	128
Vecteur irrotationnel	128
Vecteur solénoïdal	129
Détermination d'un champ vectoriel . . .	129
VI. Phénomènes électro-optiques	130
Généralités	130
Le phénomène de Zeeman	131
Constitution de l'atome matériel	140
Énergie dégagée par la radioactivité	141
Impossibilité de la mise en évidence du mouvement absolu	143
VII. La radioactivité	143
VIII. La conductibilité des métaux	149
Généralités	149
Conductibilité électrique.	155
Conductibilité calorifique	157
Vitesse de déplacement de l'électricité dans un métal	159
Effet Thomson	162
Différence de potentiel au contact	162
IX. Conclusions	164



Librairie GAUTHIER-VILLARS

Quai des Grands-Augustins, 55, Paris (6^e).

GERARD (Eric), Directeur de l'Institut électrotechnique Montefiore, annexé à l'Université de Liège. — **Leçons sur l'Electricité**, professées à l'Institut électrotechnique, 8^e édition, entièrement refondue. 2 volumes in-8° (25-16) se vendant séparément :

TOME I : *Théorie de l'Electricité et du Magnétisme. Electrométrie. Théorie et construction des générateurs électriques*. Volume de XII-975 pages, avec 458 figures ; 1910. 12 fr.

TOME II : *Canalisation et distribution de l'énergie électrique. Applications de l'électricité à la téléphonie, à la télégraphie, à la production et à la transmission de la puissance motrice, à la traction, à l'éclairage, à la métallurgie et à la chimie industrielle*. Volume de VIII-888 pages, avec 432 figures ; 1910. 12 fr.

JANET (Paul), Chargé de Cours à la Faculté des Sciences de l'Université de Paris ; directeur du Laboratoire central et de l'Ecole supérieure d'Electricité. — **Leçons d'Electrotechnique générale** professées à l'Ecole supérieure d'Electricité. Trois volumes in-8° (25-16) se vendant séparément :

TOME I : *Généralités. Courants continus*. 3^e édition revue et augmentée. Volume de VII-415 pages, avec 178 figures ; 1909. 13 fr.

TOME II : *Courants alternatifs sinusoïdaux et non sinusoïdaux. Alternateurs. Transformateurs*. 3^e édition, revue et augmentée. Volume de IV-325 pages, avec 159 figures ; 1910. 11 fr.

TOME III : *Moteurs à courants alternatifs. Couplage des alternateurs. Transmission par courants alternatifs. Compoundage des alternateurs. Transformateurs polymorphiques*. 2^e édition, revue et augmentée. Volume de IV-536 pages, avec 129 figures ; 1908. 11 fr.

REVUE ÉLECTRIQUE (La), organe de l'Union des Syndicats de l'Electricité, publiée sous la direction de M. J. BLONDIN, avec la collaboration de MM. ARMAGNAT, BECKER, BOURGUIGNON, CHARTOIS, DE JACQUIN, JUMAUF, GOISOT, J. GUILLAUME, LABROUSTE, LAMOTHE, MAUDUIT, MAURAIN, PELLISSIER, RAVEAU, G. RICHARD, TURPAIN, etc.

La *Revue électrique* paraît deux fois par mois, par fascicules de 40 pages in-4° (28-22). Elle forme par an 2 volumes de 500 pages environ.

Prix de l'abonnement pour un an :
(A partir du 1^{er} janvier ou du 1^{er} juillet.)

Paris	fr. 25 »
Départements	» 27 50
Union postale	» 30 »

Prix du numéro : fr. 1-50.

TURPAIN (Albert), Docteur ès Sciences, Préparateur de Physique à la Faculté des Sciences de l'Université de Bordeaux. — **Les applications pratiques des ondes électriques. Télégraphie sans fil. Télégraphie avec conducteur. Eclairage. Commande à distance**. 2^e édition. In-6° (23-14) de avec 271 figures, cartonné ; 1908.