ESSAI D'UNE THÉORIE

DE

LA CRISTALLISATION.

ESSAI

D'UNE THÉORIE DE LA

CRISTALLOGRAPHIE

PAR

AD. WATELET

OFFICIER D'ACADÉMIE,

MEMBRE DE PLUSIEURS SOCIÉTÉS SAVANTES, FRANÇAISES ET ÉTRANGÈRES.

(Extrait du Bulletin de la Société archéologique et scientifique de Soissons, 6e vol., 2e série.)

SOISSONS

IMPRIMERIE TYPOGRAPHIQUE ET LITHOGRAPHIQUE DE A. MICHAUX,

8, RUE DES RATS.

1876.

fig. 1.

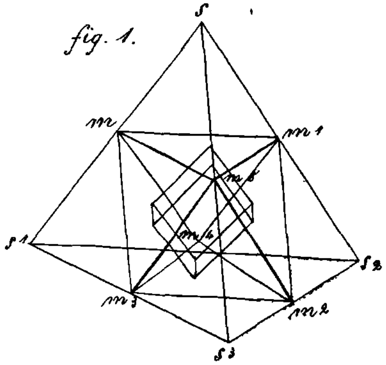
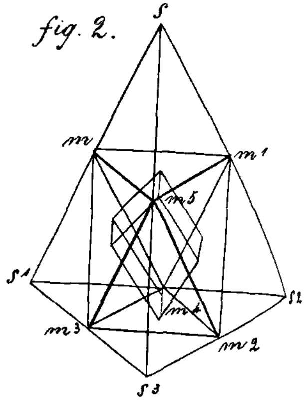
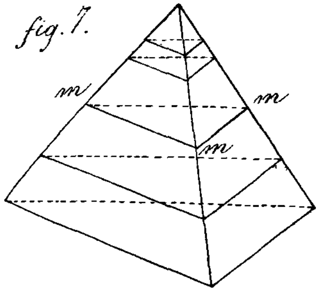


fig. 2.



Plan 3 M.

fig. 7.



Plan 2 MS.

fig. 8.

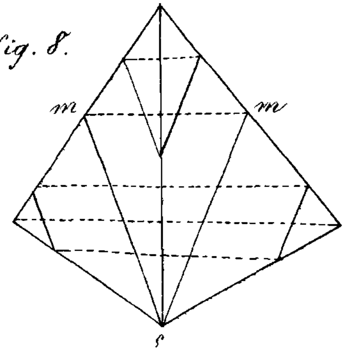


fig. 3.

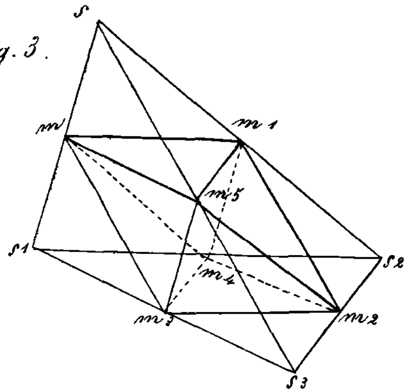


fig. 4.

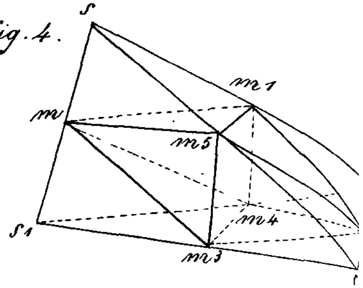
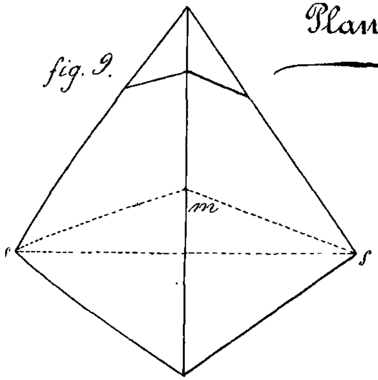


fig. 9.



Plan 2 S.M.

fig. 10.

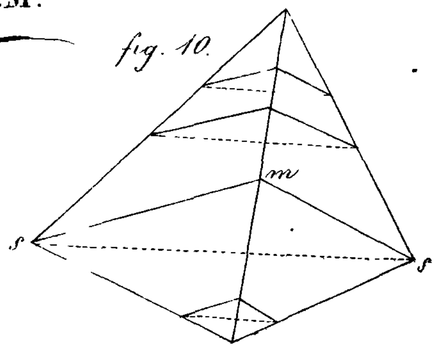


fig. 5.

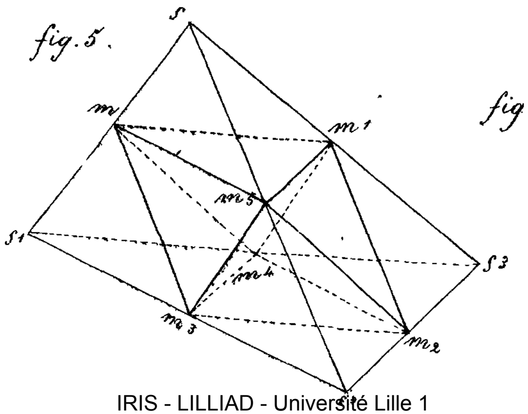
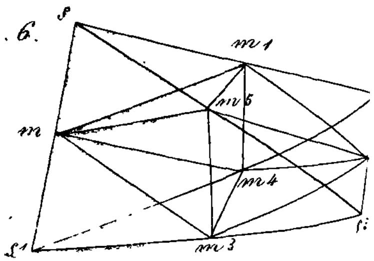
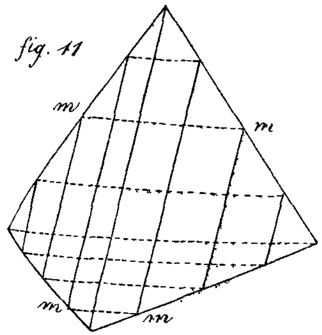


fig. 6.



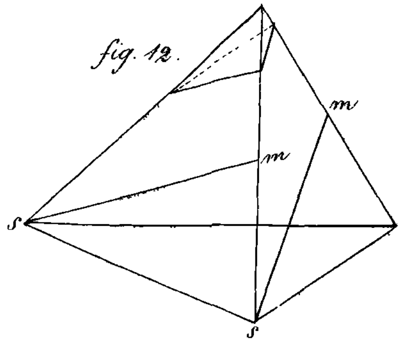
Plan 4 M.

fig. 11



Plan 2 S.2M.

fig. 12.



ESSAI D'UNE THÉORIE DE LA CRISTALLISATION.

INTRODUCTION.

C'est le privilége d'un homme de génie d'entourer son œuvre d'un prestige qui la garde et l'impose au respect de la postérité; on y regarde à deux fois avant de toucher aux théories de ces hommes éminents, de ces hardis novateurs qui ont tracé de nouvelles voies aux recherches scientifiques.

Nous aimons à voir ce respect, cette crainte salutaire qui arrête la précipitation et qui oblige à une grande maturité de réflexions avant de porter la main sur ce qu'on a longtemps regardé comme le résumé parfait des connaissances acquises, comme le dernier mot de la science, comme le dernier effort de l'esprit humain.

Quoique nous admettions ce respect, nous pensons aussi que nul système ne doit faire exclusivement autorité dans les sciences, si les preuves les plus convaincantes n'en ont démontré la solidité.

La loi du progrès est une loi fatale à laquelle il faut céder. Le progrès est aux productions du génie ce que les injures du temps et de l'air sont à ces magnifiques monuments d'un autre âge; après les avoir longtemps étayés, réparés il faut quelquefois les réédifier sur de nouvelles bases.

Ce n'est pas à dire que nous voulions nous ériger en novateur imprudent et téméraire. Les faits que nous énonçons plus loin nous les avons médités dans le silence du cabinet et, nous l'espérons, on verra dans notre travail la preuve d'une conviction sincère basée sur des faits et non l'œuvre d'un parti pris. Nous respectons trop et la science et les savants dont nous avons étudié les travaux, pour les traiter avec cette légèreté, nous allions dire avec cette déloyauté.

Depuis un demi siècle que la théorie de Haüy est fondée les observations s'accumulent, les faits se multiplient et débordent les limites qui avaient d'abord été posées. Malgré cela cette théorie si remarquable d'Haüy est encore vivace en France et nos savants cristallographes font des efforts inouïs de conception pour soutenir l'œuvre du maître pour démontrer que sa théorie peut suffire ; malheureusement les faits sont persistants et impitoyables ; ils se multiplient même et le moment est venu où il faut enfin compter avec eux. Déjà l'Allemagne s'est séparée des savants français, convaincue comme nous que la nature est toujours d'une simplicité remarquable dans les opérations qui nous paraissent les plus complexes. Les savants allemands ne cherchent plus à expliquer, ils ne font plus que constater les faits et les enregistrer; cette réserve nous paraît sage.

Cette divergence d'opinion entre savants illustres tend à nous prouver que la vérité doit être recherchée dans une théorie différente de celle que nous a léguée l'immortel Haüy.

Cependant, en France même, on a déjà abandonné plusieurs points importants de la théorie de notre maître à tous; c'est ainsi qu'on n'admet plus l'égalité des angles de cristaux de même composition chimique que dans le cas où la cristallisation s'est effectuée dans des circonstances parfaitement identiques.

D'un autre côté, quoi qu'on ait dit de la loi de symétrie elle souffre des exceptions ; la loi de décroissement est aussi en partie abandonnée. Beudant admet que, loin d'avoir procédé du simple au composé, en passant des formes primitives aux secondaires, la nature peut au contraire, avoir formé les cristaux d'un seul jet, ainsi que semble le prouver l'extrême petitesse de certaines cristallisations très-compliquées.

On a formulé la loi de symétrie de façon qu'il y ait un énoncé particulier presque pour chaque système et le système régulier est considéré d'une manière toute spéciale et soumis à des lois particulières. C'est à nos yeux une large exception : nous pensons que tous les systèmes sont soumis aux mêmes lois, que ni l'inclinaison des faces, ni l'inégalité des angles solides ne peuvent justifier des énoncés différents. Nous espérons le démontrer d'une manière mathématique et ne laisser subsister aucun doute.

La forme moléculaire n'est plus utile pour rendre compte des exceptions à la loi de symétrie ni pour chercher des explications quelconques, nous pensons que tous les cristaux des différents systèmes obéissent à une seule et même loi et nous n'admettons plus ni les déformations, ni les oblitérations, ni aucune anomalie quelles qu'elles soient.

On voit que nous appartenons à l'école minéralogique qu'on distingue sous le nom de géométrique.

Dans notre manière de voir nous ne pouvons considérer un minéral comme un être qui revêt toujours la même forme; les formes des cristaux sont le produit des forces physiques qui agissent au moment de la cristallisation; ils ne constituent pas des êtres toujours identiques à eux-mêmes, ils ne sont que la résultante des forces naturelles qui ont agit sur les molécules lors de la consolidation; si les forces varient, les formes loin de rester identiques sont fort différentes et la même substance peut passer d'un système cristallin à un autre, c'est le changement le plus complet que puisse éprouver un cristal. La nature nous rend témoins de ces changements considérables et les minéralogistes modernes ont désigné ce remarquable phénomène par les mots « dimorphisme et polymorphisme. »

Si la forme moléculaire exerçait une influence prédominante, comment concevoir des changements si importants dans le groupement de ces mêmes molécules.

La cristallisation a depuis Haüy, notre illustre cristallographe, fait des progrès importants; les plus remarquables travaux sont ceux de M. Mitscherlick : son observation sur la variation d'un angle de cristal par un changement de température est d'une grande importance. L'étude de la propagation de la chaleur dans les cristaux dont les lois ont été données par M. de Senarmont est aussi fort remarquable; les faits si nombreux révélés par M. Pasteur sur les propriétés optiques ont aussi une majeure importance; il faut encore inscrire au nombre des faits très-remarquables les cristallisations factices opérés dans des milieux en fusion ainsi que la méthode d'Ebelmen.

Nous ne pouvons passer sous silence les conceptions si ingénieuses de M. Delafosse, pour expliquer les exceptions à la loi de symétrie, ni celles de M. Leymerie ayant même but et qui sont expliquées partout où on s'occupe de cristallographie. Nous devons citer aussi les travaux remarquables de M. Gaudin et ceux d'une foule d'autres observateurs et expérimentateurs.

Malgré tous ces efforts, aucune théorie générale et nouvelle n'a été tentée et plusieurs faits, parmi lesquels figure l'hémitropie sont restés inexpliqués.

Pour remplacer la théorie d'Haüy, il en faudrait une qui reliât tous les faits connus et qui formulât des lois physiques qui ne puisse admettre aucune exception.

Si notre essai a quelque importance il aidera à arriver à la vérité, si nous sommes en dehors de la bonne voie, ce sera un mauvais pas de moins à faire pour arriver enfin au but cherché.

PARTIE GÉOMÉTRIQUE.

Avant d'exposer la théorie de la cristallisation qui, à ce qu'il nous semble, explique tous les faits connus, les coordonne, les unit dans une seule et même hypothèse, nous pensons qu'il est utile de rappeler quelques théorèmes généraux de géométrie que nous avons énoncés le premier et qui ont fait pour nous le sujet d'une communication à l'Académie des sciences; ils nous seront d'un usage fréquent. La plupart de ces théorèmes ayant été démontrés dans les nouvelles annales de mathématiques de M. Terquem, nous nous contenterons de les énoncer ici sans plus de développements.

THÉORÈMES.

1° Soient n points donnés dans l'espace si on prend le centre de gravité de n-1 de ces points, on peut faire cette opération n fois ; on aura ainsi n nouveaux points dont le centre de gravité est le même que celui des n points donnés.

2° Si les points sont les sommets d'un polyèdre, les n nouveaux points seront les sommets d'un polyèdre semblable et inversement placé.

3° En opérant par rapport aux nouveaux points comme sur les premiers, et ainsi de suite, le centre de gravité des points donnés est le point limite.

Application. Soit n=4 ; les points sont généralement les sommets d'un tétraèdre; le second tétraèdre sera semblable au précédent dans une position inverse et dont les sommets sont les centres de gravité des quatre faces du tétraèdre.

4° Si dans un polyèdre on remplace chaque arète ou chaque face par leur centre de gravité on obtient les sommets d'un polyèdre différent, mais qui a même centre de gravité que le polyèdre donné.

Applications. Les centres de gravité des arètes d'un tétraèdre déterminent les sommets d'un octaèdre : ils ont tous deux même centre de gravité.

Les centres de gravité des faces de l'octaèdre sont les sommets d'un hexaèdre et tous deux ont même centre de gravité.

DÉFINITIONS ET NOTATIONS.

Un tétraèdre est un solide compris sous quatre faces triangulaires.

On peut dans ce solide distinguer des points, des lignes ou arètes, et des plans qui, dans notre théorie de la cristallisation, ont une importance véritable.

LES POINTS.

Dans un tétraèdre quelconque on peut distinguer plusieurs points ou système de points : 1° le centre de gravité du solide ; 2° les quatre centres de gravité des faces; 3° les six milieux des arètes.

LES LIGNES.

On peut aussi remarquer plusieurs lignes importantes dans le même solide, ce sont : 1° les lignes qui joignent les sommets du tétraèdre au centre de gravité de la face opposée, elles contiennent le centre de gravité du solide ; 2° les lignes qui joignent les milieux de deux arètes qui n'ont aucune extrémité commune : ces lignes peuvent être considérées comme les axes du tétraèdre ; 3° les lignes médianes des faces du tétraèdre.

LES PLANS.

En combinant plusieurs points on trouve des plans dont la considération a de l'importance dans les théories qui suivent; on peut faire passer un plan : 1° par les milieux des trois arètes qui aboutissent à un même sommet d'un tétraèdre. Pour abréger nous désignerons ce plan par la notation 3 *m*; 2° par un sommet du tétraèdre et par les milieux de deux arètes, la notation de ce plan sera 2 *m. s*; 3° par deux sommets du tétraèdre et par le milieu de l'arète opposée, nous l'écrirons 2 *s. m.* c'est un plan médian du tétraèdre; 4° par quatre milieux des arètes choisis convenablement, nous l'indiquerons par la notation 4 *m.* Ce plan, dans tout tétraèdre, est parallèle aux deux arètes qui n'ont aucune extrémité commune et entre lesquelles le plan est compris ; 5° enfin on peut concevoir un plan dont la direction serait déterminée par les médianes de deux faces adjacentes à une même arète mais n'ayant aucun point commun, nous l'écrirons 2 *m.* 2 *s.*

SOLIDES INSCRITS DANS LE TÉTRAÈDRE.

Les milieux des six arêtes d'un tétraèdre quelconque sont les sommets d'un octaèdre dont les faces sont deux à deux semblables à une face du tétraèdre. (FIG. 1.)

En effet, les trois points m. m_1 m^1, déterminent un triangle dont les côtés sont respectivement parallèles à ceux de la base et dans le rapport de 1 : 2 ; le triangle m^2 m^3 m^5 est aussi semblable à la même base du tétraèdre et dans le même rapport 1 : 2 ; car deux triangles sont donc égaux et semblables à la base du tétraèdre. On démontrerait la même chose par rapport à chaque face du tétraèdre considéré successivement comme base ; on aurait donc huit triangles égaux deux à deux aboutissant aux milieux des arêtes du tétraèdre, c'est-à-dire un octaèdre jouissant des propriétés énoncées.

Les centres de gravité des faces de l'octaèdre sont les sommets d'un hexaèdre.

L'octaèdre a huit faces et l'hexaèdre a huit sommets; d'ailleurs les quatre centres de gravité des faces de l'octaèdre aboutissant à un même sommet, déterminent un quadrilatère parallèle et semblable au plan de la base de l'octaèdre et dont les côtés sont aux côtés homologues de cette base dans un rapport facile à déterminer. Il en serait de même vers le sommet opposé de l'octaèdre. Le même raisonnement pouvant se répéter pour tous les sommets, on en conclut que le solide déterminé par les huit centres de gravité des faces de l'octaèdre a des faces opposées égales et parallèles et au nombre de six, c'est donc un prisme héxaèdre.

Le tétraèdre inverse a pour sommets les quatre centres de gravité des faces du tétraèdre.

C'est une conséquence immédiate du théorème 2 cité précédemment.

Les axes du tétraèdre et ceux des solides inscrits coïncident dans leur direction.

L'inspection de la figure 1 montre immédiatement la coïncidence de ces axes. $m. m^3$ est un axe de l'hoctaédre, cette ligne joint les milieux de deux arêtes du tétraèdre n'ayant aucune extrémité commune et elle passe par les centres de gravité de deux faces opposées de l'hexaèdre.

REMARQUES.

En examinant les positions relatives du tétraèdre, de l'octaèdre, de l'hexaèdre et du tétraèdre inverse on peut faire les remarques suivantes :

Les quatre solides ont même centre de gravité. Les sommets du tétraèdre inverse coïncident avec quatre des sommets de l'hexaèdre.

Deux sommets de l'hexaèdre sont toujours sur la ligne qui joint un sommet du tétraèdre au centre de gravité de la face opposée.

Les sommets opposés de l'hexaèdre sont toujours l'un sur le centre de gravité de la base du tétraèdre et l'autre sur le centre de gravité de la face de l'octaèdre la plus rapprochée du sommet.

Les arêtes de l'hexaèdre sont deux à deux dans un plan médian du tétraèdre.

Il suit de ces remarques qu'il s'établit une sorte de loi d'attermance dans la position du tétraèdre et des solides inscrits ; en effet, les sommets du tétraèdre sont opposés aux faces de l'octaèdre et à une face de l'octaèdre comprend un sommet de l'hexaèdre. L'alternance se continue par rapport au tétraèdre inverse.

LA CRISTALLISATION.

« L'étude de la cristallisation a pour objet principal
» de ramener au plus petit nombre de lois possible,

» un des résultats les plus féconds et les plus diversi-
» fiés de l'affinité qui sollicite les molécules des corps »
Haüy.

Cette définition nous l'adoptons.

Voici comment nous concevons les phénomènes.

Si dans un liquide ou un milieu limité et rempli par un gaz d'une nature quelconque, un certain nombre de molécules parfaitement libres et mobiles étaient rangées en ligne droite, aussitôt qu'elles acquerreraient la faculté attractive, il se produirait un équilibre sur une certaine longueur qui varierait avec la force qui sollicite les molécules l'une vers l'autre. Il s'établirait bientôt sur cette ligne un centre d'attraction qui ne pourrait être autre que son milieu; la molécule occupant cette position attirerait à elle la plus voisine de droite et de gauche ; celles-ci à leur tour agiraient sur leurs plus proches voisines et ces troisièmes opéreraient de la même manière, et ainsi des suivantes. La molécule médiane attirerait donc à elle d'un côté, et de l'autre un certain nombre de ces molécules; cette action se combinant avec celle qui lie les molécules l'une à l'autre, ferait que le centre de gravité retiendrait une longueur de chaque côté en raison de la force dont il est doué et qui diminuerait rapidement à mesure que la distance augmenterait. Dans le cas où les conditions du liquide changeraient et que les molécules éprouveraient une résistance à leur mouvement, le centre de gravité ne retiendrait plus toutes les molécules extrêmes et un certain nombre d'entre elles ne contracteraient au moment de sa consolidation aucune adhérence avec le reste de la ligne qui se trouverait réduite de longueur. Or, le refroidissement et l'évaporation produisent des changements incessants dans le liquide ; d'ailleurs, l'attraction des molécules se produit longtemps avant la consolidation; ainsi la ligne se réduit à chaque moment à mesure que la densité du liquide augmente ; enfin, lorsque les conditions sont favorables, la consolidation s'opère.

TROIS POINTS.

Supposons maintenant que trois points non en ligne droite soient attractifs dans un liquide n'offrant aucune résistance; sur chaque ligne du triangle il se constituera des points qui seront les centres de gravité des côtés et les molécules composant chaque ligne s'équilibreront comme nous venons de le voir; mais les centres de gravité des lignes réagissant l'un sur l'autre enchaîneraient les molécules sur les lignes qui les joignent deux à deux. Bientôt de nouveaux centres de gravité s'établiraient sur chacune de ces nouvelles lignes et ainsi de suite, et comme la limite est le centre de gravité du triangle (théorème 3), ce point se constituera et bientôt en vertu de sa force attractive il réagira à son tour sur toutes les molécules du triangle.

Le centre de gravité doit donc agir sur les sommets et conséquemment sur les molécules qui se trouvent comprises entre les côtés du triangle. Les points milieux des côtés se trouvent à une distance moindre que les sommets, il y a donc tendance pour le centre de gravité à abandonner un certain nombre de molécules vers les sommets du triangle Dans le cas où le liquide opposerait une certaine résistance, le centre de gravité ne pouvant plus retenir toutes les molécules il n'agirait que sur les molécules comprises dans le nouveau triangle dont les sommets sont les points milieux des anciens côtés. D'ailleurs ce triangle étant semblable, les molécules sont disposées d'une manière parfaitement symétrique autour du centre de gravité et sont seulement plus rapprochées. Cependant il peut arriver que la ligne qui joint deux des milieux des côtés exerçant son influence attire à elle des molécules par rangées parallèles, l'attraction ne se faisant sentir que trop faiblement vers le sommet il y aurait une troncature parallèle à la base opposée, et cette action se répétant sur chaque sommet, la surface deviendrait un héxagone.

La ligne qui joint dans le triangle le sommet au milieu de la base opposée divise le triangle en deux parties égales en surface; cette ligne peut être considérée comme axe, et elle exerce une attraction sur toutes les molécules, tant d'un côté que de l'autre et les retient par rangées parallèles à elle-même. Si par une cause quelconque cette ligne n'attirait plus que de façon que les molécules les plus éloignées ne soient plus retenues lors de la consolidation un petit triangle semblable à la moitié ne ressentant plus l'effet de l'axe il en résulterait une troncature par une ligne parallèle à la médiane; comme cette troncature peut se répéter par rapport à chaque moitié et aussi sur chaque sommet il en résulterait une double troncature sur chacun d'eux par des lignes inclinées ou parallèles à une même médiane.

On peut donc concevoir d'après ces idées théoriques qu'un triangle peut être modifié à ses sommets par des lignes parallèles respectivement à la base opposée, ou par des lignes parallèles à deux des médianes.

Il semble que ce soit ainsi que se forment les cristaux de la neige et que la disposition des branches principales et secondaire justifie les principes qui précédent.

QUATRE POINTS.

Si au lieu de trois points déterminant une surface, on conçoit quatre points dans l'espace limitant un tétraèdre qui est, comme on sait, le plus simple de tous les polyèdres, on pourra se faire une idée de la manière dont les molécules devront contracter une adhérence suffisante entre elles pour amener une consolidation cristallographique. Nous avons ici à considérer les sommets du tétraèdre, les faces et les arètes, enfin le centre de gravité de tout le système.

Les sommets, au nombre de quatre, peuvent se disposer dans l'espace de plusieurs manières et nous le verrons, par suite de leur dispositions respectives, naîtront les six systèmes de cristallisation.

L'arrangement des quatre points dans l'espace et autour du centre de gravité mérite toute notre attention, et la recherche des causes déterminantes est l'un des problèmes les plus intéressants de la cristallographie. Il est le même que celui de la recherche des causes qui règlent la direction des axes des cristaux et leur longueur respective.

L'attraction de la terre ne peut y être étrangère, l'affinité des molécules, l'une pour l'autre, y doit jouer un rôle important et les phénomènes d'électricité y doivent avoir une large part.

Les arètes du tétraèdre sont au nombre de six; elles aboutissent trois à trois à un même sommet et chaque arète a son centre de gravité. Relativement à ces lignes il peut arriver deux cas, car l'intensité des forces d'attraction des centres de gravité de ces arètes, sans parler des autres causes, peut être suffisante pour retenir toutes les molécules jusqu'aux sommets et les faire arriver à la consolidation; ou bien l'action qui, primitivement se faisant sentir sur toute la longueur des arètes, se limitera à une certaine distance de centres de gravité de ces arètes pour retenir définitivement les molécules et les faire arriver à la consolidation. Dans le cas où les centres des gravités des lignes exercent une influence suffisante pour consolider toutes les molécules des arètes, le tétraèdre reste complet, et dans le cas contraire le tétraèdre est tronqué.

Si toutes les molécules des arètes prennent une prépondérance très-grande relativement à celle qu'exerce le centre de gravité il arrive que toutes les faces sont creuses et qu'on n'a, pour ainsi dire, qu'un squelette de tétraèdre ; c'est ce que l'on constate quelquefois surtout dans les cristallisations des laboratoires.

Ainsi on peut avoir ou un tétraèdre complet, ou un tétraèdre tronqué, ou enfin un tétraèdre à faces creuses.

Si le tétraèdre est tronqué, la surface est parallèle à la base opposée car les centres de gravité des arètes agissent proportionnellement à la longueur des côtés. Si aucune des molécules des arètes ne peut arriver à la consolidation, les centres de gravité de ces arètes prennent alors une action suffisante pour retenir, avec l'aide du centre de gravité du solide, toutes les molécules du nouveau solide limité par ces centres de gravité des arètes et on sait que ce solide est un octaèdre.

Si l'action du centre de gravité du solide primitif était impuissante à déterminer la consolidation entre les centres de gravité des arètes, l'action se rapprochant encore davantage pourrait être localisée, moitié aux centres de gravité du tétraèdre primitif, et moitié sur les centres de gravité des faces de l'octaèdre ; ce solide deviendrait alors un hexaèdre.

Si les centres de gravité des faces du tétraèdre primitif agissaient seuls ce serait alors le tétraèdre inverse du tétraèdre qui était le point de départ qui arriverait à la consolidation.

Dans l'hypothèse de trois points attractifs limitant un triangle on a vu que les lignes qui joignent les centres de gravité des côtés exercent une attraction sur les molécules et par lignes parallèles; dans le cas de quatre points attractifs limitant un tétraèdre ce sont les surfaces qui agissent d'une manière analogue.

Il pourrait arriver que le centre de gravité commun à tous les solides inscrits l'un dans l'autre ait une attraction telle que les arêtes nouvelles qui naîtraient de l'action combinée du centre de gravité principal et des autres soient non plus droites, mais affectent une direction courbe, c'est ce qui expliquerait les cristallisations à surfaces courbes et les cristallisations plus ou moins confuses s'approchant ou d'une sphère, ou d'un sphéroïde à axes plus ou moins inégaux.

Les centres de gravité des arètes, ainsi que les sommets du tétraèdre peuvent se combiner dans leur action de plusieurs manières et prendre une certaine prépondérance; le système de ces points peut agir sur le tétraèdre et les solides inscrits de façon à donner naissance à des solides modifiés sur les arêtes ou sur les sommets des polyèdres.

Les principales combinaisons que nous avons reconnues sont les trois centres de gravité des arètes qui aboutissent à un même sommet, nous avons désigné ce plan par la notation 3 *m*.

La combinaison peut être deux centres de gravité des arêtes et un sommet du tétraèdre; la notation est, comme on sait 2 *m. s*.

Ces points dans leur action, peuvent se combiner de cette autre manière : deux sommets et le centre de gravité d'une arête. Le plan déterminé ainsi est noté 2 *s. m*.

Ce peut être quatre centres de gravité des arètes donnant lieu à un quadrilatère, on aura pour désignation plan 4 *m*.

Enfin si on combine deux sommets et deux milieux des arêtes pour déterminer sa position d'un plan passant par une des lignes et parallèle à l'autre, on aura le plan $2m$, $2s$. Le rôle de ces plans sera étudié dans les chapitres suivants

En résumé la cristallisation commence toujours par un tétraèdre d'une forme qui détermine l'un des six systèmes de cristallisation, et l'action des sommets, des centres de gravité des arêtes ou ceux des surfaces, ou même leurs combinaisons amènent soit les solides inscrits, soit des modifications sur ces solides.

APPLICATIONS AUX SYSTÈMES DE CRISTALLISATIONS.

La plupart des cristallographes reconnaissent six groupes ou systèmes de cristaux dont nous allons donner successivement les caractères, en même temps que nous examinerons les principaux solides qui s'y rapportent. Nous étudierons avec soin la position et la forme des solides inscrits ainsi que celle des tétraèdres relativement à chaque système.

PREMIER SYSTÈME CRISTALLIN OU SYSTÈME RÉGULIER

Les solides de ce système ont trois axes égaux et perpendiculaires entre eux.

Le tétraèdre qui satisfait à ces conditions est le tétraèdre régulier. (FIG. 1.)

Dans ce solide sont inscrits l'octaèdre et l'hexaèdre réguliers : en effet, les faces du tétraèdre étant des triangles équilatériaux, celles de l'octaèdre ont aussi cette forme ; d'ailleurs la base de l'octaèdre est un carré ainsi que les faces de l'hexaèdre et il est dès lors évident que l'hexaèdre est un cube.

Ce système n'admet aucune variété dans les angles solides; le moindre déplacement de l'un des sommets du tétraèdre par rapport aux trois autres fait passer à la fois tous les solides inscrits dans un système différent puisque les axes des solides coïncident toujours entre eux dans leur direction.

DEUXIÈME SYSTÈME CRISTALLIN OU SYSTÈME RHOMBOEDRIQUE

Ce système est caractérisé par trois axes égaux et également inclinés entre eux. (FIG. 2)

Le tétraèdre dans lequel seraient inscrits les solides qui satisfont aux conditions énoncées dans la définition doit avoir pour base un triangle équilatéral et pour faces latérales trois triangles isoscèles égaux.

Supposons le triangle $s^1\ s^2\ s^3$ équilatéral et la hauteur d'une quantité quelconque élevée perpendiculairement au centre de gravité de la base : le triangle m, $m^1\ m^5$ est semblable à la base du tétraèdre, il en est de même du triangle $m^2\ m^3\ m^4$ tous deux sont par conséquent équilatéraux et on sait qu'ils sont égaux. Je dis que les diagonales m, m_3 et $m_1\ m^2$ sont égales : en effet la ligne $m\ m^2$ est égale et parallèle à la ligne $m^1\ m^3$; de plus $m\ m^1\ m^3\ m^2$ est un rectangle, donc on a la diagonale $m\ m^3$ égale à la diagonale $m^1\ m^2$. Mais le rectangle $m\ m^1\ m^3\ m^2$ est égal au rectangle $m\ m^3\ m_2\ m^5$, donc les trois diagonales sont égales et de plus également inclinées l'une sur l'autre.

Il est évident que l'hexaèdre inscrit dans l'octaèdre est un rhomboèdre.

Si par rapport à une base donnée la hauteur du tétraèdre devient très-grande, le côté $s\ s^1$ est très-grand tandis que $m\ m^1$ ne varie pas; le rectangle $m\ m^1\ m^3\ m^5$ est donc extrêmement allongé. Dans ce cas les axes forment des angles très-petits; si le sommet du tétraèdre s'abaisse l'angle des axes s'ouvre et dans le mouvement continu du sommet il arrive un moment où la base de l'octaèdre devient un carré, alors les axes toujours égaux sont rectangulaires, c'est le cas du premier système cristallin.

Au-dessous de cette position les solides passent de nouveau au deuxième système, mais alors les axes font des angles contraires, c'est-à-dire que ceux qui étaient aigus deviennent obtus et réciproquement. Les angles augmentent jusqu'à ce que le sommet s'abaisse au niveau de la base, position où les solides s'évanouissent.

D'après ce qui vient d'être dit si la hauteur est très-grande par rapport à la base, l'octaèdre et le rhomboèdre inscrit deviennent des espèces d'aiguilles ou de batonnets; si au contraire la hauteur est très-petite les deux solides inscrits seraient, l'un un octaèdre très-surbaissé, l'autre une espèce de tablette ; les aiguilles et les tablettes ne sont qu'une conséquence immédiate de la forme du tétraèdre, on ne peut donc pas les considérer comme des déformations de cristaux.

Le moindre changement de la base du tétraèdre, ou le moindre écart de la hauteur soit dans sa direction, soit dans la position de son pied fesait passer en même temps tous les solides dans un autre système.

TROISIÈME SYSTÈME CRISTALLIN OU SYSTÈME PRISMATIQUE CARRÉ.

Les solides de ce système ont trois axes rectangulaires dont deux égaux entre eux et le troisième inégal (FIG. 3.)

Pour que les solides inscrits réalisent les conditions énoncées dans cette définition, le tétraèdre doit avoir quatre faces constituées par des triangles isoscèles égaux entr'eux. On a dans ce cas $s\ s^1\ s^2 = s\ s^2\ s^3 = s^1\ s^2\ s^3 = s^1\ s^2\ s^3$; donc ce rectangle $m^1\ m^4\ m^2\ m^3$ est un carré, de plus l'axe est perpendiculaire sur ce plan puisque les quatre triangles qui aboutissent à un même sommet de l'octaèdre sont égaux.

Il est évident que l'hexaèdre inscrit dans l'octaèdre est un prisme droit à base carrée.

L'angle s^3 s s^2 du triangle isoscèle peut varier depuis 0° jusqu'à 90°; si l'angle est très-petit l'octaèdre inscrit aura une base très-petite et il prendra la forme d'une aiguille tandis que l'hexaèdre deviendra une sorte de batonnet. L'angle devenant plus ouvert donne une base plus grande à l'octaèdre tandis que l'axe qui lui est toujours perpendiculaire diminue; pour l'angle de soixante degrés les triangles deviennent équilatéraux alors le tétraèdre ainsi que les solides inscrits appartiennent au premier système; si l'angle augmente depuis 0° jusqu'à 90°, la base de l'octaèdre devient toujours plus grande et l'axe qui lui est perpendiculaire diminue : l'octaèdre est donc vers la limite extrêmement surbaissée.

Quant à l'hexaèdre, il éprouve des changements analogues et quand l'angle approche de la limite 90° il devient une tablette de très-peu d'épaisseur.

On voit que par d'autres moyens on obtient des espèces d'aiguilles et des tablettes, et que ces solides sont engendrés par la même cause qui donne naissance à tous les solides de ce troisième système.

La plus petite déviation qui amènerait l'inégalité des faces du tétraèdre ou qui changerait la nature des triangles isoscèles opérerait un changement de système.

QUATRIÈME SYSTÈME CRISTALLIN OU SYSTÈME PRISMATIQUE RECTANGULAIRE OU RHOMBOÏDAL DROIT.

Les solides de ce système ont trois axes rectangulaires et tous trois inégaux. (FIG. 4.)

Ce système admet deux classes de solides : dans l'un, l'octaèdre est à base de rectangle, dans l'autre il est à base de rhombe.

Première forme.

Pour pouvoir inscrire dans un tétraèdre un octaèdre à base de rectangle et à axe perpendiculaire au plan de cette base et sur le centre de gravité, il faut que les faces du tétraèdre soient isoscèles et égales deux à deux; en effet, pour que $m^1\ m_4\ m^2\ m^5$ soit un rectangle il faut que les triangles $m\ m^2\ m^5$, $m^2\ m^3\ m^4$ soient isoscèles et de plus que l'arète $s\ s^1$ soit plus grande ou plus petite que l'arète $s^2\ s^3$; ensuite pour que l'axe soit perpendiculaire il faut et il suffit que $m\ m^1$, $m^2\ m^3$ soient égaux; donc les faces du tétraèdre doivent être isoscèles et égales deux à deux.

On voit aisément que l'angle dièdre formé par les plans $s\ s^2\ s^3$, $s^1\ s^2\ s^3$ peut varier entre les limites 0° et 180°; si à partir de 0° l'angle augmente $m^1\ m^5$ ne changera pas, mais m, m^4 augmente et le rapport tend vers l'unité; lorsque l'ouverture de l'angle donne $m^1\ m^4 = m^1\ m^5$ les solides inscrits ainsi que le tétraèdre appartiennent au troisième système, car la base de l'octaèdre donne un carré. Si l'angle continue à grandir on revient au quatrième système et le rapport de $m^1\ m^4$, $m^1\ m^5$ se renverse, c'est-à-dire que le côté $m^1\ m^5$ qui d'abord était plus petit que $m^1\ m_4$ devient plus grand que lui et ne cesse d'augmenter jusqu'à ce que l'angle dièdre ait atteint 180°. Il y a donc un maximum car le rapport doit être plus petit que $1/2\ (s\ s^3 + s^1\ s^3)$.

Quant à l'axe il est égal à $m\ m^3$ pour sa valeur 0°, de l'angle dièdre et nul pour l'angle 180°. Si l'angle des 2 triangles diminue en même temps que l'angle dièdre augmente, l'octaèdre devient extrêmement allongé ainsi que l'hexaèdre; mais si l'angle dièdre diminue et que l'angle du triangle augmente on a un octaèdre très-surbaissé et un hexaèdre en tablette.

Deuxième forme.

L'autre forme du système (FIG. 5), c'est-à-dire, le système prismatique rhomboïdal droit exige que le tétraèdre ait toutes les faces égales entre elles et constituées par des triangles scalènes; ces triangles ne peuvent être ni isoscèles ni équilatéraux, car la base de l'octaèdre serait rectangle et non pas rhomboïdale. L'angle $s\, s^3\, s^1$ doit être égal à $s\, s^2\, s^3$ pour que l'on ait l'égalité $s^2\, s^3 = s\, s^1$. Je dis ensuite que les arêtes qui n'ont pas d'extrémité commune doivent être égales : en effet l'axe $m\ m^3$ étant perpendiculaire sur la base $m\ m^1\ m^4\ m^2$ on doit avoir $m\ m^2 = m\ m^1$. On démontrerait que $m\ m^5 = m\ m^4$.

Si l'angle $s\ s^1\ s^3$ ainsi que ses égaux passent par tous les états de grandeur on aura des résultats analogues à ceux qu'on obtient dans le troisième système en faisant varier l'angle du sommet des triangles isoscèles dont est formé ce tétraèdre. Pour un angle très-petit la base de l'octaèdre sera très-petite pendant que l'axe sera près de son maximum; pour l'angle aussi grand que possible la base deviendra très-grande et l'axe très-petit. On retrouve donc encore dans ce système la forme en aiguille et celle en tablette avec tous les intermédiaires possibles.

Le moindre changement dans les conditions de ce système ferait passer le tétraèdre et les solides inscrits dans un système différent.

CINQUIÈME SYSTÈME CRISTALLIN OU SYSTÈME PRISMATIQUE RECTANGULAIRE OBLIQUE.

Les solides de ce système ont trois axes inégaux dont deux obliques, le troisième perpendiculaire aux premiers.

Ce système admet aussi deux classes de solides, pour la première la base de l'octaèdre est un rectangle, pour la seconde elle est un rhombe.

Première forme.

Dans ce système les conditions pour que le tétraèdre renferme des solides de la première espèce (FIG. 6), sont : deux faces isoscèles et inégales ou l'une isoscèle et l'autre équilatérale. Cette condition est exigée pour que la base de l'octaèdre ou celle de l'hexaèdre soit un rectangle, car l'arète $s\ s^3$ doit être ou plus grande ou plus petite que $s\ s^2$. Enfin dans ces conditions l'axe sera oblique sur sa base puisqu'on a $m\ m^1 < m\ m^2$ ou $m\ m^5 < m\ m^4$.

Si l'angle dièdre des triangles $s\ s^2\ s^3$, $s^1\ s^2\ s^3$ varie ou aura des conditions absolument analogues à celles que nous avons trouvées dans le système précédent : Si l'angle est d'abord très-petit le côté $m^2\ m^5$ sera plus petit que $m^2\ m^4$ qui d'ailleurs ne varie pas ; si l'angle s'ouvre on arrivera à $m^2\ m^5 = m^2\ m^4$; dans ce cas la base de l'octaèdre devient un carré, mais les solides appartiennent toujours au même système ; car l'axe est toujours oblique. Si l'angle devenait plus grand on aurait $m^2\ m^5$ plus grand que $m^2\ m^4$ et on arriverait à la limite qui est plus petite que $1/2\ (s^1\ s^3 + s\ s^3)$.

Deuxième forme.

La seconde forme de solides inscrits, qui dans ce cas serait un octaèdre à base rhomboïdale et à axe incliné, ou un hexaèdre dans les mêmes conditions exige que deux arêtes n'ayant aucune extrèmité commune soient égales et les deux autres inégales ; c'est la seule condition nécessaire.

Les écarts même très petits dans les conditions, feraient que les solides changeraient de système.

SIXIÈME SYSTÈME CRISTALLIN. — SYSTÈME DE PRISME OBLIQUANGLE NON SYSMÉTRIQUE OU A BASE DE PARALLÉLOGRAMME OBLIQUANGLE.

Dans ce système le tétraèdre est absolument quelconque, sans cependant rentrer dans le cas de l'un des systèmes précédents ; l'octaèdre a pour base un parallélogramme quelconque et pour faces des triangles quelconques égaux deux à deux, et les faces de l'hexaèdre sont des parallélogrammes quelconques égaux deux à deux.

RÉSUMÉ DES FORMES DU TÉTRAÈDRE DANS LES DIFFÉRENTS SYSTÈMES DE CRISTALLISATION.

Premier système : Tétraèdre régulier,

Deuxième système : Tétraèdre à base équilatérale et les faces latérales isoscèles et égales.

Troisième système : Tétraèdre à quatre faces isoscèles et égales.

Quatrième système : Tétraèdre composé de triangles isoscèles égaux deux à deux ou quatre triangles scalènes égaux.

Cinquième système : Tétraèdre ayant deux triangles isoscèles inégaux, les deux autres scalènes et égaux ou bien tétraèdre dont deux des arêtes qui n'ont pas d'extrémité commune soient égales.

Sixième système : Tétraèdre formé par quatre triangles quelconques qui ne rentrent pas dans les conditions précédentes.

Nous pouvons dès à présent faire remarquer que de la disposition de quatre points deux à deux seulement en ligne droite dans l'espace, dépend l'existence des six systèmes de cristallisation, car ces quatre points donnent naissance à un tétraèdre et nous avons vu que dans ce solide sont contenus l'octaèdre et l'hexaèdre.

Il n'est pas hors de propos de constater une fois encore le caractère de mutuelle dépendance de ces solides entre eux : un examen attentif nous démontre que les sommets de l'octaèdre sont situés sur les centres de gravité des arêtes du tétraèdre et que cet octaèdre a quatre de ses faces sur celles du tétraèdre. D'ailleurs, l'hexaèdre a ses huit sommets sur les centres de gravité des faces de l'octaèdre dont quatre sont aussi les centres de gravité des faces du tétraèdre et les sommets du tétraèdre inverse.

On voit que cette subordination si remarquable s'établit surtout par les centres de gravité des divers éléments des solides.

PASSAGE D'UN SYSTÈME A UN AUTRE.

On a vu précédemment qu'un tétraèdre quelconque appartient toujours à l'un des systèmes de cristallisation et que les solides qu'il contient et qui y sont inscrits dépendent du même système que le tétraèdre.

Il peut donc suffire pour comparer deux systèmes de rapprocher deux tétraèdres et de voir comment l'un peut passer à l'autre.

Le premier et le second système ne diffèrent entre eux que par un rapport dans la hauteur du tétraèdre, car si dans un tétraèdre régulier la base restant la même, la hauteur s'élevait ou s'abaissait d'une quantité quelconque le tétraèdre passerait du premier au deuxième système cristallin.

Le passage du premier au troisième se fait bien plus difficilement ; en effet, il ne suffit plus d'un simple déplacement d'un sommet, mais la base doit changer de forme et devenir isoscèle d'équilatérale qu'elle était; il faut en outre que l'axe s'incline en restant cependant dans le plan médian ; c'est, on le voit, une disposition toute différente des quatre sommets.

Le rapport du premier système au quatrième est tout aussi difficile à établir, car la base doit devenir ou isoscèle ou scalène d'équilatérale qu'elle était, et de plus l'axe doit subir une inclinaison dans le plan médian.

Le passage du premier système au cinquième n'exige qu'un simple déplacement du sommet, il suffit que l'axe s'incline en restant dans le plan médian.

Pour passer du premier au sixième il suffit d'un déplacement quelconque du sommet en dehors du plan médian.

Le passage du deuxième au troisième nécessite un changement considérable, car la base primitivement équilatérale doit devenir isoscèle et l'axe doit s'incliner dans le plan médian d'une quantité déterminée

Le passage du deuxième au quatrième est analogue à celui du premier au quatrième.

Pour passer du deuxième au cinquième il suffit de déplacer le sommet qui doit rester dans le plan médian.

Le passage du deuxième au sixième s'opère par un déplacement quelconque du sommet en dehors du plan médian.

Le troisième passe au quatrième par un simple changement de l'angle dièdre ; il passe au cinquième par un déplacement du sommet qui reste dans le plan médian ; du troisième on passe au sixième par un déplacement du sommet en dehors du plan médian.

Le changement du quatrième au cinquième s'opère par un déplacement du sommet qui reste dans le plan médian ; du quatrième on passe au sixième par un mouvement du sommet en dehors du plan médian

Enfin du cinquième on passe au sixième par un déplacement en dehors du plan médian.

Les changements réciproques s'obtiendraient par des considérations analogues.

PLANS TRANSVERSAUX.

Les cristaux naturels se présentent quelquefois à nos observations sous la forme de polyèdres géométriques parfaitement complets tels que des octaèdres, des hexaèdres mais le plus souvent dans l'octaèdre et d'autres solides les plans qui devraient former un angle solide, ne passent pas exactement par un même point ce qui semble nous révéler le procédé employé par la nature pour la production de ces solides. D'ailleurs on trouve bien souvent soit des tétraèdres, soit des octaèdres ou des hexaèdres modifiés tantôt sur les angles solides, tantôt sur les arêtes, quelquefois par un seul plan, d'autrefois par plusieurs plans qui se coupent tant sur les sommets que sur les arêtes.

Si l'on conçoit un tétraèdre dans lequel seraient inscrits un octaèdre et un hexaèdre dans les conditions que nous avons étudiées précédemment et ensuite un plan transversal quelconque on voit que ce plan rencontrera les trois solides s'il est mené assez près du centre de gravité commun à ces solides.

La nature des modifications qui en résulteraient pour chaque solide dépendrait de la direction qui serait donnée à ce plan transversal; déjà nous avons reconnu plusieurs plans ayant une disposition remarquable en ce sens qu'ils sont déterminés par les centres des éléments, lignes et plans des solides. Nous les avons désignés par les notations suivantes : Plan 3 *m*; plan 4 *m*; plan 2 *s. m*; plan 2 *m,s* et enfin plan 2 *m.* 2 *s.*

Nous allons examiner successivement ce qui se passe lorsqu'on fait usage de ces divers plans.

PLAN 3 m.

Ce plan est déterminé comme on l'a vu par les trois points milieux des arêtes qui dans un tétraèdre aboutissent à un même sommet. (FIG. 7.)

On sait aussi que ce plan mené par rapport aux quatre sommets du tétraèdre donne un octaèdre.

Des plans parallèles au plan 3 m peuvent se concevoir dans toute la hauteur du tétraèdre et en tel nombre qu'on le voudra supposer ; d'ailleurs on peut considérer des plans menés de la même manière à chaque sommet du tétraèdre et ces plans seront toujours parallèles à la base opposée quelle que soit la forme de ce solide.

Tous ces plans se coupent de manière à constituer un réseau formé par des octaèdres qui se touchent par leurs faces.

Le clivage quelquefois possible n'est qu'une conséquence de l'existence du réseau.

Le noyau central constaté par Haüy dans les cristaux susceptibles des clivages n'est aussi que la conséquence naturelle de l'existence du réseau que renferme le tétraèdre.

MODIFICATIONS DU TÉTRAÈDRE PAR LE PLAN 3 m.

Le plan 3 m. produit sur le tétraède des effets différents selon qu'il est plus ou moins rapproché du centre de gravité de ce solide. Si le plan 3 m est très près du sommet, il produit une face modifiante triangulaire; plus bas ce triangle augmente en étendue. Si la troncature arrive jusqu'au milieu des arêtes, on obtient un triangle qui appartient à l'octaèdre et si tous les sommets se modifient ensemble, l'octaèdre est formé.

Dans le cas où le plan 3 m continuerait à descendre;

on obtiendrait le tétraèdre inverse s'il atteignait le centre de gravité des faces ; ces résultats sont très-faciles à suivre.

Il importe de bien remarquer la position que le plan 3 *m* prend relativement aux arêtes, suivant que le tétraèdre appartient à l'un ou l'autre des six systèmes de la cristallisation ; voilà les résultats principaux :

Premier système. — Les arètes qui dans ce système aboutissent à chaque sommet, sont égales et également inclinées sur la base ; d'ailleurs le plan 3 *m* est lui-même parallèle à cette base, donc la face modifiante sera également inclinée sur chaque arète. Les mêmes choses se produisent sur chaque sommet puisque le tétraèdre est régulier.

Il n'y a pas lieu à rechercher des cas particuliers, puisqu'on sait que le tétraèdre de ce système ne peut varier en aucune façon dans l'inclinaison de ses arètes.

Deuxième système. — Les arètes qui aboutissent au sommet opposé à la base équilatérale du tétraèdre de ce système sont égales et également inclinées sur la base, la face modifiante sera donc aussi également inclinée sur chacune des arètes. Il n'en est pas de même relativement aux autres sommets, car dans le tétraèdre deux des arètes s'inclinent également sur la base, mais la troisième arète a une inclinaison bien plus considérable. La face modifiante étant parallèle à la base produira des effets absolument identiques à ceux que produisent les arètes sur la base. Les modifications relativement aux trois sommets de la base donnent des résultats absolument identiques entre eux.

Pour bien apprécier dans tous les cas possibles la position de la face modifiante, il suffit de faire passer la hauteur abaissée sur la face équilatérale par tous les états de grandeur et de suivre la position que prendra chaque arète relativement au plan 3 *m*.

Troisième système. — Le tétraèdre dans ce système est formé de quatre triangles isoscèles et égaux, la simple inspection d'un tétraèdre de cette espèce fait voir que pour chaque sommet on a toujours deux arètes également inclinées sur la face modifiante et une avec une inclinaison différente. Pour suivre toutes les positions possibles des arètes sur la face modifiante il suffit de faire varier l'angle du sommet des triangles isoscèles entre 0° et 90° Dans cette analyse il faut remarqueravec soin que pour l'angle 60° du sommet on passe par le premier système, ce qui démontre que les modifications du troisième sont liées identiquement à celles du premier système.

Quatrième système. — Dans ce système on a deux formes pour le tétraèdre : 1° Ce solide est compris sous des faces isoscèles et égales deux à deux et l'étude des inclinaisons des arètes sur la face modifiante n'offre aucune difficulté.

En faisant passer ce tétraèdre par toutes les formes qu'il peut prendre en restant dans le même système on voit comment les arètes qui aboutissent à un même sommet s'inclinent sur la face modifiante. On reconnait que les inclinaisons peuvent varier par le nombre de degrés, mais que deux arètes sont toujours inclinées également sans que la troisième puisse prendre la même inclinaison ; 2° Dans la seconde forme le tétraèdre est formé par quatre triangles scalènes égaux : l'étude de l'inclinaison des arètes sur la face modifiante se ferait de la même manière et d'ailleurs les résultats se retrouveraient identiquement les mêmes que dans la première forme de ce système.

Cinquième système. — Des recherches analogues se feraient dans ce système et on reconnaîtrait que les trois arètes qui aboutissent à un même sommet ont des inclinaisons différentes sur la face modifiante.

Sixième système. — Ici chacune des arètes d'un même sommet rencontrerait la face modifiante sous des angles quelconques suivant la forme du tétraèdre.

On peut remarquer dès ce moment qu'il n'y a point lieu d'énoncer une loi de modifications relative au système régulier et une autre pour les systèmes différents; tous les systèmes sont soumis à la même loi sans aucun changement pour l'un ou l'autre système.

RAPPORT DU PLAN 3 *m* AVEC L'OCTAÈDRE INSCRIT.

Dans tous les systèmes, les faces de l'octaèdre sont engendrées par le plan 3 *m* ; par conséquent ce plan ne peut modifier en rien l'octaèdre.

MODIFICATIONS DE L'HEXAÈDRE PAR LE PLAN 3 *m*.

Nous avons vu que l'hexaèdre inscrit dans l'octaèdre a ses sommets sur les centres de gravité des faces de ce solide et que d'ailleurs les axes des solides inscrits coïncident dans leur direction et notamment l'axe du tétraèdre et celui de l'hexaèdre. Ces observations nous donnent la faculté de suivre les troncatures qu'éprouvera l'hexaèdre par le mouvement du plan 3 *m*.

Le procédé pour en suivre toutes les circonstances est celui que nous avons choisi pour étudier les effets du même plan sur les sommets de l'hexaèdre, mais les résultats ont une analogie telle que nous ne ferions, en les analysant en détail, que nous répéter, nous laissons donc au lecteur le soin de vérifier jusqu'à quel point les choses sont identiques relativement à l'inclinaison des arètes du sommet de l'hexaèdre et pour chaque système.

Cependant il est utile de faire quelques remarques ; en voici deux importantes :

Si l'on examine la position de l'hexaèdre inscrit dans l'octaèdre on voit que l'un des sommets de l'hexaèdre repose sur une face de l'hexaèdre, tandis que le sommet qui est à l'extrémité de la diagonale est opposé à un sommet du tétraèdre.

Le plan 3 *m* conduit toujours parallèlement à lui-même depuis le sommet du tétraèdre jusqu'à la base, rencontre d'abord un des sommets de l'hexaèdre un peu au-dessous de la face de l'octaèdre; mais le plan 3 *m* ne modifie le sommet diamétralement opposé de l'hexaèdre que lorsqu'il est très-près de la base du tétraèdre. Par conséquent, les sommets de l'hexaèdre sont deux à deux dans des conditions bien différentes.

Cette circonstance pourrait amener le cas où l'un des sommets de l'hexaèdre serait modifié sans que celui qui lui est opposé, même dans le système régulier, éprouve la moindre atteinte.

Ici encore la soumission de tous les systèmes cristallographiques aux mêmes lois est manifeste.

PLAN 2 *m,s*.

Nous savons que la direction du plan 2 *m,s* est déterminé par deux points milieux de deux arêtes d'un tétraèdre et un sommet de ce solide. (FIG. 8.)

On peut concevoir ce plan se mouvant dans toute l'étendue du tétraèdre; si ce plan est très près du sommet il détermine une facette triangulaire; à mesure que ce plan descend le triangle devient plus grand et il atteint son maximum sitôt qu'il repose sur les milieux de deux arêtes et sur un sommet. Si le plan continue à descendre le triangle devient un trapèze (voir la fig. 8). Ce trapèze sera de plus en plus petit si le plan continue toujours son mouvement en restant toujours parallèle à lui-même. Le plan 2 *m,s* produit donc deux espèces de modifications, l'une sur les angles solides en y opérant des troncatures assises sur les arêtes;

l'autre sur toute l'étendue des arêtes. La même opération peut se faire en prenant successivement les trois points s de la base. On a donc, par rapport à un même sommet, trois troncatures différentes ; mais on peut prendre successivement les quatre sommets du tétraèdre ; on peut donc avoir dans ce solide douze plans différents $2\ m,s$. Si les douze plans, dans un tétraèdre, se produisaient à la fois, on aurait trois troncatures sur chaque sommet et assises sur les arêtes, ainsi que douze troncatures formant biseau sur chaque arête.

Les douze plans des sommets menés convenablement donneraient lieu à la formation d'un solide à douze faces triangulaires.

Les douze troncatures sur les arêtes formeraient un solide à douze faces d'une forme différente.

Nous pouvons remarquer qu'il y a une liaison intime entre les diverses modifications des solides ; ici elles reconnaissent une même cause, elles sont produites par un même plan $2\ m,\ \dot{s}$, soit qu'elles aient lieu sur les sommets, soit qu'elles se montrent sur les arêtes.

Pour bien comprendre les lois qui président aux modifications des solides produites par le plan $2\ m,s$, il faut examiner avec soin la direction que prennent dans chaque système. les lignes directrices de ce plan ; en voici l'analyse élémentaire :

Premier système.— La face $s\,s^1\,s^2$ (FIG. 9.) du tétraèdre étant égale à la face $s\,s^2\,s^3$ le plan modifiant sera également incliné sur chacune des faces adjacentes à l'arête modifiée. Mais dans le tétraèdre régulier toutes les faces sont égales, les plans modifiant d'un même sommet seront donc dans le même cas. D'ailleurs il en est de même de tous les sommets de ce tétraèdre. Il en résulte que tous les sommets du tétraèdre régulier sont modifiés par des facettes également inclinées sur les faces. On démontrerait facilement que les modifications en biseau forment avec les faces des angles dièdres égaux.

Deuxième système. — Dans ce cas le sommet opposé à la base équilatérale est formé par trois faces égales entre elles; on en déduit que les plans modifiant 2 *m*, *s*, s'asseyant sur les arètes sont également inclinés sur les faces adjacentes.

Les angles solides à la base présentent d'autres conditions. Si les directrices du plan 2 *m*, *s* sont toutes deux dans les faces isoscèles et les points *m* sur les bases de ces faces le plan modifiant s'inclinera également sur les faces adjacentes, mais si les directrices du plan 2 *m*, *s* sont, l'une dans une face isoscèle et l'autre dans la face équilatérale le plan modifiant s'inclinera inégalement sur l'une et l'autre de ces faces.

Les modifications en biseau sur les arètes qui aboutissent au sommet opposé à la base équilatérale s'inclinent également sur les faces adjacentes, mais celles qui affectent les arêtes de la base sont inégalement inclinées sur les faces adjacentes à chacune de ces arètes.

Troisième système — Bien que dans ce système les quatre faces du tétraèdre soient égales, le plan modifiant 2 *m*, *s* dans ses diverses positions ne se présentera pas toujours dans des circonstances analogues, il faut donc considérer toutes les positions qu'il peut prendre.

Deux cas principaux peuvent se présenter car les directrices du plan 2 *m*, *s* peuvent être égales ou inégales : Dans le premier cas le plan modifiant est également incliné sur les faces adjacentes, dans le second cas, il s'incline inégalement sur les faces qui contiennent les directrices. L'inspection des figures démontre suffisamment ces divers résultats.

Les modifications en biseau qui se produisent sur les arètes des bases des triangles isoscèles limitant le tétraèdre sont également inclinées sur les faces adjacentes à ces arètes, mais les autres modifications sont inégalement inclinées sur les faces qui forment les côtés des triangles isoscèles.

Quatrième système. — Le quatrième système présente deux espèces de tétraèdre : dans la première espèce le tétraèdre est formé de triangles isoscèles égaux deux à deux, alors les modifications se présentent dans des circonstances analogues à celles du troisième système; dans la seconde espèce on retrouve des circonstances fort analogues sans changement important dans les résultats.

Cinquième système. — Le cinquième système donne aussi deux espèces de tétraèdre, mais les circonstances relative à la position du plan $2\,m,\,s$ sur les faces adjacentes sont analogues à celles des systèmes précédents et les résultats sont faciles à prévoir.

Sixième système. — Le tétraèdre étant absolument quelconque en dehors des conditions des autres systèmes, on ne peut constater aucune similitude, mais les lois d'inclinaison étant les mêmes dans tous les systèmes, les résultats sont dès lors faciles à constater dans tous les cas particuliers.

MODIFICATIONS DE L'OCTAÈDRE PAR LE PLAN $2\,m,\,s$.

Dans le mouvement du plan $2\,m,\,s$ du sommet vers la base, il arrive un moment où ce plan touche le milieu des arêtes du tétraèdre, alors le sommet de l'octaèdre est tronqué pour une position un peu inférieure et sa facette est appuyée sur la face de l'octaèdre. Si ce plan continue à se mouvoir dans le même sens et toujours parallèlement, il arrive presque à la limite extrême, et le sommet diamétralement opposé de l'octaèdre subit à son tour une modification assise aussi sur une face placée symétriquement à celle qui a été modifiée la première ; d'ailleurs on peut construire trois plans 2 *m*, *s*, par rapport à un même sommet du tétraèdre, ce qui donne six modifications sur l'octaèdre; la même chose se répétant sur les quatre sommets du tétraèdre, on obtient en tout vingt-quatre modifications sur l'octaèdre.

Ces modifications conduites convenablement donneront lieu à la production d'un solide à vingt-quatre faces. Les facettes opposées étant produites par les positions extrêmes du plan modifiant 2 *m*, *s*, les unes peuvent donc se produire indépendamment des autres.

L'inclinaison des modifications se produit d'une manière différente dans chaque système, mais les lois étant suffisamment indiquées, les résultats sont faciles à prévoir, surtout si on tient en main des octaèdres en relief de chaque système.

MODIFICATIONS DE L'HEXAÈDRE PAR LE PLAN 2 *m*, *s*.

Le plan 2 *m*, *s*, dans son mouvement continu du sommet à la base, rencontre non-seulement l'octaèdre, mais il modifie aussi l'hexaèdre en s'appuyant cette fois sur les arêtes. Dans sa position extrême, il modifie le sommet opposé d'une manière symétrique à la première modification.

On a déjà vu que dans le tétraèdre on peut mener douze plans 2 *m*, *s*. ; d'ailleurs chaque position de ce plan produit deux modifications sur l'hexaèdre, le plan 2 *m*, *s*. peut donc donner les vingt-quatre modifications possibles sur les huit sommets de l'hexaèdre.

On peut remarquer une fois encore que la moitié des modifications sont dans une condition différente des douze autres.

L'étude de l'inclinaison des plans modifiants se ferait pour l'hexaèdre d'une manière très-facile après ce que nous avons déjà vu.

PLAN 2 *s*, *m*.

Nous avons vu que la direction du plan 2 *s*, *m* est déterminée par deux sommets du tétraèdre et le centre de gravité de l'arête qui n'a aucun point commun avec les deux sommets. (FIG. 10.)

Le plan 2 *s*, *m* est un plan médian du tétraèdre.

En prenant successivement les trois arêtes qui aboutissent à un même sommet, on a trois plans médians différents ; mais on peut prendre aussi successivement les milieux des six arêtes du tétraèdre, on a donc en définitive six plans médians différents, car les plans se confondent deux à deux.

MODIFICATIONS DU TÉTRAÈDRE PAR LE PLAN 2 *s*, *m*.

On peut mener parallèlement à ce plan 2 *s*, *m* autant de plans qu'on en peut concevoir, mais le plan 2 *s*, *m*, dans ses positions extrêmes, opère une troncature sur deux sommets extrémités d'une même arête ; les six plans 2 *s*, *m* forment donc douze troncatures, trois sur chaque sommet, assises sur les faces.

On sait maintenant que les modifications se font par une même cause dans tous les systèmes et que les différences qu'on observe dans les résultats tiennent seulement à la forme du tétraèdre. Nous n'examinerons pas les différences, parce que d'après ce qui a été dit précédemment il est très-facile de les étudier ou de les prévoir.

MODIFICATION DE L'OCTAÈDRE PAR LE PLAN 2 *s*, *m*.

En examinant avec attention les positions du plan 2 *s*, *m* relativement aux solides inscrits, on voit que l'octaèdre est modifié par ce plan et qu'il y produit des troncatures tangentes aux arêtes. Un même plan dans son mouvement peut modifier deux arêtes opposées de l'une des bases de l'octaèdre et comme on peut mener six plans 2 *s*. *m* différents dans un tétraèdre les douze arêtes de l'octaèdre peuvent être modifiées par ce même plan.

L'étude des positions du plan 2 *s*, *m* sur les arêtes des octaèdres des différents systèmes ne peut offrir aucune difficulté ; nous ne les examinerons pas séparément ; ces résultats sont d'ailleurs les mêmes que ceux qui sont annoncés dans tous les traités de cristallisation.

MODIFICATIONS DE L'HEXAÈDRE PAR LE PLAN 2 *s*, *m*.

Le plan 2 *s*, *m* produit des modifications sur les arêtes de l'hexaèdre ; dans le système régulier ces modifications sont tangentes : il doit en être ainsi, car aussitôt que le plan 2 *s*, *m* passe par le centre de gravité d'une des faces de l'octaèdre, il passe aussi par le centre de gravité d'une face du tétraèdre, mais ces deux points sont les extrémités de l'une des arêtes de l'hexaèdre et en raison de la régularité du tétraèdre, le plan 2 *s*, *m* sera tangent à cette arête.

Dans les autres systèmes la modification sur les arêtes s'incline inégalement sur les faces adjacentes, sans appeler une seconde modification.

On a vu que dans le tétraèdre on peut mener six plans 2 *s*, *m* différents, mais comme chacun d'eux peut toucher deux arètes de l'hexaèdre les douze arêtes peuvent être modifiées.

PLAN 4 *m*.

Nous avons vu dans les préliminaires la définition de ce plan ; il est parallèle à la fois à deux arêtes du tétraèdre qui n'ont aucune extrémité commune. Le plan 4 *m*. peut prendre naissance trois fois, par rapport à un même sommet du tétraèdre ; en répétant la même opération sur chaque sommet on aura douze plans, mais ils se confondent deux à deux ; on n'a donc en réalité que six plans 4 *m*. pour un même tétraèdre. (FIG. 11.)

En faisant mouvoir ce plan parallèlement à lui-même on voit que dans ses positions extrêmes il opère une troncature dans le tétraèdre et sur chacune des arêtes qui n'ont aucune extrémité commune ; on aurait donc douze troncatures, mais il est facile de voir qu'elles se confondent deux à deux : il n'y a donc qu'une troncature sur chaque arête.

Dans le système régulier cette troncature est tangente, mais dans les systèmes obliques la troncature s'incline différemment sur les faces adjacentes sans appeler une seconde troncature qui formerait biseau. Ce résultat est contraire à ce que prévoyait l'ancienne théorie.

Tous ces plans 4 *m*. se coupent sous des angles qui dépendent de la forme du tétraèdre, et ils constituent dans le tétraèdre un réseau très-différent de celui que donne les plans 3 *m*.

MODIFICATIONS DU TÉTRAÈDRE PAR LE PLAN 4 *m*.

Si un plan mené parallèlement au plan 4 *m* est très-près d'une des arêtes, sa modification sera très-étroite, et si le plan s'en éloigne la modification deviendra de plus en plus large. Pour connaître la position de cette facette sur les plans du tétraèdre il faut examiner successivement les tétraèdres des six systèmes de critallisation : cette étude n'offre aucune difficulté.

Les plans 4 *m* conduits convenablement donneraient naissance à un hexaèdre dont la forme dépend du système de cristallisation.

Le plan 4 *m* ne peut donc pas modifier l'hexaèdre.

MODIFICATIONS DE L'OCTAÈDRE PAR LE PLAN 4 *m*.

Les six plans 4 *m* d'un tétraèdre ou leurs parallèles produisent des modifications sur les six sommets de l'octaèdre. L'examen de l'effet produit relativement à tous les octaèdres des systèmes différents est tout aussi facile que dans la plupart des cas précédents; nous ne nous y arrêterons pas non plus.

PLAN 2 *s*, *m*.

Si on prend le milieu de deux arêtes qui aboutissent à un même sommet et considérées comme base de triangles et qu'on joigne chacun de ces points aux sommets opposés, on a deux lignes situées dans deux faces adjacentes qui seront les directrices du plan $2m, 2s$. (FIG. 12.)

Ce plan ne peut pas passer par ces deux lignes, il ne peut satisfaire qu'à la condition de passer par l'une d'elles et d'être parallèle à l'autre.

Ce plan, une fois déterminé, peut se mouvoir parallèlement à lui-même dans toute l'étendue du tétraèdre.

Si, conformément à ce qui vient d'être dit, on trace les deux lignes $s^1\ m^1$, $s^2\ m^2$, respectivement dans les faces 1 et 2 (FIG. 13) et qu'on s'en serve comme directrices, on aura l'un des plans 2 *s* 2 *m*; mais si sans changer de faces on trace les lignes $m^1\ s^3$, $m^2\ s^2$ (FIG.

13), on obtiendra deux autres directrices qui serviront à construire un second plan 2 *s* 2 *m*. En opérant de la même manière, par rapport aux faces 2 et 3, on aura deux nouveaux plans 2 *s* 2 *m*, et enfin avec les faces 1 et 3 deux autres encore seront construits. On peut donc concevoir six plans 2 *s* 2 *m*, par rapport à un même sommet du tétraèdre et les quatre sommets donneraient vingt-quatre plans 2 *s* 2 *m* différents.

MODIFICATIONS DU TÉTRAÈDRE PAR LE PLAN 2 *s* 2 *m*.

Chacun de ces plans déterminés comme il vient d'être dit, modifie le sommet du tétraèdre par une facette qui s'incline inégalement sur chaque face de ce solide, à quelque système qu'il appartienne. Les angles solides du tétraèdre seront aussi modifiés par six facettes qui s'inclineront l'une par rapport à l'autre, suivant le système auquel le tétraèdre appartient.

Ces facettes prolongées suffisamment, donnent des solides à vingt-quatre faces triangulaires qui varient avec la forme du tétraèdre.

Il n'entre pas dans le but de notre essai de rechercher toutes les modifications des cristaux produites par les divers plans dont nous avons fait usage ; nous ne pousserons donc pas plus loin cette étude.

Nous n'abandonnerons cependant pas ce chapitre sans faire la récapitulation suivante :

RÉSUMÉ DES MODIFICATIONS DU TÉTRAÈDRE PAR LES DIFFÉRENTS PLANS.

PLAN 3 *m*. — Modifications sur les sommets du tétraèdre ; conduites convenablement, elles donnent naissance à l'octaèdre et au tétraèdre inverse. Modifications sur les sommets de l'hexaèdre.

PLAN 2 *m s*. — Modifications du tétraèdre sur les sommets et assises sur les arêtes ; modifications du tétraèdre par des facettes en biseau sur les arêtes ; modifications de l'octaèdre par des facettes appuyées sur les faces de l'octaèdre ; modifications de l'hexaèdre par des facettes s'appuyant sur les arètes.

PLAN 2 *s m*. — Trois troncatures sur des sommets du tétraèdre et assises sur les faces ; modifications de l'octaèdre par des facettes sur les arêtes ; modifications sur les arêtes de l'hexaèdre.

PLAN 4 *m*. — Modifications des arêtes du tétraèdre ; modifications sur les six sommets de l'octaèdre ; les modifications bien conduites donnent naissance à l'hexaèdre.

PLAN 2 *m* 2 *s*. — Modifications du tétraèdre par six facettes sur les sommets du tétraèdre.

Les modifications du tétraèdre sont celles que l'observation avait fait reconnaître depuis longtemps. Celles de l'octaèdre et de l'hexaèdre donnent naissance à tous les solides que la science avait reconnus.

THÉORIE ET HYPOTHÈSES DE HAUY.

La théorie de Haüy, qui a jeté une si grande lumière sur l'étude de la cristallographie, a ouvert la route à tous les progrès subséquents ; quelques-unes de ses hypotèhses ont été abandonnées, quelques principes se sont modifiés dans leur énoncé trop absolu, mais cette théorie restera à tout jamais célèbre comme point de départ de la science véritable

Haüy avait fait quelques hypothèses pour se rendre compte des formes si variées des cristaux que l'on rencontre dans la nature ; voici les principales :

MOLÉCULES INTÉGRANTES. — Haüy admettait pour les cristaux des formes primitives et des formes secondaires. Pour expliquer la formation des cristaux qui servent de base aux formes secondaires, il fallait supposer que le cristal primitif est composé d'une infinité de molécules intégrantes ; il leur donne trois formes différentes : le tétraèdre irrégulier d'une forme particulière, le prisme triangulaire à base régulière, et le cube.

FORMES PRIMITIVES. — Selon Haüy, les formes primitives sont au nombre de cinq : 1° le tétraèdre régulier qui est le résultat de la réunion de deux tétraèdres irréguliers ; 2° l'octaèdre régulier qui résulte de la réunion de quatre tétraèdres irréguliers ; 3° le parallélipipède qui est dû à la réunion de deux ou plusieurs cubes ou de plusieurs prismes triangulaires, ou même un certain nombre de tétraèdres, selon qu'il est rectangle ou oblique ; 4° le prisme hexaèdre régulier dont la forme est due à la réunion de plusieurs prismes triangulaires ; 5° le dodécaèdre rhomboïdal qui résulte de la réunion de vingt-quatre tétraèdres.

FORMES SECONDAIRES. — Les formes secondaires résultent des modifications des formes primitives, suivant certaines règles géométriques de décroissement. Les formes secondaires, suivant Haüy, sont très-variées et multipliées.

PERMANENCE DES ANGLES. — Les observations les plus minutieuses ont convaincu que les angles des cristaux ne sont pas aussi fixes que l'avait pensé Haüy ; ce n'est que lorsque toutes les circonstances qui accompagnent la cristallisation sont absolument identiques que les angles des minéraux sont égaux.

De toutes les hypothèses qu'avait faites Haüy, il n'est guère resté que la loi de symétrie qui d'ailleurs n'est vraie qu'en partie, toutes les autres hypothèses ont été successivement abandonnées. Il est donc indispensable de discuter la loi de symétrie.

LOI DE SYMÉTRIE.

Cette loi qui fait partie de la théorie de Haüy, est presque la seule qui soit conservée par la plupart des cristallographes. Ils font des efforts d'imagination pour expliquer les exceptions que la nature montre daus un certain nombre de cristaux. Voici l'énoncé de cette loi remarquable :

« *Dans tout cristal les parties de même espèce sont toutes modifiées à la fois et de la même manière, et les parties différentes sont modifiées isolément ou d'une manière différente.* » (Beudant)

Cet énoncé tel que les cristallographes le comprennent est une loi empirique que rien ne justifie et qui est au contraire contredite dans plusieurs cas par des exceptions connues depuis longtemps.

Il est vrai que si on considère un cube isolément, on ne comprend pas la raison pour laquelle un certain nombre d'angles ou d'arêtes seraient modifiés, tandis que les autres resteraient intacts; c'est pour cette raison que la majorité des cristallographes ont admis la loi de symétrie formulée par tous, à peu près de la même manière. Mais lorsqu'on considère le cube inscrit dans l'octaèdre, et celui-ci dans le tétraèdre, on change bien vite de manière de voir.

Dans ce cas on remarque facilement que le plan $3\,m$ peut affecter les quatre sommets libres de l'hexaèdre sans toucher à ceux qui lui sont opposés et qui se trouvent au centre de gravité des faces du tétraèdre. D'ailleurs, le plan $3\,m$ agit de la même manière sur les hexaèdres inscrits de tous les systèmes, et dans l'énoncé de la loi de symétrie on accorde que pour les systèmes non réguliers quatre sommets peuvent être tronqués à l'exclusion des quatre autres ; pouquoi donc, dans le système régulier, en serait-il autrement? Ce qui se produit dans un système doit se répéter d'une manière analogue dans tous les autres, ce que notre théorie démontre géométriquement.

Un autre cas de dissimilitude a été reconnu, il consiste dans des troncatures des arêtes du cube, inclinées inégalement sur les faces adjacentes et sans appeler une seconde troncature disposée en sens inverse. Ces troncatures sont dues au plan 2 *s*, 2 *m* qui agit de même dans tous les systèmes et qui modifie les hexaèdres inscrits dans les tétraèdres, suivant leurs formes particulières.

L'éminent naturaliste, M. Delafosse, a présenté une explication qui ferait que les exceptions à la loi de symétrie ne sont qu'apparentes ; cette explication réside dans une hypothèse extrêmement ingénieuse ; elle consiste à considérer un cube comme l'assemblage de tétraèdres arrangés de façon que l'une des extrémités du cube d'une diagonale présente le sommet de l'un des petits tétraèdres, tandis que l'autre extrémité de la diagonale présente la base d'un de ces solides générateurs du cube. Les extrémités d'une même diagonale n'étant pas dans les mêmes conditions, l'une peut être modifiée, tandis que l'autre resterait intacte.

M. Leymerie a généralisé cette explication et l'a rendue applicable au second cas de dissimilitude, c'est-à-dire à celui qui affecte les arêtes. Voici son énoncé :
« *Tout polyèdre hémiédrique est constitué par des*
« *molécules dont la forme est justement celle du solide*
« *particulier qu'on obtient par l'effet le plus simple*
« *d'hémiédrie.* »

Nous ferons remarquer que dans cette hypothèse les molécules sont tantôt tétraédriques, tantôt dodécaédriques ou même de telle autre forme, sans qu'aucune cause ne justifie ces formes dissemblables ; d'ailleurs M. Gaudin, qui ne partage pas les mêmes vues, fait arbitrairement toutes les molécules sphériques

Nous pensons qu'il faut réduire les hypothèses au plus petit nombre possible et ici elles paraissent se multiplier suivant les cas différents, et être imaginées pour les besoins de la cause.

L'hypothèse de M. Delafosse l'a amené à considérer trois espèces de cubes : un homoèdre et deux hémiédres ; le premier est le type du système régulier et les deux autres en sont des sous-types. Les autres systèmes cristallins ont été divisés d'une manière analogue et le nombre des systèmes cristallographiques est ainsi porté jusqu'à ce moment à onze. Dans notre théorie nous continuons à ne reconnaître que six systèmes différents de cristallisation.

Nous terminerons l'examen de la loi de symétrie en étudiant séparément les quatre cas présentés par Beudant.

PREMIER CAS. — « *Les arêtes et les angles solides de même espèce sont toutes modifiées à la fois et de la même manière.* »

« Cette règle présente peu d'exceptions en comparai-
« son du nombre de faits qui l'établissent ; il est à re-
« marquer que ces exceptions ne sont pas constantes
« et qu'elles ne suivent aucune loi, ce qui paraît dé-
« montrer qu'elles ne tiennent qu'à des circonstances
« accidentelles. » (Beudant.)

Plus tard Beudant s'est rallié à la manière de voir de M. Delafosse, et dans son cours élémentaire d'histoire naturelle (minéralogie et géologie) il dit : « On
« peut penser que si tous les angles du cube sont géo-
« métriquement identiques, ils ne le sont pas physi-
« quement et que sous ce rapport la loi de symétrie
« subsiste, cela dépendra de la forme de la molé-
« cule, etc »

Si la cause de l'hémiédrie était dans la forme des molécules, pourquoi l'hémiédrie ne se reproduirait elle pas constamment dans la même substance?

Nous avons discuté les hypothèses, nous ferons seulement remarquer que contrairement à l'énoncé du premier cas de la loi de symétrie il se produit réellement des exceptions.

DEUXIÈME CAS. — « *Les arêtes ou les angles solides* « *d'espèces différentes sont modifiées différemment.* » (Beudant.)

« Cette règle n'offre pas d'exceptions, du moins ri- « goureusement établies, ce qui est fort remarquable, « car théoriquement parlant, on conçoit très-bien que « dans certains cas, des arêtes ou des angles solides « d'espèces différentes puissent être modifiées exacte- « ment de la même manière. Ainsi on conçoit très- « bien qu'il pourrait exister sur les arêtes des bases « d'un prisme à base carrée des modifications de « même espèce que celles qui se trouvent sur les arêtes « latérales. » (Beudant.)

Dans notre théorie *la réalisation* de modifications de même espèce de toutes les arètes d'un prisme à base carrée *est impossible*, et notre théorie a cela de bon d'être d'accord avec les faits.

TROISIÈME CAS. — « *Lorsqu'une arête ou un angle* « *solide sont formés par des plans de même espèce,* « *les modifications produisent le même effet sur cha-* « *cun de ces plans.* » (Beudant.)

« Il y a à cette partie de la règle générale des excep- « tions plus importantes que celles que nous avons « citées précédemment en ce qu'elles se manifestent « constamment. Ainsi, il arrive fréquemment qu'il « n'existe qu'une seule facette sur une arête ou sur « un angle déterminé, quoiqu'elle n'offre pas la condi-

« tion d'égalité d'inclinaison sur les faces ou les arêtes « adjacentes. » (Beudant.)

Ce qui paraît étonnant dans la théorie que nous combattons, n'est pour nous que la conséquence naturelle des principes que nous avons posés dans notre théorie.

QUATRIÈME CAS. — « *Lorsqu'une arête ou un angle « solide se trouvent formés par des plans d'espèces « différentes, les modifications produisent des effets « différents sur chacun de ces plans.* » (Beudant)

« Cette règle qui correspond à la deuxième, n'offre « comme elle aucune exception, ce qui est aussi fort « remarquable, parce que théoriquement on peut con- « cevoir dans beaucoup de cas que des modifications « produisent des effets semblables sur des faces dif- « férentes, ou entraîne une seconde facette qui pro- « duise sur un plan l'effet de la première sur l'autre, « ces modifications ne sont pas avouées par la na- « ture. » (Beudant.)

Ces faits qui font l'étonnement de Beudant sont cependant tout naturels, les modifications dans ce quatrième cas de la règle générale ne peuvent *jamais* s'incliner également sur les deux plans, ni appeler une seconde facette.

Ce qu'il y a de remarquable dans ces quatre cas, c'est que, lorsque la théorie que nous combattons ne veut pas d'exceptions, il s'en produit dans les faits, et lorsqu'elle en prévoit il n'en arrive jamais.

Notre théorie est parfaitement d'accord avec les faits naturels, dans le premier cas elle admet des exceptions, dans le second, jamais.

THÉORIE DE M. GAUDIN.

M. Gaudin a publié une suite de travaux sur la cristallisation; l'un de ses opuscules porte pour titre : *Recherches sur le groupement des atômes dans les molécules et sur les causes les plus intimes des formes cristallines*. Plus tard le même auteur a donné un autre travail intitulé : *Morphogénie moléculaire et cristallogénie.*

M. Delafosse apprécie ainsi la théorie de ce cristallographe distingué : L'auteur suppose d'abord que dans toutes les combinaisons chimiques, les plus compliquées comme « les plus simples, ils s'opère une « dissociation complète des atômes élémentaires des « composants, et qu'ensuite tous ces atômes indis- « tinctement, par exemple tous les atômes d'oxigène « qui dans les sels proviennent de l'eau, des bases et « des acides, aussi bien que les atômes des radicaux « se réunissent pêle-mêle pour former un tout symé- « trique. Une telle supposition n'est guère probable...

. . . .

« L'auteur groupe ensuite les atômes simples par « piles inégales qu'il entremêle et combine à son gré, « et il suppose que tous les atômes, quelle que soit « la différence de nature et de poids, se place toujours « à des distances égales les unes des autres ; la seule « condition qu'il cherche à remplir, c'est d'employer « tous ceux que lui donne la formule atomique, de fa- « çon à composer un tout qui ait une certaine harmo- « nie ; mais la symétrie qu'il adopte est presque tou- « jours en opposition avec celle de la forme cristalline « du composé. (Delafosse.) »

Nous partageons absolument les vues de M. Delafosse, relativement à l'appréciation du système de M. Gaudin.

GROUPEMENT DES CRISTAUX ET HÉMITROPIE.

Le groupement des cristaux ne se fait pas toujours au hasard et les irrégularités qu'on a cru reconnaître ne sont souvent qu'apparentes. Nous pensons que les groupements proviennent de deux causes : les uns sont dus à la structure intérieure des cristaux, les autres sont les résultats du groupement primitif de tétraèdres qui, après s'être modifiés comme si chaucun d'eux était isolé, ne laissent plus que des solides groupés face à face, sommet à sommet soit de toute autre manière compatible avec la position primitive et possible de deux ou plusieurs tétraèdres.

Pour procéder d'une manière certaine à la découverte des lois de groupement, il conviendrait de rassembler des cristaux naturels et groupés et de rétablir soit par le calcul, soit par des constructions géométriques des tétraèdres autour de chacun des éléments du groupe. Nous pensons qu'on arriverait ainsi à une explication toujours très-simple de tous les cas que la matière offre à nos observations.

Nous allons examiner quelques cas de ces groupements de tétraèdres et chercher les conséquences qui s'en suivront.

Deux tétraèdres peuvent se grouper base à base.

Les six tétraèdres de l'un des systèmes peuvent se grouper de cette façon, pourvu que ces tétraèdres soient égaux ou symétriques. Si chacun de ces tétraèdres se modifient, il en peut résulter des octaèdres base à base ou des hexaèdres sommet à sommet

Suivant la nature des tétraèdres tous les angles peuvent être saillants, mais il peut se produire des angles rentrant.

On peut concevoir que les tétraèdres, d'abord base à base, se pénètrent, les faces restant, dans leurs mouvements, toujours parallèles à elles-mêmes jusqu'à ce que ces solides aient leur centre de gravité commun. Si les tétraèdres, dans cette position, se modifient séparément pour donner chacun un octaèdre, ces solides seront placés comme dans les hémitropies. Il suffit donc d'avoir deux tétraèdres groupés, comme il vient d'être dit, pour avoir une explication facile des cas d'hémitropies. On sait que ces sortes de groupements n'avaient reçu aucune explication.

Si un grand nombre de tétraèdres se groupent ayant tous le même centre de gravitè, on peut obtenir des espèces de boules dont la surface ne présente que les sommets de solides inscrits, les tétraèdres s'étant modifiés préalablement.

Ce n'est que dans une étude complète des assemblages des cristaux naturels qu'on pourrait trouver tous les cas adoptés par la nature et qu'on pourrait formuler les lois des groupements.

THÉORIES REMARQUABLES.

Les cristallographes ont fait depuis Haüy des découvertes remarquables qui ont extrêmement changé la marche de la science et qui lui ont donné une impulsion qui ne s'est point encore arrêtée. En voici quelques-unes :

ISOMORPHISME. — La belle découverte de M. Mitschereich, et qui a reçu le nom d'isormorphisme, est bien connue de tous les cristallographes ; nous ne la décrirons pas ici, notre but n'étant pas de faire un traité complet. Il nous suffit de dire que cette propriété des minéraux n'a rien de contraire à notre théorie.

DIMORPHISME ET POLYMORPHISME. — La propriété que possède une substance de cristalliser dans plusieurs systèmes ne saurait en rien infirmer notre manière de voir relativement à la genèse de formes cristallographiques.

PLESIOMORPHISME. — Les cas de plésiomorphisme décrits avec la science profonde de M. Delafosse n'ont rien que notre théorie n'avoue, soit que ces cas entraînent ou non un changement de système.

Nous n'entrerons pas dans plus de détails, puisque nous ne ferions rien connaître de nouveau.

EXPÉRIENCES REMARQUABLES.

Les belles expériences de M. Pasteur, et entre autres celle qui fait voir comment un cristal rompu ou usé artificiellement, ou enfin clivé, peut se compléter rapidement lorsqu'il est placé dans une eau mère, sont absolument avouées par notre théorie et elle peut même en tirer une confirmation, ce qui n'est pas un mince avantage.

Nous ne pouvons résumer ici tous les détails des travaux des savants cristallographes, ce n'est que dans un traité complet qu'ils pourraient trouver leur place.

Nous terminerons en citant les hypothèses absolument contraires à notre théorie que nous croyons la seule jusqu'à présent capable de relier tous les faits connus dans une seule et même hypothèse.

Ainsi nous ne pouvons nous associer à la manière de voir de M. Baudrimont, savant naturaliste qui voit des cas tératologiques dans la forme de certains cristaux. S'ils ne se montrent pas toujours conformés suivant les idées préconçues, c'est que la nature n'agit pas comme l'ancienne théorie l'avait prévu. D'ailleurs, les phénomènes de tératologie, tels qu'ils sont connus dans la science, sont incompatibles avec les lois physiques qui agissent constamment de la même manière. Nous ne saurions reconnaître de *cristaux déformés*, de *cristaux oblitérés*. Une bonne théorie doit prévoir tous les cas et les faire entrer dans l'énoncé d'un petit nombre de lois très-simples et qui ne peuvent admettre d'exception.

Nous ne pourrions non plus suivre les naturalistes qui disent : « Les cristaux naturels ne doivent pas « être confondus avec de simples formes ; on doit y « voir des êtres naturels doués d'une structure inté« rieure et de propriétés physiques variées. »

Un cristal est un assemblage de molécules qui se sont groupées suivant les lois de l'attraction et de l'affinité.

Le mot *être* entraîne l'idée d'individualité, mais on sait que si on frappe doucement sur un rhomboèdre de calcaire, on obtient un grand nombre de petits rhomboèdres tout aussi complets que celui qu'on a divisé et tous doués des mêmes propriétés. Il s'en suivrait qu'un individu serait composé d'une foule d'individus, ce qui n'est pas clair.

LOIS DE LA CRISTALLISATION.

Toute cristallisation commence par un tétraèdre.

Les solides octaèdre et hexaèdre résultent de la substitution des centres de gravité des éléments du tétraèdre (arêtes, surfaces) aux sommets de ce solide.

Il y a six systèmes de cristallisation.

Tout tétraèdre appartient à l'un des six systèmes de cristallisation.

Les modifications des solides résultent de l'action réciproque des centres de gravité des arêtes, des surfaces et du tétraèdre les uns sur les autres.

Les modifications des solides sur les arêtes ou sur les sommets reconnaissent une même cause.

Tous les systèmes sont soumis aux mêmes lois de cristallisation, sans que le système régulier puisse faire exception.

Il ne peut y avoir de cristaux déformés ni oblitérés.

Les groupements des cristaux doivent être étudiés en tenant compte de la forme et des positions respectives des tétraèdres qui ont donné lieu à la formation des solides groupés.

Les hémitropies sont dues à deux tétraèdres placés symétriquement, qui ont le même centre de gravité et qui ont subi des modifications.

FIN.

SOISSONS. — IMP. A. MICHAUX.