

ENCYCLOPÉDIE SCIENTIFIQUE

PUBLIÉE SOUS LA DIRECTION DU D^r TOULOUSE

BIBLIOTHÈQUE

DIRECTEUR

DE MÉCANIQUE APPLIQUÉE ET GÉNIE

M. D'OCAGNE

Ponts Suspendus

Tome Premier

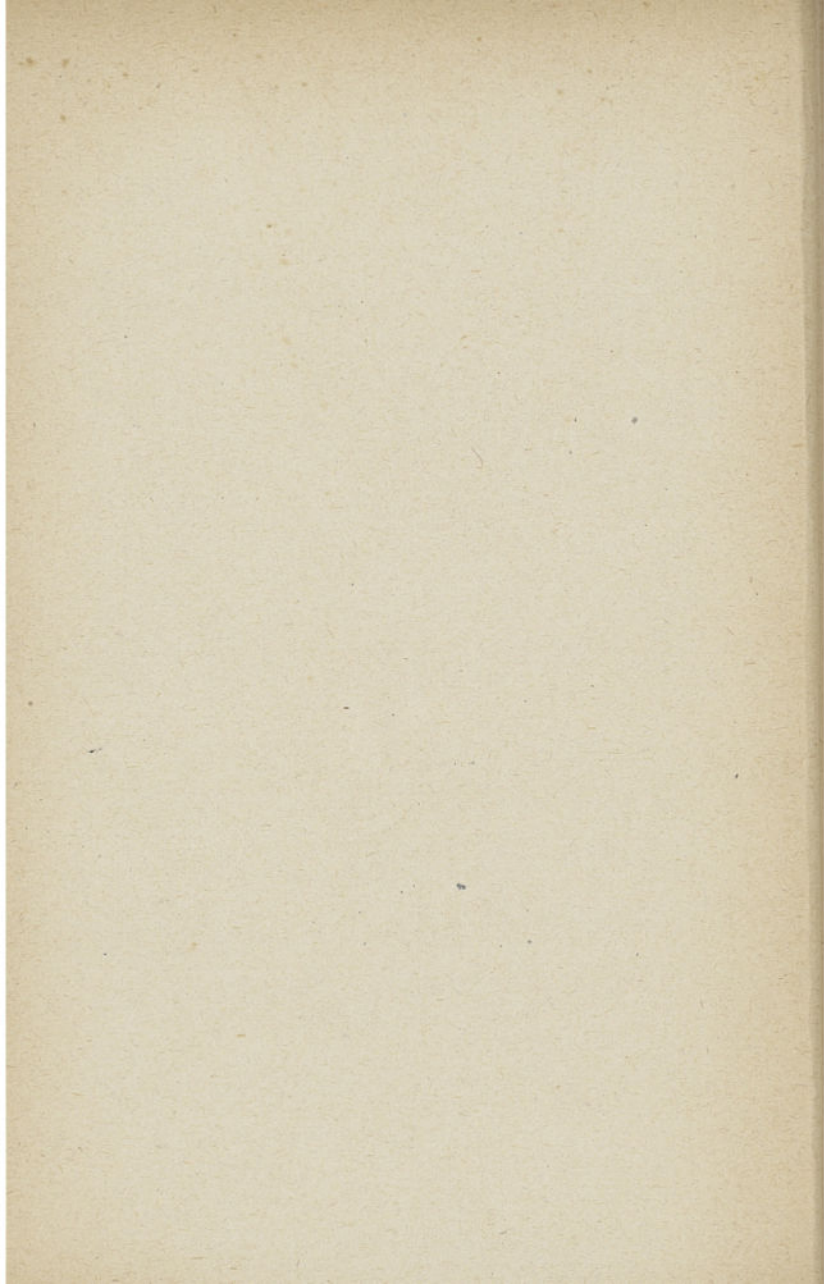
Ponts Suspendus Flexibles et Semi-Rigides

PAR

G. LEINEKUGEL LE COCQ



O. DOIN ET FILS. EDITEURS, PARIS



Octave DOIN et FILS, éditeurs, 8, place de l'Odéon, Paris

ENCYCLOPÉDIE SCIENTIFIQUE

Publiée sous la direction du D^r TOULOUSE,

BIBLIOTHÈQUE

DE MÉCANIQUE APPLIQUÉE ET GÉNIE

Directeur : M. D'OCAGNE

Ingénieur en chef des Ponts et Chaussées

Professeur à l'École des Ponts et Chaussées

Répétiteur à l'École Polytechnique

On oppose assez volontiers, dans le domaine de la mécanique appliquée, l'homme de la théorie à l'homme de la pratique. Le premier, enclin aux spéculations abstraites, est tenu pour préférer aux problèmes qu'offre la réalité ceux qui se prêtent plus aisément aux solutions élégantes et, par suite, pour être disposé à négliger, en dépit de leur importance intrinsèque, telles circonstances qui seraient de nature à entraver le jeu de l'instrument analytique; le second, au contraire, uniquement soucieux des données de l'empirisme, pour regarder toute théorie scientifique comme un luxe superflu dont il vaut mieux se passer.

Ce sont là des tendances extrêmes contre lesquelles il convient de se mettre en garde. S'il est vrai que certains

esprits, séduits par l'imposante beauté de la science abstraite, ont quelque répugnance à se plier aux exigences de la réalité, généralement difficiles à concilier avec une aussi belle harmonie de forme, que d'autres, en revanche, par crainte des complications qu'entraîne à leurs yeux l'appareil analytique, — peut-être aussi, parfois, en raison de leur manque d'habitude à le manier, — tendent à méconnaître les éminents services qu'on en peut attendre, il n'en reste pas moins désirable, pour le plus grand bien des applications, de voir réaliser l'union la plus intime de la théorie et de la pratique, de la théorie qui coordonne, synthétise, réduit en formules simples et parlantes les faits révélés par l'expérience, et de la pratique qui doit, tout d'abord, les en dégager. La vérité est que l'une ne saurait se passer de l'autre, que toutes deux doivent progresser parallèlement. Ce n'est pas d'hier que Bacon l'a dit : « Si les expériences ne sont pas dirigées par la théorie, elles sont aveugles ; si la théorie n'est pas soutenue par l'expérience, elle devient incertaine et trompeuse. »

Développant cette pensée, un homme qui, dans un domaine important de la Mécanique appliquée, a su réaliser, de la façon la plus heureuse, cette union si désirable, s'est exprimé comme suit¹ : « ... La théorie n'a point la prétention de se substituer à l'expérience ni de se poser en face d'elle en adversaire dédaigneux. C'est l'union de ces deux opérations de l'esprit dans une règle générale pour la recherche de la vérité qui constitue l'essence de la méthode : la théorie est le guide qu'on prend au départ, qu'on interroge sans cesse le long de la route, qui instruit toujours par ses réponses, qui indique le chemin le plus sûr et qui découvre l'horizon le plus vaste. Elle saura réunir dans une

¹ Commandant P. CHARBONNIER : *Historique de la Balistique Extérieure à la commission de Gênes*, p. 6.

même explication générale les faits les plus divers, conduire à des formules d'un type rationnel et à des calculs d'une approximation sûre.

« La science aura plus d'audace parce qu'elle aura une base plus large et plus solidement établie. Les résultats expérimentaux, au lieu de faire nombre, viendront à chaque instant contribuer à asseoir la théorie, et ce n'est plus en eux-mêmes que les faits seront à considérer, mais suivant leur place rationnelle dans la science. La théorie saura mettre l'expérimentateur en garde contre les anomalies des expériences, et l'expérience, le théoricien contre les déductions trop audacieuses de la théorie. »

Ces quelques réflexions pourraient servir d'épigraphe à la première moitié de la présente Bibliothèque consacrée à la MÉCANIQUE APPLIQUÉE. Elles définissent l'esprit général dans lequel sont conçus ses volumes : *application rationnelle de la théorie, poussée aussi loin que le comporte l'état actuel de la science, aux problèmes tels qu'ils s'offrent effectivement dans la pratique, sans rien sacrifier des impérieuses nécessités de celle-ci à la plus grande facilité des déductions de celle-là.*

Il ne s'agit pas, dans l'application scientifique ainsi comprise, de torturer les faits pour les forcer à rentrer, vaille que vaille, dans le cadre de théories, plus ou moins séduisantes, conçues à priori, mais de plier la théorie à toutes les exigences du fait ; il ne s'agit pas de forger des exemples destinés à illustrer et à éclairer l'exposé de telle ou telle théorie (comme cela se rencontre dans les Traités de mécanique rationnelle où une telle manière de faire est, vu le but poursuivi, parfaitement légitime), mais de tirer de la théorie toutes les ressources qu'elle peut offrir pour surmonter les difficultés qui résultent de la nature même des choses.

Quand les problèmes sont ainsi posés, ils ne se prêtent généralement pas à des solutions aboutissant directement à

des formules simples et élégantes; ils forcent à suivre la voie plus pénible des approximations successives: mais définir par une première approximation l'allure générale d'un phénomène, puis, par un effort sans cesse renouvelé, arriver à le serrer de plus en plus près, en se rendant compte, à chaque instant, de l'écartement des limites entre lesquelles on est parvenu à le renfermer, c'est bel et bien faire œuvre de science; et c'est pourquoi, dans une Encyclopédie qui, comme son titre l'indique, est, avant tout *scientifique*, la Mécanique appliquée a sa place marquée au même titre que la Mécanique rationnelle.

La seconde moitié de la Bibliothèque est réservée aux divers arts techniques dont l'ensemble constitue ce qu'on est ordinairement convenu d'appeler le GÉNIE tant civil que militaire¹ et maritime.

Ici, de par la force même des choses, l'exposé des principes s'écarte davantage de la forme mathématique pour se rapprocher de celle qui est usitée dans le domaine des sciences descriptives. Cela n'empêche d'ailleurs qu'il n'y ait encore, dans la façon de classer logiquement les faits, d'en faire saillir les lignes principales, surtout d'en dégager des idées générales, possibilité d'avoir recours à une méthode vraiment scientifique.

Telle est l'impression qui se dégagera de l'ensemble de cette Bibliothèque dont les volumes ont été confiés à des spécialistes hautement autorisés, personnellement adonnés à des travaux rentrant dans leurs cadres respectifs et, par cela même, pour la plupart du moins, ordinairement détournés du labeur de l'écrivain dont ils ont occasionnellement accepté la charge en vue de l'œuvre de mise au point dont les conditions générales viennent d'être indiquées.

¹ Le mot étant pris dans sa plus large acception et s'étendant tout aussi bien à la technique de l'Artillerie qu'à l'ensemble de celles qui sont plus particulièrement du ressort de l'arme à laquelle on applique le nom de Génie.

Il convient d'ajouter que le programme de cette Bibliothèque, — dont la liste ci-dessous fait connaître une première ébauche, susceptible de revision et de compléments ultérieurs, — s'étendra à toutes les parties qui peuvent intéresser l'ingénieur mécanicien ou constructeur, à l'exception de celles qui ont trait soit aux applications de l'Electricité, soit à la pratique de la construction proprement dite, rattachées, dans cette Encyclopédie, à d'autres Bibliothèques (29 et 33).

Les volumes sont publiés dans le format in-18 jésus cartonné; ils forment chacun 400 pages environ avec ou sans figures dans le texte. Le prix marqué de chacun d'eux, quel que soit le nombre de pages, est fixé à 5 francs. Chaque ouvrage se vend séparément.

Voir, à la fin du volume, la notice sur l'ENCYCLOPEDIE SCIENTIFIQUE, pour les conditions générales de publication.

TABLE DES VOLUMES
ET LISTE DES COLLABORATEURS

*Les volumes publiés sont indiqués par un **

1. Statique graphique.
2. Résistance des matériaux, par A. MESNAGER, Ingénieur en Chef des Ponts et Chaussées, Professeur à l'École des Ponts et Chaussées.
3. Stabilité des constructions. par A. AURIC et G. PIGEAUD, Ingénieurs en chef des Ponts et Chaussées.
4. Cinématique appliquée. Théorie des mécanismes.
- *5. Dynamique appliquée, par L. LECORNU, Inspecteur général des Mines, Professeur à l'École Polytechnique.
6. Régularisation du mouvement.
- *7. Chronométrie par J. ANDRADE, Professeur à la Faculté des Sciences de Besançon.
- *8. Hydraulique générale, 2 vol., par A. BOULANGER, Professeur à la Faculté des Sciences de Lille, Répétiteur à l'École Polytechnique.
9. Pneumatique générale.
10. Machines hydrauliques.
11. Pompes et ventilateurs.
12. Air comprimé.
- *13. Moteurs thermiques, par E. JOUGUET, Ingénieur en chef des Mines, Répétiteur à l'École Polytechnique.
14. Machines à vapeur, par F. CORDIER, Chef d'escadron d'artillerie.
- *15. Machines à combustion interne, par A. WITZ, Professeur à la Faculté libre des Sciences de Lille, Correspondant de l'Institut.

- *16. Turbines à vapeur, par le Commandant F. CORDIER.
- *17. Chaudières et condenseurs, par le Commandant F. CORDIER.
- 18 a. Machines outils.
- 18 b. Machinerie de l'industrie du tabac et des matières similaires, par E. BELOT, Directeur des tabacs à la manufacture de Reuilly.
- 19. Appareils de levage, par G. ESPITALIER, Lieutenant colonel du génie territorial.
- 20. Câbles téléodynamiques et transporteurs aériens.
- 21. Mécanique des explosifs, par E. JOUGUET.
- *22 a. Balistique extérieure rationnelle. Problème principal, par P. CHARBONNIER, Lieutenant-colonel d'Artillerie coloniale.
- *22 b. Balistique extérieure rationnelle. Problèmes secondaires, par le Lieutenant-colonel CHARBONNIER.
- 22 c. Balistique extérieure expérimentale, par le Lieutenant-colonel CHARBONNIER.
- *22 d. Balistique intérieure, par le Lieutenant-colonel CHARBONNIER.
- 22 e. Tir des armes portatives, par H. BATAILLER, Capitaine d'artillerie.
- *23. Résistance et construction des bouches à feu, par L. JACOB, Ingénieur général d'artillerie navale, Directeur du Laboratoire central de la Marine.
- *24. Mécanique des affûts, par J. CHALLÉAT, Capitaine d'artillerie.
- 25. Armes automatiques, par L. CHAUCHAT, Chef d'escadron d'artillerie.
- *26. Artillerie de campagne, par J. PALOQUE, Lieutenant-Colonel d'artillerie, professeur à l'École supérieure de Guerre.
- *26 a. Artillerie navale. Canons, Projectiles, par l'Ingénieur général JACOB.
- *26 b. Artillerie navale. Affûts, Poudres, Tir, par l'Ingénieur général JACOB.
- 27. Théorie du navire, par M. BOURDELLE, Ingénieur principal de la Marine, Professeur à l'École du Génie maritime

- 28 a. Constructions navales. Coque, par J. ROUGÉ, Ingénieur principal de la Marine.
- 28 b. Constructions navales. Accessoires, par M. EDMOND, Ingénieur de la Marine.
- *29. Machines marines, par P. DROSNE, Ingénieur de la Marine.
30. Chaudières marines, par P. DROSNE, Ingénieur de la Marine.
31. Torpilles.
32. Navigation sous marine, U. RADIGUER, Ingénieur de la Marine.
- 33 a. Technique des dirigeables, par G. DO, capitaine du Génie.
- 33 b. Technique des aéroplanes, par J. RAIBAUD, capitaine d'Artillerie.
- *34. Technique du Ballon, par G. ESPITALIER.
- *35 a. Ponts en maçonnerie. Calculs et construction, par A. AURIG, Ingénieur en chef des Ponts et Chaussées.
- *35 b. Ponts métalliques. Calculs, par G. PIGEAUD, Ingénieur en chef des Ponts et Chaussées.
- 35 c. Ponts métalliques. Construction, par G. PIGEAUD.
- *35 d. Ponts suspendus flexibles et semi-rigides, par G. LEINEKUGEL LE COCQ, ancien Ingénieur Hydrographe de la Marine, Ingénieur en chef des établissements F. ARNODIN.
- *35 e. Ponts suspendus rigides, par G. LEINEKUGEL LE COCQ.
36. Infrastructure des routes et chemins de fer.
37. Chemins de fer. Superstructure.
- *38. Locomotives à vapeur, par J. NADAL, Ingénieur en chef des Mines, Adjoint à l'Ingénieur en chef du matériel des chemins de fer de l'Etat.
- 39 a. Chemins de fer. Matériel de transport. Voitures à voyageurs, par E. BIARD, Ingénieur principal à la C^{ie} de l'Est.
- 39 b. Wagons à marchandises, par E. BIARD.
- 39 c. Freinage du matériel de chemin de fer, par P. GOSSEREZ, Ingénieur au service du matériel roulant à la C^{ie} de l'Est.
40. Chemins de fer. Exploitation technique.
41. Chemins de fer d'intérêt local.

- 42. Chemins de fer funiculaires et à crémaillère.
- 43. Tramways urbains.
- 44. Automobiles, par E. BORSCHNECK, Capitaine du Génie.
- 45. Bicyclettes et motocyclettes.
- 46. Navigation intérieure. Rivières et Canaux.
- 47. Fleuves à marées et estuaires, par L. L. GODARD, Ingénieur en chef des Ponts et Chaussées.
- 48. Travaux maritimes, par A. GUIFFART, Ingénieur des Ponts et Chaussées.
- * 49. Phares et signaux maritimes, par RIBIÈRE, Ingénieur en Chef des Ponts et Chaussées.
- 50. Hydraulique urbaine et agricole.
- * 51 a. Mines. Méthodes d'exploitation, par L. CRUSSARD, Ingénieur au corps des Mines, Professeur à l'École des Mines de Saint-Étienne.
- 51 b. Mines. Grisou, Explosions, Aérage, par L. CRUSSARD.
- 51 c. Mines. Travaux au rocher et Services généraux.
- * 52. Ponts improvisés, par G. ESPITALIER et F. DURAND, Capitaine du Génie.
- * 53 a. Fortification cuirassée, par L. DE MONDÉSIR, Lieutenant-Colonel du Génie, Professeur à l'École supérieure de Guerre.
- 53 b. Technique des cuirassements et bétonnage des places fortes, par G. ESPITALIER.

NOTA. — La collaboration des auteurs appartenant aux armées de terre et de mer, ou à certaines administrations de l'État, ne sera définitivement acquise que moyennant l'approbation émanant du ministère compétent.

ENCYCLOPÉDIE SCIENTIFIQUE

PUBLIÉE SOUS LA DIRECTION

du D^r TOULOUSE, Directeur de Laboratoire à l'École
des Hautes-Études,

Sécrétaire général : H. PIÉRON, Agrégé de l'Université.

BIBLIOTHÈQUE DE MÉCANIQUE APPLIQUÉE ET GÉNIE

Directeur : M. D'OCAGNE

Ingénieur en chef des Ponts et Chaussées, Professeur à l'École des Ponts et Chaussées
Répétiteur à l'École polytechnique.

PONTS SUSPENDUS

I



43466/35 a

PONTS SUSPENDUS

PAR

G. LEINEKUGEL LE COCQ

ANCIEN INGÉNIEUR HYDROGRAPHE DE LA MARINE
INGÉNIEUR EN CHEF DES ÉTABLISSEMENTS F. ARNODIN

TOME PREMIER

PONTS SUSPENDUS FLEXIBLES ET SEMI-RIGIDES

Avec 75 figures dans le texte



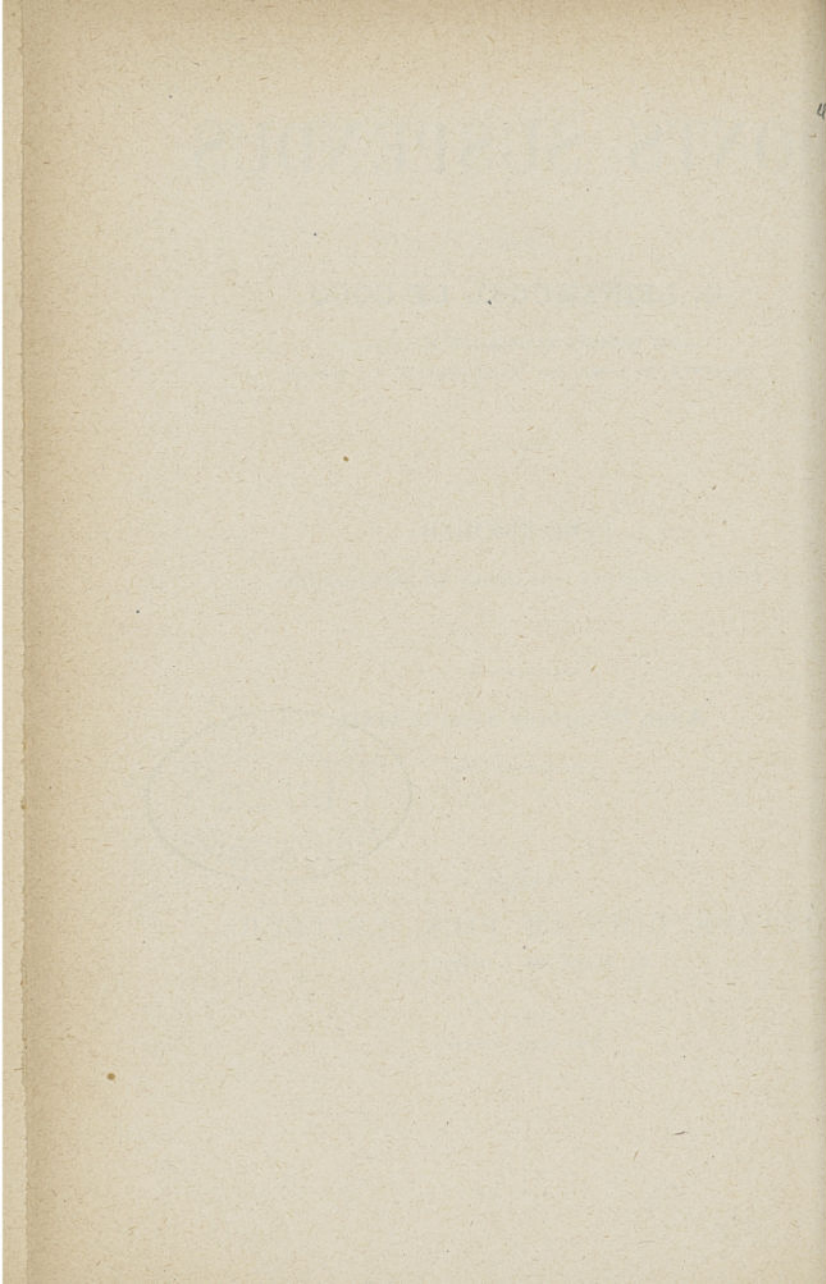
PARIS

OCTAVE DOIN ET FILS, ÉDITEURS

8, PLACE DE L'ODÉON, 8

1911

Tous droits réservés



NOTE DE L'AUTEUR

Cet ouvrage a été surtout écrit comme contribution à la thèse si magistralement exposée, dans l'Introduction de la *Bibliothèque de mécanique appliquée et génie*, par M. Maurice d'Ocagne. Aussi nous nous sommes attaché à montrer, par de nombreuses applications, les résultats auxquels la théorie conduit et à comparer ces résultats à ceux observés pratiquement sur des ouvrages que nous avons construits en majeure partie.

Comme il ne s'agit pas là d'observations ni d'expériences que l'on pourrait appeler : « expériences de laboratoire », nous avons été amenés par la concordance des résultats, théoriques et pratiques, à apprécier les hypothèses qui ont servi de base à l'établissement de la théorie et, par suite, la rigueur des formules qui en découlent.

On ne saurait trop démontrer cette vérité que la mécanique analytique donne toujours des résultats théoriques concordants avec les résultats pratiques, lorsqu'on se fonde sur des *hypothèses rigoureuses*.

Une longue expérience de la construction des ponts qui sont étudiés dans les différents chapitres qui suivent nous a montré le rôle important et capital que joue la mécanique analytique dans la détermination exacte des efforts

et des déformations qui se produisent dans les éléments essentiels des ponts suspendus, c'est à-dire les câbles. Ceci s'explique d'autant plus facilement qu'il s'agit d'éléments élastiques et flexibles, dans lesquels aucun effort secondaire n'est développé en dehors des efforts purement statiques qu'ils subissent.

Ce rôle de la mécanique analytique est surtout remarquable lorsqu'il s'agit des systèmes de ponts suspendus rigides à trois articulations, systèmes qui sont strictement définis de forme et dont les efforts dans les éléments sont déterminés rigoureusement par la statique seule.

Un système dérivé de ce système général de pont suspendu à trois articulations est le pont suspendu rigide, système Gisclard, dont une première application pour voie ferrée a été faite à la Cassagne (Pyrénées-Orientales).

Lors des expériences d'épreuve auxquelles ce pont fut soumis, on enregistra, comme nous le montrons plus loin, une concordance complète entre les résultats théoriques et pratiques.

Ce sont de pareils résultats qui font progresser l'art de la construction des ponts suspendus rigides.

PONTS SUSPENDUS

CHAPITRE PREMIER

§ 1. — HISTORIQUE DES PONTS SUSPENDUS

Il est difficile de définir à partir de quelle époque on a commencé à construire des ponts suspendus, puisque cet art a dû naître en même temps que l'usage des chaînes et des cordes, dont il n'est qu'une application simple.

Faustus Verentius, dans un ouvrage écrit en 1625, décrit les ponts suspendus, à peu de choses près, tels qu'ils ont été exécutés depuis.

Il énumère, en entrant dans les détails, les deux systèmes employés : le premier, lorsque le plancher, servant à la circulation, est établi directement sur les chaînes ; le second lorsque ce plancher est suspendu par des cordes verticales aux chaînes.

Les plus anciens ponts suspendus dont il est question dans l'histoire sont les ponts en liane (Bibliothèque universelle, octobre 1822), dont se servaient les naturels de l'Amérique lors de sa découverte par les Européens.

Ces ponts en liane existaient à la même époque dans les Indes, dans la Chine et dans l'Hindoustan principalement, où, d'après le Major Rennel, il en existait un, entre autres, de 600 pieds de long.

Le premier pont suspendu dont il soit fait mention en Europe est celui dont parle Hutchinson ; il consiste en deux chaînes de fer sur lesquelles on a établi un plancher de deux pieds de large pour le passage des piétons. On croit que sa construction remonte aux environs de 1741. Ce pont avait 70 pieds de longueur et son plancher était à plus de 60 pieds au-dessus d'un torrent.

C'est dans les Etats-Unis de l'Amérique septentrionale que James Finley commença à construire, en 1796, des ponts suspendus importants. Dans les ponts construits sous sa direction, les chaînes en fer sont supportées par des poteaux placés sur les rives, et le plancher est suspendu au-dessous de ces chaînes par des tiges verticales.

En 1808, il existait déjà 40 ponts du système J. Finley. Parmi ceux-ci, celui établi sur la rivière Schuykill avait 92^m,60 d'ouverture, et celui établi sur la rivière Brandywine, près de Wilmington, 44^m,20 de portée.

Pope, dans son *Traité des Ponts*, publié en 1811, cite huit ponts suspendus construits dans l'espace de trois ans. Il décrit d'une façon spéciale celui qui servait à traverser la rivière Mérimas, dans l'Etat de Massachusset. Ce pont avait 244 pieds d'ouverture et pouvait supporter une surcharge totale uniformément répartie de 500000 kilogrammes. Sa largeur de 30 pieds était divisée en trois parties par les 4 nappes de chaînes qui supportaient son tablier. Les deux voies des rives étaient destinées aux voitures qui, par cette disposition, n'encombrent jamais le tablier. Quant à la voie du milieu elle offrait aux piétons un passage commode à l'abri de tout accident.

En France, ce fut l'Ingénieur Belu, appartenant au Corps des Ponts et Chaussées, qui présenta le premier, en 1793, le projet d'un pont suspendu de 250 mètres de

portée pour franchir l'un des bras du Rhin, entre Wesel et Ruderich. Cet Ingénieur n'avait aucune connaissance des ouvrages existants à cette époque en Amérique. Dans son projet, les chaînes avaient une faible courbure et étaient placées sous le plancher. Bien que cet ouvrage eût dû coûter beaucoup plus qu'il ne l'avait évalué, son projet était très réalisable et l'on doit regretter qu'il n'ait pas été suivi d'exécution.

Le premier pont suspendu important fut construit en Angleterre par le capitaine Brown, propriétaire d'un établissement où l'on fabriquait des câbles en fer pour la marine. Cet ouvrage fut le premier en Angleterre qui servit pour le passage des voitures. Il fut livré au public le 26 juillet 1820. Il est situé sur le Tweed, près du port de Berwick. La distance entre les points de suspension des chaînes est de 110 mètres, la largeur du tablier est de 5^m,50, la flèche des câbles de 8 mètres.

L'ingénieur français Brunel, construisit, de 1822 à 1823, un certain nombre de ponts en Angleterre et en France. Il employa le premier les chaînes inférieures qu'il appelait « chaînes de revers » pour exercer une tension verticale sur le tablier d'un pont suspendu léger, et l'empêcher ainsi de se soulever sous l'action d'un vent ascendant.

Mais ce fut Telford qui, vers 1836, poussa en Angleterre l'art de la construction des ponts suspendus à un degré remarquable. Parmi les principaux ouvrages qu'il construisit on peut citer : d'abord le pont de l'Union, sur la Tweed, établi dans l'espace de onze mois. Sa portée est de 360 pieds et le coût de sa construction revint à 5.000 livres sterling.

Ensuite le pont jeté sur le détroit de Menai, qui sépare

l'île d'Anglesey du comté de Carnavon. Ce pont a son tablier à 31 mètres au-dessus du niveau de la mer, pour ne pas gêner la navigation, l'ouverture du pont entre les deux culées est de 177 mètres, les câbles formés de barres en fer ont une flèche de 15^m,25.

Ce fut d'ailleurs le célèbre ingénieur Telford qui projeta sur la rivière Mersey, à Runcorn, un pont avec une travée centrale de 305 mètres de longueur. Ce pont fut construit en 1906, comme pont à transbordeur, par l'ingénieur John Webster.

§ 2. — PONTS EN FILS DE FER

Tous les ponts précédents ont leurs câbles en chaînes de fer. Le premier qui fut construit avec des câbles en fils de fer paraît être une passerelle construite en 1815 sur la rivière Schuylkill, près de Philadelphie, ayant 122 mètres de longueur et 0^m,60 de largeur. Le poids total du fil de fer s'élevait à 600 kilogrammes; la charpente et le plancher pesaient 1530 kilogrammes (voir *Bulletin de la Société d'encouragement*, 1816).

En France, en 1821, Marc Séguin d'Annonay construisit un pont d'expérience de 18 mètres d'ouverture et de 0^m,65 de largeur, avec des câbles en fils de fer. Cette passerelle n'a coûté que la modique somme de 50 francs, comme le mentionne le professeur Pictet dans la bibliothèque universelle.

Le premier projet important exécuté ensuite par M. Séguin fut le pont à concession jeté au-dessus du Rhône entre les deux villes de Tain et de Tournon. Ce pont fut construit pour remplacer le bac qui faisait le service entre les deux rives du fleuve. Ce projet fut approuvé

le 30 septembre 1823, par le Conseil des ponts et chaussées.

Ce pont constitué par deux travées de 89 mètres de portée chacune, fut commencé le 28 mai 1824 et livré au public le 25 août de la même année après avoir supporté le 22 août les épreuves prescrites par l'Administration des Ponts et Chaussées. La largeur du tablier est de 4 mètres, c'est le premier pont suspendu construit en France pour le passage des voitures. Il est bon de remarquer que ce pont existe encore à l'époque actuelle et dessert une circulation importante.

Le pont de Bry-sur-Marne, construit également par Séguin aîné, en 1832, fut le premier du système avec fléaux oscillants en fonte. Ce système, bien que plus économique que celui des piliers en pierre, fut rapidement condamné. Dans le cas d'un pont à plusieurs travées consécutives, la ruine de l'ouvrage est, en effet, complète, s'il se produit ou la rupture d'un seul câble ou celle d'un fléau. Le pont de Bry-sur-Marne fut détruit pendant la guerre de 1870 et remplacé par un pont en tôle.

En 1822-1823, un Français, Dufour, ancien élève de l'École Polytechnique, construisit à Genève un pont suspendu avec câbles en fils de fer. Puis en 1831, il construisit un deuxième pont avec câbles en fils de fer passant sous le tablier et présentant, pour la fixation des câbles à leurs extrémités, une disposition nouvelle. Cette disposition, un peu modifiée, est celle qu'emploient depuis, tous les constructeurs de ponts suspendus. Elle consiste à engager l'extrémité du câble dans une pièce métallique ayant en creux la forme d'un tronc de cône. Les fils sont épanouis sur le contour, et dans le vide central on chasse un noyau tronconique en métal, qui presse en formant coin,

les fils sur la paroi intérieure de la pièce métallique terminant le câble.

Pour éviter tout recul de ce noyau, les extrémités des fils sont rivés contre une virole tronç-conique en sens inverse. C'est cette disposition ingénieuse de Dufour qui fut employée par Rœbling pour ses câbles du pont du Niagara (1851-1855).

La plus grande portée qui avait été atteinte était de 177 mètres au pont de Menay, en Angleterre, avec chaînes de fer; elle fut portée d'un seul coup par l'Ingénieur français Chaley à 265 mètres en une seule travée au pont de Fribourg. La flèche des câbles est là de 19^m, 28. Ce pont, commencé en 1832 et inauguré en 1834, traverse la Sarine à une hauteur de 51 mètres et met en communication la ville de Fribourg avec Berne et la Suisse allemande. Ses câbles sont en fils de fer parallèles; ce pont existe toujours.

§ 3. — ANCIENS PONTS SUSPENDUS. FRANCE

A partir de cette époque la construction des ponts suspendus se multiplia d'une façon considérable.

Le pont des Invalides sur la Seine, à Paris, fut construit en 1826. Il comprenait une seule travée de 170 mètres entre axes des colonnes servant de points d'appui, la flèche des câbles était de 10 mètres.

Des tassements survinrent peu après sa construction, dans les massifs de maçonnerie fondés sur pilotis, et conduisirent à le démolir. Le projet de cet ouvrage remarquable était dû au célèbre Ingénieur Navier. — On construisit ensuite le pont de l'Île Barbe, à Lyon, sur la Saône, en 1828, avec deux travées de 102 mètres de longueur

chacune, et la même année, le pont de Beaucaire, sur le Rhône. Ce pont a quatre travées, deux au milieu, de 120 mètres, et deux travées de rive de 93^m,60. Au mois de mai 1887, le tablier de l'une des travées s'effondra partiellement lors du passage d'une locomobile pesant douze tonnes. La restauration complète de ce pont a été faite par M. F. Arnodin, avec des éléments métalliques : pièces de pont et poutres de rigidité ; il permet de laisser passer actuellement les plus lourdes charges qui circulent sur les routes.

On construisit ensuite les ponts : de Conflans Sainte-Honorine, sur la Seine, en 1835, celui de Cubzac, sur la Dordogne, 1839. Ce dernier comprenait cinq travées de 100 mètres chacune. Il fut construit par Séguin qui contribua dès l'origine au développement de la construction des ponts suspendus. Il employa également dans cet ouvrage la solution économique des fléaux oscillants dont les inconvénients reconnus ultérieurement en ont fait proscrire l'emploi. D'ailleurs, la chute de cet ouvrage, en 1869, par une violente tempête, fut provoquée par le glissement du pied du balancier de la colonne d'amont de la deuxième pile.

En 1836, le pont de la Roche-Bernard, sur la Vilaine, fut construit par Leblanc. Il avait une seule travée de 198^m,27 de portée entre les appuis, la corde des câbles était de 193^m,20 avec une flèche de 15^m,20. Le tablier était placé à 33 mètres au-dessus du niveau des plus hautes mers d'équinoxe.

Le tablier de cet ouvrage trop léger fut en partie enlevé lors d'un ouragan, le 26 octobre 1852, il fut reconstruit par l'Ingénieur des Ponts et Chaussées, Noyon, qui y ajouta des câbles de revers. Une nouvelle tempête, en 1866, brisa

les amarres des câbles de revers et provoqua de nouvelles avaries au tablier, d'ailleurs très vite réparées. L'Ingénieur des Ponts et Chaussées, Forestier, reconstruisit en 1872, après une nouvelle chute du tablier, une passerelle provisoire de 3 mètres de largeur qui, elle, résista jusqu'à nos jours aux plus violentes tempêtes. Cette passerelle provisoire qui dura 36 ans sera remplacée à bref délai par un pont en arc à trois articulations actuellement en cours d'exécution.

En 1838, le pont de la Basse-Chaine fut construit à Angers, par Chaley et Bordillon. Ce pont est tristement célèbre par la catastrophe de 1850 (*Annales des Ponts et Chaussées*, 1852 et TARDIF. *Catastrophe du pont de la Basse-Chaine*, Angers 1850).

Le rapport de la Commission d'enquête nommée par M. le Préfet du Maine-et-Loire pour rechercher les causes de la chute du pont a donné comme causes déterminantes de l'accident :

1° La violence de l'ouragan ;

2° Le passage d'un grand nombre de soldats dont la marche devait involontairement devenir cadencée par l'effet des oscillations du tablier ;

3° L'oxydation importante des câbles d'amarre.

En effet, dans les gaines d'amarrage, on avait, d'après le procédé indiqué par Vicat en 1831, enveloppé les câbles d'amarre d'une pâte liquide de chaux grasse. Cette pâte n'était pas adhérente aux câbles, et elle ne pouvait l'être pour des éléments perpétuellement en vibrations. Il en est résulté que cette partie des câbles, non visitable, non entretenue, puisqu'on la croyait à l'abri de l'oxydation de l'air, se trouvait au contraire exposée à toutes les causes d'oxydation possibles. La commission d'enquête a reconnu

que toutes les autres parties apparentes des câbles étaient en parfait état de conservation.

En 1839, le pont de la Caille fut construit par Bélin, sur le ruisseau torrentueux des Usses, pour la route d'Annecy à Genève. Sa portée est de 182^m,40, son tablier est placé à une hauteur de 148 mètres au-dessus du fond du ravin. Ce pont a été restauré en 1888 par M. Arnodin, les câbles ont été rendus amovibles et le tablier composé avec des éléments métalliques et des trottoirs en tôle striée.

Le constructeur du pont de la Caille, M. Bélin, a établi un certain nombre de ponts suspendus parmi lesquels on peut citer celui d'Albertville, en Savoie, sur l'Isère, ayant une seule travée de 104 mètres de portée, les câbles ont une flèche de 11 mètres.

Le pont de Grenoble, sur le Drac, avec une travée suspendue de 130 mètres, est construit avec une suspension en barres de fer, ayant une flèche de 10 mètres.

Le pont d'Argentat, sur la Dordogne, a une travée de 105 mètres, avec une flèche de 6^m,90, il fut construit en 1836, ce sont avec ceux du pont de Tournon, les câbles en fils de fer les plus anciens encore en service, en France.

Le pont de Suresnes, construit en 1840-1841 par Surville, Ingénieur des Ponts et Chaussées, avait une portée totale de 150 mètres. La suspension était composée de rubans en fers laminés réunis par des boîtes en fonte, d'après le système de M. Mutel, propriétaire des forges d'Abainville. Cette disposition des boîtes en fonte ne donna d'ailleurs pas satisfaction et elle fut remplacée par des joints en fer imaginés par MM. Flachet et Petiet. Ce pont a été détruit pendant la guerre de 1870 et remplacé depuis par un pont en fonte.

Le pont de Saint-Christophe, sur la rivière du Scorff, à Lorient, fut construit en 1847 par Leclerc et Noyon, Ingénieurs des Ponts et Chaussées. Il a une seule travée de 183^m,60 entre ses portiques d'ordre ionique. Ce pont a été doté en 1901, par M. F. Arnodin, de poutres de rigidité et d'un tablier métallique qui permet maintenant le passage des tramways électriques sur ce pont. Le remplacement des anciens câbles d'amarre a été également effectué sans interrompre la circulation.

Le pont du Midi, sur la Saône, à Lyon, a été construit en 1847-1849 par Ferdinand Séguin, il comprend une travée centrale de 81^m,75 et deux travées de rive en arc, de chacune 21 mètres de portée. C'est le premier ouvrage où les poutrelles du tablier ont été faites avec des fers d'après les mêmes principes que les arcs. Ce système avait été appliqué pour la première fois par Jules Séguin, pour un pont qu'il construisit en Espagne.

Deux autres ponts ont été établis sur le même principe et à la même époque, l'un à Lyon, sur le Rhône, l'autre sur la gare de la Vitriolerie, ancien lit du Rhône.

En 1848, le pont de Langeais, sur la Loire, fut construit par M. Vestier, architecte à Tours, il comprend cinq travées; trois travées de 90 mètres de portée et deux travées de rive de chacune 45 mètres. Les câbles de ce pont étaient des barres en fer plat, et les appuis constitués par des colonnes oscillantes. Ce pont, détruit en 1870, a été reconstruit en 1873, d'après le système des travées indépendantes.

§ 4. — PONTS SUSPENDUS MODERNES. FRANCE

L'extension du réseau des routes vicinales, d'une part, qui a conduit naturellement à rechercher les solutions

économiques pour la traversée des cours d'eau, et d'autre part, la connaissance des perfectionnements apportés en Amérique, dans la construction des ponts suspendus, ont eu pour résultat d'enlever à ce genre d'ouvrage le discrédit dans lequel il était tombé après quelques accidents, notamment la catastrophe du pont de la Basse-Chaine, à Angers, en 1850.

Dans la construction des ponts suspendus modernes, c'est-à-dire de ceux qui ont été établis depuis une quarantaine d'années, on s'est appliqué surtout à perfectionner les dispositions d'assemblages et d'exécution de ces ouvrages. On n'a pas, en réalité, fait progresser le système en créant des types nouveaux de ponts suspendus dont la rigidité peut égaler et même surpasser celle des ponts métalliques dits fixes, sauf en ces dernières années.

Toutefois, il n'est peut-être pas inutile de remarquer que les ponts métalliques de la même époque qui sont, à quelques rares exceptions près, construits tous en poutres à treillis ne marquent pas non plus dans leur construction de perfectionnements importants.

Peut-être ne faut-il voir comme raison déterminante à cet état de choses, que le manque de connaissances étendues de mécanique et d'analyse mathématique chez la majorité des constructeurs. Ceux-ci, en effet, tout en étant des hommes de métier, connaissant leur rôle d'assembler et de monter sur place les pièces de métal d'un ouvrage, n'avaient pas ce qu'il fallait pour sortir des types de ponts classiques dont les proportions et dimensions des éléments étaient mis « au jugé » en les faisant cadrer avec les ouvrages déjà construits.

Il a fallu toute une école nouvelle d'ingénieurs de grande valeur, à la tête de laquelle on peut citer en

France : MM. Maurice Levy, Jean Resal, Koechlin, Seyrig, Gisclard, Bodin, etc., dont les autres ne sont pour ainsi dire que les élèves, pour sortir des types d'ouvrages classiques, et pour pouvoir établir les conditions de résistance et de stabilité, avec des théories mathématiques absolument rigoureuses, des grands ponts construits dans ces dernières années, comme le viaduc de Garabit, le viaduc du Viaur, le pont Alexandre III, etc.

Il faut, en effet, considérer que l'établissement des conditions de stabilité et de résistance des ponts à poutres droites ou des ponts suspendus ordinaires n'exigent que des connaissances très élémentaires ; mais dès que l'on attaque les systèmes plus complexes des ponts en arc à articulations et comme analogie des divers ponts suspendus rigides, la mécanique analytique joue un rôle très important et même capital. On pourra s'en convaincre par l'étude détaillée faite à la fin de cet ouvrage des systèmes de ponts suspendus rigides et particulièrement de celui inventé par M. le colonel Gisclard. Ce système vient d'ailleurs de recevoir une application intéressante au pont de la Cassagne, sur la ligne électrique de Villefranche à Bourgmadame, où le chemin de fer franchit la Têt sur une longueur de 234 mètres, la travée centrale à 156 mètres et les deux travées de rive 39 mètres chacune.

En ce qui concerne l'étude des ponts métalliques l'ouvrage de M. G. Pigeaud (*Ponts métalliques, méthodes de calcul*, E. S.) montre également le rôle important qu'y joue la mécanique analytique.

Comme on l'a dit précédemment les améliorations apportées à la construction des ponts suspendus ordinaires à câbles paraboliques ont surtout trait à des dispositions d'assemblages et d'exécution.

En France, ces perfectionnements sont pour la majorité d'entre eux dus à M. F. Arnodin, constructeur à Châteauneuf-sur-Loire qui très jeune collabora aux travaux des frères Séguin.

Nous signalerons ces principaux perfectionnements qui sont : emploi de câbles tordus, adoption des câbles de rigidité, de chariots de dilatation sur les piles, de garde-corps formant poutre raidissante et certains détails importants d'exécution tels que : division des éléments de la suspension en plusieurs câbles, attaches des câbles avec les supports sur les piles, amovibilité des éléments..., etc., ayant tous pour objet de faciliter la visite des pièces et même leur réparation ou leur remplacement sans interrompre la circulation sur le pont envisagé.

Ces dispositions constituent un ensemble qu'on désigne par abréviation sous le nom de « dispositions amovibles » sur lesquelles nous reviendrons plus loin.

Navier, dans son célèbre mémoire, publié en 1830, relatant ses deux missions en Angleterre (1821-1823) pour y étudier les ponts suspendus, montre dans les premières pages de son rapport l'avantage considérable que présente le système du pont suspendu, au point de vue construction. Il peut, en effet, être constitué avec des éléments amovibles et interchangeables qui assurent une durée éternelle aux ouvrages conçus suivant ce principe. Voici d'ailleurs comment il s'exprime :

« Dans la plupart des ponts construits en bois ou en
« fer, on a soin de disposer les pièces principales de ma-
« nière que l'on puisse enlever et remplacer celles qui
« viendraient à s'altérer. Mais, il faut convenir que dans
« les ponts ordinaires, cette opération serait très difficile.
« On n'a jamais entrepris à ma connaissance, et l'on

« n'entreprendra pas sans danger, de remplacer un
« voussoir dans une des fermes d'un pont en fer fondu, à
« moins d'étayer solidement cette ferme. Dans les ponts
« suspendus, au contraire, le remplacement d'un anneau
« défectueux dans une chaîne n'offre aucune difficulté et
« ne peut entraîner aucun accident. La nature de la cons-
« truction doit être telle, que l'on peut, au moyen d'ap-
« pareils très simples, sans étayer le pont, et presque
« sans interrompre la circulation, élever le plancher,
« raccourcir les chaînes, si elles s'étaient allongées par
« quelque cause que ce fût, et remplacer en partie ou en
« totalité les anneaux dont ces chaînes sont formées.
« Ainsi, en supposant même que les fers viendront à s'al-
« térer avec le temps, (ce qui ne paraît pas vraisem-
« blable) la durée des ouvrages de ce genre peut être pro-
« longée autant qu'on le voudra au moyen de réparations
« faciles et peu coûteuses. »

Cette idée fut reprise et mise en valeur par M. Vicat en 1830 dans sa description du pont d'Argentat ; combiné avec une méthode d'entretien par roulement, ce principe assure pour les ponts suspendus des frais annuels assez réduits et à peu près constants, en même temps qu'une durée indéfinie avec toute garantie de sécurité.

Le premier pont moderne réunissant tous les perfectionnements apportés dans la construction des ponts suspendus est en France celui de Saint-Ilpize sur l'Allier (Haute-Loire) projeté en 1874 par M. Jollois, ingénieur des ponts et chaussées et exécuté par M. F. Arnodin en 1879. Ce pont franchit la rivière avec une travée centrale de 68^m,17 d'ouverture et deux travées de rive de chacune 15 mètres. Son tablier placé à 26 mètres au-dessus des basses eaux a 4 mètres de largeur. Les petites travées

sont portées par des câbles obliques dits de rigidité ; dans la travée centrale en avant de chaque pile, une longueur de tablier égale à $15^m,10$ est également supportée par des câbles obliques, il s'ensuit que les câbles paraboliques n'ont plus à supporter qu'une longueur de 38 mètres de tablier. Les câbles sont en fils de fer à couronnes successives et à torsions alternatives, toutes les dispositions d'attache des câbles, des tiges de suspension et du tablier sont amovibles.

Le pont de Lamothe, sur l'Allier, construit en 1883, par M. F. Arnodin, non loin de la ville de Brioude comprend une travée de 115 mètres et il comporte également des câbles obliques. Il peut livrer passage sur son tablier aux voitures pesant 11 tonnes.

Les dispositions d'amovibilité adoptées pour l'exécution des ponts suspendus modernes peuvent s'appliquer facilement dans les ponts anciens. Cette transformation, ainsi que l'addition des câbles obliques de rigidité s'est imposée dans un très grand nombre de ponts pour leur permettre de fournir encore une longue carrière.

On citera notamment les ponts suspendus : de la gare à Lyon, de Givors sur le Rhône, de Tonnay Charente, de Verdun sur la Garonne, de Bompas et Avignon (Vaucluse), l'Abîme (Haute-Savoie), des Rosiers (Maine-et-Loire), Arcenis (Loire-Inférieure), la Saulce (Tarn-et-Garonne), Pont Port-Mouton à Lyon, Saint-Julien (Haute-Garonne)... etc. où ces transformations ont été exécutées par les soins de M. Arnodin.

Quant aux nombreux ponts suspendus construits en France après le pont de Lamothe la liste suivante en donne les caractéristiques des plus importants :

Situation du pont, date de sa construction	Dimensions				Poids au mètre courant	Surcharge d'épreuves	
	Travées		Tablier			Poids mort	Véhicules
	Nombre	Ouverture mètres	Fleches mètres	Longueur mètres			
Pont de Lamothe (sur l'Allier), 1883-84.	1	115,00	11,46	115,00	5,50	1462	1 essieu de 11 000 kilog.
Pont d'Avignon (sur le Rhône), 1888, (reconstruit).	3	65,43 85,84 65,43	7,81	226,70	6,50	1585	2 essieux de 11 000 kilog.
Pont du Midi (sur la Saône), 1888, (reconstruit).	3	20,05 79,65 20,05	8,42	124,00	6,50	1690	2 essieux de 6 000 kilog.
Pont de la Voulte (sur le Rhône), 1890.	3	45,00 180,00 45,00	19,80	278,20	5,00	1350	2 essieux de 8 000 kilog.
Pont de la Rivière de l'Est (Ile de la Réunion), 1893.	1	145,00	12,73	145,00	5,20	1460	1 essieu de 6 000 kilog.
Pont d'Aramon (sur le Rhône), 1901.	3	45,00 270,00 45,00	31,00	368,60	5,00	932	1 essieu de 12 000 kilog. Cylindre à vap. 17 500 kilog.
Pont de Bonny-Beaulieu (sur la Loire), 1902.	3	120,00	13,10	360,00	5,20	1160	2 essieux de 8 000 kilog.
Pont du Bonhomme (sur le Blavet), 1905.	3	35,50 160,00 35,50	18,00	237,00	4,65	1395	2 essieux de 8 000 kilog.
Pont de Bouchemaine (sur la Maine), 1908.	3	25,00 105,00 25,00	11,60	155,00	6,50	2200	2 essieux de 8 000 kilog.
Pont de Constanline (sur le Rhumel), 1910.	1	164,30	18,00	165,00	5,70	2830	2 essieux de 6 000 kilog.

§ 5. — PONTES SUSPENDUS

Pontes suspendus en Amérique. — C'est à John Rœbling qui était fabricant de câbles en même temps que constructeur de pontes que l'on doit les perfectionnements apportés à cette époque à la construction des pontes suspendus. Il construisit d'abord en 1845 un aqueduc suspendu près de Pittsburg. Cet ouvrage sur la rivière Alleghany se compose de 7 travées de 48 mètres de longueur chacune, soit une longueur totale y compris les piles de 343 mètres. Le canal construit complètement en bois avait 4^m,20 de largeur au fond et 4^m,95 au plan d'eau.

Rœbling construisit ensuite un pont ayant huit travées de 57^m,54 sur le Monongahéla à Pittsburg, et, de 1848 à 1850 quatre pontes canaux pour le canal de Delaware à l'Hudson. D'après M. Malézieux les dimensions principales de ces ouvrages dont la cuvette est supportée par deux câbles, sont :

Pont canal Lackawazen	2 travées de	35 ^m ,02
» Delaware	4 »	40 ^m ,87
» High-Falls	1 »	44 ^m ,22
» Newersink	1 »	51 ^m ,85

John Rœbling construisit ensuite le pont d'aval du Niagara de 1851 à 1855, à 3 kilomètres en aval de la chute du Niagara, sa portée en une seule travée était de 250 mètres. Deux tabliers superposés donnaient : l'un passage aux voitures et piétons ; l'autre supérieur à une voie ferrée. La suspension était formée de 4 câbles, deux par tête de pont, les câbles supportant le tablier supérieur avaient à la température moyenne 16^m,50 de flèche, ceux qui supportaient le tablier inférieur 19^m,50.

C'est le premier pont construit qui possédait des câbles obliques ou haubans de rigidité. M. Malézieux fait remarquer que le fléchissement du tablier, quand il est couvert d'un bout à l'autre par des wagons de marchandises à charge pleine n'excède pas $0^m,25$. Si d'ailleurs à l'aide d'un niveau placé sur l'une des deux culées on observe le passage d'une lourde locomotive et de son tender, on constate à peine une légère flexion tant que la machine n'a pas dépassé la portée des haubans ; au-delà l'abaissement augmente rapidement. La traversée s'opère à la vitesse de 8 kilomètres à l'heure, sujétion très faible puisqu'il y a un temps d'arrêt forcé pour la douane aux deux extrémités du pont.

D'après MM. Lavoinne et Pontzen un examen minutieux de l'ouvrage en 1877, c'est à-dire vingt-deux ans après sa construction, montra que les fils composant les câbles aussi bien dans les parties noyées, dans les massifs d'amarrage que dans les parties extrêmes ne présentaient pas trace d'altération et que l'élasticité du métal n'avait pas sensiblement changée. C'est à peine si une douzaine de fils étaient endommagés dans les ancrages.

Ce pont fut remplacé il y a quelques années par un pont en arc ; le tablier et les poutres en partie en bois de l'ancien pont avaient pris un tel jeu dans leurs assemblages que l'entretien en était trop dispendieux.

De 1858 à 1860 J. Rœbling construisit le pont de Pittsburg, sur l'Alleghany, avec deux travées de $104^m,92$ d'ouverture et deux travées de rive de 35 et 32 mètres. La largeur du tablier était de 9 mètres dont une voie charretière de 6 mètres et deux trottoirs de $1^m,50$.

En 1867, J. Rœbling construit le pont de Cincinnati sur l'Ohio, avec une travée centrale de 322 mètres et deux

travées de rive de $182^m,30$ chacune, et une largeur de 11 mètres de tablier.

En 1869, il construisit le pont de Niagara-Falls, qui n'est, en réalité, qu'une simple passerelle devant servir aux touristes venant contempler les deux cataractes du fleuve. Cette passerelle est surtout remarquable par sa portée, vu l'époque de sa construction. Cette portée est de $386^m,84$ la plus grande obtenue jusqu'alors ; la largeur du tablier de 3 mètres et sa hauteur au-dessus du plan d'eau est de 59 mètres.

Comme dispositions d'exécution intéressantes à signaler il y a d'abord les chariots de dilatation au sommet des pylones munis de galets de roulement, puis la confection des câbles en fils tordus. M. Malézieux à qui nous empruntons ces renseignements, dit :

« Les câbles et les tiges de suspension, les haubans et
« les amarres extérieures sont tous et partout formés de
« câbles en fils de fer. Les fils sont tordus et non pa-
« rallèles ; M. John Roebling déclarait qu'à égalité de
« poids on obtient plus de résistance avec les fils tordus
« et que le prix en fabrication n'est guère plus élevé.
« Quand les fils ne sont pas continus mais présentent des
« soudures, des épissures ou d'autres modes de jonction
« c'est toujours là qu'ils se rompent. On a donc tenu à em-
« ployer des fils continus et d'un seul morceau. La lon-
« gueur, par suite, est considérable, elle atteint $582^m,55$
« au pont de Niagara-Falls. L'Ingénieur du pont, M. Sa-
« muel Keefer a fait connaître, dans un rapport, que ces
« fils furent fabriqués à Manchester par un procédé nou-
« veau. On avait, dit-il, des tiges de $4^m,57$ de longueur
« et de 11 centimètres carrés de section pesant $63^ks,42$;
« on en tira par une seule opération et en moins d'une

« minute des fils de la grosseur et de la largeur requises.
« A cet effet, on chauffait les tiges au rouge blanc dans un
« fourneau à gaz et on les faisait passer dans une série de
« filières jusqu'à ce qu'elles fussent réduites à un certain
« diamètre (le n° 3 de Birmingham); une extrémité était
« encore dans le fourneau que l'autre s'enroulait autour
« de la bobine; puis le fil était étiré par trois trous et
« amené ainsi au diamètre de 3^{mm},8. »

Le mode d'attache des câbles à leurs extrémités fut réalisé dans cet ouvrage au moyen d'une disposition déjà employée au pont d'aval du Niagara. Les fils viennent s'engager dans un culot tronconique, sont épanouis, on chasse des clous en fer entre eux, on recourbe les fils, on coule du plomb dans les interstices et on mate soigneusement, c'est d'ailleurs le dispositif inventé par l'Ingénieur Français Dufour.

Enfin, le dernier ouvrage de John Rœbling et le plus remarquable est le pont de Brooklyn sur la rivière de l'Est; commencé en 1870, il fut inauguré en 1883. — Il comprend trois travées, une centrale de 486^m,50 et deux travées de rive de chacune 286^m,70; ce qui donne une longueur totale de tablier de 1059^m,90. Les câbles de suspension sont composés chacun de dix neuf faisceaux de deux cent soixante-dix-huit fils d'acier de 3 millimètres de diamètre, posés parallèlement les uns à côté des autres.

La flèche de la travée centrale est de 39 mètres et le tablier est à 45^m,92 au-dessus du niveau des hautes mers. La largeur du tablier est de 26^m,20 et la hauteur des poutres de rigidité de 4^m,61. Il est bon de noter que le pont de Brooklyn est le premier ouvrage où l'on a fait un emploi systématique de l'acier au lieu du fer. La dépense totale de l'ouvrage a été de 80 millions de francs.

Un peu avant l'exécution du Pont de Brooklyn on avait construit le pont de Point-Bridge sur la Monongahela à Pittsburg avec trois travées : une centrale de 244 mètres et deux travées de chacune 44^m,23. La largeur du tablier est de 9^m,73 comprenant : une chaussée de 6^m09 sur laquelle passent une voie étroite de chemin de fer et deux voies de tramway ainsi que deux trottoirs de chacun 1^m,82. Les câbles sont en barres de fer et le système est à trois articulations, à câbles paraboliques et entrants rectilignes. La flèche de la travée centrale est de 26^m,84. Ce pont a été livré à la circulation en mars 1877 après des épreuves remarquables.

Les ponts suspendus importants construits en Amérique après celui de Brooklyn sont ceux de :

Williamsburg, commencé en 1896 et terminé le 19 décembre 1903, celui de l'île Blackwell commencé en 1901 terminé en 1909, celui de Manhattan commencé en 1901 et qui sera terminé en 1910, tous trois sur la rivière de l'Est à New-York.

Le pont de Williamsburg comprend une travée centrale de 486^m,40 et deux travées de rive de chacune 182 mètres. La travée centrale est seule suspendue et sans câbles obliques de rigidité. La largeur du tablier est de 35^m,87. Les plans définitifs de cet ouvrage ont été dressés par M. Buck. Les fondations des piles à l'air comprimé ont été particulièrement pénibles, on est descendu pour trouver le rocher jusqu'à 32^m,15 sous l'eau. Les câbles de la suspension sont en fils d'acier, chaque câble est constitué par 37 torons de fils d'acier n° 6 de la jauge de Rœbling (4^{mm},7 de diamètre). Chaque toron comprend 208 fils et le câble entier 7696 fils. Les fils ont été fabriqués par longueur de 1200 mètres et la résistance à la rupture a

été admise à 140 kilogrammes par millimètre carré avec un allongement de $2\frac{1}{2}\%$ sur $1^m,50$ et de 5% sur $0^m,20$; les épissures des fils devaient présenter une résistance de 95% du fil propre. Le coût total de cet ouvrage a été de 110 millions de francs.

Le pont de l'Île Blackwell est, en réalité, un pont cantilever la plus grande travée n'a que $359^m,30$; son coût total est de 100 millions de francs.

Quant au pont de Manhattan il est composé d'une travée centrale de $446^m,90$ et deux travées de rive de chacune $220^m,40$. Le coût total de ce dernier ouvrage est évalué à 130 millions de francs.

Toutefois ces derniers ouvrages laissent beaucoup à désirer au point de vue d'une bonne utilisation du métal. Les Ingénieurs Américains qui ont manifesté si fréquemment, leur mépris pour la connaissance des sciences mathématiques et leur application immédiate et certaine dans la construction des ouvrages importants viennent de recevoir une leçon de choses qui aura pour but de leur démontrer clairement et par des faits pratiques leur insuffisance théorique.

Il ne suffit plus à notre époque de posséder les qualités d'un bon constructeur, il est absolument nécessaire d'avoir des connaissances techniques étendues pour mener à bien l'exécution de constructions importantes.

Or, à ce point de vue, la connaissance de la mécanique analytique et des sciences mathématiques en général, dont les applications sont si fréquentes dans les constructions aurait évité aux Américains la catastrophe si terrible du pont de Québec et l'erreur si grave commise dans la construction du pont de Blackwell.

La catastrophe du Pont de Québec est d'autant plus

inexcusable qu'il s'agit d'un système de pont bien connu et pour lequel il ne doit y avoir aucune surprise. Ce système de pont en cantilever est, en effet, la copie du pont remarquable du Forth. Toutefois la faiblesse de section et la mauvaise distribution du métal dans les pièces du pont de Québec qui se sont rompues et qui ont provoqué cette terrible catastrophe qui coûta la vie à 70 hommes, sont dues à une ignorance trop complète de la science technique de l'Ingénieur. — Les Américains l'ont reconnu un peu tard, car ils viennent de charger l'Ingénieur Français Vallée de leur faire une étude complète pour la reconstruction du Pont de Québec.

Il en est de même pour les ponts suspendus récemment construits dans lesquels l'utilisation du métal est défectueuse et même vicieuse.

Ainsi, en ce qui concerne le Pont de Blackwell, il suffit de citer le rapport de MM. Hodge et Burr (paru dans l'Engineering News du 12 novembre 1908) chargés de calculer *après la construction*, le travail du métal dans les divers éléments de cet ouvrage.

Leur conclusion est celle-ci : « il est évident que *l'ouvrage ne peut supporter sûrement les charges prévues* ». On avait admis des tensions maxima de 17 kilos par millimètre carré de section des poutres en acier, et d'après les calculs, cette tension serait dépassée de 25 à 30 % sur bien des points ; elle atteindrait jusqu'à 35 kilos par millimètre carré pour des barres en acier au nickel dont la limite d'élasticité est de 33^{kg},5. On arrive à ce résultat « les charges roulantes de ce pont, qui pèse 45 500 kilogrammes par mètre courant ne pourront dépasser 4 000 kilogrammes par mètre, il faudra et sous la res-
« triction d'en espacer les trains d'au moins 100 mè-

« tres, n'admettre que 2 au lieu de 4 voies au tablier
« supérieur. »

Il est évident, *a priori*, que la méthode des Ingénieurs Européens de calculer très sérieusement leurs ponts avant leur construction eut été préférable, car en la circonstance, quand on arrive à la conclusion précédente des experts, on se rend compte de la mauvaise conception de l'ouvrage projeté et on trouve qu'il est plus économique de s'adresser à ceux qui connaissent leur métier à fond pour édifier de pareils ouvrages.

Ponts suspendus en Angleterre. — L'Ingénieur T. Clark construisit sur la Tamise à Hammersmith, près de Londres en 1823-1827, un pont suspendu avec une travée centrale de 122 mètres et deux travées de rive de chacune 44 mètres.

Le pont construit en 1857 sur la Tamise, à Chelsea, dans Londres se compose d'une travée de 101^m,56 encadrée de deux travées de 50^m,75 chacune, la largeur du tablier est de 14^m,30 et la flèche de 8^m,80.

Le pont tubulaire bien connu de Conwag se trouve placé près du pont de 99^m,70 d'ouverture construit en 1822-1823 par Telford.

Le pont suspendu dit de Hungerford construit, non loin de Charing-Cross à Londres, sur la Tamise, par Brunel de 1841 à 1845 comprenait une travée centrale de 206^m,20 et deux travées de rive de 103^m,50 chacune. La flèche des câbles de la travée centrale était de 15^m,20. Les chaînes de suspension étaient en barres de fer méplates. Il a été démoli en 1860 et les chaînes ont été employées à la construction du pont de Clifton.

Le pont de Clifton franchit la rivière d'Avon par un pont

suspendu de 293 mètres d'ouverture totale placé à 75 mètres au-dessus du niveau des eaux. La distance d'axe en axe des piles et de 214^m,18 et la flèche des câbles de 21^m,35.

Le pont suspendu Albert, sur la Tamise, à Chelsea près Londres, fut commencé en 1869 sous la condition expresse qu'il serait exécuté suivant le système rigide de MM. Ordish et Le Feuvre. Ce système consiste à disposer les chaînes de suspension de manière à former des triangles indéformables. Le tablier du pont doit-être par lui-même assez rigide, parce qu'il n'est suspendu que par quelques points. Le pont Albert comprend une travée centrale de 122 mètres d'ouverture et deux travées de rive de 43^m,20 chacune. Les chaînes rectilignes sont composées de barres laminées réunies par des rivets à leurs extrémités. Ces barres auxquelles le tablier est attaché, sont suspendues elles-mêmes à un câble d'acier de 0^m,15 de diamètre. Ce pont a été livré au public en 1872.

Le pont de Lambeth, sur la Tamise, à Londres est un pont suspendu à l'aide de câbles, mais à tablier rigide dans le système de l'Ingénieur Le Neve-Foster. Sa longueur est de 248 mètres entre les culées, avec trois travées de chacune 82^m,66. Les câbles sont au nombre de deux de chaque côté, composés chacun de 7 torons de 49 fils de 7^{mm},6 de diamètre. La construction du pont de Lambeth fut exécutée de 1862 à 1863.

Ponts suspendus en Allemagne. — Les deux premiers ponts suspendus en Allemagne datent de : 1827, à la forge Malapana en Silésie, et 1829 sur le Regnitz à Bamberg, ce dernier comprend une travée de 64^m,26. Le pont de Mannheim construit en 1842-45 sur le Neckar a environ 100 mètres d'ouverture. Cet ouvrage présente une

certaine particularité. Les deux câbles de suspension, sur une tête de pont, sont placés l'un au-dessus de l'autre, les tiges de suspension alternent d'un câble à l'autre et les points d'attache de ces tiges sont réunis, par des barres disposées en triangle qui forment un réseau dans lequel les déformations ne peuvent se localiser, mais s'étendent sur une certaine longueur du tablier. Ce système avait déjà été appliqué par M. Wendelstadt, au pont de Hameln construit en 1836-39 sur le Weser. Cette disposition contient en germe le principe du système von Schmirck.

Le pont de Mulheim, sur la Ruhr, construit en 1842-1844 comporte une travée centrale de 94^m,14 et deux travées latérales de 28^m,25.

La passerelle de Franckfort-sur-le-Mein a été construite en 1869 par M. P. Schmirck, dans le système dit « rigide à charnière ». La travée centrale de 87 mètres est encadrée de 2 travées de 43 mètres d'ouverture chacune.

Ponts suspendus en Autriche. — Le premier pont suspendu en Autriche fut construit par M. Schmirck en 1824 sur un bras de la rivière March, près du château de Strassnitz. Le second fut le pont Sophie à Vienne, par A. Schmidt, de 71 mètres de portée.

En 1828, le pont Rodolphe fut construit sur la Wien par l'Ingénieur Robausch, il avait 26^m,30 de longueur. La même année le pont Charles, sur le canal du Danube était érigé avec des câbles en lames de fer, ce fut le premier emploi de ce métal pour un tel usage, sa portée était de 95^m,12.

Le pont Aspern fut construit en 1864 sur la Wien, d'après le système de Schmirck employé également en 1859-1860 au pont du chemin de fer de ceinture à

Vienne, pour deux voies. Dans ce système, les câbles sont constitués par des lames de fer, divisées en deux séries, espacées de 1^m,26 et reliées par des diagonales de manière à assurer l'indéformabilité des câbles de la suspension. Le pont Aspern livre passage à un tramway et il s'est toujours bien comporté depuis sa construction. On a évité lors de son exécution l'erreur importante qui s'était glissée dans la détermination des sections à donner aux barres du pont du chemin de fer de ceinture à Vienne. Dans ce dernier ouvrage, on s'est aperçu en 1884 que les trous des barres s'étaient fortement ovalisés, parce que le métal travaillait au tiers de la résistance à la rupture, par suite d'une erreur commise à l'origine (note de M. de Boulongne. *Annales des P. et Ch.*, janvier 1886).

Le pont suspendu de l'Empereur François-Joseph à Prague a été établi dans le système Ordish et Le Feuvre (The Engineer, novembre 1868. Compte-rendu des Ingénieurs Civils de Londres 1866-1867). Ce système consiste à disposer les chaînes de suspension de manière à former des triangles indéformables. Le tablier du pont, comme on l'a vu plus haut, doit être très rigide. Le pont François-Joseph comprend trois travées : une centrale de 150 mètres d'ouverture et deux travées latérales de 50 mètres chacune. La largeur du tablier est de 9^m,76, les chaînes sont en lames plates en acier fondu, elles ont été fournies par MM. Howell et C^o de Scheffield.

Entre le pont François Joseph construit à Budapest en 1896 et le premier pont suspendu construit à Budapest de 1839 à 1846 par l'Ingénieur Anglais T. Clark avec une travée centrale de 203 mètres et deux travées de 91 mètres (*Zeitschrift des oesterreichischen Ingénieur und*

Architekten Vereins 1868. Der neue Kettenstey Schmitt 1870), on a construit le pont Elisabeth (1903). Ce pont remarquable franchit le Danube par une travée principale de 290 mètres et deux travées de rive de 44^m,30 chacune ; la flèche de la travée centrale est le $\frac{1}{10}$ de la portée. Malgré la grande dépense nécessité par la minutieuse fabrication des chaînes formées de plaques découpées dans des tôles rectangulaires donnant lieu à une perte de 40 % de matière, on a donné la préférence aux chaînes sur les câbles métalliques en raison de la possibilité de fabriquer ces éléments loin de l'emplacement du pont (le pont Elisabeth à Budapest. *Génie Civil*, 1904. A Bidault des Chaumes).

Il est bon de remarquer que le fractionnement en lames superposées des chaînes pouvait s'appliquer au même titre aux câbles servant à la suspension, on aurait donc pu également fabriquer des câbles loin du lieu de pose comme cela s'est fait dans tous les autres pays et la solution eût été plus économique, parce qu'elle aurait permis avec une suspension amovible de remplacer les éléments sans interrompre la circulation dans quelque soixante ans, lorsque l'oxydation aura fait son œuvre. La largeur du tablier est de 20 mètres entre les axes des poutres de rive.

Lors des épreuves, la surcharge de 450 kilogrammes par mètre carré appliquée sur la travée médiane entière, a produit, au point bas de la parabole des chaînes une flèche de 0^m,23 ; avec la surcharge appliquée sur une partie seulement de cette travée, la flèche fut de 0^m,28. Le poids de la partie métallique du pont s'élève à 11 170 tonnes, soit près de 30 tonnes par mètre de longueur.

Pendant la construction de l'ouvrage, après la mise en

place des chaînes de la suspension, l'un des massifs d'amarrage glissa sur sa base, on fut obligé de construire en avant de ce massif, un monolithe énorme en maçonnerie armée, pour arrêter ce mouvement qui aurait amené une catastrophe.

Ponts suspendus en Belgique. — Le pont construit par l'usine Cockerill en 1842-43 sur la Meuse à Seraing se compose d'une travée de 105 mètres; la flèche des chaînes est de 7 mètres et la largeur du pont de 5 mètres.

Ponts suspendus en Suisse. — A peu de distance du grand pont de la Sarine, à Fribourg, se trouve le pont jeté par Chaley de 1834 à 1840 sur le ravin du Gotteron à 75 mètres au-dessus du torrent. Ce pont a 227 mètres de portée avec 4^m,80 de largeur de tablier.

Ponts suspendus en Espagne. — Le pont dit de Las Gellas sur l'Alcanadre en Espagne a 95^m,30 d'ouverture et est à 32^m,30 de hauteur au-dessus du fond de la vallée. Il est établi suivant le système américain de J. Finley, dans lequel le tablier est au-dessus du câble, dans la région centrale de la travée.

Le pont Santa Isabel reconstruit par M. F. Arnodin en 1890-1891 a une portée de 134^m,20 avec un tablier de 6^m,10 de largeur.

Ponts suspendus en Portugal. — Un pont suspendu construit en 1835 sur le Douro à Porto par M. Lucotte, Ingénieur Français, mesurait 170 mètres de portée, ses câbles étaient en fils de fer. Ce pont a été remplacé en 1886 par un pont en arc, dont le projet est dû à M. Seyrig, également Ingénieur Français.

CHAPITRE II

DESCRIPTION DES PONTS SUSPENDUS

§ 1. — GÉNÉRALITÉS

On appelle ponts suspendus tous les ouvrages exerçant des efforts de traction sur leurs points d'appui. Comme cet effort de traction T est généralement incliné sur la verticale; il donne naissance sur le point d'appui à une composante horizontale T_x et à une composante verticale T_y .

Dans les ponts suspendus ordinaires le tablier est relié au moyen de tiges de suspension verticales à un certain nombre de câbles flexibles ou chaînes qui sont appelés *câbles principaux* ou *câbles paraboliques*.

Ces câbles se prolongent dans certains cas, au-delà des piliers où ils s'infléchissent sur des chariots de dilatation, pour venir s'ancrer dans des massifs de maçonnerie, dits *massifs d'ancrage*, disposés sur les culées.

Dans d'autres cas, ces câbles se fixent directement aux chariots placés sur les sommets des piliers en maçonnerie ou des pylones métalliques. Mais alors des *câbles de retenue* ou *d'ancrage* relient ces chariots aux massifs; ils forment réaction aux efforts de tension développés dans ces câbles de retenue, pour assurer l'équilibre de tout le système.

§ 2. — PONT SUSPENDU A PLUSIEURS TRAVÉES

On divise, en général, en plusieurs travées séparées par des piles la distance à franchir au moyen d'un pont suspendu ; car cette distance est souvent trop grande pour la construction économique d'un pont à une seule travée. Les piles qui servent d'appui aux câbles sont généralement en maçonnerie et ne sont susceptibles de travailler qu'à la compression ; étant donné leur grande hauteur et leurs faibles dimensions transversales. Il faut donc que l'ensemble de la construction soit tel que la résultante des efforts développés au sommet de ses piles soit verticale.

On est ainsi conduit à disposer les portées et les flèches des câbles de chacune des travées de telle façon que sous l'action du poids permanent, les tensions horizontales au sommet des piles soient égales. On verra plus loin, combien il est facile de satisfaire à cette condition essentielle.

Toutefois, lorsqu'une surcharge se trouve placée sur l'une des travées, elle développe en chacun des sommets des piles de cette travée, des tensions horizontales supplémentaires qui tendraient à renverser les piles dans l'intérieur de la travée surchargée si les câbles étaient fixés à ces sommets, ou à soulever les travées adjacentes à la travée chargée si les câbles s'infléchissaient simplement au sommet des piles en se prolongeant au-delà. Pour remédier à ces inconvénients, on est conduit à établir des câbles de retenue des sommets des chariots, improprement appelés quelquefois *haubans*. Ces câbles réunissent les piles entre elles, ou aux massifs d'ancrage, et ont pour but de résister à ces tensions horizontales supplémentaires développées au sommet des piles. Ces câbles n'ont à supporter que leur propre poids, aussi dé-

crivent-ils, pour ainsi dire des lignes droites puisqu'ils transmettent à l'état normal sur les massifs, une traction développant presque la tension supplémentaire qui se produira entre les piles, lors de la surcharge. De cette façon, dès que les câbles principaux d'une travée surchargée tendent à rapprocher leurs extrémités et par suite à faire glisser vers cette travée les chariots, les câbles de retenue des sommets interviennent pour empêcher un déplacement appréciable des chariots. Ce déplacement est donc limité à l'allongement élastique consécutif à la petite augmentation de travail dans ces câbles et à leur diminution de flèche. Dans le cas particulier, où un pont est formé d'une travée centrale et de deux travées de rive, les câbles précédents peuvent être supprimés lorsque la surcharge est peu importante par rapport au poids permanent ; d'ailleurs l'étude complète de cette question est faite au chapitre III, § 8.

§ 3. — SYSTÈMES DIFFÉRENTS DE PONTS SUSPENDUS

Les premiers ponts suspendus connus furent établis avec des lianes, puis avec des cordages en chanvre. Les chaînes en fer furent utilisées dès le début de la construction d'ouvrages importants par James Finley en 1796 en Amérique. Les câbles en fils de fer firent leur apparition en 1815 lors de la construction d'une passerelle sur la rivière Schuylkill près de Philadelphie et en France en 1821 lors de la construction d'une passerelle d'expérience de 18 mètres de portée par Marc Séguin.

Les câbles en fils tordus firent leur apparition en Amérique pour la première fois en 1869 lors de la construction du pont de Niagara-Falls de 386^m,84, en une seule

portée, par Rœbling. Cette fabrication des câbles fut appliquée en France par M. F. Arnodin au pont de Saint-Ilpize en 1879.

Les ponts suspendus peuvent être divisés en deux grandes classes. La première comprend : *Les ponts suspendus flexibles et semi-rigides* et la deuxième : *les ponts suspendus rigides*.

Les ponts suspendus flexibles construits avec : une suspension en câbles ou en chaînes, un tablier généralement en bois, des poutres de rive formant simples garde-fous, représentent la solution économique. C'est, d'ailleurs, pour cette raison que le plus grand nombre des ponts construits en France par des concessionnaires économes, furent établis avec ces dispositions. La flexibilité de ces ouvrages est considérable et ce fut la principale cause des accidents et des catastrophes qui se produisirent au début de ce genre de construction.

La détermination des sections à donner aux câbles ou aux chaînes pour assurer la stabilité de la construction était faite en admettant que la courbe d'équilibre du système était immuable, c'est-à-dire une parabole. Or, sous l'influence des surcharges voyageuses et du vent, le changement de forme de la courbe d'équilibre de la suspension, modifie complètement le taux du travail moléculaire dans les câbles. Si l'on ajoute en plus les oscillations verticales provoquées par le choc d'une charge voyageuse sur le tablier et les vibrations longitudinales dues à l'élasticité du métal des câbles ou des chaînes, on peut arriver à dépasser la limite de résistance du métal, c'est ce qui d'ailleurs a eu lieu en maintes circonstances. En un mot, avec des ponts suspendus infiniment flexibles, on a des constructions dont la stabilité n'est assurée qu'à la condi-

tion de calculer la section des câbles dans l'hypothèse où la déformation de la courbe des câbles est maximum sous la plus lourde surcharge voyageuse qui circulera sur son tablier.

Si l'on munit les ponts suspendus flexibles d'un tablier présentant une certaine rigidité, et surtout de poutres de rive ou *poutres de rigidité*, destinées à répartir sur la plus grande partie du tablier le poids afférent à toute surcharge concentrée, on obtient *les ponts suspendus semi-rigides*.

On étudiera plus loin à quelles conditions doivent répondre les poutres de rigidité dans un pont suspendu. Le problème en est complexe, et la solution approchée est seule possible en pratique. D'ailleurs, cette solution doit être distincte pour chaque ouvrage considéré, elle est fonction :

- 1° Du débouché de la travée ;
- 2° Du rapport entre le poids de la surcharge concentrée et celui du poids permanent de l'ouvrage ;
- 3° De la valeur de la déformation maxima, que l'on désire obtenir.

Il est naturellement entendu qu'il y a une déformation sous la surcharge concentrée qu'il est impossible d'annuler, c'est celle qui provient du fait de l'allongement élastique des câbles ou chaînes, sous l'augmentation du travail du métal, dû à la surcharge, alors même que les poutres de rigidité répartissent cette surcharge sur tout l'ensemble du tablier. Aussi dans la déformation précédente (3°) on n'envisage que celle consécutive au changement de forme de la courbe d'équilibre des câbles regardés comme inextensibles.

En réalité, dans la pratique on a généralement adopté

en France des poutres de rigidité d'un type uniforme pour les ponts-routes et suivant la surcharge roulante envisagée ; et cela quelle que soit la longueur de la travée. Il résulte évidemment de ce fait, que ces poutres répartissent sur une plus ou moins grande longueur du tablier la surcharge concentrée, suivant la grandeur du débouché de la travée, étant donné surtout que dans ces ouvrages le poids permanent du tablier, suspension comprise, est à peu près constant quelle que soit la portée de la travée. Ce poids oscille de 900 à 1200 kilogrammes le mètre courant avec des chaussées en bois.

Si le poids permanent du tablier n'était pas constant, mais augmentait notablement avec la grandeur du débouché, le rôle imposé à la poutre de rigidité serait beaucoup moins important.

D'ailleurs, pour certains ouvrages, comme pour les ponts routes, la déformation au passage d'une surcharge voyageuse n'a pas besoin d'être réduite comme pour les ponts pour voie ferrée. La solution économique étant souvent la plus importante à considérer, on est conduit à munir l'ouvrage de poutres de rigidité assurant un bon roulage des voitures sur le tablier et limitant à environ au $\frac{1}{500}$ de la portée, la déformation maxima sous la surcharge concentrée la plus lourde.

La deuxième classe des ponts suspendus : celle des *ponts rigides* est étudiée dans le second volume.

Dans cette classe l'absence de déformation de la suspension, considérée comme formée d'éléments inextensibles, est obtenue par des méthodes différentes.

On étudiera plus loin et très en détail les différents systèmes suivants :

1° Le pont suspendu rigide à trois articulations. Deux de ces articulations sont situées aux sommets des piliers en maçonnerie ou des pylones métalliques où se fixe la suspension. La troisième articulation est au centre de la travée.

Le système le plus général à trois articulations comprend deux membrures l'une supérieure et l'autre inférieure dont l'indéformabilité est assurée par une triangulation composée de bras et d'entretoises. A l'ensemble est suspendu le tablier au moyen de tiges verticales (fig. 1).

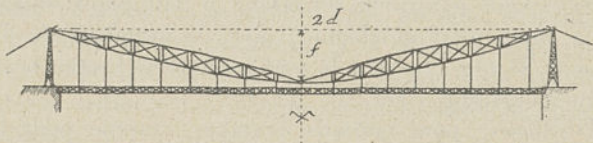


Fig. 1. — Pont suspendu rigide à trois articulations.

On montrera plus loin que l'on peut toujours déterminer la forme des membrures inférieures et supérieures de telle façon que sous les surcharges concentrées il n'y ait jamais renversement d'effort dans aucun des éléments de la suspension.

Comme autres types de ponts se déduisant du précédent comme cas particuliers on passera en revue :

Le pont suspendu rigide à câbles paraboliques et entrails rectilignes ;

Le pont suspendu rigide à câbles paraboliques et entrails paraboliques.

Le premier système a reçu une application en 1877 au pont dit *Point-Bridge* sur le Monongahela à Pittsburg avec une travée centrale de 244 mètres (fig. 2) ;

2° Le pont suspendu rigide à câbles paraboliques et longeron horizontal ;

3° Le pont suspendu rigide triangulé (Système Le Neve-Foster).

Dans ce système appliqué au pont de Lambeth, sur la Tamise, à Londres en 1863 avec trois travées de $85^m,40$, on a obtenu la rigidité de l'ouvrage en donnant d'abord une grande résistance au tablier, au moyen de poutres à treillis longitudinales en fer, et ensuite, en suspendant le tablier aux câbles en fils de fer au moyen d'une triangulation rigide remplaçant les tiges de suspension verticales ordinaires (fig. 3) ;

4° Le pont suspendu rigide à haubans et à double articulation (Système F. Arnodin) (fig. 4) ;

5° Le pont suspendu

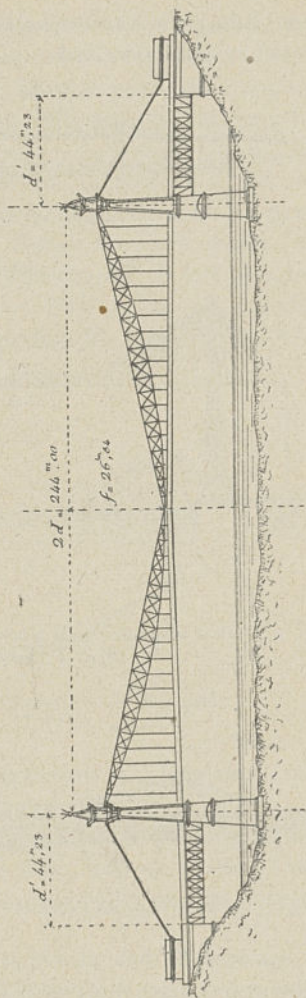


Fig. 2. — Pont dit « Point-Bridge » sur le Monongahela à Pittsburg (1877).

à forme triangulée indéformable (Système Ordish et Lefeuvre) et système Gisclard.



Fig. 3. — Pont de Lambeth sur la Tamise à Londres (1863).

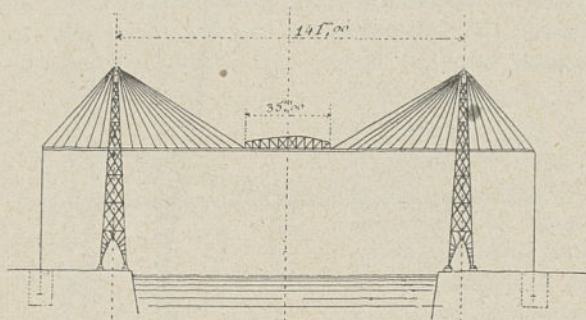


Fig. 4. — Pont suspendu rigide à haubans et à double articulation.
(Syst. F. Arnodin.)

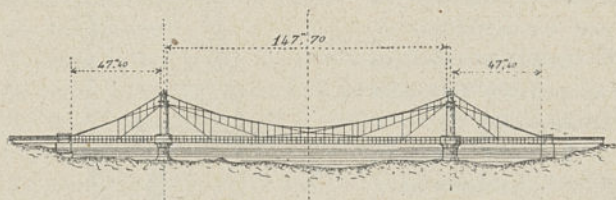


Fig. 5. — Pont François-Joseph sur la Moldau à Prague (1869).

Le système Ordish et Lefeuvre consiste à créer entre les piles et les calées des points fixes au moyen de chaînes

inclinées formant une triangulation indéformable, et c'est sur ces points d'appui intermédiaires que reposent les poutres droites du tablier. La plus importante application de ce système a été faite en 1869 au pont François-Joseph à Prague (fig. 5).

Le système Gislard tout en partant de la même idée est une autre conception conduisant à la construction d'ouvrages plus rigides. Parmi les applications importantes de ce système se trouve le pont de la Cassagne, sur la Têt, dont les dispositions d'exécution ont été étudiées en collaboration avec la maison F. Arnodin (fig. 6).

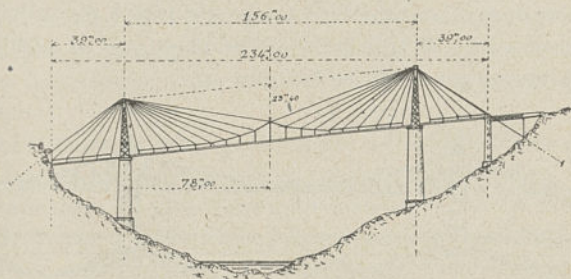


Fig. 6. — Pont Gislard sur la Têt (1908).

6° Le pont rigide à suspension indéformable (système von Schmirck).

Dans ce système ce sont les câbles qui sont rigides, ils sont par tête formés de deux nappes placées l'une au-dessus de l'autre et reliées entre elles par des montants et des croisillons articulés.

Ce système a été appliqué avec des chaînes en fer au pont construit sur le chemin de fer de ceinture sur le

canal du Danube à Vienne en 1859-1860 et au pont Aspern sur la Wien en 1864 (fig. 7);

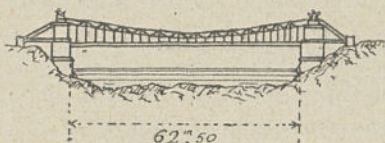


Fig. 7. — Pont Aspern à Vienne (1864).

7° Le pont rigide à charnière.

Ce système dont l'application a été faite à la construction d'une passerelle de Francfort-sur-le-Mein (1869) est plutôt un pont en tôle dont toutes les pièces travaillent à la tension (fig. 8) et à la compression suivant la position de la surcharge sur le tablier.

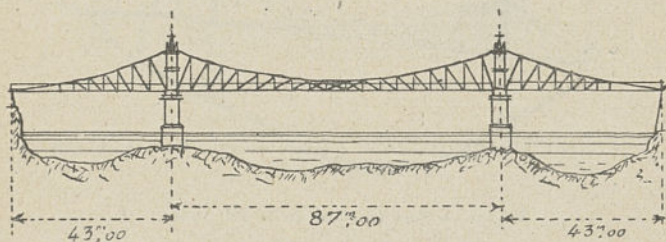


Fig. 8. — Pont de Francfort-sur-le Mein (1869).

On montrera d'ailleurs qu'il est facile de réaliser la construction d'un ouvrage de ce genre de telle façon que sauf les montants verticaux toutes les autres pièces de l'ouvrage travaillent exclusivement à la tension sans jamais subir aucun renversement d'effort.

CHAPITRE III

PONTS SUSPENDUS FLEXIBLES ET SEMI-RIGIDES

§ 1. — GÉNÉRALITÉS

Il est facile d'expliquer pourquoi de tous les systèmes de ponts en général, le pont suspendu flexible est celui qui a reçu le plus grand nombre d'applications. Il faut reconnaître, en effet, que pour les ponts suspendus ordinaires sur câbles paraboliques et dont la flexibilité n'a pas besoin d'être trop réduite, cette solution est la plus économique de toutes.

Par ailleurs, la détermination par le calcul des éléments qui doivent composer l'ouvrage est des plus simples, les connaissances les plus élémentaires suffisent, lorsqu'on ne s'astreint pas à définir les déformations qui peuvent se produire sous l'influence des surcharges concentrées, ni le supplément de travail qui en résulte.

Les formules donnant les sections d'exécution des câbles principaux ou paraboliques, des câbles de retenue, des tiges de suspension, sont des plus simples. Il en est de même pour la détermination des dispositions d'exécution à adopter pour les piliers, pour les massifs d'amarrage, lorsqu'on admet que la forme d'équilibre de la suspension est invariablement une parabole. Mais dès qu'on fait intervenir les déformations de l'ensemble sous l'action des surcharges partielles et concentrées, ou sous l'action d'une variation de température, la question se complique ; mais

l'analyse mathématique en fournit la solution complète en ce qui concerne les câbles.

En dehors de la simplicité d'établissement et d'exécution des ponts suspendus ordinaires sur câbles paraboliques, ce qui a contribué beaucoup à l'extension de ce genre d'ouvrage, c'est que ce système présente cet avantage précieux d'utiliser pour ses éléments essentiels, qui sont les câbles, le travail du métal à la tension. Par ailleurs, l'avantage qui rend cette solution rapide et économique, surtout pour les grandes portées, c'est que le montage des ponts suspendus s'opère au-dessus du vide sans nécessiter aucun échafaudage.

Avant d'entreprendre l'étude des Câbles Principaux regardés comme inextensibles et parfaitement flexibles, on est conduit à rappeler les conditions d'équilibre des polygones et courbes funiculaires.

§ 2. — ÉQUILIBRE D'UN FIL FLEXIBLE ET INEXTENSIBLE
DONT TOUTS LES POINTS SONT SOUMIS A L'ACTION DE
FORCES QUELCONQUES

Polygone funiculaire. Définition. — Supposons qu'un fil flexible et inextensible soit sollicité par des forces appliquées à ses extrémités et à divers points de sa longueur; ce fil étant en équilibre sous l'action des forces dont il s'agit aura la forme d'un polygone ayant pour sommets les divers points d'application des forces. On donne à un pareil polygone le nom de *polygone funiculaire*.

Un polygone funiculaire peut être considéré comme la limite du système constitué par des solides réunis deux à

deux par des fils flexibles et inextensibles lorsque ces solides se réduisent à de simples points matériels.

Equilibre d'un polygone funiculaire. — Désignons par a_1, a_2, \dots, a_n les points d'application des forces f_1, f_2, \dots, f_n qui agissent sur le fil, les indices 1 et n correspondent aux extrémités de ce fil. Soient de plus t_1, t_2, \dots, t_{n-1} les tensions des éléments $a_1a_2, a_2a_3, \dots, a_{n-1}a_n$. Il est évident que s'il y a équilibre, les directions des éléments extrêmes $a_1a_2, a_{n-1}a_n$ se confondent avec les directions des forces f_1, f_n appliquées aux extrémités et que les tensions de ces brins sont égales à ces forces, de sorte que :

$$t_1 = f_1 \quad t_{n-1} = f_n.$$

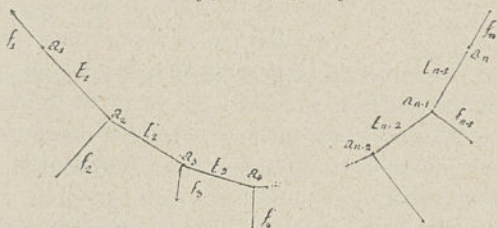


Fig. 9.

Le point a_2 (fig. 9) est en équilibre sous l'action des forces t_1, f_2, t_2 dont la première coïncide avec la force f_1 , il en résulte que la tension t_2 est égale et opposée à la résultante des forces f_2 et t_1 . Cette résultante détermine donc l'intensité de t_2 et sa direction qui est celle du côté a_2a_3 . Le même raisonnement s'applique aux points a_3, a_4, \dots, a_{n-1} . On détermine ainsi successivement les directions des éléments du polygone funiculaire ainsi que les tensions t_i et la force f_n appliquée à l'extrémité a_n , qui devra,

pour qu'il y ait équilibre, avoir la même intensité et la même direction que la résultante des forces f_{n-1} et t_{n-2} .

Polygone de Varignon. — Ces conditions d'équilibre

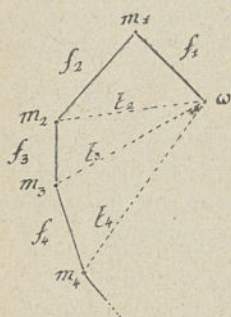


Fig. 10.

d'un polygone funiculaire peuvent s'exprimer à l'aide d'une construction graphique. Par un point quelconque ω (fig 10) menons une droite ωm_1 représentant en grandeur et direction la force f_1 , par le point m_1 une droite $m_1 m_2$ représentant de même la force f_2 , la droite ωm_2 étant la résultante de f_1 , f_2 est, d'après ce qui précède, parallèle au côté $a_2 a_3$ et sa grandeur représente la tension t_2 de ce côté.

De même, si par le point m_2 on mène la droite $m_2 m_3$ représentant en direction et en grandeur la force f_3 , la droite ωm_3 donnera en direction et en grandeur la tension t_3 dans l'élément $a_3 a_4$.

En continuant à construire le polygone on arrivera à un côté $m_{n-2} m_{n-1}$ représentant en intensité, direction et sens la force f_{n-1} et la droite joignant le point m_{n-1} au point ω étant la résultante de t_{n-2} et f_{n-1} coïncide avec t_{n-1} ou f_n . Il résulte de là, que si de m_{n-1} on mène une droite représentant en grandeur et direction la force donnée f_n , l'extrémité de cette droite doit se placer au point ω .

Comme conclusion, si à partir d'un point quelconque on trace bout à bout les vecteurs représentant les forces $f_1, f_2, f_3, \dots, f_n$ en grandeur et direction, les conditions d'équilibre du polygone funiculaire consistent en ce que :

1° L'extrémité du polygone funiculaire ainsi formé doit coïncider avec son point de départ ;

2° Les éléments intermédiaires du polygone funiculaire doivent être parallèles aux diagonales du polygone auxiliaire. Quant aux tensions de ces éléments intermédiaires elles sont déterminées par les longueurs de ces diagonales.

Il est bon d'ajouter que, outre les conditions d'équilibre qui viennent d'être indiquées, il faut encore que les forces appliquées aux deux extrémités d'un élément tendent à éloigner ces deux extrémités et non à les rapprocher. Si cette condition n'était pas remplie, l'équilibre ne pourrait pas avoir lieu, à moins que l'élément ne fût remplacé par une pièce rigide résistant à un effort de compression.

Cas particulier. — Dans le cas particulier où toutes les forces $f_1, f_2, f_3 \dots f_n$ sont toutes parallèles à un même plan, le polygone auxiliaire est situé tout entier dans un plan parallèle au précédent, le polygone funiculaire dont les divers éléments sont parallèles aux diagonales du polygone auxiliaire est donc également situé tout entier dans un plan qui contient en même temps les directions des forces f_1, f_2, \dots, f_n .

Courbe funiculaire. — Supposons que dans un polygone funiculaire, les côtés soient infiniment petits ainsi que les forces appliquées aux sommets. Le fil décrira, à la limite, une courbe continue, la tension du fil en un point quelconque m sera dirigée suivant la tangente à la courbe en ce point.

Si l'on considère un élément du fil dont le point m fasse partie, et si l'on divise la résultante F des forces qui

sollicitent cet élément par sa longueur ds , le rapport $\frac{F}{ds}$, ou plutôt la limite f vers laquelle tend ce rapport, lorsque ds tend vers zéro, sera ce que l'on nomme la *force motrice* au point m , rapportée à l'unité de longueur du fil.

Les extrémités du fil étant fixes ou sollicitées par des forces données, et la force t étant donnée en chaque point du fil, il s'agit de trouver les conditions d'équilibre du système.

Equations d'équilibre. — Rapportons les points du

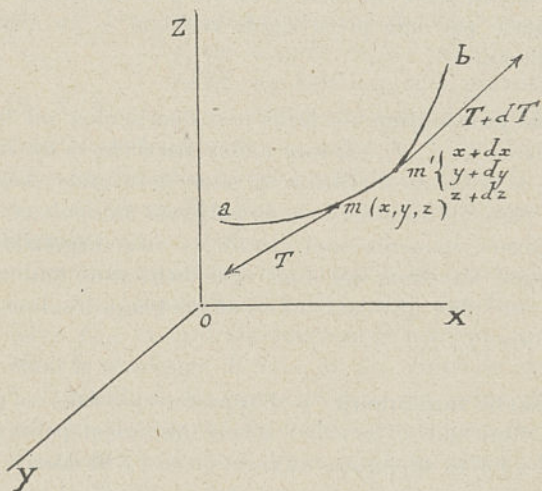


Fig. 11.

fil à trois axes rectangulaires et considérons un élément $mm' = ds$ de ce fil supposé en équilibre (fig. 11).

Désignons par :

T la tension au point m ,

x, y, z les coordonnées du point m ,

X, Y, Z les composantes suivant les trois axes de la force motrice f relative au point m , de telle sorte que :

$$Xds, \quad Yds, \quad Zds$$

représentent les composantes suivant les axes de la force qui sollicite l'élément mm' du fil.

Cet élément ne cessera pas d'être en équilibre si l'on rend la figure invariable ; donc la somme des projections sur chaque axe de coordonnées des forces qui le sollicitent doit être égale à zéro.

Or, les forces qui sollicitent cet élément sont : les tensions exercées à ses extrémités, dirigées respectivement suivant les tangentes en ces points et en sens inverse ; et, en outre, les forces

$$Xds, \quad Yds, \quad \text{et} \quad Zds.$$

La tension T variant d'une manière continue en même temps que l'arc s de la courbe, en est une fonction continue ; ainsi que les cosinus

$$\frac{dx}{ds}, \quad \frac{dy}{ds}, \quad \frac{dz}{ds}$$

des angles que la tangente fait avec les axes. Les composantes de la tension considérée dans le sens où s augmente sont donc, aux deux extrémités de l'arc ds

$$T \frac{dx}{ds}, \quad T \frac{dy}{ds}, \quad T \frac{dz}{ds},$$

$$T \frac{dx}{ds} + d\left(T \frac{dx}{ds}\right), \quad T \frac{dy}{ds} + d\left(T \frac{dy}{ds}\right), \quad T \frac{dz}{ds} + d\left(T \frac{dz}{ds}\right).$$

Les conditions d'équilibre de l'élément mm' exigent

que les composantes des forces qui le sollicitent soient nulles, en conséquence on a :

$$(x) \left\{ \begin{array}{l} d \left(T \frac{dx}{ds} \right) + X ds = 0 \\ d \left(T \frac{dy}{ds} \right) + Y ds = 0 \\ d \left(T \frac{dz}{ds} \right) + Z ds = 0 \end{array} \right\} \text{ou bien} \left\{ \begin{array}{l} \frac{dT}{ds} \cdot \frac{dx}{ds} + T \frac{d^2x}{ds^2} + X ds = 0 \\ \frac{dT}{ds} \cdot \frac{dy}{ds} + T \frac{d^2y}{ds^2} + Y ds = 0 \\ \frac{dT}{ds} \cdot \frac{dz}{ds} + T \frac{d^2z}{ds^2} + Z ds = 0. \end{array} \right.$$

§ 3. — CABLES DES PORTEURS AÉRIENS

L'application de plus en plus grande des porteurs aériens : soit dans l'exploitation des carrières, soit pour le transport à distance de minerais ou autres matériaux au-dessus des ravins, dans les pays montagneux, où les

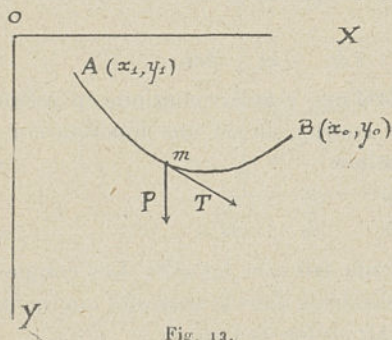


Fig. 12.

voies ferrées et de terre font défaut, soit dans le montage des ouvrages métalliques ou autres, est motivée par les solutions économiques et pratiques qui en découlent.

On se propose de déterminer : 1° dans le cas où le câble est à vide quelle est la courbe qu'il décrit, et 2° quel est le travail maximum qu'il subit.

On examinera ensuite quelle est la loi de déformation du câble sous la charge P qu'il est appelé à porter lorsque celle-ci se déplace du point A au point B (fig. 12), et

enfin quelle est la section nécessaire au câble pour maintenir le travail du métal au taux normalement adopté.

Courbe décrite par un câble sous son propre poids.

— Un câble, de poids p par mètre courant, est fixé en deux points A et B. En tout point m de ce câble la force motrice a pour composante :

$$X = 0, \quad Y = -p \cdot ds.$$

Les équations d'équilibre établies précédemment donnent :

$$d\left(T \cdot \frac{dx}{ds}\right) = 0, \quad d\left(T \frac{dy}{ds}\right) - p \cdot ds = 0$$

d'où l'on déduit d'abord :

$$T \cdot \frac{dx}{ds} = c.$$

Il en résulte que la *composante horizontale de la tension* en tout point de la courbe décrite par le câble est constante. L'intégration de la deuxième équation donne :

$$T \cdot \frac{dy}{ds} = p \cdot s + c \cdot c_1$$

d'où l'on déduit :

$$\frac{dy}{dx} = \frac{p}{c} s + c_1 \quad \text{ou} \quad \frac{d^2y}{dx^2} = \frac{p}{c} \cdot \frac{ds}{dx}.$$

Mais, d'autre part, l'égalité évidente :

$$\frac{ds}{dx} = \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2}$$

permet d'écrire l'équation différentielle du second ordre qui précède :

$$\frac{\frac{d^2y}{dx^2}}{\sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2}} = \frac{p}{c}$$

dont l'intégration est immédiate :

$$\operatorname{Lnep} \left[\frac{dy}{dx} + \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2} \right] = \frac{p}{c} x + c_2$$

d'où l'on conclut :

$$\frac{dy}{dx} + \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2} = e^{\frac{p}{c}x + c_2}$$

et par suite :

$$\frac{dy}{dx} - \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2} = -e^{-\left(\frac{p}{c}x + c_2\right)}$$

e désigne ici la base des logarithmes Népériens, c'est-à-dire le nombre incommensurable $e = 2,71828\dots$

Finalement, on trouve :

$$(1) \quad \frac{dy}{dx} = \frac{1}{2} \left[e^{\frac{px}{c} + c_2} - e^{-\left(\frac{px}{c} + c_2\right)} \right]$$

d'où l'on déduit avec les formules précédentes :

$$(2) \quad s = \frac{c}{2 \cdot p} \left[e^{\frac{px}{c} + c_2} - e^{-\left(\frac{px}{c} + c_2\right)} \right] - \frac{cc_1}{p}$$

$$(3) \quad y = \frac{c}{2 \cdot p} \left[e^{\frac{px}{c} + c_2} + e^{-\left(\frac{px}{c} + c_2\right)} \right] + c_3$$

$$(4) \quad T = \frac{c}{2} \left[e^{\frac{px}{c} + c_2} + e^{-\left(\frac{px}{c} + c_2\right)} \right] = (y - c_3)p.$$

Les constantes c , c_1 , c_2 , c_3 sont des fonctions des coordonnées x_0 , y_0 ; x_1 , y_1 et du poids p du câble (fig. 12).

Détermination des constantes de l'équation de la chaînette. — L'équation de la courbe exponentielle :

$$y = \frac{c}{2 \cdot p} \left[e^{\frac{px}{c} + c_2} + e^{-\left(\frac{px}{c} + c_2\right)} \right] + c_3$$

est l'équation la plus générale des courbes chaînettes correspondant à un câble de poids p par mètre courant. Si l'on se donne : soit trois points, soit deux points et la longueur de l'arc compris entre ces points, soit deux points et la tangente en l'un d'eux, les constantes c , c_2 , c_3 sont déterminées.

Dans le cas particulier où l'on se donne deux points A, B, et la tangente en l'un d'eux, A, horizontale, par exemple, l'équation se simplifie et s'écrit :

$$y = \frac{c}{2 \cdot p} \left[e^{\frac{p}{c}x} + e^{-\frac{p}{c}x} - 2 \right]$$

dans cette équation la valeur de c est déterminée par les coordonnées d'intersection des deux courbes :

$$Y = Xy_0$$

$$Y = \frac{1}{2} \left[e^{Xx_0} + e^{-Xx_0} - 2 \right]$$

car connaissant la valeur X commune à ces deux courbes, dont la première est une droite, on a : $c = \frac{p}{X}$. Les coordonnées (x_0, y_0) du point B satisfont, en effet, à l'équation (fig. 12) :

$$y_0 = \frac{c}{2p} \left[e^{\frac{p}{c}x_0} + e^{-\frac{p}{c}x_0} - 2 \right].$$

Au résumé, l'équation de la chaînette peut s'écrire :

$$(5) \quad y = \frac{X}{2} \left(e^{\frac{x}{X}} + e^{-\frac{x}{X}} - 2 \right)$$

X étant une constante.

Propriétés remarquables de la chaînette. — Cette courbe exponentielle est une de celles qui fut le mieux

étudiée par les géomètres. Les propriétés remarquables suivantes peuvent trouver dans certains cas leur application pratique.

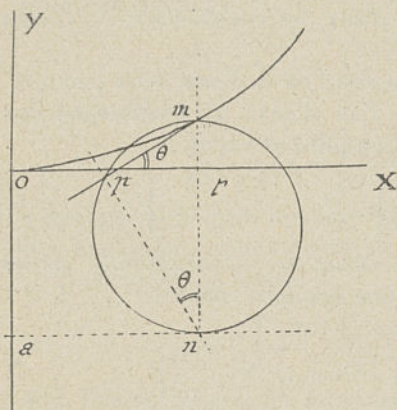


Fig. 13.

I. — Si l'on mène une parallèle à l'axe oX (fig. 13) qui en est distante de la valeur $X = \frac{p}{c}$ le pied n de l'ordonnée mn , projeté sur la tangente en m à la chaînette, rencontre cette droite au point p qui est tel que :

$$pn = X.$$

On a, en effet, d'après l'équation précédente :

$$mn = y + X \quad \text{et} \quad pn = mn \cos \theta \quad \text{avec} \quad \operatorname{tg} \theta = \frac{dy}{dx}$$

finalement :

$$(6) \quad pn = \frac{y + X}{\sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2}} = (y + X) \frac{1}{\frac{ds}{dx}}$$

D'autre part :

$$s = \frac{X}{2} \left(e^{\frac{x}{X}} - e^{-\frac{x}{X}} \right)$$

$$\frac{ds}{dx} = \frac{1}{2} \left(e^{\frac{x}{X}} + e^{-\frac{x}{X}} \right) = \frac{y + X}{X}.$$

En remplaçant $\frac{ds}{dx}$ dans la relation (6) on trouve :

$$pn = X,$$

on en déduit un moyen simple, connaissant X et le point o, de mener la tangente mp en tout point m de la chaînette.

II. *Le segment de droite mp (fig. 13) représente exactement la longueur de l'arc de chaînette compris entre le point m et le point o.* — On a, en effet,

$$mp = pn \cdot \operatorname{tg} \theta = X \frac{dy}{dx}$$

mais

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{2} \left[e^{\frac{x}{X}} - e^{-\frac{x}{X}} \right]$$

par suite

$$mp = \frac{X}{2} \left[e^{\frac{x}{X}} - e^{-\frac{x}{X}} \right] = s.$$

III. *Si l'on considère le triangle semi-curviligne orm (fig. 13) sa surface est égale à celle du double de l'aire du triangle mnp diminuée de l'aire du rectangle oanr.* — L'aire du triangle semi-curviligne omr est

$$\text{Aire omr} = \int y dx = \frac{X^2}{2} \left[e^{\frac{x}{X}} - e^{-\frac{x}{X}} \right] - Xx$$

soit

$$\text{Aire omr} = X \left[\frac{X}{2} \left(e^{\frac{x}{X}} - e^{-\frac{x}{X}} \right) \right] - Xx = pn \times mp - oa \times or$$

finalement

$$\text{Aire omr} = 2 \text{aires mnp} - \text{aire oanr}.$$

IV. *Tracer une courbe chaînette passant par deux points donnés A, B et ayant une longueur donnée entre ces*

points. — Par rapport aux axes inconnues de la chaînette OX, OY , nous connaissons les valeurs :

$$x_2 - x_1 = a$$

$$y_2 - y_1 = b$$

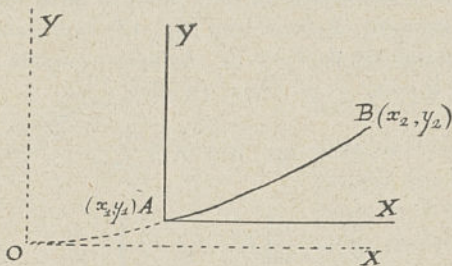


Fig. 14.

(fig. 14) et la longueur de l'arc $AB = s$. Il suffit évidemment pour tracer la chaînette de connaître les valeurs de x_1, y_1 .

Or, on a :

$$b = y_2 - y_1 = \frac{X}{2} \left[e^{\frac{x_2}{X}} + e^{-\frac{x_2}{X}} - e^{\frac{x_1}{X}} - e^{-\frac{x_1}{X}} \right]$$

$$s = \frac{X}{2} \left[e^{\frac{x_2}{X}} - e^{-\frac{x_2}{X}} - e^{\frac{x_1}{X}} + e^{-\frac{x_1}{X}} \right]$$

on en déduit par des combinaisons évidentes :

$$X \left[e^{\frac{a}{2X}} - e^{-\frac{a}{2X}} \right] = \sqrt{s^2 - b^2}$$

$$e^{\frac{x_1}{X} + \frac{a}{2X}} = \sqrt{\frac{b+s}{b-s}}$$

En développant en série la première de ces deux relations on tire la valeur de X qui, portée dans la relation :

$$x_1 = X_{L_{nep}} \left(\sqrt{\frac{b+s}{b-s}} \right) - \frac{a}{2}$$

donne la valeur de x_1 , la valeur de y_1 s'en déduit. Connaissant la position du sommet de la chaînette, on pourra en déterminer autant de points que l'on voudra.

V. *Différence de flèche entre un arc de chaînette et un arc de parabole ayant la même longueur d'arc entre deux points communs.* — La longueur d'un arc de chaînette oA ayant son sommet à l'origine o des coordonnées et passant par un point A de coordonnées (x_0, y_0) est donnée par la relation :

$$S = \frac{X}{2} \left[e^{\frac{x_0}{X}} - e^{-\frac{x_0}{X}} \right]$$

la valeur du paramètre X est définie par l'équation :

$$y_0 = \frac{X}{2} \left[e^{\frac{x_0}{X}} + e^{-\frac{x_0}{X}} - 2 \right]$$

on déduit de ces 2 équations :

$$e^{\frac{x_0}{X}} = \frac{S + y_0}{S - y_0}$$

et par suite la formule approchée :

$$x_0 = S - \frac{2}{3} \frac{y_0^2}{S} - \frac{2}{3 \times 5} \cdot \frac{y_0^4}{S^3}$$

ou :

$$(7) \quad y_c = S \sqrt{\frac{-5 + \sqrt{55 - 30 \frac{x_0}{S}}}{2}}$$

Par ailleurs, la longueur \mathcal{L} d'un demi-arc de parabole ayant 0 comme sommet et passant par le point A est :

$$\mathcal{L} = x_0 \left[1 + \frac{2}{3} \left(\frac{y_0}{x_0} \right)^2 - \frac{2}{5} \left(\frac{y_0}{x_0} \right)^4 + \frac{2^2}{7} \left(\frac{y_0}{x_0} \right)^6 - \dots \right]$$

mais pratiquement, les trois premiers termes de cette formule suffisent. On est donc conduit à l'expression :

$$(8) \quad y_0 = x_0 \sqrt{\frac{5 - \sqrt{115 - 90 \frac{\mathcal{L}}{x_0}}}{6}}$$

Il est facile de voir que si $S = \mathcal{L}$ et à égalité d'ouverture, la flèche de la *chaînette*, c'est-à-dire la valeur de y_0 déduite de l'équation (7) pour une valeur de x_0 , est plus faible que la flèche de la parabole, c'est-à-dire la valeur de y_0 déduite de (8). La différence entre ces deux flèches, est d'autant plus faible que le rapport $\frac{y_0}{x_0}$ est plus réduit.

Application. — Un câble est supposé décrire un arc de parabole dont l'ouverture est de 200 mètres entre les points d'appui avec une flèche égale au $\frac{1}{10}$ de la portée, il est facile de calculer quelle flèche aura le dit câble entre les deux mêmes points d'appui en décrivant une chaînette.

C'est le cas normal de la pratique lors de la pose des câbles d'un pont suspendu, au moment où ils ne portent que leur propre poids. En effet, le calcul de la longueur des câbles est fait comme s'ils décrivaient une parabole, alors qu'en réalité, ils décrivent une chaînette lors de leur pose à vide.

Dans le cas particulier d'une portée de 200 mètres on a :

$$2x_0 = 200^m,00 \quad y_0 = 20^m,00.$$

La longueur

$$S = \mathcal{L} = 102^m,6062$$

et par suite l'équation (7) donne

$$y_0 = 19^m,9466.$$

D'où l'on déduit que l'écart entre les flèches est :

$$20^m,000 - 19^m,946 = 0^m,054$$

du fait seul de la différence du tracé des 2 courbes considérées; cet écart est comme on le voit de faible importance.

VI. *Représentation approchée de la chaînette*¹. — On a souvent besoin dans la pratique d'une représentation approchée de la chaînette. On a vu que son équation rapportée à la tangente au sommet et à sa normale est :

$$(9) \quad y + X = \frac{X}{2} \left[e^{\frac{x}{X}} + e^{-\frac{x}{X}} \right].$$

Si X est son paramètre. En développant en série de Maclaurin :

$$(9 \text{ bis}) \quad y = \frac{1}{2!} \frac{x^2}{X} + \frac{1}{4!} \frac{x^4}{X^3} + \frac{1}{6!} \frac{x^6}{X^5} + \dots$$

(n! représentant suivant l'usage le produit 1.2.3.4...n).

Dans les applications, l'arc de la chaînette utilisé de part et d'autre de son sommet étant assez petit, on a l'habitude de lui substituer l'arc de la parabole osculatrice au sommet

$$(10) \quad y = \frac{x^2}{2X}$$

qui a avec la chaînette un contact *du troisième ordre*.

On peut obtenir au moyen d'une conique d'un emploi

¹ M. MAURICE D'OCAGNE. I. B.

presque aussi simple que cette parabole, une représentation beaucoup plus satisfaisante de la chaînette.

Il suffit de déterminer la conique osculatrice au sommet qui a avec la chaînette un contact du quatrième ordre en ce point.

Cette conique a pour équation :

$$x^2 + \frac{y^2}{3} - 2Xy = 0$$

qui représente une ellipse tangente à l'origine à l'axe oX , dont le demi-axe dirigé suivant oY est égal à $3X$, et dont les extrémités du deuxième axe forment avec l'origine un triangle équilatéral.

L'équation de cette ellipse s'écrit d'ailleurs :

$$(11) \quad y = 3X - \sqrt{9X^2 - 3x^2}.$$

C'est cette courbe que l'on peut pratiquement substituer à l'équation (9) de la chaînette.

Dans la pratique courante des ponts suspendus la valeur de la flèche des câbles oscille au voisinage du $\frac{1}{10}$ de l'ouverture, c'est-à-dire que

$$y \text{ est voisin de } \frac{2x}{10} = \frac{x}{5}.$$

On en conclut donc, d'après la formule (9^{bis}) que $\frac{x}{X}$ est voisin de 0,4. Dans ces conditions les équations : (9), (10) et (11) donnent respectivement :

$$y_1 = 0,08107X$$

$$y_2 = 0,08X$$

$$y_3 = 0,0811X.$$

On en déduit :

$$y_1 - y_2 = 0,00107X,$$

tandis que :

$$y_3 - y_2 = 0,00003 X.$$

On se rend compte ainsi que l'ellipse (11) représente la chaînette avec une bien plus grande approximation que la parabole (10).

Les erreurs sont, dans l'un et l'autre cas, de sens contraire, l'ellipse est intérieure et la parabole extérieure à la chaînette. En tout cas dans les limites de la pratique, l'ellipse (11) assure largement l'approximation de 0,0001 qu'on peut considérer comme amplement suffisante.

Déformation et calcul pratique des câbles des porteurs ou des transporteurs aériens. — On désigne également les câbles des porteurs aériens sous le nom de rails flexibles aériens car ils servent, en réalité, de rails pour des chariots porteurs et élévateurs.

Au point de vue pratique, la surcharge que ces câbles ont à porter est tellement importante par rapport au poids propre des câbles, qu'on néglige, en général, ce dernier. De plus, au lieu de considérer les arcs de courbe MA, MB (fig. 15) comme des arcs de chaînette, on suppose que le câble décrit des segments de droite entre ces points.

Avec ces hypothèses, il est facile de déterminer les tensions supportées par les éléments MA, MB, lorsque la surcharge se déplace de A en B sur les câbles. Le lieu géométrique du point M est évidemment une ellipse de foyers A et B, puisque la longueur MA + MB est constante et égale à la longueur de l'arc de chaînette AS₀B, si l'on néglige les allongements élastiques du câble, sous l'augmentation du travail qu'il subit.

Si l'on prend la droite AB, comme représentant à l'échelle des forces la surcharge P à porter ; les tensions

dans les éléments MA, MB sont précisément représentées à l'échelle des forces par les longueurs AC et BC obtenues en menant les droites AC, BC inclinées d'un angle θ sur les droites AM, BM, θ étant l'angle formé par la droite AB et la verticale.

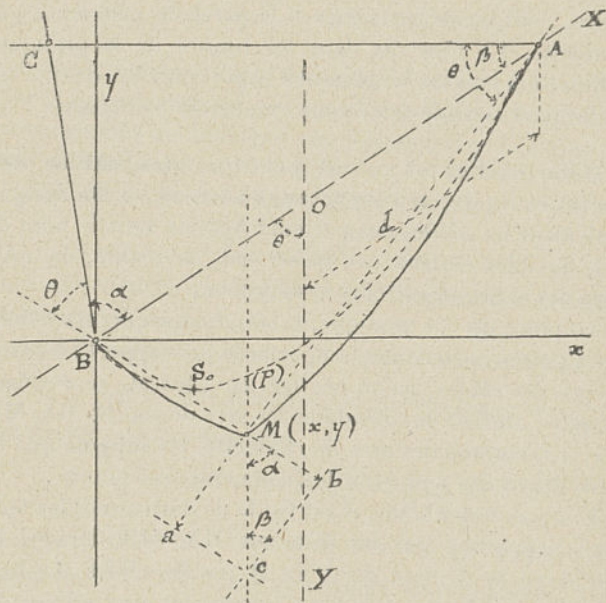


Fig. 15.

Il est, en effet, évident que les composantes de la force P sont les deux forces Ma, Mb ; les droites bc et ac étant parallèles à MA et MB.

Or, les deux triangles ACB et Mbc sont semblables

comme ayant leurs trois angles égaux, ce qui conduit à l'égalité des rapports suivants :

$$\frac{AC}{Ma} = \frac{BC}{Mb} = \frac{AB}{P}.$$

Si, au lieu de déterminer graphiquement la valeur des tensions développées dans les deux éléments MA, MB pour une position donnée de la surcharge, on veut les calculer, il suffit de remarquer que l'on a :

$$\frac{t_a \cdot \sin(\theta + \alpha)}{\rho \sin \alpha} = \frac{t_b \cdot \sin(\theta - \beta)}{\rho' \sin \beta} = \frac{P}{2d},$$

mais, par ailleurs,

$$\frac{y}{\sin(\theta + \alpha)} = \frac{d+x}{\sin \alpha} \quad \text{et} \quad \frac{y}{\sin(\theta - \beta)} = \frac{d-x}{\sin \beta},$$

ρ et ρ' représentant respectivement les longueurs MA, MB.

On en conclut donc que :

$$t_a = \frac{P}{2d} \cdot \frac{d+x}{y} \cdot \rho = \frac{P}{2d} \cdot \frac{d+x}{y} \sqrt{y^2 + (d-x)^2 + 2y(d-x) \cos \theta}$$

$$t_b = \frac{P}{2d} \cdot \frac{d-x}{y} \cdot \rho' = \frac{P}{2d} \cdot \frac{d-x}{y} \sqrt{y^2 + (d+x)^2 + 2y(d+x) \cos \theta}$$

telles sont les formules générales qui donnent avec les hypothèses adoptées et suffisamment approchées dans la pratique courante, les tensions t_a , t_b dans les éléments MA, MB du câble porteur.

Les coordonnées (x, y) du point M par rapport à OX, OY satisfont à la relation :

$$\frac{(x + y \cos \theta)^2}{l^2} + \frac{y^2 \sin^2 \theta}{l^2 - d^2} = 1,$$

si $2l$ est la longueur du câble porteur AS₀B. Si le poids P est au milieu de AB on a pour la valeur de la tension t_a :

$$t_a = \frac{P}{2} \sqrt{1 + 2 \cdot \frac{d}{y} \cos \theta + \frac{d^2}{y^2}}.$$

La relation :

$$y = l \sqrt{\frac{l^2 - d^2}{l^2 - d^2 \cos^2 \theta}}$$

définit la valeur de y qui sert à la détermination de t_a . Le problème sera complètement déterminé si l'on sait calculer la longueur $2l$ du câble porteur en définissant sa flèche de pose f par la relation :

$$f = \frac{2d}{n}$$

n ayant en pratique l'une des valeurs suivantes $n = 20, 25, 30$. Il suffit de rapporter la parabole (p) aux axes Bx, By (fig. 15), de désigner par $(x_0, -y_0)$ les coordonnées de son sommet, son équation est alors :

$$(p) \quad (x - x_0)^2 = \lambda (y + y_0)$$

avec les relations :

$$x_0^2 = \lambda y_0, \quad (2d \sin \theta - x_0)^2 = \lambda (y_0 + 2d \cos \theta)$$

et :

$$2x_0 \sin \theta - \lambda \left(\frac{4}{n} - \cos \theta \right) = 0$$

qui expriment : les deux premières que la parabole (p) passe par les points A, B et la troisième que la direction de ses diamètres est suivant l'axe Bx . On déduit de ces relations :

$$x_0 = d \sin \theta \left(1 - \frac{n}{4} \cos \theta \right)$$

$$-y_0 = \frac{2d}{n} \left(1 - \frac{n}{4} \cos \theta \right)^2$$

$$\lambda = \frac{nd}{2} \sin^2 \theta,$$

ce qui permet d'avoir la longueur cherchée :

$$2l = 2d \sin \theta + \frac{4}{3} d \frac{y_0^2 \sin \theta + 2dx_0 \cos^2 \theta - 2x_0 y_0 \cos \theta}{x_0 (2d \sin \theta - x_0)}.$$

On a ainsi tous les éléments pour traiter complètement le problème par le calcul.

Recherche du maximum. — On peut se demander pour quelle position de la charge voyageuse P sur le câble aérien la tension dans ce câble est maxima. D'après la construction graphique précédente de la détermination des efforts dans les deux brins du câble pour chaque position m de la charge on est ramené au problème suivant : *Un*

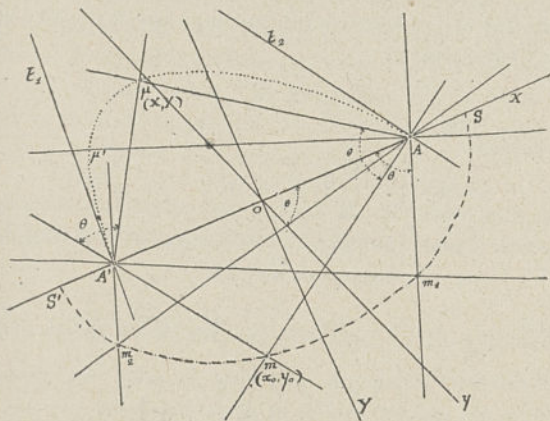


Fig. 16.

point m décrit un arc d'ellipse de foyers A, A' (fig. 16) et dont le grand axe SS' est égal à L , longueur du câble porteur ; déterminer le lieu géométrique du point μ , de rencontre des droites $\mu A, \mu A'$ faisant respectivement avec la droite $m A$ et la droite $m A'$ prolongée un angle égal à θ , angle d'inclinaison de la droite AA' sur la verticale.

Soient (x_0, y_0) les coordonnées du point m par rapport

aux axes OX, OY (X, Y) les coordonnées du point u . On a d'abord les deux relations :

$$\begin{aligned} [(X - c) \operatorname{tg} \theta - Y] [x_0 - c] + y_0 [X - c + Y \operatorname{tg} \theta] &= 0 \\ [(X + c) \operatorname{tg} \theta - Y] [x_0 + c] + y_0 [X + c + Y \operatorname{tg} \theta] &= 0 \end{aligned}$$

avec $c = OA$ ces relations expriment que les droites $\mu A, mA$ font entre elles un angle θ ainsi que $\mu A'$ et $m A'$ prolongée.

En désignant par :

$$\begin{aligned} L &= (X - c) \operatorname{tg} \theta - Y & P &= X - c + Y \operatorname{tg} \theta \\ M &= (X + c) \operatorname{tg} \theta - Y & N &= X + c + Y \operatorname{tg} \theta \end{aligned}$$

on en déduit, en exprimant que le point m décrit l'ellipse dont l'équation est :

$$\frac{x_0^2}{a^2} + \frac{y_0^2}{b^2} = 1$$

la relation :

$$4LMNP = \frac{b^2}{c^2} (LN - MP)^2 - 4 \frac{a^2}{b^2} M^2 L^2,$$

équation d'une quartique ayant deux points doubles en A, A' . Cette équation peut s'écrire :

$$4LMNP = \frac{b^2}{c^2} [LN - MP - 2 \frac{ac}{b^2} ML] [LN - MP + 2 \frac{ac}{b^2} ML]$$

Sous cette forme on voit que le plan est divisé en régions par quatre droites et deux paraboles, ce qui facilite le tracé de cette quartique. Le seul arc de cette quartique qui est intéressant à considérer pour le problème qui nous concerne est l'arc $A\mu A'$ (fig. 16). Les tangentes en A et A' sont faciles à déterminer. On mène la verticale Am_1 qui rencontre l'ellipse en m_1 , la droite $A't_1$ inclinée d'un angle θ sur la droite $A'm_1$ prolongée donne la tangente à cet arc de quartique en A' , de même pour l'une des tangentes en A on joint Am_2 et la droite At_2 telle que $t_2 A m_2 = \theta$ est la droite cherchée.

Si l'on prend pour axes les droites oX , oy , l'équation de la quartique devient :

$$(x^2 - c^2) \left[\left(x + \frac{y}{\cos \theta} \right)^2 - c^2 \right] = \left[by \sin \theta - \frac{a}{b} \operatorname{tg} \theta (x^2 - c^2) \right] \\ \left[by \sin \theta + \frac{a}{b} \operatorname{tg} \theta (x^2 - c^2) \right].$$

Après avoir tracé le segment $A\mu'$ maximum, il suffira de mesurer ce segment à l'échelle des forces, c'est-à-dire en prenant la longueur AA' comme représentant la surcharge P (ou si l'on ne néglige pas l'influence du poids du câble et du chariot roulant, la longueur AA' représentera à l'échelle des forces : la surcharge P , le poids du chariot roulant et la moitié du poids du câble porteur) pour avoir la tension maxima du câble.

Cas particulier où les points A , A' sont sur une même horizontale. — Dans ce cas particulier

$$\theta = \frac{\pi}{2}.$$

On en déduit les formules suivantes, où P représente :

$$P = p + \pi + \frac{1}{2} \varphi$$

p est la surcharge concentrée,

π le poids du chariot roulant,

φ le poids total du câble porteur ;

$$l_a = \frac{P}{2d} \cdot \frac{d+x}{y} \sqrt{y^2 + (d-x)^2}$$

$$l_b = \frac{P}{2 \cdot d} \cdot \frac{d-x}{y} \sqrt{y^2 + (d+x)^2}$$

avec

$$\frac{x^2}{l^2} + \frac{y^2}{l^2 - d^2} - 1 = 0.$$

Calcul pratique du câble porteur. — La longueur de l'arc décrit par le câble porteur est :

$$2l = 2d \left(1 + \frac{2}{3} \cdot \frac{d^2}{f^2} \right)$$

la tension maxima correspond à la position $x = 0$ de la surcharge maxima P et est donc :

$$t_m = \frac{P}{2} \sqrt{1 + \left(\frac{d}{y} \right)^2}$$

d'après les formules précédentes.

Mais on a, par ailleurs :

$$\sqrt{d^2 + y^2} = d \left(1 + \frac{2}{3} \frac{f^2}{d^2} \right)$$

d'où l'on déduit :

$$t_m = \frac{P}{2} \sqrt{1 + \frac{1}{\frac{16}{3n^2} \left(1 + \frac{4}{3n^2} \right)}} \quad \text{avec } f = \frac{2d}{n}$$

Quant aux composantes horizontales ou verticales de cette tension, elles sont :

$$t_{mx} = \frac{P}{2} \frac{1}{\sqrt{\frac{16}{3n^2} \left(1 + \frac{4}{3n^2} \right)}}$$

$$t_{my} = \frac{P}{2}.$$

Application. — Dans la pratique on adopte généralement un des rapports :

$$n = \frac{2d}{f} = 20, \quad 25 \text{ ou } 30.$$

En remplaçant dans les formules précédentes n par ces différentes valeurs, on trouve :

$$\begin{aligned} n_1 = 20 & \quad T_1 = P \times 4,357 \\ n_2 = 25 & \quad T_2 = P \times 5,430 \\ n_3 = 30 & \quad T_3 = P \times 6,493 \end{aligned}$$

Il est intéressant de rapprocher de ces résultats, ceux obtenus pour une surcharge P considérée comme uniformément répartie sur toute la longueur du câble et par suite décrivant un arc de parabole.

Pour

$$\begin{aligned} n_1 = 20 & \quad T_1' = P \times 2,55 \\ n_2 = 25 & \quad T_2' = P \times 3,16 \\ n_3 = 30 & \quad T_3' = P \times 3,78 \end{aligned}$$

Remarquons que si n reste dans le voisinage de 25, le rapport

$$\frac{T_i}{T_i'} = 1,71$$

ce qui permet de vérifier rapidement la section à donner pratiquement à un câble porteur aérien devant supporter une surcharge maxima donnée.

Application des Transporteurs aériens au montage de ponts importants. — Comme application importante des transporteurs aériens, on peut citer le montage en 1872 du pont de Saint Louis, en Amérique.

Ce même système a été appliqué en 1877 par M. Eiffel au levage de la grande arche de 160 mètres de portée du pont de Maria-Pia sur le Douro, ainsi que pour le montage de l'arche centrale du viaduc de Garabit, en 1884.

M. Seyrig a perfectionné certains détails en profitant de l'expérience acquise par les applications précédentes de ce système et s'en est servi pour la mise en place des

1 400 tonnes composant les arcs du pont-route dit de Dom Luiz à Porto.

Parmi les applications récentes des transporteurs aériens, on peut citer le montage du tablier du pont à transbordeur de Marseille où les tronçons mis d'un seul coup en place, pesaient 12 000 kilogrammes, et étaient amenés du niveau des quais à leur emplacement définitif, soit à 50 mètres de hauteur.

C'est la première application faite pour des charges aussi importantes, le chariot porteur fut d'un système spécial (appelé Télécharge par M. Arnodin, inventeur de ce chariot). Au pont Dom Luiz, à Porto, les pièces les plus lourdes étaient de 3 000 kilogrammes.

Pour montrer l'importance, l'application et l'approximation des formules précédentes, il était intéressant de vérifier, par expérience, si la théorie était d'accord avec la pratique. Dans ce but, une expérience précise a été faite lors du montage d'un panneau du tablier du pont à transbordeur de Marseille.

On amena ce panneau pesant $P = 12\ 150$ kilogrammes au point d'abscisse $x = 47^m,73$ (fig. 17), l'ordonnée se déduit de la relation :

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{a^2 - d^2} = 1$$

$2a$ étant la longueur donnée au câble porteur.

Cette équation est celle de l'ellipse trajectoire du point b de la courbe déformée des câbles porteurs où $\begin{cases} 2a = 175^m,10 \\ 2d = 165^m,00 \end{cases}$, elle donne $y = 25^m,34$ alors que l'expérience donne $25^m,04$.

Par ailleurs, la tension t_a , d'après la formule précédente,

est de $t_a = 13\,400$ kilogrammes. Comme les câbles porteurs aériens avaient une section totale de $1\,790$ millimètres carrés, le travail théorique ressort à :

$$\frac{13\,400^{\text{kg}}}{1\,790^{\text{mm}^2}} = 7^{\text{kg}},48 \text{ par millimètre carré.}$$

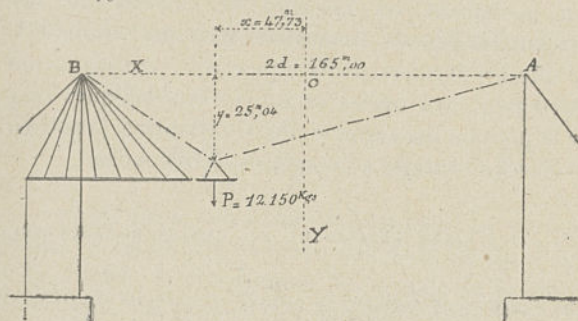


Fig. 17.

Quant au travail observé pratiquement au moyen du procédé dit « du câble témoin » qui est défini en détail plus loin (II^e partie) il fut de $7^{\text{kg}},27$ par millimètre carré de section. Cette concordance entre les résultats théoriques et les résultats observés est intéressante, parce que l'on sait ainsi avec quel degré de précision on opère, et par suite on peut se mettre à l'abri de tout accident.

Ce même procédé du câble porteur aérien, vient d'être utilisé également pour la mise en place du tablier du pont suspendu de la Cassagne (Système Gisclard, 1907-1908¹) pour voie ferrée. La portée entre les deux points d'appui des câbles porteurs au-dessus de la Tet était de

¹ Voir *Génie civil*, t. IV, n^o 16.

279 mètres, la hauteur du tablier au-dessus du ravin est de 80 mètres.

Non seulement ces transporteurs aériens servent pour le montage des ponts métalliques, mais encore pour l'exécution des ponts en maçonnerie. Ils permettent de desservir facilement un chantier au moyen de bennes apportant les pierres, le mortier, etc., aux ouvriers. C'est ainsi que les derniers ponts importants, construits ou en construction, ont utilisé ce moyen économique; on peut citer le pont en maçonnerie de Constantine (1908-1910) dont l'arche centrale a 70 mètres de débouché.

§ 4. — CÂBLES PRINCIPAUX OU CÂBLES PARABOLIQUES

On examinera d'abord la courbe que décrit un fil flexible et inextensible lorsque la force verticale qui sollicite un de ses éléments est proportionnelle, non à cet élément, mais à sa projection horizontale.

Ce cas est à peu près celui des câbles principaux ou câbles paraboliques des ponts suspendus, que ces câbles soient constitués avec des fils d'acier ou des chaînes. On considère, en effet, comme infiniment voisines les tiges verticales qui supportent le tablier, et comme constant le poids du mètre courant de tablier y compris les câbles et tiges de suspension.

Soient : p la force appliquée à une projection horizontale égale à l'unité qui agit sur les câbles, $Y ds$ la composante de la force appliquée à l'arc ds dont la projection horizontale est dx , on aura :

$$Y \cdot ds = - p \cdot dx$$

$$X = 0.$$

Les équations d'équilibre établies précédemment (α) donnent ici :

$$d\left(T \frac{dx}{ds}\right) = 0$$

$$d\left(T \frac{dy}{ds}\right) = -p dx.$$

L'intégration de ces équations est immédiate; on a, en effet :

$$(12) \quad T \frac{dx}{ds} = c$$

$$(13) \quad T \frac{dy}{ds} = -px + c \cdot c_1$$

c et c_1 étant deux constantes arbitraires. La première équation (12) montre qu'en tout point de la courbe d'équilibre des câbles, la composante horizontale de la tension est constante. Au moyen des équations (12) et (13) on déduit la suivante :

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{px}{c} + c_1$$

qui, intégrée, donne l'équation de la courbe d'équilibre :

$$(14) \quad y = -\frac{p}{2 \cdot c} x^2 + c_1 x + c_2.$$

Cette équation représente une parabole (p) à axe vertical. Les constantes arbitraires c , c_1 , c_2 se déterminent en exprimant que la courbe passe par 2 points donnés et qu'elle a une flèche ou une longueur d'arc donnée entre ces deux points.

En réalité, dans tous les ponts suspendus, les forces appliquées aux câbles ne sont pas réparties sur toute l'étendue du câble mais sont appliquées à un nombre fini de points dont les projections horizontales sont équidis-

tantes. La courbe que présente le câble est en somme un polygone funiculaire, dont tous les sommets sont sur une même parabole et dont tous les côtés enveloppent également une autre parabole.

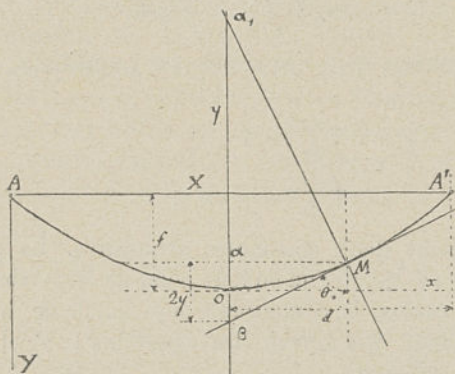


Fig. 18.

Si l'on se donne dans la parabole des câbles principaux (fig. 18) le point A et son sommet o, c'est-à-dire f et d , on aura dans l'équation précédente :

$$c_2 = 0, \quad cc_1 = p \cdot d, \quad f = \frac{p \cdot d^2}{2c}.$$

L'équation (14) de la parabole (p) devient :

$$(15) \quad y = -\frac{f}{d^2} x^2 + 2f \frac{x}{d}.$$

Tension en tout point (x, y) de la courbe d'équilibre.
— La composante horizontale de la tension en ce point est :

$$T_{H(x,y)} = T \cdot \frac{dx}{ds} = p \cdot \frac{d^2}{2 \cdot f}$$

soit une constante, comme on l'a déjà remarqué. Quant à la composante verticale de la tension elle est :

$$T_v = T \cdot \frac{dy}{ds} = p(d - x)$$

d'où l'on conclut immédiatement :

$$T_{(xy)}^2 = T_H^2 + T_v^2 = p^2 \left[(d - x)^2 + \left(\frac{d^2}{2f} \right)^2 \right]$$

ou :

$$(16) \quad T_{(x,y)} = p \sqrt{\left(\frac{d^2}{2f} \right)^2 + (d - x)^2}.$$

Tension maximum. — La tension est évidemment maximum lorsque $x = 0$ dans l'expression précédente, on a alors :

$$\begin{aligned} T_m &= p \cdot d \sqrt{1 + \left(\frac{d}{2f} \right)^2} \\ T_v &= p \cdot d. \end{aligned}$$

Dans le cas où l'on prend comme axes ox , oy , la tangente au sommet de la parabole et sa normale, son équation est (fig. 18) :

$$(17) \quad x^2 = \frac{d^2}{f} y.$$

La tension au point (x, y) est alors :

$$(18) \quad T_{(x,y)} = p \sqrt{x^2 + \left(\frac{d^2}{2f} \right)^2} = px \sqrt{1 + \left(\frac{x}{2y} \right)^2}$$

on voit également que le maximum a lieu ici pour :

$$(18') \quad \begin{aligned} x &= d \\ T_m &= p \cdot d \sqrt{1 + \left(\frac{d}{2f} \right)^2}. \end{aligned}$$

Détermination géométrique et graphique de la tension en tout point M de la courbe d'équilibre des câbles. — En tout point distant du sommet de la parabole de l'abscisse x la composante verticale de la tension est :

$$T_{vx} = p \cdot x$$

la tangente à la parabole en ce point fait avec l'axe oy un angle θ tel que :

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{x}{2y}.$$

Mais, par ailleurs, on a :

$$T_{hx} = T_{vx} \operatorname{tg} \theta = p \cdot \frac{x^2}{2y} = \frac{pd}{2f}$$

en vertu de l'équation (17). Ceci posé, on voit que l'on déduit finalement :

$$T_{(x,y)} = \frac{p \cdot x}{\cos \theta} = \frac{pd^2}{2f \sin \theta} = \sqrt{T_{vx}^2 + T_{hx}^2} = p \sqrt{x^2 + \left(\frac{d^2}{2f}\right)^2}.$$

Pour avoir graphiquement la valeur de la composante horizontale de la tension il suffit de *mesurer à l'échelle des longueurs la valeur de la sous-normale d'un point de la parabole et de multiplier ce chiffre par le poids p du mètre courant.*

En d'autres termes, la valeur constante de la sous-normale d'un point de la parabole décrite par les câbles d'un pont suspendu représente, en la mesurant à l'échelle des longueurs, la tension horizontale développée dans les câbles de la suspension sous un poids par mètre courant de tablier, suspension comprise, égal à l'unité. On a, en effet, dans le triangle rectangle $\beta M \alpha_1$ (fig. 18) :

$$\alpha \alpha_1 = \frac{x^2}{2y} = \frac{d^2}{2 \cdot f}.$$

On voit également que la valeur de *la tension est égale à la longueur de la sous-normale* Mz_1 dans le cas où le poids par mètre courant est égal à l'unité, puisque :

$$Mz_1 = \sqrt{x^2 + z_1^2} = \sqrt{x^2 + \left(\frac{d^2}{2f}\right)^2}$$

représente la valeur de $T(x, y)$, formule (18), si $p = 1$.

Longueur de l'arc des câbles principaux. — On a très fréquemment à déterminer la longueur des câbles principaux ou paraboliques d'un pont, entre deux points donnés A, B, situés ou non sur la même horizontale. Il y a donc lieu de rappeler ici la formule générale qui permet de déterminer la longueur d'un arc de courbe quelconque en fonction des coordonnées des deux points limites et en tenant compte de l'équation de la courbe donnée.

La longueur d'un élément de courbe ds , est définie par la relation évidente :

$$\overline{ds}^2 = \overline{dx}^2 + \overline{dy}^2$$

ou :

$$ds = dx \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2}.$$

Or, si l'équation de la courbe est :

$$f(x, y) = 0$$

on a en différentiant :

$$\frac{\partial f}{\partial x} + \frac{dy}{dx} \cdot \frac{\partial f}{\partial y} = 0.$$

D'où l'on conclut que la formule générale donnant la

longueur d'un arc de courbe entre deux points A (x_1, y_1) et B (x_2, y_2) :

$$S = \int_{x=x_1}^{x=x_2} dx \sqrt{1 + \frac{(\frac{\partial f}{\partial x})^2}{(\frac{\partial f}{\partial y})^2}}$$

Arc parabolique. — Il suffit de déterminer la longueur d'un arc parabolique entre tout point A et son sommet O (fig. 19).

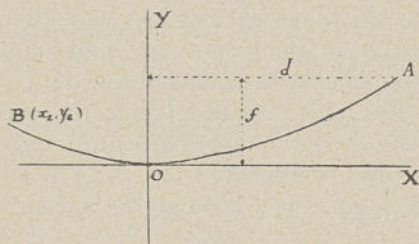


Fig. 19.

On pourra, en effet, obtenir la longueur de tout arc AOB ou A'A en prenant soit la somme des deux arcs AO et OB, soit la différence des deux arcs OA

et OA'. L'équation de la parabole (p) (fig. 19) est par rapport aux axes ox, oy :

$$x^2 = \frac{d^2}{f} y \quad (p)$$

On en déduit donc, pour l'arc ωA , la longueur :

$$\mathcal{L} = \int_{x=0}^{x=d} dx \left[1 + \left(\frac{2xf}{d^2} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}},$$

dont l'intégration, entre les deux limites du développement en série, donne :

$$\mathcal{L} = d \left[1 + \frac{2}{3} \left(\frac{f}{d} \right)^2 - \frac{2}{5} \left(\frac{f}{d} \right)^4 + \frac{2^2}{7} \left(\frac{f}{d} \right)^6 - \frac{2 \cdot 5}{9} \left(\frac{f}{d} \right)^8 + \frac{2^2 \cdot 7}{11} \left(\frac{f}{d} \right)^{10} \dots \right]$$

Dans la pratique courante, on prend :

$$f = \frac{2d}{n},$$

n variant, en général, entre les valeurs $n = 9, 10, 11, 12$.

La formule précédente devient alors :

$$\mathcal{L} = d \left[1 + \frac{2^3}{3} \frac{1}{n^2} - \frac{2^5}{5} \frac{1}{n^4} + \frac{2^8}{7} \frac{1}{n^6} - \frac{2^9 \cdot 5}{9} \frac{1}{n^8} + \frac{2^{12} \cdot 7}{11} \frac{1}{n^{10}} - \frac{2^{15} \cdot 7 \cdot 9}{6 \cdot 13 \cdot n^{12}} + \dots \right].$$

On peut transformer cette formule en une autre, qui permet d'avoir rapidement la longueur d'un câble parabolique d'un pont suspendu, dans lequel on se donne d et f ou n . On considère le cas où les deux points d'appuis sont sur une même horizontale, la longueur des câbles est donc :

$$2\mathcal{L} = 2d \left[1 + 2,666\,666 \frac{1}{n^2} - 6,4 \cdot \frac{1}{n^4} + 36,571\,428 \frac{1}{n^6} - 284,444\,444 \frac{1}{n^8} + \dots \right].$$

Dans la pratique courante, les trois premiers termes suffisent.

Pour fixer les idées sur l'erreur que l'on commet en limitant le calcul à ces trois termes, il suffit de prendre le cas d'un pont où

$$2d = 400 \text{ mètres}, \quad n = 10.$$

L'erreur Σ commise sera, par défaut, inférieure à :

$$\Sigma < \frac{400 \times 36,571\,428}{10^6}, \quad \text{soit} < 14^{\text{mm}},6,$$

ce qui est totalement négligeable.

On arrive ainsi à la formule simple suivante :

$$2\mathcal{L} = 2d \left(\frac{1}{n} \right)$$

qui donne avec les valeurs habituellement employées :

$$n = 9 \quad \left(\frac{1}{9} \right) = 1,031\ 946$$

$$n = 10 \quad \left(\frac{1}{10} \right) = 1,026\ 026$$

$$n = 11 \quad \left(\frac{1}{11} \right) = 1,021\ 601$$

$$n = 12 \quad \left(\frac{1}{12} \right) = 1,018\ 210.$$

Au résumé, le tableau ci-contre donne la longueur des câbles paraboliques des ponts dont le débouché est égal à $2d$, lorsque les points d'appui des câbles sont situés à la même hauteur et lorsque n varie de 9 à 12.

Il est intéressant de rapprocher de ce tableau, dont l'application pratique est constante, la valeur de la tension maximum dans les câbles principaux d'un pont suspendu dont le poids, porté par les câbles, est égal à l'unité, par mètre courant de tablier, et dont la flèche est définie, par rapport au débouché, par la valeur de n .

Ce tableau se déduit de la relation trouvée précédemment (formule 18')

$$T_m = p \cdot d \sqrt{1 + \left(\frac{n}{4} \right)^2}, \quad \text{pour } p = 1^{\text{kg}}.$$

Les longueurs des câbles, données par le tableau précédent I, pour un débouché et une flèche déterminés, ne tiennent pas compte de l'allongement élastique des câbles; il y a donc lieu d'apporter, pour la détermination des

I

$2d =$	50 mètres	100 mètres	200 mètres	250 mètres	300 mètres	400 mètres	500 mètres	1 000 mètres
	mètres	mètres	mètres	mètres	mètres	mètres	mètres	mètres
9	51,597	103,195	206,389	257,986	309,584	412,778	515,973	1 031,946
10	51,301	102,603	205,215	256,506	307,808	410,410	513,013	1 026,026
11	51,080	102,160	204,320	255,400	306,480	408,640	510,800	1 021,601
12	50,910	101,821	203,642	254,552	305,463	407,284	509,105	1 018,210
$n =$								

longueurs d'exécution desdits câbles, certaines corrections dont nous donnerons plus loin les valeurs.

Choix de la flèche à donner aux câbles paraboliques d'un pont suspendu. — Pour les câbles paraboliques ou câbles principaux, on adopte généralement comme flèche une fraction $\frac{1}{n}$ du débouché à franchir, n étant compris en moyenne entre 9 et 12 comme le montre le tableau suivant des ponts anciens et modernes construits dans différents pays.

On peut se demander quelle est la flèche qu'on serait conduit à adopter dans un pont suspendu pour les câbles paraboliques si la considération d'employer le minimum possible de métal dans la suspension pour porter un poids donné de tablier, intervenait seule. On se donne le taux limite τ du travail par millimètre carré dans les câbles, et pour simplifier la question on considère une travée unique de longueur $2d$ et des câbles de retenue ayant la même inclinaison que les câbles paraboliques sur la verticale.

Dans ces conditions, les sections des câbles paraboliques et des câbles de retenue sont les mêmes avec un travail identique.

La tension horizontale dans les câbles paraboliques est :

$$T_H = (p + \varphi) \frac{d^2}{2.f},$$

si p représente le poids du mètre courant de tablier, φ le poids des câbles par mètre courant. En négligeant l'écart qui existe entre la tension horizontale des câbles et leur tension maximum, on a pour leur section totale :

$$\Omega = \frac{T_H}{\tau} \quad \text{et} \quad \varphi = \Omega \cdot \frac{\delta}{10^6},$$

φ étant exprimé en kilogrammes, si $\delta = 8200$ kilogrammes, c'est-à-dire le poids d'un mètre cube de câbles à torsions alternatives, le pas de l'hélice de torsion étant d'environ 8 fois le diamètre.

Finalement, on déduit :

$$\Omega \cdot \tau = \left(p + \Omega \cdot \frac{\delta}{10^6} \right) \frac{d^2}{2 \cdot f},$$

or,

$$f = \frac{2d}{n},$$

soit :

$$\Omega = \frac{p \cdot n \cdot d}{4\tau - n \cdot d \frac{\delta}{10^6}}.$$

Par suite, le poids total des câbles de la suspension est :

$$P = \Omega \cdot \frac{\delta}{10^6} (\mathcal{L} + 2R),$$

\mathcal{L} étant la longueur des câbles paraboliques, R la longueur d'un câble de retenue. On a :

$$\mathcal{L} = 2d \left(1 + \frac{8}{3n^2} \right)$$

$$R = f \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \theta},$$

avec :

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{d}{2f} = \frac{n}{4}.$$

On en conclut :

$$P = \frac{p \cdot n \cdot d}{4\tau - n \cdot d \frac{\delta}{10^6}} \left\{ 2d \left(1 + \frac{8}{3n^2} \right) + \frac{4d}{n} \sqrt{1 + \left(\frac{n}{4} \right)^2} \right\} \cdot \frac{\delta}{10^6}.$$

Le minimum du poids des câbles sera obtenu pour la valeur de n qui rendra minimum l'expression :

$$\frac{n}{4\tau - n.d \frac{\delta}{10^6}} \left\{ 1 + \frac{8}{3n^2} + \frac{2}{n} \sqrt{1 + \left(\frac{n}{4}\right)^2} \right\}.$$

On peut sans erreur sensible négliger $n \cdot d \cdot \frac{\delta}{10^6}$ devant 4τ , on est ramené alors à trouver la valeur de n rendant minimum l'expression :

$$m = n + \frac{8}{3n} + 2 \sqrt{1 + \left(\frac{n}{4}\right)^2}.$$

Si l'on prend sa dérivée :

$$\frac{\partial m}{\partial n} = 1 - \frac{8}{3 \cdot n^2} + \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{n}{4}\right)^2}} \cdot \frac{n}{8}$$

on voit qu'elle passe d'une valeur négative à une valeur positive quand n varie de 1 à 2 puisque :

$$\left(\frac{\partial m}{\partial n}\right)_{n=1} = -1,55 \quad \left(\frac{\partial m}{\partial n}\right)_{n=2} = +0,55$$

on voit donc que cette dérivée s'annule pour une valeur de n voisine de $n = 1,75$, et pour cette valeur la fonction m et par suite le poids P des câbles passe par un minimum.

Cette valeur de n est très différente de celle adoptée dans la pratique, d'autres considérations conduisent à adopter une valeur plus élevée. Comme on le verra plus loin dans l'étude de la déformation des ponts suspendus flexibles et semi-rigides, toutes les formules qui permettent de calculer les abaissements et déformations maxima donnent des valeurs proportionnelles à la valeur de f . Par conséquent, on est amené à cette conclusion que plus sera faible la valeur de f , moins grande sera la déformation de l'ouvrage.

Si la déformation de la courbe parabolique des câbles sous l'influence des surcharges est annulée, soit par la présence des poutres de rigidité, soit par l'adjonction d'éléments supplémentaires, il subsiste toujours une autre cause de déformation que l'on peut chercher à réduire, mais qu'il est impossible d'annuler, c'est celle qui est due à l'allongement élastique des câbles.

Cette déformation se produit d'ailleurs également dans tous les autres systèmes de pont, notamment dans les ponts en arc qui ne sont autre que des ponts suspendus renversés, où les éléments supportent par suite comme efforts, ceux qui se produisent dans les ponts suspendus de même poids, par mètre courant et de même constitution, mais avec la substitution d'efforts de compression au lieu d'efforts de tension. Comme on le verra plus loin, lors de l'étude comparée de la déformation élastique des ponts suspendus et des ponts en arc, la valeur de la déformation dépend surtout du rapport entre le poids de la surcharge et le poids mort ou permanent du tablier par mètre courant.

Comme le poids mort dans les ponts en arc est très important par rapport à la surcharge, ces ponts semblent plus rigides que les ponts suspendus qui, à égalité d'ouverture, ont généralement un poids mort assez faible ; et ce, en raison de la grande économie de métal que l'on cherche toujours à réaliser dans leur construction.

En ce qui concerne la déformation élastique, la formule qui donne l'abaissement au centre de la travée d'un pont suspendu sous une surcharge de poids π par mètre courant, uniformément répartie sur tout l'ensemble du tablier, est :

$$df = \frac{5}{32} \cdot \pi \cdot \frac{d^2}{E \cdot \Omega} \cdot \frac{n^2(3n^2 + 16)}{5n^2 - 24}$$

Si l'on remplace Ω par sa valeur trouvée précédemment :

$$\Omega = \frac{n \cdot p \cdot d}{4\tau - \frac{d \cdot \delta}{n \cdot 10^6}}$$

On en déduit que l'abaissement maximum exprimé en fonction de la seule variable n est :

$$df = \frac{5}{32} \cdot \frac{\pi}{p} \cdot \frac{d}{E \cdot 10^6} \cdot \frac{(3n^2 + 16)(4n\tau \cdot 10^6 - d \cdot \delta)}{5n^2 - 24}$$

On en conclut que pour un ouvrage déterminé, df sera minimum lorsque n prendra la valeur qui annulera la relation :

$$\frac{\partial(df)}{\partial n} = \frac{5}{32} \cdot \frac{\pi}{p} \cdot \frac{d}{E \cdot 10^6} \left\{ \frac{4\pi \cdot 10^6(15n^4 - 296n^2 - 384) + 304n \cdot d \cdot \delta}{(5n^2 - 24)^2} \right\}$$

Pour un ouvrage de type courant, on trouve que la valeur de n , racine de l'équation du numérateur qui rend df minimum, est comprise entre 4 et 5.

On est ainsi conduit à augmenter la valeur de n ; d'autres considérations, comme la hauteur des piliers qui servent d'appui aux câbles, la position des massifs d'amarage sur les rives, interviennent également pour diminuer la valeur de f , soit pour augmenter celle de n .

La valeur de n adoptée généralement, dans le voisinage du nombre 10, ne s'explique pas rationnellement; car il est évident *a priori* que ce coefficient doit varier suivant l'ouvrage qu'il s'agit de construire, c'est-à-dire qu'il doit être fonction : du débouché, de la largeur du tablier, des surcharges à considérer, de la rigidité que doit présenter le pont, suivant qu'il s'agit d'un pont-route ou d'un pont pour voie ferrée, enfin des dispositions locales et du crédit plus ou moins important dont on dispose pour la construction de l'ouvrage.

Nom de l'ouvrage	Année de sa construction	Nombre de travées	Débouché de la plus grande travée	Fleche	Rapport $1/n$
<i>Angleterre.</i>					
Pont sur la Tweed, près Berwick	1819	1	110 ^m ,00	8 ^m ,00	1/13,7
Pont de Hammersmith, à Londres.	1823	3	122 ,00	10 ,00	1/12,2
Pont de Menay, près Bangor.	1826	3	177 ,00	15 ,25	1/11,6
Pont de Chelsea, à Londres.	1857	3	101 ,56	8 ,80	1/11,5
Pont Lambeth, à Londres.	1863	3	85 ,40	9 ,40	1/9
Pont de Clifton, près Bristol.	1864	1	214 ,18	21 ,35	1/10
Pont Albert, à Londres (câble de la suspension Ordish).	1872	3	130 ,00	14 ,00	1/9
Pont sur l'Usk, à Newport-Mon.	1906	1	196 ,56	21 ,84	1/9
<i>France.</i>					
Pont de Tain-Tournon.	1824	2	86 ,37	»	1/12
Pont des Invalides, sur la Seine.	1826	1	150 ,00	10 ,00	1/15
Pont de Grenoble, sur le Drac (câbles en chaînes).	1820	1	130 ,00	10 ,00	1/13
Pont de Cubzac, sur la Dordogne.	1827	5	109 ,00	13 ,00	1/8,3
Pont de l'Île Barbe, sur la Saône, à Lyon.	1828	2	102 ,00	11 ,00	1/9,2
Pont d'Angers, sur la Maine.	1828	1	102 ,00	9 ,00	1/11,3
Pont de Bry, sur la Marne.	1832	1	76 ,00	6 ,00	1/12,6
Pont de La Roche-Bernard, sur la Vilaine.	1836	1	198 ,00	15 ,20	1/13
Pont de la Caille, (route d'Annecy à Genève).	1839	1	182 ,40	16 ,00	1/11,4
Pont de Suresnes, sur la Seine.	1840	3	63 ,00	6 ,30	1/10
Pont Saint-Christophe, sur le Scorf, à Lorient.	1847	3	183 ,60	14 ,00	1/13,1
Pont de Langeais, sur la Loire.	1848	5	90 ,00	11 ,00	1/8
Pont Napoléon, sur la Saône, à Lyon.	1849	3	81 ,75	9 ,00	1/9

Nom de l'ouvrage	Année de sa construction	Nombre de travées	Débouché de la plus grande travée	Flèche	Rapport $1/n$
<i>France (suite).</i>					
Pont Lamothe, sur l'Allier.	1883	1	115 ^m ,00	11 ^m ,46	1/10
Pont La Voulte, sur le Rhône.	1890	3	180 ,00	19 ,80	1/9
Pont d'Aramon, sur le Gard.	1901	3	270 ,00	31 ,00	1/9
Pont de Bonny-Beaulieu, sur la Loire.	1902	3	120 ,00	13 ,30	1/9
Pont du Bonhomme, sur le Blavet.	1905	3	160 ,00	18 ,00	1/9
Pont de Bouchemaine, sur la Maine.	1908	3	105 ,00	11 ,60	1/9
Pont de Constantine, sur le Rhumel.	1910	1	164 ,30	18 ,00	1/9
<i>Amérique.</i>					
Pont de Wheeling, sur l'Ohio.	1849	1	308 ,05	22 ,00	1/14
Pont de Queestown.	1850	1	317 ,00	22 ,86	1/13,8
Ancien Pont du Niagara.	1851	1	250 ,00	20 ,00	1/12,5
Pont de Cincinnati, sur l'Ohio.	1867	3	322 ,38	27 ,00	1/11,8
Nouveau Pont des chutes du Niagara.	1869	1	386 ,84	27 ,70	1/14
Pont de Brooklyn, sur l'East-River.	1870	3	486 ,80	39 ,00	1/12,5
Pont de Point-Bridge, sur le Monongahella.	1876	3	244 ,00	26 ,84	1/9
Pont de Williamsburg, sur l'East-River.	1904	1	486 ,40	54 ,00	1/9
<i>Autriche.</i>					
Pont de Pesth.	1849	3	203 ,00	16 ,00	1/12,6
Pont du Chemin de fer de Ceinture, à Vienne.	1859	1	83 ,40	4 ,22	1/19,7
<i>Suisse.</i>					
Pont de Fribourg.	1832	1	268 ,36	19 ,28	1/13,9

En tous cas, au point de vue esthétique, l'adoption du coefficient de $\frac{1}{9}$ donne une solution qui satisfait l'œil dans ses formes, sans nécessiter du métal en excès.

Chaînes et câbles des ponts suspendus anciens et modernes. — Les premiers ponts suspendus ont été construits avec des chaînes en fer, ce système a été rapidement abandonné pour cette raison très simple que, outre les éléments parasites pesants et coûteux qui constituent les assemblages aux points de suspension des tiges, le fer des chaînes est un métal résistant entre 33 et 36 kilogrammes par millimètre carré à la tension, ce qui, en tenant compte des soudures, conduit à adopter comme taux de travail 8 à 9 kilogrammes par millimètre carré de section. Comme conséquence, les chaînes sont pesantes et exigent un supplément important de section pour se porter elles-mêmes. Au contraire, les câbles en fils de fer, qui cédèrent ensuite leur place aux câbles en fils d'acier, permettaient déjà d'atteindre un taux de travail de 16 à 18 kilogrammes par millimètre carré. Actuellement, les fils d'acier utilisés dans la fabrication des câbles résistent, pour le type de câbles couramment employés, entre 96 et 100 kilogrammes par millimètre carré, permettant d'admettre le taux de 20 à 25 kilogrammes par millimètre carré. On voit immédiatement la supériorité importante des câbles en fils d'acier sur les chaînes à éléments, soit en fer, soit en acier résistant à 42 kilogrammes par millimètre carré, puisque sans compter les éléments parasites et complètement inutiles aux nœuds d'articulation des chaînes, il faudra près de trois fois plus de métal dans les chaînes en fer et près de deux fois et demie plus de métal

dans les chaînes en acier, que dans les câbles en fils d'acier. Ceci résulte exactement des taux de travail qu'il est possible d'adopter à égalité de coefficient de sécurité dans les chaînes et dans les câbles en fils d'acier comme le montre le tableau ci-joint :

	Résistance maximum	Coefficient de sécurité	Taux maximum de travail par m/m^2
	kilog.		kilog.
Chaîne en fer	36	4	9,00
Chaîne en acier (éléments découpés dans des tôles).	42	4	10,50
Câbles en fils d'acier . . .	100	4	25,00

Si l'on prenait les aciers spéciaux à haute résistance pour constituer soit les chaînes, soit les câbles, l'avantage serait encore plus important pour les câbles. On obtient, en effet, actuellement, des fils d'acier résistant entre 180 et 200 kilogrammes par millimètre carré, on pourrait donc adopter, avec le même coefficient de sécurité de 4, un taux de travail de 50 kilogrammes par millimètre carré, alors que pour le meilleur métal des chaînes en acier au nickel dont la résistance maximum oscille entre 60 et 70 kilogrammes on ne peut admettre que $17^{kg},5$. Il faudrait donc, pour des chaînes constituées avec ce métal, plus de deux fois et demie de métal de plus que dans les câbles en fils d'acier, sans compter le métal parasite aux nœuds d'articulation dans les chaînes et qui augmente encore très notablement l'écart entre les deux systèmes de suspension.

Comme, par ailleurs, le câble est loin de coûter deux fois et demie au kilogramme, le prix du métal acier em-

ployé pour chaîne, l'avantage incontestable reste aux câbles.

D'autre part, lorsqu'on raisonne simplement sur le coefficient de sécurité du métal pour comparer la sécurité que présente la suspension d'un ouvrage constitué avec des chaînes ou avec des câbles, on commet une grosse erreur.

En effet, que pour une cause ou une autre, un des éléments d'une chaîne se brise, c'est le $\frac{1}{4}$ ou le $\frac{1}{5}$ de l'effort total qui passe dans les trois ou quatre éléments restants, si entre deux nœuds d'articulation consécutifs il y a quatre ou cinq éléments seulement. Au contraire, qu'un fil d'acier se rompe dans l'un des trois ou quatre câbles qui composent la suspension, c'est la $\frac{1}{3 \times 91} = \frac{1}{273}$ ou la $\frac{1}{364}$ partie de l'effort total qui est reportée sur les 272 ou les 363 fils restants, chacun des câbles étant, par exemple, constitué par 91 fils.

Si, maintenant, on examine que dans le métal acier doux ordinaire, par exemple, constituant une chaîne, la limite de l'élasticité du métal est au voisinage de 22 kilogrammes de tension par millimètre carré alors que pour le fil d'acier résistant entre 96 et 100 kilogrammes par millimètre carré, la limite d'élasticité est dans le voisinage de 70 kilogrammes de tension par millimètre carré, on voit que l'on peut, sans inconvénient, demander aux câbles un travail de près de trois fois supérieur à celui qui est normalement adopté sans que la limite d'élasticité du métal soit dépassée, alors que pour l'acier doux, en doublant le taux du travail normal, la limite d'élasticité du métal est atteinte. *Au résumé, à égalité de coefficient de sécurité dans les chaînes en acier et dans les câbles en fils*

d'acier, on a au moins 30 % de chance de rupture en plus dans les chaînes en acier que dans les câbles, et le poids de la suspension des chaînes est supérieur à deux fois et demie celui qui est nécessaire pour une suspension en câbles formés de fils d'acier.

Il ressort bien de ce qui précède que, logiquement, le système de suspension de câbles en fils d'acier est très notablement supérieur au système de suspension en chaînes.

Cette déduction logique a pourtant longtemps été et est encore un sujet de discussion et d'études comparées entre les deux systèmes. On a cherché souvent à montrer qu'au point de vue économique les câbles ne l'emportaient pas d'une façon aussi nette que cela résulte de ce qui précède. Or, si l'on examine que le montage d'une suspension en chaînes exige des échafaudages coûteux et encombrants au même titre que la mise en place d'un pont en arc, alors que le montage d'un pont suspendu composé d'un grand nombre de câbles par tête de pont, permet d'en effectuer la mise en place sans aucun échafaudage ; on en conclut qu'au point de vue économique la suspension en câbles l'emporte de beaucoup sur la suspension en chaînes.

Fabrication des câbles en fils de fer et en fils d'acier. — Il y a plusieurs procédés pour la fabrication des câbles en fils de fer et en fils d'acier.

L'ingénieur Wilhelm Hildenbrand qui fut l'un des collaborateurs de John A. Roebling, lorsqu'il conçut et construisit le pont du Niagara, de 1851 à 1855, et le pont de Brooklyn, sur l'East-River, qu'il construisit avec le fils de Roebling, le colonel W.-A. Roebling, a donné dans le

« Van Nostrands Eclectic engineering Magasine », son avis sur ce sujet, avis dicté par une grande expérience pratique. En voici le résumé :

« Trois méthodes différentes sont en usage dans la fabrication des câbles en fils de fer en Amérique :

« 1° Celle qui consiste à tordre ensemble les torons du câble ;

« 2° Celle où les fils sont parallèles et les câbles faits sur le terrain, puis élevés et mis en place ;

« 3° Celle où les câbles sont faits sur place, sur le pont même où les fils sont posés et tendus séparément ; puis, quand le faisceau est formé, sont entourés d'un fil de fer, de manière à former un câble.

« C'est cette dernière méthode qui a été employée au pont de l'East-River ; c'est aussi celle qui fut utilisée dans la construction des ponts suspendus sur le Niagara, à Cincinnati, à Alleghany, etc.

« Chaque méthode a des avantages qui en recommandent l'emploi dans certains cas. La comparaison du premier mode de fabrication avec les deux derniers donne lieu aux remarques suivantes : on manie facilement une corde en fer, et un câble de cordes peut être formé promptement et sans l'aide de machines, par conséquent pour les ponts légers et de peu de portée ces sortes de câbles sont les plus avantageux. Pour des ponts à grande portée, comme celui de l'East-River, on trouve une grande difficulté à rattacher d'une façon satisfaisante les lourdes cordes de fils à la chaîne d'ancrage ; c'est pour cette raison que ce mode de fabrication fut rejeté.

« La seconde méthode fut appliquée au pont de Wheeling. On remarque qu'elle n'est applicable qu'autant

« que, dans le prolongement de l'axe du pont, derrière
« chaque ancrage, il y a un terrain libre suffisant pour
« l'exécution des câbles.

« Il est, en effet, absolument impraticable de fabriquer
« les faisceaux des câbles sur un point qui n'est pas à
« l'endroit même où ils doivent être posés, car un fais-
« ceau de fils droits ne peut être manié comme une corde
« et on l'avarierait en le lovant.

« Il est évident qu'au pont de Brooklyn, qui réunit les
« quais de deux villes populeuses, on ne pouvait songer à
« installer un pareil chantier. Mais même, si la place
« l'aurait permis, on n'eut pas employé ce procédé, car
« un faisceau de fils placés parallèlement et horizontale-
« ment (même avec une tension égale) prend, lorsqu'il
« est suspendu entre deux points, une certaine flèche, et
« les fils qui sont à la partie inférieure travaillent bien
« plus que ceux de la partie supérieure. Cette différence
« de tension dans les fils simples peut amener une déper-
« dition de 25 % dans l'effort de tension définitif. Par
« suite de l'élasticité du métal, il se produira bien une
« espèce de répartition des forces, mais on ne peut dire
« dans quelle proportion ; et ce n'est que par hypothèse
« qu'on peut déterminer la tension exercée sur un fil.

« Au contraire, avec les câbles en fils exécutés sur
« place, on donne à chaque fil la même tension. Le grand
« désavantage d'exécuter sur place les câbles, est de
« faire perdre un temps très précieux, puisque ce mode
« nécessite l'exécution d'abord des tours, des ancrages,
« d'une passerelle de service pour chacun des câbles et
« enfin un temps très long pour leur fabrication. »

Le procédé recommandé par l'ingénieur Wilhelm Hil-
denbrand est celui qui fut employé en France pour la

construction d'un très grand nombre de ponts. Actuellement, c'est le système Arnodin qui est seul employé. Ce système réalise pratiquement la construction des éléments essentiels du pont, c'est-à-dire les câbles, en éléments amovibles et interchangeables que préconisait déjà Navier dans son célèbre mémoire de 1821, principe qui assure une durée éternelle aux ouvrages conçus suivant ces principes.

Il consiste à adopter dans la suspension, au lieu d'un seul câble, une nappe de câbles tous semblables. Ces câbles, formés de couronnes successives en fils tordus et successivement à hélices sinistrorsum et dextrorsum, sont réduits à des diamètres assez faibles pour permettre : de les fabriquer à l'usine, les transporter en rouleaux à l'emplacement du pont à construire et de les mettre en place facilement, étant donné leur poids relativement faible.

Comme chacun de ces câbles est fixé, soit au sommet des tours, soit aux massifs d'ancrages, au moyen d'éléments amovibles qui en facilitent la pose et la dépose, on voit que l'on peut, sans interrompre la circulation sur le pont, enlever un vieux câble pour en remettre un nouveau, puisqu'il s'agit de laisser porter par les autres câbles de la nappe une fraction peu importante du poids total. Comme cette transformation d'un câble ne se fait pas lorsque l'ouvrage est en épreuve, on peut toujours constituer chaque nappe de câbles de telle façon que même en supprimant l'un d'eux, les câbles restant supportent le poids du tablier en subissant un taux de travail inférieur ou égal à celui qui leur est afférent, le pont étant en charge d'épreuve.

De l'égalité de tension dans les différents câbles d'une même nappe. — On peut se demander si les

nombreux câbles qui constituent une même nappe supportent tous également le tablier, c'est-à-dire s'ils subissent tous à égalité de section une même tension. Il est facile de voir que l'égalité de tension dans les différents câbles d'une même nappe n'est pas fonction de la plus ou moins grande habileté du monteur qui effectue le réglage de la suspension. Il pourra certainement exister des petits écarts, mais on verra plus loin qu'ils sont négligeables. En tous cas, ces écarts de tension sont très inférieurs à ceux qui se produisent dans les gros câbles à fils parallèles, et pour lesquels les fils peuvent passer entre les appuis et le centre de l'arc de parabole qu'ils décrivent, de l'extrados à l'intrados, si les câbles ont été peu soignés dans leur fabrication.

Pour une nappe de câbles, l'égalité de tension est absolue dès que ces câbles qui partent de points d'appui situés sur une même horizontale décrivent une parabole ayant même flèche. On pourra vérifier, d'ailleurs, qu'en tous les points de la nappe des câbles, ceux-ci sont disposés de telle façon que la ligne horizontale tangente à deux des câbles de la nappe est tangente à tous les autres câbles. Il suffit que cette vérification soit faite au point bas de la parabole. Il n'existe, en effet, qu'une parabole du second degré passant par deux points (qui sont ici les points d'appui des chariots de dilatation) et ayant un sommet bien déterminé.

L'égalité de tension résulte de la formule :

$$T_{II} = \frac{p}{m} \cdot \frac{d^2}{2.f},$$

p étant le poids du mètre courant du tablier, m le nombre des câbles des 2 nappes. Si, en effet, l'un des câbles portait une fraction différente du poids total, son taux de tra-

vail serait plus important que le câble voisin, un allongement élastique en résulterait et un écart de sa flèche $d(f)$ le différencierait avec les autres.

Voyons, pour un pont de 200 mètres de portée, quelle serait l'augmentation de travail $d\tau$ que devrait supporter l'un des câbles de la nappe pour que ce câble accusât un écart de niveau de plus ou moins $d(f) = 0^m,01$ au centre de la travée, avec une réglette posée horizontalement sur les autres câbles de la nappe. Soit pour ce pont :

$$n = \frac{2d}{f} = 9.$$

Dans ces conditions, la formule qui sera établie ultérieurement donne :

$$d(f) = \frac{15n^3 \cdot d\mathcal{L}}{16(5n^2 - 24)}.$$

Or :

$$d\mathcal{L} = d\tau \cdot \frac{\mathcal{L}}{E}.$$

$d\tau$ étant l'augmentation du travail cherché, on déduit donc :

$$(19) \quad d\tau = \frac{16(5n^2 - 24)}{15n^3 \cdot \mathcal{L}} d(f) \cdot E.$$

Avec les données précédentes :

$$d(f) = 0^m,01 \quad E = 17000 \quad n = 9 \quad \mathcal{L} = 257^m,986$$

on trouve

$$d\tau = 0^{kg},36 \text{ par millimètre carré.}$$

Au résumé, on voit que si l'un des câbles de la nappe se détache d'un centimètre de la droite tangente à tous les autres câbles de ladite nappe, il travaillera à $0^{kg},36$ en plus ou en moins par millimètre carré de section, suivant que

la flèche sera inférieure ou supérieure à celle des autres câbles, et ce, pour un pont de 200 mètres d'ouverture.

Comme à l'œil même, sans avoir recours à une règle horizontale s'appuyant sur les câbles de la nappe, on peut apprécier un écart de moins de 5 millimètres, on voit que la tension dans les différents câbles de la nappe peut être considérée comme pratiquement égale, puisque la différence de travail de $0^{\text{kg}},18$ par millimètre carré de section pour une erreur de réglage de 5 millimètres est absolument négligeable.

Au contraire, si l'on envisage le cas d'un câble unique en fils parallèles atteignant un diamètre de $0^{\text{m}},20$ dans le pont de 200 mètres précédemment considéré, l'écart de travail entre deux fils partant des appuis à une même hauteur et passant l'un à l'intrados et l'autre à l'extrados de l'arc décrit par le câble, est très notable.

Ici on a $d(f) = 0^{\text{m}},20$; il résulte donc de ce qui précède que l'écart du travail entre les deux fils considérés sera de :

$$d\tau = + 7^{\text{kg}},2 \text{ par millimètre carré de section.}$$

Ce qui précède met en même temps en évidence la supériorité de ce système de suspension Arnodin à nappes de câbles multiples, sur le système américain, de même que la supériorité des câbles en fils tordus alternatifs sur les câbles en fils parallèles, car même dans les câbles à faible diamètre utilisés dans le système Arnodin, les fils étant tantôt à l'intrados, tantôt à l'extrados de l'arc décrit, leur tension est pour ainsi dire constante et égale à celle de l'âme.

Relation entre le diamètre d'un câble, le nombre et le diamètre des fils qui le composent. — Les fils

d'acier qui composent un câble ont des diamètres variant suivant les besoins ; ceux employés généralement varient entre 3 millimètres et 5^{mm},5, avec une variation allant jusqu'au centième de millimètre. Il est évident que si l'on prend un fil d'acier formant l'âme d'un câble, soit à fils parallèles, soit à couronnes successives tordues alternativement en sens inverse, il faut pour l'entourer six fils du même diamètre. Si l'on fait une section du câble, la circonférence d'un diamètre égal à trois fois le diamètre d'un fil sera tangente aux sections des 6 fils, en six points qui seront les sommets d'un hexagone. De même pour entourer ce câble composé d'une âme et d'une couronne, il faudra 12 fils nouveaux du même diamètre qui constitueront la deuxième couronne. La circonférence qui aura pour diamètre 5 fois le diamètre d'un fil sera tangente en 12 points aux 12 circonférences, sections des 12 fils de la deuxième couronne, et ces points formeront les sommets d'un dodécagone régulier. En continuant de même, on voit que la troisième couronne comprendra 18 fils de même diamètre et que le polygone régulier inscrit dans la circonférence de diamètre égal à 7 fois le diamètre du fil sera un octodécagone régulier ayant comme sommets les points de contact de cette circonférence avec les 18 fils de la dernière couronne.

Cela posé, il est nécessaire *étant donné le nombre N des fils de diamètre d qui entrent dans la constitution d'un câble, de pouvoir déterminer le diamètre D du câble, ou bien, si l'on se donne le diamètre D du câble et le diamètre d des fils qui le constituent, trouver le nombre N des fils qui le composent et par suite sa section Ω .*

Ces deux problèmes se résolvent de la façon la plus simple en remarquant que si le diamètre des fils qui

composent un câble circulaire est d , on a le tableau suivant :

Diamètre des fils	Nombre de couronnes	Nombre de fils	Diamètre du câble
d	»	$N =$	$D =$
»	0	1	d
»	1	7	$3d$
»	2	19	$5d$
»	3	37	$7d$
»	»	»	»
»	»	»	»
»	n	$1 + 3n(n + 1)$	$(2n + 1) \cdot d$

Finalement, on voit que dans le premier problème on se donne N et d et l'on se propose de trouver D . Il suffit d'éliminer n entre les relations :

$$\frac{D}{d} = 2n + 1$$

$$N = 3n^2 + 3n + 1$$

ce qui donne de suite :

$$D = d \cdot \sqrt{\frac{4N - 1}{3}}.$$

Cette formule serait rigoureusement applicable à un câble à fils parallèles comme à un câble à fils tordus, dont le premier n'est qu'un cas particulier du second, où le pas de l'hélice est infini; si les fils étaient jointifs, en réalité le nombre des fils est de $\frac{1}{10}$ à $\frac{1}{15}$ au dessous du nombre réel.

Dans le deuxième problème que l'on s'est proposé, on

connait D , d , et l'on cherche N . On a d'après ce qui précède :

$$N = \frac{1}{4} \left(3 \frac{D^2}{d^2} + 1 \right)$$

et par suite la section Ω du câble est :

$$\Omega = \frac{1}{4} \left[\frac{3\pi D^2}{4} + \frac{\pi d^2}{4} \right].$$

En pratique, comme d est une fraction de D , on peut négliger le terme $\frac{\pi d^2}{4}$; on en conclut, avec une approximation suffisante, la formule :

$$\Omega = \frac{3}{4} \left(\pi \frac{D^2}{4} \right)$$

c'est-à-dire qu'il suffit de prendre les $\frac{3}{4}$ de la section d'une barre ronde pleine dont le diamètre serait celui du câble, ce qui revient à prendre les $75 \frac{0}{100}$ de la section nette.

Cette remarque est intéressante car, pour les vieux ponts suspendus dont les câbles sont à fils parallèles, la connaissance du diamètre moyen d'un câble, soit D , permet d'en déduire la section Ω .

Ce qui précède revient, en somme, à dire que la somme des espaces vides laissés entre les fils est, à peu de chose près, égale au $\frac{1}{4}$ de la section d'une barre pleine ayant comme diamètre celui du câble.

Par voie de conséquence, on en déduit que le diamètre d'un câble de section donnée est :

$$D = \sqrt{\frac{16}{3 \cdot \pi} \Omega} = 0,412 \sqrt{\Omega}$$

quel que soit le diamètre des fils entrant dans sa constitution.

Remarque. — Tout ce qui précède est particulièrement applicable aux câbles à fils parallèles et n'est pas exact pour des câbles à torsions alternatives. Toutefois dans la pratique on peut appliquer les formules précédentes parce que, dans ces derniers câbles, l'excès de la section vraie sur la section calculée, compense en général la perte de résistance des fils par suite de la torsion dans le câblage.

Pour montrer pourquoi les formules précédentes ne sont pas exactes pour les câbles à fils tordus, il suffit de remarquer que toute section normale au fil de l'âme du câble, coupe les fils des autres couronnes non pas suivant des cercles mais suivant des ellipses dont la section σ' est liée à leur section circulaire par la relation (fig. 20) :

$$\sigma' = \frac{\sigma}{\cos \theta}$$

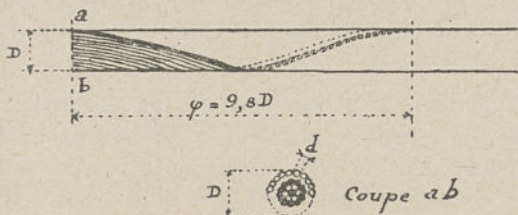


Fig. 20.

Le pas φ de l'hélice doit être défini pour chaque diamètre D d'une couronne par la relation :

$$\varphi = \mu D$$

pour que la longueur des fils d'acier des différentes couronnes entrant dans la fabrication d'un câble, soit constante.

Mais μ est une constante, on en déduit :

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{\pi}{\mu} \quad \text{et} \quad \frac{1}{\cos \theta} = \sqrt{1 + \frac{\pi^2}{\mu^2}}$$

par suite :

$$\sigma' = \sigma \sqrt{1 + \frac{\pi^2}{\mu^2}}$$

Finalement, la section vraie du câble à couronnes successives est égale à :

$$\Omega' = \frac{\pi d^2}{4} \left[(N - 1) \sqrt{1 + \frac{\pi^2}{\mu^2}} + 1 \right]$$

ou pratiquement :

$$\Omega' = \Omega \sqrt{1 + \frac{\pi^2}{\mu^2}}$$

La valeur de μ qu'il convient d'adopter pour du fil résistant à 100 kilogrammes par millimètre carré est :

$$\varphi = 9,8D \quad \text{on a :} \quad \Omega' = \Omega \times 1,05.$$

Comme la perte de résistance des fils par torsion après câblage, sous un angle constant de 18° , a été trouvé pratiquement égale à 5 % de la résistance ; en prenant pour section vraie la section Ω , on tient donc compte de cette diminution de résistance.

Du pas de l'hélice à adopter lors de la fabrication des câbles à torsions alternatives. — Lorsqu'on fabrique un câble avec des fils d'acier dont les couronnes sont des hélices alternativement *sinistrorsum* et *dextrorsum*, on peut se demander quel est le pas le meilleur à donner pour le câblage.

Dans la pratique, les fabricants ont adopté chacun un pas à leur convenance, pas qui varie entre une limite ma-

xima (fils parallèles) et une limite minima définie par la possibilité d'exécuter la torsion et par suite le câblage. Il en résulte que les câbles ne répondent pas en général aux conditions importantes auxquelles ils devraient satisfaire.

Il est d'abord nécessaire que la fabrication des différentes couronnes d'un câble se fasse dans des conditions telles que dans une longueur donnée du dit câble, tous les fils qui constituent les différentes couronnes aient la même longueur.

Cette condition est très importante à réaliser, sans cela lors de la mise en tension d'un câble tous les fils qui le composent ne supporteront pas la même tension. Pour réaliser cette condition essentielle il faut qu'il y ait un rapport constant entre le pas de l'hélice et le diamètre de la couronne ou ce qui revient au même que l'angle de câblage des fils sur l'axe du câble soit constant.

Soient, en effet, d le diamètre d'une couronne, φ le pas de l'hélice correspondante, on a :

$$\varphi = \frac{\pi d}{\operatorname{tg} \psi}$$

la longueur du câble fabriqué est :

$$l = m\varphi = \frac{m\pi d}{\operatorname{tg} \psi}$$

m est le nombre de fois que ce pas φ est compris dans la longueur du câble. On a de même, pour une autre couronne de diamètre d' :

$$\varphi' = \frac{\pi d'}{\operatorname{tg} \psi'}$$

Mais par ailleurs :

$$l = m'\varphi' = \frac{m'\pi d'}{\operatorname{tg} \psi'}$$

La longueur totale de chacun des fils d'acier des couronnes d ou d' doit être la même, par suite :

$$\frac{m\pi d}{\sin \psi} = \frac{m'\pi d'}{\sin \psi'}$$

De ces deux relations, on en déduit :

$$\cos \psi = \cos \psi' = \text{constante}$$

c'est-à-dire que l'angle de câblage doit être constant. Si l'on pose

$$\operatorname{tg} \psi = \frac{\pi}{\mu}$$

μ étant une constante

$$\varphi = \mu d$$

le pas doit donc être un multiple fixe du diamètre, pour chaque couronne du câble.

Ce qui précède montre qu'il doit exister un rapport constant entre le pas de l'hélice et le diamètre de chaque couronne composant un câble à torsions alternatives pour que le travail par millimètre carré de section dans tous les fils composant ce câble soit le même.

Cette condition essentielle est malheureusement ignorée de la majorité des fabricants de câbles, nous avons vu fréquemment ce rapport pris égal à 6 pour une couronne d'un câble, et ensuite admis à 8 pour la couronne suivante par exemple; heureusement qu'on a affaire à du métal résistant à 100 kilogrammes et plus par millimètre carré de section, et ayant sa limite d'élasticité dans le voisinage de 70 kilogrammes, de telle sorte qu'une différence de travail de quelques kilogrammes par millimètre carré de section dans les différents fils d'acier d'un câble est peu importante. Toutefois le jour où on envisagera de très grandes portées, et où on admettra un travail élevé dans

les fils d'acier constituant les câbles de la suspension, on aura besoin de serrer cette question d'exécution des câbles d'un peu plus près, pour assurer pratiquement à la suspension le coefficient de sécurité sur lequel on compte théoriquement.

Le pas de l'hélice que décrivent les fils d'acier lors de leur câblage, tout en étant un multiple constant du diamètre de la couronne considérée, n'est pas défini. Il ne doit pas être trop allongé, car on tombe dans l'inconvénient des câbles à fils parallèles, où le pas est infini.

Il ne doit pas être non plus trop faible et voisin de la limite donnée par l'enroulement des fils, car on imposerait aux fils un travail initial important dû à la torsion, ce qui serait sans utilité, de plus le glissement des fils les uns sur les autres serait facilité et une inégalité importante de tension se produirait dans les fils des différentes couronnes. Devant le choix laissé au fabricant, la solution rationnelle consiste à adopter la valeur du pas de l'hélice qui est telle qu'en introduisant dans une section normale au câble une augmentation de section, celle-ci compense exactement la perte de résistance que les fils d'acier subissent par la torsion lors du câblage. Comme cette perte de résistance du fil par la torsion est évidemment variable :

1° avec son diamètre ;

2° avec sa résistance absolue à la rupture ou sa constitution chimique, il en résulte que le pas à adopter doit être défini d'après la connaissance de la perte de résistance du fil envisagé, à la torsion donnée, perte qui peut se déterminer pratiquement.

Prenons les fils employés couramment pour la fabrication des câbles des ponts suspendus ordinaires, c'est-à-dire ceux dont le diamètre varie de 2^{mm},5 à 5^{mm},5 et dont

la résistance à la rupture est de 100 kilogrammes par millimètre carré.

L'expérience a montré que ces fils câblés sous un angle voisin de 20° subissent en moyenne une perte de résistance de 5% par la torsion pour leur câblage. D'après la formule précédente :

$$\Omega' = \Omega \sqrt{1 + \frac{\pi^2}{\mu^2}}$$

Il faut donc que la section réelle Ω' soit :

$$\Omega' = \Omega \times 1,05$$

si dans les calculs, on adopte pour section du câble Ω résistant à 100 kilogrammes par millimètre carré de section ; on en déduit donc :

$$\mu = 9,8, \quad \varphi = 9,8d.$$

Dans ces conditions, on voit que :

$$\frac{\pi d}{\varphi} = \operatorname{tg} \psi$$

soit $\psi = 18^\circ$ en chiffre rond.

Dans le cas où l'on utiliserait soit des câbles clos à plus haute résistance, soit des câbles à section circulaire de plus faible diamètre que ceux envisagés plus haut et résistant à 180 ou 200 kilogrammes par millimètre carré de section, on sera amené à adopter un rapport différent entre le pas de l'hélice et le diamètre de la couronne correspondante, ou ce qui revient au même un angle différent pour le câblage des fils.

Remarque. — Certaines ruptures inopinées de câbles pourtant en bon état de conservation et qui ont provoqué des catastrophes importantes, ont quelquefois été dues au fait d'une inégalité de tension dans les fils d'acier qui cons-

tituaient ces câbles et que l'on faisait travailler à un taux très élevé. Cette inégalité de tension entre les différents fils provenaient souvent d'une mauvaise fabrication des câbles; les écarts entre les valeurs de μ , définies précédemment, étant trop différents pour les couronnes successives d'un même câble.

Poids au mètre cube d'un câble de fabrication courante, lorsqu'on adopte sa section fictive Ω . — Dans le cas des câbles de fabrication courante, c'est-à-dire de ceux définis plus haut avec du fil résistant à 100 kilogrammes par millimètre carrés de section à la rupture, et pour lesquels on adopte la valeur $\mu = 9,8$, on peut déterminer quelle est la densité du métal à appliquer à la section fictive Ω .

Tout fil d'acier entrant dans la fabrication d'un mètre de longueur de ces câbles a, en réalité, comme longueur

$$1^{\text{m}},00 \sqrt{1 + \frac{\pi^2}{\mu^2}} = 1^{\text{m}},05.$$

Il suffit donc d'augmenter de 5 % la densité vraie du métal qui constitue le fil d'acier pour avoir le poids exact. Pour obtenir le poids du câble, on prendra la section fictive Ω et on la multipliera par le facteur entre parenthèses

$$\Omega \left[\frac{7800 + 5\% \times 7800}{10^6} \right]$$

qui est le poids d'un millimètre cube de fil tordu, soit :

$$\Omega \times \frac{8200}{10^6}.$$

Ainsi pour ces câbles fabriqués avec les données bien spécifiées plus haut le poids du mètre cube est de 8 200 kilo-

grammes. Il y a, bien en plus, à ajouter le poids du coaltar emprisonné entre les fils, mais c'est là un supplément de poids de peu d'importance.

Des différentes qualités de fils d'acier employés pour la fabrication des câbles. — Les différentes qualités des fils d'acier fournis actuellement par les tréfileries françaises sont les suivantes.

Qualités	Résistance de rupture par m/m ² de section	Flexions pour un diamètre de 2 m/m
I	150 à 180 kilog.	20 en moyenne
II	130 à 150 »	24 »
III	100 à 115 »	25 »
IV	75 à 90 »	20 »
V	60 à 75 »	18 »

Du choix des fils d'acier à employer dans la fabrication des câbles d'un pont suspendu. — On peut se demander s'il est préférable d'employer pour la fabrication des câbles d'un pont suspendu, soit des fils d'acier résistant à 100 kilogrammes à la rupture par millimètre carré, soit des fils résistant à 200 kilogrammes par millimètre carré et plus. Il y a évidemment toute une gamme de résistance intermédiaire, mais pour la mise en évidence des avantages et des inconvénients la comparaison entre ces deux qualités suffit.

Pour un pont de portée courante c'est le fil résistant à 100 kilogrammes de tension par millimètre carré de section qui est indiqué si l'ouvrage doit être durable.

*Tableau des numéros de jauge
des différents fils utilisés dans la fabrication des câbles
(Jauge de Paris 1857 ou jauge nouvelle Pétrement)*

Numéro de jauge	Diamètre en dixièmes de m/m	Poids approximatif de 1 mètre de longueur
		grammes
1	6	1,42
2	7	2,60
3	8	3,45
4	9	4,40
5	10	6,12
6	11	7,41
7	12	8,82
8	13	10,35
9	14	12,00
10	15	13,78
11	16	15,67
12	18	19,84
13	20	24,49
14	22	29,64
15	24	35,20
16	27	43,85
17	30	55,10
18	34	70,78
19	39	93,13
20	44	118,54
21	49	141,07
22	54	178,54
23	59	213,13
24	64	251,00
25	70	300,17
26	76	335,99
27	82	411,71
28	88	448,90
29	94	487,00
30	100	599,15
31	110	741,00
32	120	881,00

En effet, on voit que l'oxydation, par exemple, occasionnera sur le câble constitué avec des fils résistant à 200 kilogrammes une déperdition de résistance de plus de 40 % supérieure à la déperdition d'un câble d'égale résistance constitué avec du fil résistant à 100 kilogrammes.

Prenons pour mettre ce fait en évidence un câble de diamètre D composé de fils d'acier résistant à 100 kilogrammes.

On a d'après ce qui précède :

$$D = \sqrt{\frac{16}{3 \cdot \pi} \cdot \Omega}.$$

Pour un câble d'égale résistance au précédent et constitué avec du fil résistant à 200 kilogrammes le diamètre D' sera lié à la section Ω' par la même relation :

$$D' = \sqrt{\frac{16}{3 \pi} \Omega'}$$

mais le coefficient de sécurité étant le même pour les deux câbles on a :

$$\Omega' = \frac{\Omega}{2} \quad \text{d'où :} \quad D' = D \sqrt{\frac{\Omega'}{\Omega}} = \frac{D}{\sqrt{2}}.$$

Si la longueur de la périphérie du premier câble est l , la longueur l' du second sera liée à la première par la même relation :

$$l' = \pi D' = \frac{l}{\sqrt{2}}.$$

Supposons qu'au bout d'un nombre d'années déterminé, l'oxydation agissant sur la périphérie du premier câble ait mangé 1 millimètre d'épaisseur sur le diamètre, comme l'oxydation est évidemment proportionnelle au millimètre

carré de *surface* exposée à l'air, le premier câble aura subi une perte de résistance égale à

$$\Phi = 1^{\text{mm}^2} \times 100^{\text{kg}} \times l.$$

Le second câble aura subi une perte de résistance égale à :

$$\Phi' = 1^{\text{mm}^2} \times 200^{\text{kg}} \times l.$$

Si l'on compare les valeurs de Φ , Φ' on voit que

$$\Phi' = \Phi \times 1,4142$$

ce qui revient à dire que la perte de résistance est de 40 % supérieure à celle qu'on obtiendrait avec du fil résistant à 100 kilogrammes.

Par ailleurs, la réduction notable des diamètres des fils en employant du métal à 200 kilogrammes de résistance rend très difficile la fixation des dits fils dans les culots terminus des câbles. De plus, le faible poids de la suspension est un inconvénient pour les portées moyennes, puisque le poids des surcharges est trop important par rapport au poids mort ou permanent du pont, suspension comprise, lorsqu'il s'agit surtout d'un pont flexible à câbles paraboliques.

Par contre, pour les ouvrages provisoires et pour les ouvrages à très grand débouché, certains avantages militent en faveur de l'adoption de ces câbles fabriqués avec du métal à très haute résistance. D'abord le faible volume de ces câbles diminue l'influence du vent sur la suspension, ensuite le faible poids des câbles, pour supporter un poids donné de tablier, exige moins de câbles pour les porter. Dans ces ponts à grand débouché le poids du tablier est, en effet, très important par lui-même, puisqu'il doit obvier à la pression du vent qui oblige à adopter dans sa constitution des éléments robustes et par

suite pesants. La considération précédente d'avoir une suspension lourde perd totalement son importance. La limite à adopter pour le choix du métal des fils d'acier à employer dans la fabrication des câbles d'un pont suspendu dépend donc des considérations précédentes et des prix d'ailleurs auxquels reviennent les câbles en fils d'acier à haute et à très haute résistance.

Par ailleurs, il faut bien considérer que si les fils d'acier qui doivent constituer les câbles n'ont pas la longueur totale de ceux-ci, on est amené à braser les fils pour réunir leurs extrémités. Pour du métal à 100 kilogrammes par millimètre carré, on perd de 10 à 12 % sur la résistance en ce point de jonction, si l'on employait du métal à très haute résistance, le diamètre des fils employés est tellement faible que la perte de résistance est encore plus considérable; aussi faut-il s'astreindre dans le tréfilage des fils à très haute résistance à obtenir des bottes ayant la longueur des câbles à fabriquer.

§ 5. — DÉFORMATION ET ACTION DE LA TEMPÉRATURE SUR LES CÂBLES PRINCIPAUX DES PONTS SUSPENDUS FLEXIBLES ET SEMI-RIGIDES.

Généralités. — Les ponts suspendus flexibles sont ceux dans lesquels la flexibilité du tablier est considérée comme infinie, les ponts semi-rigides sont ceux doués d'une poutre de rigidité, appelée aussi poutre raidissante, et qui sert à atténuer les déformations du tablier sous le passage des surcharges concentrées.

Toutefois, dans le calcul des câbles principaux des ponts suspendus semi-rigides, on néglige l'influence de la

rigidité du tablier produite par les poutres de rive et l'on pêche ainsi par excès de sécurité.

La déformation de la courbe décrite par les câbles principaux ou suspenseurs d'un pont suspendu flexible peut être due :

Soit à la présence de surcharges partielles ou concentrées sur le tablier, soit à une variation de température.

La présence de surcharges sur le tablier déforme la courbe décrite par les câbles supérieurs, mais il faut distinguer dans la déformation totale deux effets bien distincts. Le premier produit par le changement de la courbe d'équilibre des câbles, le second, consécutif à l'allongement élastique du métal sous l'influence de l'augmentation de travail imposé aux câbles par l'action des surcharges. On examinera, dans tout ce qui suit, chacun de ces effets séparément; mais il ne faut pas perdre de vue que la déformation des deux effets se produisant simultanément, ne peut se déduire des résultats obtenus par leur étude séparée.

Il faut, dans chaque cas particulier, examiner ensemble les deux déformations si l'on veut être dans le vrai. Toutefois, on a une limite maximum maximorum en adoptant la somme des deux déformations.

Lorsqu'un câble a une forme et une longueur déterminées et que le travail du métal qui le compose est égal à τ par millimètre carré de section, la présence de surcharges sur le tablier augmente le travail et le porte à une valeur $\tau + d\tau$. L'allongement élastique supporté par l'élément de l'arc ds où l'augmentation peut être considérée comme constante est donc :

$$d\tau \cdot \frac{ds}{E}$$

E étant le coefficient d'allongement élastique du câble. Dans les câbles en fils d'acier résistant à 100 kilogrammes par millimètre carré de section et formés de couronnes à torsions alternatives, la valeur de E oscille dans le voisinage de 17×10^9 . Pour avoir l'allongement total du câble sous l'action de cette augmentation de travail, il suffira de calculer

$$d\mathcal{L} = \int_{s=0}^{s=\mathcal{L}} d\tau \cdot \frac{ds}{E}$$

Avant de développer les différentes formules applicables aux cas divers qui se rencontrent dans la pratique, il est nécessaire de rappeler ici les différents coefficients de dilatation donnés pour le métal acier :

	Coefficient de dilatation de 0° à 100° C.	Noms des auteurs
Acier ordinaire	0,000010750	Ellicot
	0,000010791	Laplace et Lavoisier
	0,000011040	Berthoud
	0,000011031	Struve
	0,000011899	Troughton
Acier	poule 0,000011500	Smeaton
	de la Styrie 0,000011520	Horner
	de Schafhouse 0,000011120	»
Acier trempé	Huntsman 0,000010740	»
	0,000012250	Smeaton
Acier recuit	0,000013750	Berthoud
	à 37°,5 0,000013690	Laplace et Lavoisier
	à 81°,2 0,000012396	»

Dans toutes les applications qui suivront, on prendra la valeur donnée par Laplace et Lavoisier :

$$\lambda = 0,000010791.$$

On prendra comme écart maximum de la température ambiante, une variation de $6^{\circ} = \pm 25^{\circ}$; il en résulte qu'un câble de longueur \mathcal{L} s'allongera ou diminuera d'une longueur :

$$d\mathcal{L} = \pm 0,000010791 \cdot \theta \cdot \mathcal{L} = \pm 0,000269.775 \cdot \mathcal{L}$$

aux écarts maxima de température.

Remarque. — Le coefficient adopté pour λ n'est peut-être pas celui qui s'applique exactement au métal tréfilé des fils composant les câbles, mais l'erreur est certainement très faible et de peu d'importance, étant donné les petits écarts trouvés pour les valeurs correspondantes aux qualités diverses d'acier, comme le montre le tableau précédent.

Cas d'une travée parabolique unique sans haubans ou câbles de rigidité. — On examinera d'abord le cas d'une travée parabolique unique sans haubans ou câbles de rigidité, en y regardant les points de suspension comme fixes. On verra ensuite l'influence de la mobilité des points d'appui et celle due à la présence des haubans.

Déformation sous la surcharge due à la nouvelle forme d'équilibre des câbles. — Le problème qui se pose fréquemment dans la pratique est le suivant : *Les câbles d'un pont suspendu doivent pouvoir porter un tablier pesant par mètre courant un poids p , y compris la suspension, on leur donne lors de l'exécution une longueur \mathcal{L} , déterminer la déformation de la courbe décrite*

par les câbles sous une surcharge partielle ou concentrée et en déduire le travail maximum dans ces câbles.

La solution de ce problème permet de calculer la section à donner aux câbles des ponts suspendus flexibles et des ponts semi-rigides, lorsqu'on admet que les poutres de rigidité ne jouent aucun rôle de répartition des surcharges sur le tablier. Par ailleurs, la valeur de l'abaissement du tablier indique dans quelles limites doivent intervenir les dites poutres de rigidité pour assurer l'indéformabilité du tablier.

Surcharge partiellement répartie au milieu du tablier. — La courbe parabolique (P) (voir fig. 21) précédemment décrite par les câbles suspenseurs portant un poids p par mètre courant de tablier, se déforme sous l'action d'une surcharge uniformément répartie au centre de la travée entre les points m et m' , cette surcharge pesant un poids π par mètre courant.

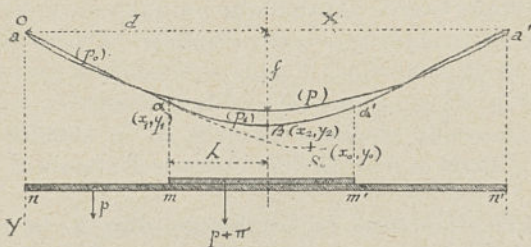


Fig. 21.

Les câbles paraboliques déformés décrivent de a à α , un arc de parabole (p_0) dont le sommet est en S_0 , de coordonnées (x_0, y_0) par rapport aux axes OX, OY ; de α à β ils décrivent un arc de parabole (p_1) correspondant à

la charge $p + \pi$ par mètre courant répartie sur le tablier entre les points m, m' . Les coordonnées du sommet de cette seconde parabole sont x_2, y_2 . Ces deux arcs de parabole (p_0) et (p_1) se raccordent au point α , de coordonnées (x_1, y_1) .

Etant données les valeurs de : d, f, x_1, p et π , il est simple de calculer les valeurs de x_0, y_0, y_2 , et y_1 ; ce qui permet de tracer les arcs de courbe décrits par les câbles, et par suite d'en déduire la déformation du tablier ; puisque les ordonnées de cette courbe de déformation sont précisément représentées par les différences des ordonnées de l'arc de parabole (P) avec les arcs des paraboles (p_0) (p_1) pour une abscisse donnée. On en déduit également la tension maximum dans les câbles.

Le système déformé est en équilibre, les deux arcs de parabole $(p_0), (p_1)$ se raccordent au point α , ils ont donc même tangente en ce point et même tension horizontale. Il suffit d'exprimer ces conditions pour avoir les valeurs des inconnues.

L'équation de la parabole (p_0) est :

$$(p_0) \quad (x - x_0)^2 + \frac{x_0^2}{y_0} (y - y_0) = 0$$

cette parabole passe par le point α , on a donc la relation :

$$x_1^2 - 2x_1x_0 + \frac{x_0^2}{y_0} y_1 = 0.$$

L'équation de la tangente à cette parabole (p_0) au point α est :

$$y - y_1 = \frac{2(y_0 - y_1)}{x_0 - x_1} (x - x_1).$$

la tension horizontale des câbles paraboliques est en ce même point :

$$T_H = p \cdot \frac{(x_0 - x_1)^2}{2(y_0 - y_1)}.$$

L'équation de la parabole (p_1) est par rapport aux mêmes axes :

$$(p_1)(x - x_1)^2 - 2(x - x_1)(x_2 - x_1) + \frac{(x_2 - x_1)^2}{y_2 - y_1}(y - y_1) = 0.$$

La tangente à cette parabole (p_1) au point α a pour équation :

$$y - y_1 = \frac{2(y_2 - y_1)}{x_2 - x_1}(x - x_1)$$

et la tension horizontale des câbles suspenseurs en ce point est :

$$T_H = (p + \pi) \frac{(x_2 - x_1)^2}{2(y_2 - y_1)}.$$

Les conditions d'équilibre donnent les relations suivantes :

$$\frac{y_0 - y_1}{x_0 - x_1} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$(\pi + p) \frac{(x_2 - x_1)^2}{y_2 - y_1} = p \frac{(x_0 - x_1)^2}{y_0 - y_1} = p \frac{x_0^2}{y_0}$$

$$\frac{f^2}{d} = \frac{y_0^2}{x_0} - \frac{(y_0 - y_1)^2}{x_0 - x_1} + \frac{(y_2 - y_1)^2}{x_2 - x_1} \quad \text{avec} \quad x_2 = d$$

la dernière relation, exprime que la longueur des câbles ne s'est pas modifiée par la déformation de la courbe décrite antérieurement. On n'envisage pas ici la déforma-

tion élastique des câbles. Au moyen de ces équations on déduit de suite en posant :

$$mm' = 2\lambda \text{ et par suite } x_1 = d - \lambda$$

$$(1) \quad x_0 = d + \frac{\pi}{p} \lambda$$

$$(2) \quad y_0 = f \cdot \frac{\left(d + \frac{\pi}{p} \lambda\right)^2}{\sqrt{d \left[\left(d + \frac{\pi}{p} \lambda\right)^3 - \lambda^3 \frac{\pi}{p} \left(1 + \frac{\pi}{p}\right)^2 \right]}}$$

$$(3) \quad y_1 = f \cdot \frac{\left[d^2 - \lambda^2 + 2 \frac{\pi}{p} \lambda (d - \lambda) \right]}{\sqrt{d \left[\left(d + \frac{\pi}{p} \lambda\right)^3 - \lambda^3 \frac{\pi}{p} \left(1 + \frac{\pi}{p}\right)^2 \right]}}$$

$$(4) \quad y_2 = f \cdot \frac{\left[\left(d + \frac{\pi}{p} \lambda\right)^2 - 2 \frac{\pi}{p} \lambda^2 \right]}{\sqrt{d \left[\left(d + \frac{\pi}{p} \lambda\right)^3 - \lambda^3 \frac{\pi}{p} \left(1 + \frac{\pi}{p}\right)^2 \right]}}$$

Ces inconnues étant déterminées, il est facile de voir quel sera sous l'influence de cette déformation seule, l'abaissement au centre de la travée, dû à la présence de la surcharge. Cet abaissement est donc :

$$(5) \quad \Delta f = y_2 - f = f \left\{ \frac{\left(d + \frac{\pi}{p} \lambda\right)^2 - 2 \frac{\pi}{p} \lambda^2}{\sqrt{d \left[\left(d + \frac{\pi}{p} \lambda\right)^3 - \lambda^3 \frac{\pi}{p} \left(1 + \frac{\pi}{p}\right)^2 \right]}} - 1 \right\}$$

La tension maximum dans les câbles paraboliques de la suspension se déduit de ce qui précède. La tension horizontale est :

$$T_H = p \cdot \frac{x_0^2}{2y_0}$$

et la tension maximum en a (ou en a') est :

$$T_m = T_n \sqrt{1 + \frac{4y_0^2}{x_0^2}} = px_0 \sqrt{1 + \frac{x_0^2}{4y_0^2}}$$

finalement :

$$(6) T_m = (pd + \pi\lambda) \sqrt{1 + \frac{d \left[\left(d + \frac{\pi}{p} \lambda \right)^3 - \lambda^3 \frac{\pi}{p} \left(1 + \frac{\pi}{p} \right)^2 \right]}{4f^2 \left(d + \frac{\pi}{p} \lambda \right)^2}}$$

Cette dernière formule est celle qui doit être utilisée pour la détermination de la tension et par suite de la section des câbles suspenseurs.

En ce qui concerne la déformation δf , elle est intéressante à connaître par ce fait qu'elle donne pour l'ouvrage considéré une limite maximum maximorum de l'abaissement au centre de la travée d'un tablier de pont suspendu entièrement flexible ou semi-rigide, dans le cas où les poutres de rive rompues ne joueraient aucun rôle.

Application. *Pont de Williamsburg sur l'Est-Reaver.*

— Si l'on considère, par exemple, le pont de Williamsburg inauguré au commencement de 1904 et situé non loin de celui de Brooklyn, on peut se rendre compte de l'importance des formules précédentes. Ce pont de Williamsburg a une travée unique, sans haubans ou câbles de rigidité, de $2d = 486^m,40$ de portée et une flèche $f = 54^m,00$. Le poids par mètre courant de tablier, suspension comprise, est $p = 20\,000$ kilogrammes.

On peut se demander quel serait l'abaissement au centre de la travée sous le stationnement d'un train de 100 mètres : 2λ de longueur et pesant au total 700000 kilogrammes

si les poutres de rigidité de l'ouvrage ne jouaient aucun rôle. On voit que

$$\pi = 7000 \text{ kilogrammes}$$

ce qui permet de calculer δf d'après la formule (5), on trouve

$$\delta f = 0^m,56$$

comme abaissement maximum.

Ce résultat est intéressant parcequ'il permet de conclure combien est peu important le rôle joué par les poutres de rigidité dans des ouvrages dont le poids mort est aussi notable par rapport aux surcharges roulantes.

Ce pont de Williamsburg a été établi pour des surcharges plus élevées que le pont de Brooklyn. Ces surcharges sont par mètre courant :

2 voies de chemin de fer (elevated)	1 650 kilogr. le mètre cour.
4 lignes de tramway.	1 800 »
2 voies charretières de 6 mètres de largeur chacune	1 900 »
2 trottoirs de 3 ^m ,19 pour piétons, et 2 ^m ,12 pour cyclistes.	1 000 »
Total.	<u>6 350</u> »

Toutefois elles n'atteignent même pas 200 kilogrammes par mètre superficiel puisque la largeur totale du tablier est de 34^m,70. Les chaussées sont en pavage en bois sur béton. Le détail du poids du métal entrant dans la travée suspendue avec les câbles d'amarrage et les ancrages est le suivant :

Câbles paraboliques, câbles d'amarrage, tiges de suspension.	5 000 000 kilogr.
Ancrages	3 100 000 »
Poutres de rigidité, pièces de pont, contreven- tement de la travée centrale	5 500 000 »
Deux pylones métalliques	6 096 000 »
Total.	<u>16 696 000</u> »

soit par mètre courant :

$$\frac{16696000}{48640} = 40400 \text{ en chiffre rond.}$$

Quant au poids permanent seul du tablier, suspension comprise, il est de $p = 20000$ kilogrammes par mètre courant, la surcharge de 6350 kilogrammes le mètre courant; il en résulte qu'en chiffre rond les câbles ont au total un poids de 27000 kilogrammes à porter par mètre courant, le pont étant en épreuve.

Les câbles paraboliques sont au nombre de 4 et chacun d'eux est composé de 37 torons de chacun 208 fils d'acier de 4^{mm},87 de diamètre, la section totale de l'ensemble des câbles paraboliques est donc $\Omega = 573198$ millimètres carrés. Ces câbles ont été constitués avec des fils d'acier résistant à 140 kilogrammes par millimètre carré de section et avec une limite d'élasticité de 80 kilogrammes; le coût de ces câbles a été de 1 fr. 75 le kilogramme tout posé.

II. *Projet d'un pont à transbordeur porte-train entre Quillebeuf et Port-Jérôme.* — Comme autre application des formules précédentes on peut citer les résultats suivants déduits du projet d'exécution, étudié par nous au point de vue technique, d'un pont à transbordeur porte-train, pour la traversée de la Seine entre Quillebeuf et Port-Jérôme. Ce pont comporte une travée centrale de 470 mètres dont la portion du milieu seul ayant une longueur de $2d = 337^m,40$ est supportée par les câbles paraboliques. Le reste, soit $66^m,30$ de tablier en avant de chacun des pylônes est supporté directement par des haubans ou câbles obliques.

Si l'on considère comme fixes les points de rencontre

des câbles obliques avec les verticales distantes de $66^m,30$ de l'axe des pylônes, ont été ramenés au cas des formules précédentes. Cette hypothèse est pratiquement suffisante.

Ici, la surcharge roulante circulant sur le tablier situé à 50 mètres de hauteur est représentée par un poids de 532 000 kilogrammes et occupant une longueur de 124 mètres sur le tablier.

Par ailleurs, on a :

$$p = 6600 \text{ kilogrammes} \quad \pi = \frac{532\,000^{\text{kg}}}{124^{\text{m}},0} \quad f = 27^{\text{m}},995$$

$$2\lambda = 124^{\text{m}},00.$$

Les formules précédentes (1) à (5) donnent lorsque l'axe de la surcharge roulante coïncide avec l'axe de la travée :

$$\begin{aligned} x_0 &= 209^{\text{m}},00 & x_1 &= 106^{\text{m}},7 \\ y_0 &= 31^{\text{m}},903 & y_1 &= 24,261 \\ & & x_2 &= 168,7 \\ & & y_2 &= 28,895 \end{aligned}$$

d'où l'on déduit :

$$\delta f = 0^{\text{m}},571$$

telle est la valeur de l'abaissement au centre de la travée lors du stationnement de la surcharge de 532 000 kilogrammes, dans un tablier regardé comme étant d'une flexibilité infinie, c'est-à-dire dans le cas où les poutres de rigidité ne seraient d'aucune utilité. Même dans cette hypothèse pessimiste l'abaissement est très peu supérieur au $\frac{1}{1\,000}$ de la portée.

Surcharge répartie partiellement sur le tablier en partant d'une extrémité de la travée. — La courbe parabolique (P) après déformation décrit, lors

d'une surcharge π par mètre courant répandue sur une portion mn du tablier (voir fig. 22), deux arcs de parabole (p_0) et (p_1) dont les sommets sont en S_0 et S_2 .

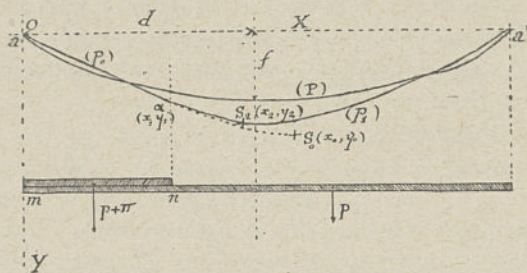


Fig. 22.

En raisonnant comme précédemment, on a les équations suivantes :

$$\begin{aligned}
 (\pi + p) \frac{x_0^2}{y_0} &= (\pi + p) \frac{(x_0 - x_1)^2}{y_0 - y_1} = p \frac{(x_2 - x_1)^2}{y_2 - y_1} = p \frac{(2d - x_2)^2}{y_2} \\
 \frac{y_0 - y_1}{x_0 - x_1} &= \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \\
 2 \frac{f^2}{d} &= \frac{y_0^2}{x_0} - \frac{(y_0 - y_1)^2}{x_0 - x_1} + \frac{(y_2 - y_1)^2}{x_2 - x_1} + \frac{y_2^2}{2d - x_2}
 \end{aligned}$$

Ces cinq équations permettent de déterminer les 5 inconnues x_0, y_0, y_1, x_2, y_2 . On trouve, en effet, facilement :

$$(7) \quad x_2 = d - \frac{\pi x_1^2}{4 \cdot p \cdot d}$$

$$(8) \quad x_0 = \frac{1}{p + \pi} \left[pd + \pi x_1 - \frac{\pi x_1^2}{4d} \right].$$

La valeur de y_0 se calcule par la relation suivante :

$$(8^{bis}) 2 \cdot \frac{f^2}{d} = \frac{y_0^2}{x_0} \left[1 + \frac{1}{x_0^3} \left\{ \frac{p^2}{(p + \pi)^2} [(2d - x_2)^3 + (x_2 - x_1)^3] - (x_0 - x_1)^3 \right\} \right]$$

ou tout est connu sauf y_0 .

Quant aux inconnues y_1, y_2 , elles sont données par les relations :

$$(9) \quad y_1 = y_0 [2x_0 + x_1] \frac{x_1}{x_0^2}$$

$$(10) \quad y_2 = \frac{y_0}{x_0^2} \left[x_1 (2x_0 - x_1) + \frac{p}{\pi + p} (x_2 - x_1)^2 \right].$$

Ces formules sont d'une application pratique assez simple. On a négligé comme précédemment dans le développement de la longueur des arcs de parabole (P) (p_0) et (p_1) les termes du quatrième degré $-\frac{2}{5} \frac{f^4}{d^4}$ pour la simplification des calculs. Comme on l'a vu d'ailleurs, le calcul effectué avec les deux premiers termes du développement en série, représentant la rectification d'un arc parabolique, donne pratiquement des résultats suffisamment approchés.

Surcharge couvrant la moitié de la travée. —

C'est ce cas particulier qui se présente le plus généralement dans la pratique. Il suffit de faire $x_1 = d$ dans les formules précédentes pour trouver celles applicables à ce cas particulier et qui sont :

$$S_0 \left\{ \begin{array}{l} x_0 = d \left(1 - \frac{\pi}{4(p + \pi)} \right) \\ y_0 = f \frac{(4p + 3\pi)^2}{\sqrt{\left(1 + \frac{\pi}{p} \right) [p(4p + 3\pi)^2 + (p + \pi)(4p + \pi)^2 - \pi^4]}} \end{array} \right.$$

$$\alpha \left\{ \begin{array}{l} x_1 = d \\ y_1 = \frac{2 \cdot y_0 \cdot (2p + \pi)}{4p + 3\pi} \end{array} \right.$$

$$S_2 \left\{ \begin{array}{l} x_2 = d \left(1 - \frac{\pi}{4p} \right) \\ y_2 = \frac{y_0 \cdot d^2 (\pi + 2p)^2}{4 \cdot x_0^2 p (\pi + p)} \end{array} \right.$$

telles sont les formules simples qui permettent de calculer les valeurs des inconnues x_0, y_0, y_1, x_2, y_2 et par suite de tracer les arcs de parabole décrits par les câbles après déformation.

Quant à la tension maximum des câbles, elle est donnée par la formule :

$$\bar{c}_m = \pi x_0 \sqrt{1 + \frac{x_0^2}{4y_0^2}}$$

Application. Pont de Williamsburg. — Si l'on envisage une surcharge $\pi = 7\,000$ kilogrammes par mètre courant de tablier répartie sur la moitié du tablier du pont de Williamsburg $x_1 = d = 243^m,20$ et si l'on néglige totalement l'effet de répartition de cette surcharge par l'intervention des poutres de rigidité, on voit que l'abaissement maximum dû à la déformation seule de la courbe des câbles se produit au point défini par l'abscisse :

$$x_2 = 227^m,43.$$

L'ordonnée de la parabole (P) sur cette verticale est :

$$y'_0 = \frac{f}{d^2} x_0 (2d - x_0) = 53^m,77.$$

Quant à l'ordonnée y_0 du sommet de la parabole (p_0) elle est donnée par la formule (8^{bis}) et est égale ici à :

$$y_0 = 54^m,11$$

la valeur de l'abaissement maximum est donc :

$$y_0 - y'_0 = 0^m,34$$

déformation inférieure au $\frac{1}{1\,000}$ de la portée de l'ouvrage.

Surcharge partiellement répartie sur une portion quelconque du tablier et mobile. — On considère dans

un pont infiniment flexible une surcharge mobile occupant une longueur 2λ sur le tablier et dont la position est définie par la distance x de son extrémité au début de la travée. Il s'agit de déterminer les trois arcs de parabole décrits par les câbles après déformation pour une position donnée de cette charge voyageuse, c'est-à-dire pour une valeur connue de x . Le problème une fois résolu, il sera facile de faire varier x et d'examiner le cas le plus défavorable qui peut se présenter.

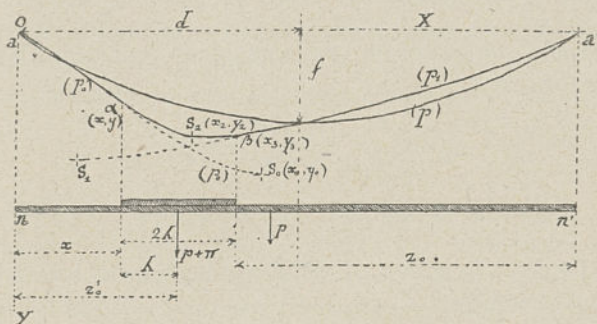


Fig. 23.

Au résumé, il s'agit de déterminer (fig. 23) les inconnues : x_0, y_0 , coordonnées du sommet S_0 de la parabole (p_0) ; x_2, y_2 , celles du sommet S_2 de la parabole (p_2) ; x_1, y_1 , celles du sommet S_1 de la parabole (p_1) ; enfin les ordonnées y et y_3 des points α, β de raccordement des paraboles $(p_0), (p_2), (p_1)$, dont les abscisses x et x_3 sont données. Les conditions d'équilibre exprimant : d'une part, que les paraboles $(p_0), (p_1), (p_2)$ sont tangentes entre elles; d'autre part, qu'en ces points de contact les

tensions horizontales sont égales, fournissent les équations suivantes :

$$\begin{aligned} \frac{y_0 - Y}{x_0 - x} &= \frac{y_2 - Y}{x_2 - x} \\ \frac{y_1 - y_3}{x_1 - x_3} &= \frac{y_2 - y_3}{x_2 - x_3} \\ p \frac{x_0^2}{y_0} &= p \frac{(x_0 - x)^2}{y_0 - Y} = (p + \pi) \frac{(x_2 - x)^2}{y_2 - Y} = (p + \pi) \frac{(x_2 - x_3)^2}{y_2 - y_3} \\ &= p \frac{(x_1 - x_3)^2}{y_1 - y_3} = p \frac{(2d - x_1)^2}{y_1}. \end{aligned}$$

Enfin, en exprimant que la longueur des câbles n'a pas changé, on a :

$$\begin{aligned} \frac{2f^2}{d} &= \frac{y_0^2}{x_0} - \frac{(y_0 - Y)^2}{x_0 - x} + \frac{(y_2 - Y)^2}{x_2 - x} + \frac{(y_2 - y_3)^2}{x_3 - x_2} \\ &\quad + \frac{y_1^2}{2d - x_1} - \frac{(y_1 - y_3)^2}{x_3 - x_1}. \end{aligned}$$

De ces 8 équations, il est facile de déduire les inconnues cherchées :

$$(11) \quad S_0 \begin{cases} x_0 = d + \frac{\pi}{p} \lambda \frac{z_0}{d} & \text{avec } z_0 = 2d - (x + 2\lambda) \\ y_0 = f \frac{x_0^2 \sqrt{2}}{\sqrt{d \left\{ x_0^3 - (x_0 - x)^3 \frac{\pi}{p + \pi} + \left[2 \left(d + \frac{\pi}{p} \lambda \right) - x_0 \right]^3 \right.}} \\ \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \left. - \left[x - x_0 + 2\lambda \left(1 + \frac{\pi}{p} \right) \right]^3 \frac{\pi}{p + \pi} \right\}} \end{cases}$$

$$(12) \quad S_1 \begin{cases} x_1 = x_0 - \frac{\pi}{p} 2\lambda \\ y_1 = \frac{y_0}{x_0^2} \left(2d - x_0 + \frac{\pi}{p} 2\lambda \right)^2 \end{cases}$$

$$(13) \quad S_2 \begin{cases} x_2 = \frac{px_0 + \pi x}{p + \pi} \\ y_2 = \frac{y_0}{x_0^2} \left[x(2x_0 - x) + \frac{p}{p + \pi} (x_0 - x)^2 \right] \end{cases}$$

$$(14) \quad \begin{cases} y = \frac{y_0}{x_0^2} x(2x_0 - x) \\ y_3 = \frac{y_0}{x_0^2} \left[(x + 2\lambda)(2x_0 - x - 2\lambda) - 4\lambda^2 \frac{\pi}{p} \right]. \end{cases}$$

Ces formules résolvent complètement la question, puisque les valeurs de x_0, y_0 sont déterminées par les deux premières relations en fonction des données du problème.

La tension maximum qui se produira dans les câbles après déformation, sera également donnée par la relation :

$$T_m = px_0 \sqrt{1 + \frac{x_0^2}{4y_0^2}}.$$

Remarque. — Il est facile de voir que le maximum de l'abaissement du tablier se produit sur la verticale de l'abscisse du sommet S_2 ; pour en avoir la valeur, on prendra la différence entre l'ordonnée y_2 et celle y'_2 correspondante à l'abscisse x_2 dans la parabole (P).

Lorsque la surcharge mobile se déplacera, le maximum maximum sera obtenu pour la valeur de x définie par la relation $x = d - \lambda$.

Cas le plus général. — Le cas le plus général est celui où le tablier est partagé en n zones symétriques ou non par rapport à l'axe de la travée; dans ces zones les surcharges sont inégales. Ces zones sont définies par les abscisses (fig. 24) $x_1, x_2, x_3, x_4, \dots, x_n$, la courbe parabolique (P) décrite primitivement par les câbles est, par suite, après déformation, constituée par $n + 1$ arcs

de parabole $(p_0), (p_1), \dots, (p_n)$ qui donnent lieu à $3n+2$ inconnues, comprenant :

1° Les n ordonnées y_1, y_2, \dots, y_n correspondant aux abscisses x_1, x_2, \dots, x_n qui sont des données du problème ;

2° Les $2(n+1)$ coordonnées des sommets des $n+1$ paraboles $(p_0), (p_1), (p_2), \dots, (p_n)$.

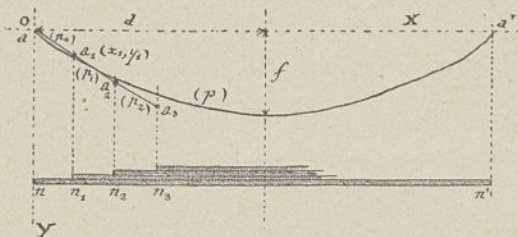


Fig. 24.

Désignons par $X_0, Y_0; X_1, Y_1; \dots; X_n, Y_n$ les coordonnées des sommets des $n+1$ paraboles. La condition pour que les tensions horizontales soient égales dans ces paraboles qui se raccordent aux points de changement des zones, donne n équations de la forme suivante :

$$(15) \quad \frac{1}{p_i} \frac{(X_i - x_i)^2}{Y_i - y_i} = \frac{1}{p_{i+1}} \frac{(X_{i+1} - x_i)^2}{Y_{i+1} - y_i}.$$

La condition pour que les tangentes à ces paraboles en leurs points de raccordement soient les mêmes, donne n équations de la forme :

$$(16) \quad \frac{Y_i - y_i}{X_i - x_i} = \frac{Y_{i+1} - y_i}{X_{i+1} - x_i}.$$

Enfin, la condition pour que les paraboles de sommets X_i, Y_i passent par les points a_i et a_{i-1} est :

$$(17) \quad \frac{(X_i - x_i)^2}{Y_i - y_i} = \frac{(X_i - x_{i-1})^2}{Y_i - y_{i-1}},$$

d'où $n + 1$ équations. Si l'on ajoute à ces $3n + 1$ équations la suivante :

$$(18) \quad 2 \frac{f^2}{d} = \Sigma \left[\frac{(Y_i - y_{i-1})^2}{X_i - x_{i-1}} - \frac{(Y_{i+1} - y_i)^2}{X_{i+1} - x_i} \right];$$

on a $3n + 2$ équations permettant de trouver sûrement les valeurs des $3n + 2$ inconnues. On remarque, en effet, que les combinaisons des équations (15) et (16) permettent de déduire linéairement, en fonction des données du problème, les valeurs des inconnues $X_0, X_1, X_2, \dots, X_n$. On déduit ensuite les valeurs de $y_1, y_2, \dots, y_n, Y_0, Y_1, \dots, Y_n$ linéairement en fonction de Y_i , par exemple, si l'on reporte finalement dans l'équation (18) toutes ces valeurs, on obtient une équation du second degré en Y_i qu'il est facile de résoudre.

Ces calculs effectués, il est facile de tracer graphiquement tous les arcs des paraboles, puisque l'on connaît pour chacune d'elle un sommet, un point et la direction constante de leur axe. Il est facile de voir que l'on a dans le tracé de chaque parabole une vérification, puisque, définie par un sommet et un point déterminé, cette parabole doit couper l'ordonnée de l'extrémité de la zone à laquelle elle correspond en un point également connu.

Surcharge concentrée en un point donné du tablier. — Si l'on considère toujours un pont infiniment flexible et une surcharge concentrée P en un point M d'un tablier (fig. 25) pesant, y compris la suspen-

sion, un poids p par mètre courant, on remarque que la courbe parabolique (P) transformée, décrit deux arcs de parabole (p_0) et (p_1) dont les sommets sont en S_0 et S_1 . Le tablier $\alpha M \alpha'$ décrit, après déformation, la courbe $\alpha M' \beta \alpha'$.

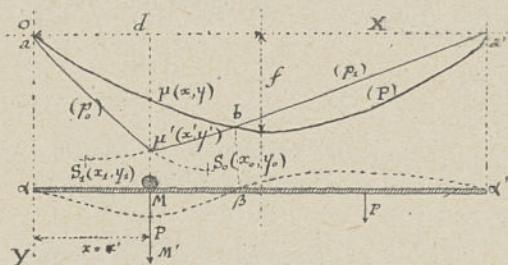


Fig. 25.

Il est facile de déterminer les coordonnées des sommets $S_0(x_0, y_0)$; $S_1(x_1, y_1)$, d'où l'on conclut évidemment celles du point $\mu'(x', y')$ et l'abaissement consécutif du tablier

$$\mu \mu' = y' - y,$$

ainsi que la tension maximum dans les câbles.

Par les mêmes considérations que précédemment, on arrive aux équations :

$$\frac{2 T_{II}}{p} = \frac{(x_0 - x)^2}{y_0 - y'} = \frac{x_0^2}{y_0} = \frac{(x - x_1)^2}{y_1 - y'} = \frac{(2d - x_1)^2}{y_1}$$

$$P = p(x_0 - x_1)$$

et enfin :

$$\frac{2f^2}{d} = \frac{y_0^2}{x_0} - \frac{(y_0 - y')^2}{x_0 - x} + \frac{y_1^2}{(2d - x_1)} - \frac{(y_1 - y')^2}{x - x_1}.$$

De ces équations on déduit :

$$x_0 = d + \frac{P}{p} \left(1 - \frac{x}{2d} \right)$$

$$x_1 = d - \frac{P \cdot x}{p \cdot 2d}$$

$$y_1 = y_0 \frac{\left(d + \frac{P \cdot x}{2 \cdot p \cdot d} \right)^2}{\left[d + \frac{P}{p} \left(1 - \frac{x}{2d} \right) \right]^2}$$

$$y' = \frac{y_0 \cdot x \cdot (2d - x) \left(1 + \frac{P}{pd} \right)}{\left[d + \frac{P}{p} \left(1 - \frac{x}{2d} \right) \right]^2},$$

la valeur de y_0 se déduisant de la relation :

$$2 \frac{f^2}{d} = \frac{y_0^2}{x_0^4} [x_0^3 - (x_0 - x)^3 + (2d - x_1)^3 - (x - x_1)^3]$$

dans laquelle tout est connu, sauf y_0 .

Quant à la valeur du maximum de la tension, elle est donnée par l'une ou l'autre des équations :

$$T_m = p \cdot x_0 \sqrt{1 + \frac{x_0^2}{4y_0^2}} = p(2d - x_1) \sqrt{1 + \frac{(2d - x_1)^2}{4y_1^2}}.$$

Maximum de la déformation. — La déformation est maximum lorsque l'on a :

$$x = d,$$

c'est-à-dire lorsque la surcharge concentrée est au milieu du tablier ; on a dans ce cas :

$$x_0 = d + \frac{1}{2} \frac{P}{p}$$

$$x_1 = d - \frac{1}{2} \frac{P}{p}$$

$$y_1 = y_0 = f \frac{\left(d + \frac{1}{2} \frac{P}{p}\right)^2}{\sqrt{d^2 + \frac{3}{2} d \frac{P}{p} + \frac{3}{4} \frac{P^2}{p^2}}}$$

et

$$y'_0 = f \left(d + \frac{P}{p}\right) \frac{1}{\sqrt{d^2 + \frac{3}{2} d \frac{P}{p} + \frac{3}{4} \frac{P^2}{p^2}}}$$

Ces formules sont simples et d'une application courante.

Quant à la tension dans les câbles, elle est au maximum de :

$$T_m = p \left(d + \frac{1}{2} \frac{P}{p}\right) \sqrt{1 + \frac{d^2}{4f^2} \frac{d^2 + \frac{3}{2} d \frac{P}{p} + \frac{3}{4} \frac{P^2}{p^2}}{\left(d + \frac{P}{2p}\right)^2}}$$

Remarque. — On peut signaler que ces formules résolvent avec plus de précision le problème précédemment traité des porteurs aériens. p représente ici le poids au mètre courant des câbles porteurs, f la flèche prise par le câble à vide, P la charge mise au milieu de l'intervalle compris entre les deux points d'appui des câbles porteurs, qui sont supposés sur une même horizontale.

Cas général d'une série de surcharges concentrées.

— Le problème se résout aussi simplement dans le cas

d'une série de surcharges concentrées en nombre n . On a, en effet, dans ce cas $3n + 2$ inconnues, c'est-à-dire :

1° les n ordonnées y_1, y_2, \dots, y_n des points d'application des n surcharges concentrées dont les abscisses x_1, x_2, \dots, x_n sont connues ;

2° les $2n + 2$ coordonnées $x_0, y_0; x_1, y_1, \dots, x_n, y_n$ des sommets des $n + 1$ paraboles décrites par les câbles déformés entre les appuis et les n charges concentrées.

Entre ces inconnues on établit :

1° $n + 1$ équations de la forme :

$$2 \frac{T_H}{p} = \frac{(X_i - x_i)^2}{Y_i - y_i} = \frac{(X_i - x_{i-1})^2}{Y_i - y_{i-1}}$$

2° n équations de la forme :

$$P_i = p(x_{i-1} - x_i)$$

3° enfin n équations de la forme :

$$\frac{(X_i - x_i)^2}{Y_i - y_i} = \frac{(X_{i+1} - x_i)^2}{Y_{i+1} - y_i}$$

et la $3n + 2^{\text{ième}}$ équation :

$$2 \frac{f^2}{d} = \sum \left[\frac{(Y_i - y_{i-1})^2}{X_i - x_{i-1}} - \frac{(Y_{i+1} - y_i)^2}{X_{i+1} - x_i} \right].$$

Le problème est donc résolu. La recherche des inconnues est une opération algébrique qui peut être plus ou moins longue, suivant le nombre des surcharges concentrées, mais qui ne présente pas de difficulté spéciale ; puisque : les abscisses X_i sont définies linéairement en fonction des données, et les ordonnées y_i, Y_i s'expriment également linéairement en fonction d'une inconnue Y_j prise arbitrairement. Cette dernière inconnue se détermine d'ailleurs, par la $3n + 2^{\text{ième}}$ équation, dans laquelle on remplace toutes les variables en fonction de Y_j .

De même que précédemment on a, dans le tracé graphique des arcs de parabole définis par les coordonnées de leurs sommets et un point, une vérification, puisqu'ils doivent passer par un autre point également bien déterminé.

Déformation des câbles principaux sous l'influence d'une augmentation de travail du métal des câbles.

— Comme précédemment on examine le cas d'une travée parabolique unique sans haubans, les deux points d'appui des câbles considérés comme fixes, la suspension et le tablier étant supposés infiniment flexibles.

Surcharge uniformément répartie sur tout l'ensemble du tablier. — On se propose de déterminer l'abaissement, au centre de la travée, des câbles et par suite du tablier lorsqu'on surcharge tout le tablier du pont d'un poids π par mètre courant.

Si ω est la section totale des câbles, on a pour son allongement élastique $d\mathcal{L}_s$ en un point x, y , ds étant un élément du câble, et E son coefficient d'allongement élastique :

$$d\mathcal{L}_s = \frac{dT_{x,y} \cdot ds}{E \cdot \omega}$$

$$= \frac{1}{E\omega} \sqrt{dx^2 + dy^2} \left\{ (p + \pi) \sqrt{x^2 + \frac{d^4}{4(f+df)^2}} - p \sqrt{x^2 + \frac{d^4}{4f^2}} \right\}.$$

On peut adopter, à un infiniment petit près, pour l'allongement de l'élément ds :

$$d\mathcal{L}_s = \frac{\pi}{E \cdot \omega} \sqrt{dx^2 + dy^2} \sqrt{x^2 + \frac{d^4}{4(f+df)^2}}$$

or :

$$y = (f + df) \frac{x^2}{d^2}$$

on en déduit :

$$d\mathcal{L}_s = \frac{\pi}{E \cdot \omega} \frac{dx}{2d^2(f + df)} [d^4 + 4x^2(f + df)^2].$$

L'allongement total sera donc :

$$\int_{s=0}^{s=\mathcal{L}} d\mathcal{L}_s = \mathcal{L} = \frac{\pi \cdot d}{E \cdot \omega \cdot (f + df)} \left[d^2 + \frac{4}{3}(f + df)^2 \right].$$

Or, la relation qui lie la longueur \mathcal{L} d'un arc parabolique aux données d et f est :

$$\mathcal{L} = 2d \left[1 + \frac{2}{3} \frac{f^2}{d^2} - \frac{2}{5} \frac{f^4}{d^4} + \dots \right].$$

L'équation différentielle de cette expression, en ne prenant que les trois premiers termes et en y considérant d comme une constante, f et \mathcal{L} comme variables indépendantes, donne :

$$d\mathcal{L} = \frac{8f}{d} df \left[\frac{1}{3} - \frac{2}{5} \frac{f^2}{d^2} \right]$$

soit :

$$df = \frac{15 \cdot d^3 \cdot d\mathcal{L}}{8f[5d^2 - 6f^2]}$$

c'est-à-dire en tenant compte de la valeur précédente de $d\mathcal{L}$ et en négligeant les termes en $(df)^2$,

$$df = \frac{5 \cdot \pi \cdot d^4}{8 \cdot E \cdot \omega \cdot f^2} \cdot \frac{3 + 4\left(\frac{f}{d}\right)^2}{5 - 6\left(\frac{f}{d}\right)^2 - 5\left(\frac{d}{f}\right)^2 \frac{\pi}{E\omega}}$$

On prend dans la pratique quelquefois les formules suivantes :

$$df = \frac{5 \cdot \pi \cdot d^4 \left(3 + 4 \frac{f^2}{d^2} \right)}{8 \cdot E \cdot \omega \cdot f^2 \left(5 - 6 \frac{f^2}{d^2} \right)}$$

et :

$$df = \frac{3 \cdot \pi \cdot d^4}{8 \cdot E \cdot \omega \cdot f^2}$$

ce qui revient en réalité à supposer que dans le développement de \mathcal{L} on se limite aux deux premiers termes, et que d'autre part, on suppose constant sur toute la longueur du câble l'augmentation de tension.

En posant comme d'habitude $f = \frac{2d}{n}$ les formules précédentes deviennent :

$$df = \frac{5 \cdot \pi \cdot d^2 n^2 (3n^2 + 16)}{32 \cdot E \cdot \omega (5n^2 - 24)}$$

et :

$$df = \frac{15 \cdot n^3 \cdot d\mathcal{L}}{16 (5n^2 - 24)}$$

ou :

$$df = \frac{3}{32} \cdot \frac{\pi n^2 d^2}{E \cdot \omega}$$

Il est à remarquer que l'abaissement au centre de la travée est, quel que soit le débouché du pont, dans un rapport constant avec l'allongement du câble.

On trouve ainsi dans les cas suivants :

$$n = 10, \quad df = 1,96953 \cdot d\mathcal{L},$$

$$n = 9, \quad df = 1,79379 \cdot d\mathcal{L}.$$

Application. I. Pont suspendu où la surcharge est égale au poids mort par mètre carré. — Si l'on considère un pont suspendu flexible dans lequel :

$$2d = 200 \text{ mètres}, \quad n = 10$$

et où le travail sous le poids mort est $\tau = 10$ kilogrammes par millimètre carré de section dans les câbles, sous

l'influence de la surcharge l'augmentation de travail $d\tau$ sera :

$$d\tau = 10 \text{ kilogrammes par millimètre carré.}$$

On a dans ce cas :

$$d\mathcal{L} = \frac{1}{E} d\tau \cdot \mathcal{L}$$

mais avec les données précédentes $\mathcal{L} = 2d \cdot 1,0260266$ et par suite :

$$df = \frac{15}{16} \frac{n^3}{5n^2 - 24} d\mathcal{L} = 20,2079017 \frac{2d}{E}.$$

Finalement pour :

$$E = 17000, \quad df = 0^m,237$$

ou :

$$E = 20000, \quad df = 0^m,202$$

L'hypothèse qu'on vient de considérer est celle qui est la plus fréquente dans la pratique pour une surcharge d'épreuve répandue uniformément sur tout le tablier.

Comme le coefficient élastique E des câbles oscille entre 17 et 20; on voit d'après ce qui précède, que l'abaissement consécutif aux câbles paraboliques seuls est malgré tout voisin du $\frac{1}{1000}$ de la portée. Pour avoir l'abaissement total, il faut tenir compte évidemment de l'allongement des câbles de retenue ou ce qui revient au même, du déplacement des points d'appui.

II. *Pont de Williamsburg.* — Dans cet ouvrage, les câbles de la suspension supportent au maximum une tension de :

$$T_m = \frac{p' \cdot d}{2 \cdot f} \sqrt{4f^2 + d^2}$$

où :

$$\begin{aligned} p' &= 27000^{\text{kg}} = p + \pi \\ d &= 243^{\text{m}},20 \end{aligned}$$

soit :

$$f = 54^m,00 = \frac{2d}{9}$$

$$p = 20\,000 \text{ kilogrammes.}$$

$$T_m = 16\,178\,000 \text{ kilogrammes.}$$

La section totale des câbles principaux étant :

$$\Omega = 573\,198 \text{ millimètres carrés}$$

le travail des câbles, le pont étant en surcharge d'épreuve, est de :

$$\tau = \frac{T_m}{\Omega} = 28 \text{ kilogrammes}$$

par millimètre carré en chiffre rond.

Sous le poids mort seul de l'ouvrage, le travail est de :

$$\tau_0 = 28^{\text{kg}} \times \frac{20^{\tau}}{27^{\tau}} = 21^{\text{kg}},5$$

par millimètre carré en chiffre rond.

L'augmentation est donc :

$$d\tau = \tau - \tau_0 = 7^{\text{kg}},5 \text{ par millimètre carré.}$$

Dans ces conditions, l'abaissement maximum qui se produira du fait de l'allongement des câbles paraboliques seuls, sera en prenant $E = 20 \times 10^9$ (le kilogramme et le mètre étant pris pour unité)

$$df = \frac{15n^3 d\tau \mathcal{L}}{16(5n^2 - 24)E} = 1,79379 \cdot \frac{d\tau}{E} \cdot \mathcal{L}$$

On a vu précédemment que pour $n = 9$

$$\mathcal{L} = 1,0317818(2d) = 501^m,85867$$

d'où finalement :

$$df = 0^m,33758$$

valeur très notablement inférieure au $\frac{1}{1\,000}$ de la portée.

III. Comparaison entre l'abaissement théorique et l'abaissement observé au centre du tablier d'un pont suspendu supportant une surcharge d'épreuve uniformément répartie sur toute la longueur. — Prenons, par exemple, le pont suspendu de la Roche-Bernard construit par Leblanc et ayant des câbles en fils parallèles. Comme le mentionne Leblanc dans son ouvrage¹ les résultats des expériences d'épreuves du pont donnèrent les résultats suivants :

Avant l'épreuve, la flèche des câbles était de .	15 ^m ,00
Sous la charge complète uniformément répartie.	15, 26
Après la décharge	15, 02

L'abaissement pratiquement observé au centre de la travée est donc de 0^m,25 ; or, d'après Leblanc, le poids permanent du mètre courant de tablier, suspension comprise, était $p = 1\,440$ kilogrammes, le poids de la surcharge $\pi = 1\,180$ kilogrammètres par mètre courant.

Les câbles principaux étaient composés de 5 632 fils de 9^{mm}²,08 de section chacun, d'où l'on conclut avec les dimensions de l'ouvrage qui sont :

$$2d = 193^m,60$$

$$F = 15,20$$

que le travail dans les câbles est

Sous le poids permanent, seul de .	9 ^{kg} ,02 par m/m ²
Sous la surcharge, de	16, 41 »
Soit une augmentation de	<u>7^{kg},39</u> par m/m ²

Les câbles de retenue étaient composés de 5 694 fils de

¹ LEBLANC, Ingénieur des Ponts et Chaussées. — *Description du pont suspendu de la Roche-Bernard* Carillan. Gœury, 1841.

$9^{\text{mm}^2}, 08$; on en déduit de même avec les données de l'ouvrage que le travail par millimètre carré de section est

Sous le poids permanent, de	8 ^{kg} ,92
Avec la surcharge	16, 23
Soit une augmentation de	<u>7^{kg},31</u>

La longueur des câbles principaux était de 196 mètres en chiffre rond, celle des câbles de retenue rive droite et rive gauche, de 160^m,00.

Au résumé, l'allongement total était de :

$$d(l) = \frac{1}{20\ 000} [7,39 \times 196 + 7,31 \times 160] = 0^{\text{m}}, 1359.$$

Avec la formule précédente on trouve pour l'abaissement théorique :

$$dF = 2,414 d(l) = 0^{\text{m}}, 328$$

alors que l'abaissement observé a été de : 0^m,550. L'écart est donc de 0^m,378, soit en chiffre rond de 30 % de la valeur réelle.

On pêche donc par excès en adoptant les chiffres donnés théoriquement par la formule développée précédemment.

Condition nécessaire et suffisante pour qu'un pont suspendu ne présente sous la surcharge d'épreuve qu'un abaissement, au centre de la travée, inférieur au $\frac{1}{1\ 000}$ de la portée. — La surcharge d'épreuve la plus importante que supporte un pont suspendu pour voie de terre, et qui donne lieu au travail maximum dans les câbles principaux est celle d'une surcharge uniformément répartie de 400 kilogrammes par mètre superficiel, comme il est stipulé dans les conditions d'épreuves imposées par la circulaire ministérielle du 29 août 1891 aux ponts métalliques pour voie de terre.

Si l'on désire que l'abaissement au centre de la travée soit inférieur au $\frac{1}{1000}$ de la portée, on devra avoir :

$$df \leq \frac{2d}{1000}.$$

Or, on a vu précédemment que :

$$d\tau = \frac{16(5n^2 - 24)}{15n^3} df \cdot \frac{E}{\mathcal{Q}}$$

\mathcal{Q} représentant la longueur des câbles paraboliques. Étant données les hypothèses qui servent à l'établissement de cette formule, il résulte que si l'on remplace \mathcal{Q} par $\mathcal{Q} + L$, L représentant la longueur totale des câbles de retenue de la suspension, df représentera l'abaissement total sous l'influence de l'accroissement de travail $d\tau$ dans les câbles. Il est entendu que les sections des câbles paraboliques et des câbles de retenue sont déterminées pour que le taux de travail maximum soit atteint en même temps dans lesdits câbles.

Cela posé, la condition nécessaire et suffisante est donc :

$$d\tau \leq \frac{16(5n^2 - 24)}{15000n^3} \cdot \frac{E \cdot 2d}{\mathcal{Q} + L}.$$

Comme par ailleurs on a :

$$\mathcal{Q} = 2d \left(1 + \frac{2^3}{3n^2} - \frac{2^5}{5n^4} \right)$$

et que l'on peut écrire

$$L = 2d \cdot \Lambda$$

Λ étant un coefficient presque constant quel que soit le débouché de l'ouvrage, la condition précédente se réduit à :

$$d\tau \leq \frac{16 \cdot (5n^2 - 24) \times n \times E}{1000 [(15n^4 + 2^3 \cdot 5n^2 - 2^5 \cdot 3) + 15n^4 \Lambda]}.$$

Cette condition est indépendante du débouché de l'ouvrage et ne varie qu'avec la valeur de n .

Si l'on envisage le cas le plus fréquent de la pratique ou : $L = \frac{l}{2}$ on trouve pour :

$$n = 10 \quad E = 17 \times 10^9 \quad d\tau \leq 5^{\text{kg}},6 \text{ par millimètre carré}$$

et pour :

$$n = 9 \quad E = 17 \times 10^9 \quad d\tau \leq 6^{\text{kg}},1 \text{ par millimètre carré}$$

Si l'on adoptait comme coefficient d'allongement élastique des câbles $E = 20 \times 10^9$, on trouverait pour :

$$n = 10 \quad d\tau \leq 6^{\text{kg}},6 \text{ par millimètre carré}$$

$$n = 9 \quad d\tau \leq 7^{\text{kg}},2 \quad \text{»}$$

Au résumé, si le travail du fil d'acier composant les câbles est admis lors des épreuves au taux de 20 kilogrammes par millimètre carré de section, on en déduit comme règle pratique :

L'abaissement maximum, au centre de la travée d'un pont suspendu, lors d'une surcharge uniformément répartie sur son tablier, de 400 kilogrammes par mètre carré, sera

inférieure au $\frac{1}{1000}$ de la portée, si le poids mort du tablier

et de la suspension est au moins de 800 kilogrammes par mètre carré. — L'augmentation de travail $d\tau$ dans les câbles est, d'après les formules qui la déterminent, une fonction linéaire de la surcharge π par mètre superficiel, comme il en est de même de τ , on voit que l'on doit avoir d'après ce qui précède, puisque $d\tau$ oscille autour de $6^{\text{kg}},5$ par millimètre carré,

$$\tau = 2d\tau,$$

et par suite

$$p = 2\pi = 800 \text{ kilogrammes par mètre carré}$$

en chiffre rond.

Dans le cas des surcharges roulantes on peut toujours déterminer les poutres de rigidité, de telle façon que leur effet de répartition de la surcharge, sur une longueur donnée du tablier, soit telle que la déformation de la courbe des câbles ajoutée à leur allongement élastique donne un abaissement, au centre de la travée, inférieur au $\frac{1}{1000}$ de la portée, si la condition est remplie dans le cas de l'épreuve d'une surcharge uniformément répartie, de 400 kilogrammes par mètre superficiel.

Abaissement d'un point d'abscisse donnée lors d'un allongement élastique des câbles paraboliques.

— On a vu précédemment comment on détermine l'allongement élastique $d\mathcal{L}$ des câbles, et l'abaissement consécutif au centre de la travée :

$$df = \frac{15 \cdot d^3}{8 \cdot f \cdot (5d^2 - 6f^2)} \cdot d\mathcal{L}.$$

pour déterminer l'abaissement mm' (fig. 26)

$$y' - y = dy,$$

il suffit de remarquer que l'équation de la parabole (P) rapportée aux axes OX, OY est :

$$y = \frac{f}{d^2} (2d - x)x,$$

de même l'équation de la parabole (P') :

$$y' = \frac{(f + df)}{d^2} (2d - x)x.$$

On en déduit, par suite

$$dy = y' - y = \frac{df}{d^2} (2d - x)x = \frac{15 \cdot d}{8 \cdot f (5d^2 - 6f^2)} x(2d - x) \cdot d\mathcal{L}.$$

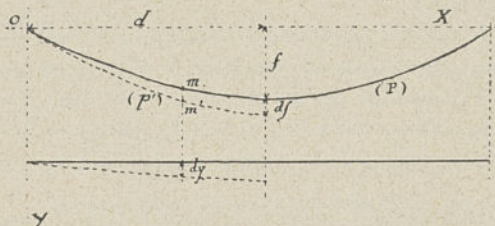


Fig. 26.

En réalité, si le tablier était rectiligne avant la déformation ; cette équation, en y remplaçant dy par Y , représente la courbe parabolique décrite par le tablier, l'axe des X , toutefois, occupant la droite horizontale, figurant le tablier avant la déformation.

Action de la température. — On a vu que toute variation de température de $\pm \theta^\circ$ centigrade, par rapport à la température normale, donne lieu à une variation de longueur des câbles principaux :

$$d\mathcal{L}_1 = \lambda (\pm \theta^\circ) \cdot \mathcal{L}_1,$$

λ étant le coefficient de dilatation du câble pour 1° centigrade. La variation de flèche au centre de la travée sera donc donnée par la formule :

$$df = \frac{15 \cdot d^3}{8f(5d^2 - 6f^2)} \cdot d\mathcal{L}_1.$$

Si la température augmente, c'est-à-dire si $d\mathcal{L}_1$ est positif, la valeur de df l'est également, toutefois cette valeur de df pèche par excès. L'augmentation de la flèche f des

câbles qui devient $f + df$ donne comme conséquence, une diminution $d\tau_1$ par millimètre carré dans le travail des câbles, et par suite conduit à une diminution δf de la flèche qui en somme devient :

$$f + df - \delta f.$$

La valeur de $d\tau_1$, se détermine immédiatement :

$$d\tau_1 = \frac{d\Gamma_m}{\omega} = -\frac{1}{4} \frac{p \cdot d^2 \times df}{\omega \cdot f^3 \sqrt{1 + \frac{d^2}{4f^2}}},$$

ω étant la section totale des câbles. Le relèvement δf au centre de la travée, consécutif à cette diminution $d\tau_1$ du travail des câbles est :

$$\begin{aligned} \delta f &= \frac{+15 \cdot d^3}{8f(5d^2 - 6f^2)} \frac{1}{E} d\tau_1 \cdot \mathcal{L} \\ &= -\frac{15}{32} \cdot \frac{p \cdot d^5 \cdot \mathcal{L} \cdot df}{\omega \cdot f^4 (5d^2 - 6f^2) \sqrt{1 + \frac{d^2}{4f^2}}}, \end{aligned}$$

formule qui peut s'écrire :

$$\begin{aligned} \delta f &= -\frac{15}{64} \cdot \frac{p}{\omega} \frac{df \cdot \frac{\mathcal{L}}{2d} \cdot n^4}{\left(5 - \frac{3 \times 2^3}{n^2}\right) \sqrt{2^4 + n^2}} \\ &= -\frac{15}{64} \cdot \frac{p \cdot df}{\omega} \cdot \frac{\left(1 + \frac{2^3}{3n^2} - \frac{2^5}{5n^4}\right) \cdot n^4}{\left(5 - \frac{3 \times 2^3}{n^2}\right) \sqrt{2^4 + n^2}}, \end{aligned}$$

formule indépendante du débouché de la travée.

Au résumé, l'abaissement véritable est donné par la relation :

$$df - \delta f = \frac{15 \cdot n^3 \lambda \cdot \theta \cdot \mathcal{L}_1}{16 (5n^2 - 24)} \cdot \left[1 - \frac{p}{4\omega} \cdot \frac{n^2(5n^4 + 40n^2 - 96)}{(5n^2 - 24) \sqrt{16 + n^2}} \right].$$

Si, au contraire, la température diminue, la valeur de $d\mathcal{L}_1$ est négative, d'après ce qui précède, la valeur de $d\tau_1$ est positive. L'augmentation de travail dans les câbles conduit alors à une augmentation de la flèche ; il en résulte que le relèvement du centre du tablier est seulement de $-(df - \partial f)$; il y a donc tout simplement changement de signe dans la valeur précédente.

En ce qui concerne la valeur de l'augmentation ou de la diminution de travail $d\tau_1$ dans les câbles, suivant que la température s'abaisse ou augmente ; elle est donnée par la relation :

$$d\tau_1 = \pm \frac{15}{32} \frac{\rho \cdot a^3 \cdot \lambda \cdot \theta \cdot \mathcal{L}_1}{\omega \cdot f^4 (5d^2 - 6f^2) \sqrt{1 + \frac{d^2}{4f^2}}},$$

formule qui s'écrit :

$$d\tau_1 = \frac{15}{64} \cdot \frac{\rho \cdot \lambda \cdot \theta \cdot n^6 \cdot \frac{\mathcal{L}_1}{2d}}{\omega (5n^2 - 24) \sqrt{16 + n^2}},$$

formule indépendante du débouché, puisque la longueur \mathcal{L}_1 est une fonction linéaire de d , mais toutefois fonction du rapport $\frac{\rho}{\omega}$.

Si l'on fait intervenir le taux du travail des câbles sous le poids mort, soit :

$$\tau_0 = \frac{\rho d}{4 \cdot \omega} \sqrt{16 + n^2},$$

on en déduit :

$$d\tau_1 = \pm \frac{15}{16} \cdot \frac{\lambda \cdot \theta \cdot n^6 \cdot \frac{\mathcal{L}_1}{2d} \cdot \tau_0}{d(16 + n^2) (5n^2 - 24)},$$

qui donne la faible augmentation ou diminution du travail des câbles, lorsque la flèche diminue ou augmente, de la valeur trouvée précédemment $(df - \partial f)$ (\pm).

On peut se proposer de déterminer, au contraire, l'augmentation de travail dans les câbles principaux d'un pont suspendu, lorsque les points d'appui des câbles sont absolument fixes, que son tablier est d'une rigidité absolue et que, par suite, lors d'un abaissement de température θ , les câbles ont besoin de prendre, sur leur élasticité, l'allongement équivalent au raccourcissement provoqué par la variation de température.

Le problème est tout autre, le raccourcissement a pour valeur :

$$d\mathcal{L}_1 = -\lambda \cdot \theta \cdot \mathcal{L},$$

l'allongement élastique équivalent développera dans les câbles une augmentation $d\tau$, telle que :

$$d\mathcal{L}_1 = d\tau \cdot \frac{\mathcal{L}}{E} = \lambda \theta \mathcal{L},$$

d'où l'on déduit finalement :

$$d\tau = \lambda \cdot \theta \cdot E,$$

formule indépendante du débouché de l'ouvrage.

Application. — Pour l'écart maximum envisagé

$$\theta = -25^\circ,$$

on en déduit pour $E = 17 \times 10^9$,

$$d\tau = 4^k,42 \text{ par millimètre carré de section,}$$

et pour $E = 20 \times 10^9$,

$$d\tau = 5^k,19 \text{ par millimètre carré de section.}$$

Au résumé, on peut en toute rigueur formuler cette règle pratique :

Lorsque des câbles en acier supportent le tablier d'un pont d'une rigidité absolue et indéformable, l'augmentation de travail des câbles due à un abaissement de

25° centigrades au-dessous de la température normale est de 5 kilogrammes au maximum par millimètre carré de section. Remarquons que ce maximum n'est pas atteint dans la pratique, puisque les câbles de retenue du pont subissant une augmentation de travail :

1° S'allongent et, par suite, cet allongement doit venir en diminution de la valeur de $\lambda \theta \mathcal{L} = d\mathcal{L}_1$, ce qui diminue $d\tau$;

2° Voient leur flèche diminuer également, par suite, la différence de longueur entre les deux arcs de courbe décrits par ces câbles de retenue, avant et après l'abaissement de température, vient également diminuer la valeur de $d\mathcal{L}_1$ et celle de $d\tau$.

Toutefois il faut noter qu'il y a lieu de déduire de la somme de ces deux allongements précédents le raccourcissement, que l'abaissement de température fait subir aux câbles de retenue.

D'ailleurs le problème peut se résoudre avec toute la rigueur désirable.

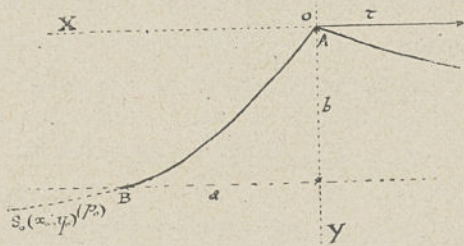


Fig. 27.

Considérons, en effet, le cas d'un pont suspendu sur câbles paraboliques avec les points d'ancrage symétriques, définis par les coordonnées (a, b) par rapport aux axes de coordonnées OX, OY (voir fig. 27).

Désignons par S la longueur de l'arc de chaînette AzB , on peut, à un infiniment petit près, le remplacer par un arc de parabole (p_0) de sommet $S_0(x_0, y_0)$. Connaissant la tension τ dans les câbles paraboliques, sous le poids mort seul, il est facile de déterminer la valeur de S . Or, lors d'un abaissement de température de θ° , si la rigidité du tablier est infiniè, on doit évidemment avoir la relation :

$$(\mathcal{L} + 2S) \frac{d\tau}{E} = \lambda \cdot \theta (\mathcal{L} + 2 \cdot S) - 2 \cdot dS,$$

dS étant la différence de longueur de l'arc AzB avec l'arc $Az'B$ lorsque, par suite de l'augmentation de travail $d\tau$ dans les câbles paraboliques et, par suite, dans les câbles de retenue, la flèche dans ces derniers diminue.

L'équation de la parabole (p_0) est :

$$(p_0), \quad x_0^2 y + y_0 x^2 - 2x x_0 y_0 = 0,$$

les coordonnées du sommet satisfont aux deux relations évidentes :

$$x_0^2 = 2y_0 \cdot \frac{\tau}{\delta},$$

$$bx_0^2 + y_0 a^2 - 2ax_0 y_0 = 0,$$

δ étant le poids du mètre cube des câbles. On déduit de ce qui précède :

$$\bar{x}_0 = \frac{a}{2} + \frac{b}{a} \frac{\tau}{\delta},$$

$$y_0 = \frac{\delta}{2\tau} \left(\frac{a}{2} + \frac{b}{a} \frac{\tau}{\delta} \right)^2.$$

La longueur S de l'arc de parabole AzB s'en déduit, elle a pour valeur :

$$S = a + \frac{(6b\tau - a^2\delta)(a^2\delta + 2b\tau)^2 - 32a^2b^2\tau^2\delta}{24 \cdot a \cdot (2b\tau - a^2\delta)\tau^2},$$

la variation dS s'obtiendra en différenciant cette relation,

τ étant la seule variable, on remplacera ces quantités par leurs valeurs dans la relation :

$$d\tau = \lambda \cdot \theta \cdot E - \frac{2 \cdot dS}{\varrho + 2S},$$

qui donnera l'augmentation de travail dans les câbles.

Déformation des câbles principaux lorsque les points d'appui sont à des hauteurs différentes. — Dans tout ce qui précède on a considéré des travées où les câbles paraboliques ont leurs points d'appui à la même hauteur. Il y a lieu d'envisager le cas où ces points d'appui sont à des hauteurs différentes.

L'effort normal ou la tension en $m(x, y)$ dans les câbles est :

$$T_m = \frac{p}{2 \cdot f} \sqrt{d^4 + 4f^2x^2}$$

les coordonnées étant ox, oy (fig. 28).

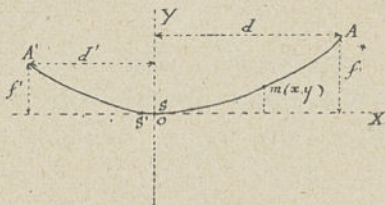


Fig. 28.

L'allongement produit sur un élément infiniment petit ds du câble est, en désignant par ω la section totale des câbles, E le coefficient d'allongement élastique :

$$d\mathcal{E}_s = \frac{T_m \cdot ds}{\omega \cdot E} = \frac{p \sqrt{4f^2x^2 + d^4}}{2f \cdot \omega \cdot E} \cdot dx \sqrt{1 + \frac{4f^2x^2}{d^4}}$$

puisque l'équation de la parabole des câbles est :

$$y = f \frac{x^2}{d^2}$$

soit :

$$d\mathcal{L}_s = \frac{p}{\omega \cdot E} \cdot \frac{d^4 + 4f^2x^2}{2d^2f} dx$$

finalement :

$$d\mathcal{L} = \int_d^{d'} d\mathcal{L}_s = \frac{p}{\omega \cdot E} \left\{ \int_0^d \frac{d^4 + 4f^2x^2}{2d^2f} dx + \int_0^{d'} \frac{4f'^2x^2 + d'^4}{2d'^2f'} dx \right\}$$

soit :

$$(19) \quad d\mathcal{L} = \frac{p}{\omega \cdot E} \left\{ \frac{2}{3}(fd + f'd') + \frac{1}{2} \frac{d^2}{f}(d + d') \right\}$$

puisque :

$$\frac{d^2}{f} = \frac{d'^2}{f'}$$

Comme application de cette formule, on déduit la règle pratique qui sert à déterminer la longueur d'exécution d'un câble pour un ouvrage déterminé. En effet, comme lors de la pose du câble à vide, il va décrire une chaînette que nous supposons pour simplifier coïncider avec une parabole, il s'agit de donner au câble une longueur \mathcal{L}' telle qu'après la pose du tablier de poids p connu, le câble décrive bien une courbe passant par le sommet o et par les points A, A' , définis par les coordonnées $(f, d), (f', d')$.

Il est évident qu'il suffit que :

$$\mathcal{L}' = \mathcal{L} - d\mathcal{L}$$

\mathcal{L} étant la longueur de l'arc de parabole passant par les points A, o, A' .

Si l'on veut calculer l'allongement du câble lors d'une surcharge π uniformément répartie sur tout le tablier, il suffit de remplacer plus haut p par π .

La connaissance de l'allongement précédent $d\mathcal{L}$ permet d'en déduire le déplacement subi par le sommet o de la parabole, c'est-à-dire les variations Δf , Δd de ses coordonnées.

On a évidemment :

$$\Delta f = \Delta f', \quad \text{et} \quad \Delta d = -\Delta d'.$$

La différentiation de la relation $\frac{d^2}{f} = \frac{d'^2}{f'}$ donne :

$$2 \frac{d}{f} \Delta d - \frac{d^2}{f^2} \Delta f = 2 \frac{d'}{f'} \Delta d' - \frac{d'^2}{f'^2} \Delta f'$$

ce qui fournit :

$$(20) \quad \Delta d = -\Delta d' = \frac{d^2}{2f} \cdot \Delta f \left(\frac{1}{d} - \frac{1}{d'} \right)$$

par ailleurs on a :

$$\mathcal{L} = d \left(1 + \frac{2}{3} \frac{f^2}{d^2} - \frac{2}{5} \frac{f^4}{d^4} \right) + d' \left(1 + \frac{2}{3} \frac{f'^2}{d'^2} - \frac{2}{5} \frac{f'^4}{d'^4} \right)$$

d'où en différenciant :

$$(21) \quad d\mathcal{L} = \Delta f \left\{ \frac{4}{3} \left(\frac{f}{d} + \frac{f'}{d'} \right) - \left(\frac{f^3}{d^3} + \frac{f'^3}{d'^3} \right) - \frac{3}{5} \frac{f}{d^2} \left(\frac{f^2}{d} + \frac{f'^2}{d'} \right) \right\}.$$

Ces équations (20) et (21) permettent de déterminer Δf et Δd en fonction de $d\mathcal{L}$ défini d'autre part par la relation (19).

Dans le cas particulier d'une parabole symétrique :

$$\begin{aligned} d &= d', & \Delta d &= 0, \\ d\mathcal{L} &= \frac{pd}{\omega \cdot E} \left(\frac{4}{3} f + \frac{d^2}{f} \right) \end{aligned}$$

on déduit de même de (21) :

$$d\mathcal{L} = \Delta f \left(\frac{8}{3} \frac{f}{d} - \frac{16}{5} \frac{f^3}{d^3} \right)$$

et par suite :

$$\Delta f = \frac{p}{\omega \cdot E} \frac{5d^4(3d^2 + 4f^2)}{8f^2(5d^2 - 6f^2)}$$

qui est l'une des formules trouvées précédemment.

Cas d'une demi-parabole. — Dans ce cas particulier (voir fig. 28) où $d' = 0$ on en déduit :

$$d\mathcal{L} = \frac{pd}{2 \cdot \omega \cdot E} \left(\frac{4}{3}f + \frac{d^2}{f} \right), \quad \Delta f = 0,$$

et :

$$-\Delta d = \Delta d' = d\mathcal{L} \cdot \frac{1}{\frac{2f^2}{3d^2} - \frac{6f^4}{5d^4}} = \frac{pd}{2 \cdot \omega \cdot E} \cdot \frac{\frac{4}{3}f + \frac{d^2}{f}}{\frac{2f^2}{3d^2} - \frac{6f^4}{5d^4}}.$$

Il en résulte que le sommet de la parabole se déplace de s en s' sans subir aucun déplacement vertical.

Déformation des câbles principaux lors du déplacement des points d'appui. — On a envisagé jusqu'ici des ouvrages où les câbles principaux supportant une travée unique avaient leurs extrémités fixes. Lorsque les extrémités des câbles glissent sur leurs appuis, la longueur \mathcal{L} des câbles correspondant à la travée augmente ou diminue. On a vu par ce qui précède que connaissant la variation de $d\mathcal{L}$ on peut calculer Δf ou Δd .

Mais il peut se faire que les extrémités des câbles A, A' (fig. 28) sont fixées : soit à des chariots de dilatation, soit à des pylônes métalliques, soit à des fléaux en fonte comme dans les anciens ponts. Dans l'un de ces cas les points d'appui se déplacent de A, A' en A_1 et A'_1 sans que la longueur \mathcal{L} des câbles varie. C'est donc l'ouverture de la travée qui augmente ou diminue d'une valeur :

$$(22) \quad AA_1 + A'_1A' = \Delta d + \Delta d'$$

comme on a :

$$\Delta f = \Delta f'$$

puis :

$$(23) \quad \Delta f \left(\frac{1}{d^2} - \frac{1}{d'^2} \right) = 2 \left(\frac{f}{d^3} \Delta d - \frac{f'}{d'^3} \Delta d' \right)$$

et aussi $d\mathcal{L} = 0$, soit :

$$(24) \quad \Delta f \left[\frac{4}{3} \left(\frac{f}{d} + \frac{f'}{d'} \right) - \frac{8}{5} \left(\frac{f^3}{d^3} + \frac{f'^3}{d'^3} \right) \right] \\ = \Delta d \left[\frac{2}{3} \frac{f^2}{d^2} - \frac{6}{5} \frac{f^4}{d^4} - 1 \right] + \Delta d' \left[\frac{2}{3} \frac{f'^2}{d'^2} - \frac{6}{5} \frac{f'^4}{d'^4} - 1 \right].$$

Ces trois équations (22), (23), (24) donnent linéairement les valeurs des inconnues.

On en déduit de suite la variation de tension horizontale des câbles sur les appuis et consécutive à cette déformation. Elle est, en effet :

$$dT_H = (\pi + p) \left\{ \frac{d}{f} \Delta d - \frac{d^2}{2f^2} \Delta f \right\},$$

si les valeurs de Δf , Δd sont celles qui sont déterminées par la surcharge π uniformément répartie sur tout le tablier.

De la comparaison des abaissements calculés et observés pratiquement lors d'une variation de température importante. — De très nombreuses expériences faites par Noyon en 1857 sur le Pont de la Roche-Bernard permettent d'établir une comparaison entre les abaissements calculés et observés lors d'une variation importante de température. Ces expériences sont d'autant plus intéressantes sur cet ouvrage que son tablier était totalement en bois et n'opposait donc aucune résistance à la déformation de la courbe d'équilibre des câbles due à la chaleur.

Ces observations ¹ ont montré que :

Par — 5° C., le 6 février 1857, la flèche des câbles était	14 ^m ,760
Par + 35° C., le 22 août 1857, la flèche des câbles était	14 ^m ,993
D'où 40° d'écart et une différence de flèche de	0 ^m ,233

Or, les formules trouvées précédemment donnent :

$$dF' = 2,414dl'$$

et pour :

$$dl' = 40^{\circ} \times 0,00010791 (196 + 160^m) = 0^m,15366$$

un abaissement théorique de :

$$dF' = 0,3709.$$

L'écart est donc de :

$$0,371 - 0,233 = 0,138$$

soit de plus de 50 % de la valeur réelle de l'abaissement observé.

Ce fait s'explique facilement parce que toutes les parties des câbles principaux ne sont pas à la même température ; la partie du métal à la périphérie et celle du centre d'un câble sont à des températures différentes ainsi que les parties des câbles à l'ombre et celles exposées directement au soleil.

§ 6. — CABLES OBLIQUES OU HAUBANS DE RIGIDITÉ

On appelle haubans de rigidité ou câbles obliques ceux qui partent des piles, où s'appuient les câbles principaux,

¹ NOYON, ingénieur des Ponts et Chaussées. — *Notice sur la restauration et la consolidation du Pont suspendu de la Roche-Bernard*, 1860, Dalmont et Dunod, éditeurs.

pour venir supporter le tablier en des points donnés généralement équidistants entre eux.

Deux méthodes bien distinctes caractérisent le système des câbles de rigidité employé en Amérique et le système Arnodin ou Français. Alors qu'en Amérique (fig. 29) les tiges de suspension se continuent dans toute la partie du tablier supportée par les câbles de rigidité, en France dans le système Arnodin, au contraire (fig. 30) les tiges de suspension à part deux ou trois qui chevauchent au point de transition du tablier porté par les câbles de rigidité et par les câbles paraboliques, les autres sont supprimées.

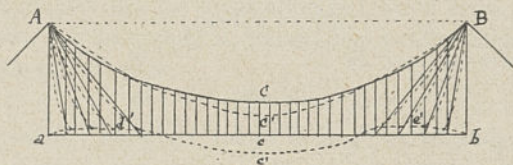


Fig. 29.

L'un et l'autre des systèmes présentent des avantages et des inconvénients, mais le système Arnodin est très supérieur à l'autre pour les raisons exposées plus loin.

Sous l'action des surcharges le système américain est moins avantageux que le système français. En effet, qu'il y ait ou non des haubans, si une poutre droite, dont la fibre moyenne est acb , est reliée (fig. 29) à un câble parabolique ACB dans toute son étendue, et si une surcharge vient à se produire au milieu c de la poutre, ce point s'abaisse ainsi que le point correspondant C du câble, par contre le câble se relève vers ses extrémités. La poutre obligée de suivre le mouvement par le fait des tiges de suspension, prend une forme sinusoïdale $ad'e'b$.

Il en résulte que les parties du tablier portées par les haubans se relèvent, ceux-ci ne jouent donc aucun rôle dans ce cas, ce sont les tiges de suspension qui portent tout.

Si, au contraire, on examine le système français où les tiges ne règnent

que dans la partie centrale (fig. 3o) de la poutre, un poids Q placé en c abaisse non seulement ce point c en c' , mais éga-

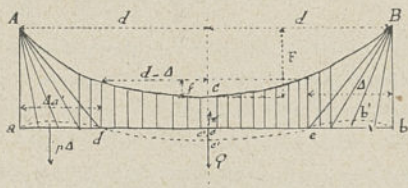


Fig. 2o.

lement un peu les points d et e de telle sorte que les haubans sont tendus, de plus comme dans les portions ad , eb du tablier, la fibre moyenne a une tendance à se relever par suite de l'abaissement en c , les haubans se détendent.

Mais comme les poutres sont insuffisantes pour porter le poids du tablier entre les points ad (ou eb), ce poids donne naissance à une réaction en c qui obvie en partie à la déformation en ce point due à une surcharge concentrée Q .

Pour expliciter nettement l'effet antagoniste produit par le poids du tablier dans la portion ad (ou eb) remarquons (fig. 3o) que tout se passe, puisque les tiges de suspension portent le poids du tablier de e en d , comme si nous avions une poutre $becda$ qui sous l'influence du poids Q de la surcharge tend à prendre la position $bb'c'da'a$. Mais les poids $p \cdot \Delta$ des portions ad , be du tablier, appliqués en $a'b'$ donnent naissance en c' à des forces antagonistes égales à π . La valeur de cette force

antagoniste π est égale à peu de chose près au poids $p \cdot \Delta$ du tablier dans la portion ad (ou be) multiplié par le rapport des distances des points a' et c' au point d'inflexion d de la fibre neutre déformée de la poutre, soit :

$$\pi = p \cdot \Delta \cdot \frac{\Delta}{2(d - \Delta)}.$$

Il résulte de là que les deux forces antagonistes π ont une tendance à relever le point c' en c'' et dans le rapport :

$$\frac{c'c''}{cc'} = \frac{p \cdot \Delta^2}{q(d - \Delta)}.$$

On voit donc que l'influence du poids du tablier est importante. Dans le cas où :

$$p\Delta = q \cdot \frac{d - \Delta}{\Delta}$$

la déformation cc' est annulée. Dans le système américain les portions du tablier portées par les câbles obliques ne peuvent pas comme ici jouer le rôle de balanciers compensateurs parant aux déformations de la travée centrale sous l'influence des surcharges concentrées.

Ce qui précède montre pourquoi le tablier d'un pont suspendu muni de haubans, avec le système français, présente une rigidité beaucoup plus grande sous le passage des surcharges dans la travée parabolique.

Une autre raison importante qui contribue également à augmenter la rigidité de la travée parabolique repose sur ce fait que l'introduction des haubans dans les portions ad , be du tablier réduit en somme la travée parabolique $2d$ qui avait une flèche F à une portée $2(d - \Delta)$ avec une nouvelle flèche f (fig. 30) définie par la relation :

$$f = F \cdot \frac{d - \Delta}{d + \Delta}.$$

Ceci exprime, en réalité, que le rapport $\frac{1}{n}$ de la nouvelle flèche à l'ouverture est tel que si ce rapport était primitivement $\frac{1}{n}$ il devient :

$$\frac{1}{n'} = \frac{1}{n \left(1 + \frac{\Delta}{d} \right)}$$

En conséquence, comme on l'a vu précédemment la déformation du tablier sous l'influence des surcharges sera beaucoup plus faible ; il en résulte pour cette autre raison que la rigidité du tablier croît avec l'introduction des haubans.

Application. — Si l'on prend une travée de

$$2d = 200^m,00 \quad \text{si} \quad n = 10 \quad F = 20^m,00$$

si l'on introduit dans l'ouvrage des haubans, système français,

$$\Delta = 40^m,00 \quad n' = 14.$$

Action de la température sur le travail du métal des câbles obliques. — Si l'on envisage les câbles obliques employés avec la méthode américaine et un abaissement maximum de température, les câbles principaux vont se relever, toutes les tiges de suspension et par suite tout le tablier se soulève également. Comme d'autre part, il ne peut jamais y avoir concordance entre : la surélévation verticale au point du tablier où est fixé chaque hauban (en tenant compte : du déplacement des points d'appui des câbles sur les piliers, de la contraction du tablier, de la diminution de flèche des câbles) et le déplacement de l'extrémité du hauban du fait de son raccourcissement tout en suivant le déplacement de son

point d'appui supérieur; il en résulte une augmentation notable du travail dans les haubans, si la poutre a une rigidité absolue, pour faire obéir le hauban, le tablier étant à l'état normal. Si le tablier porte à ce moment une surcharge, les poutres de rigidité, les tiges de suspension et les haubans se partagent le poids à supporter suivant une proportion qui dépendra du poids du mètre courant et de la raideur du tablier.

Si, au contraire, les poutres de rigidité ont une raideur insuffisante pour faire obéir le hauban, le tablier se déformera et sous le passage d'une surcharge son poids se partagera entre les haubans et les tiges de suspension voisines dans une proportion qui dépendra également du rapport entre le poids de la surcharge et celui du tablier, suspension comprise. La complexité du partage de la surcharge force nécessairement de calculer les différents éléments entrant en jeu comme : les tiges de suspension, les poutres de rigidité, et les haubans de manière à ce que chacun d'eux soit assez fort pour porter à lui seul la surcharge; il y a donc dans ce système hyperstatique une mauvaise utilisation du métal employé.

Dans cette même hypothèse, avec le système français, dit système Arnodin, pour l'emploi des câbles obliques, le partage des efforts est un peu moins complexe. Toute la partie centrale du tablier se relève sous un abaissement de température, et deux cas peuvent se présenter pour les portions du tablier portées par les haubans. Ou bien les poutres de rigidité sont insuffisantes pour porter le poids propre du tablier et de la surcharge ainsi que pour faire obéir le hauban, ou bien elles sont suffisantes et dans ce cas le tablier dans sa déformation donne une courbe ayant un point d'arrêt au point de séparation des deux

systèmes, c'est-à-dire à l'extrémité du hauban le plus incliné.

Dans le premier cas les poutres de rigidité porteront en entier la surcharge, dans le second cas ce seront les haubans qui avec les poutres de rigidité et les tiges de suspension extrêmes se partageront les charges dans un rapport fonction de la déformation du tablier. En tous cas, si l'on calcule les câbles obliques comme portant les charges qui leur sont afférentes dans l'hypothèse d'un tablier infiniment souple, on pêche par excès de sécurité, mais la surabondance du métal employé est ici assez faible. Dans le cas d'une augmentation de température les phénomènes inverses se produisent, mais ils conduisent à une diminution de travail dans presque tous les éléments.

Il est intéressant d'analyser les effets qui se produisent avec la méthode française pour l'emploi des câbles obliques, en se plaçant dans le cas le plus défavorable. On en déduit ainsi une *limite maximum maximorum* de l'augmentation du travail qui peut être imposé au hauban le plus incliné sur la verticale. L'hypothèse la plus défavorable consiste à supposer le tablier muni de poutres de rigidité, d'une raideur infinie, c'est-à-dire suffisante pour résister à toute déformation du tablier et pour faire obéir les haubans.

Soit m (fig. 31) le point d'attache sur le tablier du hauban le plus incliné ; lors d'un abaissement de température θ , ce point, par suite du déplacement du point d'appui des câbles de a en a' , dû au raccourcissement des câbles de retenue, viendrait de m en m' et en m'' , $m'm''$ mesurant la diminution de longueur du hauban am . Ainsi le déplacement du point m s'effectuerait ainsi, s'il n'était lié autrement au tablier et aux câbles paraboliques.

Mais, du fait de sa liaison avec le tablier, ce point m vient bien en m' appelé par le déplacement du point d'appui de a en a' , $mm' = aa'$, mais, par ailleurs, le tablier étant à dilatation libre à ses deux extrémités, ce qui est le cas général pour tous les ponts suspendus, se contracte et le point m' est appelé en μ , la distance

$$\mu m' = (d - \Delta) \cdot \theta \cdot \lambda \quad \lambda = 0,000010791.$$

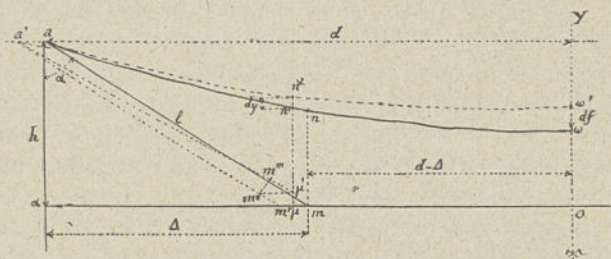


Fig. 31.

En outre, du fait du relèvement $\omega\omega' = df$ du centre de la parabole des câbles principaux, le point n' est remonté en n'' :

$$n'n'' = dy = \frac{15 \cdot d}{8 \cdot f(5d^2 - 6f^2)} x(2d - x) \cdot \theta \cdot \lambda \quad x = \mu x.$$

En négligeant le raccourcissement de la tige de suspension mn , on voit que le point m du tablier, sollicité par ces trois déplacements, vient en μ' avec

$$\mu\mu' = n'n'' = dy.$$

Cela posé, la distance $\mu'm'''$ représente une limite *maximum maximorum* de l'allongement élastique qui sera exigé au hauban le plus incliné, si les poutres de rigidité sont suffisamment robustes pour faire obéir ledit hauban et empêcher la déformation du tablier de se prêter au dé-

placement $\mu'm'''$ que sollicite le hauban par son raccourcissement. — Pour simplifier, tout en pèchant *par excès*, on demandera au hauban, non pas l'allongement $\mu'm'''$, mais $\mu'm''$; il suffit de déterminer la grandeur de cet élément. On a pour les coordonnées du point m'' pris par rapport aux axes OX, OY (fig. 31) :

$$m'' \left\{ \begin{array}{l} X = d - \Delta + aa' + l.\theta.\lambda \sin \alpha \quad am = l \\ Y = l.\theta.\lambda \cos \alpha \quad m'm'' = l.\theta.\lambda \end{array} \right.$$

de même les coordonnées du point μ' sont :

$$\mu' \left\{ \begin{array}{l} X = d - \Delta + aa' - (d - \Delta)\theta.\lambda \\ Y = dy. \end{array} \right.$$

Finalement l'augmentation *maximum maximorum* du travail qui peut être imposé au hauban le plus incliné est

$$d\tau = \frac{E}{l} \cdot m''\mu' = E \sqrt{\frac{\theta^2 \lambda^2 d^2 + (\theta \lambda h - dy)^2}{h^2 + \Delta^2}}.$$

En prenant les données maxima de la pratique, soit :

$$\Delta_1 = 2.h \quad h_1 = \frac{2d}{n},$$

on en déduit, en négligeant la valeur de dy (ce qui augmente encore la valeur de $d\tau$) :

$$d_1\tau = E.\theta.\lambda \sqrt{\frac{n^2 + 4}{20}}.$$

Cette valeur est indépendante de l'ouverture de la travée.

Application. — Si l'on considère l'hypothèse réalisée dans la pratique, on a pour $\Delta = 2.h$

$n = 9$ on trouve $d_1\tau = 9^{kg},49$ } par millimètre carré
 $n = 10$ » $d_1\tau = 10^{kg},46$ } de section des haubans

lorsque $\theta = -25^\circ$, $E = 17 \times 10^9$.

Au résumé, on voit que le *maximum maximorum théo-*

rique de l'augmentation de travail dans le hauban le plus incliné, du fait du plus grand abaissement de température est de $9^{\text{kg}},5$ par millimètre carré, pour $n = 9$. Or, il s'agit là du hauban le plus incliné et d'un taux d'excès de travail qui n'est pas atteint pratiquement pour plusieurs raisons qui toutes concourent à la diminution de cette augmentation de tension. D'abord les poutres n'ont jamais une raideur infinie, leur déformation intervient pour diminuer la longueur de l'allongement élastique demandé au hauban. Ensuite la diminution de flèche du hauban au fur et à mesure que sa tension tend à augmenter, procure une augmentation sensible de longueur entre les points extrêmes du hauban, ce qui vient en diminution de l'allongement élastique demandé au câble constituant ledit hauban. Enfin le relèvement du tablier, par suite de la diminution de longueur des câbles principaux et des tiges de suspension qui voisinent le point d'attache du hauban le plus incliné, intervient également dans le même sens que les deux effets précédents.

Pour le hauban le plus incliné on peut, avec la méthode Arnodin, le régler lors de sa pose, c'est-à-dire à la température normale, de façon à ce que le travail imposé au câble se chiffre à un taux donné. En effet, les tiges de suspension qui voisinent le point d'attache dudit hauban sur le tablier, sont réglables et peuvent ainsi porter une fraction déterminée du poids permanent, le reste étant porté par le hauban lui impose un taux de travail que l'on s'est fixé. Le procédé pratique et sûr, qui permet de résoudre ce réglage consiste dans l'emploi du « câble témoin » appliqué à ce hauban et qui révèle le taux exact du travail en kilogrammes par millimètre carré de section du métal constituant le hauban.

Lors du passage en ce point d'une surcharge sous l'influence concordante de l'abaissement maximum de température, on aura les effets définis plus haut. Connaissant le taux normal du travail par le procédé du « câble témoin », l'augmentation *maximum maximorum* due à la variation de température, et l'influence de la surcharge, on obtient le travail total ; mais, c'est là une limite non atteinte pratiquement, non seulement pour les raisons précédentes, mais encore par suite du partage complexe de la surcharge entre les tiges de suspension et les haubans voisins du hauban extrême, suivant la raideur des poutres de rive. En tous cas, malgré la petite incertitude qui règne sur la répartition d'une surcharge concentrée entre les différents haubans et due à des allongements élastiques non proportionnels à leur longueur, tout ce qui précède montre les avantages des haubans avec la méthode française sur celle des Américains.

Détermination de la section des câbles obliques.

— Pour se placer dans l'hypothèse la plus défavorable, étant donnée l'indétermination dans le partage des efforts entre les éléments : câbles principaux, poutres de rigidité et câbles obliques, qui entrent simultanément en jeu, suivant la raideur du tablier et de la suspension, on calcule les haubans pour que chacun d'eux porte :

1° Le poids permanent du tablier qui lui est afférent ainsi que son propre poids ;

2° La surcharge maximum qui peut être réalisée sur la portion du tablier qu'ils supportent, comme si, en somme, le tablier était articulé en chaque point d'attache des câbles obliques.

1° Si l'on désigne par p le poids permanent du tablier par mètre courant, par $x_1, x_2, x_3, x_4, \dots, x_i, \dots$ les distances horizontales des points d'attache des haubans sur le tablier à l'axe ab (fig. 32) du pilier, on voit que pour un hauban x_i la tension qu'il subira du fait du poids permanent du tablier sera :

$$\bar{t}_i = \frac{p}{2} \int_{x=x_{i-1}}^{x=x_{i+1}} \frac{dx}{2} \sqrt{1 + \left(\frac{x}{h}\right)^2}$$

et si l'on tient compte du poids propre du hauban, ω_i étant sa section :

$$\bar{t}_i = \frac{p}{4} \int_{x=x_{i-1}}^{x=x_{i+1}} dx \sqrt{1 + \left(\frac{x}{h}\right)^2} + \omega_i \cdot \delta \left(\frac{h^2 + x_i^2}{h}\right).$$

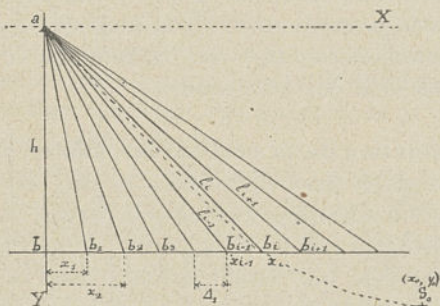


Fig. 32.

Dans le cas général de la pratique :

$$x_{i+1} - x_i = x_i - x_{i-1} = \dots = \Delta_1 \quad \delta = \frac{8200}{10^6}.$$

On en déduit donc, en appelant l_i la longueur ab_i du hauban, la formule plus simple :

$$\bar{t}_i = \frac{p}{2} \Delta_1 \frac{l_i}{h} + \omega_i \frac{\delta}{h} l_i^2$$

pour la tension développée dans un hauban (par tête de pont) sous l'effet de son poids propre et de celui du tablier.

Dans ce qui précède on a considéré le hauban comme décrivant une ligne droite de a à b_i , l'écart est si peu considérable avec la limite adoptée pratiquement pour le hauban le plus incliné, que l'erreur commise est négligeable.

2° Surcharge maximum qui peut être réalisée sur la portion de tablier que le hauban supporte.

Suivant les conditions imposées pour les épreuves de l'ouvrage, la surcharge maximum afférente à un hauban sera due soit à la surcharge uniformément répartie, soit aux surcharges roulantes. En général, ce sont les surcharges voyageuses qui réalisent le maximum. On considère pour la tension qu'elles développent dans le hauban le tablier comme articulé en chaque point d'attache des câbles de rigidité, on se place donc dans l'hypothèse la plus défavorable, puisqu'on néglige l'effet de répartition des surcharges voyageuses sur les parties du tablier voisines de celle occupée par les surcharges, du fait de l'existence des poutres de rigidité.

Dans ces conditions, en décomposant suivant leurs distances aux points de fixation des haubans les poids afférents aux divers points d'application des surcharges, on trouve facilement que le hauban ab_i doit porter par exemple, une surcharge totale π_i , dans ces conditions la tension développée est de ce fait :

$$\pi_i \cdot \frac{l_i}{h}$$

en regardant également le hauban ab_i comme décrivant une ligne droite entre ces deux points.

Il résulte de ce qui précède que la tension totale est :

$$\bar{\tau}_i = \left(\frac{p}{2} \Delta_1 + \pi_i \right) \frac{l_i}{h} + \frac{\omega_i \delta}{h} l_i^2.$$

Si τ est le taux de travail maximum adopté dans le câble constituant le hauban, sa section ω_i est finalement définie par la relation simple :

$$\omega_i = \frac{\frac{l_i}{h} \left(\frac{p}{2} \Delta_1 + \pi_i \right)}{\tau - \delta \cdot \frac{l_i^2}{h}} = \frac{l_i \left(\frac{p}{2} \Delta_1 + \pi_i \right)}{h\tau - \delta \cdot l_i^2}.$$

Si l'on désire déterminer avec plus de rigueur la tension développée dans un hauban, on peut employer la méthode suivante qui est surtout indiquée pour les ouvrages à grande ouverture, c'est-à-dire pour ceux où les longueurs l_i des haubans sont importantes.

La courbe décrite par un hauban *abi* (fig. 32) est en réalité une chaînette définie par les points *a*, *b_i* et la tension $\bar{\tau}_i$ du hauban au point *b_i*. On peut sans erreur sensible, remplacer cette courbe exponentielle par une parabole passant par les points *a*, *b_i* et ayant même tangente en ce dernier point. Son équation par rapport aux axes *aX*, *aY* est :

$$x^2 - 2xx_0 + \frac{x_0^2}{y_0} y = 0$$

x_0 , y_0 étant les coordonnées du sommet S_0 de cette parabole, qui satisfont aux deux équations :

$$x_i^2 - 2x_ix_0 + \frac{x_0^2}{y_0} h = 0$$

$$\omega_i(x_0 - x_i) \delta = \pi_i'$$

la première exprime que la parabole passe au point *b_i*, la seconde que le poids total supporté par le hauban est π_i'

(π_i' comprenant le poids permanent du tablier, la surcharge π_i afférente au hauban ainsi que son propre poids). On déduit de ces deux équations :

$$S_0 \quad \left\{ \begin{array}{l} x_0 = x_i + \frac{\pi_i'}{\omega_i \cdot \delta} \\ y_0 = \frac{h \left(x_i + \frac{\pi_i'}{\omega_i \cdot \delta} \right)^2}{x_i \left(x_i + \frac{2 \pi_i'}{\omega_i \cdot \delta} \right)} \end{array} \right.$$

Comme la tension dans le hauban est :

$$\bar{v}_i = \sqrt{[\omega_i \delta (x_0 - x_i)]^2 + \left[\frac{\omega_i \cdot \delta (x_0 - x_i)^2}{2 (y_0 - h)} \right]^2}$$

soit en remplaçant les valeurs de x_0 , y_0 en fonction des données :

$$\bar{v}_i = \sqrt{\pi_i'^2 + \frac{x_i^2}{h^2} \left(\pi_i' + \frac{\omega_i \cdot \delta \cdot x_i}{2} \right)^2}$$

Finalement, on déduira la section cherchée ω_i de la relation :

$$\omega_i^2 \tau^2 = \pi_i'^2 + \frac{x_i^2}{h^2} \left(\pi_i' + \frac{\omega_i \cdot \delta \cdot x_i}{2} \right)^2$$

où τ est le taux du travail maximum admis, soit :

$$\omega_i = 2 \pi_i' \left[\frac{\delta \cdot x_i^3 + \sqrt{h^2 [4 \tau^2 (h^2 + x_i^2) - \delta^2 x_i^4]}}{4 \tau^2 h^2 - x_i^4 \delta^2} \right].$$

Addition des câbles obliques dans une travée parabolique. — Si dans un pont suspendu uniquement porté par des câbles paraboliques on ajoute des haubans, il y a comme on l'a vu augmentation de rigidité de l'ouvrage et diminution du travail dans les câbles paraboliques. Cette solution est fréquemment employée pour soulager les câbles principaux des anciens ponts suspen-

du généralement d'une faiblesse native et que les années ont augmentée du fait de l'oxydation.

L'addition de ces haubans déforme la courbe décrite par les câbles. Cette courbe qui était (fig. 33) un arc parabolique $A\omega B$ se compose ensuite d'un arc parabolique $\alpha\omega_1\beta$ et de deux arcs de chaînette $A\alpha$, $B\beta$.

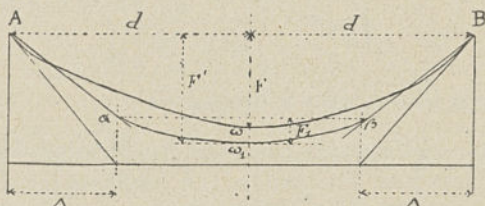


Fig. 33.

Ces deux arcs de chaînette peuvent sans erreur appréciable être remplacés par les deux segments de droite $A\alpha$, $B\beta$. Dans ces conditions, on peut déterminer la nouvelle valeur F_1 de la flèche de l'arc parabolique $\alpha\omega_1\beta$ décrit par les câbles.

On a, en exprimant que la longueur des câbles n'a pas changé (ces câbles étant considérés comme inextensibles) :

$$d + \frac{2}{3} \frac{F^2}{d} = l + d - \Delta + \frac{2}{3} \frac{F_1^2}{d - \Delta}$$

mais on a par ailleurs :

$$\frac{l}{\Delta} = \frac{\sqrt{4F_1^2 + (d - \Delta)^2}}{d - \Delta}$$

ce qui finalement conduit à la relation :

$$d + \frac{2}{3} \frac{F^2}{d} = \frac{\Delta}{d - \Delta} \sqrt{4F_1^2 + (d - \Delta)^2} + d - \Delta + \frac{2}{3} \frac{F_1^2}{d - \Delta}$$

qui permet d'en déduire de suite la valeur de F_1 , soit :

$$(1) F_1 = \sqrt{F^2 \frac{(d-\Delta)}{d} + \frac{2}{3} \Delta (d+2\Delta) - \frac{3\Delta}{2} \sqrt{(d+2\Delta)^2 + 4F^2} \frac{(d-\Delta)}{d}}$$

dont le calcul est des plus simples. Comme conclusion : l'abaissement $\omega\omega_1 = dF$ est égal à :

$$dF = \frac{d+\Delta}{d-\Delta} F_1 - F.$$

Les formules précédentes permettent également de déterminer la valeur de la flèche F à adopter lors de la pose des câbles principaux d'un pont suspendu qui doit recevoir ultérieurement des haubans sur une longueur donnée Δ en avant de chaque pilier, et qui doit avoir une flèche finalement égale à F' . On a :

$$F' = F_1 \frac{d+\Delta}{d-\Delta}$$

et par suite :

$$(2) F = \sqrt{d \left[\frac{F'^2 (d-\Delta)}{(d+\Delta)^2} + \frac{3}{2} \Delta \left\{ \sqrt{1 + \frac{4F'^2}{(\Delta+d)^2}} - 1 \right\} \right]}$$

Il y aura évidemment lieu de tenir compte de l'allongement élastique des câbles, dû à l'augmentation de travail entre la pose des câbles à vide et après celle du tablier.

Application. — I. Il est intéressant d'envisager le cas qui se produit fréquemment dans la pratique. Soit un pont de 100^m,00 d'ouverture, avec des câbles travaillant au taux de 16 kilogrammes par exemple, la flèche est primitivement de :

$$F = \frac{1}{9} 100^m,00 = 11^m,10.$$

On ajoute des câbles de rigidité sur une longueur

$$\Delta = 20^m,00.$$

On en déduit d'après la formule précédente (1)

$$F_1 = 5^m,087$$

et par suite

$$dF = 11^m,80 - 11,10 = 0^m,70.$$

Finalement, on en conclut que le travail des câbles est réduit à

$$\tau' = \tau \cdot \frac{(d - \Delta)^2}{d^2} \cdot F' = 16^k \times \frac{11,10}{11,80} \times \frac{30^2}{50^2} = 5^k,39$$

par millimètre carré de section, diminution qui est très appréciable et qui permet de laisser passer sur le tablier de ce pont des surcharges plus lourdes, après renforcement des poutres de rigidité.

II. — Si un pont suspendu de 100^m,00 de portée doit avoir, après la pose de ses câbles obliques sur une longueur $\Delta = 20^m,00$ en avant de chaque pilier, une flèche $F' = 11^m,10$, il est intéressant de connaître quelle est la flèche de pose F des câbles qu'il y a lieu d'adopter.

On regardera ici les câbles comme inextensibles, leur allongement élastique sous l'augmentation de travail dû au poids du tablier modifiera évidemment cette valeur de F , on verra plus loin comment il faut en tenir compte.

La formule (2) appliquée ici donne :

$$F = 10^m,70$$

l'écart entre les deux valeurs est donc

$$F' - F = 0^m,40.$$

Action d'une augmentation de travail dans les câbles sur l'abaissement au centre de la travée. —

Si une augmentation de travail $d\tau$ se produit dans les

câbles principaux d'une travée munie de câbles obliques, l'augmentation de longueur des câbles entre leurs deux points d'appui est :

$$d\mathcal{L} = \frac{\mathcal{Q}}{E} d\tau$$

avec :

$$\mathcal{Q} = 2 \Delta \sqrt{1 + \frac{4 F'^2}{(d + \Delta)^2}} + 2(d - \Delta) + \frac{4}{3} \cdot \frac{F'^2}{d - \Delta}$$

F' étant ici la flèche de l'arc parabolique des câbles entre leurs extrémités sur les verticales des points d'appui A et B (fig. 33).

La relation précédente différentiée donne la valeur de l'abaissement cherché :

$$(3) \quad dF' = \frac{d\mathcal{L}}{\frac{8 F'}{(d + \Delta)^2} \left\{ \frac{d - \Delta}{3} + \frac{\Delta}{\sqrt{1 + \frac{4 F'^2}{(d + \Delta)^2}}} \right\}}$$

Pour avoir l'abaissement exact qui se produit au centre de la travée, il faut tenir compte de l'allongement élastique qui se produit non seulement dans les câbles principaux mais encore dans les câbles de retenue. La formule à appliquer est la précédente (3), mais où $d\mathcal{L}$ représente

$$d\mathcal{L} = \frac{\mathcal{Q} + R}{E} \cdot d\tau$$

\mathcal{Q} étant la longueur des câbles principaux, R la longueur des câbles de retenue et $d\tau$ l'augmentation uniforme du travail dans tous ces câbles.

Application. — I. Le pont à transbordeur de Brest est

un pont suspendu à haubans qui fournit une vérification intéressante de la formule précédente (3).

Il suffit, connaissant les données du projet, de calculer les différentes valeurs de l'augmentation du travail dans les câbles de la suspension lors des surcharges successives qu'on imposa à l'ouvrage au moment des expériences d'épreuves faites le 27 août 1908 par le service hydraulique de l'arsenal de Brest. — Avec ces résultats on peut calculer avec la formule (3) les différentes valeurs de l'abaissement théorique du centre de la travée sous ces charges. En comparant ces valeurs avec celles relevées pratiquement au moyen d'une mire par un observateur placé dans un pylône, on doit avoir une vérification de la formule précédente (3).

Les données relatives à ce pont suspendu sont :

$$d = 54^m,50, \quad \Delta = 21^m,195, \quad F' = 12 \text{ mètres.}$$

$$l + R = 300 \text{ mètres.}$$

le poids p par mètre courant, suspension comprise, est 1 300 kilogrammes, les câbles principaux ont une section $\Omega = 8 \times 1894$ millimètres carrés = 15 152 millimètres carrés.

Sous le poids permanent, la tension maximum dans les câbles paraboliques est :

$$T_m = p(d - \Delta) \sqrt{1 + \frac{(d + \Delta)^2}{4F^2}} + \varphi \frac{\Delta}{2F} \cdot \frac{[(\Delta + d)^2 + 4F^2]}{\Delta + d}.$$

φ représentant le poids par mètre courant des câbles principaux :

$$\varphi = 15\,152 \times 0,0082 = 124^{\text{kg}},25.$$

En remplaçant les quantités par leurs valeurs, on trouve

$$T_m = 152\,000 \text{ kilogrammes, en chiffre rond.}$$

Si l'on dispose, au centre de la travée, le cadre de roulement pesant un poids Φ_i , ce poids est supposé, du fait de la présence des poutres de rigidité du tablier, comme réparti uniformément sur toute la travée parabolique de grandeur

$$2(d - \Delta) = 66^m,60.$$

Dans ces conditions, la tension développée du fait de la surcharge est :

$$T_i = \frac{\Phi_i}{2} \sqrt{\frac{(d + \Delta)^2}{4F^2} + 1}.$$

On en déduit, pour le travail, dans les câbles principaux :

$$\tau_i = \frac{T_m + T_i}{\Omega} = 10^{kg,025} + \Phi_i \times 0,00001078.$$

On obtient avec les différentes surcharges employées lors des épreuves, et représentant le poids de la nacelle, son cadre de roulement et la surcharge de la nacelle, les taux inscrits au tableau ci-contre.

Si maintenant dans la formule précédente (3) on remplace $d\mathcal{L}$ par

$$d\mathcal{L} = \frac{300 \text{ mètres}}{E} (\tau_i - 10^{kg,025}),$$

E 17×10^9 , on en déduit finalement :

$$dF' = (\tau_i - 10^{kg,025}) 0,03385,$$

ce qui permet d'obtenir l'abaissement théorique du tablier au centre de la travée pour chaque surcharge Φ_i considérée.

Le tableau suivant résume tous ces résultats ; on a eu

soin d'inscrire les abaissements observés pratiquement lors des épreuves :

	kilog.	kilog.	kilog.	kilog.	kilog.	kilog.
Poids de la surcharge d'épreuve Φ_i	36 300	47 225	58 150	69 075	80 000	36 300
Câbles paraboliques, travail calculé par m/m^2 .	13,98	15,17	16,37	17,56	18,72	13,98
	mètres	mètres	mètres	mètres	mètres	mètres
Abaissement dF') Calculé	0,133	0,174	0,215	0,255	0,294	0,133
) Observé	0,195	0,225	0,255	0,305	0,330	0,195
Écart	0,062	0,051	0,040	0,050	0,036	0,062

La conclusion qu'il est possible de tirer de la faiblesse des écarts qui existent entre l'abaissement théorique au centre de la travée et l'abaissement observé lors des expériences successives, est que les poutres de rigidité répartissent d'une façon suffisamment complète la surcharge centrée Φ_i sur la travée parabolique, et que de plus la formule (3) est très suffisante en pratique.

On verra plus loin combien il est facile d'expliquer les écarts trouvés précédemment.

II. *Pont à transbordeur de Newport-Mon, sur l'Usk.* — Cet ouvrage est également un pont suspendu possédant des haubans. Les caractéristiques de cet ouvrage sont :

$$d = 98^m,28, \quad \Delta = 37^m,28, \quad F = 21^m,84,$$

$$\mathcal{L} + R = 513^m,71,$$

le poids p par mètre courant, suspension comprise, est 2 777 kilogrammes, les câbles principaux ont une section

$$\Omega = 16 \times 2540 \text{ millimètres carrés} = 40\,640 \text{ millimètres carrés.}$$

Lors des expériences d'épreuves auxquelles le pont fut

soumis, on observa l'abaissement du tablier au centre de la travée.

En opérant comme dans l'exemple précédent on trouve, pour l'augmentation de travail dans les câbles, lorsque tout l'appareil voyageur est au centre du tablier et pèse un poids Φ_i :

$$d\tau_i = 0,000.040.2.\Phi_i.$$

D'après ce qui précède, l'abaissement dû à l'allongement élastique des câbles sera :

$$dF'_i = K \cdot \frac{(Q + R)}{E} d\tau_i,$$

pour :

$$K = \frac{I}{\frac{8F'^2}{(d + \Delta)^2} \left\{ \frac{d - \Delta}{3} + \frac{\Delta}{\sqrt{1 + \frac{4F'^2}{(d + \Delta)^2}}} \right\}}$$

soit, en remplaçant les quantités par leurs valeurs :

$$dF'_i = 0,0569 \cdot d\tau_i.$$

On obtient ainsi le résultat suivant :

	kilog.	kilog.	kilog.	kilog.	kilog.
Poids de la surcharge d'épreuve Φ_i . . .	52 000	67 000	82 000	97 000	100 000
Câbles de la suspension (paraboliques et de retenue) augmentation de travail par m/m ² . .	2,09	2,69	3,30	3,90	4,02
	mètres	mètres	mètres	mètres	mètres
Abaissement $\left\{ \begin{array}{l} \text{Calculé} \\ \text{Observé} \end{array} \right.$. . .	0,120	0,156	0,190	0,225	0,232
dF'	0,189	0,259	0,271	0,314	0,320
Écart.	0,069	0,103	0,081	0,089	0,088

La même cause que précédemment explique les écarts entre les résultats pratiques et théoriques.

Détermination de l'abaissement théorique au centre d'un tablier suspendu dans une travée unique munie de haubans ; sous une augmentation donnée dans le travail des câbles principaux. — La solution complète du problème est plus complexe, elle permet d'ailleurs d'expliquer les écarts trouvés précédemment entre l'abaissement théorique et l'abaissement observé pratiquement dans un pont subissant une surcharge.

Dans ce qui précède on ne tient compte que de l'allongement élastique des câbles de suspension et de retenue sous l'augmentation de travail dû à la surcharge. En réalité, il y a deux effets distincts qui se produisent et que l'on peut analyser pour avoir la limite maxima de l'abaissement possible du centre de la travée, sous l'influence d'une augmentation $d\tau$ de travail par millimètre carré de section dans les câbles principaux ou dans les câbles de retenue. Les sections d'exécution données à ces deux groupes de câbles sont d'ailleurs telles, en général, que l'accroissement $d\tau$ de travail est le même pour chacun d'eux. C'est cette hypothèse qui est adoptée dans ce qui suit.

Pour expliquer nettement les deux effets qui se produisent dans les câbles de retenue de la travée, considérons (fig. 34) le câble AzM de retenue d'un millimètre carré de section. Il supporte, à l'état normal, une tension τ et décrit un arc (p). Si la tension en A devient $\tau + d\tau$:

1° Du fait de cette augmentation de travail (le câble étant considéré d'abord comme inextensible) l'arc p décrit, diminue de courbure et devient $Az'M$ où (p'), la

longueur de cet arc n'ayant pas varié, le point A vient en A'. Cet allongement $AA' = d_1R$ (R étant la longueur de l'arc AzM) vient diminuer d'autant la portée d de la demi-corde du pont, d'où, comme conséquence, un abaissement d_1F du tablier au centre de la travée.

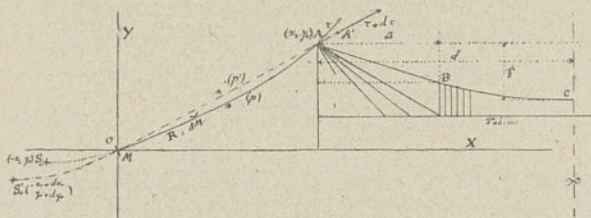


Fig. 34.

2° Mais le câble AzM n'est pas inextensible, sous cette augmentation de travail $d\tau$, cet arc s'allonge d'une quantité d_2R , qui conduit à un abaissement élémentaire d_2F .

Voilà, en ce qui concerne les câbles de retenue. Si l'on envisage l'influence produite sur les câbles paraboliques seuls, on a :

3° Un abaissement élémentaire d_3F , dû à l'augmentation de travail $d\tau$, qui produit dans ces câbles un allongement élastique $dL = \frac{L \cdot d\tau}{E}$.

4° Enfin un abaissement élémentaire d_4F , dû au changement de courbure de l'arc décrit par ces câbles, avant et après l'augmentation de travail, dans la partie où ces câbles sont libres, c'est-à-dire dans la partie du tablier, portée par les câbles obliques ou haubans de rigidité.

Il est aisé de déterminer chacun des abaissements élémentaires précédents.

1° L'arc AzM est un arc de chaînette de sommet

S_0 ($-x_0, -y_0$) qui peut être considéré comme coïncidant avec la parabole (p) , qui lui est osculatrice en S_0 , et qui passe en O et A . Dans ces conditions, l'équation de (p) est

$$(p), \quad x^2 - \frac{x_1^2}{y_1} y = 0,$$

(x_1, y_1) étant les coordonnées du point A . On a évidemment les relations :

$$x_0^2 + \frac{x_1^2}{y_1} y_0 = 0, \quad \tau = \frac{(x_1 + x_0)^2}{2(y_1 + y_0)} \varphi, \quad \varphi = 0^{\text{ks}}, 0082,$$

puisqu'il suffit de considérer un câble d'un millimètre carré de section. Cette dernière formule suppose que le poids, par mètre courant horizontal, est constant, ce qui est pratiquement suffisant. On en déduit :

$$(4) \quad x_0 = -x_1 \cdot \frac{\varphi x_1^2 - 2y_1\tau}{\varphi x_1^2 + 2y_1\tau}, \quad y_0 = -y_1 \frac{(\varphi x_1^2 - 2y_1\tau)^2}{(\varphi x_1^2 + 2y_1\tau)^2}.$$

La longueur R de l'arc \overline{AzM} est :

$$(5) \quad R = (x_1 + x_0) \left\{ 1 + \frac{2}{3} \left(\frac{y_1 + y_0}{x_1 + x_0} \right)^2 \right\} - x_0 \left\{ 1 + \frac{2}{3} \left(\frac{y_0}{x_0} \right)^2 \right\}.$$

En remplaçant y_0 par sa valeur, et en simplifiant, on en déduit :

$$(6) \quad R = x_1 + \frac{2}{3} \frac{y_1^2}{x_1^3} (x_1^3 - x_1 x_0 - x_0^3).$$

Si la tension τ subit une variation $+d\tau$ on trouve, en différentiant les équations (4) et (6), et en éliminant dx_0 :

$$(7) \quad d_1 R = -\frac{8}{3} \cdot x_1 y_1^3 \varphi d\tau \cdot \frac{(6y_1\tau - \varphi x_1^2)}{(2y_1\tau + \varphi x_1^2)^3},$$

$$dx_0 = \frac{4y_1 x_1^3 \varphi}{(\varphi x_1^2 + 2y_1\tau)^2} \cdot d\tau.$$

De la connaissance de la valeur de $d_1 R$ il faut conclure

la valeur de l'abaissement élémentaire d_1F du milieu de la travée.

Si la disposition des câbles de retenue est différente sur les deux rives, on aura, d'un côté, un allongement d_1R , de l'autre $d_1'R$. Comme les câbles de retenue sont fixés à des chariots de dilatation, tout se passe à un infiniment petit près du second ordre, comme si la longueur de la travée subissait une variation $d_1(d)$ définie par :

$$(8) \quad -d_1(d) = \frac{d_1R + d_1'R}{2}.$$

Cela posé, il est facile de déterminer la valeur de d_1F .

La longueur \mathcal{L} des câbles principaux est donnée par la relation :

$$\mathcal{L} = 2\Delta \sqrt{1 + \frac{4F^2}{(d + \Delta)^2}} + 2(d - \Delta) \left[1 + \frac{2}{3} \frac{F^2}{(d + \Delta)^2} \right],$$

pour avoir l'abaissement, quand la valeur de d varie seulement d'une quantité $-d_1(d)$, il suffit de différentier cette expression, F et d étant variables, on en déduit :

$$(9) \quad d_1(F) = d_1(d) \cdot \frac{\left[\frac{4F^2\Delta}{\sqrt{1 + \frac{4F^2}{(d + \Delta)^2}}} + \frac{2}{3} F^2(d - \Delta) - (d + \Delta)^3 \right]}{4F(d + \Delta) \left[\frac{d - \Delta}{3} + \frac{\Delta}{\sqrt{1 + \frac{4F^2}{(d + \Delta)^2}}} \right]}$$

les formules (7), (8) et (9) permettent donc de déterminer sans ambiguïté la valeur de l'abaissement élémentaire $d_1(F)$, afférent au changement de courbure seul des câbles de retenue.

2° En ce qui concerne la détermination de l'abaissement élémentaire $d_2(F)$ dû à l'allongement élastique des câbles

de retenue, sous l'augmentation de travail $d\tau$ dans ces câbles, on l'obtiendra par la formule précédente (9) en ayant soin de remplacer $d_1(d)$ par $d_2(d)$, soit :

$$d_2(d) = \frac{d_2R + d'_2R}{2}$$

chacune des valeurs d_2R , d'_2R étant définie par :

$$dR = R \cdot \frac{d\tau}{E}$$

R étant la longueur correspondante des câbles AzM (fig. 34) sur chaque rive.

3° Quant à abaissement élémentaire $d_3(F)$ il se déduit de la formule établie précédemment et que nous rappelons :

$$(10) \quad d(F) = \frac{d\mathcal{L}}{\frac{8F}{(d + \Delta)^2} \left[\frac{d - \Delta}{3} + \frac{\Delta}{\sqrt{1 + \frac{4F^2}{(d + \Delta)^2}}} \right]}$$

et dans laquelle $d\mathcal{L} = \mathcal{L} \cdot \frac{d\tau}{E}$.

4° Enfin l'abaissement élémentaire $d_4(F)$ dû au changement de courbure des câbles principaux dans la portion AB sous l'influence de l'augmentation $d\tau$ (ces câbles étant supposés inextensibles) se déduira de la formule (10). Il suffira dans cette formule (10) de remplacer $d\mathcal{L}$ par l'allongement $d(l)$ de l'arc $AB = l$ dû à la variation de la courbe directe de A à B par les câbles avant et après l'augmentation $d\tau$ du travail. La formule (7) permet de déterminer la valeur de $d(l)$.

L'abaissement théorique maximum au centre de la travée, somme des abaissements élémentaires précédents, est notoirement supérieur à l'abaissement qui sera pratiquement observé. Il y a, en effet, plusieurs motifs à cela :

d'abord le déplacement théorique envisagé pour les chariots de dilatation au sommet des piles ne se produit pas, puis au fur et à mesure que l'abaissement au centre de la travée croît, l'augmentation de flèche dans les câbles principaux a pour conséquence de diminuer le travail dans ces câbles. Comme l'augmentation théorique $d\tau$ du travail, n'est pas pour cette dernière raison atteint; il s'ensuit que les valeurs des déplacements élémentaires calculés précédemment sont tous supérieurs à la réalité.

Abaissement consécutif à une variation de température. — Si une variation de température de $+ \theta^{\circ}$ centigrades se produit, il y a lieu d'examiner l'abaissement qui en résulte au centre du tablier. De même que précédemment on envisagera le cas d'une travée unique munie de haubans de rigidité.

Voyons d'abord ce qui se passe pour les câbles principaux ou paraboliques. La variation de longueur \mathcal{L} de ces câbles est :

$$d\mathcal{L} = \mathcal{L} \cdot \lambda \cdot \theta$$

λ étant le coefficient de dilatation linéaire du câble.

La formule précédente (10) donne l'abaissement $d(F)$ qui se produit au centre de la travée.

Mais cette augmentation de la flèche des câbles principaux a, comme conséquence, une diminution du travail dans ces câbles ainsi que dans les câbles de retenue. Il en résulte un relèvement $\Delta(F)$ dont il est facile de tenir compte. Au résumé, l'abaissement final ne sera que $d(F) - \Delta(F)$.

Pour une augmentation dF de flèche dans les câbles

principaux, la diminution $d\tau$ du travail par millimètre carré de section est :

$$d\tau = -\tau \cdot \frac{d}{2f^2} \frac{d(F)}{\sqrt{1 + \frac{d^2}{4f^2}}}$$

τ étant le travail par millimètre carré de section avant l'augmentation de la température.

Cela posé, on a dans les câbles paraboliques un raccourcissement élastique :

$$\Delta(\mathcal{L}) = -\mathcal{L} \cdot \frac{d\tau}{E}$$

et par suite la formule (10) donne la valeur correspondante de $\Delta(F)$.

Si l'on voulait traiter rigoureusement le problème, il faudrait tenir compte de l'allongement des câbles de retenue sous l'influence de cette variation de température, soit :

$$dR = R \cdot \lambda \cdot \theta$$

et en déduire par la formule (9) les abaissements élémentaires au centre de la travée. Ce serait en partant de l'abaissement total, qu'on arriverait par les formules précédentes à trouver la diminution de travail — $d\tau$ dans les câbles principaux et de retenue. Au moyen de cette donnée, on en déduirait comme plus haut les valeurs des relèvements élémentaires $\Delta_i(F)$ au centre de la travée. Au résumé la valeur de :

$$\Sigma [d_i(F) - \Delta_i(F)]_{i=1,2,3,4}$$

calculée comme il est indiqué plus haut donnera l'abaissement réel au centre de la travée. S'il s'agissait d'un abaissement de température — θ° tous les signes seraient changés dans ce qui précède.

Pont suspendu où les points d'appui des câbles principaux sont à des hauteurs différentes. — Dans tout ce qui précède on a considéré une seule travée où les points d'appui des câbles sont à des hauteurs égales au-dessus d'un même plan horizontal. Dans le cas où ces points d'appui sont à des hauteurs différentes il est nécessaire de pouvoir tracer la courbe décrite par les câbles, tant pour déterminer leur section que pour déterminer les longueurs des tiges de suspension du tablier.

Pour ces deux motifs il est intéressant de montrer par quel moyen il est possible de déterminer ces éléments.

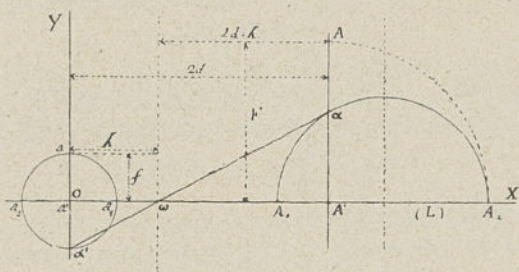


Fig. 35.

On se donne donc les points A , a (fig. 35) et la tangente (L) au point bas de la parabole. Le problème consiste donc à déterminer le point de contact ω avec la droite (L) d'une parabole passant par A , a et ayant la direction de ses diamètres parallèle à la verticale.

On donnera de ce problème plusieurs solutions géométriques et une par l'analyse. On adoptera suivant les dispositions spéciales de l'ouvrage considéré l'une ou l'autre de ces solutions suivant qu'elle sera plus ou moins pratique.

Solutions géométriques. — I. La parabole cherchée passant par les points A , a et tangente à la droite (L) a pour équation par rapport aux axes oX , oY (fig. 35) :

$$(X - \lambda)^2 = \mu Y$$

avec les relations évidentes :

$$a \begin{cases} X = 0 \\ Y = f = \frac{\lambda^2}{\mu} \end{cases} \quad A \begin{cases} X = 2d \\ Y = F = \frac{(2d - \lambda)^2}{\mu} \end{cases}$$

ce qui conduit à la relation :

$$\frac{\overline{\omega A'}^2}{\overline{\omega a'}^2} = \frac{F}{f}.$$

Le point ω se détermine donc graphiquement de la façon suivante. On porte sur la droite $A'a'$ les longueurs :

$$A'A_2 = F, \quad a'a_2 = f,$$

et une longueur arbitraire :

$$a'a_1 = A'A_1 = \frac{1}{\mu}.$$

Sur les segments A_1A_2 , a_1a_2 on décrit des circonférences qui coupent les droites AA' , aa' aux points α , α' , de part et d'autre de (L) ; la droite $\alpha\alpha'$ coupe $A'a'$ au point ω cherché puisque :

$$(10^{bis}) \quad \frac{\overline{\omega A'}^2}{\overline{\omega a'}^2} = \frac{\overline{A'\alpha}^2}{\overline{a'\alpha'}^2} = \frac{A'A_2 \times A'A_1}{a'a_2 \times a'a_1} = \frac{F}{f}$$

relation qui n'est autre que la relation précédente, et qui définit la position du sommet ω de la parabole.

Remarquons que la solution est générale, c'est-à-dire que si la droite (L) ne coupait pas orthogonalement les

deux verticales AA', aa' , la relation (10^{bis}) subsiste toujours, en conséquence la construction graphique ne diffère de la précédente que par le tracé des deux perpendiculaires à la droite (L) aux points A', a' . Ces droites rencontrent les circonférences décrites sur A_1A_2 , et a_1a_2 comme diamètres en des points α, α' , tels que la droite $\alpha\alpha'$ coupe (L) au point cherché.

II. — Cette deuxième méthode particulièrement simple permet de résoudre également le problème dans le cas le plus général où la droite (L) est inclinée sur la verticale.

Cette solution repose sur cette propriété remarquable de la parabole (fig. 36) :

$$\overline{\mu\alpha}^2 = \mu A \times \mu a^1$$

Il suffit de tracer une circonférence quelconque passant par les points A, a , de lui mener une tangente du point μ . Le point de contact est λ , on a :

$$\overline{\mu\lambda}^2 = \mu A \times \mu a = \overline{\mu\alpha}^2$$

¹ Cette propriété se démontre par l'analyse facilement. L'équation de la parabole (p) par rapport aux axes $\omega X, \omega Y$ (fig. 35) est :

$$(p) \quad x^2 = 2py, \quad \text{avec} \quad x_0^2 = 2py_0, \quad x_1^2 = 2py_1,$$

la droite Aa a pour équation :

$$Aa) \quad \frac{y - y_0}{y_0 - y_1} = \frac{x - x_0}{x_0 - x_1}.$$

Cette droite coupe l'axe des Y au point α tel que :

$$\omega\alpha = y = y_0 - x_0 \cdot \frac{y_0 - y_1}{x_0 - x_1} = \frac{y_1x_0 - y_0x_1}{x_0 - x_1} = -\frac{x_0x_1}{2p} = -\sqrt{y_0y_1}$$

finalement :

$$y^2 = y_0y_1$$

mais :

$$\frac{y}{\mu\alpha} = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = k, \quad \frac{y_0}{\mu A} = \frac{y_1}{\mu a} = k$$

par suite :

$$\overline{\mu\alpha}^2 = \mu A \times \mu a.$$

une droite (L) et à une circonférence (a) de centre a et de rayon aa' est une parabole (p_a) de sommet a' , de foyer a et de paramètre $2f$. Il résulte de là qu'il suffit de prendre le point F commun aux deux paraboles (p_a) et (p_λ) pour avoir le foyer cherché.

IV. — Au lieu d'avoir à déterminer le point F commun aux deux paraboles (p_a) et (p_λ) parfaitement définies dans la méthode précédente, il est préférable de chercher un autre lieu du point F. Ce lieu géométrique est d'ailleurs la droite (Δ) (fig. 38) définie comme passant par le point M, milieu de la distance $A'a'$ et perpendiculaire à la droite MN, déterminée par la valeur $a'N = F - f^1$.

On est ainsi ramené à une construction graphique s'effectuant par la règle et le compas et qui consiste à déterminer le point commun à cette droite (Δ) et à la parabole

¹ Le point F appartient, en effet, au lieu géométrique du point φ défini de la façon suivante. On mène la droite ax quelconque, on prend $\alpha\alpha' = ax$, puis on joint A au point β , milieu de l'intervalle $A'a'$; les droites $\varphi\alpha$, $\varphi\beta$ perpendiculaires aux droites ax , βA se coupent en φ . Ce point décrit une droite (Δ) menée par le point M milieu de $A'a'$ et perpendiculairement à la droite MN, le point N est défini par $Na = F$. Il est facile de voir que :

$$\frac{\varphi\psi}{\psi M} = c^1 = \frac{d}{F - f}.$$

Les triangles semblables $AA'\beta$, $\varphi\psi\beta$ et $a'a'x$, $\varphi\psi x$ donnent :

$$\frac{\varphi\psi}{\psi\beta} = \frac{\beta A'}{F}, \quad \frac{\varphi\psi}{\psi\alpha} = \frac{a'\alpha}{f}$$

mais

$$a'\alpha = M\beta, \quad \alpha M = \beta A'$$

on en déduit :

$$\begin{aligned} \varphi\psi \times F &= \beta A'(\psi M + a'\alpha) \\ \varphi\psi \times f &= a'\alpha(\beta A' - \psi M). \end{aligned}$$

Si l'on retranche :

$$\varphi\psi(F - f) = \psi M(\beta A' + a'\alpha) = \psi M \cdot d \quad \text{C. Q. F. D.}$$

ont un point F commun dont les coordonnées X_0 , Y_0 sont :

$$(11) \quad \left\{ \begin{array}{l} X_0 = a' \omega = \frac{2d\sqrt{f}}{\sqrt{F} + \sqrt{f}} \\ Y_0 = \frac{d^2}{(\sqrt{F} + \sqrt{f})^2} \end{array} \right.$$

telles sont les formules simples qui permettent de résoudre ce problème qui se présente fréquemment dans la pratique.

Quant à la valeur de la tension développée dans les câbles principaux, la tension horizontale est :

$$T_0 = \pi \frac{X_0^2}{2f} = \pi \frac{(2d - X_0)^2}{2F} = \pi \cdot 2Y_0.$$

c'est-à-dire que graphiquement cette valeur de la tension horizontale est représentée par la longueur $2Y_0 = Fn$ (fig. 37), lorsque l'on prend à l'échelle des forces π égal à l'unité.

En fonction des données :

$$T_0 = \frac{2\pi d^2}{(\sqrt{F} + \sqrt{f})^2}.$$

Quant à la tension maxima, elle a lieu au point A, et a pour valeur :

$$T_{ma} = \frac{2\pi d}{\sqrt{F} + \sqrt{f}} \sqrt{F + \frac{d^2}{(\sqrt{F} + \sqrt{f})^2}}.$$

Quant à sa valeur au point a elle est :

$$T_{ma} = \frac{2\pi d}{\sqrt{F} + \sqrt{f}} \sqrt{f + \frac{d^2}{(\sqrt{F} + \sqrt{f})^2}}.$$

Pont suspendu muni de câbles obliques de rigidité et dans lequel les points d'appui des câbles principaux sur les piliers sont à des hauteurs différentes. — Le problème précédent se pose également dans le cas d'une travée unique munie de haubans ou de câbles obliques. Pour simplifier, on supposera que les câbles principaux dans les portions AB, *ab* (fig. 39) coïncident avec des segments de droite, ce qui est pratiquement suffisant.

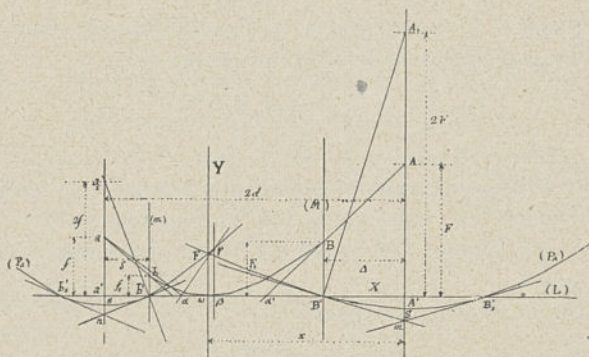


Fig. 39.

Dans ces conditions on est ramené à déterminer une parabole qui doit avoir comme tangente au sommet la droite (L), qui doit rencontrer les droites (M) (*m*), qui sont les verticales passant par les points de fixation sur le tablier des haubans les plus inclinés, en deux points B, *b* tels que les tangentes en ces points à la parabole soient les droites AB, *ab*.

I. *Première méthode.* — Par l'analyse la solution est

immédiate. En désignant la longueur cherchée $\omega A'$ par x , on a par rapport aux axes de coordonnées ωX , ωY :

$$\frac{2T_0}{\pi} = \frac{(x - \Delta)^2}{F_1} = \frac{(2d - x - \delta)^2}{f_1}.$$

Mais les valeurs de F_1, f_1 , par rapport aux données du problème, sont :

$$F_1 = F \frac{x - \Delta}{x + \Delta} \quad f_1 = f \frac{2d - x - \delta}{2d - x + \delta}.$$

En conséquence la position du sommet ω sur la droite (L) de la parabole cherchée est définie par l'équation :

$$\frac{x^2 - \Delta^2}{F} = \frac{(2d - x)^2 - \delta^2}{f}$$

qui détermine la valeur de x , soit :

$$\omega A' = x = \frac{2d}{1 - \frac{f}{F}} - \sqrt{\left(\frac{2d}{1 - \frac{f}{F}}\right)^2 - \frac{\frac{\Delta^2 f}{F} + 4d^2 - \delta^2}{1 - \frac{f}{F}}}$$

Comme vérification, si $\Delta = \delta = 0$, on doit retrouver la valeur définissant la position ω dans le problème traité précédemment, quand il n'existe pas de haubans.

On trouve, en effet :

$$\omega A' = \frac{2d\sqrt{F}}{\sqrt{F} + \sqrt{f}}$$

et par suite :

$$\omega a' = 2d - \omega A' = \frac{2d\sqrt{f}}{\sqrt{F} + \sqrt{f}}$$

ce qui est bien la formule trouvée plus haut (11).

II. *Deuxième méthode.* — Au point de vue géométrique, la solution est assez simple. Une première génération d'un lieu géométrique qui doit contenir le foyer F de

la parabole tangente : en ω à la droite L, et aux droites ab , AB aux points b , B, consiste à mener une droite az quelconque (fig. 39), prendre $a\beta = ab'$, tracer la droite $a\varphi$ perpendiculaire sur az et prendre son point de rencontre φ avec la verticale $\beta\varphi$, $\beta\alpha = ab'$. Le lieu géométrique du point φ est une parabole P_a passant par les points b' , b'_1 , $a'b' = a'b'_1$, ayant comme sommet s le point milieu de l'intervalle $a'n$, la droite $b'n$ étant perpendiculaire à a_1b' avec $a_1a' = 2aa'$.

En opérant de même pour le point A on trouve que le foyer cherché doit être sur la parabole (P_A) passant par les points B' , B'_1 ayant comme sommet S milieu de $A'm$.

Le foyer cherché est ainsi en F au point de rencontre des deux paraboles (P_a) et (P_A), d'où l'on déduit le sommet ω cherché.

Abaissement au centre d'une travée portée par des câbles principaux dont les points d'appui sont à des hauteurs différentes, sous l'action d'une augmentation de température ou de travail dans les câbles. — Dans le cas où il n'y a pas de haubans, la solution est immédiate. On a, en effet, pour la longueur \mathcal{L} des câbles principaux entre les 2 appuis, regardés comme fixes (fig. 36) :

$$\mathcal{L} = x + \frac{2}{3} \frac{F^2}{x} + (2d - x) + \frac{2}{3} \frac{f^2}{2d - x};$$

mais :

$$x = \frac{2d\sqrt{F}}{\sqrt{F} + \sqrt{f}};$$

on en conclut :

$$\mathcal{L} = 2d + \frac{1}{3d} [F^2 + f^2 + \sqrt{Ff}(F + f)].$$

Il résulte de là que pour toute variation de \mathcal{L} , l'abaissement consécutif au centre de la travée sera :

$$d(f) = d(F) = \frac{d\mathcal{L}}{3d \left[\frac{1}{2}(F + f + \sqrt{Ff}) + \frac{(F + f)^2}{2\sqrt{Ff}} \right]}$$

Lors d'une augmentation de température $+ \theta^\circ$ on a $d\mathcal{L} = \mathcal{L} \times \theta \times \lambda$, pour une variation $d\tau$ dans le travail des câbles, $d\mathcal{L} = \mathcal{L} \cdot \frac{d\tau}{E}$.

Si la travée comporte des haubans, on emploie la même méthode. On exprime la longueur \mathcal{L} des câbles en fonction des données, et l'équation différentielle qui s'en déduit en y considérant \mathcal{L} , F , f comme seules variables fournit la valeur de $d(F)$.

Pour avoir l'abaissement total, il faudra envisager, comme il a été indiqué plus haut, l'influence des câbles de retenue.

Déformation des câbles principaux d'une travée munie de haubans sous l'influence d'une surcharge partiellement répartie sur le tablier. — Dans ce qui suit on n'envisage que la déformation des câbles principaux sans faire intervenir l'allongement élastique des câbles ni la variation de leurs points d'appui sur les piliers.

On considère le tablier d'un pont suspendu pesant un poids p par mètre courant, porté dans les portions aa_1 , bb_1 (fig. 40) par des haubans, et dans la portion centrale a_1b_1 par des câbles paraboliques. Ces câbles décrivent à l'état normal : 1° deux arcs de chaînette Az , $B\beta$ que l'on peut sans erreur sensible remplacer par deux arcs de pa-

rabole et : 2° un arc $\alpha\omega\beta$ de parabole. On désignera par \mathcal{L} la longueur totale $A\alpha\omega\beta B$ des câbles principaux.

Si dans la zone cd du tablier on met une surcharge π par mètre courant et si l'on suppose les câbles et le tablier infiniment flexibles, les câbles décrivent de B à S_2 trois arcs de parabole après la déformation :



Fig. 40.

Le premier arc (p_0) de sommet $S_0(x_0, y_0)$ de B à β_1 correspond à un poids par mètre courant égal au poids des câbles seuls, soit p_0 ;

Le deuxième arc (p_1) de sommet $S_1(x_1, y_1)$ de β_1 à d_1 correspond à un poids par mètre courant égal à p_1 , c'est-à-dire $p_1 = p + p_0$;

Enfin, le troisième arc (p_2) de sommet $S_2(x_2, y_2)$ avec $x_2 = d$ correspond au poids par mètre courant $p_2 = p_1 + \pi$, π est la surcharge par mètre courant de d à c .

Ce problème, est en somme ramené à celui déjà envisagé précédemment de plusieurs zones chargées différemment. Si l'on désigne par $x, y; x', y'$ les coordonnées des points β_1, d_1 dont les abscisses sont connues, on voit que l'on doit déterminer les inconnues $x_0, y_0; x_1, y_1; x_2, y_2; \gamma, \gamma'$ en fonction des données du problème $d, f, p_0, p_1, p_2, x, x'$. Ces inconnues une fois déterminées, on en déduira :

1° L'abaissement maximum des câbles et par suite du tablier au centre de la travée ;

2° La tension maximum développée dans les câbles après la déformation.

Pour les mêmes raisons que précédemment on a les équations d'équilibre de l'ensemble :

$$\frac{p_0(x_0 - x)^2}{\gamma_0 - \gamma} = \frac{p_1(x_1 - x)^2}{\gamma_1 - \gamma} = \frac{p_0 x_0^2}{\gamma_0}$$

$$\frac{p_1(x_1 - x')^2}{\gamma_1 - \gamma'} = \frac{p_2(x_2 - x')^2}{\gamma_2 - \gamma'}$$

$$\frac{\gamma_0 - \gamma}{x_0 - x} = \frac{\gamma_1 - \gamma}{x_1 - x} \quad \frac{\gamma_1 - \gamma'}{x_1 - x'} = \frac{\gamma_2 - \gamma'}{x_2 - x'}$$

$$(x' - x)^2 - 2(x' - x)(x_1 - x) + \frac{(x_1 - x)^2}{\gamma_1 - \gamma}(\gamma' - \gamma) = 0$$

$$\mathcal{Q} = 2d + \frac{2}{3} \left\{ \frac{\gamma_0^2}{x_0} + \frac{(\gamma_1 - \gamma)^2}{x_1 - x} + \frac{(\gamma_2 - \gamma')^2}{x_2 - x'} - \frac{(\gamma_0 - \gamma)^2}{x_0 - x} - \frac{(\gamma_1 - \gamma')^2}{x_1 - x'} \right\}$$

De ces relations, on déduit les valeurs des inconnues :

$$x_0 = \frac{p_2}{p_0} (d - x') + \frac{p_1}{p_0} (x' - x) + x$$

$$x_1 = \frac{p_2}{p_1} d - x' \left(\frac{p_2}{p_1} - 1 \right) = \frac{p_2}{p_1} (d - x') + x'$$

$$y_0 = \sqrt{\frac{\frac{3}{2} \left(\frac{\mathcal{Q}}{2} - d \right)}{\frac{1}{x_0} + \frac{\Lambda}{\pi_0^2 x_0^4}}}$$

la valeur de Λ est :

$$\Lambda = p_1^2 (x_1 - x)^3 + p_2^2 (d - x')^3 - p_0^2 (x_0 - x)^3 - p_1^2 (x_1 - x')^3.$$

Le problème est ainsi complètement résolu, puisque les autres inconnues sont déterminées par les relations :

$$y = y_0 \frac{x(2x_0 - x)}{x_0^2}$$

$$y_1 = \frac{y_0}{x_0^2} \left\{ x(2x_0 - x) + \frac{p_1}{p_0} (x_1 - x)^2 \right\}$$

$$y' = \frac{y_0}{x_0^2} \left\{ x(2x_0 - x) + \frac{p_1}{p_0} (x_1 - x)^2 - \frac{p_1}{p_0} (x_1 - x')^2 \right\}$$

$$y_2 = \frac{y_0}{x_0^2} \left\{ x(2x_0 - x) + \frac{p_1}{p_0} [x' - x][2x_1 - x - x'] + \frac{p_2}{p_0} (x_2 - x')^2 \right\}$$

Connaissant ainsi la valeur donnée à \mathcal{L} et par suite à f , on en déduira l'abaissement maximum au centre de la travée $y_2 - f$.

En ce qui concerne la tension maximum dans les câbles principaux après la déformation, elle sera :

$$S_m = p_0 x_0 \sqrt{1 + \frac{x_0^2}{4y_0^2}}$$

Application. — L'étude du projet d'exécution d'un pont à transbordeur à Bordeaux, d'une portée de 400 mètres, nous a conduit aux données suivantes :

$$\begin{array}{ll} p_0 = 800^{\text{kg}} & x'_2 = d = 200^{\text{m}},00 \\ p_1 = 4000^{\text{kg}} & y'_2 = 44^{\text{m}},44 \\ p_2 = 7800^{\text{kg}} & x = 70^{\text{m}},00 \end{array}$$

On voit que sous le poids permanent seul du tablier et de la suspension, les deux arcs de parabole que décrivent les câbles principaux sont définis par les coordonnées de leurs sommets et de leur point commun x, y . Le premier arc a pour sommet S'_0

$$\left. \begin{array}{l} x'_0 = 720^{\text{m}},00 \\ y'_0 = 127^{\text{m}},70 \end{array} \right\}$$

le second, pour sommet

$$\left. \begin{array}{l} x'_2 = 200^{\text{m}},00 \\ y'_2 = 44^{\text{m}},44 \end{array} \right\}$$

enfin le point de raccordement de ces deux arcs :

$$\begin{array}{l} x = 70^{\text{m}},00 \\ y = 23^{\text{m}},62. \end{array}$$

Ces coordonnées se déterminent par les formules précédentes où l'on remplace dans le cas particulier envisagé ici :

$$p_2 = p_1 \quad x' = x'_2 = x'_1 \quad y' = y'_2$$

ce qui conduit à :

$$x'_0 = \frac{p_1}{p_0} (x'_2 - x) + x$$

$$y'_0 = \sqrt{\frac{\frac{3}{2} \left(\frac{q}{2} - x'_2 \right)}{\frac{1}{x_0} \left\{ 1 - \left[\left(1 - \frac{x}{x_0} \right)^3 - \left(\frac{\pi_1}{\pi_0} \right)^2 \left(\frac{x'_2 - x}{x_0} \right)^3 \right] \right\}}}$$

$$y'_2 = \frac{y_0}{x_0^{\frac{3}{2}}} \left[x(2x_0 - x) + \frac{p_1}{p_0} (x'_2 - x)^2 \right]$$

On trouve par ailleurs $\frac{3}{2} \left(\frac{q}{2} - x_2 \right) = 10^{\text{m}},83$. Les valeurs précédentes déterminées, si l'on introduit la surcharge voyageuse de $152\,000^{\text{kg}} = \Phi$ occupant 40 mètres de tablier au centre, on en déduit les valeurs nouvelles :

$$\begin{array}{l} S_0 \left\{ \begin{array}{l} x_0 = 815^{\text{m}},00 \\ y_0 = 150,90 \end{array} \right. \quad S_1 \left\{ \begin{array}{l} x_1 = 219^{\text{m}},00 \\ y_1 = 49,97 \end{array} \right. \quad S_1 \left\{ \begin{array}{l} x = 70^{\text{m}},00 \\ y = 24,75 \end{array} \right. \\ \quad d_1 \left\{ \begin{array}{l} x' = 180^{\text{m}},00 \\ y' = 48,22 \end{array} \right. \quad \text{enfin} \quad S_2 \left\{ \begin{array}{l} x_2 = 200^{\text{m}},00 \\ y_2 = 49,10 \end{array} \right. \end{array}$$

Ces coordonnées définissent nettement et sans hésitation les arcs de parabole (p_0) , (p_1) , (p_2) décrits par les

câbles principaux si tout *l'ensemble : tablier et suspension, était infiniment flexible*. Des vérifications graphiques intéressantes sont immédiates, l'arc de parabole (p_0) de sommet S_0 et passant par B est bien défini, en le traçant graphiquement, on doit trouver qu'il passe par le point β_1 dont les coordonnées sont également calculées. De même pour l'arc (p_1) défini par son sommet S_1 et le point β_1 ; la vérification est que cet arc doit passer par le point d_1 connu.

Le calcul de la tension maximum maximorum dans l'hypothèse pessimiste considérée est :

$$\varepsilon m = p_0 x_0 \sqrt{1 + \frac{x_0^2}{4y_0^2}} = 1723000^{\text{kg}}$$

ce qui conduit à adopter pour les deux têtes de pont 48 câbles de 1500 millimètres carrés de section chaque et travaillant au taux de 24 kilogrammes par millimètre carré en chiffre rond.

L'hypothèse pessimiste considérée pêche par excès, mais la suspension ainsi déterminée donne une absolue sécurité.

§ 7. — CABLES HORIZONTAUX DE TRACTION

Les haubans ou câbles obliques de rigidité, qui supportent une portion déterminée du tablier en avant ou en arrière des piliers en maçonnerie d'un pont suspendu, viennent se fixer sur le tablier, à des longrines dites *d'encorbellement*, auxquelles sont d'ailleurs reliées les entretoises ou pièces de pont du tablier.

Du fait de l'inclinaison des haubans, tout poids πdx placé en m , à une distance x de la verticale AA' du point

d'appui des câbles, développe dans la longrine d'encorbellement un effort de compression (fig. 41),

$$dx = \pi dx \cdot \frac{x}{H}$$

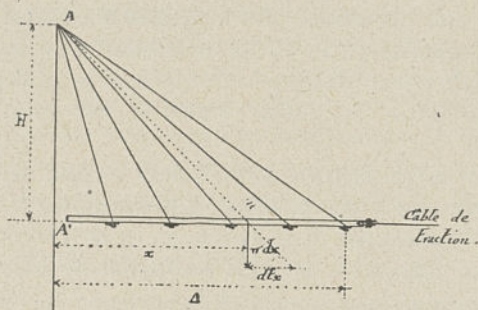


Fig. 41.

Il résulte de là, que la longrine d'encorbellement, supporte dans la section A', un effort total de compression égal à :

$$t_n = \frac{\pi}{H} \int_{x=0}^{x=\Delta} x dx = \frac{\pi \Delta^2}{2H},$$

si π est le poids afférent aux câbles obliques, par mètre courant et par tête de pont, c'est-à-dire comprenant : le poids permanent du tablier et des câbles obliques, ainsi que la surcharge maxima prévue.

Pour éviter le travail de compression dans ces longrines d'encorbellement, on relie entre elles les extrémités des longrines d'une même travée, par des câbles horizontaux dits *de traction*, qui sont réglés précisément pour développer, à l'extrémité des longrines, une tension égale à

$\frac{\pi \Delta^2}{2H}$. S'il s'agit d'une travée de rive, c'est un câble qui, fixé à l'extrémité libre de la longrine, va prendre, dans le massif d'amarrage, la réaction nécessaire pour développer dans la longrine d'encorbellement la tension voulue.

Avec cette disposition, les longrines d'encorbellement n'ont à supporter qu'un travail de tension et un travail de flexion, dû à leur fonction de supporter le tablier et sa surcharge entre les points d'attache de deux câbles obliques.

Dans le cas particulier, où les points d'appui des câbles principaux sont à des hauteurs différentes, les longrines d'encorbellement des deux extrémités de la travée ont des longueurs différentes, le câble horizontal de traction est alors déterminé pour combattre la moyenne des efforts de compression, qui seraient développés dans les longrines, si ce câble n'existait pas.

Remarque. — Cette tension horizontale t_h a besoin d'être déterminée chaque fois qu'une travée comporte des haubans, car les câbles de retenue de la suspension ont toujours besoin d'équilibrer, au sommet des piliers, la dite tension, qui s'ajoute à celle provenant des câbles principaux ou paraboliques.

Influence d'un abaissement de température sur le travail du métal des câbles horizontaux de traction. — Si l'on suppose qu'il se produise un abaissement de température de $-\theta^\circ$ centigrade, chaque mètre de longueur d'un câble horizontal de traction subit un raccourcissement de

$$\frac{d(l)}{l} = -\theta \cdot \lambda.$$

Si, comme on l'a vu, au début de l'étude des câbles

obliques, ceux-ci permettent le déplacement des extrémités libres des longrines d'encorbellement, le tablier subit le même raccourcissement par mètre courant et, par suite, les câbles horizontaux de traction ne subissent aucune augmentation de travail. Dans le cas où les longrines d'encorbellement seraient fixées aux maçonneries, ce qui ne se fait pas dans la pratique, ou si les câbles obliques les plus inclinés empêchent tout déplacement des extrémités des longrines d'encorbellement, le câble horizontal de traction doit prendre sur son allongement élastique pour compenser la contraction due à l'abaissement de température.

On doit, en somme, avoir :

$$\frac{d(l)}{l} = d\tau \cdot \frac{1}{E},$$

finalement, le câble horizontal de traction subira une augmentation de travail de :

$$d\tau = \theta \cdot \lambda \cdot E.$$

En prenant les données courantes de la pratique :

$$\theta = 30^{\circ}, \quad \lambda = 0.000010791, \quad E = 17000,$$

on en déduit :

$$d\tau = 5^{ks},50 \text{ par millimètre carré.}$$

c'est ce qui se passe, en réalité, dans tous les ponts où le tablier n'est pas entièrement métallique, c'est-à-dire où il ne suit pas entièrement le raccourcissement du câble.

Si la température augmentait de $+ 6^{\circ}$, il y aurait diminution de tension dans le câble horizontal de traction de $5^{ks},5$ par millimètre carré, si l'on se trouvait dans l'hypothèse très spéciale considérée.

§ 8. — TRAVÉES MULTIPLES

Soit par raison d'économie, soit par suite des dispositions spéciales de l'emplacement où un pont doit franchir un fleuve ou un ravin, on est amené à fractionner le débouché en plusieurs travées. Les solutions peuvent varier en nombre infini. Toutefois, ce qu'il importe de retenir, c'est que chaque emplacement comporte une solution, et une seule bien déterminée, que la nature des fonds, le profil du terrain indiquent à l'ingénieur expérimenté. Cette solution présente, au point de vue économique, robustesse et élégance, des avantages appréciables sur toute autre. Il y a là une connaissance spéciale que l'expérience et la pratique permettent seules d'acquérir pour définir la meilleure solution à adopter.

En tous cas, quels que soient le nombre et la disposition des travées, on est ramené, pour la détermination des éléments de chacune d'elles, câbles principaux ou obliques, à l'une ou l'autre des solutions précédemment données.

Câbles de retenue des chariots de dilatation du sommet des piles. — Dans un pont à plusieurs travées, des câbles relient les chariots de dilatation du sommet des piles; on les désigne quelquefois sous le nom de *haubans de tête*.

Il est intéressant d'examiner quelle est la limite de la grandeur et du nombre des travées où leur présence est utile et efficace; et, dans ce cas, à quelles conditions ces câbles doivent satisfaire?

Il est facile de voir quels sont les effets qui se produisent quand ces câbles entrent en jeu. Pour cela, il faut d'abord définir leur rôle.

Dans un pont à travées multiples, les tensions horizontales qui s'exercent aux sommets des chariots où se fixent les câbles de la suspension, doivent être rigoureusement égales, lorsque les travées ne sont pas chargées ; c'est là une condition évidente d'équilibre à réaliser en exécution.

Cette condition peut d'ailleurs être remplie, alors même que les longueurs des travées successives ne sont ni égales, ni de même poids, puisque dans l'expression :

$$T_0 = \frac{pd^2}{2f},$$

donnant la tension horizontale des câbles de la suspension, on peut déterminer soit la flèche f' , soit le poids p' par mètre courant de la travée adjacente, de façon que l'égalité :

$$\frac{pd^2}{2f} = \frac{p'd'^2}{2f'}$$

soit vérifiée.

Cela posé, si l'une des travées est surchargée et que les deux travées qui l'encadrent sont à vide, l'excès de tension horizontale développée à chacun des sommets des piliers encadrant la travée surchargée aurait comme résultat de déplacer les chariots de dilatation de ces piles, en les entraînant vers la travée en charge jusqu'au moment où, par suite de la diminution de la flèche des travées adjacentes vides, l'augmentation de tension dans les câbles des dites travées équilibrera l'excès de tension développé par la surcharge.

Pour éviter cette déformation des travées vides et de la travée chargée, par suite de l'avancement des chariots, on réunit par des câbles de tête les dits chariots. On donne à ces câbles, lors de leur pose, une tension τ déterminée, et le surcroît de tension qui leur est demandé, lorsqu'ils

entrent en jeu, est transmis de la travée chargée aux travées vides, jusqu'aux massifs d'amarrage, où ils trouvent la réaction nécessaire à l'équilibre de la tension.

Cette définition du rôle que doivent jouer les câbles de tête des chariots est nette, mais en réalité, il est impossible de réaliser ce rôle pratiquement. En effet, au sommet d'une travée surchargée, outre les câbles de tête des chariots, aboutissent les câbles paraboliques et obliques de la travée vide. On est donc là en présence d'un système hyperstatique. Le partage de l'excès de tension qui se développe au sommet et qui tend à entraîner le chariot vers la travée chargée, s'effectue entre les deux systèmes de câbles qui y aboutissent, dans une proportion doublement indéfinie.

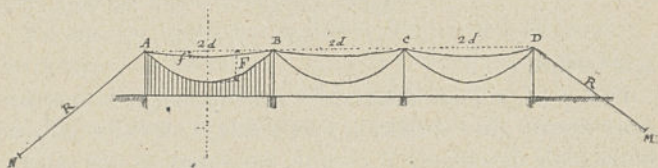


Fig. 42.

Si on examine les câbles de tête, comme supportant seuls l'excès de tension développée en un sommet, on voit que deux effets très nets se produisent.

1° L'excès de tension \mathcal{C} , développé aux sommets A, B (fig. 42), est équilibré par les câbles de tête BC, CD, Il faut, pour cela, que la flèche de ces câbles diminue d'une quantité $d(f)$ (on admet d'abord les câbles inextensibles), qui donne lieu à un accroissement de tension $d\tau$ par millimètre carré de section. Comme la longueur des câbles BC, CD, ... n'a pas varié, il résulte de cette dimi-

nution de flèche, que le chariot B se déplace d'une quantité donnée $\Delta(2d)$, de B vers A. Ce déplacement élémentaire représente la somme des différences de longueur entre les arcs de chaînette décrits par les câbles de tête, entre les points BC, CD, ..., avec une flèche d'abord égale à f et ensuite avec une flèche $f - d(f)$.

2° Les câbles de tête ne sont pas inextensibles, sous l'influence de l'augmentation de tension $d\tau$, qui leur est imposée pour équilibrer la tension \mathcal{C} , c'est-à-dire pour jouer le rôle qui leur est imparti, leur allongement élastique produit un nouveau déplacement $\Delta'(2d)$ du chariot de B vers A. Ce déplacement est d'autant plus important que cet allongement élastique porte sur une plus grande longueur de câbles et sur une augmentation plus importante du travail par millimètre carré de section.

Toutefois, il faut remarquer que par suite du déplacement des chariots des sommets B et A vers le centre de la travée seule chargée AB, la flèche f des câbles de tête AB augmente dans une proportion notable, en conséquence la tension développée par ces câbles AB aux sommets A, B diminue d'une quantité $d_1\tau$; du fait de cette diminution, les câbles de tête BC, CD, ... équilibrent par millimètre carré de section une tension égale à :

$$d\tau + d_1\tau.$$

Au résumé, le déplacement du chariot B comprend :

$$D(2d) = \Delta(2d) + \Delta'(2d) - \delta'(2d),$$

le terme correctif étant dû à la diminution de tension $d_1\tau$ dans les câbles de tête de la travée chargée AB.

Il faut évidemment, dans la pratique, que le déplacement total $D(2d)$ du chariot B vers A ne dépasse pas une limite donnée. On doit donc se fixer une limite supé-

rieure N de ce déplacement et déterminer les sections et flèches initiales des câbles de tête, pour que ce déplacement N soit un *maximum maximorum*.

Pont suspendu à n travées égales. — Soient n le nombre des travées égales, les sommets étant à la même hauteur, $2d$ leur portée commune. Les câbles de tête reliant entre eux les chariots, subissent à l'état normal un travail de τ kilogrammes par millimètre carré de section. Leur flèche de pose sous la température normale est donc :

$$f = \frac{d^2}{2\tau} \delta, \quad \delta = 0^{\text{h}5}, 0082.$$

Lors de la surcharge de la première travée (fig. 42) AB, on demande aux câbles de tête d'équilibrer à eux seuls l'excès de tension développé en B, et ce, en subissant simplement une augmentation $d\tau$ par millimètre carré de section. Il s'ensuit que la flèche f de ces câbles de tête BC, CD, ... deviendra $f - d(f)$; la valeur de $d(f)$ est donnée par la relation évidente :

$$d(f) = 2 \cdot \frac{f^2}{d^2} \cdot \frac{d\tau}{\delta},$$

si $d\tau$ est faible par rapport à τ . Les câbles BC, CD, ... étant d'abord regardés comme inextensibles, on en déduit que la différence de longueur entre les arcs décrits par les câbles de tête avec la flèche f et la flèche $f - d(f)$, c'est-à-dire le déplacement $\Delta(2d)$ du chariot B est de ce fait égal à :

$$\Delta(2d) = (n - 1) \frac{8}{3} \frac{f}{d} d(f) = (n - 1) \frac{16}{3} \left(\frac{f}{d}\right)^3 \frac{d\tau}{\delta}.$$

On néglige, ici encore, l'allongement dans les câbles de retenue AN des câbles de tête, dont le changement de courbure augmente encore le déplacement du chariot B.

Le deuxième déplacement élémentaire est dû à l'allongement élastique des câbles de tête, qui vont du point B au point d'ancrage M, sous l'augmentation de travail $d\tau$ par millimètre carré. La longueur totale de ces câbles est $(n - 1)\mathcal{L} + R$. On en conclut que :

$$\Delta'(2d) = [(n - 1)\mathcal{L} + R] \frac{d\tau}{E}.$$

Au résumé, le déplacement total du chariot B vers A est la somme des deux déplacements élémentaires, soit :

$$(13) \quad \Delta(2d) + \Delta'(2d) = d\tau \left\{ \frac{16}{3} (n-1) \left(\frac{f}{d} \right)^3 \frac{1}{\delta} + \frac{(n-1)\mathcal{L} + R}{E} \right\}.$$

En conséquence, la flèche du câble de tête AB augmente d'une quantité :

$$d_1(f) = d\tau \left\{ \frac{3}{8} \frac{d}{f} \frac{(n-1)\mathcal{L} + R}{E} + 2(n-1) \left(\frac{f}{d} \right)^2 \frac{1}{\delta} \right\}$$

et par suite la diminution de tension en B dans les câbles de tête AB, sur la tension initiale est :

$$d_1\tau = \left(\frac{d}{f} \right)^2 \frac{\delta}{2} d_1(f) = \left\{ \frac{3}{16} \left(\frac{d}{f} \right)^3 \frac{(n-1)\mathcal{L} + R}{E} \delta + (n-1) \right\} d\tau.$$

Déplacement maximum d'un chariot de dilatation.

— Le déplacement théorique maximum d'un chariot de dilatation dans le cas considéré est celui du sommet B. Sa valeur est définie par la relation (13) si $d\tau$ représente l'augmentation de travail définitive des câbles de tête BC, CD... Si Ω est la section des câbles de tête, \mathcal{E} l'excès de tension à équilibrer en B et dû à la surcharge sur la travée AB on a :

$$\mathcal{E} = \Omega(d\tau + d_1\tau) = \Omega d\tau \left\{ n + \frac{(n-1)\mathcal{L} + R}{E} \delta + \frac{3}{16} \left(\frac{d}{f} \right)^3 \right\}.$$

Si donc, on veut limiter le déplacement du chariot B à

une valeur pratique N que l'on se donne *a priori*, on doit avoir :

$$N = d\tau \left\{ \frac{16}{3} (n-1) \left(\frac{f}{d} \right)^3 \frac{1}{\delta} + \frac{(n-1) \mathcal{Q} + R}{E} \right\}.$$

On déduit donc de là, que la section nécessaire à donner aux câbles de tête est :

$$\Omega = \frac{\bar{\sigma}}{N} \frac{n-1 + \frac{(n-1) \mathcal{Q} + R}{E} \cdot \frac{3}{16} \left(\frac{d}{f} \right)^3 \delta}{n + \frac{(n-1) \mathcal{Q} + R}{E} \cdot \frac{3}{16} \left(\frac{d}{f} \right)^3 \delta} \times \left[\frac{16}{3} \left(\frac{f}{d} \right)^3 \frac{1}{\delta} \right].$$

Si le nombre n des travées est important, on voit qu'il suffira que :

$$\Omega = \frac{\bar{\sigma}}{N} \cdot \frac{16}{3} \left(\frac{f}{d} \right)^3 \frac{1}{\delta}$$

pour que la condition d'obtenir un déplacement du chariot B, égal au maximum admis soit N .

Il est facile de voir que cette solution sera d'autant plus économique que le fil employé pour ces câbles de tête est assez résistant pour permettre de prendre pour f une valeur très faible. Ce point est très important puisque le rapport $\frac{f}{d}$ entre à la troisième puissance. Les exemples donnés plus loin mettent ce fait en évidence.

Par ailleurs, on a vu que le travail supplémentaire demandé aux câbles de tête BC, CD, ... est déterminé par la relation :

$$(14) \quad d\tau = \frac{N}{\frac{16}{3} (n-1) \left(\frac{f}{d} \right)^3 \frac{1}{\delta} + \frac{(n-1) \mathcal{Q} + R}{E}}$$

et de plus que toute augmentation de travail $d\tau$ par milli-

mètre carré de section demandé aux câbles BC, CD, ... permet d'équilibrer au sommet B une tension :

$$d\tau + d_1\tau = N\beta \cdot \frac{1}{1 - \frac{1}{\alpha}} \text{ avec } \begin{cases} \beta = \frac{3}{16} \left(\frac{d}{f}\right)^3 \delta \\ \alpha = n + \frac{3}{16} \left(\frac{d}{f}\right)^3 \delta \cdot \frac{(n-1)\mathcal{L} + R}{E} \end{cases}$$

Travail maximum dans les câbles de tête des chariots. — On a vu plus haut que le travail initial donné aux câbles de tête des chariots est τ , que l'augmentation de tension demandée pour un déplacement limite du chariot B est donnée par la relation, (14) soit :

$$d\tau = \frac{N\beta}{\alpha - 1}.$$

Outre ce travail $\tau + d\tau$ par millimètre carré de section ; il peut se produire un abaissement de température θ° qui a pour conséquence de raccourcir la longueur des câbles de tête, de diminuer par suite leur flèche et d'augmenter par conséquent le travail dans ces câbles.

Cet abaissement de température se produit dans toutes les travées de la même façon, aussi son effet est identique à celui qui consisterait à donner aux câbles de tête une tension initiale supérieure à τ d'une quantité $\Delta\tau$ facile à déterminer. De même que précédemment, on remplace l'arc de la courbe exponentielle décrit par les câbles de tête, par celui d'un arc de parabole. Dans ces conditions, la longueur :

$$\mathcal{L} = 2d \left(1 + \frac{2}{3} \frac{f^2}{d^2} \right)$$

se modifie d'une quantité — \mathcal{Q} . $\theta\lambda = d_1\mathcal{Q}$, il résulte de là que la flèche des câbles diminue de :

$$\Delta f = \frac{3d}{8f} d_1\mathcal{Q} = -\frac{3d}{8f} \mathcal{Q} \cdot \theta \cdot \lambda.$$

La tension augmente donc par millimètre carré de section de :

$$\Delta\tau = \beta d_1\mathcal{Q}.$$

Mais, par contre, l'allongement élastique dû à cette augmentation de travail $\Delta\tau$ conduit à une variation de longueur des câbles

$$\Delta\mathcal{Q} = \mathcal{Q} \cdot \frac{\Delta\tau}{E} = \frac{\mathcal{Q}}{E} \cdot \beta \cdot d_1\mathcal{Q}$$

qui vient diminuer la valeur de $\Delta\tau$, qui n'est donc réellement que :

$$\Delta'\tau = \beta \left[1 - \frac{\mathcal{Q}}{E} \beta \right] \mathcal{Q} \cdot \theta \cdot \lambda.$$

Au résumé, le travail maximum et total demandé aux câbles de tête dans l'hypothèse la plus défavorable sera de :

$$\tau + d\tau + \Delta'\tau = \tau + \frac{3}{16} \left(\frac{d}{f} \right)^3 \delta \left(\frac{N}{n-1 + \frac{(n-1)\mathcal{Q} + R}{E} \cdot \frac{3}{16} \left(\frac{d}{f} \right)^3 \delta} + \right. \\ \left. L \cdot \theta \cdot \lambda \left[1 - \frac{\mathcal{Q}}{E} \frac{3}{16} \left(\frac{d}{f} \right)^3 \delta \right] \right)$$

Application. I. Pont à trois travées égales et à grand débouché. — Considérons le cas particulier d'un pont suspendu ayant trois travées successives égales à $2d = 600$ mètres. On donne aux câbles de tête un travail initial de $\tau = 20$ kilogrammes par millimètre carré et on se contente lors de la surcharge d'une seule travée de rive de :

demander à ces câbles de tête un travail supplémentaire de $d\tau = 1$ kilogramme par millimètre carré.

On voit d'abord que la flèche de ces câbles de tête sera de :

$$f = 0,0082 \times \frac{300^2}{2 \times 20} = 18^m,45.$$

Chaque millimètre carré de section des câbles de tête équilibrera au sommet une tension :

$$d\tau + d_1\tau = \tau' \left[n + \frac{(n-1)\mathcal{L} + R}{E} \cdot \frac{3}{16} \left(\frac{d}{f} \right)^3 \frac{\delta}{10^6} \right] \text{ avec } R = 150^m$$

on en déduit :

$$d\tau + d_1\tau = 3^k\epsilon,03.$$

La flèche f sous cette augmentation de 1 kilogramme diminue de :

$$d(f) = 0^m,88.$$

Du fait seul de cette diminution de flèche $d(f)$ dans les câbles de tête des travées vides, le chariot de la travée chargée aurait un déplacement théorique de :

$$2\Delta(2d) = \frac{4d(f)}{3d} [2f - d(f)] = 0^m,274$$

si les câbles de la travée vide adjacente ne s'y opposaient. Cette formule est ici plus exacte que celle donnée plus haut, étant donnée l'importance de la valeur de $d(f)$.

Si l'on détermine, par ailleurs, le déplacement du chariot sous l'action seule de l'allongement élastique des câbles de tête, sa valeur est :

$$\Delta'(2d) = (2\mathcal{L} + R) \frac{\tau'}{E} = 0^m,080.$$

Au résumé, le déplacement théorique total serait de :

$$\Sigma\Delta(d) = 2\Delta(2d) + \Delta'(2d) = 0^m,354.$$

Ce déplacement théorique du chariot ne peut être atteint pratiquement étant donnée : 1° la valeur du frottement développé par l'énorme pression qui s'exerce sous le chariot au contact de ses galets ;

2° la résistance au déplacement du chariot présentée par les câbles de suspension de la travée adjacente.

Si on se donne *a priori* un déplacement théorique maximum du chariot envisagé, soit :

$$N = 0^m, 10$$

par exemple ; on en déduit l'augmentation maximum à imposer aux câbles de tête :

$$d\tau = \frac{N}{n-1 + \frac{(n-1)\mathcal{L} + R}{E}} \cdot \frac{3}{16} \left(\frac{d}{f}\right)^3 \frac{\delta}{10^6} \times \\ \times \frac{3}{16} \left(\frac{d}{f}\right)^3 \frac{\delta}{10^6} = 0^{kg}, 26 \text{ par millimètre carré.}$$

S'il s'agissait d'équilibrer une tension supplémentaire au sommet d'un chariot de

$$\mathcal{E} = 100\,000 \text{ kilogrammes,}$$

la section à donner aux câbles de tête devrait être :

$$\Omega = \frac{\mathcal{E}}{N\beta} \cdot \frac{(n-1) + \frac{(n-1)\mathcal{L} + R}{E} \beta}{n + \frac{(n-1)\mathcal{L} + R}{E} \beta} \quad \text{avec} \quad \beta = \frac{3}{16} \left(\frac{d}{f}\right)^3 \frac{\delta}{10^6}$$

soit

$$\Omega = 107\,800 \text{ millimètres carrés}$$

section trop élevée pour être pratique. Dans ce qui précède on a examiné le cas de câbles résistant à 100 kilogrammes par millimètre carré. Si l'on envisage l'emploi de câbles constitués avec des fils à très haute résistance

de 200 kilogrammes par millimètre carré, ce qui permet d'employer un travail initial $\tau = 50$ kilogrammes, on a pour leur flèche de pose dans l'exemple précédent :

$$f = 7^m,38.$$

Dans ces conditions, si l'on impose un déplacement théorique maximum du chariot de $N = 0^m,10$, on en déduit que la section des câbles de tête pour équilibrer une tension de $\zeta = 100\,000$ kilogrammes sera de :

$$\Omega = 8830 \text{ millimètres carrés}$$

car le coefficient précédent β est égal à $\beta = 103,3$.

Quant à l'augmentation de travail $d\tau$ imposée aux câbles de tête en dehors du travail initial, il est de :

$$d\tau = \frac{N}{(n-1) + \frac{(n-1)Q + R}{E}} \beta = 1^{kg} \text{ par mm}^2 \text{ de section.}$$

Ce qui précède, montre nettement que la seule solution pratique pour l'emploi de ces câbles de tête des chariots dans les travées multiples à grande portée est celle où l'on emploie des câbles en fils d'acier à très haute résistance ; c'est à cette condition unique, que leur efficacité est parfaite avec des grandes travées.

Action de la température. — Il est intéressant d'examiner l'influence d'un écart de température pour déterminer quelle est la valeur de l'augmentation ou de la diminution du travail imposé aux câbles de tête des chariots. On examinera uniquement un abaissement de $— 9^{\circ}$ au-dessous de la température de pose ; étant donnée la faiblesse des résultats obtenus, on peut sans erreur sensible admettre le même chiffre pour la diminution du

travail dans ces câbles si la température augmentait de la même quantité $+ \theta^\circ$.

1° *Emploi des câbles à résistance normale.* — On suppose les câbles de tête posés avec un travail $\tau = 20$ kilogrammes par millimètre carré de section. En prenant le même exemple que précédemment et $-\theta = 30^\circ$; on voit que la longueur des câbles de tête d'une travée diminue de :

$$d_1 \ell = \ell \cdot \lambda \theta = 0^m, 19466.$$

Du fait de cette diminution de longueur, la flèche des câbles de tête diminue de :

$$d_1 f = \frac{3}{8} \frac{d}{f} d_1 \ell = 1^m, 188.$$

Il en résulte une augmentation de travail de :

$$d_1 \tau = 0,0082 \frac{d^2}{2f^2} d_1 f = 1^{\text{kg}}, 29 \text{ par millimètre carré}$$

mais du fait de cette augmentation de travail, le câble de tête s'allonge de :

$$d'_1 = \ell \cdot \frac{d_1 \tau}{E} = 0^m, 045.$$

Finalement, en appliquant la méthode de fausse position, on voit que le raccourcissement des câbles de tête est simplement de :

$$d_1 \ell - d'_1 \ell = 0^m, 150,$$

par suite le relèvement de la flèche est seulement de :

$$d'_1 f = \frac{3}{8} \frac{d}{f} (d_1 \ell - d'_1 \ell) = 0^m, 914$$

et finalement l'augmentation de travail du métal de :

$$d'_1 \tau = 0^{\text{kg}} 99 \text{ par millimètre carré de section.}$$

2° *Emploi de câbles à très haute résistance.* — On a vu précédemment que pour

$$\tau = 50 \text{ kilogrammes} \quad \text{on a} \quad f = 7^{\text{m}},38.$$

On en déduit par suite :

$$d_1 \mathcal{Q} = 0^{\text{m}},192 \quad \mathcal{Q} = 600^{\text{m}},24$$

$$d_1 f = 2,92$$

$$d_1 \tau = 19^{\text{kg}},78$$

En opérant comme précédemment

$$d_1 \mathcal{Q} = 0,069 \quad d_1 f = 1^{\text{m}},87 \quad \text{et} \quad d_1 \tau = 12^{\text{kg}},66 \text{ par mm}^2.$$

On voit donc que dans cette dernière hypothèse l'influence de la température est assez importante, car le travail total est : 65 kilogrammes en chiffre rond par millimètre carré. La difficulté pratique n'est pas de trouver du fil d'acier qui résiste à 260 kilogrammes par millimètre carré de section, ce qui donne un coefficient de sécurité de 4 ; mais il faut réaliser des dispositifs d'arrêts de ces câbles dans leurs culots terminus donnant la même sécurité. Les dispositions employées ordinairement pour des fils d'acier à résistance normale seraient complètement à modifier dans un pareil cas.

II. *Pont à trois travées, mais à débouché normal.* — Si l'on considère un pont à trois travées de $2d = 100$ mètres chacune, avec des câbles de tête ayant un travail initial de $\tau = 9^{\text{kg}},30$ qui donne lieu à une flèche de pose des câbles de tête de :

$$f = \frac{\delta}{10^6} \cdot \frac{d^2}{2\tau} = 1^{\text{m}},10,$$

on voit que pour une augmentation de $d\tau = 1$ kilogramme dans les câbles de tête des travées vides on équi-

libre par millimètre carré de section des dits câbles une tension de :

$$d\tau + d_1\tau = d\tau \left\{ n + \frac{(n-1)Q + R}{E} \beta \right\} = 3^{kg},18$$

avec $R = 15$ mètres

De plus, le déplacement du chariot comprend, par suite de la diminution de la flèche :

$$d(f) = 2 \cdot \left(\frac{f}{d}\right)^2 \frac{10^6}{\delta} \cdot d\tau = 0^m,118$$

1°

$$2\Delta(2d) = 2 \cdot \frac{8}{3} \frac{f}{d} d(f) = 0^m,013;$$

2° Quant au deuxième déplacement élémentaire :

$$\Delta'(2d) = \frac{2Q + R}{E} \tau' = 0^m,012.$$

Au résumé, le déplacement théorique du chariot est au maximum de :

$$\Sigma\Delta(2d) = 25 \text{ millimètres.}$$

Action de la température. — Avec les données qui précèdent, on voit que sous un abaissement de $\theta = -30^\circ$ les câbles de tête subissent dans une travée un accroissement de travail $d_1\tau$, qui d'après les formules précédentes, est déterminé par la relation :

$$d_1\tau = \frac{3}{16} \left(\frac{d}{f}\right)^3 \frac{\delta}{10^6} \left[\frac{1}{E} - \frac{3}{16} \left(\frac{d}{f}\right)^2 \frac{\delta}{10^6} \right] dQ$$

avec $dQ = Q \cdot \lambda \cdot \theta.$

En remplaçant les quantités par leurs valeurs :

$$d_1\tau = 0^{kg},427.$$

Au résumé, dans ces travées de petite dimension, on

constate que le rôle des câbles de tête est parfaitement rempli, en laissant même une grande élasticité dans le choix de la flèche initiale à donner à ces câbles, tout en n'employant que du fil résistant à une tension de rupture courante de 100 kilogrammes par millimètre carré. L'emploi de fils d'acier à très haute résistance est dans ce cas sans aucune utilité.

Solution plus complète du problème. — Dans ce qui précède on a envisagé les câbles de tête des chariots comme intervenant seuls pour équilibrer l'excès de tension développé aux sommets des chariots de dilatation qui encadrent une travée chargée. Or, tout déplacement infinitésimal des chariots, dû : soit à la diminution de la flèche, soit à l'allongement élastique des câbles de tête, ne peut se produire sans entraîner un déplacement des extrémités des câbles de suspension des travées aboutissant à ces chariots.

En conséquence, dans ce système hyperstatique, le déplacement théorique précédemment déterminé est un maximum qui ne peut être atteint. Dans ces conditions, dans les ponts à travées multiples et à grand débouché, le déplacement nécessaire des chariots pour que les câbles de tête jouent un rôle efficace étant contrarié précisément par ces câbles de suspension ; il en résulte que ces câbles de tête sont d'une utilité et d'une efficacité extrêmement contestables.

Pour déterminer avec une certaine approximation comment interviennent les câbles de tête BC, ... (fig. 42) et les câbles paraboliques de la travée BC, pour équilibrer au sommet B, la tension supplémentaire \bar{C} qui y est développée par la surcharge sur la travée AB, considérons

un déplacement infiniment petit $d(2d)$ du chariot de B vers A.

Ce déplacement a pour conséquence de modifier d'une quantité $d(F)$ la flèche F des câbles paraboliques de la travée vide BC qui pèse par mètre courant, suspension comprise, un poids p . Il en résulte donc, de là, que l'augmentation $d(T)$ de la tension horizontale en B de ces câbles paraboliques vient équilibrer une fraction de la tension \mathcal{C} .

Quant aux câbles de tête, tout déplacement $d(2d)$ équilibre une tension $d\tau + d_1\tau$ par millimètre carré de section de ces câbles; si leur section est Ω , on aura donc la relation :

$$d(T) + \Omega(d\tau + d_1\tau) = \mathcal{C}.$$

On a vu précédemment que si on limite à priori le déplacement du chariot B (fig. 42) à une valeur déterminée N , on a :

$$d\tau + d_1\tau = N \cdot \beta \left[\frac{n + \beta_1}{n + \beta_1 - 1} \right]$$

avec :

$$\left\{ \begin{array}{l} \beta = \frac{3}{16} \left(\frac{d}{f} \right)^3 \frac{\delta}{10^6} \\ \beta_1 = \frac{(n-1)Q + R}{E} \beta. \end{array} \right.$$

Mais comme :

$$d(F) = \frac{3}{8} \frac{d}{F} N$$

et :

$$d(T) = \frac{3p}{16} \left(\frac{d}{F} \right)^3 N.$$

On en déduit la relation :

$$\mathcal{C} = \frac{3p}{16} \left(\frac{d}{F} \right)^3 N + N \cdot \Omega \cdot \beta \frac{n + \beta_1}{n + \beta_1 - 1},$$

relation qui permet de déterminer la valeur de la section à donner aux câbles de tête en faisant intervenir la résistance que présente au déplacement du chariot B les travées vides du fait de leur propre poids.

Comme l'excès de tension \bar{c} est dû à une surcharge q par mètre courant sur la travée AB, on a :

$$\bar{c} = q \frac{d^2}{2F}.$$

On en conclut donc que :

$$\Omega = \frac{d^2}{2F} \left\{ q - \frac{3}{8} p \cdot \frac{d \cdot N}{F^2} \right\} \frac{n + \beta_1 - 1}{n + \beta_1} \frac{1}{N \cdot \beta}.$$

Il résulte de là que toutes les fois que :

$$q \leq \frac{3}{8} p \cdot \frac{d \cdot N}{F^2},$$

l'inutilité des câbles de tête est absolument complète, puisque la tension supplémentaire au sommet B, apportée par les câbles paraboliques de la travée BC, est égale à l'excès de tension \bar{c} à équilibrer avant que le chariot se déplace de la quantité N admise.

Application. — Pour montrer l'intérêt qui s'attache à cette solution plus complète de la question, prenons l'exemple envisagé précédemment de trois travées de chacune $2d = 600^m$, $f = 7^m, 38$, $F = 60^m$, $p = 6000^{kg}$, $N = 0^m, 10$ et $\bar{c} = 100000^{kg}$.

On trouve $\beta = 103,3$, $\beta_1 = 8,20$ et $\Omega = 7670^{mm^2}$.

Cette méthode est plus rationnelle et plus économique que la précédente qui avait conduit à une section de 8830 millimètres carrés de section pour les câbles de tête.

Cas général. — Dans le cas général où les sommets tels que A, B, C. ... ne sont pas à une même hauteur horizontale, on désignera par $2d_i$ la portée et h_i la différence de niveau des 2 sommets d'une travée (fig. 43). Si τ_0 est la tension horizontale de pose des câbles de tête des chariots, la parabole (p_i) qui a pour équation :

$$(p_i) \quad y = \frac{y_0}{x_0^2} (2xx_0 - x^2),$$

(x_0, y_0 étant les coordonnées de son sommet) peut sans erreur sensible être confondue avec la courbe exponentielle décrite par le câble.

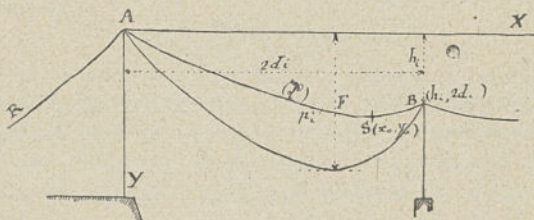


Fig. 43.

Cette parabole passe par le point B de coordonnées $(h_i, 2d_i)$; par suite, on a :

$$h_i = \frac{y_0}{x_0^2} (x_0 - d_i) 4d_i.$$

Par ailleurs, on a :

$$\frac{2\tau_0}{\Delta} = \frac{x_0^2}{y_0} = \frac{(2d_i - x_0)^2}{y_0 - h_i}$$

avec :

$$\Delta = \frac{\delta}{10^6}.$$

Finalement, on en déduit :

$$x_0 = d_i + \frac{h_i \tau_0}{2 \Delta d_i}$$

$$y_0 = \frac{\Delta}{2 \tau_0} \left(d_i + \frac{h_i \tau_0}{2 \Delta d_i} \right)^2.$$

La longueur du câble est par suite :

$$\mathcal{L} = x_0 + \frac{2}{3} \frac{y_0^2}{x_0} + (2 d_i - x_0) + \frac{2}{3} \frac{(y_0 - h_i)^2}{2 d_i - x_0},$$

soit, en simplifiant :

$$\mathcal{L} = 2 d_i \left[1 + \frac{1}{8} \frac{h_i^2}{d_i^2} + \frac{1}{6} \frac{\Delta^2}{\tau_0^2} \right].$$

Si l'on demande comme précédemment aux câbles de tête des travées BC, CD, ... une augmentation de tension de $d(\tau_0)$ par millimètre carré de section, le déplacement du chariot B vers A comprendra :

$$\Delta(2d) = \sum_{i=1 \text{ à } n-1} \frac{\Delta^2 d_i}{\tau_0^3} d(\tau_0) \frac{2}{3}.$$

Quant au deuxième déplacement élémentaire dû à l'allongement élastique des câbles, il sera, sous cette augmentation de travail $d\tau_0$, de :

$$\Delta'(2d) = \left[\sum_{i=1 \text{ à } n-1} \mathcal{L} + R \right] \frac{d(\tau_0)}{E}.$$

Au résumé, le déplacement total du chariot sera :

$$D(2d) = \Delta(2d) + \Delta'(2d)$$

$$= d\tau_0 \left[\sum_{i=1 \text{ à } n-1} d_i \frac{\Delta^2}{\tau_0^3} \frac{2}{3} + \frac{1}{E} (R + \sum_{i=1 \text{ à } n-1} \mathcal{L}) \right].$$

Il résulte de là que, dans la travée chargée AB, la diminution de travail des câbles de tête est :

$$d_1(\tau_0) = \frac{3}{2} \frac{\tau_0^3}{\Delta^2 d} d\tau_0 \left[\sum_{i=1}^{n-1} d_i \frac{\Delta^2}{\tau_0^3} + \frac{1}{E} (R + \sum_{i=1}^{n-1} Q) \right].$$

Finalement, chaque millimètre carré de section des câbles de tête BC, CD, ... équilibre une tension égale à $d\tau_0 + d_1\tau_0$.

Cela posé, il est facile de résoudre le problème complètement, en suivant la marche donnée précédemment.

Si l'on envisage le cas d'une travée surchargée qui se trouve séparée d'une culée par plusieurs travées vides, l'extrémité de cette travée surchargée se déplacera de D ($2d$), de même l'autre extrémité se déplacera de D' ($2d$), c'est-à-dire de la somme des déplacements des câbles de retenue des sommets pour chacune des travées non chargées et situées entre la travée considérée et l'autre culée.

Au contraire, si toutes les travées sont chargées à l'exclusion de la travée considérée, le déplacement des sommets de ladite travée aura lieu en sens inverse et sera égal à l'allongement de son propre câble de tête, sous l'influence de l'augmentation de tension qu'il supportera dans ce cas.

§ 9. — TIGES DE SUSPENSION

Les pièces de pont ou poutrelles des ponts suspendus sont reliées aux câbles principaux par des tiges de suspension. Leur écartement est défini d'après la constitution des éléments du tablier, on a toutefois intérêt à ne pas adopter une distance trop grande entre les pièces de pont et par suite entre les tiges, car sans cela

les câbles décrivent alors une courbe nettement polygonale. Or, suivant la position des surcharges voyageuses la déformation des angles formés en ces sommets par les câbles est fréquente, il s'ensuivrait une détérioration et une rupture hâtive des fils composant ces câbles quelle que soit leur constitution : en fils parallèles, à torsions alternatives ou en torons.

Dans les ponts-routes en France, on a généralement admis l'écartement moyen de $1^m,20$ entre les tiges. Il correspond avec les charges courantes à l'emploi d'une chaussée formée de madriers longitudinaux de $0^m,08$ d'épaisseur recouverts d'un platelage de $0^m,05$ d'épaisseur. Évidemment, si comme on le fait actuellement dans les ponts suspendus modernes, on supprime les chaussées en bois pour les remplacer par des chaussées formées d'une dalle en ciment armé recouverte de pavés d'asphalte comprimé, les conditions changent et logiquement l'écartement entre les tiges de suspension et par suite entre les pièces de pont, doit être alors fonction des surcharges à envisager pour chaque ouvrage. Il y a donc lieu, suivant leur importance, d'adopter l'écartement le plus approprié, et dont la limite doit être telle que dans le polygone funiculaire décrit par les câbles principaux, les angles au sommet doivent être assez peu accusés pour ne pas entraîner une détérioration rapide des câbles.

La détermination de la section à donner aux tiges de suspension est généralement faite en envisageant :

1° L'influence du poids permanent ;

2° Celle du poids de la surcharge roulante maximum qui serait afférent à une tige si l'ouvrage était infiniment flexible.

1° Pour le poids permanent du tablier qui correspond à

une tige de suspension, par extrémité de pièce de pont il est égal à :

$$\frac{p}{2} \cdot l$$

si l est l'écartement constant entre deux tiges et p le poids du mètre courant du tablier.

2° En ce qui concerne la surcharge maximum qu'une tige doit porter on est dans l'inconnu, le système étant hyperstatique. Sa valeur dépend essentiellement des poutres de rigidité, suivant que ces poutres auront une action répartitrice complète ou incomplète de la surcharge roulante sur le tablier, le poids afférent à une tige passera entre un minimum et un maximum. Etant donnée l'ignorance dans laquelle on se trouve, il est logique de se placer dans l'hypothèse la plus défavorable c'est à dire celle où le tablier est infiniment flexible. Cette manière d'opérer pêche évidemment par excès mais on peut avec cette hypothèse admettre le taux limite du travail autorisé pour le métal qui constitue la tige.

Pour mettre en évidence par une expérience pratique l'excès de section que l'on met dans ces tiges en adoptant cette méthode de calcul, nous avons fait à ce sujet des expériences précises en mars et mai 1905 sur deux ponts suspendus.

La première série d'expériences a été faite sur l'une des travées du Pont de Chalonnès, qui a 61^m,20 de débouché avec un écartement de 6^m,50 entre les 2 nappes des câbles paraboliques. On a fait circuler sur le pont un rouleau compresseur de 7 000 kilogrammes. Pour déterminer au kilogramme près le poids maximum porté par une tige donnée, on a disposé sur cinq tiges de suspension consécutives des liaisons rigides dans lesquelles était inter-

calée pour chacune d'elles une romaine pouvant porter 3 000 kilogrammes. En tarant ces cinq romaines en même temps le tablier étant à vide, il est clair qu'on effectuait la pesée directe du tablier sur une tête du pont dans la longueur comprise entre les cinq espacements des tiges.

En prenant la moyenne $\frac{S}{5} = s$ de la somme S des pesées simultanées des cinq romaines on avait le poids s que devait porter chacune d'elles, c'est-à-dire le demi-poids du tablier pour un espacement entre deux tiges. On a ainsi trouvé au pont de Chalonnès $s = 698^{\text{kg}},8$. On régla les liaisons rigides formant tiges de suspension de façon à ce que chacune des 5 romaines fût tarée à $698^{\text{kg}},8$. Cela posé, on fit circuler le cylindre compresseur et on l'arrêta en face de chaque tige de suspension. A chaque arrêt, on fit une lecture des romaines. En répétant ces pesées le rouleau compresseur circulant sur le côté amont de la chaussée, puis sur le côté aval et enfin dans l'axe de la chaussée, on devait obtenir une vérification des observations pour chaque position de la charge. La moyenne des deux premières lectures devait correspondre à la troisième, c'est ce qui se produisit. Or, la conclusion à laquelle on arriva fut la suivante : la surcharge portée par une tige de suspension lorsque le rouleau compresseur était au droit de cette tige et dans l'axe de la chaussée fut de 360 kilogrammes en chiffre rond (fig. 44), alors que si l'on négligeait totalement l'appoint de rigidité donné à l'ensemble du tablier par les poutres raidissantes et le tablier lui-même, on serait conduit à adopter pour la tige considérée une surcharge de :

$$\frac{7000}{2} = 3500 \text{ kilogrammes}$$

c'est-à-dire dix fois supérieure à la réalité. Au lieu d'opérer uniquement sur ce pont de Chalennes qui est muni de poutres de rigidité métalliques dont l'action répartitrice de la surcharge est sensible sans être complète, nous avons fait la même série d'opérations sur le pont suspendu de Saint-Florent-le-Vieil qui lui, est constitué uniquement avec des pièces de pont et des garde-corps en bois. Quant aux dimensions des travées expérimentées elles sont à peu de chose près les mêmes, comme l'indique le tableau ci-contre :

	Débouché de la travée observée	Flèche	Rapport $\frac{2d}{f}$	Ecartement entre les tiges de suspension
Chalennes	61 ^m ,20	6 ^m ,14	1/10	5 ^m ,90
St-Florent-le-Vieil.	68 ^m ,15	6 ^m ,80	1/10	6 ^m ,53

A Saint Florent-le-Vieil les expériences furent faites avec un rouleau compresseur de 4 900 kilogrammes, le poids moyen porté par chaque romaine sous le poids permanent seul fut de 660 kilogrammes, ce qui est très voisin du poids précédemment trouvé à Chalennes 698^{kg},8. On était donc de ce fait, encore dans des conditions similaires. Ce dernier point est important à signaler ; on a vu, en effet, lors de l'étude de la déformation des câbles principaux et par suite du tablier, que l'influence du rapport de la surcharge au poids permanent par mètre courant était très important. A ce point de vue, il eut été préférable d'opérer à Saint-Florent-le-Vieil avec le même rouleau compresseur de 7 000 kilogrammes puisque le poids par mètre

courant dans les deux ponts est à peu près le même, mais

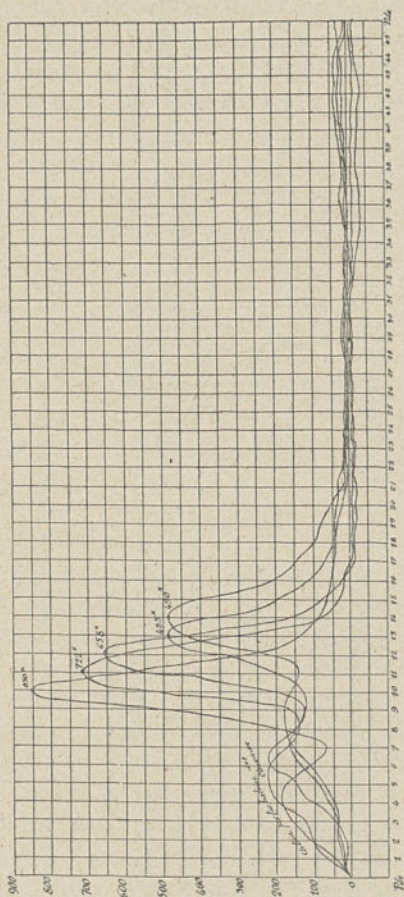


Fig. 45.

l'état des pièces de pont en bois de Saint-Florent ne permit pas le passage d'une aussi lourde charge.

Toute la série des expériences faites au Pont de Châlons fut donc renouvelée à Saint Florent avec ce rouleau compresseur de 4 900 kilogrammes (voir fig. 45), le maximum obtenu sur l'une des cinq tiges de suspension observées fut de 850 kilogrammes quand l'axe du rouleau compresseur était au droit de la tige 10 et à 2^m,22 de l'axe de la dite tige. En réalité, si on calculait comme il a été indiqué plus haut la surcharge qui serait afférente à cette tige, on trouverait :

$$4\,900 \times \frac{4,31}{6,53} = 3\,230 \text{ kilogrammes}$$

en chiffre rond, alors que l'expérience indiqua 850 kilogrammes, c'est-à-dire le $\frac{1}{4}$ en chiffre rond de la surcharge calculée. On pêche donc encore bien par excès de sécurité même dans le système des anciens ponts à flexibilité importante comme celui de Saint-Florent, lorsque l'on détermine la section à donner aux tiges de suspension en adoptant l'hypothèse pessimiste exposée plus haut. On s'est placé dans les expériences précédentes à l'endroit du tablier où sous la surcharge roulante le moment de flexion et par suite la déformation du tablier est maximum, pour avoir la limite maximum maximorum du poids porté par une tige.

Action de la température. — On verra plus loin, dans l'étude des poutres de rigidité (méthode de M. Maurice Lévy), que si la température vient à varier de θ° , il en résulte, dans les tiges de suspension, un accroissement de tension Δt , négatif ou positif, représenté par :

$$\Delta t = - 15 \cdot \frac{E \cdot I \cdot \lambda \cdot \theta}{4z^2 \cdot F}$$

I étant le moment d'inertie de la poutre de rigidité, F la flèche des câbles principaux.

Inclinaison des tiges de suspension sur la verticale. — Lors de l'étude de l'action du vent sur les ponts suspendus, on examinera l'influence de la disposition employée dans quelques ouvrages, et qui consiste à incliner les tiges de suspension sur la verticale. Si ω est l'angle formé par la verticale et la tige, il suffit, dans le calcul des tiges, de remplacer φ , la charge verticale afférente à l'extrémité de la tige, par

$$\frac{\varphi}{\cos \omega},$$

qui représente l'effort développé dans la tige inclinée.

Détermination graphique des longueurs des différentes tiges de suspension. — Le problème se présente sous différentes formes.

Premier cas. — On se donne le sommet O de la parabole que doit décrire chaque câble de suspension, sa tangente Oa en ce point (fig. 46) et le point A.

On veut déterminer le point où une tige verticale de suspension mm' rencontre l'arc de parabole décrit par le câble. Il suffit de prendre le point p de rencontre de mm' avec la droite OA, de mener, par ce point, une parallèle à la tangente au sommet Oa, qui rencontre la droite Aa au point n , la droite On coupe la droite mp au point q cherché.

Cette construction est générale, quelle que soit la position du point m , soit entre Oa; soit en dehors de Oa ou à droite du point O.

Deuxième cas. — On se donne, dans un pont suspendu, le point A, la tangente en ce point, la direction verticale de l'axe, et le point B.

On obtient de suite, en vertu du théorème de Pascal sur l'hexagone inscrit dans une conique, la tangente au point B. Il suffit (fig. 47) de prendre le point b de rencontre de la tangente en A à la parabole avec la verticale Bb , de mener la droite ab parallèle à AB; le point a , où cette droite rencontre la verticale du point A, joint au point B donne la tangente en ce point B de la parabole.

Pour trouver le sommet S de cette parabole, il suffit de mener des points A, B des droites horizontales qui coupent en b_1 et a_1 les verticales passant par B et A, et de joindre les points A, B aux points b' , a' , points milieux des segments de droite bb_1 , aa_1 .

Les deux droites ainsi tracées Ba' , Ab' se coupent au sommet S cherché. Cela posé, le point de rencontre d'une tige verticale mm' de suspension avec les câbles, s'obtiendra en menant du point p une horizontale pn et une parallèle pr à Ab , la droite nr est la tangente au point q sur la verticale mm' .

Troisième cas. — On donne les extrémités A, B du câble, et la tangente au sommet de la parabole qu'il décrit.

Pour la détermination du sommet, il suffit de se reporter à la solution donnée précédemment.

Quatrième cas. — On donne les extrémités A, B du câble, et l'axe L de la parabole décrite par les câbles principaux.

Il suffit de projeter les points A, B sur la droite L, de plus, la droite AB rencontre cette droite L en m , le con-

jugué harmonique m' (voir fig. 48) du point m , par rapport aux points a , b , est tel, que le point ω , milieu de mm' , est le sommet de la parabole cherchée, puisque :

$$\overline{\omega m}^2 = \omega a \cdot \omega b,$$

relation qui est satisfaite si ω est le sommet de la parabole passant par A , B .

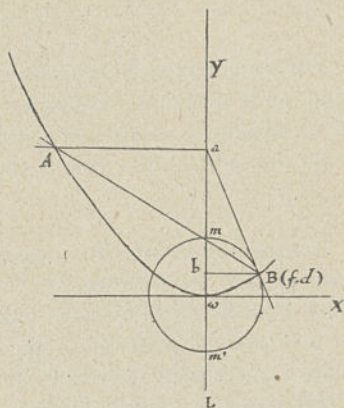


Fig. 48.

Détermination par le calcul de la longueur des tiges de suspension. — La ligne inférieure des tiges de

suspension coïncide avec la courbe ou la droite, qui joint les extrémités des pièces de pont, suivant que l'on donne un bombement ou non au tablier. Cette courbe ou cette droite est déterminée par une relation :

$$y_1 = \varphi(x),$$

par rapport aux axes ωX , ωY (fig. 48). Il suffit d'ajouter la partie des tiges de suspension, située au-dessus de la tangente ωX , à la parabole des câbles.

Or, cette parabole a pour équation :

$$y = \frac{f}{d^2} \cdot x^2,$$

dans la portion ωB ; il en résulte que pour toute valeur

$x = x'$ la longueur totale entre le câble et le bas de la poutrelle sera :

$$Y' = \varphi(x') + \int_{d^2} x'^2.$$

On pourra avoir la longueur totale des tiges de suspension, en prenant pour l'abscisse x' des valeurs $\delta, 2\delta, 3\delta, \dots$ et en faisant la somme des valeurs de Y' correspondantes à ces abscisses différentes, δ étant l'écartement entre deux tiges.

Longueur totale des tiges de suspension. — Deux cas peuvent se présenter :

1° Une des tiges est dans l'axe du pont.

2° L'axe du pont divise en deux parties égales l'intervalle e qui sépare deux tiges de suspension.

On suppose qu'on considère les tiges de suspension de l'arc ωB (fig. 48) :

1° Dans le premier cas, la longueur de la première tige comprise entre l'axe OX et l'arc de parabole est :

$$\int \frac{e^2}{d^2},$$

la longueur de la seconde :

$$f \cdot 2^2 \cdot \frac{e^2}{d^2},$$

et ainsi de suite, d'où la somme est égale à :

$$f \frac{e^2}{d^2} (1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2) = f \frac{e^2}{6d^2} n(n+1)(2n+1),$$

formule dans laquelle :

$$n = \frac{d - \Sigma}{e},$$

Σ étant la distance de la dernière tige, la $n^{\text{ième}}$, au point d'appui des câbles suspenseurs.

2° Dans le second cas la longueur de la première tige, comprise entre l'axe OX et l'arc de parabole est :

$$f \cdot \frac{e^2}{2^2 d^2},$$

la seconde :

$$f \cdot \frac{3^2 e^2}{2^2 d^2},$$

finalement la somme est :

$$\frac{fe^2}{12d^2} 12(4n^2 - 1).$$

Les deux formules précédentes donnent la somme des longueurs des tiges de suspension, comprise entre ωX et l'arc de parabole ωB. Pour avoir la somme totale, il y a lieu d'y ajouter d'abord *n* fois la longueur des tiges, comprise entre la droite ωX et la droite qui lui est parallèle, et qui correspond à la partie supérieure des étriers reliant les tiges aux pièces de pont, puis diminuer cette somme de *n* fois la longueur comprise entre les câbles et les chevaux ou jous sur lesquels viennent se fixer les tiges.

Si l'on désirait avoir le poids total des tiges, il faudrait ajouter au poids de la longueur totale des tiges, le poids de l'excédent des *n* attaches ou œils, qui terminent les tiges en haut et en bas sur les barres de même diamètre.

§ 10. — POUTRES DE RIGIDITÉ

Les ponts suspendus supportés seulement par des câbles principaux ou paraboliques, présentent un grave inconvénient, du fait de leur flexibilité.

Ils sont, en effet, susceptibles de déformations notables lorsqu'on surcharge une travée, à l'exclusion des voisines, dans les ponts à travées multiples, ou lorsqu'on

surcharge une partie seulement du tablier, dans le cas d'une travée unique. On a vu, précédemment, comment on peut déterminer avec précision la déformation des câbles principaux et, par suite, du tablier, et combien cette déformation est importante, dans le cas où la surcharge est notable, pour un faible poids de tablier. Il résulte de là que les charges mobiles donnent lieu à des oscillations d'une amplitude importante, variables du reste pour chaque ouvrage, qui conduisent à une augmentation notable du travail, dans le métal qui constitue le tablier et la suspension. Cette augmentation de travail non calculable, et qui dépend de l'amplitude des oscillations, est variable avec chaque ouvrage, suivant ses caractéristiques. On examinera, plus loin, quelles sont les caractéristiques les plus favorables à la diminution de ces oscillations, sans toutefois faire intervenir l'influence des poutres de rigidité.

Les accidents nombreux, arrivés au début de la construction des ponts suspendus, ont été provoqués, presque tous, par l'excès de travail résultant, dans les câbles, des vibrations de grande amplitude qui s'y développent. On dépasse, en effet, ainsi très notablement, le travail prévu pour les câbles, sous la surcharge statique seule, dès qu'entrent en jeu, non seulement les déformations locales des câbles qui abandonnent la courbe parabolique d'équilibre qui a servi de base à la détermination de leurs sections, mais encore les oscillations verticales sous les chocs dynamiques.

Pour remédier à l'excès de travail ainsi développé dans les câbles ; deux procédés peuvent être employés, le premier consiste à augmenter notablement la section des câbles paraboliques ; il n'est pas recommandable ; les câbles forment, en effet, les éléments les plus coûteux de

l'ouvrage, si l'on en augmente beaucoup le poids dans un ouvrage donné, on fait perdre au système son principal avantage d'être économique.

Le second procédé consiste dans l'addition de haubans ou câbles de rigidité d'une part, et de poutres de rigidité d'autre part; afin de réduire la déformation des câbles, sous l'influence des surcharges, à un point tel, que cette déformation ne présente aucun inconvénient, ni pour les câbles ni pour le tablier. On voit nettement, de suite, quelle élasticité présente cette dernière méthode, qui permet, en un mot, de donner à l'ouvrage une rigidité en rapport avec la fonction que le pont doit remplir. Il est, en effet, certain qu'un pont suspendu, pour route, n'a pas besoin de posséder la même rigidité qu'un pont suspendu pour voie ferrée.

On a précédemment indiqué dans quelles conditions les haubans, ou câbles de rigidité, sont employés et comment on les calcule, il reste à étudier les poutres de rigidité ou poutres auxiliaires.

Le premier pont suspendu, dans lequel fut utilisé une poutre de rigidité, fut le pont suspendu de Mannheim, sur le Neckar, établi vers l'année 1835. Son tablier est porté par tête de pont, par deux chaînes composées de barres droites articulées. A chaque articulation est fixée une tige de suspension. D'autre part, une triangulation relie les deux chaînes et forme ainsi une espèce de poutre parabolique, qui tend à atténuer la déformation des câbles. Dans cette poutre, la distance entre les deux câbles est un peu faible, ce qui la rend peu efficace; toutefois, comme ce pont existe encore aujourd'hui, il semble qu'on doit attribuer sa longue carrière, au fait de cette raideur relative, qui a soustrait, en partie, ses éléments,

aux efforts anormaux, généralement développés dans les ponts à chaînes, par les surcharges mobiles et oscillantes.

Les Américains ont adopté le principe des poutres de rigidité sur tous les ponts ; toutefois ils en font l'application autrement. Au lieu de donner de la rigidité aux câbles, ils en donnent au tablier, ce qui revient absolument au même, étant donné la solidarité existant entre ces parties de l'ouvrage.

Le premier pont suspendu sur le Niagara, en 1850, possédait des poutres de rigidité en bois et fer, qui furent mises assez vite hors de service ; le bois, sous l'influence de la chaleur et de l'humidité, ayant pris rapidement du jeu dans les assemblages.

Les poutres de rigidité sont fréquemment établies dans le système Howe, les tirants verticaux étant naturellement constitués par les tiges de suspension du tablier ; il est d'ailleurs nécessaire d'employer des bras et des contre-bras de même solidité, attendu que des efforts égaux et de sens contraires se manifestent successivement dans la poutre, lorsqu'une charge mobile circule sur le tablier.

Méthodes diverses pour le calcul des poutres de rigidité. — Parmi les nombreuses méthodes de calcul des poutres de rigidité, nous rappellerons la plus ancienne, la méthode que Ritter a donnée il y a une trentaine d'années. Cette méthode est basée comme celle de Rankine, sur certaines hypothèses, souvent en désaccord avec la réalité. Ces hypothèses entachent d'erreurs les résultats, comme l'a montré M. Maurice Lévy¹.

Les autres méthodes pour la détermination des poutres

¹ Voir Maurice Lévy, I. B.

de rigidité sont dues à MM. Maurice Lévy, Gaston Cardart, J. Résal.

Méthode de Ritter. *Travée parabolique sans haubans.*

— On suppose que les points d'appui des câbles paraboliques A, A' sur les piliers sont fixes (voir figure 49).

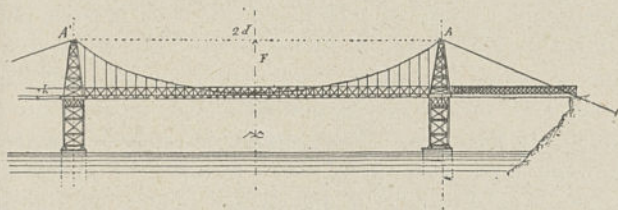


Fig. 49.

Soient : ω la section totale des câbles paraboliques, E leur module d'élasticité, S la section totale des 4 membrures des poutres de rigidité, h la hauteur entre leurs fibres moyennes (en général h varie entre le $\frac{1}{6}$ et le $\frac{1}{4}$ de la flèche des câbles), E_1 le module d'élasticité des poutres, I_1 leur moment d'inertie :

$$I_1 = \frac{Sh^2}{4}$$

et leur module de section :

$$\frac{I_1}{v} = \frac{Sh}{2}$$

On a vu précédemment que les câbles paraboliques ou principaux sont calculés pour porter tout le poids permanent, et en sus la surcharge prévue comme devant être uniformément répartie sur tout le tablier. Les poutres de rigidité n'interviennent que pour les surcharges partielles

lorsqu'elles sont à assemblages articulés sans pouvoir travailler à la compression dans leurs bracons, mais elles interviennent et fatiguent même sous une surcharge uniformément répartie, lorsqu'elles sont à assemblages rigides.

On règle, en effet, les tiges de suspension reliant les poutres aux câbles, de telle façon que sous le poids permanent les poutres ont la même flèche d'exécution qu'on leur a donné à l'usine, c'est-à-dire ne fatiguent pas. Lorsque la surcharge est uniformément répartie sur le tablier, la flèche des câbles augmente, celle des poutres diminue et par conséquent celles-ci subissent un travail.

On a donc à calculer le travail des poutres de rigidité dans trois cas distincts :

- 1° Sous la surcharge uniformément répartie ;
- 2° Sous une variation de température ;
- 3° Sous les surcharges concentrées ou partiellement réparties.

1° *Surcharge uniformément répartie.* — La surcharge π couvre toute la travée suspendue, elle se partage entre les câbles et les poutres de rigidité, soit $m\pi$ la portion par mètre courant portée par les câbles et $(1 - m)\pi$ celle portée par les poutres de rigidité. L'effort de tension horizontale dans les câbles est :

$$T_H = m \cdot \pi \cdot \frac{d^2}{2 \cdot F}$$

au point où cette tension est maximum elle est :

$$T_A = T_H \sqrt{1 + \frac{4F^2}{d^2}}$$

en négligeant l'écart existant entre T_A et T_H , on en con-

clut que le travail par millimètre carré de section dans les câbles est constant et égal à :

$$\tau = \frac{m \cdot \pi \cdot d^2}{2 \cdot F \cdot \omega}$$

L'allongement par unité de longueur est $\frac{\tau}{E}$ et, par suite, l'augmentation de flèche des câbles principaux est, avec une approximation suffisante, donnée par la formule :

$$df = \frac{3}{8} \frac{m \pi d^2}{E \omega F^2}$$

Les poutres de rigidité portent un poids uniforme de $\pi(1 - m)$; il en résulte que le travail dans les membrures est :

$$\tau_p = \frac{\pi(1 - m)d^2 \cdot h}{4I_1} = \frac{\pi(1 - m)d^2}{S \cdot h} ;$$

en conséquence, la valeur de la flèche de cette poutre de section constante est :

$$df_p = \frac{5\pi(1 - m)d^2}{6 E_1 \cdot S \cdot h^2}$$

Comme évidemment la flèche prise par la fibre moyenne des poutres est égale à l'augmentation de flèche des câbles principaux, on a :

$$df = df_p,$$

d'où l'on déduit :

$$m = \frac{1}{1 + \frac{9 \cdot S \cdot E_1}{20 \cdot \omega \cdot E} \left(\frac{h}{F}\right)^2}$$

La connaissance de cette valeur de m permet de calculer tous les éléments intéressants τ , τ_p , df et df_p .

Application. *Pont de Williamsburg.* — Si on adopte

pour le coefficient E_1 d'élasticité de flexion d'une poutre rivée (avec les Américains), une valeur comprise entre 14 000 et 17 000, et pour la valeur E du coefficient d'élasticité des câbles en torons de 20 000 à 23 000, on trouve :

$$\frac{9E_1}{20.E} = 0,33 \text{ en moyenne,}$$

ce qui permet d'adopter :

$$\frac{9E_1}{20.E} = \frac{1}{3}$$

et la formule précédente est alors :

$$m = \frac{3}{3 + \frac{S}{\omega} \left(\frac{h}{F}\right)^2}.$$

Au Pont de Williamsburg $\left(\frac{h}{F}\right)^2 = \left(\frac{12^m, 20}{54}\right)^2 = \frac{1}{20}$ en chiffre rond, ce qui conduit pour ce pont à :

$$m = \frac{1}{1 + \frac{S}{60.\omega}}$$

le rapport $\frac{S}{\omega}$ varie généralement de 1 à 2 pour ces valeurs extrêmes :

$$\frac{S}{\omega} = 1 \quad m = 0,983$$

$$\frac{S}{\omega} = 2 \quad m = 0,968.$$

On en conclut que pour la surcharge uniformément répartie, les poutres de rigidité porteront de $0,017.\pi$ à $0,032.\pi$ par mètre courant, selon le rapport $\frac{S}{\omega}$.

Si l'on adopte $\frac{S}{\omega} = 1$, on voit que $t_p = \frac{0,017\pi d^2}{S.h} = 0^{\text{kg}},913$ par millimètre carré, puisque $\pi = 6\,350^{\text{kg}}$, $d = 243^{\text{m}},20$, $S = 573\,198^{\text{mm}^2}$, $h = 12^{\text{m}},2$.

Si le poids permanent était réparti entre les câbles et les poutres dans la même proportion que la surcharge uniforme mise sur le tablier, le travail total serait de

$$\tau = 0^{\text{kg}},913 \times \frac{27\,000}{6\,350} = 3^{\text{kg}},9 \text{ par millimètre carré}$$

dans les poutres. La valeur de la flèche df ou df_p est :

$$df = df_p = 227 \text{ millimètres.}$$

2° *Action de la température.* — Si l'on suppose une augmentation de température de ϑ° donnant un allongement $\lambda\vartheta$ à l'unité de longueur du câble, la flèche du câble principal augmente de :

$$df = \frac{3}{4} \lambda\vartheta \frac{d^2}{F};$$

mais les poutres de rigidité s'abaissent dans la même proportion que les câbles qui décrivent encore approximativement après déformation une parabole du second degré. Ce n'est évidemment qu'approché, car la variation de forme des câbles est égale aux ordonnées de l'élastique des poutres de rigidité; mais comme ces ordonnées sont faibles par rapport à celles de la parabole primitive des câbles, on peut sans erreur sensible admettre qu'après déformation les câbles ont la forme d'une parabole du second degré, ce qui indique qu'ils sont soumis à une charge uniforme sur toute la longueur $2d$ de la travée. Il s'ensuit également que les poutres sont soumises à une charge uniforme complète que l'on désignera par φ par

mètre courant. Cette charge φ est donc retirée aux câbles et par suite de ce chef la flèche des câbles diminue de :

$$d_1 f = \frac{3 \cdot \varphi \cdot d^4}{8 \cdot E \cdot \omega \cdot F^2}.$$

3° *Surcharges concentrées ou partiellement réparties.* — On supposera deux surcharges concentrées P placées symétriquement par rapport au milieu du pont. La courbure prise par les poutres sera à peu de chose près un arc de parabole du second degré, d'où il résulte que l'effet des deux surcharges concentrées P sur les câbles est celui d'une surcharge uniforme complète de valeur φ par mètre courant. Sous cette charge l'abaissement des câbles est au centre :

$$df = \frac{3 \cdot \varphi \cdot d^4}{8 \cdot E \cdot \omega \cdot F^2}.$$

Quant aux poutres de rigidité, sous l'influence de ces deux surcharges concentrées P, elles prennent une flèche :

$$df_p = \frac{P}{6 \cdot E_1 \cdot I_1} (2d^3 - 3dX^2 + X^3)$$

X étant la distance des surcharges concentrées à l'axe de la travée. Mais sous l'action antagoniste des câbles, ou plutôt des tiges de suspension, qui soulagent les poutres de rigidité du poids φ par mètre courant, les poutres auront leur flèche précédente diminuée de :

$$\frac{5 \cdot \varphi \cdot d^4}{24 \cdot E_1 \cdot I_1}$$

finalement l'égalité entre les abaissements des câbles d'une part et des poutres de l'autre au centre du tablier conduit à la relation :

$$\frac{3\varphi d^4}{8 \cdot E \cdot \omega \cdot F^2} = \frac{P}{6 \cdot E_1 \cdot I_1} (2d^3 - 3dX^2 + X^3) - \frac{5 \cdot \varphi \cdot d^4}{24 \cdot E_1 \cdot I_1}$$

ce qui conduit à la formule finale :

$$\varphi = \frac{4 \cdot P(2d^3 - 3dX^2 + X^3)}{5 \cdot d^4 \left[1 + \frac{9E_1Sh^2}{20E\omega F^2} \right]}$$

telle est la valeur de la charge φ portée par les câbles principaux et par mètre courant de tablier sous l'influence des deux surcharges concentrées.

Si l'on admet que chacune des surcharges concentrées P a la même influence, puisqu'elles sont symétriques, il en résulte que s'il n'y en a qu'une seule, la valeur de φ sera réduite de moitié et sa valeur serait :

$$\varphi = \frac{2 \cdot P(2d^3 - 3dX^2 + X^3)}{5d^4 \left(1 + \frac{9E_1Sh^2}{20 \cdot E \cdot \omega \cdot F^2} \right)}$$

On voit évidemment par où pèche ce raisonnement; c'est que s'il est admissible lorsque le poids de la surcharge concentrée P est faible par rapport au poids permanent, il ne l'est plus dès que la surcharge concentrée P est importante par rapport au poids permanent de la portion de tablier occupée par cette surcharge. En effet, la déformation de la courbe d'équilibre est telle que l'hypothèse qui a servi de base à l'établissement de la formule précédente est faussée. On ne peut plus considérer les câbles ni les poutres de rigidité comme soumis à l'action d'une charge ou d'une tension uniforme φ par mètre courant puisque la courbe décrite par les câbles principaux n'est plus un arc de parabole du second degré.

Toutefois pour les ponts-routes ordinaires où les surcharges concentrées sont faibles l'hypothèse précédente est suffisamment exacte; de même pour les ponts à grande portée où le poids permanent est très important par rapport à la surcharge concentrée.

En remplaçant comme précédemment $\frac{20E}{9E_1}$ par 3 l'expression de φ devient :

$$\varphi = \frac{6(d - X)(2d^2 + 2dX - X^2)P}{5d^4 \left(3 + \frac{Sh^2}{\omega F^2} \right)}$$

Les poutres de rigidité sont donc soumises à une charge verticale P dirigée vers le bas et à une action verticale uniforme φ dirigée vers le haut.

Le diagramme des moments fléchissants développés

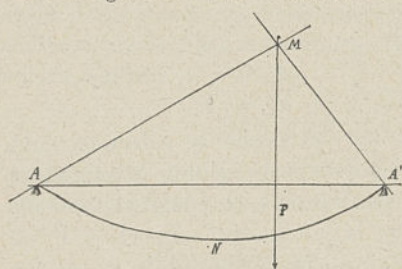


Fig. 50.

dans cette poutre est le triangle AMA' (fig. 50) moins le segment parabolique ANA' . On peut tracer avec la même facilité le diagramme des efforts tranchants. Si l'on exécute ces tracés pour

diverses positions de la surcharge concentrée P , on peut en déduire le diagramme des moments fléchissants et des efforts tranchants maximum maximorum lorsque la surcharge concentrée se déplace d'une extrémité à l'autre du pont.

Pour effectuer ces calculs on donne *a priori* le rapport $\frac{S}{\omega}$ d'où l'on déduit S ; ω étant nettement déterminé par les caractéristiques de l'ouvrage.

Si la charge concentrée P est au milieu de la travée, on a :

$$\varphi = \frac{12 \cdot P}{5d \left(3 + \frac{S h^2}{\omega F^2} \right)}$$

Prenons un pont où :

$$\frac{S}{\omega} = 1, \quad \text{et} \quad \frac{h^2}{F^2} = \frac{1}{20},$$

$$\varphi = \frac{12 \cdot P}{15,25 \cdot d}$$

pour $\frac{S}{\omega} = 2 :$

$$\varphi = \frac{12 \cdot P}{15,5 \cdot d}.$$

Dans ce cas, le moment fléchissant au milieu des poutres de rigidité a pour valeur :

$$\mu = \frac{P \cdot d}{2} - \frac{12 \cdot P}{15,5d} \cdot \frac{d^2}{2} = \frac{7 \cdot P \cdot d}{62}.$$

On voit combien, du fait seul d'être porté par les câbles, le moment de flexion est notablement diminué dans les poutres de rigidité puisqu'il passe de $\frac{Pd}{2}$ à $\frac{7P \cdot d}{62}$.

Si l'on prend un pont de 200 mètres d'ouverture avec

$h = \frac{F}{\sqrt{20}}$ on a :

pour	$X = 0$	$\varphi = \frac{1,2}{155} P$	}	si	$\frac{S}{\omega} = 2.$
	$X = 20$	$\varphi = \frac{1,1328}{155} P$			
	$X = 40$	$\varphi = \frac{0,9504}{155} P$			
	$X = 60$	$\varphi = \frac{0,6816}{155} P$			
	$X = 80$	$\varphi = \frac{0,3552}{155} P$			
	$X = 100$	$\varphi = 0$			

Surcharge uniforme partielle. — Le tablier porte une surcharge uniforme π par mètre courant sur une portion s'étendant de X_1 à X_2 , ces distances étant comptées à partir de l'axe de la travée (fig. 51). Cette charge peut

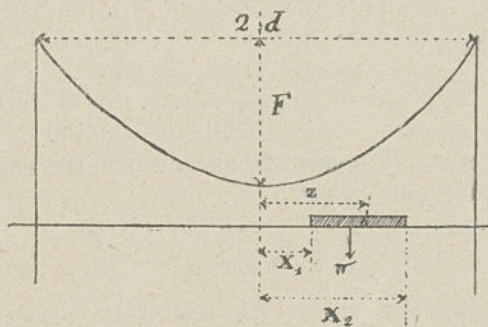


Fig. 51.

être considérée comme la somme des charges πdX élémentaires. Si l'on admet l'hypothèse de Rankine, que chaque charge élémentaire πdX développe dans les câbles une action uniforme $d\varphi$, cette tension élémentaire sera donnée d'après la formule précédente :

$$d\varphi = \frac{6(2d^3 - 3dX^2 + X^3) \pi dX}{5d^4 \left(3 + \frac{S \cdot h^2}{\omega \cdot F^2} \right)}$$

on peut en déduire en intégrant :

$$\varphi = \int_{X=X_1}^{X=X_2} d\varphi = \frac{6 \left[2d^3(X_2 - X_1) - d(X_2^3 - X_1^3) + \frac{1}{4}(X_2^4 - X_1^4) \right] \pi}{5d^4 \left(3 + \frac{S \cdot h^2}{\omega \cdot F^2} \right)}$$

Si la surcharge π s'étend sur la demi-longueur de la travée $X_1 = 0$, $X_2 = d$, on en déduit par suite :

$$\varphi = \frac{3\pi}{2 \left(3 + \frac{S}{\omega} \frac{h^2}{F^2} \right)}$$

et si la surcharge couvre toute la travée on trouve $\varphi' = 2\varphi$ ce qui représente la valeur trouvée précédemment pour $m\pi$.

Si on détache les poutres de rigidité de leurs câbles, on a donc les actions suivantes :

1° Une charge uniforme π s'étendant de X_1 à X_2 et agissant vers le bas ;

2° Une charge uniforme φ s'étendant sur toute la longueur des poutres et agissant vers le haut.

La valeur du moment de flexion dans la section distante du centre de la travée d'une quantité z sera :

$$\mu_z = \frac{\pi}{4d} (X_2 - X_1) (2d - X_2 - X_1) (d - z) - d \cdot \varphi (d - z) + \frac{1}{2} \varphi (d - z)^2$$

ou :

$$\mu_z = \frac{\pi}{4d} (X_2 - X_1) (2d - X_2 - X_1) (d - z) - \frac{\varphi}{2} (d^2 - z^2).$$

L'effort tranchant :

$$Ez = \frac{d\mu_z}{dz}$$

$$E_z = \frac{\pi}{4d} (X_2 - X_1) (2d - X_2 - X_1) - \varphi z.$$

Connaissant μ_z et E_z on a tous les éléments voulus pour déterminer le travail dans les éléments des poutres et par suite leur déformation.

Pour faciliter l'étude de la répartition de la surcharge uniforme π donnant dans une section quelconque à la dis-

tance z du centre de la travée les maxima de μ_x et E_z ; on détermine la position X de la charge élémentaire πdX donnant dans la section considérée un moment nul ou un effort tranchant nul.

On a d'après ce qui précède :

$$d\mu_x = \frac{(d - X)(d - z)}{2d} \pi dX - \frac{(d^2 - z^2)}{2} d\varphi$$

$$dE_z = \frac{(d - X)}{2d} \pi dX - z d\varphi.$$

Si l'on remplace $d\varphi$ par sa valeur :

$$d\varphi = \frac{6(d - X)(2d^2 + 2dX - X^2) \pi dX}{5d^3 \left(3 + \frac{S h^2}{\omega F^2}\right)}$$

on trouve :

$$d\mu_x = \frac{(d - X)(d - z)}{2d} \left[1 - \frac{6(d + z)(2d^2 + 2dX - X^2)}{5d^3 \left(3 + \frac{S h^2}{\omega F^2}\right)} \right] \pi dX$$

$$dE_z = \frac{(d - X)}{2d} \left[1 - \frac{12z(2d^2 + 2dX - X^2)}{5d^3 \left(3 + \frac{S h^2}{\omega F^2}\right)} \right] \pi dX$$

la position X de la charge élémentaire πdX pour laquelle $d\mu_x \equiv 0$ est donnée en égalant à zéro la quantité entre crochets, on en déduit la valeur :

$$\frac{X}{d} = 1 - \sqrt{\frac{3 - 5d \left(3 + \frac{S h^2}{\omega F^2}\right)}{6(d + z)}} \text{ puisque } X < d.$$

De même pour la position X' de πdX donnant $dE_z = 0$ on a :

$$\frac{X'}{d} = 1 - \sqrt{3 - \frac{5d}{12z} \left(3 + \frac{S h^2}{\omega F^2}\right)}.$$

Application. — Si $\frac{S}{\omega} = 2$, $\left(\frac{h}{F}\right)^2 = \frac{1}{20}$ on en déduit $\frac{S}{\omega} \left(\frac{h}{F}\right)^2 = 0,1$ et par suite :

$$\frac{X}{d} = 1 - \sqrt{\frac{5 + 30 \frac{z}{d}}{12 \left(1 + \frac{z}{d}\right)}}$$

et :

$$\frac{X'}{d} = 1 - \sqrt{3 - \frac{31}{24 \frac{z}{d}}}$$

On en conclut pour certaines valeurs de $\frac{z}{d}$ donnant un moment de flexion $d\mu_x \equiv 0$.

Pour $\frac{z}{d} = + 1$	+ 0,80	+ 0,60	+ 0,40	+ 0,29
On a $\frac{X}{d} = - 0,31$	- 0,25	- 0,18	- 0,08	0
Pour $\frac{z}{d} = + 1$	+ 0,20	+ 0,10	0	- 0,14
On a $\frac{X}{d} = - 0,31$	+ 0,08	+ 0,19	+ 0,36	+ 1

Comme conclusion de ces résultats on peut déduire la répartition uniforme de la charge qu'il faut adopter pour obtenir en une section M par exemple (fig. 52) le maximum du moment fléchissant. Le point limite pour cette section $\frac{z}{d} = 60$ est $X = - 0,18 d$ c'est-à-dire que le moment de flexion maximum négatif se produira dans la

section M lorsque la surcharge π couvrira le tablier de A en B sur $1,18d$, et le moment de flexion maximum positif lorsque la surcharge s'étendra de B en A'.

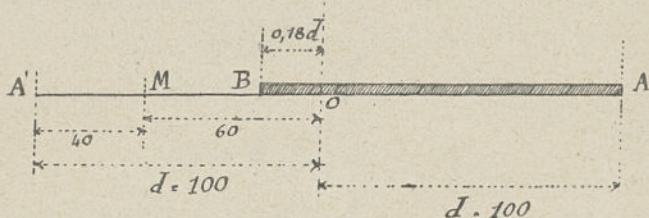


Fig. 52.

Si on considère la section au centre de la poutre $z = d$ la répartition de la surcharge donnant le maximum positif du moment de flexion aura lieu dans cette section lorsque la surcharge s'étendra de part et d'autre du centre à une distance $\frac{X}{d} = 0,36$, le maximum de flexion négatif lorsque la surcharge couvrira la partie complémentaire c'est-à-dire de part et d'autre des points distants de $0,36d$ jusqu'aux extrémités de la travée.

Influence de la non fixité des points d'appui des câbles principaux. — Dans ce qui précède on a supposé les points d'appui A, A' des câbles (voir fig. 49) absolument fixes, en réalité, ils sont mobiles; car les câbles de retenue s'allongent sous l'effet d'une augmentation: soit de tension, soit de température. Il suffit pour en tenir compte de calculer d'après les longueurs des câbles de retenue l'allongement dR de ces câbles et de remplacer dans les formules précédentes où l'on a étudié l'action

de la température, le facteur $\lambda\theta$ par $\frac{dR}{\sin \theta}$, θ étant l'angle que les câbles de retenue font avec la verticale. On en déduira aisément le travail supplémentaire dans les poutres et leur déformation.

Méthode de M. Maurice Lévy. — Une poutre supportée par des câbles subit évidemment des efforts élastiques différents de ceux qui se développent dans une poutre librement posée sur appuis.

Rankine a admis que si une pareille poutre reçoit une surcharge concentrée quelconque P, les efforts qu'elle supporte sont les mêmes que ceux qui se produiraient dans la poutre supposée détachée du câble sous l'influence :

1° De cette surcharge P ;

2° D'une charge fictive ascendante égale au total à P et uniformément répartie sur toute la longueur de la poutre, en sorte que si $2d$ est cette longueur, la charge ascendante sera par mètre courant de tablier :

$$\frac{P}{2d}$$

Cette règle ne paraît, en tous cas, légitimée que si la surcharge est symétrique par rapport au milieu de la travée, *puisque une charge non symétrique ne saurait jamais être équilibrée par une charge uniforme, quelle qu'elle soit, à moins de faire intervenir les réactions des appuis, auquel cas la charge ascendante qu'on peut adopter devient entièrement arbitraire.*

Cette règle ne fournit d'ailleurs aucune indication sur les effets de la température dont il est bon de pouvoir se

rendre compte. En poursuivant l'étude complète de la question M. Maurice Lévy arrive à certains résultats intéressants que nous résumons :

1° Application au cas où il n'y a pas de haubans.

— Le moment maximum maximorum de flexion produit dans une poutre à deux appuis portée par un câble, sous l'action d'une surcharge roulante, ne se produit pas quand celle-ci passe au milieu de la poutre, mais quand elle passe dans l'une des sections situées à environ au $\frac{1}{5}$ de la longueur de la poutre, à partir de son milieu. Sa valeur est environ :

$$M = 0,085 \cdot P \cdot 2d$$

ou approximativement

$$M = \frac{P d}{6}.$$

Le moment maximum maximorum qu'un poids concentré P produirait sur la poutre non reliée à l'arc serait, comme on sait :

$$M = 0,25 \cdot P \cdot 2d$$

soit près du triple.

On peut donc conclure que :

Le moment de flexion le plus grand qu'un poids voyageur puisse produire sur une poutre suspendue, est environ le tiers de celui qu'il produirait sur la même poutre détachée du câble; et ce moment se produit au passage du poids dans chacune des deux sections éloignées du milieu de la poutre d'environ le $\frac{1}{5}$ de sa longueur.

2°. **Cas où il y a des haubans.** — On considère dans ce cas la travée centrale, c'est-à-dire celle portée par les câbles paraboliques, comme encastrée dans les sections situées à l'extrémité des câbles obliques les plus inclinés sur la verticale. Avec cette hypothèse si : x est l'abscisse de la section considérée, α celle de la surcharge P , comptées depuis l'extrémité gauche de la travée centrale, d_0 la longueur de la demi travée, on trouve pour la valeur du moment de flexion dans la section x considérée :

$$M_x = \frac{P \alpha^2}{4 d_0^3} [(3 d_0 - \alpha) (2 d_0 - x) - d_0 (2 d_0 - \alpha)] \\ - \frac{15}{16} \cdot \frac{P \alpha^2 (2 d_0 - x)^2}{d_0^3} \left[-\frac{1}{3} + \frac{x}{d_0} \left(1 - \frac{x}{2 d_0} \right) \right] \text{ pour } x > \alpha$$

de même :

$$M_x = \frac{P (2 d_0 - \alpha)^2}{4 d_0^3} [(d_0 + \alpha) x - d_0 \alpha] \\ - \frac{15}{16} \frac{P \alpha^2 (2 d_0 - \alpha)^2}{d_0^3} \left[-\frac{1}{3} + \frac{x}{d_0} \left(1 - \frac{x}{2 d_0} \right) \right] \text{ pour } x < \alpha$$

enfin :

$$M_\alpha = \frac{3 P \alpha^2}{16 d_0^3} (2 d_0 - \alpha)^2 \left[3 - \frac{5 x}{d_0} \left(1 - \frac{x}{2 d_0} \right) \right] \text{ pour } x = \alpha$$

L'étude détaillée des expressions précédentes conduit à cette conclusion :

Il existe dans la travée deux points symétriques tels que, si on considère une section quelconque de la poutre comprise entre ces deux points, un poids voyageur y produit le moment de flexion maximum à l'instant où il passe dans la section, et ce moment, si x est l'abscisse de

la section comptée depuis l'extrémité gauche de la poutre, est :

$$M = \frac{3}{2} P x^2 (2d_0 - x)^2 \left[3 - 5 \frac{x}{d_0} \left(1 - \frac{x}{d_0} \right) \right].$$

Si, au contraire, on considère une section non comprise entre les points symétriques considérés, le moment maximum qu'y détermine un poids voyageur ne se produit pas à l'instant où le poids se trouve dans la section même.

On conclut également de ce qui précède que le poids φ par mètre courant de tablier qui sera porté par les tiges de suspension par suite de la présence d'une surcharge P d'abscisse x est donné par la formule :

$$\varphi = \frac{15}{16 d_0^5} P x^2 (2d_0 - x)^2$$

la tension correspondante dans les câbles est de ce fait :

$$T_m = \varphi \frac{d_0^2}{2f} \sqrt{1 + \frac{4f^2}{d_0^2}}.$$

S'il s'agissait d'un nombre quelconque de surcharges la valeur de φ serait remplacée par :

$$\varphi = \frac{15}{16 \cdot d_0^5} \Sigma P x^2 (2d_0 - x)^2.$$

Méthode de M. J. Résal. — L'analogie entre un pont en arc à deux articulations et un pont suspendu rigide à deux articulations du type du pont de Mannheim est très grande; ils se déduisent l'un de l'autre en prenant le symétrique du premier par rapport à la droite xx' (fig. 53). Il est évident qu'après avoir calculé l'un des ouvrages, on peut utiliser sans modification tous les

résultats obtenus par la détermination des éléments constitutifs de l'autre, en supposant que la charge et la surcharge présentent identiquement la même valeur, à condition de changer les signes de tous les efforts, et par suite de substituer partout aux pressions des tensions de

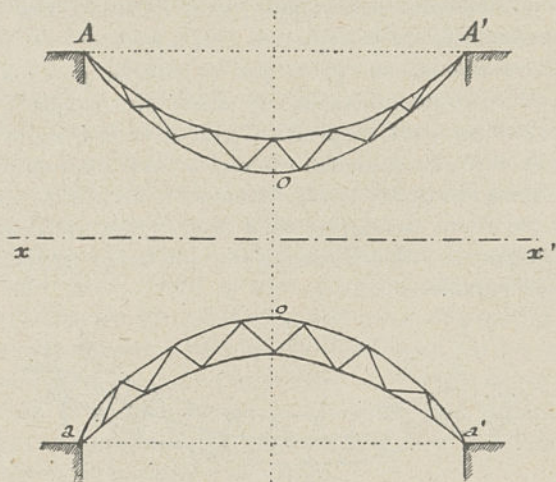


Fig. 53.

même intensité, et vice versa. Le calcul du pont suspendu AOA' peut donc se faire sans difficulté par la méthode et les formules applicables à un arc à double articulation, et l'on peut également se servir des tables numériques de M. Bresse, applicables aux ponts en arc circulaire à double articulation. L'écart entre la parabole et l'arc de cercle est assez faible pour qu'on puisse le négliger sans grand inconvénient dans le calcul de la poussée.

Si dans un pont suspendu on calcule les dimensions

du câble AOA' (fig. 54) de façon à ce qu'il puisse résister avec sécurité à l'effort de tension résultant de la charge et de la surcharge complète, il reste à trouver les dimensions qu'il convient d'attribuer à la poutre auxiliaire du pont pour que la courbe décrite par le câble principal reste sensiblement parabolique, sous l'action d'une surcharge partielle quelconque. Si l'on admet que le câble AOA' est rigide, au point que la courbe parabolique qu'il décrit reste invariable en toute circonstance; on aura alors un pont suspendu rigide articulé à ses extrémités A et A' , et on pourra calculer à l'aide des méthodes applicables aux ponts en arc, le moment fléchissant maximum qui serait développé dans une section transversale quelconque du câble rigide par la surcharge partielle la plus défavorable.

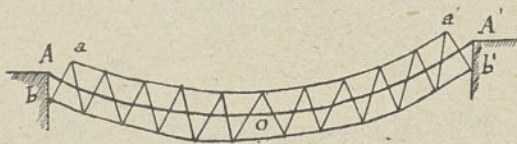


Fig. 54.

On se contentera de chercher le maximum du moment fléchissant. On peut considérer le câble AOA' comme flexible et lui accoler une poutre curviligne $aa'bb'$ établie en vue de résister convenablement aux moments fléchissants, le câble flexible supportant seul l'effort normal. L'ensemble du câble flexible et de la poutre auxiliaire constituera un ouvrage suspendu rigide, et si chacun de ces éléments remplit bien le rôle qui lui est attribué, les déformations dues aux surcharges partielles seront égales

à celles que subirait un pont en arc ayant les mêmes dimensions principales.

Comme d'ailleurs la poutre curviligne n'a d'autre fonction que de résister au moment fléchissant, elle ne transmet aucun effort aux culées A et A', le moment fléchissant étant toujours nul aux points d'attache du pont suspendu, on peut donc sans inconvénient arrêter la poutre à une certaine distance des maçonneries. Rien n'oblige même à lui faire épouser la forme parabolique du câble, on peut l'en séparer et lui donner une direction rectiligne horizontale, à condition bien entendu de la relier au câble de telle façon que celui ci ne puisse se déformer sans que la poutre fléchisse.

En somme, la poutre auxiliaire des ponts suspendus est l'équivalent d'une poutre parabolique rigide qui serait juxtaposée au câble et aurait pour rôle spécial de résister aux moments fléchissants développés par les surcharges partielles, dans l'hypothèse de l'invariabilité de forme de la courbe décrite par le câble. Son emploi se justifie par l'impossibilité où l'on se trouve de donner directement de la rigidité au câble.

Théorème fondamental. — Soit AmA' (fig. 55) la courbe parabolique que décrit un câble flexible supportant une charge permanente uniformément répartie.

Supposons que l'on ajoute une charge distribuée irrégulièrement sur la longueur horizontale de la travée. Connaissant les grandeurs et les points d'application de tous les poids partiels dont se composent la charge permanente et la surcharge, il sera toujours possible de tracer la nouvelle courbe Am_1A' que va décrire le câble, en tenant compte, pour plus d'exactitude, de l'allonge-

ment éprouvé par lui en raison de l'augmentation qu'aura subie le travail à l'extension en chaque point.

Il suffira pour cela d'employer les méthodes données plus haut (voir § 5, chap. III). La longueur Am_1A' , égale à celle du câble, est un polygone funiculaire correspondant au mode de répartition de la charge totale, dont les ordonnées verticales sont proportionnelles aux valeurs des moments fléchissants que cette charge totale déterminerait dans une poutre droite appuyée à ses deux extrémités A et A' . Admettons à présent qu'avant d'ajouter la surcharge, on ait relié le câble à une poutre auxiliaire au moyen d'un certain nombre de tiges verticales.

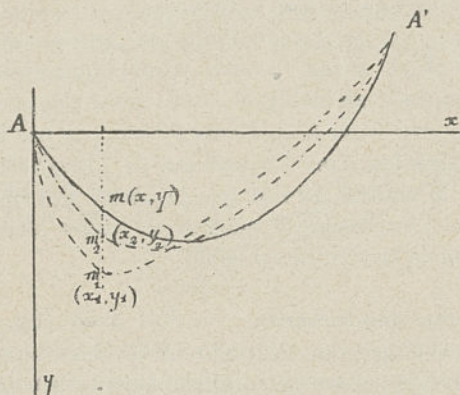


Fig. 55.

Cette poutre ne sera pas influencée par la charge permanente du câble puisque l'on aura eu soin de ne pas modifier pendant l'opération la courbe AmA' décrite par le câble et par conséquent de ne rien changer à l'équilibre élastique de celui-ci.

Quand on viendra ensuite placer la surcharge, la poutre auxiliaire tendra, en raison de sa rigidité propre, à maintenir le câble dans sa direction primitive, et l'obligera à décrire une courbe Am_2A' plus voisine de la parabole initiale AmA' que la ligne Am_1A' . La section transversale qui est directement reliée au point m du câble, aura subi le même déplacement vertical mm_2 ; par conséquent la poutre dont la fibre moyenne se trouvera déformée sera soumise, dans ses différentes sections transversales, à un travail de flexion qui variera de l'un à l'autre.

Considérons les deux axes : horizontal Ax , et vertical Ay menés par le point d'appui de gauche A du câble. Soient : y l'ordonnée du point m , y_1 celle du point m_1 , et y_2 celle du point m_2 , situées toutes les trois à la même distance horizontale x de l'origine sur les trois courbes AmA' , Am_1A' , Am_2A' précédemment définies.

Nous nous proposons de déterminer le moment fléchissant M et l'effort tranchant X qui sont développés dans la section transversale située dans le plan vertical mm_2 , lorsque, le câble se déformant ainsi que la poutre sous l'action de la surcharge, le point m est venu en m_2 .

Soient T_{1x} , T_{1y} les composantes horizontale et verticale de l'effort de traction qui s'exercerait, sous l'influence simultanée de la charge et de la surcharge, au point m_1 du câble, si ce dernier n'était pas associé à la poutre de rigidité.

Comme la direction de cet effort est tangente à la courbe décrite par le câble supposé parfaitement flexible, on a entre T_{1x} , T_{1y} la relation :

$$T_{1y} = T_{1x} \cdot \frac{dy_1}{dx}.$$

On a de même entre T_{2x} et T_{2y} composantes horizontale et verticale de l'effort de traction exercé en m_2 , sur le câble associé à la poutre, la relation :

$$T_{2y} = T_{2x} \cdot \frac{dy_2}{dx}$$

Si nous passons du point $m_1(x, y_1)$ au point infiniment voisin de coordonnées $x_1 + dx_1$, et $y_1 + dy_1$ l'accroissement subi par la traction verticale T_{1y} sera $\frac{dT_{1y}}{dx} dx$: cet accroissement sera égal à la fraction de charge et surcharge directement appliquée à cette portion du câble, de longueur horizontale infiniment petite dx .

Pour le câble $\Lambda m_2 \Lambda'$, cette même fraction de charge et de surcharge sera égale à la somme des accroissements subis simultanément par la traction verticale T_{2y} du câble et par l'effort tranchant X de la poutre :

$$\frac{dT_{2y}}{dx} \cdot dx + \frac{dX}{dx} \cdot dx$$

d'où :

$$\frac{dT_{2y}}{dx} \cdot dx + \frac{dX}{dx} dx = \frac{dT_{1y}}{dx} dx$$

et en intégrant :

$$X = T_{1y} - T_{2y} + K$$

K est une constante à déterminer.

Appliquons la formule connue :

$$X = \frac{dM}{dx}$$

d'où :

$$M = \int_0^x X dx + K' = \int_0^x (T_{1y} - T_{2y} + K) dx + K'$$

K' est une constante d'intégration,

$$M = \int_0^x \left[T_{1x} \cdot \frac{dy_1}{dx} - T_{2x} \cdot \frac{dy_2}{dx} + K \right] dx + K'$$

ou bien :

$$M = y_1(T_{1x} - T_{2x}) + T_{2x}(y_1 - y) - T_{2x}(y_2 - y) + Kx + K'$$

Telle est l'expression analytique du moment fléchissant M , qui agit sur la poutre auxiliaire, dans la section transversale définie par l'abscisse x . Cette formule est absolument générale, puisque nous n'avons formulé aucune hypothèse sur l'importance et le mode de répartition de la surcharge qui a provoqué le fonctionnement de la poutre de rigidité.

Si on suppose que cette surcharge décroît indéfiniment, le câble reviendra graduellement à son état d'équilibre primitif, correspondant à la parabole AmA' . Par conséquent, y_1 et y_2 se rapprochent de y ; T_{1x} et T_{2x} tendent vers T_x . A la limite, quand la surcharge aura entièrement disparu, $T_{1x} - T_{2x}$ sera nul, ainsi que $y_2 - y$ et $y_1 - y$. D'autre part, la poutre auxiliaire ne jouera plus aucun rôle, en vertu de l'énoncé du problème. Donc M sera nul pour toute valeur de x , et par conséquent, les constantes K et K' seront réduites à zéro.

Ces constantes, qui ne dépendent pas de x ni, par suite, de ses fonctions y , y_1 et y_2 , doivent ainsi s'annuler en même temps que $T_{1x} - T_{2x}$. On peut, par conséquent, les remplacer par les produits $(T_{1x} - T_{2x})K_1$ et $(T_{1x} - T_{2x})K_2$ où K_1 , K_2 seraient des coefficients numériques à déterminer.

On arrive, en définitive, à l'expression suivante du moment fléchissant :

$$(1) M = (T_{1x} - T_{2x})(y_1 + K_1x + K_2) + T_{2x}(y_1 - y) - T_{2x}(y_2 - y).$$

Quand le câble passe de la courbe AmA' à la courbe Am_2A' , la fibre moyenne de la poutre, qui lui est invariablement reliée, suit son mouvement, et le centre de gravité de la section transversale, définie par l'abscisse x , s'abaisse verticalement de la longueur mm_2 , ou $y_2 - y$. L'apparition du moment de flexion M est la conséquence de cette déformation de la poutre. On a donc, en vertu de la théorie des poutres droites, la relation suivante entre $y_2 - y$ et M :

$$E_1 \cdot I \cdot \frac{d^2(y_2 - y)}{dx^2} = M,$$

E_1 est le coefficient d'élasticité longitudinale du métal qui constitue la poutre, I est le moment d'inertie de la section transversale définie par l'abscisse x . D'où, en remplaçant M par sa valeur précédemment énoncée :

$$(2) \quad \left\{ \begin{array}{l} E_1 \cdot I \cdot \frac{d^2(y_2 - y)}{dx^2} = (T_{1x} - T_{2x})(y_1 + K_1x + K_2) \\ \quad \quad \quad + T_{2x}(y_1 - y) - T_{2x}(y_2 - y), \end{array} \right.$$

E_1 , I sont des données du problème ; y_1 et y sont des variables connues, puisque l'on a tracé, tout d'abord, les courbes funiculaires AmA' et Am_1A' ; la valeur numérique de la quantité T_{1x} a été également déterminée dès le principe, en étudiant le fonctionnement du câble séparé de la poutre auxiliaire (§ 5, ch. m).

Le terme $(T_{1x} - T_{2x})(y_1 + K_1x + K_2)$ représente le moment fléchissant dû à la fraction de la surcharge, que la poutre auxiliaire porte à elle seule, comme si elle était indépendante du câble. Chacun des poids partiels P , dont se compose cette surcharge, se divise ainsi en deux parties, dont le rapport

$$\frac{T_{1x} - T_{2x}}{T_{2x} - T_x}$$

est indépendant de la position qu'occupe entre A et A' le point d'application de ce poids, considéré en particulier :

1° La portion $P \cdot \frac{T_{1x} - T_{2x}}{T_{1x} - T_x}$, qui est directement supportée par la poutre auxiliaire, fonctionnant comme un ouvrage indépendant, n'exerce aucune action sur les conditions d'équilibre élastique du câble ;

2° La portion complémentaire $P \frac{T_{2x} - T_x}{T_{1x} - T_x}$ que porte le câble seul, la poutre auxiliaire n'agissant ici que comme élément de rigidité, et ayant pour rôle unique de limiter le déplacement du câble, sans rien changer à la traction horizontale T_{2x} : celle-ci est la même que si le câble, ne portant que la charge tout entière et la fraction $\frac{T_{2x} - T_x}{T_{1x} - T_x}$ de la surcharge, n'était pas relié à la poutre auxiliaire.

Il est aisé, dans ces conditions, de déterminer les constantes K_1 et K_2 , en cherchant la manière dont se comporterait la poutre auxiliaire, séparée du câble, sous l'action de la surcharge, dont le mode de répartition est connu. C'est un problème qui se résout sans difficulté par l'application des méthodes de calcul relatives aux poutres droites. Si la poutre se termine en A et A' et est simplement appuyée à ses deux extrémités, ce qui est le cas le plus général, on a $K_1 = K_2 = 0$. Si la poutre est encastrée à une ou deux extrémités, ou si elle est continue sur plusieurs travées successives, K_1 et K_2 auront des valeurs numériques que l'on pourra toujours déterminer, connaissant la distribution de la surcharge, en étudiant la poutre séparée du câble.

Cela fait, l'équation (2) ne contiendra plus, comme inconnues, que la traction horizontale T_{2x} et la variable y_2 , qui définissent l'état d'équilibre élastique dans lequel se

trouve le câble associé à la poutre de rigidité, sous l'influence simultanée de la charge et de la surcharge.

Soit \mathcal{L} la longueur primitive que possédait le câble avant qu'il ne fût soumis à aucun travail d'extension ; le câble s'est allongé depuis, en raison des efforts développés dans ses différents points. Soient ds la longueur initiale d'un élément, ds_1 ce qu'est devenue cette longueur pour la position Am_1A' , et ds_2 ce qu'elle est devenue pour la position Am_2A' . On a, en désignant par Ω l'aire de la section transversale du câble et par E le coefficient d'élasticité du fil d'acier qui le constitue :

$$ds = \frac{ds_1}{1 + \frac{\sqrt{T_{1x}^2 + T_{1y}^2}}{E \cdot \Omega}} = \frac{ds_2}{1 + \frac{\sqrt{T_{2x}^2 + T_{2y}^2}}{E \cdot \Omega}},$$

d'où :

$$S = \int_0^l \frac{ds_1}{1 + \frac{\sqrt{T_{1x}^2 + T_{1y}^2}}{E \cdot \Omega}} = \int_0^l \frac{ds_2}{1 + \frac{\sqrt{T_{2x}^2 + T_{2y}^2}}{E \cdot \Omega}},$$

ce qui peut s'écrire, en remarquant que :

$$ds_2 = \sqrt{dx^2 + dy^2},$$

$$T_{2y} = T_{2x} \cdot \frac{dy_2}{dx},$$

$$(3) \int_0^l \frac{\sqrt{1 + \left(\frac{dy_1}{dx}\right)^2}}{1 + \frac{T_{1x}}{E \cdot \Omega} \sqrt{1 + \left(\frac{dy_1}{dx}\right)^2}} dx = \int_0^l \frac{\sqrt{1 + \left(\frac{dy_2}{dx}\right)^2}}{1 + \frac{T_{2x}}{E \cdot \Omega} \sqrt{1 + \left(\frac{dy_2}{dx}\right)^2}} dx.$$

Les équations (2) et (3) ne contiennent qu'une seule variable inconnue y_2 et une seule constante inconnue T_{2x} . En éliminant cette dernière entre elles, on obtiendra fina-

ement une équation différentielle à une seule variable inconnue y_2 , dont l'intégration conduira à l'équation de la courbe Am_2A' , c'est-à-dire à l'expression de y_2 , en fonction de x , et des données du problème. On en déduira ensuite, sans difficulté, les expressions de M et de X , et le problème sera résolu.

Ces opérations analytiques ne peuvent évidemment s'effectuer sur les équations générales (2) et (3). Pour rendre possible l'élimination de T_{2x} et l'intégration de l'équation différentielle entre y_2 et x , il faut, de toute nécessité, formuler une hypothèse préalable sur le mode de répartition de la surcharge.

On va chercher à tirer des résultats pratiques de cette étude purement théorique.

Discussion de la formule représentative de M. —

Terme $(T_{1x} - T_{2x})(y_1 + K_1x + K_2)$. Les expressions

$$\frac{T_{1x}}{E\Omega} \sqrt{1 + \left(\frac{dy_1}{dx}\right)^2} \quad \text{et} \quad \frac{T_{2x}}{E\Omega} \sqrt{1 + \left(\frac{dy_2}{dx}\right)^2},$$

qui représentent les rapports, à la longueur primitive ds d'un élément du câble, des allongements élastiques éprouvés par cet élément, sous l'influence de la charge et de la surcharge, sont assimilables à des infiniments petits du premier ordre. On peut donc mettre l'équation (3) sous la forme :

$$\begin{aligned} & \int_0^l \sqrt{1 + \left(\frac{dy_1}{dx}\right)^2} \left(1 - \frac{T_{1x}}{E \cdot \Omega} \sqrt{1 + \left(\frac{dy_1}{dx}\right)^2}\right) dx \\ & = \int_0^l \sqrt{1 + \left(\frac{dy_2}{dx}\right)^2} \left(1 - \frac{T_{2x}}{E\Omega} \sqrt{1 + \left(\frac{dy_2}{dx}\right)^2}\right) dx. \end{aligned}$$

Soient : \mathcal{L}_1 la longueur développée de la courbe Am_1A' ,
et \mathcal{L}_2 celle de la courbe Am_2A' .

On admettra que l'aire Ω , de la section transversale du
câble, soit constante d'une extrémité à l'autre.

L'intégration de l'équation précédente conduit à la rela-
tion approximative suivante :

$$\mathcal{L}_1 - \frac{T_{1x}}{E \cdot \Omega} (\mathcal{L}_1 - d) \cdot 2 = \mathcal{L}_2 - \frac{T_{2x}}{E \cdot \Omega} (\mathcal{L}_2 - d) \cdot 2,$$

d'où

$$T_{1x} - T_{2x} = \frac{\mathcal{L}_1 - \mathcal{L}_2}{2(\mathcal{L}_2 - d)} (E \cdot \Omega - 2T_{1x}).$$

$2T_{1x}$ est d'ailleurs négligeable devant $E \cdot \Omega$, et par consé-
quent l'on peut écrire

$$T_{1x} - T_{2x} = \frac{\mathcal{L}_1 - \mathcal{L}_2}{2(\mathcal{L}_2 - d)} \cdot E \cdot \Omega.$$

On voit que la différence $T_{1x} - T_{2x}$ est proportionnelle
à l'allongement $\mathcal{L}_1 - \mathcal{L}_2$ éprouvé par le câble quand il
passe de la position AmA' à la position Am_1A' . Si, dans
les conditions où le problème est posé, on pouvait regar-
der cet allongement comme négligeable, et admettre que
le câble est inextensible, on serait conduit à attribuer à
 T_{2x} la même valeur qu'à T_{1x} .

Pour se rendre compte de l'importance que peut avoir
au point de vue de la stabilité de la poutre auxiliaire le
moment de flexion partiel :

$$(T_{1x} - T_{2x}) (y_1 + K_{1x} + K_2),$$

il suffit de considérer à titre d'exemple le cas où la sur-
charge est uniformément répartie, à raison de π kilo-
gramme par mètre courant de tablier. On supposera,
d'autre part, que les appuis A et A' étant au même ni-
veau, le sommet de la parabole se trouve au milieu de la

portée $2d$; que la poutre est à section constante, qu'elle se termine aux verticales A, A' et est simplement appuyée à ses deux extrémités. Dans ces conditions, la poutre ne fonctionne pas comme organe de rigidité, et son rôle unique se borne à supporter une fraction de la surcharge, fraction qu'on va déterminer.

Soit $d(f)$ l'abaissement vertical simultané du sommet de la parabole et du milieu de la poutre, qui, étant reliés ensemble par une tige de suspension, subissent nécessairement le même déplacement.

On a établi plus haut (§ 5, ch. III) la relation qui existe entre l'abaissement vertical $d(f)$ du sommet de la parabole et la surcharge uniforme

$$2 \cdot \pi \cdot d \frac{T_{2x} - T_x}{T_{1x} - T_x}$$

qui a déterminé cet abaissement :

$$(4) \quad d(f) = \pi \cdot \frac{T_{2x} - T_x}{T_{1x} - T_x} \cdot \frac{d^4}{E \cdot \Omega} \cdot \frac{5}{8} \cdot \frac{3d^2 + 4f^2}{(5d^2 - 6f^2)f^2}.$$

La poutre porte à elle seule le surplus de la surcharge, soit :

$$2 \cdot \pi \cdot d \cdot \frac{T_{1x} - T_{2x}}{T_{1x} - T_x},$$

d'où, en appliquant la formule connue¹ :

$$(5) \quad d(f) = \pi \frac{T_{1x} - T_{2x}}{T_{1x} - T_x} \cdot \frac{d^4}{E_1 I} \cdot \frac{5}{24},$$

¹ On a, en effet, l'équation différentielle :

$$M = E \cdot I \cdot \frac{d^2 y}{dx^2} = \pi \cdot \frac{x(2d - x)}{2},$$

ce qui permet, par une intégration simple, d'avoir l'équation de

Ω représente ici l'aire de la section du câble, supposée constante sur toute sa longueur ; I est le moment d'inertie de la section transversale de la poutre, E , E_1 sont les coefficients d'élasticité longitudinale des matières qui constituent ces deux éléments de l'ouvrage. Si le câble et la poutre sont constitués du même métal, on a :

$$E = E_1.$$

Si l'on élimine $d(f)$ entre les relations (4) (5) on déduit :

$$\frac{T_{1x} - T_{2x}}{T_{2x} - T_x} = \frac{E_1 \cdot I}{E \cdot \Omega} \cdot \frac{3(3d^2 + 4f^2)}{f^2(5d^2 - 6f^2)}.$$

Comme f^2 reste toujours dans le voisinage de $\frac{d^2}{25}$ on peut sans erreur sensible prendre la formule simplifiée :

$$(6) \quad \frac{T_{1x} - T_{2x}}{T_{2x} - T_x} = \frac{E_1 \cdot I}{E \cdot \Omega} \cdot \frac{9}{5f^2}.$$

Connaissant les dimensions du câble et celles de la poutre, on évaluera sans difficulté le rapport précédent (6) dans le cas particulier envisagé.

Soient : p le poids par mètre courant de la charge permanente, supposée uniformément répartie, qui agit sur le câble comme s'il était isolé de la poutre, et π celui de la surcharge d'épreuve, τ le travail à l'extension déter-

la courbe de déformation d'une poutre à section constante, soit :

$$y = \frac{\pi}{24 E_1 I} (x^4 - 4dx^3 + 8d^3x).$$

Pour une surcharge uniformément répartie π par mètre courant et pour $x = d$:

$$y = \frac{5}{24} \frac{\pi d^4}{E_1 I}.$$

miné dans le câble au sommet de la parabole, par la charge et la surcharge complète agissant simultanément, h la hauteur de la poutre, et τ_1 le travail à la flexion que déterminerait dans la section milieu de cette poutre une surcharge uniformément répartie égale à $\frac{1}{3} \cdot \pi d$. On a :

$$\tau = \frac{(p + \pi) d^2}{2 \cdot f \cdot \Omega}$$

et :

$$(1) \quad \tau_1 = \frac{\pi d^2 \cdot h}{24 \cdot I}$$

d'où l'on déduit :

$$\frac{T_{1x} - T_{2x}}{T_{2x} - T_x} = \frac{E_1 \cdot \tau}{E \cdot \tau_1} \cdot \frac{\pi}{p + \pi} \cdot \frac{9h}{60f}$$

On verra plus loin que dans l'hypothèse d'une surcharge uniforme mobile, qui vient couvrir graduellement le tablier à partir d'une extrémité de la travée, le moment de flexion maximum subi par la poutre fonctionnant comme organe de rigidité, est inférieur au sixième de celui $\frac{\pi d^2}{2}$, que déterminerait, dans la même poutre isolée du câble, la surcharge complète $2\pi d$.

Si l'on prend, comme exemple, le pont de New-York sur l'East-River, on a :

$$h = 4^m,60 \quad f = 39^m \quad \tau = 33^{\text{kg}} \text{ p. mm}^2 \quad \tau_1 = 12^{\text{kg}} \text{ p. mm}^2$$

$$p = 12\,826^{\text{kg}} \quad \pi = 3\,300^{\text{kg}}$$

$$E = \frac{1}{17\,000} \quad E_1 = \frac{1}{20\,000}$$

On en déduit

$$(7) \quad \frac{T_{1x} - T_{2x}}{T_{2x} - T_x} = \frac{E_1 \cdot \tau}{E \cdot \tau_1} \cdot \frac{\pi}{p + \pi} \cdot \frac{9 \cdot h}{60f} = 0,002.$$

Ainsi, dans ce cas particulier, la fraction de surcharge directement portée par la poutre auxiliaire, ne représenterait que le $\frac{1}{500}$ de celle que porte le câble. C'est insignifiant, aussi bien pour la poutre que pour le câble. Ce coefficient de partage (7) croît proportionnellement au rapport

1° De :

$$\frac{\tau}{\tau_1}$$

des limites de sécurité admises pour le câble et pour la poutre,

2° De :

$$\frac{\pi}{p + \pi}$$

de la surcharge d'épreuve seule à la somme de la charge permanente et de la surcharge.

Ceci était à prévoir après l'étude de la déformation des câbles paraboliques d'un pont considéré comme infiniment flexible (voir § 5) qui permet de conclure que l'influence d'une poutre de rigidité est d'autant moins utile sur un pont suspendu que le rapport $\frac{\pi}{p}$ est plus faible.

3° De :

$$\frac{h}{f}$$

de la hauteur de la poutre à la flèche du câble. En général, le rapport $\frac{h}{f}$ est compris entre $\frac{1}{10}$ et $\frac{1}{15}$. Dans le pont de Brooklyn ce rapport s'élève à $\frac{1}{8,5}$. Il est ici justifié

par la faible valeur du rapport $\frac{\pi}{p + \pi}$ qui ne dépasse guère $\frac{1}{5}$. Au fur et à mesure que ce dernier rapport s'élève le rapport $\frac{h}{f}$ doit logiquement diminuer, pour que la poutre de rigidité conserve la même efficacité. Plus la surcharge d'épreuve est importante comparativement à la charge permanente, plus la hauteur relative de la poutre auxiliaire doit être réduite.

Si la poutre, au lieu d'être simplement appuyée, est encadrée aux extrémités de la travée, le coefficient de partage s'accroît de 66 % environ. Si la surcharge, au lieu d'être uniformément répartie, est concentrée au milieu de la travée, l'accroissement sera de 30 %.

En définitive, si l'on calcule par la méthode exposée plus loin, la valeur maximum du moment de flexion déterminé dans la section la plus fatiguée de la poutre, par les conditions de surcharge les plus défavorables, il n'est pas supposable que l'erreur relative commise en négligeant le terme

$$(T_{1x} - T_{2x})(y_1 + K_1x + K_2),$$

puisse dépasser 7 à 8 % du résultat obtenu.

Terme $T_{2x}(y_1 - y)$. — Ce terme correspond au rôle joué par la poutre, comme organe de rigidité. Si l'on supposait le câble inextensible et la poutre indéformable, c'est à ce terme unique que se réduirait l'expression du moment fléchissant M . Il représente donc la partie principale du moment de flexion subi par la poutre auxiliaire.

Terme $T_{2x}(y_2 - y)$. — Si la poutre auxiliaire ne subissait aucune déformation, le câble conserverait rigoureusement son tracé parabolique initial, abstraction faite de

l'allongement, dont l'influence a été étudiée plus haut. On aurait donc, pour une valeur quelconque de x , $y_2 = y$, et le terme dont il s'agit serait nul. En réalité, il n'en est pas ainsi, et la courbe décrite par le câble diffère toujours de la parabole primitive. Mais dans les circonstances ordinaires, c'est-à-dire avec une poutre de rigidité, dont la hauteur soit au moins égale au vingtième de la flèche du câble, et une surcharge d'épreuve au moins égale au quart de la charge permanente, la différence $y_2 - y$ est toujours une fraction très peu importante de la différence $y_1 - y$: le terme $T_{2x}(y_2 - y)$ peut, sans erreur appréciable, être négligé devant le terme principal $T_{2x}(y_1 - y)$.

Conclusions. — En résumé, l'expression du moment fléchissant M , comporte un terme principal $T_{2x}(y_1 - y)$, qui est le seul à considérer, en tant que l'on regarde le câble comme inextensible et la poutre comme indéformable. On le calcule, sans difficulté, en supposant que T_{2x} soit égal à T_{1x} , ce qui donne une légère erreur par excès, mais la différence $T_{1x} - T_x$ ne dépasse $T_{2x} - T_x$ que de 2 % au maximum.

Les autres termes de l'expression de M sont des termes correctifs correspondant, l'un à l'allongement du câble, et l'autre à la déformation de la poutre.

Dans les conditions de la pratique, ces termes sont négligeables, c'est-à-dire que leur valeur cumulée ne représente qu'une fraction insignifiante de celle du terme principal.

Dans la section où l'un de ces termes atteint son maximum, la valeur de l'autre est nécessairement de signe opposé, de sorte que l'on n'aurait, le cas échéant, à faire entrer en ligne de compte, que la différence des deux

résultats numériques correspondant à l'un et l'autre terme.

Ce qui précède n'est exact, que si la hauteur h de la poutre est comprise entre les limites supérieure $\frac{1}{8}f$ et inférieure $\frac{f}{20}$. Avec $h > \frac{1}{8}f$, le premier terme, relatif à l'allongement du câble, peut atteindre une valeur comparable à celle du terme principal.

Si l'on prenait $h = f$, il pourrait arriver que la poutre supportât plus de la moitié de la surcharge.

Au contraire, si la hauteur h décroît et tend vers zéro, le second terme, relatif à la déformation de la poutre, va en augmentant, et, à la limite, il est exactement égal et de signe contraire au terme principal : M est nul, et le déplacement du câble s'effectue librement sous l'action de la surcharge.

Si la charge permanente est très considérable, par rapport à la surcharge d'épreuve, le résultat est le même que si $\frac{h}{f}$ est très petit.

En définitive, l'expression exacte de M peut être mise sous la forme :

$$M = T_{1x}(y_1 - y) + (T_{1x} \cdot y - T_{2x} y_2) + (T_{1x} - T_{2x})(K_{1x} + K_2).$$

Si les dimensions de la poutre de rigidité ont été établies dans les conditions consacrées par la pratique, le premier terme de ce développement est le seul dont la valeur soit notable. Les deux autres sont des termes correctifs, que l'on a le droit de négliger, en admettant que $T_{1x} \cdot y$ diffère très peu de $T_{2x} \cdot y_2$ et T_{1x} très peu de T_{2x} .

Détermination de la partie principale du moment fléchissant. — On suppose le câble inextensible et la

poutre auxiliaire indéformable. Soit AmA' la parabole décrite par le câble (fig. 56) et Am_1A' la courbe de même longueur développée, qu'il décrirait, en raison de sa flexibilité, sous l'influence de la surcharge, s'il n'était pas relié à la poutre auxiliaire. On pourra toujours tracer sans dif-

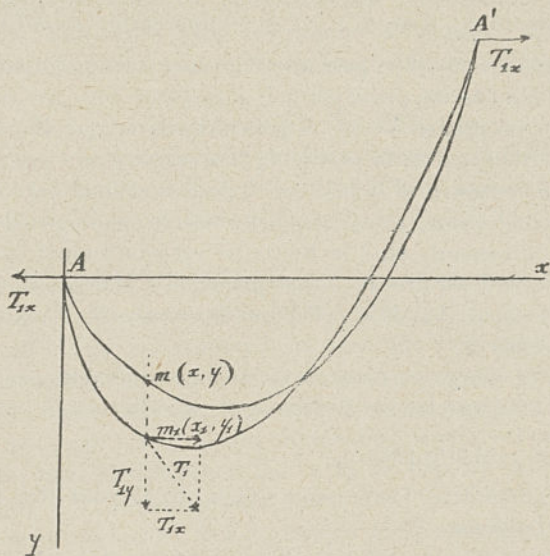


Fig. 56.

ficulté cette courbe funiculaire, connaissant la charge et la surcharge, et quel que soit le mode de répartition de cette dernière, en se servant des méthodes exposées plus haut (§ 5, ch. III). On déterminera, en même temps, la traction horizontale T_{1x} exercée sur ses appuis par le câble Am_1A .

Le moment fléchissant, qui sollicite la section transver-

sale de la poutre située sur cette verticale mm_1 , aura pour expression

$$T_{1x}(y_1 - y).$$

On peut d'ailleurs le démontrer simplement, sans recourir au théorème général précédent. L'effort de traction T_1 , qui agit en m_1 sur le câble et dans le plan vertical du câble, a pour composantes horizontale et verticale T_{1x} , T_{1y} . Cet effort T_1 peut être remplacé par un effort égal T_1 appliqué en m et par un couple $(T_{1x}, -T_{1x})$, dont le bras de levier est mm_1 . Il suffit, par conséquent, de soumettre chaque section transversale de la poutre à l'action du moment de flexion :

$$T_{1x}(y_1 - y),$$

pour que le câble, qui doit toujours décrire la courbe enveloppe des efforts T , revienne au tracé parabolique.

Influence du surbaissement du câble.

— La méthode précédente présente, au point de vue pratique, un défaut assez grave : elle oblige à tracer une courbe funiculaire, relative à la charge et à la surcharge, agissant simultanément, dont la longueur développée \mathcal{L} est fixée à l'avance. En pratique,

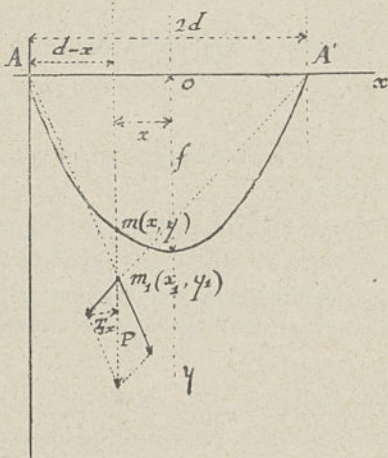


Fig. 57.

la longueur développée \mathcal{L} est fixée à l'avance. En pratique,

on peut se soustraire à cette sujétion. On considérera le cas particulier où la surcharge serait réduite à un poids unique P , appliqué à une distance horizontale $d - x$ (fig. 57) de l'appui de gauche, et où la surcharge permanente $2p \cdot d$ (uniformément répartie sur l'horizontale) serait une fraction très faible du poids P et pourrait être négligée devant lui.

La courbe funiculaire, relative à la charge et la surcharge, se composera, dans ces conditions, de deux droites Am_1, m_1A' . On a vu (§ 3, chap. III) que dans le cas où $\theta = \frac{\pi}{2}$, l'ordonnée y_1 du point m_1 est définie par la relation :

$$y_1 = \sqrt{(l^2 - d^2) \left(1 - \frac{x^2}{l^2}\right)} \quad \text{avec} \quad 2l = 2d \left(1 + \frac{2f^2}{3d^2}\right),$$

l'ordonnée y du point m par :

$$y = \int_{d^2}^f (d^2 - x^2).$$

Quant à la tension horizontale développée en m_1 , elle est égale à :

$$T_{1,x} = P \frac{(d^2 - x^2)}{2 \cdot d \cdot y_1}.$$

Il résulte de là, que la valeur principale du moment de flexion est déterminée par la relation :

$$T_{1,x}(y_1 - y) = \frac{P(d^2 - x^2)}{2d} \left\{ 1 - \frac{\int_{d^2}^f (d^2 - x^2)}{\sqrt{(l^2 - d^2) \left(1 - \frac{x^2}{l^2}\right)}} \right\},$$

dans la section x , où il est maximum.

Cette expression peut se simplifier notablement étant

donné le faible écart qu'il y a entre les longueurs d et l , d'où :

$$T_{1x}(y_1 - \gamma) = \frac{P(d^2 - x^2)}{2d} \left[1 - \frac{f}{\sqrt{l^2 - d^2}} \right]$$

$$= \frac{P(d^2 - x^2)}{2d} \left[1 - \sqrt{\frac{3}{2} \frac{d}{l+d}} \right].$$

On voit, en résumé, que tant que le rapport $\frac{f}{2d}$ est faible, ce qui a toujours lieu pratiquement, la partie principale du moment de flexion est indépendante de la valeur de f .

Le maximum maximorum du moment de flexion dû à cette surcharge concentrée aura lieu pour $x = 0$, on trouve alors

$$M_m = P \frac{d}{2} \left[1 - \sqrt{\frac{3}{2} \frac{d}{l+d}} \right]$$

en tenant compte de la remarque précédente, on peut prendre pour sa valeur

$$M_m = \frac{Pd}{4} [2 - \sqrt{3}] = 0,067 \cdot P \cdot d.$$

La valeur de l'effort tranchant dans la section considérée s'obtiendra par la méthode générale, en prenant la dérivée $\frac{\partial M}{\partial x}$ du moment de flexion par rapport à l'abscisse x de la section.

Résumé de la méthode. — Ainsi, pour déterminer la partie principale du moment fléchissant développé par une surcharge connue dans une section transversale quelconque de la poutre de rigidité, il convient de procéder comme il suit :

1° On tracera une courbe funiculaire relative à la charge permanente et à la surcharge agissant simultanément, dont la longueur développée soit égale à celle du câble.

On peut d'ailleurs simplifier cette opération, sans inconvénient appréciable, en traçant cette courbe sans se préoccuper de sa longueur, sous la seule condition que son ordonnée maximum ne dépasse pas le dixième de l'ouverture, ou si l'on veut, soit approximativement égale à la flèche du câble. On évaluera ensuite sans difficulté la longueur de cette courbe et la valeur de la traction horizontale T_{1x} du câble, qui est supposé la décrire sous l'influence de la charge et de la surcharge ;

2° On tracera sur la même épure, et avec les mêmes points de départ et d'arrivée A et A', la courbe parabolique que le câble doit décrire en tout temps, en raison de l'influence exercée par la poutre de rigidité, si on lui attribue une longueur exactement égale à celle de la courbe funiculaire dont il a été question plus haut ;

3° Enfin on effectuera, pour la section transversale considérée sur la poutre, le produit $T_{1x}(y_1 - y)$ de la traction horizontale par la distance verticale $y_1 - y$ entre les deux courbes déjà tracées. Pour relever avec plus d'exactitude cette distance verticale, on peut tracer les courbes en amplifiant l'échelle des ordonnées verticales dans un rapport convenu. Ce produit $T_{1x}(y_1 - y)$ sera le moment fléchissant cherché, il sera positif toutes les fois que le polygone funiculaire passera au-dessus de la parabole et négatif dans le cas contraire. Il est entendu que la charge permanente est supposée uniformément répartie ; dans l'hypothèse contraire, il faudrait substituer à la parabole précitée la courbe funiculaire décrite par le

câble isolé, lorsqu'il est en équilibre sous l'action de la charge seule, et que la poutre ne joue aucun rôle.

Méthode de vérification pratique de l'efficacité d'une poutre de rigidité. — Les poutres de rigidité d'un pont suspendu jouent un rôle efficace si l'on constate lors du passage d'une surcharge concentrée sur le tablier la vérification pratique d'un des faits suivants :

1° Une augmentation de travail par millimètre carré de section dans les câbles paraboliques concordant avec l'augmentation du travail calculée avec l'hypothèse de l'efficacité des poutres ;

2° Un abaissement observé pratiquement au centre de la travée concordant avec l'abaissement calculé en se basant sur l'augmentation théorique du travail dans les câbles de la suspension, déterminée avec la même hypothèse ;

3° Une déformation parabolique du tablier du pont, quelle que soit la pression de la surcharge concentrée ;

4° Enfin une égale répartition de la surcharge sur les tiges de suspension quelle que soit la position de la surcharge.

Il est évident que la concordance à rechercher dans ces différentes vérifications est pratiquement suffisante, lorsque les écarts sont inférieurs au $\frac{1}{10}$ de leur valeur réelle.

Preçons le cas général, d'une travée unique munie de haubans. Après avoir donné cette méthode générale que nous avons innovée lors des épreuves des ponts suspendus de Nantes, Marseille, etc., nous l'appliquerons au pont suspendu de Brest.

Soit un pont à une seule travée dont :

p est le poids permanent par mètre courant de pont, suspension comprise, dans la partie du tablier portée par les câbles paraboliques,

p' est le poids permanent par mètre courant de pont, suspension comprise, dans la partie du tablier portée par les câbles obliques,

φ est le poids par mètre courant des câbles paraboliques,

Ω est la section totale des câbles paraboliques,

Ω' » » de retenue de la suspension,

F est la flèche totale des câbles paraboliques,

f » de la partie du tablier portée par les câbles paraboliques,

$2d$ est la longueur de la travée,

Δ est la portion du tablier portée sur chaque rive par les câbles obliques,

Φ_i est la surcharge concentrée placée au centre du tablier,

\mathcal{L} est la longueur totale des câbles paraboliques,

R est la longueur sur une rive des câbles de retenue de la suspension.

1° On voit d'abord si l'on suppose que les poutres de rigidité jouent le rôle efficace qui leur est assigné, de répartir sur toute la partie du tablier portée par les câbles paraboliques que, sous la surcharge concentrée Φ_i , le travail τ_i par millimètre carré de section dans les câbles sera :

$$(26) \left\{ \begin{array}{l} \tau_i = \frac{1}{\Omega} \left\{ \frac{\Phi_i}{2} \sqrt{1 + \frac{d'^2}{4f^2}} + \right. \\ \left. + \varphi \left[\frac{\Delta^2 + (F-f)^2}{F-f} \right] + p \cdot d' \sqrt{1 + \frac{d'^2}{4f^2}} \right\} \end{array} \right.$$

formule dans laquelle

$$d' = d - \Delta.$$

Cette formule peut se mettre sous la forme :

$$\tau_i = \tau_0 + d(\tau_i)$$

en désignant par τ_0 le travail par millimètre carré de section dans les câbles paraboliques dû au poids permanent du tablier et de la suspension, et $d(\tau_i)$ l'accroissement de travail dû à la surcharge concentrée.

Si l'on fait varier la surcharge concentrée Φ_i et si on lui donne les valeurs successives

$$\Phi_1, \Phi_2, \Phi_3, \Phi_4, \dots$$

on observera pratiquement les taux du travail dans les câbles paraboliques

$$d(\tau_1), \tau_2, \tau_3, \tau_4, \dots$$

Il suffira de comparer ces résultats avec ceux calculés pour en déduire d'après leur concordance si les poutres répartissent la surcharge d'une façon uniforme sur l'ensemble du tablier.

Pour les câbles de retenue de la suspension le travail théorique par millimètre carré de section de ces câbles est dans le cas d'une surcharge Φ_i :

$$(27) \quad \left\{ \begin{array}{l} \rho_i = \frac{1}{\Omega} \left\{ \left(P + \frac{\Phi_i}{2} \right) \frac{d'^2}{2f} + \frac{\sigma}{\Delta} \sqrt{\Delta^2 + (F-f)^2} + \right. \\ \left. \int_{x=0}^{x=\Delta} \frac{p'x \cdot dx}{h} \right\} \sqrt{1 + \frac{\lambda^2}{\delta^2}} \end{array} \right.$$

formule dans laquelle la parenthèse représente la tension totale à laquelle la composante horizontale des câbles de retenue doit faire équilibre.

De même que précédemment on peut écrire cette formule

$$\rho_i = \rho_0 + d(\rho_i).$$

On opérera comme plus haut pour la comparaison entre les taux de travail observés

$$d(\rho_1), \rho_2, \rho_3, \dots$$

et calculés.

2° Il est possible d'observer les abaissements

$$dF_1, dF_2, dF_3, \dots$$

au centre de la travée et de les comparer aux abaissements théoriques calculés de la façon suivante.

On a vu que pour une surcharge concentrée Φ_i l'augmentation théorique du travail dans les câbles paraboliques est :

$$d(\tau_i) = \frac{\Phi_i}{2\Omega} \sqrt{1 + \frac{d'^2}{4f^2}}$$

Si \mathcal{L} est la longueur du câble, on voit que l'allongement élastique des câbles paraboliques ressort à :

$$d(\mathcal{L}_i) = \frac{\mathcal{L}}{E} d(\tau_i)$$

de même pour les câbles de retenue l'allongement élastique ressort à :

$$2d(R_i) = 2 \frac{R}{E} d(\rho_i)$$

Cela posé, on a vu que si Δ_i est l'allongement élastique total des câbles paraboliques et de retenue d'un pont à

travée unique muni de haubans, l'abaissement théorique du tablier au centre de la travée est :

$$(28) \quad dF_i = \frac{\Delta_i}{\frac{8F}{(d+d')^2} \left[\frac{d'}{\sqrt{1 + \frac{4F^2}{(d+d')^2}}} + \frac{1}{3}(d-d') \right]}$$

dans le cas qui nous occupe :

$$(29) \quad \Delta_i = \frac{q \cdot d(\tau_i) + 2Rd(\rho_i)}{E}$$

3° Si en relevant des mires placées en différents points du tablier, d'un point placé sur une pile on constate que le tablier en se déformant sous la charge, présente une courbe sensiblement parabolique, on peut avancer que les poutres jouent un rôle efficace de répartition.

4° Enfin l'expérience la plus simple et la plus sûre consiste à intercaler dans quelques tiges de suspension une romaine, on tare chaque romaine, le tablier étant à vide. Lorsqu'une surcharge circule sur le tablier on aura pour chacune de ses positions une pesée directe en kilogrammes de la charge portée par la tige ; si les variations dans les pesées sont d'un ordre de grandeur négligeable avec les différentes positions de la même charge, on peut en conclure que les poutres de rigidité ont un rôle salutaire et par suite sont judicieusement établies.

Remarque. — Nous signalerons une dernière vérification pratique de taux du travail calculé pour les membrures inférieures et supérieures des poutres de rigidité. Si l'on désigne par H la hauteur des poutres de rigidité c'est-à-dire la distance d'axe en axe des centres de gravité des membrures inférieures et supérieures, E' le coefficient d'élasticité du métal qui les compose, ($E' = 2 \times 10^{10}$)

et $d(r_i)$ le travail par millimètre carré de section dans les membrures supposées d'égale section on a :

$$d(r_i) = E' \frac{H}{2 \zeta_i}$$

ζ_i étant le rayon de courbure des membrures déformées. Or, à un infiniment petit près on a :

$$d'^2 = d(F_i) [2 \zeta_i - d(F_i)] = 2 \zeta_i d(F_i)$$

finalement :

$$d(r_i) = \frac{E' \cdot H}{d'^2} d(F_i).$$

Connaissant l'abaissement calculé $d(F_i)$ pour la surcharge concentrée Φ_i on en déduira la valeur théorique du travail $d(r_i)$ par millimètre carré de section, qui doit se manifester dans les membrures ; il sera loisible de vérifier si cette augmentation de travail est en concordance avec celle qui sera déterminée pratiquement par l'observation d'un appareil Manet-Rabut fixé sur l'une des semelles.

Application. — Considérons le pont à transbordeur de Brest dont nous avons fait les épreuves de concert avec M. Thévenot, Ingénieur des Ponts et Chaussées, en août 1908 au moyen d'une surcharge voyageuse concentrée sur 20 mètres de tablier. Nous allons comparer les résultats calculés avec ceux observés directement lorsque la surcharge voyageuse placée au milieu du tablier pesa successivement

$$\Phi_1 = 36\ 300 \text{ kilogrammes}$$

$$\Phi_2 = 47\ 225 \quad \text{»}$$

$$\Phi_3 = 58\ 150 \quad \text{»}$$

$$\Phi_4 = 69\ 075 \quad \text{»}$$

$$\Phi_5 = 80\ 000 \quad \text{»}$$

1° Câbles de retenue de la suspension. — Les données sont dans l'ouvrage considéré :

$$\begin{aligned}
 p &= 1\,300^{\text{kg}} \\
 \Delta &= 21^{\text{m}},19 & d' &= 33^{\text{m}},305 \\
 F - f &= 6,72 & f &= 5^{\text{m}},28 \\
 p' &= 1\,100^{\text{kg}} & \Omega &= 8 \times 1\,894^{\text{mm}^2} = 15\,152^{\text{mm}^2} \\
 h &= 13^{\text{m}},77 & \Omega' &= 8 \times 2\,438 \text{ » } = 19\,504 \text{ » } \\
 \lambda &= 42^{\text{m}},80 & \delta &= 84,60
 \end{aligned}$$

La formule précédente (27) permet de déterminer :

$$\rho_0 = \left\{ \frac{1300^{\text{kg}} \times 33,305^2}{2 \times 5,28} + \frac{\Omega \times 82}{10^4} \sqrt{1 + \left(\frac{6,72}{21,19}\right)^2} + \frac{1\,100}{13,77} \int_{x=0}^{x=21,19} x dx \right\} \frac{1}{\Omega'} \sqrt{1 + \frac{\lambda^2}{\delta^2}}$$

soit :

$$\rho_0 = 9^{\text{k}},34 \text{ par millimètre carré}$$

et :

$$d(\rho_i) = \frac{\Phi_i}{66,61} \cdot \frac{33,305^2}{2 \times 5,28} \cdot \frac{1,12}{19\,500^{\text{mm}^2}} = 0,000090496 \Phi_i$$

pour les surcharges envisagées expérimentalement on a obtenu le tableau comparatif suivant :

	kilogr.	kilogr.	kilogr.	kilogr.	kilogr.	
Poids de la surcharge placée au milieu du tablier.	36 300	47 225	58 150	69 075	80 000	
	mètres	mètres	mètres	mètres	mètres	
Câbles de retenue	Travail observé.	13,00	14,00	15,00	16,00	16,50
		Travail calculé.	12,62	13,61	14,60	15,59
Ecart	+ 0,38		+ 0,39	+ 0,40	+ 0,41	- 0,07

Le travail calculé étant un peu inférieur au travail

observé, il s'ensuit que la répartition de la surcharge voyageuse sur toute la partie centrale du tablier n'est pas réalisée rigoureusement mais l'écart est pour ainsi dire pratiquement négligeable.

2° **Abaissement au centre du tablier.** — Comparons maintenant l'abaissement observé au moyen d'une mire placée au milieu du tablier par un observateur placé dans l'un des pylônes, avec l'abaissement théorique déduit de la même hypothèse sur l'efficacité des poutres de rigidité, la surcharge étant au centre du tablier.

La formule (29) donnée précédemment, quand on y remplace les lettres par leurs valeurs, fournit :

$$\Delta_i = [d(\tau_i) - 10,025] \cdot \frac{\mathcal{L} + 2R}{E}.$$

Comme $\mathcal{L} + 2R = 300$ mètres, $E = 17 \times 10^9$, la formule (28) donne :

$$dF_i = 0,03385 (d(\tau_i) - 10^{kg,025})$$

avec cette valeur on déduit le tableau comparatif suivant :

	kilogr	kilogr.	kilogr.	kilogr.	kilogr.	kilogr.
Poids de la surcharge placée au milieu du tablier. .	36 300	47 225	58 150	69 075	80 000	36 300
Câbles paraboliques, travail calculé.	3,96	5,15	6,35	7,54	8,70	3,96
$d(\tau_i) - 10^{kg,025}$	mètres	mètres	mètres	mètres	mètres	mètres
Abaissement $\left\{ \begin{array}{l} \text{calculé} \\ \text{observé} \end{array} \right.$	0,133	0,174	0,215	0,255	0,294	0,133
Ecart.	0,195	0,225	0,255	0,305	0,330	0,195
	0,062	0,051	0,040	0,050	0,036	0,062

Ces écarts sont peu importants étant donnée l'indéter-

mination qui règne sur la valeur exacte de l'allongement des câbles sous une augmentation de travail. Nous n'avons tenu compte ici que de l'allongement élastique, dont nous avons admis la valeur à $E = 17 \times 10^9$, ce n'est qu'une moyenne obtenue par des expériences très peu nombreuses jusqu'ici ; par ailleurs à cet allongement élastique du métal il y a lieu d'ajouter l'allongement non élastique provenant du glissement des fils les uns sur les autres. Or, ce dernier allongement est variable : d'une part avec le rapport adopté lors du câblage entre le pas de l'hélice et le diamètre pour chaque couronne et d'autre part avec l'intensité de l'accroissement de tension. Ce glissement sera plus considérable lorsque l'augmentation de 1 kilogramme de tension par millimètre carré de section du câble sera dans le voisinage d'une tension de 5 kilogrammes par millimètre carré, au lieu d'une tension de 20 kilogrammes. Ce glissement diminue au fur et à mesure que la tension totale subie par le câble est plus importante.

Quoi qu'il en soit cette surcharge totale de 80 000 kilogrammes qui représente en somme le poids d'un train léger produit bien un abaissement sensible de 0^m33 au centre du tablier ; mais cet abaissement n'a aucun inconvénient lorsqu'il s'agit d'une charge voyageuse circulant sur le tablier comme c'est le cas au pont à transbordeur de Brest à la vitesse de 10 kilomètres à l'heure environ. Il suffirait d'une part d'augmenter la section des câbles suspenseurs et d'autre part le poids mort du tablier pour réduire l'abaissement au centre et pour permettre à une surcharge voyageuse d'augmenter sa vitesse de translation, lors de son passage sur le pont.

Sur l'application des méthodes précédentes au calcul des efforts développés dans une section donnée d'une poutre de rigidité d'un pont suspendu. — Considérons un pont suspendu à une seule travée parabolique dépourvue de haubans ou câbles de rigidité. Les caractéristiques de cet ouvrage sont :

$$2d = 165^m \quad F = 18^m.$$

La section totale des câbles paraboliques est :

$$\omega = 12 \times 3060^{\text{mm}^2} = 36720^{\text{mm}^2}.$$

Chacune des poutres de rigidité possède une membrure supérieure et inférieure pesant chacune 80 kilogrammes ; par suite la section totale des membrures est :

$$S = \frac{4 \times 80^{\text{kg}}}{0,0078} = 41000^{\text{mm}^2} \text{ en chiffre rond ;}$$

si la hauteur d'axe en axe des membrures est de $h=1^m,40$ le module de section de l'ensemble des 2 poutres est :

$$\frac{I}{n} = 0,028700.$$

Quant au poids permanent du tablier, suspension comprise, il est :

$$p = 2830 \text{ kilogrammes,}$$

la surcharge qui est de 420 kilogrammes le mètre superficiel est par mètre courant de pont :

$$\pi = 2370 \text{ kilogrammes.}$$

Dans la poutre de rigidité considérée, les croisillons sont susceptibles de travailler uniquement à la tension, leur diamètre est constant, ce sont des ronds en 44 millimètres de diamètre, quant aux montants en fonte leur section minimum est $\sigma = 4870$ millimètres carrés.

Dans tout ce qui suit, on supposera que la surcharge π s'étend de l'une des extrémités du tablier au milieu de la travée; on déterminera les efforts développés par cette surcharge dans la section centrale de la poutre et dans la section d'appui.

Méthode de Ritter. — Les formules données précédemment fournissent dans l'hypothèse considérée

$$\varphi = \frac{3}{2 \left[3 + \frac{S h^2}{\omega F^2} \right]}$$

et la valeur du moment fléchissant dans une section distante du centre d'une longueur z :

$$M_z = \frac{\pi}{4} (d - z) \frac{\left[\frac{S h^2}{\omega F^2} d - 3z \right]}{\frac{S h^2}{\omega F^2} + 3}$$

Dans la section centrale :

$$z = 0 \quad M_0 = \frac{\pi d^2}{4} \frac{1}{1 + 3 \cdot \frac{\omega}{S} \cdot \frac{F^2}{h^2}}$$

Dans la section d'une extrémité du tablier :

$$z = d \quad M_d = 0$$

En remplaçant les lettres par leurs valeurs :

$$M_0 = 8995 \text{ kilogrammètres en chiffre rond.}$$

Il en résulte que dans cette section centrale le travail dans les membrures ressort à :

$$\frac{8995 \text{ kgm}}{10^6 \times 0.028700} = 0^{\text{kg}}, 31 \text{ par millimètre carré.}$$

En ce qui concerne la valeur de l'effort tranchant, on a d'après les formules établies précédemment :

$$E_s = \frac{\pi d}{4} - \varphi \cdot z$$

pour la section centrale :

$$z = 0 \quad E_0 = \frac{\pi d}{4} = 48880^{\text{kg}}$$

pour la section de l'une des extrémités :

$$z = d \quad E_d = \frac{\pi d}{4} \cdot \frac{\frac{S}{\omega} \cdot \frac{h^2}{F^2} - 3}{\frac{S}{\omega} \cdot \frac{h^2}{F^2} + 3} = -48640^{\text{kg}}.$$

Les montants des poutres de rigidité présentant chacun une section σ le travail de compression de ces montants dans la section centrale est :

$$\frac{48880^{\text{kg}}}{2 \times 4870^{\text{mm}^2}} = -5^{\text{kg}},01 \text{ par millimètre carré.}$$

En ce qui concerne les croisillons ou bracons de la poutre, ils sont inclinés à 45° sur la verticale, leur travail ressort ainsi à :

$$\frac{48880}{4 \times \frac{\pi}{4} \cdot 44^2 \text{mm} \cos 45} = 11^{\text{kg}},3 \text{ par millimètre carré.}$$

Méthode de M. Maurice Lévy. — On a vu (p. 260) précédemment que pour un pont suspendu sans haubans la valeur du moment fléchissant dans toute section distante d'une longueur z de l'appui de gauche est, pour toute

charge $p dx$ placée à une distance x du même appui :

$$M_z = \int_{x_0}^{x_1} p x dx \left(1 - \frac{z}{2d} \right) \left\{ 1 - \frac{5z}{4d} \left(1 - \frac{x}{2d} \right) \left(1 + \frac{x}{2d} - \frac{x^2}{4d^2} \right) \right\}$$

pour $z \geq x$

et

$$M_z = \int_{x_0}^{x_1} p z dx \left(1 - \frac{x}{2d} \right) \left\{ 1 - \frac{5x}{4d} \left(1 - \frac{z}{2d} \right) \left(1 + \frac{x}{2d} - \frac{x^2}{4d^2} \right) \right\}$$

pour $z \leq x$.

Supposons que l'on surcharge d'un poids π par mètre courant le tablier, de l'appui de gauche au centre de la travée.

Dans la première formule x varie de 0 à d , pour toute section $z \geq d$ on en déduit :

$$M_z = \int_0^d \pi dx \left(1 - \frac{z}{2d} \right) \left[x - \frac{5z}{4d} \left(x - \frac{x^3}{2d^2} + \frac{x^4}{8d^3} \right) \right]$$

c'est-à-dire après intégration

$$M_z = \pi \left(1 - \frac{z}{2d} \right) \frac{d}{2} \left(1 - \frac{z}{d} \right).$$

Pour la section centrale $z = d$ on en déduit :

$$M_0 = 0,$$

résultat en contradiction avec la méthode de Ritter.

Toutefois comme vérification de ce dernier résultat, suivant la théorie de M. Maurice Lévy, la deuxième formule précédemment rappelée doit donner une valeur identique pour M_0 quand x varie dans cette deuxième formule de d à $2d$. On a, en effet :

$$M_z = \int_d^{2d} \pi z dx \left[1 - \frac{x}{2d} - \frac{5}{4} \left(1 - \frac{z}{2d} \right) \left(\frac{x}{d} - \frac{x^3}{2d^3} + \frac{x^4}{8d^4} \right) \right]$$

pour $z \leq d$

c'est-à-dire après intégration :

$$M_z = \frac{\pi z d}{4} (z - 1)$$

pour la section $z = d$ on retrouve bien $M_0 = 0$.

Méthode de Rankine. — La méthode de Rankine donne des résultats concordant avec celle de M. Maurice Lévy comme on va le voir.

Cette méthode de Rankine consiste à supposer la poutre détachée du câble et supportant :

1° Le moment de flexion déterminé par la surcharge considérée comme si la poutre supportait seule cette surcharge ;

2° Le moment de flexion de sens contraire développé dans la poutre par cette même surcharge uniformément répartie sur toute la longueur de la poutre.

1° Le premier moment de flexion sous l'influence d'une surcharge π par mètre courant uniformément répartie sur la moitié de la travée donne dans la section centrale

$$\frac{\pi d^2}{4}$$

2° Quant à la valeur du second moment de flexion développé dans la poutre par une surcharge ascendante égale à $\frac{\pi}{2}$ par mètre courant, elle est de :

$$-\frac{\pi (2d)^2}{8} = -\frac{\pi d^2}{4}$$

Finalement le moment de flexion résultant des deux effets est nul dans cette section, ce qui est d'accord avec la méthode de M. Maurice Lévy.

Méthode de M. J. Résal. — Les formules qui permettent de déterminer les coordonnées définissant les nouvelles courbes d'équilibre décrites par l'ensemble de la suspension et du tablier pesant un poids p par mètre courant lors d'une surcharge π par mètre courant, ont été données plus haut (p. 130).

Nous les rappelons ici :

$$S_0 \begin{cases} x_0 = d \left(1 - \frac{\pi}{4(p + \pi)} \right) \\ y_0 = f \cdot \frac{(4p + 3\pi)^2}{\sqrt{\left(1 + \frac{\pi}{p} \right) [p(4p + 3\pi)^3 + (p + \pi)(4p + \pi)^3 - \pi^4]}} \cdot 2 \end{cases}$$

x_0, y_0 sont les coordonnées du sommet S_0 de la parabole décrite par les câbles paraboliques dans la partie du tablier surchargée d'un poids π . Cette parabole est donc définie par : le point d'appui sur la pile de gauche, qui est une donnée d'établissement de la construction, c'est ici le point d'origine des coordonnées ; par son sommet S_0 et par les coordonnées (x_1, y_1) de son point de rencontre avec l'axe du pont.

$$\begin{aligned} x_1 &= d \\ y_1 &= 2y_0 \frac{(2p + \pi)}{4p + 3\pi} \end{aligned}$$

Dans le cas particulier, considéré précédemment, on en déduit en remplaçant dans ces formules les quantités par leurs valeurs :

$$\begin{aligned} x_0 &= 73^m, 17 \\ y_0 &= 18^m, 14. \end{aligned}$$

puis :

$$\begin{aligned} x_1 &= 82^m, 50, \\ y_1 &= 15^m, 80, \end{aligned}$$

finalement, la tension horizontale dans les câbles déformés, est :

$$T_{H_0} = (\pi \cdot l \cdot p) \frac{x_0^2}{2y_0} = 767\,400 \text{ kilogrammes.}$$

La valeur du moment fléchissant est donc dans la section centrale de la poutre, en ne prenant que le terme principal et négligeant les termes correctifs :

$$M_0 = T_{H_0}(F - y_1) = 767\,400^{\text{kg}} \times 2^{\text{m}},20 = 1\,688\,280^{\text{kg}},$$

en chiffre rond.

Avec cette méthode, si on conserve la hauteur $h = 1^{\text{m}},40$ pour la poutre, et si on limite à $12^{\text{kg}},5$ le travail du métal des membrures dans cette section, chacune des membrures devra peser dans la section centrale :

$$\frac{1\,688\,280^{\text{kg}}}{12^{\text{kg}},5 \times 4 \times 700} \times \frac{7\,800}{10^6} = 376^{\text{kg}},20.$$

La discordance entre ce résultat et celui fourni par les trois méthodes précédentes est très considérable.

A notre avis, aucune des trois premières méthodes ne peut donner des indications propres à définir les sections nécessaires aux poutres de rigidité d'un pont suspendu. En effet, dans aucune des méthodes de Ritter, Rankine et Maurice Lévy, on ne tient compte de la valeur du poids permanent de l'ouvrage. Or, il est évident, *a priori*, que si l'on construit un pont suspendu d'un débou. hé donné, ayant comme poids permanent 15 000 kilogrammes le mètre courant, par exemple, et si on le surcharge de 1 500 kilogrammes par mètre courant, la déformation du tablier, même démuné de toute poutre de rigidité, sera infiniment moindre que celle qui se produira pour un pont

de même débouché, qui recevra cette même surcharge et pour lequel le poids permanent est de 1 500 kilogrammes le mètre courant. Dans ce dernier ouvrage, pour lequel la surcharge est égale au poids permanent, la déformation de la courbe des câbles de la suspension étant très importante, les efforts développés dans les poutres de rigidité, qui ont pour but de parer à cette déformation des câbles, et par suite du tablier, seront importants. Les sections à donner aux membrures et aux autres éléments des poutres seront notables, puisqu'elles doivent être en concordance avec les efforts à vaincre.

Dans le cas du premier ouvrage, où la surcharge est égale au $\frac{1}{10}$ du poids permanent, la déformation de la courbe d'équilibre étant très faible, il s'ensuit que le rôle des poutres de rigidité est également beaucoup moindre.

En conséquence, toute méthode devant déterminer les sections à donner aux poutres de rigidité d'un pont suspendu, doit tenir compte du rapport de la surcharge au poids permanent du pont, par mètre courant. Or, comme les trois méthodes précédentes définissent, pour un pont de débouché donné, des sections indépendants de ce rapport, on peut en conclure que ces méthodes n'ont aucune valeur pratique. Elles peuvent, tout au plus, servir à définir des sections qui sont utilisées comme données approximatives, en vue d'une étude rapide d'avant-projet.

La méthode de M. J. Résal fait, au contraire, intervenir l'influence du poids permanent, par rapport à la surcharge, elle est donc rationnelle.

Pour mettre en évidence l'importance du rapport de la surcharge π au poids permanent p du tablier, par mètre courant, dans la déformation de la suspension et, par suite,

du tablier d'un pont suspendu, considérons l'exemple suivant, où :

$$2d = 200 \text{ mètres,} \quad F = 20 \text{ mètres.}$$

Supposons que le rapport $\frac{\pi}{p}$ soit d'abord dans un pont ayant les données précédentes

$$\frac{\pi}{p} = 1,$$

et ensuite, soit dans un ouvrage de mêmes dimensions :

$$\frac{\pi}{p} = \frac{1}{10}.$$

Voyons la déformation de la courbe d'équilibre des câbles, dans l'un et l'autre de ces ouvrages, lorsqu'aucun d'eux ne possède de poutre de rigidité, et lorsque la surcharge couvre une moitié de la travée.

Les formules, rappelées précédemment, donnent dans le premier cas :

$$x_0 = d \left[1 - \frac{\frac{\pi}{p}}{4 \left(1 + \frac{\pi}{p} \right)} \right] = 87^m,50,$$

$$y_0 = f \frac{\left(4 + \frac{3\pi}{p} \right)^2}{\sqrt{2 \left(1 + \frac{\pi}{p} \right) \left[\left(4 + \frac{3\pi}{p} \right)^3 + \left(1 + \frac{\pi}{p} \right) \left(4 + \frac{\pi}{p} \right)^3 - \left(\frac{\pi}{p} \right)^4 \right]}} = 20^m,12.$$

et par suite :

$$x_1 = 100 \text{ mètres,}$$

$$y_1 = y_0 \frac{2 \left(2 + \frac{\pi}{p} \right)}{4 + \frac{3\pi}{p}} = 17^m,14.$$

Ainsi, le relèvement au centre de la travée, lorsque la surcharge π couvre la moitié de la travée, est :

$$f - y_1 = 2^m,86.$$

Dans le deuxième cas, où $\frac{\pi}{p} = \frac{1}{10}$, on trouve :

$$x_0 = 97^m,72, \quad y_0 = 20^m,0052,$$

et

$$x_1 = 100 \text{ mètres}, \quad y_1 = 19^m,54,$$

la déformation, au centre du tablier, n'est donc plus ici qu'un relèvement de

$$f - y_1 = 0^m,46.$$

L'écart est assez considérable, pour que le rôle de la poutre de rigidité, dans le cas du pont léger, soit très différent de celui qu'elle aura à remplir, dans cette même section, dans le cas du pont lourd.

§ II. — TABLIER DES PONTS SUSPENDUS

Généralités. — Le tablier des anciens ponts suspendus est composé de pièces de bois comprenant en général :

1° Des poutrelles ou pièces de pont, dont les dimensions d'équarrissage sont en rapport : avec la distance mesurée transversalement au pont, des tiges de suspension; avec la surcharge roulante maxima qui doit circuler sur le pont, et avec l'écartement des pièces de pont entre elles, qui varie de 1 mètre à 1^m,20 ;

2° Des longrines ou pièces longitudinales fixées aux pièces de pont. Parmi les cours de longrines, qui existent dans ces tabliers, deux forment longrines de trottoirs, deux autres forment longrines de garde-corps; entre ces

deux cours de longrines, sont clouées des planches en sapin, formant le platelage des trottoirs.

Par ailleurs, il y a des cours de sous-longrines qui sont fixés également aux pièces de pont et qui se placent sous les longrines de garde-corps ;

3° Des madriers longitudinaux constituant la chaussée, laissent un vide, entre eux, de 2 à 3 centimètres, pour éviter le stationnement de l'eau ;

4° D'un platelage, cloué transversalement sur les madriers, formant chaussée ;

5° D'un garde-corps en bois.

Pour donner une idée des dimensions adoptées pour ces différentes pièces de bois, prenons, par exemple : le pont suspendu de Rognonas, sur la Durance. Les pièces de pont avaient, avant leur remplacement par des pièces de pont en métal, 7 mètres de longueur, et leurs dimensions d'équarrissage étaient de 16×30 centimètres à l'extrémité, et 16×38 centimètres au centre, leur écartement d'axe en axe était de $1^m,15$. Les longrines de trottoirs avaient 12×24 centimètres, les longrines de garde-corps 18×30 centimètres, le platelage des trottoirs avait 50 millimètres d'épaisseur, quant aux sous-longrines de garde-corps, elles avaient 15×15 centimètres

La chaussée de $4^m,50$ de largeur, comprenait 15 cours de madriers de 25×8 centimètres, et le platelage avait 54 millimètres d'épaisseur.

Le garde-corps en poutre Hove, comprenait une lisse supérieure en bois 16×18 centimètres et des croisillons en 8×8 centimètres, les tirants verticaux en fer 22 millimètres de diamètre.

Le tablier ainsi constitué tout en bois, pesait, avec les pièces accessoires, 1 310 kilogrammes le mètre courant.

A notre époque, on est conduit à supprimer totalement le bois dans les tabliers des ponts suspendus, car exposé aux intempéries, le bois est d'une durée précaire, et entraîne, par suite, des dépenses d'entretien très importantes. Enfin, la propriété qu'il possède, de gonfler par l'humidité, de diminuer par la sécheresse, s'oppose à ce que l'on puisse avec lui, constituer des assemblages immuables, et, par suite, faire un tablier rigide.

Pourtant, certains avantages ont milité jusqu'ici, en faveur de l'emploi du bois, malgré ces inconvénients très caractérisés. Parmi eux, il faut citer d'abord :

1° Sa légèreté, en comparaison des autres matières qui peuvent lui être substituées ;

2° Sa flexibilité, qui se prête, sans crainte de rupture, aux mouvements de déformation que l'on rencontre à l'excès dans tous les anciens ponts suspendus ;

3° Son bon marché et la facilité que l'on a, dans presque toutes les contrées, de s'en procurer.

Il convient, toutefois, de remarquer que, depuis les progrès de la métallurgie et les perfectionnements apportés dans la construction des ponts suspendus, l'importance de ces avantages a notablement diminué. C'est ainsi qu'en employant judicieusement l'acier, selon des dispositions d'assemblage qui conviennent à ce genre d'ouvrage, on arrive à faire aussi léger, sinon plus, qu'avec le bois, à coefficient de sécurité égal, et cela, non seulement pour les pièces de pont, mais encore pour le garde-corps utilisé comme poutre de rigidité.

Quant à la flexibilité excessive des anciens ponts suspendus, elle a disparu à peu près, par suite des perfectionnements apportés, dans ces dernières années, à la construction de ce genre d'ouvrage, et les tabliers dotés

maintenant de poutres raidissantes spéciales, offrent aux charges roulantes une rigidité appréciable.

Enfin, l'augmentation toujours croissante des besoins, et la rareté des belles pièces de bois, dans les forêts, en rendent l'approvisionnement de plus en plus onéreux, alors que les progrès de la métallurgie et la facilité des transports, permettent de s'approvisionner d'acier, à des prix beaucoup plus bas qu'on ne pouvait le faire anciennement. L'écart de prix, à l'avantage du bois, s'est donc notablement atténué.

Il résulte de ces différentes constatations, que la suppression du bois, si désirable pour diminuer les frais d'entretien et pour augmenter la bonne viabilité sur les tabliers des ponts suspendus, ne rencontre plus, actuellement, de difficultés techniques et économiques aussi impérieuses que précédemment.

Néanmoins, comme les différents essais faits dans ce sens sont encore aujourd'hui très peu nombreux, il nous paraît intéressant de passer en revue ceux qui ont été tentés jusqu'à ce jour.

L'expérience la plus intéressante, faite en France, est celle du pont d'Avignon qui, après sa restauration, en 1888, a été muni d'un pavage en bois, posé sur un plancher de fers zorés, rempli d'une aire en béton de ciment. Dans ce système, l'emploi du plancher en fers zorés augmente notablement le prix de revient. C'est sans doute pour ce motif qu'il n'a pas été imité ailleurs.

Antérieurement à l'expérience d'Avignon, différents essais de pavage en bois avaient été faits, notamment dans la Haute-Garonne, mais les pavés étaient posés directement sur les madriers en chêne, et le résultat a été si peu satisfaisant qu'on a été obligé de revenir au platelage ordinaire.

En Angleterre, diverses expériences ont été faites, notamment au pont Albert, à Londres, où le pavage en bois précédemment décrit a été essayé, les résultats obtenus n'ont pas été meilleurs.

Au pont Lambeth, à Londres, le pavage en bois fut posé sur des plaques de tôle plate, et là, comme à Avignon, il se comporte bien, mais la substitution du métal au bois est une cause d'augmentation notable de prix de revient. Néanmoins, le résultat a été jugé assez bon pour être adopté au pont Chelsea, à Londres, et sur différents autres ponts en Angleterre.

Mais, dans ces exemples, le bois n'est pas complètement éliminé. Il résulte, de tous ces essais, que le véritable progrès à réaliser consiste dans l'élimination complète du bois dans le tablier. C'est ce qui a été fait, pour la première fois, au pont suspendu du Bonhomme, sur le Blavet, près de Lorient, où dans les portions du tablier portées par les haubans ou câbles obliques, le tablier est formé de pièces de pont métalliques, sur lesquelles repose une dalle en ciment armé, recouverte de pavés en asphalte comprimé.

Au point de vue de la dépense de premier établissement, le coût est plus élevé lorsqu'on adopte le ciment armé recouvert de pavés d'asphalte comprimé; mais, l'entretien de ce dernier est dispendieux et fort gênant pour une circulation active. Ce système de tablier en ciment armé a, par ailleurs, l'avantage appréciable de dispenser de mettre sous le tablier un contreventement; la dalle en ciment armé remplissant précisément ce rôle de résister aux efforts transversaux.

Il est bon toutefois de remarquer que le tablier en ciment armé, étant plus lourd que les autres systèmes, nécessite une suspension plus forte ou bien impose à

celle existante, un surcroît de travail. Bien des ponts suspendus, récemment construits, pourraient subir ce surcroît de poids sans inconvénients ; pour les anciens ponts, il suffirait de renforcer leur suspension.

Cette augmentation de poids mort ne peut avoir que des avantages, car l'ouvrage étant plus lourd, sera plus stable, et les charges roulantes l'influenceront par suite beaucoup moins, les poutres de rigidité pourront donc être moins importantes ; comme conséquence, à égalité de rigidité, on réalise une économie dans l'établissement des poutres pour ces ouvrages lourds.

L'un des défauts que l'on rencontre le plus souvent dans les anciens ponts suspendus est, en effet, l'extrême légèreté de leur tablier, qui les rend à l'excès sensibles et flexibles, au passage des surcharges roulantes concentrées.

La hauteur des dalles en ciment armé exécutées jusqu'ici aux ponts : du Bonhomme sur le Blavet, et de Bouchemaine sur la Maine, où dans ce dernier ouvrage la dalle est continue sur toute la travée, est de 0^m,08, et le dallage en pavés d'asphalte avec le lit de ciment est de 0^m,050, toutefois l'écartement entre les pièces du pont est de 1^m,25.

Le calcul de ces dalles en ciment armé est fait en suivant la circulaire ministérielle du 20 octobre 1906 ¹, et la section des armatures est variable, suivant l'importance de la surcharge voyageuse maxima qu'il y a lieu d'envisager, pour le pont dont il s'agit.

Le pont suspendu, actuellement en construction à Constantine, qui a 164^m,30 de portée en une seule travée,

¹ Dans les notes annexes (t. II) nous résumons de cette circulaire tout ce qui concerne les dalles en ciment armé.

a également son tablier constitué avec une chaussée en ciment armé recouvert d'un dallage en pavés d'asphalte comprimé.

Cette innovation est due à la Maison F. Arnodin qui a construit, d'ailleurs, les trois ouvrages précités.

Il est bon de remarquer que cette dalle, en ciment armé, pourra être calculée pour des espacements de pièces de pont supérieurs à $1^m,25$, ce qui pourra présenter, dans certains cas, une notable économie.

Constitution du tablier des ponts suspendus modernes. — Dans les ponts suspendus que l'on construit actuellement, le tablier comprend en général :

1° Des pièces de pont qui, suivant la largeur du tablier, peuvent être des doubles tés I, des pièces de pont armées dont on parlera plus loin, des pièces de pont constituées par des poutres à treillis ou à âme pleine, et même en solides d'égale résistance ;

2° De longrines de trottoir composées de poutres à treillis d'environ $0^m,32$ de hauteur ;

3° D'une sous-longrine axiale sous les pièces de pont, et destinée à faciliter la répartition du poids d'une surcharge concentrée sur les pièces de pont voisines de celle qui est surchargée ; cette répartition s'effectue déjà, grâce à la dalle en ciment armé et aux poutres de rigidité ;

4° D'une dalle en ciment armé recouverte de pavés d'asphalte comprimé, formant la chaussée ;

5° De poutres de rigidité formant garde-corps ;

6° De trottoirs en tôle striée, qui sont fixés d'une part, sur les cornières des longrines de trottoirs, et d'autre part sur des Γ qui font corps avec les montants des poutres de rigidité.

Cette disposition générale du tablier des ponts suspendus, peut être modifiée, et une infinité d'autres dispositions peuvent être adoptées ; chacune d'elles correspond au rôle spécial que le tablier doit remplir, selon qu'il s'agit d'un pont pour véhicules légers ou lourds, ou encore d'un train d'épreuve pour chemin de fer départemental ou autre.

Pièces de pont. — Les pièces de pont ou poutrelles des ponts suspendus étaient, comme nous l'avons mentionné plus haut, anciennement en bois, actuellement on les exécute en métal. Suivant la largeur du tablier, ces pièces de pont sont tantôt en double té pour les faibles largeurs, tantôt en pièces de pont armées ou en poutres à treillis ou en solide d'égale résistance, pour des portées supérieures à 5 mètres entre les tiges de suspension.

C'est pour la reconstruction des ponts de Chalonne, et des Rosiers, sur la Loire, que les poutrelles armées, en acier, ont été étudiées, d'après les indications de M. Alard, Ingénieur en chef des ponts et chaussées. Ces pièces de pont se composent d'une barre d'acier cintrée aod' (fig. 60), dont la convexité est tournée vers le haut, supportant le plancher, et sous-tendue par des tirants en acier rond c . Les tirants et la barre forment un trapèze très aplati, les poinçons db , dc sont en acier et s'articulent aux points d , (d'). Les sections des éléments se déterminent suivant les surcharges maxima imposées.

M. Arnodin a employé ultérieurement comme tirant sous-tendeur, un câble en fil tordu. La barre supérieure supportant la chaussée, se compose de deux Γ sous-tendus par un câble passant sous les extrémités inférieures des poinçons obliques formés de \perp . A chaque extrémité

le câble s'épanouit dans des culots en fonte qui viennent buter sur une coupe oblique des \square formant membrure supérieure.

Une pareille poutrelle exécutée au pont de Rognonas, pour remplacer les pièces de pont en bois qui existaient dans cet ouvrage avant 1901, aurait pesé 280 kilogrammes, ses éléments étant calculés en vue du passage d'un essieu pesant 11 000 kilogrammes.

La pièce de pont en bois dont on a donné plus haut les dimensions, pesait 340 kilogrammes.

Quant à une pièce de pont constituée en solide d'égale résistance avec une âme pleine et 4 cornières de 70/70/8 et ayant même hauteur que la poutrelle armée, son poids d'exécution eut été de 365 kilogrammes pour la même surcharge.

Cet exemple montre nettement l'avantage au point de vue de la légèreté, de la solution de la poutrelle armée ; cette considération de légèreté est surtout intéressante pour les anciens ponts dans lesquels il y a lieu de soulager le travail des câbles principaux qui sont en majeure partie en fils de fer.

Poutre armée à une seule contre fiche. — Considérons une poutre armée aoa' (fig. 58), si en son milieu on met une contre fiche ob et si on réunit le point b aux deux extrémités a et a' de la poutre, soit avec un câble c , soit avec des tirants en acier, on aura la poutrelle ou pièce de pont armée la plus simple.

Les différents éléments de cette poutrelle sont supposés articulés sans frottement en a , o , b , a' . Cette poutrelle peut être considérée comme ayant trois appuis a , o , a' . Or, dans l'étude des poutres ayant n appuis, on trouve

que dans le cas de deux travées égales soumises à l'action d'une charge uniformément répartie de p kilogrammes par mètre courant, la réaction en ce point o est :

$$e_0 = \frac{5}{8} \cdot p \cdot l.$$

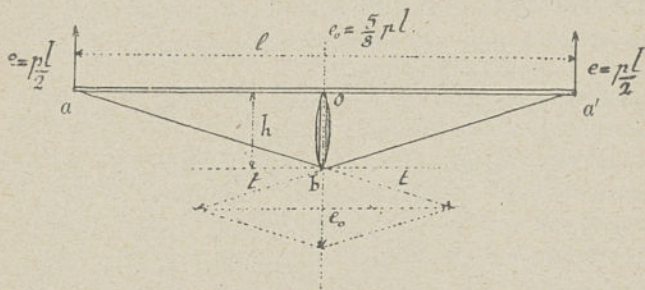


Fig. 58.

Ce sera évidemment la valeur de la compression de la contrefiche ob de hauteur h . Quant à la valeur de la tension t dans les tirants ou câbles $a'b$ (ou ab) elle est égale à :

$$t = \frac{e_0}{2} \sqrt{1 + \frac{l^2}{4h^2}} = \frac{5}{16} p \cdot l \sqrt{1 + \frac{l^2}{4h^2}}.$$

La platebande de cette poutrelle supporte deux efforts :

1° Une compression qui est constante dans toute section comprise entre a et a' et égale à la composante horizontale de la tension t soit

$$c = \frac{e_0 l}{4 \cdot h} = \frac{5}{32} \cdot \frac{p l^2}{h};$$

2° Une flexion qui est due au moment de flexion développé dans cette platebande de la poutrelle entre les points ao (ou $a'o$).

Ce moment de flexion est maximum en o , sa valeur est :

$$\mu = \frac{1}{8} P \left(\frac{l}{2} \right)^2 .$$

Il résulte de là, que si la section de la platebande exprimée en millimètres carrés est ω et si son module de section est $\frac{1}{n}$, le travail maximum τ qui se produira sera égal à :

$$\tau = \frac{5}{32} \frac{p \cdot l^2}{\omega \cdot h} + \frac{pl^2}{32 \cdot \frac{1}{n} \cdot 10^6} = \frac{pl^2}{32} \left[\frac{5}{\omega \cdot h} + \frac{n}{1 \times 10^6} \right] .$$

On a supposé que les charges et surcharges peuvent être regardées comme uniformément réparties, le problème peut se résoudre dans le cas de surcharges concentrées, mais la portée entre les points d'appui est assez faible en général pour qu'on puisse sans erreur bien sensible supposer ces surcharges uniformément réparties.

Poutrelle armée à 2 contrefiches. — La poutrelle

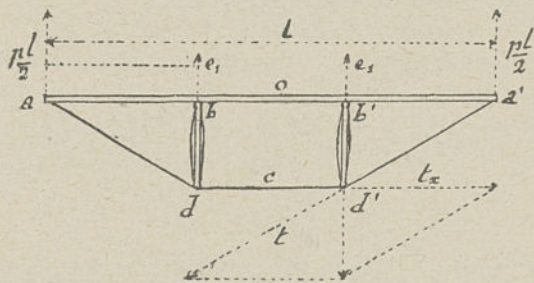


Fig. 59.

armée à deux contrefiches (fig. 59) peut être assimilée à

une poutre à trois travées égales et également chargées. Les points d'appui seront $abb'a'$. L'étude des poutres à travées multiples conduit à la détermination de la valeur des réactions aux deux points d'appui b, b' intermédiaires :

$$e_1 = \frac{11}{30} \cdot p \cdot l.$$

Les contrefiches $bd, b'd'$ sont comprimées de cette valeur e_1 .

Si t est l'effort de tension dans les barres $ad, a'd'$ et t_x l'effort en dd' , on a évidemment :

$$t = \frac{11}{30} p \cdot l \cdot \sqrt{1 + \frac{l^2}{9h^2}}$$

$$t_x = \frac{11}{90} \frac{pl^2}{h}$$

la compression développée dans la platebande supérieure est :

$$c = tx = \frac{11}{90} \cdot \frac{pl^2}{h}.$$

La platebande supérieure subit donc :

1° Une compression égale à c ;

2° Un effort de flexion. Cet effort de flexion est dû au moment fléchissant développé entre les points d'appui par la charge et la surcharge p par mètre courant de la poutre. Or ce moment fléchissant maximum est :

$$\mu = \frac{p}{10} \left(\frac{l}{3}\right)^2 = \frac{pl^2}{90}.$$

Finalement le travail par millimètre carré de section est au total :

$$\tau = \frac{pl^2}{90} \left[\frac{11}{\omega \cdot h} + \frac{n}{1 \times 10^6} \right].$$

Poutrelle armée à 4 contre fiches. — Considérons le cas plus généralement adopté des poutrelles armées possédant six points d'appui équidistants, c'est-à-dire dans lesquels on a quatre contrefiches (fig. 60).

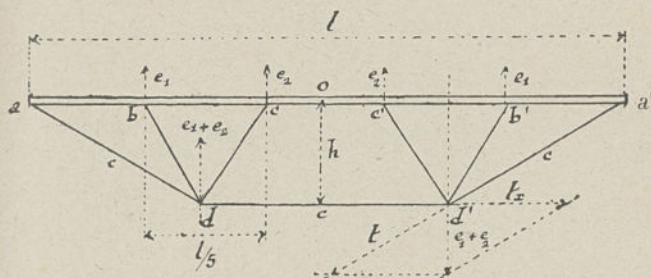


Fig. 60.

On trouve, en ayant recours à la théorie générale des poutres à section constante et à cinq travées successives égales, les valeurs suivantes pour les réactions des appuis b, c :

$$e_1 = \frac{23}{38} \cdot p \cdot l$$

$$e_2 = \frac{18}{38} \cdot p \cdot l.$$

En conséquence on en déduit que les points d (ou d') subissent des réactions égales à

$$e_1 + e_2 = \frac{41}{38} p \cdot l.$$

Il résulte de là que la tension t dans le câble ad (ou $a'd'$) est

$$= (e_1 + e_2) \sqrt{1 + \left(\frac{l}{h} \frac{3}{10}\right)^2} = \frac{41}{38} p \cdot l \sqrt{1 + \left(\frac{3l}{10h}\right)^2}.$$

Quant à la tension horizontale dans dl' elle est :

$$t_x = (e_1 + e_2) \frac{3 \cdot l}{10 \cdot h} = \frac{123}{380} \frac{pl^2}{h}$$

La platebande supérieure subit donc :

1° L'effort de compression constant de a en a' égal à :

$$\frac{123}{380} \frac{pl^2}{h} ;$$

2° L'effort de flexion dû au maximum du moment de flexion qui se produit dans la section d (ou d')

$$\mu = 0,1057 p \cdot l^2.$$

Le travail est donc au maximum dans cette platebande de :

$$\tau = pl^2 \left[\frac{0,3236}{\omega \cdot h} + \frac{0,1057}{10^6 \frac{I}{n}} \right].$$

Comme précédemment p représente le poids permanent et la surcharge par mètre courant.

Pièce de pont en solide d'égale résistance. —

Considérons une poutrelle en solide d'égale résistance formée d'une âme pleine et de quatre cornières; cette poutrelle supporte d'abord le poids mort du tablier, non compris la suspension, soit p ce poids par mètre courant de poutrelle.

Ce poids est réparti en somme sur toute sa longueur sauf sur deux tronçons d'égale étendue aboutissant à chaque appui (fig. 61) qui représentent les trottoirs.

La courbe représentative du moment de flexion est $\alpha\gamma\delta'\gamma'a'$, on a donc :

$$\mu_\gamma = p \cdot \frac{x_1 \cdot x_2}{2} \quad \mu_0 = p \cdot \frac{x_2^2}{8}$$

Supposons que la surcharge soit représentée par le croisement sur la poutrelle de deux essieux de n tonnes chacun, la moitié de la charge étant portée par la poutrelle elle-même, l'autre moitié étant portée par les poutrelles qui encadrent celle-ci. La poutrelle peut être assimilée à une poutre chargée de 4 poids $P = \frac{n}{4}$ chacun, situés deux à deux à égale distance des appuis.

On a pour les valeurs des moments de flexion aux points d'application des surcharges concentrées β, λ

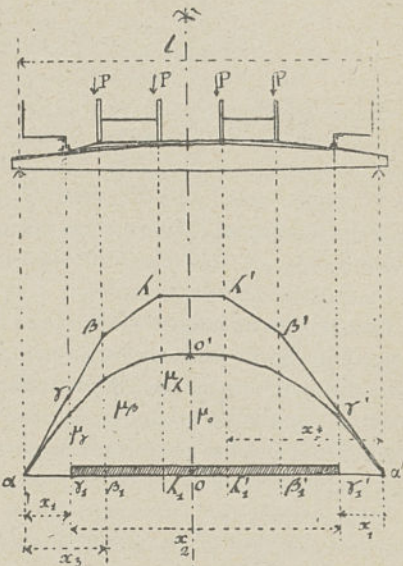


Fig. 61.

$$\mu_\beta = \frac{n}{2} \cdot x_3$$

$$\mu_\lambda = \frac{n}{4} (x_3 + x_1).$$

Les points o et λ_1 , lorsqu'il s'agit d'un tablier pour pont-route, sont distants entre eux de $0^m,25$, on peut donc en péchant par excès prendre pour la valeur du moment de flexion maximum maximorum :

$$P \frac{x_2^2}{8} + \frac{n}{4} (x_3 + x_1).$$

Si $\frac{I}{V}$ est le module de section de la poutre, dans sa section centrale, le travail est au maximum de :

$$\tau = \frac{V}{I} \left[p \frac{x_2^2}{8} + \frac{n}{4} (x_3 + x_4) \right].$$

Quant à l'effort tranchant il est égal à :

$$E = p \cdot \frac{l}{2} + \frac{n}{4}$$

dans la section de la poutre au droit d'une tige de suspension.

Longrines axiales et longrines de trottoirs. — Les longrines de trottoir et les longrines axiales ont surtout pour but dans un tablier de pont suspendu de donner une certaine rigidité au tablier et de coopérer ainsi à la répartition d'une surcharge concentrée sur plusieurs poutrelles, tout en supportant les trottoirs.

Il est évident que cette répartition est variable : d'une part avec la rigidité du tablier, d'autre part avec la constitution de la chaussée.

Dans les anciens ponts suspendus avec tablier en bois, on a trouvé expérimentalement que dans les ponts de type courant à grande flexibilité et dont la chaussée était constituée par des madriers portant sur plusieurs poutrelles, toute surcharge concentrée sur l'une d'elles pouvait être regardée, à peu de choses près, comme portée par cette pièce de pont et les deux qui l'encadrent.

Il est inutile de dire que cette règle peut s'adapter à des ponts d'un type donné, mais qu'elle est évidemment inacceptable pour tout pont suspendu qui diffère de ce

type, la flexibilité des câbles et par suite du tablier intervenant dans cette répartition d'une surcharge concentrée sur les poutrelles voisines de celle sur laquelle repose ladite surcharge.

§ 12. — ACTION DU VENT

Généralités. — Le vent est susceptible d'exercer sur les ponts des efforts considérables, qui ont amené la destruction de bien des ouvrages dans le calcul desquels on ne s'était pas suffisamment préoccupé de cette cause perturbatrice, dont l'action essentiellement variable et temporaire peut atteindre à certains moments une intensité des plus dangereuses. C'est ainsi que le vent a amené la chute du pont de Dundee, sur le golfe de Tay, en Ecosse. A la suite de cet accident retentissant, qui amena la mort d'environ quatre-vingts personnes, un comité institué par le gouvernement anglais présenta un rapport relatif à l'évaluation de l'effort exercé par le vent sur les ponts métalliques.

Nous avons extrait de la *Revue Générale des Chemins de fer* les conclusions de ce rapport, qui fournissent sur cette question des renseignements intéressants et pouvant servir d'indications générales dans la pratique :

« 1° Il faut admettre dans le calcul des ponts et viaducs
« de chemins de fer une pression maxima du vent de
« $273^{\text{kg}},43$ par mètre carré.

« 2° Si le pont ou le viaduc est formé de poutres plei-
« nes dont la hauteur est égale ou supérieure à celle des
« trains qui franchissent le pont, on supposera la pression
« de $273^{\text{kg}},43$ par mètre carré appliquée sur toute la sur-
« face verticale de l'une des poutres seulement, mais si la

« hauteur du train surpasse celle des poutres on devra
 « supposer la pression de $273^{\text{kg}},43$ appliquée à toute la
 « surface verticale depuis le bas des poutres jusqu'au haut
 « du train à son passage sur le pont.

« 3° Si les poutres sont à treillis, on calculera la pres-
 « sion sur la poutre exposée au vent en lui appliquant la
 « pression de $273^{\text{kg}},43$ par mètre carré, comme si la
 « poutre était pleine, depuis le niveau des rails jusqu'au
 « haut du train, puis en y ajoutant une pression de
 « $273^{\text{kg}},43$ par chaque mètre carré de la surface verticale
 « réelle des poutres au-dessous du niveau des rails ou
 « dépassant le haut du train.

« La pression sur la poutre non exposée directement
 « au vent se calculera en supposant que le vent exerce,
 « sur la portion de la surface de cette poutre inférieure au
 « niveau des rails ou dépassant le haut du train, une
 « pression :

« a) De $136^{\text{kg}},72$ par mètre carré, si le treillis ne cou-
 « vre pas plus des $\frac{2}{3}$ de l'aire de la poutre ;

« b) De $205^{\text{kg}},07$ par mètre carré, si la surface du
 « treillis couvre entre les $\frac{2}{3}$ et les $\frac{3}{4}$ de l'aire de la poutre ;

« c) De $273^{\text{kg}},43$ par mètre carré, si la surface du
 « treillis couvre les $\frac{3}{4}$ au moins de l'aire de la poutre ;

« 4° La pression du vent contre les arches et les piles
 « des ouvrages d'art devra être calculée autant que pos-
 « sible d'après les règles précédentes ;

« 5° Afin d'assurer aux ponts et aux viaducs un coeffi-
 « cient de sécurité suffisante contre les effets du vent, il
 « faudra donner à ces ouvrages une solidité assez grande
 « pour supporter une pression *quadruple* de celle qui est

« prévue par les règles précédentes ; dans le cas où la ten-
« dance du vent à renverser les ouvrages est combattue
« par leur pesanteur, un coefficient de sécurité égal à
« deux suffira. »

En réalité, l'action du vent sur un ouvrage métallique est beaucoup plus complexe, d'abord dès que l'ouvrage atteint des proportions importantes, l'effort du vent ne se traduit pas, comme on le prévoit toujours dans les calculs, par une pression horizontale constante et uniformément répartie sur toute la surface au vent de l'ouvrage. Des expériences nombreuses ont démontré d'une part que la pression du vent pouvait atteindre une force donnée sur une fraction de la longueur d'un pont important alors que par suite des remous l'autre fraction pouvait être soumise à une dépression ; d'autre part la pression peut atteindre une valeur donnée sur deux mètres ou plus de hauteur et au-dessus la pression peut être ou plus faible ou plus forte.

Dans ces conditions, l'effet pratique exercé par le vent sur un pont peut différer sérieusement avec l'hypothèse qui sert de base aux calculs de stabilité de l'ouvrage soumis à l'action du vent ; au lieu d'une pression uniformément répartie l'ouvrage subit des pressions partiellement réparties, ce qui peut augmenter les efforts dans ses éléments.

Principes généraux sur les lois de la pression exercée par le vent sur les surfaces frappées. —

Les lois de l'action de l'air sur les corps qui s'opposent à son déplacement sont très compliquées, elles ne sont pas absolument connues, mais on en sait assez pour en tirer un parti utile. Il y a dans cette question un grand nombre

de variables différentes ; les principales sont les suivantes :

La première est le poids spécifique de l'air ; on sait que ce poids varie suivant les conditions de température ou de pression barométrique ; il y a des variations météorologiques qui sont dues simplement aux changements de temps ; mais il y a aussi des variations de pression avec l'altitude ; au fur et à mesure qu'on s'élève, l'air devient plus léger. Il y a donc lieu de tenir compte du poids spécifique de l'air au point de vue de la pression qu'il exerce sur les surfaces plus élevées.

La deuxième variable est la vitesse de l'air.

Le troisième facteur qui intervient : c'est la forme extérieure du corps soumis à l'action de l'air.

Enfin le quatrième a trait aux dimensions du corps.

La variation de la pression de l'air sur une surface avec sa vitesse de translation est la question la plus importante, si on désigne par p la pression et v sa vitesse, on a, en développant en série la fonction qui relie ces deux variables, une relation de la forme :

$$p = \alpha + \beta v + \gamma v^2 + \delta v^3 + \lambda v^4 + \dots$$

La loi réelle doit se présenter sous cette forme, mais si on examine la valeur de chaque coefficient, voici ce qu'on trouve pratiquement : d'abord, on peut biffer le premier terme constant α , il est égal à zéro ; c'est d'ailleurs évident puisque la définition d'un fluide gazeux en équilibre, c'est-à-dire non animé d'un mouvement de translation, conduit à admettre qu'il exerce sur toute la surface du corps solide des pressions égales et contraires qui se font équilibre.

Quant au terme β , on a fait des expériences d'où il

semble résulter qu'il est assez faible pour être négligeable.

Quant au terme γv^2 , son coefficient γ est prépondérant, c'est lui qui a la plus grande importance.

Pour le terme δv^3 le coefficient δ est très faible ; si bien que l'influence de ce terme n'intervient que lorsqu'on arrive à des vitesses considérables. Les termes suivants ont des coefficients plus faibles encore.

La loi du carré de la vitesse a été vérifiée jusqu'à des vitesses de 40 à 50 mètres et même davantage, non seulement on la trouve toujours applicable, mais elle n'a pas fléchi d'une manière suffisante pour faire voir que la courbe dût changer ; elle se maintient d'une façon permanente et c'est certainement une des choses que l'on peut admettre sans erreur : *la proportionnalité de la pression de l'air sur une surface avec le carré de sa vitesse de translation.*

Cette loi peut être admise comme un axiome ; comme démonstration pratique on peut citer que grâce à elle on explique facilement de nos jours les phénomènes qui se passent en aviation, la sustentation aéroplane et la dépense de travail nécessaire pour faire progresser un navire aérien, et bien d'autres phénomènes encore. Il n'y a même pas à chercher d'autres démonstrations expérimentales directes, et quand bien même cette loi ne serait pas d'une rigueur mathématique, elle est suffisamment approchée pour la pratique.

Le troisième facteur qui modifie notablement la pression qu'une même surface subit de la part du vent, c'est *la forme du corps*. Ceci est extrêmement compliqué. Etant donné les directions prises par les filets gazeux qui ont frappé un corps de forme déterminée et les remous qui en

résultent, il est impossible de voir et prévoir ce qui se passe. L'expérience seule montre qu'à chaque forme de solide, un filet gazeux se déplaçant avec une vitesse donnée, exerce une pression qui dépend d'un coefficient caractéristique de sa forme. Ainsi une sphère subira une certaine pression, un plan de même dimension subira une pression plus grande, et un corps allongé comme un cigare de même dimension, comme section normale au déplacement des filets gazeux, subira une pression beaucoup moindre.

Comme quatrième élément variable, il y a les dimensions géométriques du corps.

Quand on considère un solide de forme donnée s'il reçoit une pression p_1 pour une vitesse v_1 de l'air, on peut se demander si un autre solide de même forme mais de surface double recevra une pression $2p_1$ pour cette même vitesse v_1 .

On admet que cette pression est proportionnelle à la surface mesurée perpendiculairement à la direction du vent. On sait que ce n'est pas exact, mais comme on ne sait pas au juste quelle correction il faudrait apporter, on se contente de cette approximation. On pêche toutefois par excès de sécurité en admettant cette hypothèse.

Il est certain que si nous prenons, par exemple, un disque de 0^m,10 de diamètre, et que nous mesurons la pression qu'il reçoit pour un vent d'un mètre par seconde; et, d'autre part, si nous prenons un disque qui aura 10 mètres de diamètre, il serait bien téméraire de prétendre que les pressions reçues par ces disques sont proportionnelles rigoureusement à leurs surfaces. Evidemment la proportionnalité n'est pas exacte. Supposons que ce disque soit placé perpendiculairement à la direction du

vent, les molécules d'air qui arrivent vers le milieu sont obligées de s'arrêter et de chercher un chemin assez compliqué pour s'échapper, mais celles qui arrivent sur le bord s'échappent facilement. Or, quand un disque est petit, les bords occupent une place considérable par rapport à l'ensemble et une grande partie des molécules d'air en mouvement arrive à fuir par les bords ; quand, au contraire, on a un grand disque, le bord joue un rôle relativement beaucoup moins important et il y aura certainement, à proportion, une plus grande masse de molécules qui se trouvera emprisonnée et qui agira normalement pour faire pression sur la surface.

Il y a donc tout lieu de croire que la pression de l'air ne varie pas d'une manière exactement proportionnelle aux surfaces, mais on est si ignorant dans ces choses, qu'on ne sait même pas si la pression est plus grande pour les petites surfaces, à proportion, que pour les grandes. Il y a des gens qui prétendent que plus il y a de périmètre en proportion de la surface, plus la pression supportée est considérable, ils s'appuient sur ce fait que les remous des molécules d'air en mouvement produisent une dépression en arrière de la surface frappée en avant, ce qui a pour conséquence d'augmenter ladite pression en avant.

D'autres prétendent que les grandes surfaces au contraire subissent des pressions plus fortes. Les expériences jusqu'ici sont contradictoires ; si on arrivait à les faire d'une façon plus précise, plus exacte, on parviendrait certainement à éclairer ce point.

Actuellement, *faute de mieux*, on admet que la pression supportée par des corps géométriquement semblables est proportionnelle à leur surface.

Nous arrivons donc à ces quatre lois :

La pression du vent est proportionnelle au poids spécifique de l'air, au carré de sa vitesse de translation, elle varie d'une manière quelconque suivant les formes des corps frappés, chacune d'elles étant caractérisée par un coefficient spécial, et enfin, elle varie proportionnellement à la surface transversale.

Cette loi peut se résumer par la formule :

$$p = K.s.v^2$$

dans laquelle p est la pression exprimée en kilogrammes, K un coefficient numérique caractéristique de la forme, s la surface transversale au vent exprimée en mètres carrés, et v la vitesse du vent exprimée en mètres par seconde.

Pour définir ce coefficient K , supposons que la section s soit égale à un mètre carré et que le corps soit frappé par un vent ayant une vitesse d'un mètre par seconde ; la pression sera alors numériquement égale à ce coefficient qui est une caractéristique de la forme du solide. Pour un plan normal à la direction du vent, ce coefficient est d'environ 0,075 ; cela veut dire que, lorsqu'un plan d'un mètre carré est frappé par un vent d'un mètre par seconde il reçoit une pression de 0^{kg},075, par une température de 15° et la pression atmosphérique étant de 760 millimètres.

Dans la formule précédente, le coefficient K contient en lui-même le poids spécifique de l'air, c'est-à-dire qu'il est calculé pour des conditions normales de température et de pression : 15° et 760 millimètres. Lorsque ces conditions changent, il faut augmenter ou diminuer le coefficient, de manière à tenir compte de la variation du poids de l'air.

Les variations météorologiques de pression ne sont pas négligeables, elles peuvent faire varier le poids de l'air

d'environ un tiers de sa valeur ; ce n'est pas rien, c'est à dire qu'entre une très forte pression par un grand froid d'hiver, et une très faible pression par une grande chaleur d'été, on peut avoir une diminution dans le rapport de 4 à 3 pour la valeur de la pression d'un vent de même vitesse.

Il nous a paru utile de donner ici les principes généraux des lois relatives aux pressions exercées par l'air en mouvement sur les corps solides, car en appliquant les règles mentionnées plus haut pour le calcul de la stabilité d'un ouvrage métallique soumis à l'action du vent, il est rationnel de connaître jusqu'à quel point ces règles sont basées sur des lois plus ou moins rigoureuses et vérifiées expérimentalement.

Dans tout ce qui précède, on a considéré un vent soufflant normalement à une surface ; considérons le cas où le vent frappe la surface sous une incidence i .

La pression sera dans ce cas exprimée par la relation :

$$p = K.s.v^2f(i)$$

$f(i)$ étant une fonction de l'angle i qui ne peut être déterminée que par l'expérience, tant est grande notre ignorance sur la façon dont se comportent les filets gazeux après avoir frappé une surface.

Borda et Cayley, après certaines expériences, avaient pressenti que cette fonction devait être de la forme

$$f(i) = \lambda \sin i,$$

λ étant une fonction de i , de valeur finie pour les faibles inclinaisons.

Pour les plans carrés, les deux formules les plus justement employées sont les suivantes :

$$\lambda = \frac{2}{1 + \sin^2 i} \quad (\text{Duchemin})$$

$$\lambda = a - (a - 1) \sin^2 i \quad (\text{Renard})$$

a étant un nombre plus grand que 1 et probablement égal à 2.

Dans le cas d'une surface rectangulaire, la formule qui donne la valeur de λ , est celle de M. Soreau elle comprend comme cas particulier la loi du colonel Duchemin :

$$\lambda = 1 + \frac{1 - m \operatorname{tg} i}{(1 + m)^2 + \frac{2m}{1 + m} \operatorname{tg} i + 2 \operatorname{tg}^2 i} \quad (\text{Soreau})$$

m est le rapport $\frac{l - h}{l + h}$ par lequel on caractérise l'allongement de la surface du rectangle, $2h$ est la dimension du rectangle dans le lit du vent, c'est-à-dire suivant la ligne de plus grande pente, et $2l$ la dimension perpendiculaire au lit du vent.

On a vu précédemment que si le vent frappe normalement une surface s la pression qu'elle supporte est :

$$p = K.s.v^2$$

pour une surface plane, on admet $K = 0,075$. Avec ce coefficient, on obtient le tableau suivant donnant la pression pour l'intensité des vents désignés par les marins, principalement, avec des qualificatifs déterminés :

	Vitesse v par seconde	Pression par mètre carré
	mètres	kilogrammes
Vent modéré	2,5	0,47
» frais	4,7	1,66
» fort	7,0	3,67
» violent	15,0	16,87
Tempête	30,0	67,50
Ouragan	40,0	120,00

Les vitesses du vent qui correspondraient aux pressions de 170 kilogrammes et 270 kilogrammes par mètre carré de surface frappée normalement et déduites de la formule précédente

$$v = \sqrt{\frac{p}{0,075.s}}$$

sont 47^m,50 et 60 mètres.

Contreventement. — Les poutres de tous les systèmes de pont, telles qu'on les construit, ne sont pas aptes à résister aux actions latérales de flexion ou de torsion développées par l'action d'un vent violent soufflant transversalement à ces poutres. Il convient donc de recourir à un dispositif *complémentaire* dit de *contreventement*, qui a pour rôle de solidariser les poutres maîtresses du pont, en nombre égal ou supérieur à deux, de façon à en former une ossature unique capable de résister, sans travail important ni déformation transversale sensible, aux actions latérales que l'ouvrage est exposé à subir.

Il y a lieu de distinguer le *contreventement vertical ou transversal*, dont la fonction est de soustraire les poutres maîtresses aux effets du couple de torsion, et le *contreventement horizontal ou longitudinal*, qui s'oppose à la flexion latérale.

Considérons, en effet, l'action du vent sur un pont composé de deux poutres A, B (fig. 62) et chargé d'une file de voitures par exemple. Le centre de gravité de la pression p du vent par mètre courant sur la poutre A, est à une hauteur h au dessus du plancher du tablier, la pression p' sur les véhicules par mètre courant a son centre de gravité à une hauteur h' , la poutre arrière B est

soumise à une pression p'' à une hauteur h'' au-dessus du plancher.

Or, tout se passe comme si l'ensemble du tablier était soumis à un couple de torsion résultant des trois couples (ph) , $(p'h')$, $(p''h'')$ et à une flexion latérale dans les membrures inférieures due à la résultante :

$$p + p' + p''$$

de l'action du vent, par mètre courant du tablier.

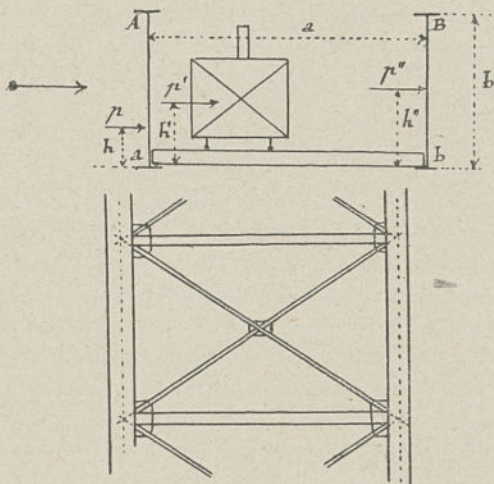


Fig. 62.

Le plus généralement on suppose que les pressions p , p' , p'' sont uniformément réparties sur tout l'ensemble du tablier bien qu'en réalité elles peuvent varier avec la section transversale que l'on considère. Cette simplification est presque toujours suffisamment approchée, du

moins pour les poutres de hauteur constante. Dans ce qui suit nous les supposerons variables.

Calcul du contreventement longitudinal. — Nous allons calculer dans ce qui suit le contreventement des poutres comme si ces poutres étaient séparées des câbles et nous montrerons plus loin en tenant compte de l'action de la pesanteur antagoniste de celle du vent, les corrections à apporter aux efforts calculés par l'hypothèse précédente. L'avantage important, que procure le système stable des ponts suspendus sur les autres systèmes, en découlera.

La poussée horizontale doit être reportée par les poutres sur les appuis. Comme les poutres maîtresses sont inaptées à résister à la flexion latérale, il est indispensable de constituer pour cet objet une poutre horizontale ayant pour membrures les platebandes inférieures a , b des poutres principales et pour montants comprimés les pièces de pont ab . On complète la triangulation Pratt au moyen de barres horizontales obliques dirigées suivant les diagonales des panneaux rectangulaires entre poutrelles. Comme la direction du vent peut changer de sens, l'effort tranchant de la poutre horizontale sera tantôt positif et tantôt négatif : il convient donc de doubler les tirants par des contre-tirants, ce qui revient à intercaler une croix de Saint-André entre deux pièces de pont consécutives.

On peut toutefois faire l'économie de ces tirants et contre-tirants si la couverture du tablier (tôles plates ou embouties, voûtes en briques, dalles en ciment armé...) lui permet de faire office d'âme pleine entre les membrures ; ou bien si les poutrelles sont assez rapprochées et présentent une rigidité transversale suffisante pour constituer

avec les membrures une poutre à arcades de solidité convenable du genre des poutres Vierendeel qui sont totalement dépourvues de croisillons.

La poutre horizontale de contreventement se calculera au moyen des formules simples suivantes :

$$m = \frac{2d-x_0}{2d} \int_0^{x_0} (p+p'+p'')x \cdot dx + \frac{x_0}{2d} \int_{x_0}^{2d} (p+p'+p'')(2d-x) dx.$$

$$X = - \int_0^{x_0} (p+p'+p'') \frac{x dx}{2d} + \int_{x_0}^{2d} (p+p'+p'') \frac{(2d-x) dx}{2d},$$

qui donnent le moment de flexion et l'effort tranchant développés dans la section x_0 quand le vent souffle horizontalement et qu'on ne tient pas compte de l'action antagoniste de la pesanteur.

Charge équivalente à la torsion. — Les réactions horizontales des culées sont dans le plan de la poutre horizontale ab qui ne contient pas les poussées p , p' et p'' . Par conséquent, l'ouvrage est soumis à un couple de torsion décroissant depuis la section d'appui, où il est maximum, jusqu'à la section médiane, où il s'annule.

On peut simplement par exemple en prenant les moments par rapport au point b , voir que la poutre Aa par l'effet du vent est soulagée par mètre courant d'un poids égal à :

$$\zeta = \frac{ph + p'h' + p''h''}{a},$$

de même la poutre Bb sous le vent est au contraire surchargée par mètre courant d'un poids ζ , égal au précédent.

On devra donc établir les épures de stabilité relatives à

cette surcharge supplémentaire ϵ . On vérifiera après la stabilité du pont en ajoutant au travail τ développé dans les éléments par les charges verticales effectives, le travail τ' , correspondant à cette charge ϵ . Le total devra être augmenté pour les membrures inférieures seulement, du travail τ'' déterminé par la poussée horizontale $p + p' + p''$, on a :

$$\tau' = \frac{m}{\Omega a} \quad \text{et} \quad \tau'' = \frac{m'}{\Omega \cdot b}$$

Ω étant la section d'une membrure, m' le moment de flexion dû à la surcharge ϵ .

Déformation élastique. — La déformation par fléchissement horizontal de la poutre de contreventement longitudinal se calcule par l'équation :

$$Z = \int_0^{x_0} \frac{m(x_0 - x) dx}{E \cdot I}$$

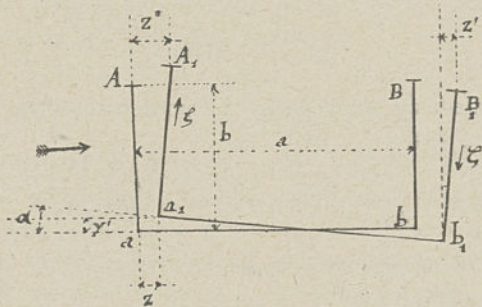


Fig. 63.

(fig. 63). Le déversement du tablier dû à la charge ϵ ,

qui vient s'ajouter au poids porté par une poutre Bb et s'en retranche pour l'autre Aa est mesuré par l'angle

$$\alpha = \frac{2Y'}{a},$$

ou Y' est le déplacement vertical dû à la charge équivalente s . La membrure supérieure éprouve, du fait de ce déversement, un déplacement horizontal supplémentaire Z' qui a pour expression

$$Z' = b \operatorname{tg} \alpha = \frac{2b}{a} Y'.$$

Considérons à titre d'exemple un pont dont les poutres, à section constante, seraient sollicitées par des poussées $p + p' + p''$ uniformément réparties suivant l'ouverture, et appliquées au milieu de la hauteur b :

$$h = h' = h'' = \frac{b}{2}.$$

Le déplacement horizontal Z de la membrure inférieure, dans la section médiane, aura pour expression :

$$Z = \frac{5}{384} \cdot \frac{(p + p' + p'')(2d)^4}{E \cdot \Omega \frac{a^2}{2}}.$$

La valeur du déplacement Y' , pour cette même section médiane, sera :

$$\frac{5}{384} \times \frac{s(2d)^4}{E\Omega \frac{b^2}{2}} = \frac{5}{384} \cdot \frac{b}{2a} \cdot \frac{(p + p' + p'')(2d)^4}{E \cdot \Omega \frac{b^2}{2}}.$$

Par conséquent le déplacement latéral Z'' de la membrure supérieure sera :

$$Z'' = Z + Z' = Z + \frac{2b}{a} \cdot \frac{5}{384} \cdot \frac{b}{2a} \cdot \frac{(p + p' + p'')(2d)^4}{E\Omega \cdot \frac{b^2}{2}} = 2Z.$$

il est double du déplacement latéral Z de la membrure inférieure.

Contreventement transversal. — La poutre verticale Aa (fig. 64) sur laquelle s'exerce la poussée horizontale p est maintenue par la pièce de pont ab , sur laquelle elle est encastrée. La charge latérale p est transmise à la

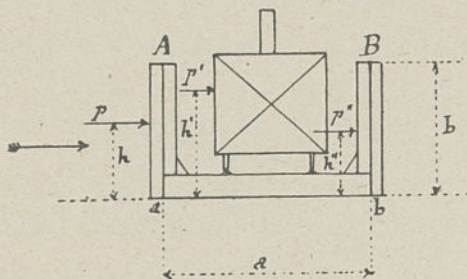


Fig. 64.

poutre longitudinale de contreventement par l'âme Aa fonctionnant comme une console verticale, qui est soumise de ce chef à un effort tranchant :

$$p \frac{(b - y)}{b},$$

et à un moment de flexion $p \cdot \frac{h(b - y)^2}{b^2}$, la distance verticale y étant mesurée à partir de la membrure inférieure a . Si l'âme n'était formée que d'une tôle mince, elle serait incapable de résister à la flexion ; il faut donc la consolider par une nervure verticale, ou gousset, que l'on rive à sa base sur la pièce de pont.

Dans les poutres triangulées, le gousset est suppléé par la pièce comprimée verticale (système Pratt) ou

oblique (système Warren), qui vient s'assembler sur la poutrelle. Celle-ci, qui joue le rôle de barre comprimée de triangulation dans la poutre horizontale de contreventement et supporte de ce chef l'effort normal X , constitue en outre un élément essentiel de contreventement transversal. Elle transmet, comme effort tranchant vertical, la charge équivalente $p \cdot \frac{h}{a}$, et est par suite sollicitée par un moment de flexion positif $p \frac{h}{a} (a - x)$ qui varie depuis le maximum $p \cdot h$ dans la section d'attache sur la poutre maîtresse Aa frappée par le vent jusqu'à zéro, au droit de la poutre protégée Bb .

On trouverait de même que la poussée p'' , qui s'exerce de l'intérieur du pont vers l'extérieur sur la poutre protégée Bb , donne lieu :

1° dans le gousset Aa , à un effort tranchant $p'' \frac{(b - y)}{b}$ et à un moment de flexion $p'' h'' \frac{(b - y)^2}{b^2}$;

2° dans la poutrelle à un effort tranchant $\frac{p'' h''}{a}$ et à un moment de flexion

$$+ \frac{p'' h''}{a} (a - x),$$

l'abscisse x est toujours mesurée à partir du point a .

Enfin la poussée p' qui s'exerce sur les véhicules placés sur le tablier, produit sur la poutrelle le même effet qu'un déplacement latéral du poids π du véhicule égal à $\frac{p' h'}{a}$.

Le contreventement transversal en fer à cheval (fig. 65), ne convient pas aux ponts de grande hauteur, parce que

les moments de flexion développés dans les montants et la poutrelle seraient très considérables, et que les déformations correspondantes de ces éléments, ainsi que la déviation angulaire des poutres principales, deviendraient importantes.

Aussi, dès que le gabarit des véhicules permet de relier les membrures supérieures par une entretoise horizontale, on ajoute cette pièce, qui ferme le fer à cheval et complète un cadre rectangulaire rigide

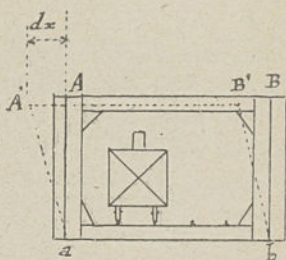


Fig. 65.

(fig. 65). Les moments de flexion maxima, développés dans les éléments du cadre sont réduits au quart de ceux trouvés pour le fer à cheval. Si l'on pose $h = \frac{b}{2}$ on trouve dans ce cas pour la flexion du montant :

$$m = -\frac{p \cdot b}{8} + \frac{p \cdot y(b - y)}{2a}$$

pour la flexion de la poutrelle :

$$m = \frac{p \cdot b(a - 2x)}{8a}$$

Si la hauteur des poutres est très supérieure au gabarit, on relie les montants par une triangulation Pratt, avec tirant et contre-tirant, que l'on arrête à l'entretoise supérieure du cadre rigide conservé pour le passage des véhicules.

Le calcul de la ferme transversale de contreventement s'effectue en la considérant comme une console encastrée en ab , libre en A, B , qui a pour membrures les mon-

tants Aa , Bb , réunis par les mailles de triangulation et par le cadre rigide inférieur (fig. 66).

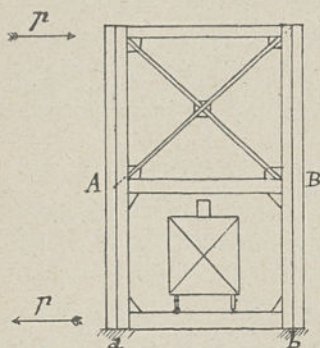


Fig 66.

Dans les ponts à tablier supérieur, il n'y a plus à se préoccuper d'un passage libre pour la circulation. C'est pourquoi on ne fait usage du contreventement en fer à cheval que pour les ouvrages de faible portée. En dehors de ce cas, on relie les poutres par des panneaux triangulés qui, à résistance égale, sont beaucoup moins lourds et moins déformables que le cadre rigide. La ferme de contre-

treventement se calcule toujours comme une console verticale encastrée au niveau horizontal des appuis qui, dans les ponts européens, est le plus souvent le plan des semelles inférieures, tandis que dans les ponts articulés américains, c'est souvent le plan des semelles supérieures.

Il convient de remarquer que, dans ce dernier cas, les distances h , h'' au plan des appuis des poussées p et p'' exercées par le vent sur les poutres du pont doivent être affectées du signe $-$. La charge équivalente au vent a alors pour expression

$$\frac{p'h' - ph - p''h''}{a}$$

Dans certains ponts, les membrures supérieures font une saillie de un ou deux mètres au-dessus du tablier, qui est de la sorte pourvu d'un garde-corps solide et économique. Les poutrelles sont alors reliées aux membrures

supérieures par des goussets; le contreventement transversal s'établit et se calcule au-dessous des poutrelles comme dans le cas du tablier supérieur.

Contreventement longitudinal double, sans contreventement transversal. — Dans un pont à contreventement longitudinal double, il existe deux contreventements; l'un relie les membrures supérieures, l'autre les membrures inférieures des poutres de rive. On constitue ainsi une poutre tubulaire (fig. 67) ABCD apte à résister

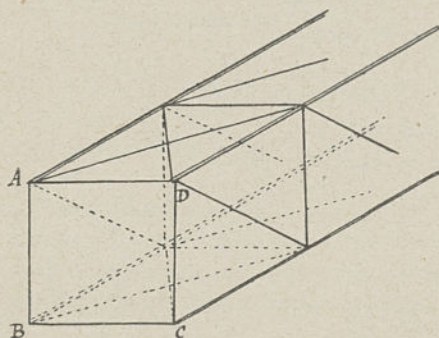


Fig 67.

aussi bien aux charges verticales qu'aux pressions horizontales. Si l'on a Ω comme section d'une membrure, le moment d'inertie d'une poutre verticale est :

$$\Omega \frac{b^2}{2}$$

et celui d'une poutre horizontale $\Omega \frac{a^2}{2}$. La charge équiva-

lente au vent est bien moindre que dans le cas du contreventement longitudinal simple : si l'on pose

$$h = h'' = \frac{b}{2}$$

les pressions h et h'' ne donnent lieu à aucun couple de torsion ; la charge ζ ne dépend plus que de la poussée p' exercée sur les véhicules.

En définitive, le calcul du contreventement est basé sur les charges verticales :

Tablier inférieur (fig. 68).

$$\text{Poutre inférieure } p \left(1 - \frac{h}{b}\right) + p' + p'' \left(1 - \frac{h''}{b}\right)$$

$$\text{Poutre supérieure } p \cdot \frac{h}{b} + p'' \frac{h''}{b}$$

$$\text{Charge verticale équivalente au vent } \left\{ p \left(h - \frac{b}{2}\right) + p'h' + p'' \left(h'' - \frac{b}{2}\right) \right\} \frac{1}{a}$$

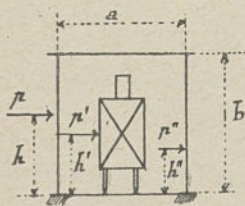


Fig. 68.

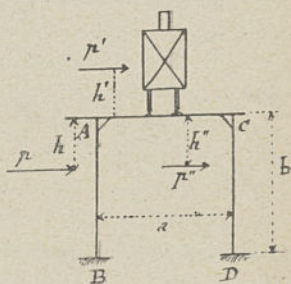


Fig. 69.

Dans le cas envisagé, le contreventement longitudinal double n'est réalisable que si la hauteur b des poutres maîtresses dépasse le minimum exigé par le gabarit de la voie.

Tablier supérieur (fig. 69).

1° Le plan horizontal des appuis passe par les plates-bandes inférieures B et D.

$$\text{Poutre inférieure } p \left(1 - \frac{h}{b}\right) + p'' \left(1 - \frac{h''}{b}\right)$$

$$\text{Poutre supérieure (tablier) } p \frac{h}{b} + p' + \frac{p'' h''}{b}.$$

Charge verticale équivalente au vent $\left\{ p \left(h - \frac{b}{2}\right) + p' h' + p'' \left(h'' - \frac{b}{2}\right) \right\} \frac{1}{a}$.

2° Le plan horizontal des appuis passe par les plates-bandes supérieures A et C.

$$\text{Poutre inférieure } \frac{ph + p'' h''}{b}$$

$$\text{Poutre supérieure (tablier) } p \left(1 - \frac{h}{b}\right) + p' + p'' \left(1 - \frac{h''}{b}\right)$$

$$\text{Charge équivalente au vent } \frac{1}{a} \left\{ p \left(\frac{b}{2} - h\right) + p'' \left(\frac{b}{2} - h''\right) - p' h' \right\}.$$

Déformation élastique. — La moyenne des déplacements latéraux des deux poutres est exactement la moitié du déplacement qu'éprouverait le tablier dans le cas du contreventement longitudinal simple. A supposer que l'on ait : $h = h'' = \frac{b}{2}$, les poussées p et p'' se partageront également entre les deux poutres horizontales. La poussée p' n'agit que sur la poutre faisant corps avec le tablier. Mais comme celle-ci est toujours plus rigide que l'autre parcequ'elle est raidie par la couverture du tablier, on peut admettre que leurs déplacements latéraux respectifs seront à peu près identiques et ne seront pas supérieurs à la moitié du déplacement qui se produirait s'il n'y avait qu'un seul contreventement longitudinal.

Le déversement transversal du tablier qui dépend du

couple de torsion est en général négligeable surtout quand le tablier est dans le plan inférieur et que son poids est important. Si le tablier est à voie supérieure et qu'il ne repose sur ses appuis que par ses membrures inférieures, la hauteur h' étant égale à la moitié de la hauteur des véhicules augmentée de la hauteur b des poutres, le moment $p'h'$ pourrait donner lieu à une charge ζ assez élevée.

Sauf cette réserve, les déplacements latéraux sont dans le cas d'un contreventement double notoirement inférieurs à ceux que l'on obtiendrait avec ce même tablier ayant un contreventement longitudinal unique.

Portiques de butée. — L'une des poutres horizontales de contreventement qui ne repose pas directement sur les culées du pont doit être maintenue à chaque extrémité par une charpente rigide, pylône ou portique de butée, qui exerce sur cette poutre une réaction horizontale p égale à l'effort tranchant produit dans la section extrême par la pression du vent (fig. 65).

Dans le cas de la voie inférieure, si la hauteur des poutres maîtresses n'excède que de très peu le gabarit des véhicules, le portique sera constitué par un cadre rigide $AaBb$. On peut s'assurer de la stabilité du cadre par les formules suivantes :

Entretoise AB ou poutrelle ab :

$$\text{Effort tranchant} = + \frac{p b}{2 a}$$

$$\text{Moment de flexion} = \frac{p b}{4 a} (a - 2x)$$

$$\text{Effort normal} = - \frac{p}{2}$$

Montants Aa ou Bb :

$$\begin{aligned} \text{Effort tranchant} &= \frac{p}{2} \\ \text{Moment de flexion} &= p \frac{(b - 2y)}{b} \\ \text{Effort normal} &= -\frac{pb}{2a} \end{aligned}$$

La déformation élastique du cadre $AaBb$ donne lieu à un déplacement horizontal $d(x)$ des membrures supérieures (fig. 65) déterminé par la relation :

$$d(x) = \frac{pb^2}{24 \cdot E} \left(\frac{a}{I} + \frac{b}{I'} \right)$$

si I et I' représentent respectivement les moments d'inertie de l'entretoise et du montant.

Cette valeur de $d(x)$ qui n'est pas toujours négligeable peut atteindre quelques centimètres. Elle s'ajoute aux déplacements horizontaux dus au fléchissement de la poutre de contreventement et augmente d'autant l'amplitude des oscillations qu'elle éprouve sous l'impulsion du vent agissant par rafales.

Si la hauteur des poutres verticales (fig. 66) est supérieure au gabarit, on surmonte le cadre rigide placé immédiatement au dessus du tablier d'un ou de plusieurs panneaux triangulés, et on calcule le portique comme une console encastree à sa base sur la culée, et sollicitée à son extrémité libre par la force horizontale p .

Dans les ponts à tablier supérieur, les deux montants du portique sont reliés par une triangulation à entretoises comprimées, avec tirants et contre-tirants en croix de Saint-André.

Il est bon de remarquer qu'il ne suffit pas pour assurer la stabilité du portique, de le constituer avec des éléments dans lesquels le travail est faible, il faut surtout que ces

éléments aient des moments d'inertie importants, ce qui dépend de leur constitution.

Quand les poutres ont des extrémités en biseau (fig. 70) disposition fréquente en Amérique, le portique de

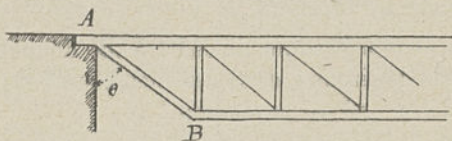


Fig. 70.

butée est par suite situé dans le plan oblique AB incliné d'un angle θ sur la verticale. Les formules précédentes sont également applicables; la rigidité du cadre est moins grande puisque ses éléments augmentent en longueur de

$$1 \text{ à } \frac{1}{\cos \theta}.$$

Contreventement complet. — Ce contreventement est celui qui comprend : deux contreventements longitudinaux et un contreventement transversal. Comme c'est un dispositif à éléments surabondants, il n'est possible de se rendre compte du rôle joué par chacun des éléments qu'en faisant intervenir la déformation des poutres.

Admettons qu'il n'existe qu'un contreventement longitudinal dans le plan horizontal ab (fig. 63) et un contreventement transversal. On a vu que la poussée latérale supportée par la poutre ab est :

$$P = p + p' + p''$$

la charge équivalente :

$$\zeta = \frac{ph + p'h' + p''h''}{a}$$

on peut calculer le déplacement Z subi dans la section centrale du tablier par la membrure A de la poutre AB qui résulte à la fois du fléchissement de la poutre ab et du déversement dû à la charge équivalente.

Si l'on suppose maintenant que le contreventement transversal n'existe pas mais qu'il y a deux poutres horizontales de contreventement AB, ab , la poussée horizontale de la poutre ab sera :

$$P' = p \left(1 - \frac{h}{b} \right) + p' + p'' \left(1 - \frac{h''}{b} \right).$$

Celle de la poutre AB sera :

$$P'' = p \cdot \frac{h}{b} + p'' \frac{h''}{b}.$$

Enfin la charge équivalente sera :

$$\zeta' = \left\{ + p \left(h - \frac{b}{2} \right) + p' h' + p'' \left(h'' - \frac{b}{2} \right) \right\} \frac{1}{a}.$$

On calculera d'après ces dernières données le déplacement Z' subi par la membrure A dans la section centrale du tablier.

Posons :

$$\frac{Z}{Z + Z'} = \lambda$$

on peut admettre que les éléments interviennent de façon : que la poussée latérale supportée par la poutre ab a pour valeur :

$$(1 - \lambda) P + \lambda P'$$

que la poussée latérale relative à la poutre AB a pour valeur :

$$\lambda P''$$

que la charge équivalente transmise par le contreventement transversal est :

$$(1 - \lambda) \zeta + \lambda \zeta'$$

Le déplacement horizontal de la membrure A sera :

$$(1 - \lambda) Z = \lambda Z' = \frac{Z \cdot Z'}{Z + Z'}$$

D'après ce qui précède on serait conduit à conclure que le double contreventement longitudinal est seul efficace, le contreventement transversal étant presque inutile. Il en serait bien ainsi si le contreventement longitudinal avait la rigidité voulue, mais il s'en faut de beaucoup en exécution. Le contreventement transversal vient donc suppléer à son insuffisance. Le calcul précédent suppose que les portiques d'extrémité peuvent résister sans déformation appréciable à la réaction $P'' \frac{d}{2}$ qu'exerce sur eux la poutre horizontale AB à la hauteur b au-dessus de la base d'appui, sans quoi ce n'est plus le contreventement complet qui entre en jeu, mais un contreventement mixte.

Contreventement mixte. — Le contreventement complet résulte de la superposition des deux systèmes de contreventement : longitudinal et transversal qui assurent la résistance des poutres à la poussée du vent. Le contreventement mixte est le dispositif qui consiste à faire alterner les deux systèmes simples, chacun fonctionnant seul dans la portion des poutres où il est établi.

Contreventement spécial pour les ponts suspendus. — L'établissement d'un contreventement par la rigidité même du tablier que nous venons d'étudier est

généralement insuffisant pour les ponts suspendus vu la faible largeur du tablier pour empêcher sa déformation sous la poussée horizontale du vent. Comme on le verra plus loin, le contreventement dans les ponts suspendus n'a pas pour but d'assurer la stabilité de l'ouvrage, puisque l'équilibre est toujours stable, sa fonction consiste à diminuer la flèche des arcs horizontaux que ses membrures de rive décriraient si le contreventement horizontal faisait défaut, et par suite le travail du métal dans ces membrures.

En général, dans les ponts suspendus de grande portée la largeur du tablier est une fraction de la portée qui varie entre $\frac{1}{10}$ et $\frac{1}{20}$.

Ainsi :

Dans le pont de Brooklyn	ce rapport est de	$\frac{1}{19,2}$;
» de Williamsburg	»	$\frac{1}{14}$;
» de Manhattan	»	$\frac{1}{12}$.

Dans les ponts suspendus ordinaires, ce rapport est quelquefois beaucoup plus faible :

Dans le pont d'Aramon ce rapport est de $\frac{1}{50}$ pour une travée de 270 mètres ;

Dans le pont de La Cassagne (système Gisclard) ce rapport est de $\frac{1}{26}$ pour une travée de 156 mètres.

Les différents moyens employés pour contreventer le tablier des ponts suspendus, afin de diminuer sa déformation, consistent à prévoir l'un des dispositifs suivants :

1° Des câbles horizontaux de contreventement ;

- 2° Des haubans obliques sous le tablier ;
 3° Des câbles verticaux de contreventement ou câbles de revers ;
 4° L'inclinaison sur la verticale des tiges de suspension et par suite de la nappe des câbles.

Nous allons passer en revue ces différents procédés, mais le premier moyen seul est efficace pour diminuer dans le sens transversal la déformation du tablier des grands ponts, les trois autres ne sont utiles que pour les ponts légers et présentent bien des inconvénients.

1° *Câbles horizontaux de contreventement.* — Ce contreventement consiste à établir deux câbles horizontaux supportés par le tablier et fixés sur les pièces de pont au moyen de taquets d'arrêt. Le calcul de la section utile à donner à chacun de ces câbles est des plus simples, si π est la poussée horizontale du vent de 270 kilogrammes par mètre courant de tablier

$$\pi = S \times 270 \text{ kilogrammes,}$$

S étant sa surface au vent par mètre courant, le câble aura à supporter une tension totale de :

$$\frac{\pi d^2}{2f} \sqrt{1 + \frac{4f^2}{d^2}}$$

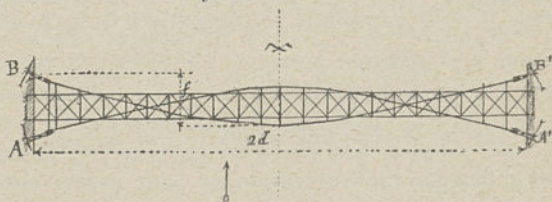


Fig. 71.

Ces câbles sont fixés aux maçonneries des culées aux

points A, A', B, B' au moyen de culots et d'étriers embrassant des organeaux scellés dans la maçonnerie (fig. 71).

Ces câbles horizontaux de contreventement existent notamment au pont de Brooklyn, au pont d'Aramon, sur le Rhône, etc.

2° *Haubans obliques sous le tablier.* — Ces câbles sont fixés d'une part au tablier du pont et d'autre part dans des massifs en maçonnerie ou dans le rocher des rives. Ces haubans furent employés pour la première fois à la passerelle suspendue, jetée au-dessus des chutes du Niagara, en 1867, de 3^m,05 de largeur et de 386^m,84 de portée entre les axes des deux piliers.

Leur calcul s'effectue avec trop de simplicité pour qu'il y ait lieu d'insister. Il est bon de remarquer que sous l'influence d'un abaissement de température, ces haubans par leur contraction donnent lieu dans les câbles de la suspension à une augmentation de travail dont il faut tenir compte dans la détermination de leur section.

Ces haubans obliques sont particulièrement utilisés en cours de montage des ponts métalliques pour maintenir la stabilité des parties du tablier généralement montées en porte-à-faux.

3° *Câbles verticaux de contreventement ou câbles de revers.* — Lorsque ces câbles sont disposés sous le tablier d'un pont suspendu (figure 72), ils n'ont, en réalité, pour effet que d'empêcher le soulèvement du tablier par un vent ascendant, ce qui se produit dans des mouvements cycloniques; ces câbles ne peuvent pas diminuer notablement la déformation du tablier sous la poussée d'un vent horizontal. Ils sont donc indiqués pour des ponts légers, puisque la poussée d'un vent

même ascendant ne dépasse pas 275 kilogrammes en moyenne par mètre superficiel frappé; dès que le pont pèse plus que ce poids au mètre superficiel les câbles de revers sont inutiles.

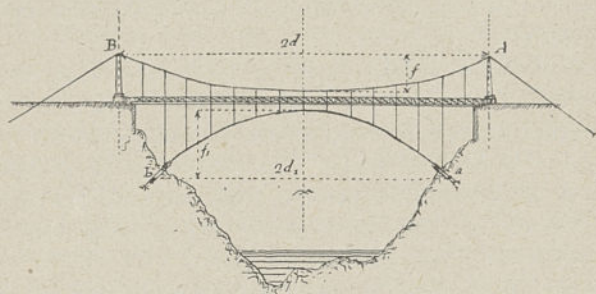


Fig 72.

Ce dispositif de contreventement fut employé pour la première fois par l'ingénieur français Brunel qui construisit en 1822-23 dans une fabrique voisine de Sheffield, en Angleterre, deux ponts pour l'île Bourbon, l'un pour la rivière de Sainte-Suzanne, composé de 2 travées de 40^m,20, l'autre pour la rivière du Mât, de 40 mètres de portée; c'est d'ailleurs Brunel qui a désigné par « chaînes de revers » cette disposition d'un contreventement vertical.

Ces câbles verticaux de contreventement ont l'inconvénient signalé pour les haubans; dans le cas d'un abaissement de température, la contraction des câbles de revers impose une augmentation de travail dans les câbles de la suspension.

Il est facile de déterminer cette augmentation de travail.

Soit (fig. 72) f_1 la flèche des câbles de revers ; pour une variation de température de -5° , la flèche des câbles de la suspension diminue d'une quantité :

$$d(f) = -\frac{5}{4} \frac{d^2 \cdot \lambda \cdot \theta (3d^2 + 2f^2)}{f(5d^2 - 6f^2)} ;$$

la flèche des câbles de revers diminue d'une quantité $d(f_1)$ qui se détermine par la même formule que précédemment en y remplaçant d par d_1 , f par f_1 . Comme les tiges qui réunissent les câbles de suspension au tablier et le tablier aux câbles de revers sont assez petites pour qu'on puisse négliger leur allongement élastique, on voit qu'il faudra que les câbles paraboliques d'une part et les câbles de revers d'autre part, prennent sur leur allongement élastique pour produire des abaissements équivalents à $d(f)$, $d(f_1)$ déterminés plus haut. Ceci revient à dire que l'augmentation de travail dans ces câbles sera :

$$d(\tau) = \lambda \cdot \theta \cdot E.$$

Pour un écart de température de $\theta = -25^\circ$ centigrades, $\lambda = 0,0000107$, $E = 17 \times 10^9$, on trouve

$$d(\tau) = 4^{kg},42 \text{ par millimètre carré de section.}$$

Il suffira de déterminer les sections des câbles en tenant compte de ce travail spécial.

Il faudra tenir compte également dans le calcul des tiges à quelle charge verticale correspond ce taux de travail de $4^{kg},42$ dans les câbles.

Ces câbles de revers ont l'avantage d'empêcher un peu la déformation verticale du tablier sous les surcharges concentrées dans les ponts très flexibles.

Ils ont été employés par Noyon au pont de La Roche-Bernard, après l'accident du 26 octobre 1852 arrivé à

cet ouvrage. Vingt ans plus tard les éléments de fixation des câbles de revers aux maçonneries des culées s'étant rompus pendant une tempête, le pont fut à nouveau détruit.

4° *Inclinaison du plan des câbles sur la verticale.* — Avec cette disposition, les points d'appui des câbles sur les piles sont plus éloignés que leurs points d'attache sur une même pièce de pont. Le calcul des câbles principaux et des tiges de suspension s'effectue de la même manière en remplaçant toutefois le poids p par $\frac{P}{\cos \theta}$ (fig. 73), θ étant l'angle du plan des câbles avec la verticale.

Chaque nappe de câbles supporte dans son plan la

charge $\frac{P}{2 \cos \theta}$ par mètre courant, une composante horizontale égale à $\frac{P}{2} \operatorname{tg} \theta$ agit à chaque extrémité d'une même traverse du tablier et en sens opposé.

Si une poussée horizontale π par mètre courant de tablier et due au vent le déplace, le point a vient en a'

sur l'arc de cercle décrit de A comme centre, b vient en b' . Le tablier, dans ce déplacement, offre une plus grande

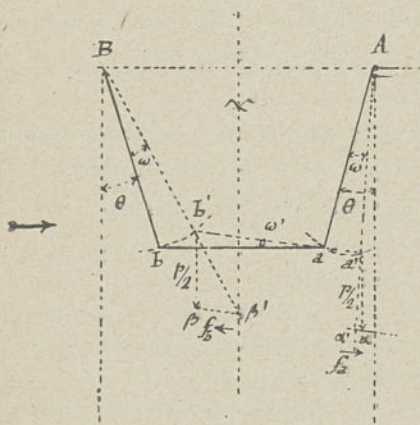


Fig. 73.

surface au vent ; toutefois le point b' est sollicité de revenir en b par une force horizontale :

$$f_b = \frac{p}{2} \operatorname{tg} (\theta + \omega) ;$$

le point a' est sollicité de s'éloigner de a par une force horizontale :

$$f_a = \frac{p}{2} \operatorname{tg} (\theta - \omega).$$

L'équilibre a lieu lorsque :

$$\pi = f_b - f_a = \frac{p}{2} [\operatorname{tg} (\theta + \omega) - \operatorname{tg} (\theta - \omega)],$$

formule qui peut s'écrire sans erreur sensible :

$$\operatorname{tg} 2\omega = \frac{2\pi}{p} \cdot \frac{1}{1 + \operatorname{tg}^2 \theta}.$$

On voit sur cette formule que le déplacement angulaire ω diminue quand θ augmente ; pour $\theta = 0$ qui est le cas général :

$$\operatorname{tg} \omega = \frac{\pi}{p},$$

l'effet du vent n'est d'ailleurs réduit de moitié que si $\theta = \frac{\pi}{4}$, mais ceci n'est pas tout à fait exact, car le tablier présente en général une surface beaucoup plus grande au vent après avoir pris un angle d'incidence $d\omega$ sur l'horizontale.

En réalité, dans les limites où varie cet angle θ , ce système de contreventement est inutile, si l'on incline le plan des câbles principaux ; c'est plutôt pour élargir le passage à ménager dans les piliers ou dans les culées.

Action du vent sur les chariots de dilatation. —

Dans certains systèmes de ponts suspendus, il ne sera pas inutile de considérer l'effort de poussée horizontale transmis au sommet du chariot par la surface offerte au vent par la suspension. En effet, la ruine de l'ouvrage pourrait être provoquée par le glissement du chariot sur ses galets et sa chute.

Remarque. — Lors du calcul des câbles de la suspension, on peut tenir compte de l'augmentation de charge que portera la tête du pont au vent.

Elle sera au total de ;

$$\frac{p}{2 \cos \omega} \quad \text{avec} \quad \operatorname{tg} \omega = \frac{\pi}{p}$$

soit finalement :

$$\frac{p}{2} \sqrt{1 + \left(\frac{\pi}{p}\right)^2}$$

par tête de pont, p étant le poids du mètre courant de tablier en surcharge d'épreuve avec le vent, admis généralement à 170 kilogrammes, et à 270 kilogrammes avec le poids permanent seul.

Action de la pesanteur antagoniste de l'action du vent dans les ponts suspendus. — Dans tout ce qui précède on n'a pas tenu compte de ce fait que dans un pont suspendu l'équilibre est stable. La poussée horizontale du vent tend à déplacer transversalement le tablier, comme pour tout pont métallique d'ailleurs, mais l'avantage important du système suspendu réside dans ce fait que l'action de la pesanteur pour tout déplacement transversal du tablier donne naissance à une force antagoniste à l'action du vent. Il s'ensuit donc que plus un pont sera pesant

moins grande sera l'influence du vent sur le travail de ses poutres de rive.

Cas d'un pont suspendu où les tiges de suspension sont verticales. — Soit τ le travail que subira le métal qui constitue les poutres de rives, on admettra que ce travail est le même dans les poutres de rive au vent et sous le vent. La poutre au vent travaille bien en compression et la poutre sous le vent en tension, l'écart entre les deux taux de travail est négligeable ; il provient uniquement de la diminution de section due aux trous de rivets dans la poutre en tension. Si on désigne par : $d(f)$ la flèche horizontale de l'arc décrit par le tablier sous l'influence de la poussée du vent, c'est-à-dire en somme lorsque les poutres subissent un travail τ par millimètre carré de section, par

ρ le rayon de courbure de cet arc,

$2d$ la portée totale du tablier,

2δ la largeur du tablier,

on a les relations :

$$\rho = E \cdot \frac{\delta}{\tau}, \quad d^2 = 2d(f)\rho,$$

finalemeut

$$d(f) = \frac{d^2 \cdot \tau}{2 \cdot E \cdot \delta}.$$

A toute distance x de l'appui o du tablier (fig. 74) la flèche $d(f)_x$ est définie par la relation :

$$d(f)_x = \frac{d(f)}{d^2} x(2d - x) = \frac{\tau}{2 \cdot E \cdot \delta} (2d - x)x,$$

l'arc $oo'o'$ pouvant être confondu avec un arc de parabole.

Si p est le poids par mètre courant de tablier, h la hauteur du point d'appui des câbles de la suspension sur les piles

au-dessus du niveau du tablier, la force antagoniste au vent et due à la pesanteur sera dans cette section $\alpha\alpha'$.

$$U_x = pd(x) \frac{d(f_x)}{h}$$

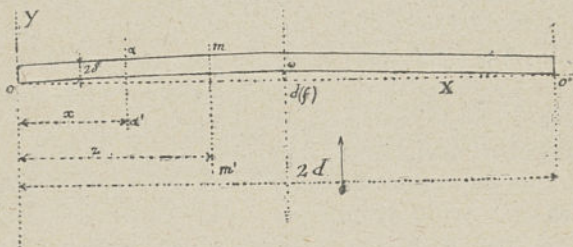


Fig 74.

pour une longueur $d(x)$ du tablier, soit :

$$U_x = \frac{p\tau}{2 \cdot E \cdot \delta \cdot h} x(2d - x) d(x).$$

Il résulte de là que le moment de flexion dû à cette force variable U_x s'étendant sur toute la longueur du tablier est pour la section considérée $m'm'$ distante de z de l'appui o :

$$\mu_z = \int_{x=0}^{x=z} U_x \frac{x}{2d} (2d - z) + \int_{x=z}^{x=2d} U_x \frac{z}{2d} (2d - x),$$

en remplaçant U_x par sa valeur on déduit :

$$\mu_z = \frac{P\tau}{4 E \delta h d} \left\{ (2d - z) \int_{x=0}^{x=z} x^2 (2d - x) dx + z \int_{x=z}^{x=2d} x (2d - x)^2 dx \right\}$$

soit après intégration et simplification :

$$\mu_z = \frac{P \cdot \tau}{24 E \cdot \delta \cdot h} z (z^3 + 8d^3 - 4dz^2).$$

Comme conclusion si l'on désigne par M_z le moment de flexion développé dans la section mm' par la poussée du vent, on a évidemment :

$$M_z = \mu_z + \frac{1}{n} \tau,$$

$\frac{1}{n}$ étant le module de section de la poutre horizontale du tablier formée par ses poutres de rive comme membrures, mais :

$$\frac{1}{n} = 2 \cdot S \cdot \delta,$$

S étant la section d'une poutre de rive.

On en déduit donc :

$$M_z = \tau \left\{ \frac{P}{24 \cdot E \cdot \delta \cdot h} [z^3 + 8d^3 - 4dz^2] z + 2S\delta \right\},$$

finalement

$$\tau = \frac{M_z}{2S\delta + \frac{P}{24 \cdot E \cdot \delta \cdot h} (z^3 + 8d^3 - 4dz^2) z}.$$

Dans le cas particulier où l'on prend la section du milieu du tablier $z = d$ où le travail est maximum, les extrémités du tablier étant simplement appuyés, ce qui est le cas le plus général :

$$\tau = \frac{M_z}{2S\delta + \frac{5}{24} \frac{d^4}{E \cdot \delta \cdot h} P}.$$

Au résumé on voit que le travail du métal dans les poutres de rive est diminué en tenant compte de l'action antagoniste de la pesanteur grâce au terme $\frac{5}{24} \frac{d^4}{E \cdot \delta \cdot h}$ qui croît rapidement avec la portée et intervient ici en qua-

trième puissance. La conclusion est que les grands ponts suspendus et très pesants peuvent se passer de contreventement.

Application. — Dans le cas du pont de Brooklyn si les poutres dans le cas d'un vent de 270 kilogrammes ont leurs membrures travaillant à $\tau = 10$ kilogrammes par millimètre carré de section la flèche prise par le tablier serait :

$$d(f) = \frac{d^2 \cdot \tau}{2 \cdot E \cdot \delta} = 1^m,36, \quad 2\delta = 25^m,276, \quad 2d = 486^m,63,$$

dans le plan horizontal, s'il n'existait pas de contreventement. On sait qu'il existe des câbles horizontaux de contreventement dans le plan horizontal du tablier qui réduisent la flèche de 1^m,36. Celle-ci n'aurait d'ailleurs aucune influence nuisible pour le métal des poutres.

Remarque I. — L'étude de plusieurs projets d'exécution des ponts à grandes portées nous a conduit à cette méthode rigoureuse pour tenir compte de la stabilité spéciale dont jouissent les ponts suspendus.

Cette méthode revient en somme à considérer le pont comme constitué par la juxtaposition d'un nombre infini de pendules élémentaires.

Pour montrer toute son importance appliquons cette méthode à un pont projeté et qui doit avoir 473 mètres de portée.

Les données d'exécution du pont sont :

$$\begin{aligned} 2d &= 473^m,00 \\ h &= 53^m,80 \\ p &= 6\,000^{\text{kg}},00 \\ 2\delta &= 14^m,00 \end{aligned}$$

La surface offerte au vent par le tablier et sa suspension est de $1^{\text{m}^2},80$ par mètre courant. Avec un vent de 270 kilogrammes la pression est par suite de :

$$\pi = 1,8 \times 270 = 400 \text{ kilogrammes en chiffre rond.}$$

Dans la section centrale du tablier de cette travée unique de 473 mètres le moment de flexion dû au vent serait de :

$$M = \frac{\pi d^2}{8} = 13\,703\,500 \text{ kilogrammes-mètres.}$$

En adoptant dans les membrures un travail *a priori* de

$$\tau = \pm 7 \text{ kilogrammes}$$

on en déduit d'après ce qui précède :

$$d(f) = \frac{d^2 \tau}{2 \cdot E \cdot \delta} = 0^{\text{m}},699$$

et par suite pour le moment de flexion antagoniste à l'action du vent :

$$[M_z]_{z=d} = \frac{P \cdot \tau}{24 \cdot E \cdot \delta \cdot h} [z(z^3 + 8d^3 - 4dz^2)]_{z=d} = \frac{5p \cdot d^2 \cdot d(f)}{12 \cdot h}$$

soit

$$M_d = 1\,665\,360 \text{ kilogrammes-mètres.}$$

Comme chaque membrure des poutres de rive a $116\,025$ millimètres carrés de section, le module de section des deux poutres de rive est

$$\frac{I}{n} = 1,624\,350\,000 \text{ millimètre cube}$$

et le travail du métal dans ces membrures ressort ainsi à :

$$\frac{M - M_d}{10^6 \frac{I}{n}} = 7^{\text{kg}},41.$$

Dans le cas où l'on ne tiendrait pas compte de ce moment de flexion antagoniste à celui du vent, on voit qu'il serait nécessaire d'augmenter de 12 % la section de chaque membrure des poutres de rive pour maintenir à 7^{kg},41 le taux de travail fourni par l'expression $\frac{M}{10 \frac{I}{n}}$

ce serait du métal mis en pure perte dans le tablier.

Effort tranchant. — Pour le calcul du travail occasionné par la poussée du vent dans les pièces de pont ou entretoises du tablier et dans les croisillons ; il y a lieu également de tenir compte de l'influence antagoniste de la pesanteur.

Il résulte de là que dans la section mm' l'effort tranchant sera donc :

$$E_z = \frac{\partial M_z}{\partial z} - \frac{\partial \mu_z}{\partial z}.$$

Comme la valeur de M_z est

$$M_z = \pi \frac{z(2d - z)}{2},$$

π étant la pression par mètre courant de tablier et due au vent, on en déduit :

$$E_z = \pi(d - z) - \frac{P\tau_z}{6E \cdot \delta \cdot h} (z^3 + 2d^3 - 3dz^2).$$

Le maximum a lieu pour $z = 0$.

Application. — Si on considère le même pont envisagé dans la remarque précédente, on voit que pour $z = 0$ la valeur de l'effort tranchant maximum est :

$$E_0 = \pi \cdot d - \frac{P\tau_0}{3 \cdot E \cdot \delta \cdot h} \cdot d^3.$$

Or : $2d = 473^m,00$ $\pi = 490^{kg},00$ $2\delta = 14^m,00$
 $h = 53^m,80$ et $\tau = 7$ kilogrammes. Dans ces conditions :

$$E_0 = 115\,885 \text{ kilogrammes} - 24\,570 \text{ kilogrammes} = \\ = 91\,315 \text{ kilogrammes.}$$

On constate ainsi que l'action antagoniste de la pesanteur réduit d'environ 20 % l'effort tranchant dans l'ouvrage considéré. On économise donc en tenant compte de cette méthode rigoureuse un poids non négligeable de métal dans les pièces de pont et dans les croisillons qui forment le contreventement horizontal du tablier.

Comparaison entre la stabilité des ponts suspendus et des ponts en arc. — Au lieu d'un pont suspendu considérons le même pont renversé, c'est-à-dire un pont en arc (fig. 75), envisageons le cas d'un vent donnant lieu par mètre courant à une poussée horizontale :

$$\pi = S \times 270 \text{ kilogrammes.}$$

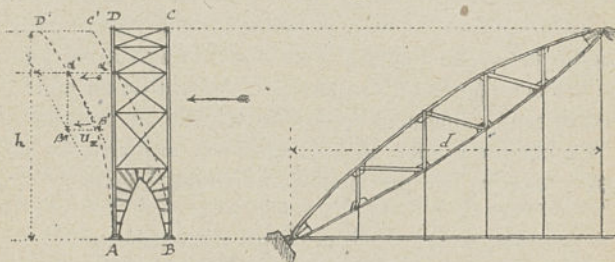


Fig. 75.

Notons qu'à égalité de débouché la surface par mètre courant offerte au vent est notablement supérieure dans le pont en arc que dans le pont suspendu quel que soit son système.

Sous l'influence de cette poussée horizontale l'arc subit dans chacun de ses points un déplacement infinitésimal zz' , mais ici on voit que l'action de la pesanteur, c'est-à-dire le poids p par mètre courant du tablier et du pont (supérieur également à celui du pont suspendu de même portée) fait naître une poussée horizontale $U_x = \beta''\beta'$ qui vient s'ajouter à la poussée du vent pour augmenter l'effort de renversement de l'arc ou ce qui revient au même pour augmenter le travail dans les membrures.

Le même raisonnement appliqué plus haut conduit donc à un travail dans les membrures des arcs déterminé par la relation :

$$\tau = \frac{M_x}{2S\delta - \frac{p}{24 \cdot E \cdot \delta \cdot h} (z^3 + 8d^3 - 4dz^2) z}$$

Au résumé, quand on compare deux projets de pont, l'un suspendu, l'autre en arc pour un même débouché, alors même que les deux ponts auraient le même poids, la même surface au vent, le même taux de travail dans les membrures sous l'action d'un vent de 270 kilogrammes de pression par mètre superficiel, la stabilité du pont suspendu est notablement supérieure à celle du pont en arc.

En chaque point x le pont suspendu supporte *en moins que le pont en arc* une poussée horizontale égale à :

$$2U_x = \frac{p \tau_x \cdot x (2d - x)}{2 \cdot E \cdot \delta \cdot h} \text{ par mètre courant,}$$

poussée appréciable dans le cas de ponts lourds et à grande portée. D'ailleurs ce surcroît de stabilité est supérieur à ce chiffre puisque la surface au vent est moindre dans le pont suspendu.

C'est d'ailleurs en considération, sans doute, de ce fait

que le comité institué par le gouvernement anglais, après la chute du pont de Dundee, sur le golfe de Tay, en Ecosse, qui occasionna la mort d'environ 80 personnes, fut conduit après ses recherches sur l'évaluation de l'effort du vent sur les constructions métalliques aux conclusions suivantes :

1°

5° Afin d'assurer aux ponts et aux viaducs un coefficient de sécurité suffisante contre les effets du vent, il faudra donner à ces ouvrages une solidité assez grande pour supporter une pression du vent *quadruple* de celle qui est prévue par les règles précédentes ; dans le cas où la tendance du vent à renverser les ouvrages est combattue par leur pesanteur, un coefficient de *deux* suffira.

Remarque. — Dans le calcul de l'effet du vent sur les ouvrages métalliques on envisage toujours l'hypothèse d'une poussée horizontale agissant uniformément sur tout l'ouvrage, l'expérience a démontré qu'en cas de tempête le vent ne frappe jamais en même temps et à la même vitesse la surface d'un pont un peu étendu ; il en résulte de là que l'on ne se place pas toujours dans l'hypothèse la plus défavorable puisqu'une surcharge partiellement répandue sur une poutre donne dans certains cas des efforts supérieurs à ceux dus à une surcharge complète ; malgré tout, jusqu'ici la méthode employée de calculer la stabilité des ponts métalliques en admettant une pression maxima et uniforme de 270 kilogrammes par mètre superficiel frappé par le vent a donné de bons résultats.

Action du vent sur les wagons d'un train. — L'action du vent n'a pas seulement pour effet dans les

ponts de faire subir au tablier des efforts de flexion et de torsion mais il contribue à désaxer dans les ponts à voie unique les charges roulantes.

Considérons un wagon, par exemple, d'une voie ferrée unique sur un pont muni de deux poutres de rigidité A, B. D'après la circulaire ministérielle du 29 août 1891 on doit regarder le centre de la pression du vent comme placé au centre du rectangle de six mètres de longueur et de 3^m,00 de hauteur qui représente la surface offerte au vent par un wagon. En conséquence ce centre de pression est à une hauteur $h = 0,50 + \frac{3^m,00}{2} = 2^m,00$ au-dessus du rail. Si e est l'écartement des rails (en général $e = 1^m,40$) on voit que si la vitesse du vent est v les deux roues au vent porteront ensemble :

$$p_1 = \pi \left(\frac{1}{2} - \frac{h}{e} \frac{ksv^2}{\pi} \right) \quad \text{avec} \quad k = 0,075,$$

et les deux roues sous le vent porteront ensemble :

$$p_2 = \pi \left(\frac{1}{2} + \frac{h}{e} \frac{ksv^2}{\pi} \right),$$

si π est le poids total du wagon, $s = 6^m,00 \times 3^m,00$ sa surface au vent.

De plus la stabilité du wagon sera assurée tant que :

$$z \leq e,$$

la valeur de z étant fournie par la relation :

$$z = \frac{e}{2} + \frac{ksv^2}{\pi} \cdot h.$$

Au résumé, tant que la vitesse v du vent sera inférieure ou égale à :

$$v \leq \sqrt{\frac{e}{2h} \cdot \frac{\pi}{ks}}$$

le wagon ne sera pas renversé.

On en conclut que tout wagon qui ne pèsera pas le poids de :

$$\pi \geq ksv^2 \cdot \frac{2h}{e},$$

sera renversé par un vent de 170 kilogrammes, la ligne étant en terrain plat.

Application. — Dans le cas normal il faut donc que le wagon pèse plus de :

$$\pi = 170^{ks} \times 3^m \cdot 00 \times 6 \cdot 00 \times \frac{2,^{m}00}{1,40} = 4371^{ks},$$

pour ne pas être renversé par un vent de 170 kilogrammes de pression par mètre superficiel. Si l'on considère un wagon en charge, son poids normal π est de 10 000 kilogrammes, on voit que dans le cas d'un vent de 170 kilogrammes de pression par mètre superficiel les deux roues au vent ne porteront plus que :

$$p_1 = 630^{ks},0$$

tandis que les deux roues sous le vent porteront :

$$p_2 = 9370^{ks},0.$$

TABLE SYSTÉMATIQUE DES MATIÈRES

CHAPITRE PREMIER

	Pages
§ 1. Historique des ponts suspendus	1
§ 2. Ponts suspendus en fils de fer	6
§ 3. Anciens ponts suspendus en France	8
§ 4. Ponts suspendus modernes.	12
§ 5. Ponts suspendus	19
Ponts suspendus en : Amérique, Angleterre, Alle- magne, Belgique, Suisse, Espagne et Portugal.	

CHAPITRE II

Description des ponts suspendus.

§ 1. Généralités	32
§ 2. Pont suspendu à plusieurs travées	33
§ 3. Systèmes différents de ponts suspendus	34

CHAPITRE III

Ponts suspendus flexibles et semi-rigides.

§ 1. Généralités	43
§ 2. Equilibre d'un fil flexible et inextensible dont tous les points sont soumis à l'action de forces quelconques	44
Polygone funiculaire. — Polygone de Varignon. — Courbe funiculaire. — Equations d'équilibre.	
§ 3. Câbles des porteurs aériens	50
Courbe décrite par un câble sous son propre poids. — Détermination des constantes de l'équation de	

- la chaînette. — Propriétés remarquables de la chaînette. — Déformation et calcul pratique des câbles des porteurs et des transporteurs aériens. — Application des transporteurs aériens au montage de ponts importants.
- § 4. Câbles principaux ou câbles paraboliques 72
- Tension en tout point (x, y) de la courbe d'équilibre. — Tension maximum. — Détermination géométrique et graphique de la tension en tout point de la courbe d'équilibre des câbles. — Longueur de l'arc. Arc parabolique des câbles principaux. — Choix de la flèche à donner aux câbles paraboliques d'un pont suspendu. — Chaînes et câbles des ponts suspendus anciens et modernes. — Fabrication des câbles en fils de fer et en fils d'acier. — De l'égalité de tension dans les différents câbles d'une même nappe. — Relation entre le diamètre d'un câble, le nombre et le diamètre des fils qui le composent. — Du pas de l'hélice à adopter lors de la fabrication des câbles à torsions alternatives. — Poids au mètre cube d'un câble de fabrication courante, lorsqu'on adopte sa section fictive Ω . — Des différentes qualités de fils employés pour la fabrication des câbles. — Tableau des numéros de jauge des différents fils utilisés dans la fabrication des câbles. — Du choix des fils d'acier à employer dans la fabrication des câbles d'un pont suspendu.
- § 5. Déformation et action de la température sur les câbles principaux des ponts suspendus flexibles et semi-rigides 114
- Généralités. — Cas d'une travée parabolique unique sans haubans ou câbles de rigidité. — Déformation sous la surcharge due à la nouvelle forme d'équilibre des câbles. — Surcharge partiellement répartie au milieu du tablier. — Application. I. Pont de Williamsburg sur l'Est-River; II. Projet d'un pont à transbordeur porte-train entre Quillebeuf et Port-Jérôme. — Surcharge répartie partiellement

sur le tablier en partant d'une extrémité de la travée. — Surcharge couvrant la moitié de la travée. Application. Pont de Williamsburg. — Surcharge partiellement répartie sur une portion quelconque du tablier et mobile. — Cas le plus général. — Surcharge concentrée en un point donné du tablier. — Maximum de la déformation. — Cas général d'une série de surcharges concentrées.

Déformation des câbles principaux sous l'influence d'une augmentation de travail du métal des câbles. — Surcharge uniformément répartie sur tout l'ensemble du tablier. — Application. I. Pont suspendu où la surcharge est égale au poids mort par mètre superficiel; II. Pont de Williamsburg; III. Comparaison entre l'abaissement théorique et l'abaissement observé au centre du tablier d'un pont suspendu supportant une surcharge d'épreuve uniformément répartie sur toute sa longueur. — Condition nécessaire et suffisante pour qu'un pont suspendu ne présente sous la surcharge d'épreuve qu'un abaissement, au centre de la travée, inférieur au $\frac{1}{1000}$ de la portée. — Abaissement d'un point d'abscisse donnée lors d'un allongement élastique des câbles paraboliques. — Action de la température. — Déformation des câbles principaux lorsque les points d'appui sont à des hauteurs différentes. — Cas d'une demi-parabole. — Déformation des câbles principaux lors du déplacement des points d'appui. — De la comparaison des abaissments calculés et observés pratiquement lors d'une variation de température importante.

§ 6. Câbles obliques ou haubans de rigidité. 159

Action de la température sur le travail du métal des câbles obliques. — Détermination de la section des câbles obliques. — Addition des câbles obliques dans une travée parabolique. — Action d'une augmentation de travail dans les câbles sur l'abais-

sement au centre de la travée. — Application. I. Pont à transbordeur de Brest; II. Pont à transbordeur de Newport-Mon, sur l'Usk. — Détermination de l'abaissement théorique au centre d'un tablier suspendu dans une travée unique munie de haubans; sous une augmentation donnée dans le travail des câbles principaux. — Abaissement consécutif à une variation de la température. — Pont suspendu où les points d'appui des câbles principaux sont à des hauteurs différentes. — Pont suspendu muni de câbles obliques de rigidité et dans lequel les points d'appui des câbles principaux sont à des hauteurs différentes. — Abaissement au centre d'une travée portée par des câbles principaux dont les points d'appui sont à des hauteurs différentes, sous l'action d'une augmentation de température ou de travail dans les câbles. — Déformation des câbles principaux d'une travée munie de haubans sous l'influence d'une surcharge partiellement répartie sur le tablier.

- § 7. Câbles horizontaux de traction 204
 Influence d'un abaissement de température sur le travail du métal des câbles horizontaux de traction.
- § 8. Travées multiples 208
 Câbles de retenue des chariots de dilatation du sommet des piles. — Pont suspendu à n travées. — Déplacement maximum d'un chariot de dilatation. — Travail maximum dans les câbles de tête des chariots. — Application. I. Pont à trois travées égales et à grand débouché. — Action de la température — II. Pont à trois travées mais à débouché normal. — Solution plus complète du problème. — Cas général.
- § 9. Tiges de suspension 228
 Action de la température. — Inclinaison des tiges de suspension sur la verticale. — Détermination graphique des longueurs des différentes tiges de suspen-

	sion. — Détermination par le calcul de la longueur des tiges de suspension. — Longueur totale des tiges de suspension.	
§ 10.	Poutres de rigidité.	241
	Méthodes diverses pour le calcul des poutres de rigidité. — Méthode de Ritter. — Cas d'une travée parabolique sans haubans. — Action de la température. — Surcharge uniforme partielle. — Influence de la non-fixité des points d'appui des câbles principaux.	
	Méthode de M. Maurice Lévy. — Application au cas où il n'y a pas de haubans. — Action d'un poids voyageur sur une section donnée. — Cas où il y a des haubans. — Travée centrale. — Action produite par un poids voyageur.	
	Méthode de M. J. Résal. — Généralités. — Théorème fondamental. — Discussion de la formule représentative de M. — Détermination de la partie principale du moment fléchissant. — Influence du surbaissement du câble. — Résumé de la méthode.	
	Méthode de vérification pratique de l'efficacité d'une poutre de rigidité. — Application. Pont à transbordeur de Brest.	
	Sur l'application des méthodes précédentes au calcul des efforts développés dans une section donnée d'une poutre de rigidité d'un pont suspendu.	
§ 11.	Tablier des ponts suspendus	305
	Généralités. — Constitution des tabliers des ponts suspendus modernes. — Pièces de pont. — Poutre armée à une seule contrefiche. — Poutre armée à deux contrefiches. — Poutre armée à quatre contrefiches. — Pièce de pont en solide d'égale résistance. — Longrines axiales et longrines de trottoirs.	
§ 12.	Action du vent.	321
	Généralités. — Principes généraux sur les lois de la pression exercée par le vent sur les surfaces frappées. — Contreventement. — Calcul du contreventement longitudinal. — Charge équivalente à la torsion.	

— Déformation élastique. — Contreventement transversal. — Contreventement longitudinal double sans contreventement transversal. — Tablier inférieur. — Tablier supérieur. — Déformation élastique. — Portiques de butée. — Contreventement complet. — Contreventement mixte. — Contreventement spécial pour ponts suspendus. — Câbles horizontaux de contreventement. — Haubans obliques sous le tablier. — Câbles verticaux de contreventement ou câbles de revers. — Inclinaison du plan des câbles sur la verticale. — Action du vent sur les chariots de dilatation. — Action de la pesanteur antagoniste de l'action du vent dans les ponts suspendus. — Cas d'un pont suspendu où les tiges de suspension sont verticales. — Effort tranchant. — Comparaison entre la stabilité des ponts suspendus et des ponts en arc. — Action du vent sur les wagons d'un train.



SAINT-AMAND (CHER). — IMPRIMERIE BUSSIÈRE.

