

École Polytechnique

2<sup>ème</sup> Division

1867. 68.

bonni  
chaleur



# Théorie mécanique

de

# la Chaleur

Leçon.

On sait depuis longtemps qu'il y a dans toutes les machines des causes de perte de travail qui elles devraient produire; on le remarque spécialement dans les machines comme les roues hydrauliques, où on calcule facilement le travail théorique. Le frottement des pièces, les chocs, en un mot, les résistances passives, sont des causes de cette perte de travail; mais on a été longtemps sans accorder une grande attention au dégagement de chaleur qui accompagne toujours cette perte de travail.

Rumford, le premier, fit des mesures sur les quantités de chaleur dégagées par le frottement des outils dans le forage des canons. Il démontra qu'on ne devait point attribuer, comme on le faisait alors, la chaleur produite à la différence des chaleurs spécifiques du métal compacte et de la limaille, mais il n'alla pas plus loin dans cette série d'idées nouvelles.

Dans une voie toute différente, Carnot chercha un lien entre le travail et la chaleur produite. Loïn de voir dans la chaleur une transformation du travail, il partait du principe de l'indestructibilité du calorique; il est cependant arrivé à des résultats d'une extrême importance, et formula une loi que nous développerons plus tard.

Mais le principe général qui sert maintenant de base à la théorie mécanique de la chaleur a été énoncé seulement depuis quelque temps; ce principe avait été aperçu plus ou moins vaguement par un certain nombre de physiiciens depuis Bacon; il a été présenté sous une forme précise presque simultanément par Mayer, physiologiste allemand, par Joule, en Angleterre, et par Calding, ingénieur danois.

Le principe s'énonce ainsi :

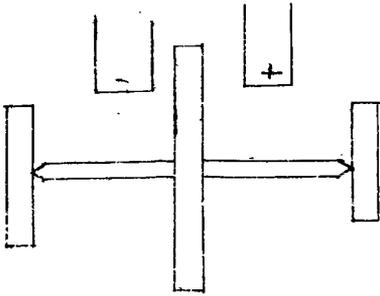
La chaleur peut être transformée en travail mécanique, et réciproquement. Il existe toujours un même rapport entre la quantité de chaleur produite ou détruite, et le travail produit ou détruit.

Avant de démontrer le principe général d'équivalence que nous venons d'énoncer, voici quelques exemples de transformation de travail mécanique en chaleur, et de la transformation inverse.

1<sup>o</sup> Expérience de Rumford. — Un gros cylindre vertical de brouse, tourne sur une plaque; le frottement développe une quantité de chaleur assez grande pour — à l'ébullition une masse assez considérable d'eau.

2<sup>o</sup> Une plaque de plomb frappée avec un marteau s'échauffe assez pour que la main n'en supporte pas la chaleur. On doit pourtant observer que dans ces expériences, il y a déformation ou désagrégation de la matière, dans les parties en contact, et par suite modifications moléculaires plus ou moins importantes; ces expériences laissent donc à désirer;

3<sup>o</sup> M. Foucault a fait une expérience plus concluante; son appareil se compose d'un petit disque en cuivre rouge monté sur un axe et tournant entre les deux pôles d'un électro-aimant en fer ou cheval. L'électro-aimant n'a pas d'action sur lui quand il est en repos; si au contraire il est animé d'un mouvement de rotation, il éprouve de la part de l'électro-aimant une résistance énergique, comme s'il se mouvait dans un milieu visqueux.



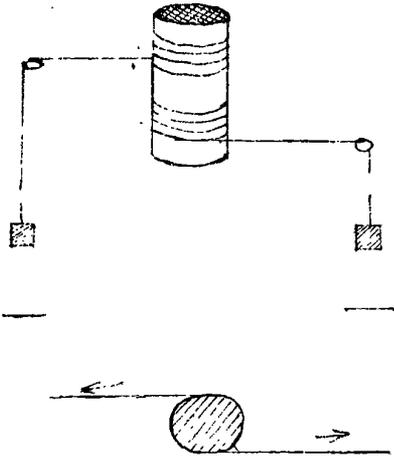
Il est facile de voir que si le courant électrique ne passe pas dans l'électro-aimant, le disque mis en mouvement tournera avec une extrême facilité, et que si le courant passe, son mouvement ne s'effectuera que très-difficilement. Mais ce qui est capital dans cette expérience, c'est que, si l'on surmonte cette résistance, le disque s'échauffe beaucoup. On retrouve en chaleur le travail qu'on dépense à entretenir le mouvement.

4<sup>o</sup> L'expérience du briquet à air donne aussi la preuve de cette transformation.

5<sup>o</sup> On prend deux électro-aimants susceptibles de se rapprocher ou de s'écarter, et, dans leur circuit commun, on dispose un fil de platine qui rougit sous l'influence du courant. Au moment où on permet aux deux électro-aimants de se rapprocher, le fil de platine s'assombrit, ce qui prouve bien nettement que le travail qui est produit nécessite une absorption de chaleur, qui, dans cette expérience, est prise à tous les points du fil conducteur. Si on les écarte brusquement, le fil rougit davantage, ce qui prouve que la dépense de travail produit de la chaleur.

Nous allons maintenant démontrer le principe d'équivalence, et nous verrons qu'il est indépendant de la forme des machines et de la nature des phénomènes. Nous prendrons pour unité de mesure des quantités de chaleur la calorie, et pour unité de travail le kilogrammètre, qui correspond à la chute de 1<sup>m</sup> pour 1 kilogramme.

Détermination de l'équivalent mécanique au moyen du frottement. — M. Joule est un des premiers qui aient fait des expériences précises. Il a employé le frottement. Un axe garni de petites palettes tournant dans un vase rempli d'eau, et qui sert de calorimètre, est muni d'un treuil où s'enroulent deux cordes passant ensuite sur des poulies, et qui soutiennent deux poids égaux. On dispose dans le vase, à différentes hauteurs, des palettes fixées à la paroi pour augmenter le frottement. Enfin, le long du trajet des poids se trouve une règle graduée, pour mesurer le chemin parcouru.

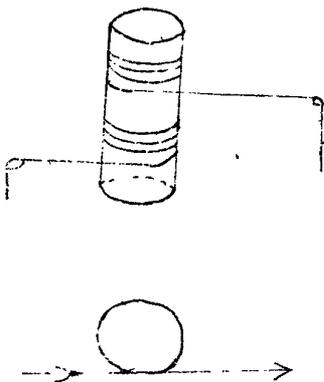


L'expérience se compose de deux parties; dans la première, on dispose les deux fils autour du treuil de manière que les deux poids fassent tourner l'arbre dans le même sens. On laisse ensuite tomber les deux poids d'une hauteur commune  $H$ , et on s'arrange, en multipliant le nombre des palettes, de façon que ces poids arrivent au bas de leur course avec une vitesse  $v$  aussi petite que possible. On peut mesurer la quantité de chaleur dégagée par une observation calorimétrique; si  $\Pi$  est le poids de l'eau renfermée

dans le vase,  $\theta$  la différence des deux températures initiales et finales,  $\Pi \theta$  est le nombre de calories produites. On peut maintenant mesurer la quantité de travail employée dans le frottement des palettes sur l'eau. Appelons  $P$  la valeur de chaque poids; la quantité de force vive qui leur reste à la fin de la chute puisqu'ils partent du repos est  $\frac{P v^2}{g}$ ; mais le travail produit par la pesanteur est  $2 P H$ ; la différence est le travail dépensé dans le frottement, dans la mise en mouvement des cordes de l'axe et dans le frottement de l'arbre sur ses appuis. Appelons  $I$  le travail dépensé dans le frottement,  $t$  le travail dépensé dans la mise en mouvement de l'appareil et dans les frottements accessoires; on aura nécessairement

$$2 P H = \frac{P v^2}{g} + I + t$$

Une seconde partie de l'expérience consiste à évaluer  $t$ . On dispose les fils de façon que sous l'action des poids le treuil ne subisse pas de mouvement. Alors, si on ajoute à un des poids, un poids additionnel  $p$  tel que, à la fin de la chute la vitesse des poids soit encore  $v$ ; tout le système est entraîné du côté où agit le poids  $I + p$ ; le travail produit par la force qui met en mouvement



le système est  $pH$ , si on a soin de faire tomber le poids  $p$  de la même hauteur que précédemment. Le travail est encore égal à la quantité de force vive qui reste aux poids après la chute et qui est exprimée par  $\frac{(2P+p)v^2}{2g}$  plus le travail de frottement dans le mouvement des cordes et de l'axe, et dans le frottement des roulements sur leurs appuis; c'est précisément  $t$ .

On a donc l'égalité

$$pH = \frac{(2P+p)v^2}{2g} + t$$

si on retranche membre à membre les deux égalités précédentes, on obtient

$$H(2P-p) = T - \frac{pv^2}{2g}$$

Mais on peut remarquer que  $p$  et  $v$  sont toujours très-petits, c'est une condition de l'expérience; on peut donc écrire

$$H(2P-p) = T$$

Dès-lors, il faut, pour vérifier la loi d'équivalence, vérifier si  $\frac{H(2P-p)}{T}$  est une quantité constante. Si on appelle  $E$  la valeur de ce rapport,  $E$  est le nombre de kilogrammes détruits pour produire une calorie. On désigne  $E$  par le nom d'équivalent-mécanique de la chaleur dans cette expérience.

M. Joule a trouvé pour  $E$  un nombre constant; la moyenne de ses expériences a donné 424 <sup>kg</sup>.

Il a ensuite disposé, au lieu de palettes, deux disques métalliques frottant l'un sur l'autre dans le vase. Les expériences ont donné 416 <sup>kg</sup>.

Détermination de l'équivalent mécanique au moyen des phénomènes électriques. —

M. Favre a trouvé, en employant son calorimètre, un nombre voisin de 416. Il installait un petit moteur électrique dans l'intérieur de son appareil; il le fait d'abord marcher à vide, on obtient une certaine quantité de chaleur, car les courants électriques chauffent toujours leurs conducteurs. Si du travail était produit par le moteur, on constaterait une diminution dans la quantité de chaleur produite. Cette expérience a donné un nombre variant de 440 à 444.

Expérience de M. Hirn. — M. Hirn a déterminé l'équivalent mécanique de la chaleur transformée en travail en se servant de la machine à vapeur d'une usine. Il a pu calculer la quantité de chaleur dégagée par la chaudière, et d'autre part observer la <sup>quantité de</sup> chaleur reprise dans le condenseur. Il a constaté un déficit. Comme d'ailleurs le travail produit par la machine, il a fait le quotient des deux quantités, et a obtenu 419.

On peut, par le raisonnement, démontrer que si nous transformons de la cha-  
leur

en travail l'équivalent mécanique correspondant est le même que celui qu'on obtient en transformant du travail en chaleur.

Supposons qu'une quantité  $Q$  de chaleur soit produite dans une machine, par exemple, par un frottement; le travail dépensé dans cette production de chaleur est, d'après la loi de Joule

$$QE.$$

Prends maintenant cette quantité de chaleur; il est possible de la transformer tout entière en travail. Supposons que l'équivalent correspondant à cette transformation ait une autre valeur; le travail produit sera  $QE'$ ; pour simplifier, posons  $E' = E(1+h)$ ,  $h$  pouvant être positif ou négatif; alors le travail produit a pour expression  $QE(1+h)$ ; ce travail à son tour produira une quantité de chaleur  $Q(1+h)$  qui, par le raisonnement précédent, est susceptible de produire un travail  $Q(1+h)(1+h)$  ou  $Q(1+h)^2$ .

En continuant ce raisonnement, on arrive, au bout de  $n$  opérations, à ce résultat, que le travail produit est  $Q(1+h)^n$ . Alors, si  $h$  est positif, avec un travail initial fini, on peut obtenir un travail indéfiniment croissant; si  $h$  est négatif, on perd indéfiniment du travail; ces deux circonstances ne peuvent jamais se représenter d'après le principe des forces vives. (1) Donc,  $h = 0$ , et les deux équivalents sont égaux.

En résumé, nous pouvons énoncer les principes généraux suivants:

1° Toutes les fois qu'une dépense ou une production de travail ou même de force vive ne paraît avoir aucun équivalent mécanique, cet équivalent est une consommation ou une production de chaleur.

2° Toutes les fois qu'un phénomène physique paraît impliquer non seulement une communication de chaleur entre corps différents, mais une véritable production ou consommation de chaleur, il y a en même temps dépense ou production de travail ou de force vive.

3° Le rapport d'équivalence du travail et de la chaleur est le même dans tous les ordres de phénomènes, et tel qu'une calorie correspond à 425 Kig<sup>m</sup>.

Le nombre pourra être légèrement modifié dans la suite; il représente la moyenne des expériences les plus concluantes.

(1) Si on considère une machine dont l'état initial est représenté par  $\sum \frac{mv_0^2}{2}$ , à un moment donné, son état sera représenté par  $\sum \frac{mv^2}{2}$  et d'après les principes de Mécanique  $\sum \frac{mv^2}{2} = \sum \frac{mv_0^2}{2} + \mathcal{C}$ ,  $\mathcal{C}$  étant un certain travail extérieur. Si on n'a pas ajouté de force vive à celle que possédait la machine, cette machine, en agissant sur les corps, aura nécessairement transmis une certaine quantité de sa force vive; et dans son état actuel  $\sum \frac{mv^2}{2}$  sera plus petit que  $\sum \frac{mv_0^2}{2}$ . On voit par là que le travail extérieur produit ne peut surpasser le travail exprimé par la force vive initiale de la machine. Le mouvement perpétuel, c'est à dire la production indéfinie de travail gratuitement est donc impossible.

On voit aussi que le travail ne peut être indéfiniment décroissant, car la force vive se transmet, ou bien reste dans la machine, mais elle ne s'anéantit jamais.

2<sup>e</sup> Leçon.

L'introduction dans la science de l'idée que le travail et la chaleur sont équivalents, va rendre compte de différents phénomènes. D'abord, cela prouve qu'un corps chaud se distingue d'un corps moins chaud par la quantité de force vive contenue dans sa masse. Pour ce qui va suivre, il est nécessaire d'introduire l'hypothèse que les molécules sont en mouvement. (2)

En cédant à un corps de la chaleur, cette chaleur, qui est une certaine quantité de force vive, sert à modifier la vitesse des molécules, (rotation, translation oscillation); ensuite à modifier l'écartement des molécules par le fait même de la modification de la vitesse, ce qui donne lieu à un travail intérieur  $I$ . Enfin le changement de volume du corps produit un déplacement des obstacles extérieurs, et par suite, le corps accomplit un travail extérieur  $I_e$ .

Donc, il y aura 3 effets: changement de la force vive moléculaire; travail intérieur  $I$ ; travail extérieur  $I_e$ . Par suite, si  $Q$  est la quantité de chaleur cédée,  $E$  l'équivalent mécanique de la chaleur,  $EQ$  est la force vive totale; d'ailleurs, si  $F_0 = mv_0^2$  est la force vive moléculaire initiale,  $F = mv^2$  la force vive finale, on aura l'égalité

$$EQ = \frac{1}{2} (F - F_0) + I + I_e.$$

La petitesse des dimensions et de l'écart possible des molécules n'est point une objection sérieuse à la quantité considérable de force vive qu'on peut supposer accumulée dans un corps; il suffit que la vitesse moyenne de leur mouvement soit supposée suffisamment considérable. (3)

(1) Note I. — Prenons-nous au cas des oscillations. Supposons un point  $M$  qui parcourt la droite  $AM$  en allant de  $M$  en  $M'$  et de  $M'$  en  $M$  indéfiniment; prenons  $AM = MM' = a$ . Après un temps quelconque  $t$ , sa distance  $x = AM$ , est définie par la relation

$x = a \cos \frac{2\pi t}{T}$ ,  $T$  étant la durée d'une oscillation; c'est la loi de tous les petits mouvements oscillatoires. La vitesse au temps  $t$  est  $v = -a \frac{2\pi}{T} \sin \frac{2\pi t}{T}$ , sa force vive est alors  $ma^2 \frac{2\pi^2}{T^2} \sin^2 \frac{2\pi t}{T}$ .

Donc la force vive de chaque demi-oscillation est  $ma^2 \frac{2\pi^2}{T^2}$ , car la force vive initiale correspond au cas où le sinus est nul, et la force vive finale au cas où il est égal à 1.

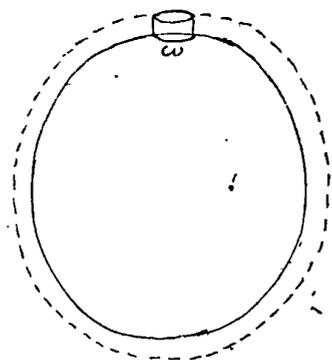
Cette expression montre que la force vive du point peut être aussi grande que l'on voudra, quelque petits que soient la masse  $m$  et l'écart maximum  $2a$ , pourvu que  $T$  soit suffisamment petit; ce qui correspond à une grande valeur de  $v$ .

(2) Note II. — On peut, par un raisonnement simple, faire voir que les molécules peuvent être animées d'un double mouvement de rotation et de translation. Dans toutes les cir-

Retournons à l'équation fondamentale :

$$(1) \quad E Q = \frac{1}{2} (F - F_0) + I + T_e$$

Dans cette équation, les deux premiers termes sont actuellement inaccessibles à l'expérience. Quant au travail extérieur, on peut toujours l'évaluer. Dans le cas qui se présente ordinairement, il a une expression très-simple; c'est le cas où le corps est soumis à une pression uniforme et normale à sa surface. En effet, le travail élémentaire extérieur produit par l'accroissement de volume est la somme de tous les travaux élémentaires produits par le déplacement infiniment petit de chacune des parties de sa surface externe. Le corps part du volume  $v$ ; à l'instant suivant, il aura subi une variation de volume  $dv$ . Prenons un élément  $\omega$  de sa première surface terminale pour base d'un cylindre dont les génératrices sont perpendiculaires au plan de l'élément; le cylindre découpera dans la nouvelle surface terminale un élément au plan duquel les génératrices



seront encore perpendiculaires. Le travail de la pression, qui est  $p$ , sur l'unité de surface, sera  $p \cdot \omega \cdot h$  sur l'élément  $\omega$ , si  $h$  est la hauteur du cylindre; ce sera donc précisément le volume du cylindre multiplié par  $p$ . Le travail de la pression  $p$  sur tous les éléments de la surface sera dès lors la somme de  $p \cdot \omega \cdot h$ , c'est-à-dire  $p \, dv$ . Tel est le travail extérieur élémentaire.

Dès lors, si  $p_0$  et  $p_1$  sont les pressions initiales et finales, en prenant la somme de ces éléments  $p \, dv$ , entre les limites de pression  $p_0$  et  $p_1$ , le travail total extérieur est exprimé par  $\int_{p_0}^{p_1} p \, dv$ .

Pour obtenir explicitement cette intégrale, il faut avoir une relation entre la pression et le volume, qui permette de remplacer  $\int p \, dv$  par  $\int \varphi(v) \, dv$ .

L'équation fondamentale (1) permet de se rendre un compte approximatif

constances où une force est appliquée à un corps, il y a nécessairement translation, et de plus, il y a rotation, sauf le cas où la direction de la force passe par le centre de gravité. Or, à l'origine, les forces n'ont pas nécessairement été appliquées aux centres de gravité des corps. Depuis, les modifications de mouvement n'ont pas eu nécessairement pour résultat de faire passer les forces par le centre; donc, il n'y a pas de motif pour qu'il y ait actuellement repos.

Comme preuve directe pour les liquides et les gaz, de ce mouvement, on peut citer les phénomènes de diffusion

de beaucoup de phénomènes calorifiques que nous avons déjà étudiés. Nous voyons en effet que la dilatation et l'absorption de chaleur sont généralement corrélatifs. Par exemple, les corps les plus dilatables sont ceux qui ont la plus grande capacité calorifique. Cela résulte de ce qui précède; plus un corps est dilatable, plus il y a de chaleur à fournir pour faire face aux travaux intérieurs et extérieurs. De même, pour l'absorption de chaleur dans les changements d'état: la disposition moléculaire change très-notablement; on doit donc avoir des modifications correspondantes du travail. Dans la fusion, le travail extérieur est assez faible; dans la volatilisation, au contraire, il est considérable. Cela fait prévoir que la chaleur latente de vaporisation doit être plus grande que la chaleur latente de fusion. C'est en effet ce qui se présente.

Ces raisonnements ne sont qu'approximatifs, et permettent seulement de prévoir le sens des variations, car nous ne savons pas dans quelle proportion entre le travail intérieur).

La compression abaisse le point de fusion des substances qui se contractent en fondant, et élève celui des substances qui, au contraire, se dilatent; de sorte qu'une action mécanique qui favorise le mouvement des molécules dans le sens du mouvement qui s'opère pendant la fusion, compense une certaine partie de la chaleur nécessaire à la fusion.

En un mot, le travail de la compression opère une partie de la besogne de la chaleur. La variation des points d'ébullition est encore un exemple très-remarquable de cette transformation mécanique de la chaleur. La chaleur tend, en général, à écarter les molécules jusqu'à ce qu'elles soient libres; si par un moyen mécanique, on écarte les molécules, on n'aura plus besoin d'autant de chaleur pour achever l'ébullition. La diminution de pression doit donc abaisser la température d'ébullition.

Comme dernière remarque, on peut prévoir que la loi de Dulong ne peut se vérifier rigoureusement telle qu'elle a été posée, parce que, dans la chaleur spécifique, entre une partie équivalente au travail extérieur et à celui de la dilatation. Ce qui paraît être la quantité de chaleur par laquelle on doit multiplier l'équivalent, c'est la quantité correspondante à la force vive moléculaire.

### Théorie de la constitution des gaz.

L'équation précédente (1) se prête aisément à la théorie des gaz; nous allons tout d'abord démontrer que dans le cas des gaz, le travail intérieur  $I$  est constamment nul; donc, les molécules des gaz dans l'état parfait, ne s'attirent ni ne se repoussent.

Nous allons le prouver par une expérience de Joule. Cette expérience montre que si un gaz se détend sans produire de travail extérieur, il n'a besoin d'aucune quantité de chaleur pour maintenir constante sa température. Le ré-

= résultat

peut paraître étonnant quand on se rappelle qu'on ne peut pas modifier le volume d'un gaz sans changer sa température; mais c'est que dans ce cas, la paroi mobile sert à transmettre du travail venant du dehors, et par suite de la force vive. Dans l'expérience de Joule, le gaz se dilate dans le vide, c'est à dire sans paroi mobile.

L'appareil se compose de deux réservoirs réunis par un tube à robinet et plongés dans un même calorimètre. On fait le vide dans l'un et on remplit l'autre d'air à haute pression. Quand la température du calorimètre est bien stationnaire, on ouvre la communication; on ne constate aucune variation de la température de l'eau contenue dans le calorimètre. On voit donc que  $\int Q \geq 0$ , puis que le gaz s'est détendu dans le vide, il n'a pas déplacé d'obstacles; il n'y a donc pas de travail extérieur  $\int T_e = 0$ . On pourrait objecter qu'il y a eu du travail produit d'un côté positif à la sortie du gaz du premier vase, de l'autre négatif dans le second et que ces quantités sont trop faibles pour être appréciées; mais on peut démontrer que ces quantités de chaleur sont très-sensibles et que leur somme est nulle. En plaçant chacun des deux réservoirs dans un calorimètre particulier, et en reprenant l'expérience, on trouve que le calorimètre contenant le vase où le gaz se détend perd une quantité de chaleur précisément égale à celle que gagne l'autre. Donc, il y a compensation exacte, et la somme de ces travaux extérieurs est nulle. Cette seconde manière de présenter l'expérience prouve que les quantités de chaleur en jeu sont assez considérables, et que l'expérience de Joule n'est pas une expérience négative.

Dans l'ordre historique, cette deuxième expérience est due à Gay-Lussac; mais il n'en avait déduit aucune conclusion sur la question des gaz. Donc, si un gaz ne produit pas de travail extérieur en se détendant, sa température reste constante sans qu'on ait besoin de modifier la quantité de chaleur qu'il possède, et on a  $\frac{1}{2} (\int F - F_0) + I = 0$ . Alors, ou bien chacun des

deux termes est nul séparément, ou bien ils sont de signe contraire et finis. — Nous allons montrer que la première hypothèse est seule admissible. Admettons, en effet, que I soit constamment nul. On sait que la quantité de chaleur cédée à un gaz est donnée par la formule

$$dQ = cdt + l dv$$

Cette formule a été établie en décomposant le phénomène en deux; 1° en échauffant du gaz sous volume constant; 2° en laissant dilater le gaz sous température constante. La première période fournit la quantité de chaleur  $c dt$ , nécessaire à la variation de force vive des molécules, puis que le volume reste constant, et le travail intérieur était nul par hypothèse. Dans la seconde période, la quantité de chaleur cédée  $l dv$  n'est employée qu'à produire du travail extérieur, puis que d'après l'expérience de Joule, l'ensemble des travaux intérieurs n'exige aucune quantité de chaleur. Donc,  $l dv = \frac{1}{F} p dv$ . Ce raisonnement montre

pourquoi cette conclusion ne peut s'appliquer aux autres substances que les gaz.

Ainsi 
$$E \, dv = p \, dv$$

ce qui donne : 
$$E = \frac{p}{\alpha}$$

Mais on sait que : 
$$c = c + \frac{\alpha \, dv}{1 + \alpha t} \quad \text{et} \quad \frac{p \, v}{1 + \alpha t} = p_0 \, v_0$$

On a donc : 
$$E = \frac{1}{\alpha} \cdot \frac{p_0 \, v_0 (1 + \alpha t)}{v}$$

Mais 
$$\frac{c - c}{\alpha} = \frac{\alpha \, v}{1 + \alpha t}$$

On a donc : 
$$E = \frac{\alpha \, p_0 \, v_0}{c - c}$$

En calculant  $E$ , on retrouve le même équivalent. On peut donc dire que l'hypothèse est bonne.

Appliquons cette formule à l'air ; on pose  $\alpha = 0,009667$ ,  
 $p_0 = 76 \times 13,596$ ,  $v_0 = \frac{1}{1,293}$ ,  $c = 0,2377$   $\frac{c}{c} = 1,41$ .

On se rappelle en effet que les formules employées se rapportent à l'unité de poids et que les circonstances initiales  $p_0, v_0$  sont la température  $0^\circ$ , et à la pression  $0,76$  de mercure. On trouve le nombre  $E = 423$ . Les meilleures données relatives aux autres gaz les plus voisins de l'état parfait conduisent à des résultats compris entre 422 et 427. Si on remarque que  $\frac{c}{c}$  n'est connu qu'à

$\frac{1}{141}$  près, on comprend que le dernier chiffre du résultat soit douteux.

Nous avons ainsi prouvé que dans les gaz, le travail intérieur est nul. Alors l'équation générale devient :

$$E \, Q = \frac{1}{2} (F - F_0) + I_c.$$

Joule s'est servi directement de cette propriété pour déterminer par l'expérience l'équivalent mécanique sans avoir recours aux coefficients  $c, c, \alpha$  de la formule précédente. Il prenait un vase renfermé dans un calorimètre ; il comprimait de l'air dans ce vase au moyen d'une pompe dont il pouvait calculer le travail ; il mesurait de plus la chaleur gagnée par le calorimètre ; le quotient de ces deux quantités a donné pour l'équivalent un nombre satisfaisant.

Calculons maintenant la quantité de chaleur qu'il faut à une masse gazeuse pour la faire passer de l'état de température, de volume et de pression  $(p, v, t)$  à l'état  $(p', v', t')$

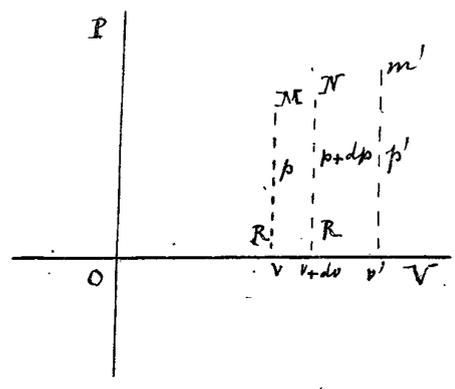
Dans cette modification de l'état du gaz, nous avons à distinguer

deux sortes de chaleur, l'une qui sert à modifier  $\frac{1}{2} (F - F_0)$ , l'autre, le travail  $T_e$ . La première ne dépend que de la température, par suite, elle est définie par  $t$  et  $t'$ ; c'est elle qui correspond à la variation de force vive  $\frac{1}{2} (F - F_0)$ . Quant à la deuxième, elle dépend, non pas des valeurs extrêmes  $(p, v, t)$  et  $(p', v', t')$ , mais de la manière dont  $p$  et  $v$  ont varié simultanément, puis que c'est l'intégrale  $\int p dv$ . Si nous ajoutons au gaz à l'état  $(p, v, t)$  une quantité de chaleur  $dQ$ , on aura  $dQ = c dt + l dv = c dt + \frac{1}{E} p dv$ , et en intégrant :

$$Q = c(t' - t) + \frac{1}{E} \int_t^{t'} p dv$$

La représentation géométrique suivante va éclaircir ces considérations. Représentons par l'ordonnée  $p$  et l'abscisse  $v$  la pression et le volume de l'unité de poids du gaz, sa température est par là définie, puisqu'elle doit satisfaire à

$$\frac{pv}{1 + \alpha t} = K.$$



On voit aisément que chaque point du plan représente un état différent du gaz, et réciproquement tous les états sont représentés.

Soient  $m$  et  $m'$  les points représentatifs des états  $(p, v, t)$  et  $(p', v', t')$ . Quand le volume a varié de  $dv$ ,  $p$  sera augmenté de  $dp$ , et par suite  $t$  de  $dt$ , et son état sera représenté par le point  $N$ . Mais l'aire du trapèze infiniment petit  $MNR$  diffère de  $p dv$  d'un infiniment petit près du second ordre seulement. Donc, dans le passage du gaz  $(p, v, t)$  à l'état  $(p', v', t')$  la courbe décrite par le point  $M$  limite une aire plane représentant le travail extérieur. Nous voyons donc que pour définir la quantité de chaleur nécessaire pour faire passer le gaz de l'état  $(p, v, t)$  à l'état  $(p', v', t')$  il est nécessaire de définir une courbe joignant  $M$  à  $M'$ ; en d'autres termes, la manière dont on fait passer le corps de l'état initial à l'état final.

En résumé, les molécules des gaz parfaits ne réagissent pas les unes sur les autres. La force vive moléculaire reste la même, lorsque la température est constante; elle est caractéristique de la température et croît avec elle.

Principe de Bernoulli sur la constitution des gaz. - Cette conclusion de Boyle, qu'il n'y a aucune réaction entre les molécules des gaz, paraît au premier abord en contradiction avec les faits, puisque les gaz possèdent une élasticité, laquelle semble nécessiter une action répulsive entre les molécules. Cependant on va voir qu'il n'en est rien, et que l'élasticité s'explique parfaitement dans l'hypothèse des molécules en

librement libres.

Au siècle dernier, Bernouilli eut une théorie de la construction moléculaire des gaz, qui passa inaperçue. Elle a été, pour ainsi dire, inventée de nouveau en Allemagne par Hérapat, et en Angleterre par Joule. Elle est fondée sur les hypothèses suivantes :

Les molécules des gaz sont animées de mouvements de translation uniformes et de même vitesse. Elles n'ont aucune action mutuelle les unes sur les autres, tout en étant individuellement parfaitement élastiques. La vitesse de translation augmente par l'échauffement et diminue par le refroidissement.

Ces hypothèses sont complètement d'accord avec les résultats obtenus précédemment. On voit que la pression est expliquée par une série de chocs des molécules sur les parois. Supposons un gaz renfermé dans un espace quelconque. Sur un élément de la paroi pris pour unité, viennent frapper des molécules. La même chose en chacun des autres éléments de la paroi. La distribution moyenne en chaque point de la paroi sera toujours la même. Dès-lors, sur un élément quelconque, la pression doit être proportionnelle à son coefficient près qui dépend de la direction moyenne des molécules qui viennent frapper la paroi, au nombre  $C$  des chocs, à la masse  $m$  de ces molécules, et à leur vitesse moyenne commune, de sorte que

$$P = a C m u$$

le nombre  $C$  de chocs produits dans l'unité de temps est

$$C = K n u$$

$n$  étant le nombre de molécules comprises dans l'unité de volume. Par conséquent

$$P = A n m u^2$$

Donc, la pression est proportionnelle au nombre de molécules comprises dans l'unité de volume multiplié par la force vive de chaque molécule.

Si nous admettons que la température reste constante,  $m u^2$  reste fixe et la pression ne dépend que du nombre de molécules comprises dans l'unité de volume; en un mot, la pression, quand la température reste constante, est proportionnelle à la densité. Ce qui est l'expression de la loi de Mariotte.

Si maintenant on prend deux gaz à la même pression et sous le même volume, on a  $A n m u^2 = A' n' m' u'^2$ , car  $A$  ne dépend que de la direction respective des molécules, et pas du tout de leur nature. Alors

$$n m u^2 = n' m' u'^2$$

Si on suppose les gaz à la même température,  $u = u'$ , et après la loi

d'Ampère. Donc,  $m u^2 = m' u'^2$ . Nous faisons appel à la loi d'Ampère pour caractériser la substance des divers gaz. On voit par là que les forces vives des deux masses gazeuses sont les mêmes si elles sont à la même température, et la loi qui lie le volume à la pression est la même pour tous les gaz. C'est la loi de Gay-Lussac sur l'identité du coefficient de dilatation des gaz sous volume constant.

3<sup>e</sup> Leçon. On peut se demander quel lien existe entre la force vive et notre échelle conventionnelle de température.

$$\text{La formule } P = A m u^2$$

peut se mettre sous une forme plus simple en écrivant  $A m = H$

$$P = H m u^2$$

Cette formule indique que la pression est proportionnelle à la force vive.

$$\text{Mais } \frac{Pv}{1+\alpha t} = K; \text{ donc } P = \frac{K}{v} (1+\alpha t)$$

Et si le volume de la masse gazeuse reste constant, on a :

$$\frac{1+\alpha t}{m u^2} = \frac{1+\alpha t'}{m u'^2} = \dots$$

Donc

$$\frac{1}{m u^2} + \frac{t}{m u^2} = \frac{1}{m u'^2} + \frac{t'}{m u'^2} = \dots$$

Ce qui donne, avec les degrés de l'échelle centigrade)

$$\frac{273+t}{m u^2} = \frac{273+t'}{m u'^2}$$

Donc, la force vive d'un gaz qui conserve toujours même volume est proportionnelle à 273, plus la température. On appelle température absolue la température actuelle augmentée de 273°. La force vive des molécules gazeuses est proportionnelle à leur température absolue.

On arrive à cette idée, qu'il existe une température telle que les molécules gazeuses n'ont plus de vitesse; elles semblent arrivées au froid absolu, ne posséder aucune chaleur.

Nous ne sommes arrivés à cette conclusion qu'en nous servant de la condition  $\frac{Pv}{1+\alpha t} = K$ ; elle n'est rigoureuse qu'entre certaines limites, et le zéro absolu, c'est-à-dire -273° est en-dehors de ces limites.

Si l'état gazeux n'est pas parfait, s'il y a des réactions entre les molécules, les lois précédentes ne peuvent plus être exactes; la pression sera augmentée de la réaction des molécules les unes sur les autres d'une paroi à l'autre. Chaque loi sera ainsi faussée en plus ou en moins, car  $I$  diffère de celui qu'on a calculé d'une quantité constante positive ou négative.

Ainsi l'inexactitude de la loi de Mariotte montre qu'il existe des actions sensibles entre les molécules; plus les gaz seront rapprochés de leur point de liquéfaction, plus ces réactions sont vives, et plus la loi de Mariotte sera faussée, ce qui est d'accord avec l'expérience.

On pourrait déduire des considérations précédentes la loi de Dulong et Petit, et celle de Delaroché et Bérard.

La suite des considérations qui précèdent s'applique exclusivement aux gaz, nous allons revenir au cas général. Si on cède une quantité  $Q$  de chaleur à un corps, on a la relation

$$E.Q = \frac{1}{2} (F - F_0) + I + T_e$$

C'est à Carnot qu'on doit la méthode qui permet de discuter en général les phénomènes que produit la chaleur sur les corps, indépendamment du travail intérieur. Voici comment on peut adapter cette méthode aux idées nouvelles sur la chaleur:

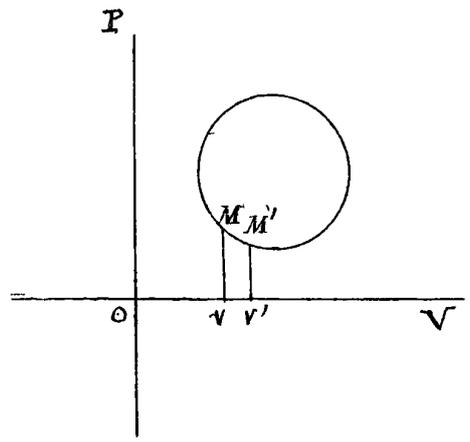
1<sup>o</sup> Il est toujours possible par l'application convenable de sources de chaleur ou de froid, et l'action de forces de compression ou de dilatation, de faire passer un corps quelconque par une série d'états tous différents, et de le ramener à son état primitif de volume, de température et de pression.

2<sup>o</sup> Dans la série de transformations précédentes (cycle fermé) quoique le corps revienne à son état primitif, la chaleur cédée par la source chaude n'est pas égale à la chaleur absorbée par la source froide, et le travail extérieur de compression n'est pas égal au travail extérieur de dilatation.

La première proposition est évidente, si on applique à un corps quelconque la représentation graphique développée précédemment dans le cas des gaz. Actuellement, le cycle fermé des transformations que subit le corps peut être représenté par une courbe fermée dont tous les points représentent un état différent du corps.

La seconde proposition, relative aux quantités de chaleur cédées et absorbées, se déduit aussi de l'inspection de la courbe.

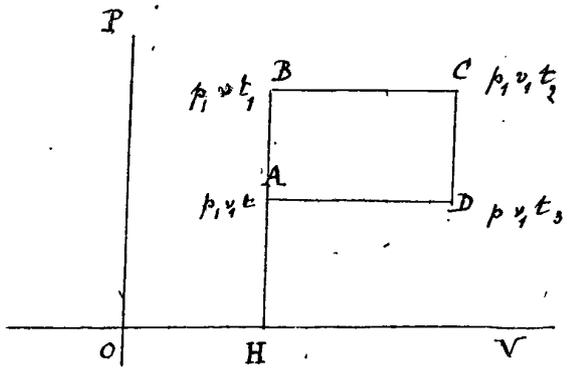
Le travail extérieur est exprimé le plus ordinairement par  $\int p \, dv$ : c'est à dire par l'aire de la courbe comprise entre deux ordonnées  $p, p'$ ; dans le cas d'un cycle fermé, c'est l'aire de la courbe fermée affectée du signe plus ou du signe moins suivant le sens du mouvement de  $M$  (Voir la figure à la page suivante). Donc, puisqu'il y a travail extérieur positif ou



ou négatif, il y a nécessairement chaleur dé-  
-pensée ou absorbée. On voit qu'on n'a pas à  
tenir compte du travail intérieur, parce que  
le corps revient à l'état initial, et qu'on ne  
peut pas supposer, sous peine d'admettre  
une production ou une destruction gratuite  
de force vive, que le corps soit dans un état  
intérieur calorifique ou mécanique différent  
lorsqu'il reprend la même température, la  
même pression et le même volume.

Le calcul va maintenant nous per-  
-mettre de vérifier la proposition; il nous fournira en même temps une expres-  
-sion importante de l'équivalent mécanique de la chaleur.

Considérons d'abord le cas particulier des gaz. La proposition étant  
indépendante de la nature du cycle, choisissons un cycle simple au point de  
vue du calcul. Imaginons un gaz ca-  
-ractérisé d'abord par un volume  $v$ , une  
pression  $p$ , et une température  $t$ . Il  
cet état correspond le point A; si on  
suppose que le volume reste constant  
pendant que la pression et la tempé-  
-rature varient, on arrive au point B  
situé sur la droite AH; en B le corps  
est à l'état  $p_1, v, t_1$ ; en laissant la pres-  
-sion constante, on arrive à l'état  $p_1, v_1, t_1$   
représenté par un point C sur la paral-  
-lèle à OV menée par B; en laissant le



volume constant, et en ramenant la pression à la valeur  $p$ , on obtient le point  
D sur la parallèle à PO et à la même hauteur que A; enfin si on ne change  
pas la pression, on peut ramener le volume  $v_1$  à la valeur  $v$ , et alors le corps revient  
à son état initial, qui est représenté par A. Les droites AB, BC, CD, DA, sont  
les quatre portions de la courbe fermée qui représente le cycle parcouru par le corps.  
Remarquons maintenant que dans le cas actuel, la relation  $f(p, v, t) = 0$

n'est autre que  $\frac{pv}{1+at} = p_0 v_0$ ; donc  $1+at = \frac{pv}{p_0 v_0}$        $t + \frac{1}{a} = p \frac{1}{p_0 v_0 a}$ . Or  $\frac{1}{a} = \gamma \beta = a$ ,

on a  $a + t = H p v$   
 Dès-lors, en A, on a  $H p v = a + t$   
 en B,  $H p_1 v = a + t_1$   
 en C,  $H p_1 v_1 = a + t_1$   
 en D,  $H p v_1 = a + t_2$

Les quantités de chaleur cédées sont, pour aller de

$$\begin{array}{ll} \text{A en B} & q_1 = c (t_1 - t) \\ \text{de B en C} & q_2 = c (t_2 - t_1) \\ \text{de C en D} & q_3 = c (t_3 - t_2) \\ \text{de D en A} & q_4 = c (t_4 - t_3) \end{array}$$

$c$  et  $c$  sont, comme on se le rappelle, les chaleurs spécifiques à volume constant et à pression constante;  $q_1, q_2, q_3, q_4$  sont des quantités de chaleurs en jeu affectées du signe convenable. Donc, en comparant aux 4 relations précitées on obtient:

$$q_1 = c H v (p_1 - p)$$

$$q_2 = c H p_1 (v_1 - v)$$

$$q_3 = c H v_1 (p - p_1)$$

$$q_4 = c H p (v - v_1)$$

En ajoutant les quantités de chaleur cédées ou absorbées, on voit que leur somme  $Q$  n'est pas nulle, ce qui vérifie le second point.

$$\text{En effet } Q = H \left\{ c \{ p_1 (v_1 - v) + p (v - v_1) \} + c \{ v (p_1 - p) + v_1 (p - p_1) \} \right\}$$

ou en réduisant

$$Q = H (c - c') (p_1 - p) (v_1 - v)$$

D'un autre côté, le travail extérieur est  $\mathcal{E} = (p_1 - p) (v_1 - v)$ .

Donc, la quantité de chaleur est, à un facteur constant près, représentée par l'aire du cycle

$$Q = H (c - c') \mathcal{E}$$

Donc

$$K = \frac{\mathcal{E}}{Q} = \frac{1}{H(c-c')} = \frac{p_0 v_0 \alpha}{c - c'}$$

Ce facteur constant n'est autre que l'équivalent mécanique déjà obtenu par d'autres considérations.

Le calcul précédent se généralise aisément et fournit une relation analogue à la précédente, mais où les coefficients spécifiques se rapportent à un corps quelconque: nous laisserons sous leur forme la plus générale

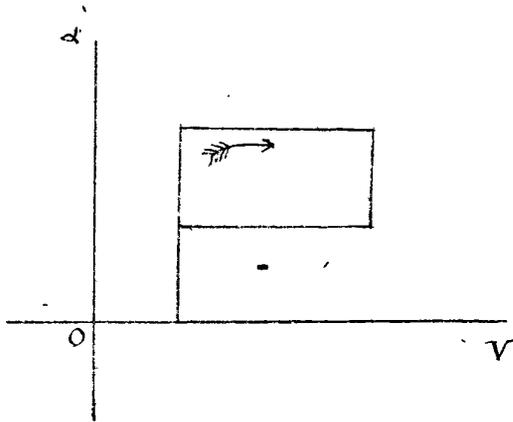
$$t = f(p, v)$$

$$c = \varphi_1(p, v)$$

$$c' = \varphi_2(p, v)$$

On peut en effet considérer  $C$  et  $c$  comme fonctions du volume et de la pression; nous savons qu'ils sont fonctions, l'un de la pression et de la température, l'autre du volume et de la température et la première relation permet d'éliminer la température.

Comme cycle fermé, nous choisissons un rectangle infiniment petit. Le corps est d'abord à l'état  $(p, v, t)$ , on lui applique la quantité de chaleur  $dq_1$ , de façon à l'amener à l'état  $(v, p+dp, t_1)$  puis  $dq_2$ , pour l'amener à l'état  $(v+dv, p+dp, t_2)$ , puis  $dq_3$  pour l'amener à l'état  $(p, v+dv, t_3)$ ; enfin  $dq_4$  pour l'amener à l'état primitif  $(p, v, t)$ ; il est clair que  $t$  reprendra sa valeur primitive, puisque la température dépend uniquement de  $p$  et de  $v$ .



L'après la relation

$$t = f(p, v)$$

$$\text{On a } t_1 = f(p+dp, v)$$

$$t_2 = f(p+dp, v+dv)$$

$$t_3 = f(p, v+dv)$$

Nous allons développer ces valeurs en nous arrêtant au second ordre. Il est inutile de pousser plus loin le développement, car si nous savons que dans les différentes phases, les quantités de chaleur cédées sont du premier ordre, la quantité cédée en définitive, quand le corps reviendra à son état primitif, sera seulement du second ordre. Elle doit en effet être l'équivalent du travail extérieur seul, puisque on a un cycle fermé, travail dont l'expression est simplement  $dp dv$ . C'est même pour obtenir sans calcul l'expression du travail extérieur que nous avons choisi un cycle dont l'aire soit facile à évaluer.

$$t_1 = t + \frac{df}{dp} dp + \frac{dp^2}{1.2} \frac{d^2f}{dp^2}$$

$$t_2 = t + \frac{df}{dp} dp + \frac{df}{dv} dv + \frac{d^2f}{dp dv} dp dv + \dots$$

$$t_3 = t + \frac{df}{dv} dv + \frac{dv^2}{1.2} \frac{d^2f}{dv^2}$$

$$\text{On a en même temps } dq_1 = c(t_1 - t)$$

$$dq_2 = \left( c + \frac{dc}{dp} dp \right) (t_2 - t_1)$$

$$dq_3 = \left( c + \frac{dc}{dv} dv \right) (t_3 - t_2)$$

$$dq_4 = c (t - t_3)$$

On limite ici le développement de  $c$  et  $c$ , au premier ordre, le reste n'introduisant au produit que des termes du troisième ordre.

En remplaçant  $t_1 - t$ ,  $t_2 - t_1$ , &  $c_1$ , par leurs valeurs, on obtient

$$dq_1 = c \left( \frac{dp}{1} \cdot \frac{df}{dp} + \frac{dp^2}{1.2} \frac{d^2f}{dp^2} \right)$$

$$dq_2 = \left( c + \frac{dc}{dp} dp \right) \left( \frac{dv}{1} \frac{df}{dv} + \frac{dv dp}{1} \frac{d^2f}{dp dv} + \frac{dv^2}{1.2} \frac{d^2f}{dv^2} \right)$$

$$dq_3 = - \left( c + \frac{dc}{dv} dv \right) \left( \frac{df}{dp} dp + \frac{dv dp}{1} \frac{d^2f}{dp dv} + \frac{dp^2}{1.2} \frac{d^2f}{dp^2} \right)$$

$$dq_4 = - c \left( \frac{df}{dv} dv + \frac{dv^2}{1.2} \frac{d^2f}{dv^2} \right)$$

En ajoutant, les termes du premier ordre se détruisent, et on a :

$$q = dp \cdot dv \left( (c - c) \frac{d^2f}{dp dv} + \frac{dc}{dp} \frac{df}{dv} - \frac{dc}{dv} \frac{df}{dp} \right)$$

en négligeant les quantités du troisième ordre. Telle est la quantité de chaleur qu'il a fallu céder au corps dans la série de ses transformations. Cette expression est égale à  $\frac{dp \cdot dv}{E}$ ; d'où l'on déduit :

$$E \left\{ (c - c) \frac{d^2f}{dp dv} + \frac{dc}{dp} \frac{df}{dv} - \frac{dc}{dv} \frac{df}{dp} \right\} = 1.$$

C'est une relation très-importante; elle se rapporte à une pression normale exercée sur le corps; on pourra donc se servir d'une substance quelconque pour calculer  $E$ . Cette relation exprime encore une condition à laquelle doivent satisfaire naturellement les coefficients spécifiques de chaque corps; outre les deux chaleurs spécifiques, on reconnaît dans les dérivées  $\frac{df}{dv}$  et  $\frac{df}{dp}$  les coefficients de dilatation à pression constante et à volume constant. (1)

---

(1) Note (non exigée). En effet,  $\frac{df}{dv}$  et  $\frac{df}{dp}$  sont bien l'inverse des limites l'une de  $\frac{dv}{dt}$  avec  $p = 0$ , l'autre de  $\frac{dp}{dt}$  avec  $dv = 0$  qu'on déduit de la formule

On peut donner de cette formule une démonstration analytique directe, en partant de l'expression

$$Q E = \frac{1}{2} (F - F_0) + I + I_2$$

Réunissons  $\frac{1}{2} (F - F_0) + I$  en un seul terme  $U$ , en remarquant que  $I_2 = \int p dv$ , on a

$$Q E = U + \int p dv$$

Rappelons-nous que  $t = f(p, v)$   $c = \varphi_1(p, v)$   $c = \varphi_2(p, v)$

Si la fonction  $U$  était connue pour chaque corps, tous les problèmes thermiques qui nous ont occupés jusqu'ici seraient complètement résolus. Malheureusement elle ne l'est pas; mais la simple condition que  $U$  n'est fonction que de  $p$  et de  $v$  va nous permettre de l'éliminer et de trouver les conditions que doivent remplir les constantes spécifiques indépendamment du travail intérieur.  $U$  peut être, en effet, considéré comme fonction de  $p$  et de  $v$  seulement, puisque  $p, t$ , et  $v$ , qui sont les trois variables du problème, sont liées par une relation nécessaire  $t = f(p, v)$ .

Donc l'expression de  $E, Q$  peut être considérée comme fonction de  $p$  et de  $v$  seulement; par suite la différentiation donne

$$E dQ = \frac{dU}{dp} dp + \frac{dU}{dv} dv + p dv$$

$$\text{ou bien } E dQ = \frac{dU}{dp} dp + \left( \frac{dU}{dv} + p \right) dv$$

Les coefficients de  $dp$  et de  $dv$  ont une interprétation simple; si on fait  $dp = 0$ , le premier membre correspond à la quantité de chaleur cédée au corps qui se dilate de  $dv$ , la pression restant constante. Nous en connaissons

$$dt = \frac{df}{dp} dp + \frac{df}{dv} dv.$$

Ce sont les coefficients que M. Regnauld a nommés coefficients réels de dilatation à  $t^\circ$ . Il ne faut pas confondre ces coefficients avec le coefficient de  $t$  dans la formule

$$v = v_0(1 + \alpha t)$$

L'expression de l'un d'eux est en effet  $\frac{dv}{dt} = v_0 \left( \alpha + t \frac{d\alpha}{dt} \right)$

Par suite, il ne faudrait pas substituer dans l'expression du texte  $\frac{1}{\alpha}$  à  $\frac{df}{dp}$ ; ni l'expression analogue  $\frac{1}{\beta}$  à  $\frac{df}{dv}$  déduite de la définition du coefficient de dilatation à volume constant  $p = p_0(1 + \beta t)$

l'expression indépendamment de la fonction  $U$ ; c'est  $c \frac{df}{dv} dv$ , car  $\frac{df}{dv} dv$  est la valeur que prend  $df$  quand  $dp = 0$ ; donc

$$\frac{dU}{dv} + p = E c \frac{df}{dv}$$

De même on obtiendra  $\frac{dU}{dp} = E c \frac{df}{dp}$

En différenciant la première par rapport à  $p$ , la seconde par rapport à  $v$ , et retranchant membre à membre, pour éliminer  $\frac{d^2U}{dp \cdot dv}$  ou  $\frac{d^2U}{dv \cdot dp}$ , ce qui est la même chose, on retombe sur la relation

$$E \left\{ (c-c) \frac{d^2f}{dp \cdot dv} + \frac{dc}{dp} \frac{df}{dv} - \frac{dc}{dv} \frac{df}{dp} \right\} = 1.$$

4<sup>e</sup> Leçon.

### Transformation de la chaleur en travail dans les machines à feu.

Jusqu'à présent, nous avons constaté qu'il y avait équivalence entre la quantité de travail produit, ou détruit, et la quantité de chaleur détruite ou produite; mais nous ne nous sommes pas occupés de prévoir la proportion de chaleur qu'on peut transformer en travail.

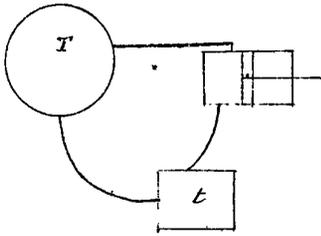
On a constaté que dans les machines à vapeur, toute la chaleur dépensée par le foyer n'est pas employée à produire du travail. Alors, on a cherché à employer le plus de chaleur possible. En d'autres termes, à dépenser le moins de combustible possible.

Le calcul de cette proportion est un des points les plus délicats de la théorie mécanique de la chaleur: il faut une analyse plus détaillée des phénomènes, sans quoi on s'exposerait à de graves erreurs; nous allons en donner un exemple:

D'après les données numériques de M. Regnault, on a cru pouvoir calculer simplement la quantité de chaleur transformée en travail dans les machines à vapeur; nous allons reproduire ce calcul, quoiqu'il soit inexact, pour bien faire voir que le phénomène était plus compliqué qu'on ne pensait.

Une machine à vapeur, réduite à sa plus simple expression, se compose d'un générateur de vapeur à la température  $T$ , d'un cylindre où se meut un piston, et d'un condenseur à la température  $t$ , où la vapeur vient

après avoir agi sur le piston, pour retourner ensuite à l'état d'eau dans la chaudière. Pour porter 1<sup>kg</sup> d'eau de  $t$  à  $T$ , on dépense  $T - t$  calories. Pour transformer cette eau en vapeur saturée à  $T$ , il faut, d'après une formule connue,  $606,5 - 0,695T$  calories. Donc, il a fallu dépenser, pour porter 1<sup>kg</sup> de  $t$  à  $T$  et pour le transformer en vapeur saturée à cette dernière température.



$$T - t + 606,5 - 0,695T$$

La vapeur agit ensuite sur le piston et produit un certain travail; ensuite elle se détend quand elle ne communique plus avec la chaudière, et revient à la température  $t$  et à la pression du condenseur, en se transformant en eau. Le kilogramme d'eau employé perd dans cette nouvelle transformation  $606,5 - 0,695t$  calories, si on admet que la vapeur est à la température  $t$  quand elle se condense. Par conséquent, la quantité de chaleur perdue est:

$$T - t + 606,5 - 0,695T - 606,5 + 0,695t$$

ou bien  $(T - t) \times 0,305$ .

La proportion de chaleur transformée en travail est

$$\frac{(T - t) \times 0,305}{T - t + 606,5 - 0,695T}$$

Le raisonnement montre ainsi que <sup>dans</sup> une machine de 5 atmosphères de pression, dont le condenseur possède une pression de 50<sup>mm</sup>, la proportion de chaleur réellement utile est plus petite que  $\frac{1}{20}$  de la chaleur employée.

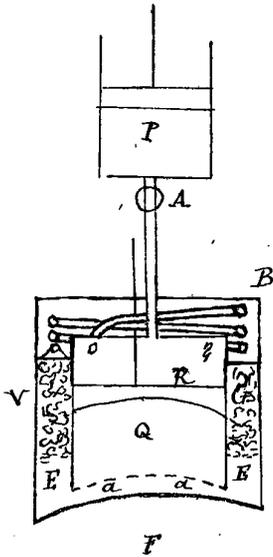
On a beaucoup discuté ce résultat; on a attribué cette grande dépense de combustible, inutile pour le travail, à la chaleur latente de vaporisation de l'eau, qui est considérable. Alors, on a essayé de se servir des machines à gaz. Mais on ne fait pas attention que toute la chaleur latente exprimée par  $606,5 - 0,695t$  ne passe pas dans le condenseur. On a remarqué en effet que quand la vapeur d'eau se dilate, elle se condense en partie, et abandonne une partie de la chaleur latente; elle redevient sensible et équivaut à une certaine quantité de travail.

Le résultat a été découvert par le calcul; mais on le démontre aussi par l'expérience. M. Hirn a établi une communication entre la chaudière d'une machine à vapeur et un tube résistant muni à ses deux extrémités de glaces transparentes; quand l'équilibre est bien établi, on met en communication le tube avec l'atmosphère, et on voit un nuage se former dans le tube. On peut répéter cette expérience en petit, en mettant dans un ballon une certaine

quantité d'eau qui sature l'air qu'il contient. En diminuant la pression par l'aspiration ou bien par la communication avec un autre ballon vide, on voit apparaître un nuage. La pression fait disparaître ce nuage. Il y a donc condensation d'une certaine quantité de vapeur.

Au moyen de cette remarque, la théorie montre que le rapport de la quantité de chaleur utile à la quantité de chaleur employée, rapport qu'on appelle coefficient économique, est voisin de  $\frac{1}{6}$ , quand on opère avec une machine de 5 atmosphères qui possède 55<sup>mm</sup> de pression dans le condenseur. (1)

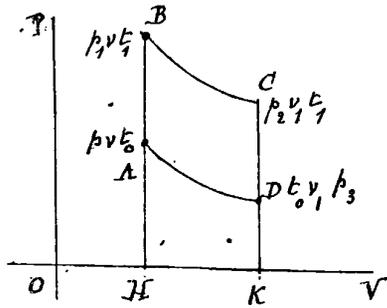
**Machine à gaz de Stirling.** — La machine de Stirling comprend d'abord un cylindre P avec son piston, comme les machines à vapeur ordinaires. La force motrice est fournie par la dilatation et la contraction alternative d'une masse d'air enfermée dans un grand cylindre Q. Pour produire cet effet, cette masse d'air passe alternativement au-dessous et au-dessus du grand piston R très-léger, qui se meut dans ce cylindre. Au fond du cylindre est le foyer F de chaleur dont la température est supposée constante  $t_1$ ; au sommet une bûche B d'eau froide à la température  $t_2$  qui se renouvelle constamment. La communication entre le haut et le bas de ce cylindre s'effectue par l'intermédiaire de la double enveloppe E. Le gaz passe par une série de trous a a percés dans le bas du cylindre, passe entre les deux enveloppes en remon-



par l'orifice o. Le régénérateur n'est autre chose qu'une espèce de filtre formé par de petits fragments de métal auquel le gaz abandonnera de la chaleur. Si le piston Q est au haut de sa course, tout l'air contenu dans le cylindre intérieur s'échauffe; sa pression augmente sous volume constant, et le piston P est soulevé. Si maintenant le piston Q s'abaisse, le gaz passe par les trous ménagés à la partie inférieure du cylindre, se refroidit en cédant toute sa chaleur aux fragments

(1) Ce qui a empêché le raisonnement précédent d'être exact, c'est qu'on n'a pas tenu compte du changement d'état. Dans le cas, au contraire, où, comme dans les gaz, il n'y a aucun point singulier dans la marche des phénomènes, les principes précédents nous suffisent dans la plupart des cas, non-seulement pour constater l'équivalence, mais pour calculer les proportions relatives de travail et de chaleur en jeu.

de métal, et à l'eau froide interposés sur son passage, et rentre par l'office  $O$  dans le cylindre  $Q$  au-dessus du piston. Le refroidissement fait diminuer la pression du gaz, et le piston  $P$  s'abaisse. Supposons que le piston  $Q$  se relève; le gaz repasse dans le serpentin, sur les fragments du métal, et par les trous, à la partie inférieure du piston  $Q$ . Dans ce trajet, le gaz a repris au métal la chaleur qu'il lui avait cédée; c'est donc une économie.



En résumé, c'est une masse constante de gaz qui parcourt un cycle fermé pendant le temps, quasi séparé deux retours consécutifs du piston  $Q$  au bas de sa course. Au moment où nous relevons le piston, l'état de la masse gazeuse  $(p, v, t)$  est représenté par le point  $A$ , d'après les conventions adoptées précédemment,  $v$  étant le volume du cylindre  $Q$ . Lorsque le piston  $R$  se relève, le gaz qui était à la température  $t_0$  se dilate sous volume constant; sa pression augmente sous l'influence de la chaleur cédée par le régénérateur. Durant à la température, elle serait exactement  $t$ , celle du foyer, si le régénérateur était parfait. Dès lors, le foyer n'aurait aucune quantité de chaleur à céder dans cette première période. La série d'états du gaz est donc représentée par la parallèle  $AB$  à  $OP$ . Lorsque le cylindre moteur est en communication avec  $Q$ , le gaz se dilate sous l'influence du foyer, qui cède la quantité de chaleur nécessaire pour que la température reste constante  $t$ . Comme le gaz suit la loi de Mariotte, la série de ses états successifs est représentée par un arc d'hyperbole  $BC$ , tel, que  $(p_2, v_2, t_1)$  correspond à  $C$ ,  $v_2$  étant la somme des volumes des deux cylindres  $Q$  et  $P$ . On abaisse alors le piston  $Q$ , et l'on maintient  $P$  au haut de sa course, de sorte que le gaz se refroidit jusqu'à la température  $t_0$ , le gaz cédant sa chaleur au régénérateur, et sa pression diminue jusqu'à  $p_3$ . Cette période est représentée par  $CD$ . Enfin, on abandonne le piston  $R$  qui se meut sous l'influence de la pression atmosphérique jusqu'au bas de sa course. La température du gaz est restée  $t_0$ , de sorte que la variation simultanée de sa pression et de son volume est représentée par l'arc d'hyperbole  $DA$ . Le gaz se retrouve ainsi dans les conditions initiales, après avoir décrit le cycle fermé  $ABCD$ .

Nous savons que l'aire du cycle est le travail extérieur; nous pourrions chercher à évaluer cette aire dont le calcul est simple; mais notre but est de reconnaître quelle est la proportion relative de chaleur qu'on a transformée en travail, c'est à dire le rapport entre la quantité de chaleur transformée en travail, et la quantité de chaleur cédée par le foyer. Il est facile de voir qu'on n'a pas à tenir compte de la chaleur en jeu pendant la première et la troisième période. C'est une quantité de chaleur cédée une fois pour toutes au régénérateur, et qui servira indéfiniment.

Elle est représentée par  $c(t_1 - t_0)$ , si on opère sur l'unité de poids du gaz. Reste à évaluer les quantités de chaleur correspondantes aux seconde et quatrième phase. — D'après la formule bien connue

$$dQ = c dt + p dv$$

qui se réduit, puisque  $dt = 0$ , à

$$dQ = \frac{1}{E} p dv$$

On voit que:  $dQ = \frac{1}{E} K (1 + \alpha t_1) \frac{dv}{v}$

en vertu de la relation  $\frac{pv}{1 + \alpha t} = K$ .

Donc, la quantité de chaleur cédée, pour passer de B en C est

$$Q = \frac{1}{E} K (1 + \alpha t_1) \int_{v_0}^{v_1} \frac{dv}{v}$$

puisque la température reste constante; donc

$$Q = \frac{1}{E} K (1 + \alpha t_1) I_1 \frac{v_1}{v_0}$$

De même, dans la quatrième phase, la quantité de chaleur restituée par le gaz est:

$$Q_0 = \frac{1}{E} K (1 + \alpha t_0) I_1 \frac{v_1}{v_0}$$

Donc, la quantité de chaleur transformée en travail est en définitive  $Q - Q_0$ ; la quantité de chaleur donnée par le foyer est  $Q$ , c'est la chaleur cédée pendant que la masse gazeuse pousse le piston P

Le coefficient économique est, par suite, en supprimant le facteur  $\frac{K}{E} I_1 \frac{v_1}{v_0}$

$$\frac{Q - Q_0}{Q} = \frac{(1 + \alpha t_1) - (1 + \alpha t_0)}{1 + \alpha t_1}$$

ce qui donne:  $\frac{Q - Q_0}{Q} = \frac{t_1 - t_0}{t_1}$

en considérant les températures à partir de  $-273^\circ$  centig. Ce résultat est remarquable; il prouve que, quels que soient les écarts de volume, il n'y a que les températures extrêmes du foyer qui entrent en ligne de compte. Un exemple simple

$$t_1 = 300^\circ, \text{ et } t_0 = 50^\circ$$

donne pour coefficient économique  $\frac{1}{5}$  environ.

Le résultat obtenu par le calcul précédent parait d'abord singulier; mais c'est une conséquence des idées de Carnot sur l'indestructibilité du calorique. Il avait, en effet, dès 1826, énoncé le principe suivant:

De quelque manière qu'on emploie la chaleur, si la source de chaleur est de température  $t_1$ , et si la source de froid est de température  $t_0$ , quel que soit le corps qui serve d'intermédiaire, la quantité de travail ne dépend que de ces températures extrêmes.

Il avait déduit ce principe des hypothèses suivantes:

La chaleur est analogue à un liquide pesant qui imprègneait les corps; la température peut s'assimiler au niveau que possède ce liquide dans chaque corps; l'équilibre de température peut s'assimiler à l'égalité de niveau du liquide calorifique, les corps qui le contiennent étant pour ainsi dire deux vases que l'on renferme.

D'après ces idées, la production du travail devait être assimilée à la chute d'un poids de ce liquide occasionnée par une différence de niveau, c'est-à-dire au retour d'une certaine quantité de fluide calorifique de la température primitive à une température nouvelle.

M. Hirn a cherché par l'expérience, de l'expression  $\frac{t_1 - t_0}{t_1}$  qui s'applique au gaz, s'appliquait aussi aux machines à vapeur. Il a employé une machine à vapeur d'usine de la force de 200 chevaux. Il a calculé directement la proportion de chaleur utile pour produire du travail, et il a trouvé des rapports compris dans  $\frac{1}{8}$ ,  $\frac{1}{7}$ ,  $\frac{1}{6}$ , nombres qui se rapprochent autant que possible du nombre théorique. Il avait, pour arriver au résultat, à rechercher d'abord la quantité de chaleur cédée par la chaudière, ensuite la quantité de chaleur cédée au condenseur, enfin à mesurer la quantité de travail produit par cette vapeur.

Si on considère un poids  $M$  d'eau, il absorbe, pour se transformer en vapeur saturée à  $T^\circ$ , si  $T^\circ$  est la température de la chaudière, et  $t^\circ$  la température du condenseur,  $Q = m (T - t + 606,5 - 0,695 T)$ .

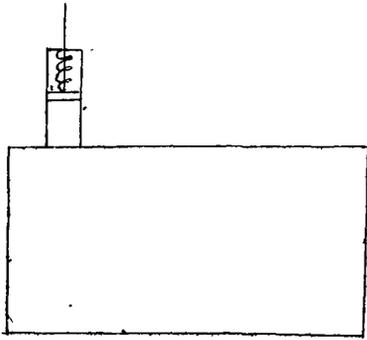
M. Hirn transforma le condenseur en calorimètre; la masse d'eau du calorimètre  $M$  était d'abord à la température  $\theta$ ; à la fin à la température  $t$ ; alors la quantité totale de chaleur  $Q_0$  régénérée était

$$Q_0 = M (t - \theta)$$

et la quantité de chaleur employée, était  $Q - Q_0$ .

Si on empêche la machine de faire du travail, la chaleur se rend tout entière au condenseur, et on retrouve la quantité  $Q$  perdue par la chaudière; ce qui prouve que la chaleur perdue est bien employée à la production de travail extérieur.

Pour mesurer le travail de la vapeur, M. Hirn employa la méthode



graphique. (Indicateur de Watt). Il fixa à une des extrémités du cylindre un tube communiquant avec son intérieur et contenant un petit piston. Le piston était maintenu par un ressort à boudin. La résistance du ressort est toujours proportionnelle à la pression de la vapeur, et la quantité dont il se déplace est proportionnelle à l'augmentation de pression. Dès lors, en disposant un crayon sur le petit piston, et l'appuyant sur une feuille de papier qui suivait le mouvement du grand piston. M. Hirn obtint

la courbe fermée qui correspond au cycle fermé parcouru par la vapeur, et dont l'aire est proportionnelle à  $\int p \, dv$ . En faisant attention aux unités des échelles qu'on détermine par des expériences préliminaires, et en évaluant la surface au moyen des formules ordinaires de Simpson, on a le travail extérieur produit  $I_e$ .

Cette série d'expériences a permis de déterminer l'équivalent mécanique de la chaleur, et le coefficient économique  $\frac{I_e}{Q - Q_0} = E$ . On a trouvé 413.

De plus,  $\frac{Q - Q_0}{Q} = \frac{v - v_0}{\bar{v}}$ , c'est à dire ici  $\frac{I - t}{273 + I} = \frac{1}{6}$  environ avec les données des expériences précédentes.

Théorie de Carnot. Carnot est arrivé à la même loi générale sur la valeur du coefficient économique par l'étude des cycles fermés. — Nous ne le suivons pas dans le développement de ses hypothèses; nous nous contenterons simplement de montrer qu'il existe un maximum pour le coefficient économique, quel que soit le corps que l'on emploie. Le mode de raisonnement, sinon les idées, est emprunté à Carnot.

Nous remarquerons d'abord qu'il faut distinguer la chaleur au point de vue calorimétrique et au point de vue thermométrique. Deux quantités de chaleur peuvent être considérées calorimétriquement comme identiques, et ne pas l'être thermométriquement:

Avec 1<sup>lit</sup> d'eau à 100° on peut élever la température de 100<sup>lit</sup> d'eau de 0° à 1°. Mais inversement, 100<sup>lit</sup> d'eau à 1° ne peuvent servir à échauffer 1<sup>lit</sup> d'eau de 0° à 100°. En un mot, le premier phénomène n'est pas réversible. Il en résulte que si on veut employer de la chaleur pour produire du travail, il faut considérer comme perdue toute chaleur qui se trouve à une température inférieure à une limite déterminée.

On a donc été conduit à admettre l'hypothèse suivante:

On ne peut pas, sans travail, transporter de la chaleur d'un corps froid sur un corps

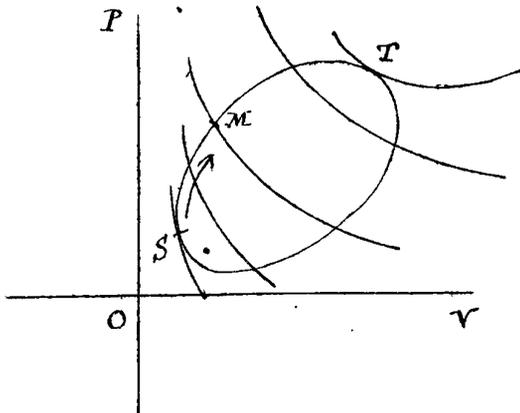
chaud, et on doit considérer comme non utilisable toute quantité de chaleur cédée à une température inférieure à celle où commence l'absorption de chaleur, dans le phénomène considéré.

Je suppose qu'un corps décrit un cycle fermé; il produit une certaine quantité de travail au détriment de la chaleur qu'on lui cède. La courbe graphique donne immédiatement  $p$  et  $v$ ; on a  $t$  par l'équation

$$t = f(p, v)$$

On peut obtenir sur la figure la température correspondante à chaque point. Son dérivé décrit une série de courbes dont l'équation générale soit

$$K = f(p, v)$$



$K$  prenant différentes valeurs, le point  $M$ , par exemple, correspondant à la courbe  $K = t$ , et aux pressions  $p, v$ , représentera l'état  $p, v, t$ . Les diverses courbes sont appelées lignes isothermes.

On distingue dans le cycle deux périodes distinctes; la première, où la température est croissante; l'autre, où elle est décroissante. A partir de la ligne isotherme tangente en  $S$ , si la courbe est parcourue dans le sens de la flèche, la température augmente de  $t^\circ$  à  $I^\circ$  jusqu'au point  $I$  de tangence d'une autre ligne isotherme. A partir de  $I$  jusqu'en  $S$  dans le même sens, la température décroît.

Si on considère en particulier les cycles des gaz, les lignes isothermes correspondantes sont des hyperboles équilatères rapportées à leurs asymptotes.

On peut maintenant chercher dans quelles parties du cycle le corps reçoit ou perd de la chaleur. Pour y arriver, on détermine dans la représentation géométrique les lignes de nulle transmission.

On peut calculer l'équation générale de ces lignes. Pour un corps quelconque, dans les conditions ordinaires

$$QE = U + I_c = U + \int p dv$$

Si  $Q$  est une constante, les courbes de nulle transmission seront définies par l'équation générale

$$K = U + \int p dv$$

$K$  prenant différentes valeurs.

Nous savons qu'on peut transformer cette expression afin d'éliminer  $U$ ; en répétant un calcul déjà fait, on obtient

$$K dQ = \frac{dU}{dp} dp + \frac{dU}{dv} dv + p dv.$$

$$dq_1 = \frac{1}{E} \left( \frac{dV}{dV} + p \right) dv = c \frac{df}{dv} dv$$

$$dq_2 = \frac{1}{E} \left( \frac{dV}{dp} dp \right) = c \cdot \frac{df}{dp} dp.$$

Une courbe de nulle transmission s'obtient en écrivant que  $dQ = 0$  dans la première relation

$$\text{Donc } c \frac{df}{dv} dv + c \frac{df}{dp} dp = 0.$$

équation différentielle qui représente une série de courbes  $\chi(p, v) = \text{const.}$

Pour les gaz parfaits, on a  $\frac{pv}{1+\alpha t} = K$

$$\text{Alors } \frac{df}{dv} = \frac{p}{\alpha} \text{ et } \frac{df}{dp} = \frac{v}{\alpha}$$

et on a, en définitive

$$\frac{c}{c} \frac{dv}{dv} + \frac{dp}{p} = 0$$

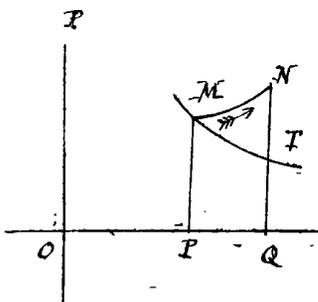
ou bien, en intégrant :

$$\frac{c}{c} \int \frac{1}{v} + \int \frac{1}{p} = K$$

ce qui revient à  $pv^{\frac{c}{c}} = K$ .

Cette relation exprime la loi qui lie le volume et la pression dans un gaz, lorsqu'on suppose qu'on ne fournit aucune quantité de chaleur; la température est alors nécessairement variable. On voit que la loi de variation n'est pas tout à fait la loi de Mariotte, car  $\frac{c}{c} = 1, 42$ .

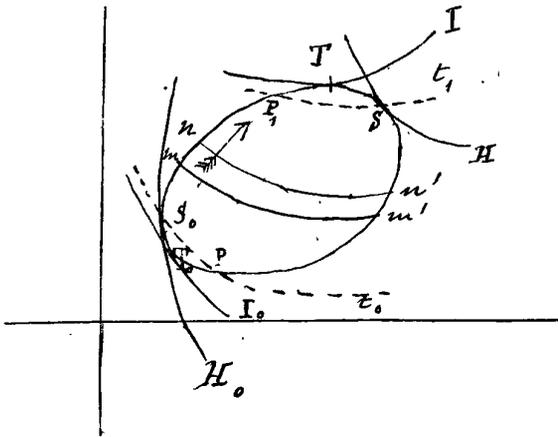
Les lignes de nulle transmission ont une grande importance. Elles permettent de reconnaître, d'après la représentation graphique, si, à un moment donné de ses transformations, le corps absorbe ou restitue de la chaleur. En effet, en prenant un point M, et soit MN l'arc de la courbe représentant la série des transformations S, (la flèche en indiquant le sens) M I la ligne de nulle transmission passant par le point M, la quantité



$$c \frac{df}{dv} dv + c \frac{df}{dp} dp \text{ changera de signe suivant que}$$

le point N sera au-dessus ou au-dessous du point I sur l'ordonnée I Q. Une discussion très-simple donnera dans chaque cas le signe absolu.

Par exemple, dans un cycle fermé, les deux lignes de nulle transmission tangentes séparent les deux périodes, l'une où le corps absorbe de la chaleur, l'autre où il en rend. Supposons que  $I_0$  et  $I$  soient les lignes isothermes tangentes en  $I_0$  et  $I$ , et  $H_0$  et  $H$  les lignes de nulle transmission tangentes en  $S_0$  et en  $S$  à la courbe fermée.



Admettons de plus que le cycle soit parcouru dans le sens de la flèche; supposons que la ligne isotherme  $I_0$  tangente en  $I_0$  corresponde à la température la plus basse de la masse et  $I$  à la plus élevée. Menons la ligne isotherme  $t_0$  passant par  $S_0$ ; et la ligne isotherme  $t_1$  passant par le point  $S$ . Nous partageons le cycle en divers segments dont l'étude résume les points

les plus délicats de la théorie.

De  $S_0$  à  $S$  suivant l'arc  $S_0 I, I S$ , le corps absorbe de la chaleur; mais la température ne s'élève que jusqu'au point  $I$ , de sorte que de  $I$  en  $S$ , sa température s'abaisse quoiqu'il absorbe de la chaleur. <sup>(Inversion)</sup> Suivant l'arc  $S P I, S_0$ , il dégage de la chaleur, mais sa température ne s'abaisse que jusqu'à  $I_0$ . De  $I_0$  en  $S_0$ , sa température s'élève, quoiqu'il cède de la chaleur.

Il est facile maintenant d'apercevoir les portions du cycle où la chaleur restituée par le corps est utilisable, et celles où elle est complètement perdue au point de vue de son emploi dans le même cycle. Considérons l'arc  $P I_0$ ; la chaleur abandonnée par le corps est cédée à une température inférieure à  $t_0$ ; or, l'absorption de chaleur commence à cette même température suivant l'arc  $S_0 I S$ . Elle ne pourrait donc pas, même recueillie, servir au cycle suivant: au contraire, la chaleur cédée le long de l'arc  $S P$ , peut être employée en partie ou en totalité à échauffer le corps le long de l'axe  $S_0 I$ . En effet, menons deux lignes isothermes infiniment voisines  $m m'$ ,  $n n'$  entre  $I_0$  et  $I$ , et soient  $\theta$ ,  $\theta + d\theta$  les températures correspondantes. Le corps absorbe de la chaleur de  $m$  en  $n$ , et cette quantité de chaleur est exprimée par  $c \frac{df}{d\theta} \cdot d\theta + c \frac{df}{dp} \cdot dp$ . De  $n'$  en  $m'$ , au contraire, le corps en cède une quantité

$$c' \frac{df}{d\theta'} \cdot d\theta' + c' \frac{df}{dp'} \cdot dp'$$

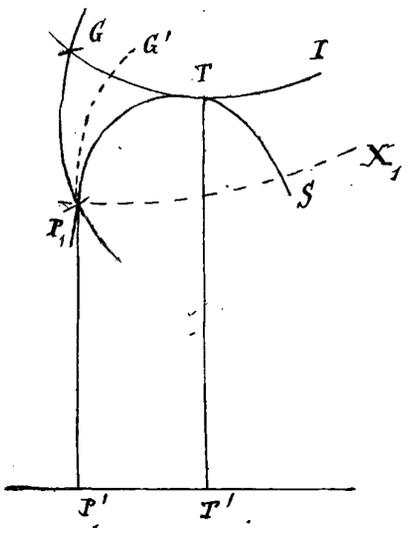
les accents signifiant qu'on a substitué les coordonnées du point  $m'$  à celles de  $m$ . Comme ces quantités sont à la même température, on pourra recueillir la seconde sur un régénérateur et la céder au cycle suivant. Nous aurons donc une économie qui sera maximum, si on a choisi la direction  $m' n'$  par la

condition d'égalité, des deux expressions précédentes. En réalité, nous écrirons ainsi l'équation différentielle d'une série de courbes conjuguées de la courbe  $S_0$  en  $P_1$ , et jouissant de la propriété qui caractérise le régénérateur parfait.

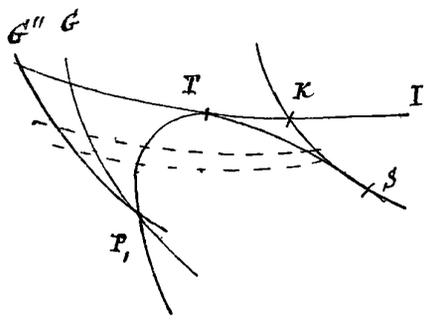
En particulier, si les deux arcs  $S_0P_1$  et  $S_1P_1$  étaient deux lignes de nulle transmission, il n'y aurait pas même besoin de régénérateur, puisqu'il n'y aurait ni absorption, ni cession de chaleur dans ces deux parties du cycle.

Reste le segment  $P_1S_1$ , où nous pouvons reconnaître aussi un emploi imparfait de la chaleur, dans le cas général. En effet, nous nous proposons, avec des sources données, d'obtenir la plus grande proportion possible de chaleur transformée en travail. Nous allons montrer que l'arc de courbe  $P_1I$  doit être une ligne de nulle transmission, si nous voulons avoir le maximum du coefficient économique. Bornons-nous au cas où la source de chaleur est à une température constante, égale justement à  $I$ . Soit  $IT$

la ligne isotherme correspondante à cette température,  $P_1G$  la ligne de nulle transmission passant par  $P_1$ . Je dis que toute ligne telle que  $P_1G'$  donnera un coefficient économique moindre que  $P_1G$ . En effet, l'accroissement de chaleur correspondant au travail interne pour passer de  $P_1$  à  $I$  est le même, quelle que soit la ligne  $P_1I$ . Tout l'excès de chaleur sera exclusivement employé à produire du travail extérieur. Or, ce travail est justement représenté par l'aire  $P_1G'IT'P_1'$ . Nous avons donc à chercher le moyen d'augmenter cette aire. Donc, en prenant  $P_1GT'$  au lieu de  $P_1G'I$ , nous aurons aie le coefficient économique.



On pourrait objecter qu'en prenant tout autre arc de courbe passant par  $P_1$  et  $I$ , et dont l'aire serait plus grande, on accroîtrait encore le coefficient. Mais on ne peut pas dépasser la ligne isotherme  $IT$ , puisqu'on se propose de n'employer que la chaleur de la source à la température  $I$ , ni dépasser la courbe de nulle transmission  $P_1G$  en prenant  $P_1G''$ , car



il y aurait alors cession de chaleur. Or, pour que cette quantité de chaleur ne fût pas perdue, il faudrait la confier à un régénérateur qui la rendrait au passage par les

mêmes lignes isothermes dans la portion comprise entre I et S; ce qui reviendrait à dire que le point P, n'est pas sur la ligne isotherme limite P, S P. Nous avons discuté ce cas. Nous serions conduits à changer l'arc I S en K S par la condition d'être le régénérateur conjugué de P, G". Nous aurions dans ce cas deux courbes conjuguées P, G" et K S, complétées par la ligne isotherme K I.

En résumé, pour obtenir le maximum de rendement, il faut annuler les segments P, I S et P I, S<sub>0</sub>, c'est à dire limiter le cycle dans un sens par les deux lignes isothermes de la source chaude et de la source froide, et dans l'autre sens par des lignes régénératrices conjuguées, ou en particulier par des lignes de nulle transmission.

Cette discussion générale permettrait dans chaque cas de calculer le coefficient économique maximum relatif à l'évolution d'un corps entre deux sources de températures données. Mais Carnot a le premier avancé que ce maximum était le même pour tous les corps. Nous admettons cette conclusion, et nous étendrons à tous les corps le résultat que nous avons obtenu avec les gaz dans la machine de Stirling, savoir, que le coefficient économique maximum est représenté par

$$\frac{t_1 - t_2}{t_1}$$

---

Fin.

---