VIII

Systeme hexagonal

Système hexagonal

Noms des Formes	Holoèdre Λ^6 3L² 3L'² C Π 3P 3P'				Holoaxes hémisymétriques	Hémiaxes principaux centrés	Hémiaxes [illegible]	Hémiaxes [illegible]	Hémiaxes non [illegible]	Tétartoaxes principaux
	Bravais	Levy $m = h$ $n = k$ $p = l$	Naumann $m = \frac{h+k}{h}$ $n = \frac{h+k}{n}$	Weiss $m = \frac{h+k}{h}$ $n = \frac{h+k}{k}$ $p = \frac{h+k}{l}$	Λ^6 3L² 3L'²	Λ^6 C Π	Λ^6 3P 3P'	Λ^6	Λ^3 3L² Π 3P'	Λ^3 Π
Base Pinacoïde de base p.p.d. à l'axe sénaire	0001	p	0 P	∞a : ∞b : ∞a : c	id	id	une seule base	une seule base	Bases	Bases
Prismes (faces parallèles à Λ^6										
Protoprisme faces p.p.d. aux axes binaires de 2^e espèce Prisme 1^{er} espèce	10$\bar{1}$0	m	∞ P	a : a : ∞a : ∞c	id	id	id	id	id	~~prisme~~ [illegible] mide à base de triangle équilatéral
Deutéroprisme faces p.p.d. aux axes binaires de 1 espèce Prisme de 2^e espèce	11$\bar{2}$0	h'	∞ P 2	2a : a : 2a : ∞c	id	id	id	id	Prisme triangulaire équilatéral	Prisme triangulaire équilatéral
Prisme dodécagone faces parallèles Λ^6	h k ($\overline{h+k}$) 0	$h^{\frac{m}{n}}$	∞ P n	ma : a : na : pc	id	Prisme hexagonal régulier non orienté	id	Prisme hexagonal régulier non orienté	Prisme hexagonal irrégulier	Prisme triang. équil. non orienté
Pyramides isoscéloèdres										
Protopyramides Isoscéloèdres de 1^e esp. faces parallèles aux axes binaires de 2^e esp.	h 0 $\bar{h}$ l 10$\bar{1}$1	$b^{\frac{p}{m}}$ b'	m P P	a : a : ∞a : pc a : a : ∞a : c	id	id	Pyramide hexaédrique indéfinie	Pyramide hexaédrique indéfinie	id	Double pyramide triangulaire équilatérale
Deutéropyramides Isoscéloèdre de 2^e esp. faces parallèles aux axes binaires de 1^e esp.	h h $\overline{2h}$ l 11$\bar{2}$1	$a^{\frac{p}{m}}$ a'	m P 2 2 P 2	2a : a : 2a : pc 2a : a : 2a : c	id	id	Pyramide hexaédrique indéfinie	Pyramide hexaédrique indéfinie	Double pyramide à base triang. équil.	Double pyramide à base triang. équi
Didodécaèdres faces obliques	h k ($\overline{h+k}$) l	$b^{\frac{1}{m}} b^{\frac{1}{n}} h^{\frac{1}{p}}$	m P n	ma : a : na : pc	Trapézoèdre hexagonal	Dodécaèdre hexagonal régulier non orienté	Pyramide dodécaédrique indéfinie	Pyramide hexagonale régulière non orientée indéfinie	Dodécaèdre à base d'hexagone irrégulier	Double pyramide à base de triang. équilatéral non orienté

Système Hexagonal

ou senaire
ou orthohexagonal

$L6 . 3L2 . 3L'2 . C . \pi . 3P . 3P'$

La maille est un prisme hexagonal régulier. ou une double pyramide hexagonale – Ds ce syst. Lévy prend p. les 3 arêtes aboutissant à un sommet; Miller emploie des symboles à 4 caractéristiques, c.à.d prend 4 axes de coord. dont 3 horizontaux sont les diagonales (axes binaires de 1re espèce) du prisme hexagonal et l'axe vertical sera l'axe senaire de sorte que les caractéristiques d'une face qcq seront $p\ q\ r\ s$ avec la condition $p + q + r = 0$

L'angle de 2 plans sera $\dfrac{pp' + qq' + rr' + ss'}{V \quad V}$

On peut le considérer comme un cas particulier du système orthorhombique. si l'on avait un prisme de 120° le rapport des 2 axes horizontaux serait $a : b = 1 : \sqrt{3}$ et en tronquant les 2 arêtes verticales g par les faces g_1 on aurait un prisme hexagonal régulier et les troncatures sur les arêtes horizontales conduiraient à une double pyramide hexagonale régulière (8 faces $b^{\frac{1}{2}} = 111$ et 4 faces $e^{\frac{1}{2}}$ 021) ou (8 faces $b^x = hhl$ et 4 faces $e^x\ 0k'l'$) Cette façon de envisager les choses complique beaucoup le calcul et a de plus le ~~...~~ grd tort de faire abstraction de toutes les propriétés physiques qui distinguent le syst. hexagonal du syst. orthorhombique. C'est pour cela qu'il vaut mieux choisir des axes secondaires qui fassent ressortir de suite la symétrie particulière du système. Il suffit pour cela de choisir ds le plan horizontal 3 axes égaux se coupant à 120 au lieu de 2 axes rectangulaires inégaux.

Les formes primitives de ce système se réduisent donc à un prisme dodécagone $m\ h$ et à une double pyramide dodécagone formée des faces $b'\ a^1$. Cette pyramide ne peut être régulière et les angles $b'p$ $a'p$ ne peuvent être égaux sans cela les paramètres de m deviendraient irrationnels

Parmi les substances naturelles ou artificielles qui cristallisent ds ce système, il n'en est qu'un très petit nombre si tant est qu'il en existe, qui soient réellement hexagonales

Les unes sont hémièdriques et doivent être rangés dans le système rhomboédrique, les autres sont pseudohexagonales et constituent des mâcles de prismes orthorhombiques très voisins de 120°.

apatite —		Pyromorphite	$Pb^3P^3O^{12}Cl$
Beryl	$Gl^3Al^2Si^2O^{18}$	Mimetèse	$Pb^5As^3O^{12}Cl$
Emeraude		Vanadinite	$Pb^5V^3O^{12}Cl$
Pyrrhotine			

Prisme hexagonal fondamental. —

On a un prisme hexagonal m et le rapport des axes est 1:1:1:c pour ce prisme :

1°/ les 6 arêtes verticales h sont semblables et leur troncature donne un prisme également hexagonal dont les axes coupent les 3 axes horizontaux aux distances $1:1:\frac{1}{2}$ symbole est $h'(11\bar{2}0)$.

2°/ les 12 arêtes horizontales b sont semblables elles sont donc tronquées toutes à la fois et ces troncatures suffisamment prolongées donnent une double pyramide hexagonale de 1er ordre ; les faces de cette pyramide coupent l'axe vertical à une distance c, 2 axes horizontaux à une distance 1 et sont // au 3e axe horizontal ; leur symbole est donc $b' = 10\bar{1}1$.

3°/ les 12 angles solides a sont semblables et par conséquent tronqués simultanément. Les troncatures suffisamment développées donnent une double pyramide hexagonale de 2e ordre. Les faces de cette double pyramide coupent l'axe vertical à une distance 2c, 2 axes horizontaux à une distance 2 et un à 1 distance 1. donc
$2:2:1:2c$ le symbole $a^1 = 2\,2\bar{1}\,2$ ou $11\bar{2}1$. dont la hauteur est infinie. —

C'est une pyramide de 1er ordre

Modifications sur les arêtes

1° sur les arêtes b.

chaque arête pourra être remplacée par une facette plane en zone avec la base p et la face m et conjointement sur chacune des 2 faces — double pyramide hexagonale de 1er ordre ou protopyramide
symbole ($b^{\frac{1}{2}}$ $b^{\frac{1}{4}}$ $h^{\frac{1}{2}}$) $b^{\frac{3}{4}}$ $h0\bar{h}l$ $b^{\frac{h}{l}}$ $\frac{h}{l}P$.

Lorsque les faces d'une pyramide a^x sont tangentes aux arêtes culminantes d'une pyramide $b^{\frac{1}{x}}$ les axes verticaux des 2 pyramides sont dans le rapport $2c : c$.

L'association avec la deutéro ~~protopyramide~~ donne une double pyramide hexagonale dont les arêtes verticales sont remplacées par 4 faces planes

apatite : 51° 44'
Breithauptite 56° 5'
Emeraude 40° 55'
Quartz 44° 43'

La forme peut être ± aplatie ± allongée suivant la valeur des paramètres ; l'inclinaison des faces et les angles avec les faces du prisme peuvent varier beaucoup.

2°) sur les arêtes h.

a) si une arête h verticale est remplacée par une face plane celle-ci sera également inclinée sur les 2 ~~arêtes~~ faces m adjacentes et rencontrera l'axe vertical à l'infini, on sera conduit à un nouveau prisme hexagonal régulier dont le symbole sera

$11\bar{2}0$ ou h^1 ou ∞P_1 $b^{\frac{1}{x}} b^{\frac{1}{x}} h^{\frac{1}{0}}$ ou h^1

ce sera le deutéroprisme — ou pyramide de 2e ordre dont la hauteur est infinie.

b) par 2 faces inclinées, on a un prisme à 12 faces symétriques ou prisme dodécagone h^x $(h\, k\, \bar{i}\, 0)$.

Modifications sur les sommets

1°) Troncature.

Si les sommets a sont remplacés par une face plane, celle-ci sera également inclinée sur les 2 faces m adjacentes et l'on sera conduit à une double pyramide à 6 faces ou double pyramide hexagonale de 2e ordre a^x $(b^{\frac{1}{x}} b^{\frac{1}{x}} h^{\frac{1}{2}})$ ou $a^{\frac{2}{31}}$

$h\, h\, \bar{i}\, l$ $\quad \bar{i} = -2h$

(deutéropyramide) — les faces seront en zone avec P et h_1 — les faces correspondent aux arêtes des protoprismes.

Chaque face coupe l'axe vertical à une distance qcq mc, elle axe horizontal à la distance paramétrale fondamentale et les 2 autres à une distance double.

2°) Biseau.

Les sommets a peuvent être remplacés par une double troncature, c.a.d. par un biseau dont chacune des faces est inégalement inclinée sur les faces adjacentes du prisme mais également inclinée par rapport au plan diamétral passant par l'arête h aboutissant au sommet. On est ainsi conduit à un solide à 24 faces : double pyramide à 12 faces ou didodécaèdre ou pyramide dodécagone. Dont les symboles sont

$(h\, k\, \bar{i}\, l)$ $(b^{\frac{1}{x}} b^{\frac{1}{y}} h^{\frac{1}{z}})$.

On remplace chaque face de la pyramide hexagonale par un biseau. Chaque face coupe l'axe vertical à une distance qcq. m deux des axes horizontaux à des distances qcq. La 3e à une distance = à ∞ —

Les formes les + fréquentes sont :

$\frac{1}{3}$ P 2 apatite breithauptite, Pyrargyrite, Hematite

$\frac{8}{9}$ P 2 Lepidolite

$\frac{4}{3}$ P. 2 apatite, corindon, émeraude, greenockite, hematite
Ilmenite, mimetite, Nepheline, Phenakite
Pyromorphite Pyrrhotine. –

$\frac{2}{3}$ P 2. etc – –

Hemiédrie du système hexagonal

molecule holoaxe hemisymetrique	$\Lambda^6\ 3L^2\ 3L'^2$	(2)	
— hemiaxe principale centrée	$\Lambda^6\ C\ \pi$	(3)	
— hemiaxe — dichosymetrique	$\Lambda^6\ 3P\ 3P'$	(4)	
— — — hemisymetrique	Λ^6	(5)	
— — non principale centrée	$\Lambda^3\ 3L^2\ C\ 3P$	(6)	+
	$\Lambda^3\ 3L'^2\ C\ 3P'$	(7)	+
— — — dichosymetrique	$\Lambda_3\ 3L^2\ \pi\ 3P'$	(8)	
	$\Lambda_3\ 3L'^2\ \pi\ 3P$	(9)	
— — — hemisymetrique	$\Lambda_3\ 3L^2$	(10)	+
	$\Lambda_3\ 3L'^2$	(11)	+
— tetartoaxe centrée	$\Lambda_3\ C$	(12)	+
— — dichosymetrique	$\Lambda_3\ 3P$	(13)	+
	$\Lambda_3\ 3P'$	(14)	+
	$\Lambda_3\ \pi$	(15	
— — hemisymetrique	Λ_3	(16)	

Les 7 cas marqués + rentrent ds le système ternaire avec lequel nous les étudierons.

Hemiédrie. –

Il existe de nombreuses formes hemiédriques : tout le système rhomboédrique peut être considéré comme une hemiédrie du système hexagonal.

L'apatite présente l'hemiédrie pyramidale : la moitié des facettes sur les angles ou sur les facettes seule est conservée

1°/ Hemiédrie holoaxe $L6\ 3L2\ 3L'2$

Elle n'atteint que les formes oblique aux axes : les didodecaèdres réduits à 6 faces sup. et 6 faces inf. qui ne sont pas les symetriques des précédentes. On a une double pyramide hexagonale se raccordant par un hexagone en zig-zag. trapezoèdre hexagonal. Chaque sommet du prisme est remplacé par une seule troncature inégalement inclinée sur les 2 faces m de telle sorte que les troncatures affectant des sommets diamétralement opposés ne soient pas parallèles.

2°) Parahémiédrie

a) $L^6 C \Pi$. —

On supprime tous les axes binaires et par suite les [illegible] plans de symétrie ppd. Elle s'applique aux didodécaèdres et aux Prismes dodécagonaux. — Les autres formes sont [illegible]

Les sommets du protoprisme sont remplacés par une face plane inégalement inclinée sur les 2 faces m et de façon que les troncatures situées sur 2 sommets diamétralement opposés soient parallèles. On rencontre cette forme hémiédre associée avec le prisme chez l'apatite — Les facettes en haut seront tournées ds le même sens — Le solide est un isoèdre non orienté, double pyramide hexagonale régulière sans relation avec $L^6_2 L^2$ (1)

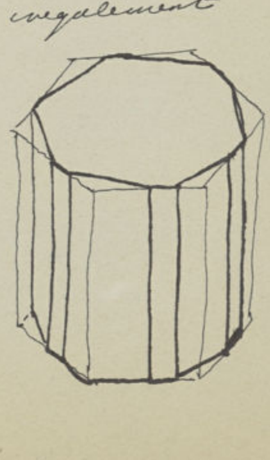
3) $L^6_2\, 3L^2 C\, 3P$ ou $L^6_2\, 3L'^2 C\, 3P$! Ce système rhomboédrique

Les 2 modes ne sont autre chose que une hémiédrie du qui peut aussi être considéré comme une hémiédrie du système hexagonal.

---

(1). Le prisme dodécagone est aussi affecté par cette hémiédrie la moitié des faces est supprimée et on a un prisme hexagone régulier non orienté par rapport aux axes binaires.

Ds le prisme fondamental, chaque arête h est remplacée par une troncature inégalement inclinée sur les 2 faces m. et telle que les troncatures sur 2 arêtes opposées diamétralement ne soient pas parallèles.



Antihemiedrie.

Si l'on supprime le centre et des axes binaires, on pourra avoir:

a) L_6 3P 3P' (Hemiaxie principale dichosymetrique)

Cette hemiedrie n'est pas connue bien qu'elle puisse s'appliquer à toutes les formes, sauf aux prismes. On aurait des cristaux hemimorphes, la base elle-même se serait réduite à une seule face chaque pyramide ne donnerait que la moitié sup. et q aurait hemimorphe les six sommets supérieurs du prisme seuls seraient remplacés par 12 facettes ; ds chaque pyramide les 6 faces sup. du prisme, ou les 6 arêtes sup. seules seraient affectées.

b) $L\frac{6}{3}$ 3L2 3P' π. $L\frac{6}{2}$ 3L'2 3P π

Les 2 modes qui pourraient exister ne sont pas connus : le didodécaèdre serait remplacé par une double pyramide hexagonale irrégulière à base ditrigonale. La moitié seulement des sommets du prisme serait remplacé par une double troncature de façon qu'il y ait alternance et que les 2 sommets situés sur une arête latérale soient tous les 2 affectés ou tous les 2 respectés.

Chacune des doubles pyramides hexagonales donnerait un ditrièdre
Le prisme dodécagonal donnerait un prisme hexagonal semi-régulier 3 des 6 arêtes h seraient remplacés par un biseau.

Et enfin celui des 2 prismes qui serait affecté donnerait un prisme triangulaire

Tetartoèdrie..

On devrait supprimer l'axe senaire. on aurait des cristaux hemimorphes - 6 des 12 faces sup du didodécaèdre seraient respectés.
le prisme dodécagone serait réduit à 6 faces -
les didodécaèdres ..

si l'axe senaire devient ternaire on arrive alors à l'hemiedrie du syst. rhomboédrique —

1°/ $\Lambda 6$

on supprime le centre et tous les axes binaires. -

Ds ce cas le didodécaèdre sera remplacé par une pyramide hexagonale, chacun des 6 sommets sup. du prisme fondamental sera remplacé par 1 facette inégalement inclinée sur les faces m. les 6 sommets infs ne seront pas atteints.

Le prisme dodécagone sera remplacé par un prisme hexagone non régulier - les 6 arêtes h seraient tronquées par une seule face inégalement inclinée sur les 2 faces m

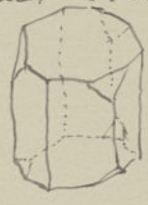
Chacune des doubles pyramides sera réduite aux 6 faces sup

2°/ $\Lambda^3 C$. – tetartoèdre centré. Système rhomboédrique

3°/ $\Lambda^3 3P$ ou $\Lambda^3 3P'$. tetartoèdre dichosymétrique. id

4°/ $\Lambda^3 \pi$. –

Le didodécaèdre est remplacé par une double pyramide triangulaire irrégulière ; 3 sommets sup. du prisme sont remplacés par une troncature inégalement inclinée sur les 2 faces m. et les sommets situés sur une même arête sont ou tous les 2 tronqués ou tous 2 respectés



Chaque double pyramide hexagonale est remplacée par une double pyramide triangulaire se raccordant par un triangle equilatéral. 3 sommets d'en haut sont remplacés par 3 faces également inclinées sur m et les 3 sommets d'en bas situés sur la même arête ou bien 3 arêtes b et les 3 arêtes b d'en bas parallèles sont remplacés par une face

Le prisme dodécagone est remplacé par un prisme triangulaire irrégulier : 3 des 6 arêtes h sont remplacées par une face inégalement inclinée sur m.

Enfin les prismes hexagonaux sont remplacés par des prismes triangulaires réguliers. –

5°/ Λ_3. (hemimorphisme)

Le didodécaèdre est remplacé par une pyramide triangulaire indéfinie : 3 sommets non consécutifs des 6 sommets sup. sont remplacés par une face inégalement inclinée sur les faces m. –

Les 2 isoscéloèdres seront remplacés par 2 pyramides triangulaires indéfinies ; 3 sommets non consécutifs (ou 3 arêtes b non consécutives). de la face sup. seront remplacés par des faces également inclinées sur m. Le prisme dodécagone sera remplacé par un prisme triangulaire irrégulier : 3 arêtes h non consécutives sur les 6 seront remplacées par une facette inégalement ~~inégal~~ inclinée sur m.

Les prismes hexagonaux seront remplacés par des prismes triangulaires réguliers.

Le pinacoïde de base sera réduit à 1 face

Système Hexagonal
$\Lambda^6\, 3L_2\, 3L'_2\, C\, \Pi\, 3P\, 3P'$

Noms des Formes	Bravais	Lévy $m=h$ $n=k$ $p=l$	Naumann $m=\frac{h+k}{l}$ $n=\frac{h+k}{h}$	Weiss $m=\frac{h+k}{h}$ $n=\frac{h+k}{k}$ $p=\frac{h+k}{l}$
Base Pinacoïde de base p.p.d à l'axe senaire	0001	p	$0P$	$\infty a:\infty a:\infty a:c$
Prismes (faces parallèles à l'axe senaire)				
Protoprisme (faces p.p.d aux axes binaires de 2e espèce) Prisme 1re esp.	$10\bar{1}0$	m	∞P	$a:a:\infty a:\infty c$
Deutéroprisme (faces p.p.d aux axes binaires de 1re espèce) Prisme de 2e espèce	$11\bar{2}0$	h^1	$\infty P2$	$2a:a:2a:\infty c$
Prisme dodécagone	$hk(\overline{h+k})0$	$h^{\frac{m}{n}}$	∞Pn	$ma:a:na:pc$
Pyramides : Isocéloèdres				
Protopyramides Isocéloèdres de 1re espèce : faces parallèles aux axes binaires de 1re esp.	$h0\bar{h}l$	$a^{\frac{p}{m}}(a^{\frac{l}{h}})$	mP	$a:a:\infty a:pc$
	$10\bar{1}1$	a^1	P	$a:a:\infty a:c$
Deutéropyramides Isocéloèdre de 2e espèce : faces parallèles aux axes binaires de 2e esp.	$hh\overline{2h}l$	$b^{\frac{p}{m}}(b^{\frac{l}{h}})$	$mP2$	$2a:a:2a:pc$
	$11\bar{2}1$	b^1	$2P2$	$2a:a:2a:c$
Didodécaèdres faces obliques	$hk(\overline{h+k})l$	$b^{\frac{1}{m}}b^{\frac{1}{n}}h^{\frac{1}{p}}$	mPn	$ma:a:na:pc$
Ex	$21\bar{3}3$	$b^{\frac{1}{2}}b^1h^{\frac{1}{3}}$	$P\frac{3}{2}$	$3a:a:3a:c$