LES

# ŒUVRES Mathematiques

DE

SIMON STEVIN,

Augmentées

Par ALBERT GIRARD.

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

390

390

LES

# ŒUVRES Mathematiques

DE

## SIMON STEVIN de Bruges.

Ou ſont inſerées les

## MEMOIRES MATHEMATIQVES,

Eſquelles s'eſt exercé le Tres-haut & Tres-illuſtre Prince MAURICE de NASSAU, Prince d'Aurenge, Gouverneur des Provinces des Païs-bas unis, General par Mer & par Terre, &c.

*Le tout reveu, corrigé, & augmenté*

Par ALBERT GIRARD Samielois, Mathematicien.

W. Barents
de Warnaal a
Bergen en Norwegen
1727

A LEYDE

Chez Bonaventure & Abraham Elſevier, Imprimeurs ordinaires de l'Univerſité, ANNO CIↃ IↃ C XXXIV.

BIBLIOTHÈQUE LILLE UNIVERSITAIRE

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

*A Tres-hauts & Tres-puiſſants Seigneurs,*

Meſſeigneurs les

# ESTATS GENERAUX
## DE PAÏS BAS UNIS,

ET

*A Tres-haut & Tres-illuſtre Prince,*

Monſeigneur le

# PRINCE D'AURENGE,

Gouverneur deſdites Provinces, General
par Mer & par Terre, &c.

*MESSEIGNEVRS,*

Voici une pauvre vefve avec onze enfans orphelins, auſquels le mari & pere, decedé il y a un an, n'a laiſſé qu'une bonne reputation d'avoir fidelement ſervi, & employé tout ſon temps a la recerche des plus beaux ſecrets des Mathematiques; ayant eſté ravi lors qu'il projettoit d'en laiſſer quelques monuments, utiles a la poſterité, & de ſa propre invention : leſquels il euſt luy meſme ap-



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

porté aux pieds de vos Seigneuries Tres-illuſtres, ſi Dieu luy euſt donné le loiſir de les parachever : Mais en ayant diſpoſé autrement, il ne nous en reſte rien de complet, que la verſion des œuvres du feu ſieur STEVIN, auſquelles il a adjouſté pluſieurs beaux eſclarciſſemens, comme pourront cognoiſtre ceux qui confereront les originaux avec ſa traduction, qui luy a couſté beaucoup de temps & de peine. Or, comme il avoit conſacré toute ſon induſtrie au ſervice de cet eſtat & Republique ; auſsi n'avons nous deu nous adreſſer à d'autres qu'a ceux qui en ont la Seigneurie & le Gouvernement, pour leur faire preſent de cet ouvrage, qui ſe recommandera de ſoy meſme comme nous eſperons : Et pourra eſtre utile deſormais à ceux qui ſont encor' en eſtat & condition de ſervir aux occaſions auſquelles il s'eſt porté durant ſa vie. Nous ſupplions doncques Tres-humblement vos Tres-illuſtres Seigneuries, & notamment auſsi voſtre Excellence, Monſeigneur, de recevoir d'un œil favorable, ce qui a eſté entrepris & advancé par le premier auteur, à l'uſage & pour les exercices ordinaires en cette ſcience, de feu de haute memoire, Monſeigneur le Prince d'Aurenge, frere de V.E. qui en a cheri & eſtimé l'ouvrier & l'ouvrage en ſa premiere langue : afin que parlant à preſent François, & enrichi de pluſieurs notables additions, il ſoit communiqué ſous la pro-

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

protection de vos Tres-illuſtres noms, à ceux qui n'entendoient pas cy-devant ſon langage, & qui font grand eſtat de la pratique de ſes enſeignemens, telle qu'elle ſe trouve plus exactement obſervée en vos armées & expeditions militaires : leſquelles nous prions Dieu vouloir benir & faire proſperer de plus en plus, & nous faire la grace d'eſtre recognus,

MESSEIGNEVRS,

*De vos Tres-illuſtres Seigneuries, & de voſtre*
EXCELLENCE,

Les Tres-humbles & Tres-obeiſſans ſubjets-ſerviteurs & ſervantes, la vefve & les enfans orphelins de feu

ALBERT GIRARD.

Le

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

# Le contenu du preſent œuvre, diviſé en ſix Volumes,

*Aſſavoir:*

I. L'ARITHMETIQUE, *Contenant:* Les Computations des nombres Arithmetiques ou vulgaires: auſſi l'Algebre, avec les equations des cinq quantitez.

Les ſix livres D'ALGEBRE DE DIOPHANTE D'ALEXANDRIE : dont les quatre premiers ſont de la traduction de *Simon Stevin*; & les deux derniers ſont nouvellement traduicts par *Albert Girard, Samielois.*

La PRACTIQVE D'ARITHMETIQVE de *Simon Stevin*, contenant: LES TABLES D'INTEREST, LA DISME; Item un Traicté des Incommeſurables grandeurs: avec l'Explication du dixieſme livre d'Euclide.

Suivent les Memoires Mathematiques du PRINCE MAVRICE DE NASSAV.

II. LA COSMOGRAPHIE, *Contenant:* LA DOCTRINE DES TRIANGLES, LA GEOGRAPHIE, & L'ASTRONOMIE.

III. LA PRACTIQVE DE GEOMETRIE.

IV. L'ART PONDERAIRE, OU LA STATIQVE.

V. L'OPTIQVE.

Et apres les ſuſdites Memoires,

VI. LA CASTRAMETATION,
LA FORTIFICATION PAR ESCLUSES,
LA FORTIFICATION.

LE PRE-

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

# LE PREMIER LIVRE D'ARITHMETIQVE

## DES DEFINITIONS.

### *PREMIERE PARTIE DES DEFINITIONS*

*De l'Arithmetique & des nombres Arithmetiques.*

PArce que l'Arithmetique (ce qui eſt auſſi commun aux autres ars) s'explique par mots comme ſignes de l'affection de l'ame, leſquels ſe denotent par eſcripture; Il nous faut premierement deſcripre la ſignification des propres vocables de ceſte ſcience. Car avant que l'on comprenne la matiere de la doctrine, il convient entendre les motz par leſquels on l'explique. Nous ferons doncques noſtre premier livre de leurs definitions, deſcripuant touſiours au commencement (au tant qu'il nous ſera poſſible) qui conſiſte premier en la nature.

### AVERTISSEMENT A L'APPRENTIF.

VEu qu'il viendra bien à poinct ſoubs aucunes definitions, d'argumenter des proprietez des nombres (leſquelles l'apprentif pour le premier n'eſt pas tenu de ſçavoir) il m'a ſemblé bon l'advertir comment nous avons appliqué tels argumens diſtinctement avec leurs tiltres ſoubs leurs definitions, a fin que pour le premier ſe contentant des definitions, & de leurs explications, il puiſſe à ſon plus grand prouffit les paſſer oultre.

DEFINITION I.

*Arithmetique eſt la ſcience des nombres.*

DEFINITION II.

*Nombre eſt cela, par lequel s'explique la quantité de chaſcune choſe.*

EXPLICATION.

Comme l'unité eſt nombre par lequel la quantité d'une choſe expliquée ſe dict un: Et deux par lequel on la nomme deux: Et demi par lequel on l'appelle demi: Et racine de trois par lequel on la nomme racine de trois, &c.

### QVE L'UNITE EST NOMBRE.

PLuſieurs perſonnes voulans traicter de quelque matiere difficile, ont pour couſtume de declarer, cõment beaucoup d'empeſchemens les ont deſtourbés en leur conception, cõme autres occupations plus neceſſaires; de ne s'eſtre longuement exercé en icelle eſtude, &c. à fin qu'il leur tourneroit à moindre prejudice ce en quoy il ſe pourroyent avoir abuſé, ou pluſtoſt, comme eſtiment les aucuns, à fin qu'on diroit, *S'il a ſceu executer cela eſtant ainſi deſtourbé, qu'euſt il faict s'il euſt eſté libre?* Nous ſçaurions faire le ſemblable en ce que nous voulons icy dire de l'Unité, mais non pas en verité, car je n'ay point ſeulement leu à bon loiſir, & ſans empeſchement d'autres affaires, tous les Philoſophes anciens & modernes, que je trouvois traicter de ceſte matiere, mais j'ay auſſi communiqué de bouche avec quelques doctes, certes de ce temps pas des moindres, & en ceſte matiere d'autre opinion que nous: Mais pourquoy cela? par ce que je doubtois en ce que je propoſois de l'Unité? Non certes, car j'en eſtois ainſi aſſeuré, comme ſi la Nature meſme me l'euſt dict de ſa propre bouche, voire je le voyois (comme feront auſſi de brief ceux qui ne ſont pas du tout aueugles) par infiniz effects, qui n'ont point meſtier de preuve: Pourquoy donc? A fin que je ſerois d'autant mieux pourveu, contre toutes objections que j'en attendois.

Or doncques pour venir à la matiere; Il eſt notoire que l'on dict vulgairement; que l'Unité ne ſoit point nombre, ains ſeulement ſon principe, ou commencement, & tel en nombre comme le poinct en la ligne; ce que nous nions, & en pouvons argumenter en ceſte ſorte:

*La partie eſt de meſme matiere qu'eſt ſon entier,*
*Vnité eſt partie de multitude d'unitez,*
*Ergo l'unité eſt de meſme matiere qu'eſt la multitude d'unitez;*
*Mais La matiere de multitude d'unitez eſt nombre,*
*Doncques la matiere d'unité eſt nombre.*

Et qui le nie, faict comme celuy, qui nie qu'une piece de pain ſoit du pain. Nous pourrions auſſi dire ainſi:

*Si du nombre donné l'on ne ſoubſtraict nul nombre, le nombre donné demeure,*
*Soit trois le nombre donné, & du meſme ſoubſtrayons un, qui n'eſt point nombre comme tu veux.*
*Doncques le nombre donné demeure, c'eſt à dire qu'il y reſtera encore trois, ce qui eſt abſurd.*

Nous pourrions auſſi reciter pluſieurs ſubtiles & ſophiſtiques queſtions, qui nous ont eſté propoſées de bouche par les ſuſdictes perſonnes, enſemble noſtre refutation



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

furation d'icelles, & mille abſurdités en ſuivantes: mais les omettant (car il empliroit bien un particulier & grand volume) & à fin de ne perdre huile & labeur, venons aux cauſes meſmes, la cognoiſſance deſquelles donne parfaicte intelligẽce. Il faut doncques ſçavoir, que les hommes j'adis voyans, qu'il leur eſtoit meſtier de parler & avoir intelligẽce de la quantité des choſes, ils nõmoient chaſque choſe ſimple, un; & quand à la meſme eſtoit appliquée encore une autre, les appelloient enſemble deux, & quand la propoſée ſimple choſe eſtoit diviſée en deux parties egales, ils nommoient chaſcune partie demy, &c.

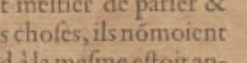
Puis conſiderans que un, deux, trois, demy, tiers, &c. eſtoient noms propres, & cõvenables, pour l'explication de ladicte quantité, ils ont veu qu'il eſtoit neceſſaire de comprendre toutes ces eſpeces ſoubs un genre (car telle eſt leur maniere de faire en tous autres ſemblables, comme bled, orge, avoine, ils le nomment en genre Grain; aigle, tourterelle, roſignol, en genre Oſeau) lequel genre ils appelloient nombre; Eſtant doncques par les principes ou cauſes meſmes chaſcun d'iceux nombre, ſans doubte ils ſuivent leur opinion errante, qui en aprés ſans conſideration des cauſes, ont exclu l'unité. Mais quelcun me pourra maintenant dire ſelon la commune ſentence des Philoſophes, que pour traicter ordonnéement de quelque quantité, la Nature teſmoigne qu'il faut commencer de ſon principe, comme il appert en la quantité grande, de laquelle le manifeſte principe eſt le poinct, mais il y a icy queſtion de la quantité qui ſe dict nombre, il y faut donc dire du principe ou commencement du nombre: Certes je ne le concede pas ſimplement, ains l'afferme par la ſuivante 3 definition, car veu que la communauté & ſimilitude de grandeur & nombre, eſt ſi univerſelle qu'il reſemble quaſi identité, ſans doubte le nombre aura quelque choſe en ſoy, qui ſe refere au poinct. Mais que ſera ce? Ils diſent l'unité: O heure infortunée en laquelle fut premierement produicte ceſte definition du principe du nombre! O cauſe de difficulté & d'obſcurité de ce qui en la Nature eſt facile & clair! O dommageable advis de ceux qui l'ont concedé, ce qui nous a faict tel avancement en l'Arithmetique, comme il euſt eſté à la Geometrie, s'ils euſſent concedé que le poinct ſoit quelque partie de la ligne, car comme de ceſtuy-la n'euſt ſuivi que abſurd, ainſi (parce que du faux ne procede que faux) de ceſtuy-cy. Mais quelle communauté (je vous ſupplie) y a il entre l'unité & le poinct? certes nulle ſervant au propos; car deux unitez (comme ils diſent) ſont nombre, mais deux, voire mille poincts ne ſont nulle ligne: L'unité eſt diviſible en parties (vray eſt qu'ils le nient, mais mille leurs diſtinctions ne ſont pas ſuffiſantes, de pouvoir ainſi opprimer la nature du nombre, qu'elle ne manifeſte par force ſon eſſence, es Arithmetiques operations de pluſieurs Autheurs, comme entre autres par l'abſolúte partition de l'unité de la 33. queſtion du 4. livre, & la 12. 13. 14. 15. queſtion du cinquieſme livre du Prince des Arithmeticiens Diophante) le poinct eſt indiviſible: L'unité eſt partie du nombre, le poinct n'eſt pas partie de la ligne, & ainſi des autres: L'unité doncques n'eſt point telle en nombre comme le poinct en ligne. Qu'eſt-ce donc qui luy correſpond? Ie di que ceſt 0 (qui ſe dict vulgairement Nul, & que nous nommons commencement en la ſuivante 3. definition) ce que ne teſmoignent pas ſeulement leurs parfaictes & generales communautez, mais auſſi les irrefutables effects. Les communautez ſont telles:

Comme le poinct eſt ajoinct de la ligne, & luy meſme pas ligne, ainſi eſt 0 ajoinct du nombre, & luy meſme pas nombre.

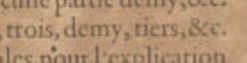
Comme le poinct ne ſe diviſe pas en parties, Ainſi le 0 ne ſe diviſe en parties.

Comme beaucoup de poincts, voire & qu'ils fuſſent de multitude infinie, ne font pas ligne; ainſi beaucoup des 0, encore qu'ils fuſſent en multitude infinie, ne font nul nombre.

Comme la ligne A B ne ſe peut augmenter par addition du poinct C, ainſi ne ſe peut du nombre D 6, augmenter par l'addition de E 0, car ajouſtant 0 à 6 ils ne font enſemble que 6.




Mais ſi l'on concede que A B ſoit prolongée juſques au poinct C, ainſi que A C ſoit une continue ligne, alors A B s'augmente par l'aide du poinct C; Et ſemblablement ſi l'on concede que D 6, ſoit prolongé juſques en E 0, ainſi que D E 60 ſoit un continue nombre faiſant ſoixante, alors D 6 s'augmente par l'aide du nul 0, & ainſi en pluſieurs autres que nous paſſons outre pour briefveté.




Quant aux effects, nous pourrions dire du commencement de quantité algebraique, defini à la ſuivante 14. definition, auſſi du commencemant defini à la deuxieſme definition de la DISME, par les conſtructions, deſquelles il appert ſuffiſamment, que le 0 eſt le vray & naturel commencement, lequel comme ferme fondement nous à conduict à quelques inventions deſcriptes (telles qu'elles ſont) au ſuivant: Mais à fin que l'on n'eſtime que je veux propoſer outrecuidement, mes iuventions à telle preuve, nous prendrons autre matiere ſuffiſante, non pas d'autheurs de peu d'eſtime, mais entre autres les tables de Ptolemée, Alfonſe, Nicolas Coperne, Iehan de Montroial, & ſemblables, eſquelles la deſcription, ou ſignification du poinct geometrique, ſe rencontre ſouvent entre les nombres. Prennons pour exemple les tables des Sinus des Iehan de Montroial, la ou chaſque degré eſt une ligne oblique, de laquelle la longuer eſt la $\frac{1}{360}$ de la peripherie du circle, l'extremité de laquelle ligne, eſt le poinct Mathematique dont nous avons dict cy deſſus: Mais avec quoy eſt ſignifié chaſcun d'iceux, qui ſont juſques à nonante? certes (en mon exemplaire) par 0 au commencement de chaſque premiere colomne, & ſemblables exemples ſont fort communs en pluſieurs autres tables. Or ſi encore le 0 ne fuit pas cela en nombre, ce que le poinct eſt en ligne, leſdicts grands mathematiciens, voire la nature avec eux, ont en ceci tous falli; Soit ainſi, doncques au poinct ſe refere quelque autre choſe que 0, poſons que ce ſoit ſelon voſtre opinion 1, & en examinons la verité, mettant 1 pour le commencement ou extreme poinct (par exemple) du 3. degré, auquel correſpond 523360 (je parle de la table de Iean de Montroial, la ou le demi diametre faict 10000000) mais ceci eſt faux, car à 1, comme demonſtre ladicte table, correſpond 526265: Ou bien pour veoir double rencontre, il appert que 0, commencement du nombre, correſpond à 0, poinct & commencement du quadrant, à l'encontre duquel tu veux mettre 1, mais à 1 correſpond 2909. Doncques 1 ne ſignifie pas le poinct, mais 0; Et qui ne le peut veoir l'auteur de Nature, aye pitié de ſes infortunez yeulx, car la faute n'eſt pas en l'object, ains à la veüe que nous ne luy ſçavons pas donner.

## QVE NOMBRE N'EST POINCT QVANTITE DISCONTINVE.

NOVS pourrions icy deſcripre pluſieurs inconveniens, procedez du ſuſdict faux fondement, mais veu qu'il auroit bien meſtier d'un traicte particulier, ce ne ſera

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

ne ſera pas icy ſon lieu: Mais parce que nous avons dict cy deſſus, que 6. prolongé juſques en 0, faict un continue nombre de ſoixante, contre le vulgaire, *Nombre eſt quantité diſcontinue ou diſioincte:* il nous faut encore refuter ceſte impropre definition ainſi:

*Tout ce qui n'eſt qu'une quantité, n'eſt point quantité diſioincte;*

*Soixante ſelon qu'il eſt nombre, eſt une quantité (à ſçavoir un nombre.)*

*Soixante doncques ſelon qu'il eſt nombre, n'eſt point quantité diſioincte.*

Quant à ce que vous diviſez par voſtre imagination, ceſte propoſée unique & entiere quantité en ſoixante unitez (ce que pourries faire par meſme raiſon en trente dualitez, ou vingt trinitez, &c.) & que puis apres vous definez le diviſé, ce n'eſt pas definition du propoſé dont il eſt queſtion: vous pourriez ſemblablement diviſer la propoſée grandeur par l'imagination en ſoixante parties, & puis par meſme raiſon la definir eſtre quantité diſcontinue, ce qui eſt abſurd. Comme doncques la generale communauté de grandeur & nombre aux autres, ainſi en ceſtuy-cy; à ſçavoir à une continue grandeur, correſpond le continue nombre qu'on luy attribue, & telle diſcontinuité que puis apres reçoit la grandeur par quelque diviſion, ſemblable diſcontinuite reçoit auſſi ſon nombre. Et à fin d'en parler par exemple, le nombre eſt quelque choſe telle en grandeur, comme l'humidité en l'eau. car comme ceſte-cy s'eſtend par tout & en chaſque partie de l'eau; Ainſi le nombre deſtiné à quelque grandeur s'eſtend par tout & en chaſque partie de ſa grandeur: Item comme à une continue eau correſpond une continue humidité, ainſi à une continue grandeur correſpond un continue nombre: Item comme la continue humidité de l'entiere eau, ſouffre la meſme diviſion & diſioinction que ſon eau; Ainſi le continue nombre ſouffre la meſme diviſion & diſioinction que ſa grandeur; De ſorte que ſes deux quantitez ne ſe peuvent diſtinguer par continue & diſcontinue, dont nous pourrions exhiber pluſieurs argumens, mais nous le conclurons par ceſte leur contradiction. *Nombre* (diſent ils) *eſt quantité diſioincte*, & alieurs au contraire, *Nombre eſt quantite conjoincte ou compoſée de multitude d'unitez:* Certes ſi les unitez ſont conjoinctes, elles ne ſont pas diſioinctes, ny par conſequent leur conjoinction, ne produict point quantite diſioincte. Nous accomplirons la reſte par la premiere Theſe de nos Theſes Mathematiques.

### Definition III.

*Les characteres par leſquels ſe denotent les nombres ſont dix: à ſçavoir 0 ſignifiant commencement de nombre, Et 1. un, Et 2. deux, Et 3. trois, Et 4. quatre, Et 5. cinq, Et 6. ſix, Et 7. ſept, Et 8. huict, Et 9. neuf.*

### Definition IV.

*Chaſques trois characteres d'un nombre s'appellent membre, deſquels le premier, ſont les premiers trois characteres à la dextre; Et le ſecond membre, les trois characteres ſuivants vers la ſeneſtre; Et ainſi par ordre du troiſieſme membre, & autres ſuivants, tant qu'il y en aura au nombre propoſé.*

### Explication.

Soit quelque nombre tel 357876297. Les 297. s'appellent premier membre, & 876 ſecond, & 357. troiſieſme.

### Definition V.

*Le premier characteres du premier membre commençant à dextre vers la ſeneſtre, ſignifie ſimplement ſa valeur, le ſecond autant de fois dix qu'il contient unitez, le troiſieſme autant des fois cent qu'il contient unitez; Et le premier characteres du ſecond membre, autant de fois mille qu'il contient unitez; & ainſi par dixieſme progreſſion des autres characteres contenuz en tout nombre propoſé.*

### Explication.

Soit quelque nombre tel 756871307892 76. Doncques ſelon ceſte definition le premier characteres 6, faict ſix, & le 7. ſuivant ſeptante, & le 2. ſuivant deux cent, & le 9. neuf mille, & ainſi des autres. Pour doncques expliquer ce nombre, on mettera ſur chaſque premier characteres de chaſque membre (excepte le premier) un poinct; Puis on dira, ſeptante cinq mille mille mille mille (à ſçavoir autant des fois mille qu'il y a des poincts depuis le 7. juſques à la fin) ſix cents huictante ſept mille mille mille, cent trente mille mille, ſept cents huictante neuf mille, deux cents ſeptante ſix.

### Definition VI.

*Nombre Arithmetique eſt celuy qu'on explique ſans adjectif de grandeur.*

### Explication.

Le nombre a deux eſpeces, deſquelles l'une eſt expliquee par adjectif de grandeur, comme les nombres quarrez, cubiques, racines, quantitez, &c. leſquels nous appellons nombres Geometriques, & ſeront definiz à la ſeconde partie ſuivante; l'autre eſpece eſt ſimplement expliquee ſans ledict adjectif, comme un, deux, trois, trois cinquieſmes, &c. Nous appellons tels nombres par diſtinction de l'autre eſpece, nombres Arithmetiques.

### Definition VII.

*Nombre entier eſt unité, ou compoſée multitude d'unitez.*

### Definition VIII.

*Nombres entre eux premiers ſont ceux qui n'ont point de multitude d'unitez pour commune meſure.*

### Explication.

Comme 5 & 7 ou 10 & 13 & ſemblables: par ce qu'ils n'ont point de multitude d'unitez, qui leur ſoit commune meſure, s'appellent nombres entre eux premiers.

### Definition IX.

*Nombres entre eux compoſez ſont ceux qui ont multitude d'unitez pour commune meſure.*

### Explication.

Comme 9 & 12, par ce que nombre de multitude d'unitez, à ſçavoir 3, eſt leur commune meſure, ils s'appellent nombres entre eux compoſez.

### Definition X.

*Nombre rompu, eſt partie ou parties de nombre entier.*

### Explication.

Comme eſtant un diviſé en trois parties egales, une des meſmes eſt nombre rompu, qu'on deſcript ainſi $\frac{1}{3}$, & s'appelle un tiers. Ou eſtant 1 parti en quatre parties egales, trois des meſmes eſt nombre rompu: lequel ſe deſcript ainſi $\frac{3}{4}$, & s'appelle trois quarts. ou eſtant 1 parti en trois parties egales, ſept de telles parties eſt nombre rompu qu'on deſcript ainſi $\frac{7}{3}$, & s'appelle ſept troiſieſmes.

### Definition XI.

*Numerateur de rompu, eſt le nombre ſuperieur explicant la multitude des parties y contenues.*



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

EXPLICATION.

Soyent trois quarts descripts ainsi $\frac{3}{4}$, doncques le 3. s'appelle numerateur, par ce qu'il explique au nombre la multitude des parties contenues au mesme rompu: car $\frac{3}{4}$ est un rompu composé de quartes, & le 3. nous monstre (comme en nombrant) que des mesmes quartes il en y a trois, d'ou il est appellé numerateur.

DEFINITION XII.

*Nominateur de rompu, est le nombre inferieur explicant sa qualité.*

EXPLICATION.

Soyent trois quarts escripts ainsi $\frac{3}{4}$: l'inferieur nombre donc 4. parce qu'il explique sa qualité ou qu'il nomme quel rompu, c'est à sçavoir un rompu de quartes, on l'appelle nominateur.

DEFINITION XIII.

*Rompu premier, est celuy duquel le numerateur & nominateur sont nombres entre eux premiers.*

EXPLICATION.

Comme $\frac{3}{7}$ ou $\frac{3}{8}$ & semblables.

---

# LA SECONDE PARTIE, DES DEFINITIONS DES NOMBRES GEOMETRIQVES.

APRES que les anciens avoyent apperceu la vertu de la progression des nombres, comme ceux-cy 2. 4. 8. 16. 32, &c. ou 3. 9. 27. 81. 243, &c. la ou le premier multiplie par soy, donne pour produict le second de l'ordre, puis le second autresfois multiplié par le premier, donne le troisiesme de l'ordre, & le troisiesme multiplié par le premier donne le quatriesme de l'ordre, & ainsi des autres; car 2. par soy faict le 4. le mesme par 2. faict 8, & cestuy-cy par 2. faict 16, &c. Semblablement 3. par soy faict 9, le mesme par 3. faict 27, & cestuy-cy par 3. faict 81, &c. Ils ont veu qu'il estoit necessaire, de donner des propres noms à ces nombres, par lesquels on les pourroit distinctement signifier, appellans le premier en l'ordre *Prime*, que nous signifierons par ①, & le deuxiesme en l'ordre ils le nommoient *Seconde*, que nous denoterons par ②, & ainsi des autres, par exemple:

① 2. ② 4. ③ 8. ④ 16. ⑤ 32. ⑥ 64, &c.

Item:

① 3. ② 9. ③ 27. ④ 81. ⑤ 243. ⑥ 729, &c.

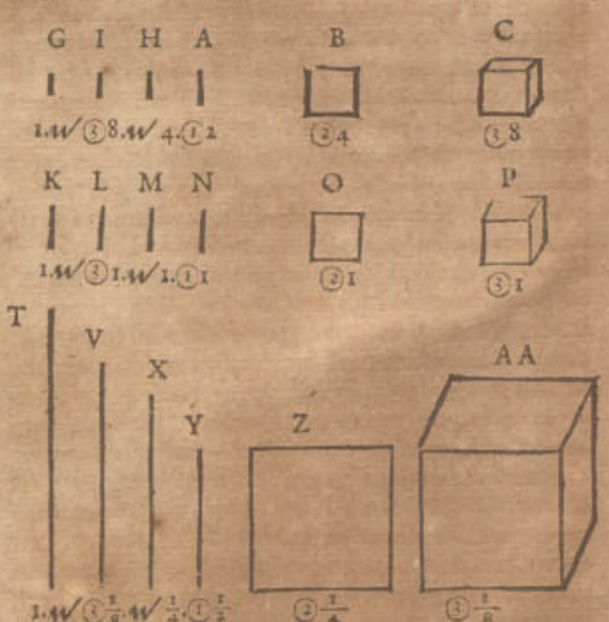
Puis voyans que ce premier nombre, estoit comme costé de quarré, & le second son quarré, & le troisiesme le cube du premier, &c. & que ceste similitude des nombres & grandeurs, manifestoit plusieurs secrets des nombres, ils leur ont aussi attribué les noms des grandeurs, appellans le premier *Costé*, le second *Quarré*, le troisiesme *Cube*, &c. & consequemment tous ces nombres en general *Nommes Geometriques*. Mais considerè l'utilité de la parfaicte intelligence de la communauté de ces nombres avec leurs grandeurs, nous descriprons ces grandeurs par ordre comme leur fondement, en ceste sorte:

## DESCRIPTION DV FONDEMENT DES NOMBRES GEOMETRIQVES.

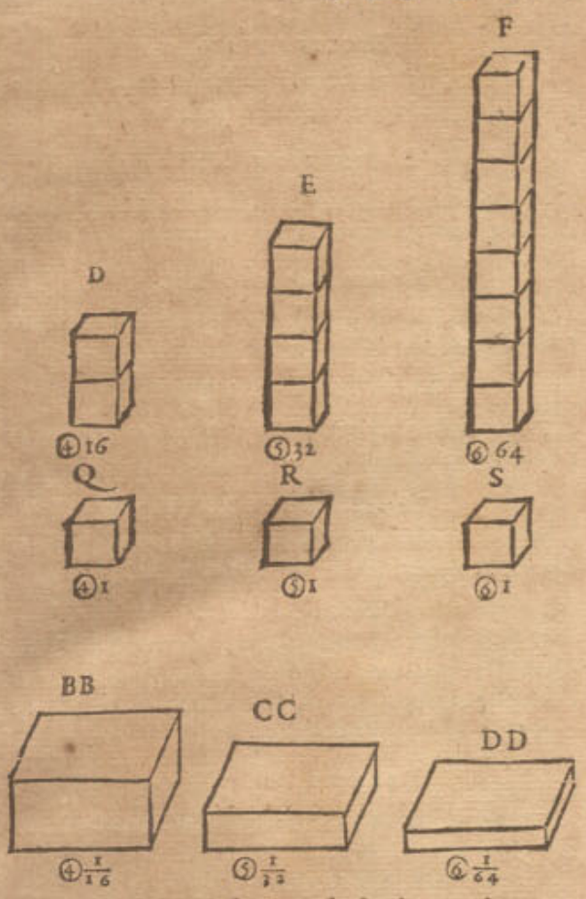
SOIT tirée la ligne A, de laquelle la quantité soit plus grande qu'unité, comme 2. (2. doigts ou pieds, ou ce que l'on voudra.) Puis soit escript le quarré B, duquel le costé soit egal à la ligne A, & semblablement le cube C, duquel le costé soit egal à A. Item le docide D (c'est à dire, poutre ou solide rectagle, qui a le costé entre deux quarrez oppositez plus long que le costé du quarré) en telle raison au cube C, comme le nombre expliquant le quarré B, au nombre expliquant la A, & que sa base quarrée (comme aussi de tous les docides suivans) soit egal au quarré B. Puis le docide E, en telle raison à D, comme D à C. Item le docide F, en telle raison à E, comme D à C: & ainsi on pourroit continuer plus avant. Puis soit tirée la ligne G, respondante à l'unité: à sçavoir à telle unité, comme A en faict 2. Item soit tirée la ligne H, moyenne proportionelle entre G & A. Item la ligne I antecedente de deux moyennes proportionelles entre G & A. & les quantitez des grandeurs seront telles A 2. B 4. C 8. D 16. E 32. F 64. H. racine quarrée de racine quarrée de 4. (à sçavoir du quarré B.) & I racine cubique, de racine cubique de 8, (à sçavoir du cube C) & L. vaudra 1. Et sera achevé le premier rang procedant de la ligne A maieure qu'unité.

Soit aussi descript de mesme sorte le rang K. L. M. N. O. P. Q. R. S. desquelles N soit ligne respondante à la A, & sa quantité soit de unité, & O soit quarre, quantité respondante à la B, & ainsi des autres, & toutes les quantitez comme P Q R S, seront cubes & la quantité de chascune grandeur sera 1. Et sera achevé le second rang procedant de la ligne N, de laquelle la quantité est unité.

Et de mesme sorte soit descript le rang T. V. X. Y. Z. A A. B B. C C. D D. desquelles Y soit ligne respondante à la A, & sa quantité soit moindre qu'unité, comme $\frac{1}{2}$, & Z soit quarré, quantité respondante à la B, & ainsi des autres, & les quantitez B B. C C. D D. seront proportionels plinthides, c'est à dire tuilles ou solides rectangles, qui ont le costé entre deux quarrez oppositez plus court que le costé du quarré, & leurs quarrez sont egaux au quarré Z. Et les quantitez des grandeurs seront telles Y $\frac{1}{2}$. Z $\frac{1}{4}$. A A $\frac{1}{8}$. B B $\frac{1}{16}$. C C $\frac{1}{32}$. D D $\frac{1}{64}$. X racine quarrée de racine quarrée de $\frac{1}{4}$, à sçavoir du quarré Z, & V racine cubique de racine cubique de $\frac{1}{8}$, à sçavoir du cube A A, & T vaudra 1. Et sera parfaict le troisiesme rang procedant de la ligne Y moindre qu'unité.




Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©




Voyla achevée la deſcription du fondement des nombres Geometriques, par lequel nous eſperons facilement demonſtrer leurs vrayes proprietez, & refuter legitimement quelques abſurditez en uſe.

Premierement faut conſiderer, qu'au lieu de noſtre ſexte quantité F qui eſt docide, & de la ſexte quãtité DD qui eſt plinthide, il eſt vulgaire d'en faire un cube qu'ils appellent cube de quarré, ou quarré de cube. Et ſemblable differẽce y a il en toutes les figures ſuivantes la quarte quantite: mais que ces formes cy ſont les vrayes & naturelles & pas celles la, appert entre beaucoup d'autres par la racine, ou le coſté des meſmes quantitez. Par exemple, l'on requiert la racine ou le coſté de ladicte ſixieſme quantité F 64, nous diſons tous qu'il eſt 2, Or voyons quelle des figures eſt propre, vrayement c'eſt le docide, & point le cube: car il appert en noſtre figure F, que chaſque coſté des baſes eſt egal à A, qui faict 2 par l'Hypotheſe: mais quand au lieu de F docide, ſera faict un cube: ſon coſté ſera 4: on dira doncques que le coſté de 4 eſt 2, qui eſt abſurd. Et de meſme ſorte quand le coſté de tel cube ſera 100, tu le diras eſtre 10. Item quand pour la ſixieſme quantité DD $\frac{1}{64}$ qui eſt plinthide, on met un cube, nous dirons tous que ſon coſté ſera $\frac{1}{2}$, ce qui eſt vray au plinthide, mais au cube il ſera manifeſte qu'en tout ſon corps n'y a aucune ligne ſi longue, car ſon coſté ſera ſeulement de $\frac{1}{4}$, ergo abſurd. Et ſemblable improprieté ſe pourra demonſtrer aux autres quantitez. Telles figures doncques ne nous expliquent pas les vrais fondemens.

Au ſecond; veu que la proportion des quantitez eſt continue, c'eſt equitable & utile, que la meſme cõtinuité appert auſſi à l'œil aux figures, comme au precedent fondemẽt. La reſte dependant de ceſte matiere ſera declairée au ſuivant chaſcun en ſon lieu, la ou il viendra à poinct.

### Definition XIV.

*Commencement de quantité, eſt tout nombre Arithmetique ou radical quelconque, ſon charactere eſt tel ⊙.*

### Explication.

Comme (par exemple) c'eſt autre choſe au zodiaque le commencement du Bellier, autre le premier degré du Bellier: car l'un eſt poinct, l'autre ligne: à ſçavoir la $\frac{1}{360}$ de ſon circle. Ainſi voulons nous ici par commencement de quantité ſignifier autre choſe que par premiere quantité de laquelle la definition s'enſuit. Doncques tout nombre Arithmetique ou radical quelconque, qu'on uſe en computation algebraique comme 6 ou $\sqrt{3}$ ou $2+\sqrt{3}$, &c. nous l'appellons commencement des quantitez, le charactere le ſignifiant eſt tel ⊙: mais ſera ſeulement uſé quand les nombres Arithmetiques ou radicaux ne ſeront pas abſolutement deſcripts.

### Definition XV.

*Prime quantité, eſt un ligne droicte nombre expliquée, ſon charactere eſt tel ①.*

### Explication.

Comme la ligne A, nombre expliquée, à ſçavoir 2, s'appelle prime quantité, & de meſme ſorte eſt prime quantite la ligne N, de laquelle le nombre l'explicant eſt 1. Item la ligne Y de laquelle le nombre l'explicant eſt $\frac{1}{2}$.

### Definition XVI.

*Seconde quantité, eſt un quarré deſcript d'une ligne egale à la prime quantité, ſon charactere eſt tel ②.*

### Explication.

Comme le quarré B, s'appelle ſeconde quantité, & de meſme ſorte ſont ſecondes quantitez les quarrez O & Z.

### Definition XVII.

*Tierce quantité, eſt un cube duquel le coſté eſt egal à la prime quantite, ſon charactere eſt tel ③.*

### Explication.

Comme le cube C, s'appelle tierce quantité, & de meſme ſorte ſont tierces quantitez les cubes P & A A.

### Definition XVIII.

*Quarte quantité, eſt un ſolide rectangle, duquel deux baſes oppoſités ſont quarrez egaux à la ſeconde quantité, & en telle raiſon à la tierce quantité, comme le nombre de la ſeconde quantité au nombre de la prime quantité: ſon charactere eſt tel ④. Quinte quantité eſt un ſolide rectangle duquel deux baſes oppoſités ſont quarrez egaux à la ſeconde quantité, & en telle raiſon à la quarte quantité, comme la quarte à la tierce: ſon charactere eſt tel ⑤. Et la meſme raiſon a toute autre quantité conſequente à ſon antecedente.*

### Explication.

Comme les ſolides rectangles D. Q. B B s'appellent quartes quantitez. Item les ſolides rectangles E & R & C C s'appellent quintes quantitez, & F. S. D D. ſextes quantitez, & ainſi des autres ſemblables.

### Nota.

Il eſt à noter que les trois premieres quantitez deſquelles avons dict cy deſſus (à ſçavoir prime, ſeconde, & tierce quantité) ne changent point de forme, comme faict la quatrieſme & autres enſuivantes: c'eſt à dire ① eſt touſiours quelque ligne droicte, & ② touſiours quarré. Et la troiſieſme quantité touſiours cube, mais la quarte quantité & autres ſuivantes ne ſont pas touſiours figures de meſme forme: car quand le nombre de la ① eſt maieur que unité, ſeront tous docides, & eſtant unité, ſeront tous cubes: mais eſtant moindre que unité, ſeront tous plinthides.



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

## QVE LES DIGNITEZ OV DENOMINATEVRS des quantitez ne ſont pas neceſſairement nombres entiers, mais potentiellement nombres rompuz & nombres radicaux quelconques.

Il eſt aſſez notoire à ceux qui s'exercent en computations algebraiques (car c'eſt à eux que nous parlons ici) que quand il y à extraire racine quarrée de ①, ou de ③, ou bien racine cubique de ② & de ſemblables, qu'il faut dire, que c'eſt racine d'autant. Par exemple, racine quarrée de 4① ſe dict √ 4①; la raiſon eſt, qu'il n'y a en uſe aucunes algebraiques quantitez qui pourroyent autrement ſignifier telles racines. Toutesfois le $\frac{1}{2}$ en circle ſeroit le charactere de racine de ①, parce que le meſme (ſuivant la reigle de multiplication des autres quantitez) multiplié en ſoy donne produict ①, & par conſequent $\frac{1}{2}$ en un circle ſeroit le charactere de racine quarrée de ③, par ce que telle $\frac{1}{2}$ en circle multipliée en ſoy donne produict ③, & ainſi des autres; de ſorte que par tel moyen on pourroit de toutes ſimples quantitez extraire eſpeces de racines quelconques, comme racine cubique de ② ſeroit $\frac{2}{3}$ en circle, &c.

Or par la conſideration de ces choſes nous eſt devenu manifeſte ce qui au paravant nous eſtoit plus obſcur, à ſçavoir, que la prime quantité, laquelle les algebraiciens uſent pour l'inferieure, ne l'eſt pas conſideré ce qui conſiſte potentiellement en eux: mais comme il y a un infini maieur progres des quantitez depuis l'unité, ou de la prime quantité en aſcendant, comme ①②③, &c. ainſi y a il ſemblable infini moindre progres de la prime quantité en deſcendant, qui ſe pourroit ſignifier par $\frac{1}{2}\frac{1}{3}\frac{1}{4}$ en circles, & ſi pourroit on par les meſmes proceder comme par denominateurs entiers.

Or ſi l'uſage de telles quantitez pouvoit avancer en la reigle de trois algebraique (vulgairement dicte equation) à ſçavoir que par icelles on ſceuſt venir au deſſus des quantitez ④③②①⓪ de Lois de Ferrare (ce qu'avons tenté, mais combien qu'ainſi je pouvois extraire racines de toutes quantitez; toutesfois n'y avons peu avenir, comme à ſon lieu en dirons plus amplement) certes leur uſage ſeroit par raiſon à conceder. Mais n'eſtant cela pour l'heure pas ainſi, uſerons ſeulement les vulgaires entieres, d'autant plus que toutes computations algebraiques ſe peuvent achever ſans icelles. Car à la fin autañt faiſons par racine de 4①, comme par 2 mis devant $\frac{1}{2}$ en circle. Tellement que par ce diſcours avons ſeulement voulu manifeſter ce qui conſiſte potentiellement en la matiere, à fin que par ainſi rendiſſions le ſubject plus notoire. Il pourroit auſſi avenir que ceſte ſouvenance cauſeroit à un autre quelque avancement.

### Definition XIX.

*Nombre algebraique entier, eſt quantité ou compoſée multitude de quantitez.*

#### Explication.

Il eſt à conſiderer qu'integrité ou fraction de nombre algebraique, ne ſe refere point au nombre de multitude, ou valeur de la quantité; mais ſeulement à la denomination ou dignité d'icelle, car $\frac{3}{4}$① ou √ 2③ & ſemblables, ſont autant nombres algebraiques entiers comme 3①, par ce que comme nous avons dict nous prennons ſeulement regard à la denomination de la quantité, qui eſt icy entiere: mais fraction algebraique eſt telle comme la definition en ſuict.

### Definition XX.

*Nombre algebraique rompu, eſt partie ou parties de nombre algebraique entier.*

#### Explication.

Comme $\frac{2①}{3②}$ eſt nombre algebraique rompu, qui s'explique ainſi; deux primes diviſées par trois ſecondes.

### Definition XXI.

*Quantitez entre elles premieres, ſont celles qui n'ont point de diverſes eſpeces de quantitez pour commune meſure.*

### Definition XXII.

*Quantitez entre elles compoſées ſont celles, qui ont diverſes eſpeces de quantitez pour commune meſure.*

### Definition XXIII.

*Rompu algebraique premier eſt celuy duquel le numerateur & nominateur ſont nombres entre eux premiers.*

### Definition XXIV.

*Quantitez continues en l'ordre, ſont celles entre leſquelles ne defaut aucune quantité de leur naturelle progreſſion.*

#### Explication.

Comme ⓪ & ①. Item ② & ③. Item ①②③④, &c. s'appellent quantitez continues. Et par le contraire eſt manifeſte qu'elles quantitez ſont diſcontinues, à ſçavoir comme ① & ③, ou ② & ⑤, &c.

### Definition XXV.

*Superieure quantité eſt celle, de laquelle le nominateur l'explicant eſt maieur.*

#### Explication.

Comme ④ appellons ſuperieure ou plus haulte quantité que ② ou ③, & par le contraire eſt manifeſte qu'elle eſt quantité inferieure. Nous appellons telle quantité, quantité ſuperieure; à fin d'oſter l'ambiguité qui ſe rencontre en les appellans quantitez maieures: par exemple ſoyent 6① & 3②, Or ſi l'on parle icy de maieure quantité, ſera choſe ambigue, quel des deux ſera la maieure: à ſçavoir ſi le vocable maieure ſe deura referer au nombre de la multitude des quantitez: en quel reſpect ſeront maieures les 6①; ou en reſpect des nominateurs des quantitez, ſelon lequel ſont maieures les 3②. Ou en reſpect de leurs valeurs, ſelon lequel chaſcun pourra eſtre le maieur. Par exemple, ſi la valeur de 1④ fuſt 2, les trois ② ſeront maieures, car vauldront 24; & les 6① ſeulement 12: mais ſi la valeur de 1① fuſt 1, alors au contraire les 6① ſeront maieures: car elles vauldront 6, & les 3② ſeulement 3: mais quand nous diſons de la ſuperieure quantité, ce ſera ſans doubte parlé des 3②.

### Definition XXVI.

*Multinomie algebraique eſt un nombre conſiſtant de pluſieurs diverſes quantitez.*

#### Explication.

Comme 3③ + 5② — 4① + 6 s'appelle multinomie algebraique. Et quand il aura deux quantitez comme 2① + 4② s'appellent binomie, & de trois quantitez s'appellera trinomie, &c.

### Definition XXVII.

*① Appliquée à ⓪ nous nommons quantitez primitives. Et quantité quelconque ſuperieure que ① appliquée à ⓪ leurs derivatives, & toutes quantitez appliquées à ⓪ auſquels n'exiſtent autres inferieurs denominateurs de quantitez à leurs denominateurs proportionels, nous nommons primitives, & icelles proportionelles leurs derivatives.*

#### Explication.

Comme ① & ⓪ nous nommons quantitez primitives, & leurs

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

& leurs derivatives comme ② ⊙, ou ③ ⊙, ou ④ ⊙, &c. Mais quand il y a plus d'une quantité appliquée a ⊙, comme ② ① ⊙, ou ③ ① ⊙, ou ③ ② ⊙, ou ③ ② ① ⊙, ou ④ ② ① ⊙, ou ④ ③ ② ① ⊙, &c. ausquels n'existent autres inferieurs denominateurs à leurs denominateurs proportionels & de mesme multitude, nous les nommons primitives; & quand autres appliquez nominateurs sont à iceux appliquez denominateurs proportionels, nommons iceux autres leurs derivatifs, comme ④ ② ⊙ sont derivatifs desdicts ② ① ⊙, parce que comme 2 a 1 (denominateurs) ainsi 4 a 2, & pareillement dirons ⑥ ③ ⊙ estre derivatifs desdicts ② ① ⊙, par ce que comme 2 a 1 ainsi 6 a 3. Et de mesme sorte dirons ⑥ ② ⊙ estre derivatifs de ③ ① ⊙. Et semblablement ⑧ ⑥ ④ ② ⊙, ou (12) ⑨ ⑥ ③ ⊙ estre derivatifs de ④ ③ ② ① ⊙, & ainsi des autres.

Mais pour dire de l'utilité de ceste definition, faut sçavoir, qu'en la regle de proportion des quantitez, la ou par trois termes donnez, nous cherchons un quatriesme proportionel, les derivatifs ont la mesme maniere d'operation que leurs primitifs. Comme si les deux premiers termes furent derivatifs, tels ② ⊙, ou ③ ⊙, ils auront une operation semblable à celle de leurs primitifs ① & ⊙. Item si les deux premiers termes furent ④ & ② ⊙, ou ⑥ & ③ ⊙, &c. ils auront une operation semblable à icelle de leurs primitifs ② & ① ⊙. Et ainsi de tous autres: d'ou s'ensuyvra qu'en un seul probleme, à sçavoir le 78. comprehendrons tous les derivatifs (qui sont en infini) des antecedens primitifs; Pourtant celuy qui voudra bien entendre ledict 78. prob. il sera necessaire de bien entendre ceste definition.

## Definition XXVIII.

*Quantitez postposees sont celles qui en l'algebre se posent aucunesfois apres les positives.*

### Explication.

Toutes les quantitez d'une algebraique operation, qui ne sont pas notées du signe des postposees quantitez, sont touiours positives ou premieres posees, & d'une mesme progression, mais par ce pue en aucunes operations est necessaire de poser quantitez d'une autre progression que n'est la premiere, appellons les mesmes postposees quantitez, & leurs signes sont tels, 1 sec ① signifie une seconde ①, c'est à dire 1 ① secondement posée, car toutes quantitez qui n'ont point tel vocable comme 1 ① ou 3 ②, &c. sont positives ou premierement posees. Item 1 ter ① signifie une tierce ①; c'est à dire 1 ① tiercement posée. Item 2 sec ③ signifie 2 secondes ③, a sçavoir 2 ③ procedans de la 1 sec ①. Item 3 ① M sec ① signifie 3 ① multipliées par 1 sec ①, ou le produict de 3 ① multipliees par 1 sec ①. Item 3 ① M sec ① M ter ② signifie 3 ① multipliées par 1 sec ① & le mesme multiplié par 1 ter ②.

Item 5 ② D sec ① M ter ② signifie 5 ② divisées par 1 sec ①, & le mesme multiplié par 1 ter ②, &c.

## Definition XXIX.

*La prime quantité qui est egale au costé de chasque quantité, s'appelle aussi racine, la marque de costé ou racine est telle ✓.*

### Explication.

La prime quantité de la 15 definition s'appelle aussi metaphoriquement racine; & cela à cause que comme la racine est source de tout ce qui croist sur luy, ainsi ressemble la prime quantité la source ou racine de toutes les quantitez de son reng, & est touiours egal a chasque costé du mesme, comme A au fondement est egale au costé de B, de C, de D (à sçavoir au moindre costé de D.) La marque signifiant racine ou costé est telle ✓, laquelle mise devant ③ comme ✓ ③ denote racine de cube, ou racine de tierce quantité: & semblablement ✓ (4) signifie racine de quarte quantité. Et de mesme sorte pourrions dire ✓ ② signifier racine de quarré, ou de seconde quantité, mais pour la signifier il est en use (a cause de brieveté) de delaisser le signe ②, & mettre seulement ✓, par lequel on entend racine ou coste de quarré.

## Que racine est vocable convenable a l'art.

Il y a des aucuns qui rejectans le vocable racine, disent, costé de quarré ou de cube, ne se pouvoir nommer racine sinon ineptement, mais à mon avis ils n'exhibent pas convenable distinction. Car combien que racine est touiours egale à costé; toutesfois autre quantité, est racine comme A, que costé de B ou de C: pourtant quand nous disons racine de B, c'est à dire A: car A est sa racine ou source: mais quand nous disons costé de B, qui est a la A egal, a donc nous parlons du costé essentiel de B. Nous userons donc à bon droict avec les anciens le vocable racine là ou il viendra à poinct.

## Definition XXX.

*Racine de quarré de racine de quarré, est une ligne moyenne proportionelle entre la prime quantité, & une ligne respondante à l'unité de la mesme: sa marque est telle ✓✓. Et racine cubique de racine cubique, est l'antecedente ligne de deux lignes moyennes proportionnelles entre la prime quantité & une ligne respondante à l'unité de la mesme, sa marque est telle ✓✓ ③. & ainsi des autres semblables.*

### Explication.

Comme la ligne H s'appelle racine quarrée de racine quarrée, a sçavoir du quarré B, car par la construction du fondement elle est moyenne proportionelle entre A & G, laquelle G respond à l'unite de la A, Semblablement dirons la M & X estre racines quarrées de racines quarrées. Et de mesme sorte entendra on la racine quarrée de racine quarrée de racine quarree de B estre la moyenne ligne proportionelle entre G & H, de laquelle la marque est telle ✓✓. & semblablement procedera on en infini pour les racines quarrées de racines quarrées quelconques.

Item la ligne I s'appelle racine cubique de racine cubique (à sçavoir du cube C:) car par la construction du fondement elle est antecedente ligne de deux moyennes lignes proportionelles entre la prime quantité & une ligne respondante à l'unité de la mesme. qui est entre G & A. Et semblablement dirons les lignes L & V estre racines de racines cubiques.

De mesme sorte entendra on la racine cubique de racine cubique de racine cubique de C estre l'antecedente ligne de deux moyennes proportionelles entre G & I, sa marque sera telle ✓✓ ③. & ainsi procedera on en infini pour racines de racines cubiques de racines cubiques quelconques.

Et ainsi procedera on en toutes les autres quantitez; car la racine de racine de quarte quantité, est l'antecedente ligne de trois lignes moyennes proportionelles entre G & A, de laquelle la marque sera telle ✓✓ ④.

### Nota 1.

Nous avons dict à la 29 definition que racine de quarré a marque telle ✓. Item à la 30 definition, que racine de quarré, de racine de quarré a marque telle ✓✓:



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

mais faut bien noter ceste syllabe *de*, car ✓ ne signifie pas simplement racine, mais il y faut encore adjouster ledict *de*, veu qu'il y a grande difference entre racine, & racine *de*. Comme par exemple ✓ 4 signifie racine de quarré 4, laquelle vaut 2, mais racine quarree 4, vaut 4, comme le quarré 16, à sa racine 4, & point ✓ 4. Ledict avertissement du vocable *de*, appliquera on aussi à toutes autres racines comme ✓ ③, ✓ ④, &c.

NOTA 2.

Ceste marque signifiant racine de quarré telle ✓, & de racine de racine de quarré telle ✓✓, est par plusieurs en use, est aussi fort commode pour telle signification, & continuant telle progression s'ensuit que ✓✓ doibt signifier racine de racine, de racine de quarré. Ils font donques improprement ceux qui par ✓✓ veullent signifier racine de cube, veu qu'autre chose est racine de cube, que racine de racine, de racine de quarré. Car la ligne A, au fondement est (comme aussi de toutes les quantitez suyvantes) egale à la racine du cube C. Mais racine de racine, de racine de quarré, est la ligne moyenne proportionelle entre G & H. laquelle est bien d'autre quantité (excepté quand la racine est 1, comme au second rang des figures du fondement.) Et pour en donner exemple en nombres, il est notoire que ✓✓ 256. est 2. mais ✓ ③ 256, est plus que 6.

Concluons doncques que ✓✓ ne peult distinctement signifier racine cubique.

Quant aux figures comme ☌ ☽, &c. qu'aucuns suyvans les anciens usent au lieu de nos marques ① ② ③ (qu'aussi a usé Raphael Bombelle, excepte ⓪) peut estre que les mesmes ont vulgairement (comme aupres de nous L cinequante, C cent, M mille, &c.) aupres les Arabes inventeurs de l'algebre signifie les mesmes que 1.2.3. &c. ou ①②③. Mais quoy qu'il en soit, i'entens la signification de telles characteres necessaires à l'Arithmeticien pour entendre les autheurs qui les usent : mais en nostre Arithmeticque nous n'en useróns pas, n'y aussi ceux qui feront selon nostre conseil : car l'utilité des marques ⓪ ① ② ③ ④, &c. est telle, que l'operation qui par iceux characteres est obscure, laborieuse, & ennuieuse, (par ce que telles figures ne nous signifient pas vulgairement ce qu'ils denotoyent d'aventure aux Arabes) sera par ces marques claire, legiere, & plaisante. Car comme les characteres 1.2.3.4.5.6.7.8.9.0. (en respect de plusieurs autres marques signifians nombres) ne sont seulement brieves, mais necessaires : voire il semble, que sans leur convenable & naturel ordre, il eust esté impossible à l'homme de parvenir aux secrets d'Arithmetique qu'il a acquis; Et de mesme sorte entendra on que cecy sont les characteres qui au naturel ordre sont requis; lesquels aux quatre numerations generales, & principalement aux rompuz des mesmes qui souventesfois se rencontrent, voire par toutes computations algebraiques, donnent telle facilité, que ce qu'a plusieurs seroyt autrement impossible de comprendre, leur sera facile, mettant le tout au jugement de ceux qui entendent la chose.

Or estant ainsi definies les grandeurs du fondement, faut maintenant venir à leurs nombres.

DEFINITION XXXI.

*Nombre expliquant la valeur de quantité geometrique, s'appelle nombre geometrique, & obtient le nom conforme à l'espece de la quantite qu'il explique.*

EXPLICATION.

Comme le nombre 2. explicant la valeur de la prime quantité A, ou le nombre 1 la valeur de la prime quantité N, ou le nombre $\frac{1}{2}$ la valeur de la prime quantité Y, s'appellent (par ce que les mesmes primes quantitez sont racines) nombres radicaux.

Item le nombre 4, explicant la valeur de la seconde quantité B, & semblablement 1 de O, & $\frac{1}{4}$ de Z, se nomment (par ce que les mesmes secondes quantitez sont quarrez) nombres quarrez.

Item le nombre 8, explicant la valeur de la tierce quantité C, & semblablement 1 de P, & $\frac{1}{8}$ de A A, s'appellent (par ce que les mesmes tierces quantitez sont cubes) nombres cubiques.

Item le nombre 16 explicant la valeur de la quarte quantité D, & semblablement 1 de Q, & $\frac{1}{16}$ de B B, s'appellent (par ce que les mesmes sont quartes quantitez) nombres de quarte quantité; & ainsi des autres semblables.

Item le nombre 2 explicant la valeur du costé de B, & semblablement 1 du costé de O, & $\frac{1}{2}$ du costé de Z, se nomment (parce que se sont costez de quarrez) costez de quarrez. Et 2 explicant la valeur du costé de C, s'appelle costé cubique, & de D, costé de quarte quantité, &c.

Item le nombre ✓✓ 4 explicant la valeur de H, & semblablement ✓✓ 1 de M, & ✓✓ $\frac{1}{4}$ de X, se nomment racines quarrées de racines quarrées, parce que telles lignes par la 30 definition sont racines quarrees de racines quarrees.

Item le nombre ✓✓ ③ 8 explicant la valeur de I, & semblablement ✓✓ ③ 1 de L, & ✓✓ ③ $\frac{1}{8}$ de V, s'appellent racines cubiques de racines cubiques; parce que telles lignes par la 30 definition sont racines cubiques de racines cubiques.

NOTA.

Il est vray que ✓ ④ vaut le mesme que ✓✓, comme ✓ ④ 81 vaut 3, comme faict aussi ✓✓ 81. Mais entant que l'une est ligne comme H, & l'autre costé de quantité comme D, elles sont par raison à distinguer.

*QVE NOMBRES QVELCONQVES PEVVENT estre Nombres quarrez, cubiques, &c. Aussi que racine quelconque est nombre.*

Puis que les nombres explicans les valeurs des quantitez geometriques, reçoivent un nom conforme à la mesme quantite (comme 4 ou 9 & semblables explicans les valeurs des quarrez, s'appellent pourtant nombres quarrees. Item 8 & 27, &c. explicans les valeurs de cubes, s'appellent pourtant nombres cubiques) s'ensuit que 6 ou 7 ou 8, & semblables explicans les valeurs des quarrez, se nommeront pourtant aussi nombres quarrez. Et 9 ou 10, &c. explicans les valeurs des cubes s'appelleront pourtant aussi nombres cubiques. Ce que estant apertement ainsi, s'ensuit que ceux la s'abusent qui veulent le contraire. Mais quelle est leur raison ? 8 me dira quelque adversaire ne peut estre nombre quarré, par ce qu'il n'y a nul nombre qui multiplié en soy, produise 8. Il est vray (dira il) que racine de 8 en soy les produict, mais elle n'est pas nombre : Or je luy pourrois nier qu'aucun nombre soit pourtât nombre quarré, par ce qu'il se trouve nombre qui multiplié en soi produict le mesme nombre, considerá qu'il obtient seulement le nom de quarré, pource qu'il explique sa valeur, & point pour quelque autre accident : de sorte que 4 ou 9, ou semblables considerez simplement, & abstraicts de quarrez, ne sont pas nombres quarrez : Mais passant tout cecy, nous respondrons à son propos, prouvants que la ✓ 8, est nombre en ceste sorte : La partie est de la mesme matiere qu'est son entier;

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

entier; Racine de 8 eſt partie de ſon quarré 8: Doncques $\surd 8$ eſt de la meſme matiere qu'eſt 8: Mais la matiere de 8 eſt nombre; Doncques la matiere de $\surd 8$ eſt nombre: Et par conſequent $\surd 8$ eſt nombre. Auſſi que ſeroit ce de dire, le quarré de $\surd 8$ eſt 8, mais 8 n'eſt point quarré? vrayment c'eſt abſurd, & ne ſe peut par diſtinction tant faire, que tel fondement ne demeure confus. Doncques $\surd 8$ eſt nombre, & par conſequent 8, voire & nombre quelconque, comme $\surd 6$, ou $\surd (3)$ 3, & ſemblable, expliquant la quantité d'un quarré, ou en effect, ou ſeulement par l'hypotheſe, eſt nombre quarré. Il eſt vray que 4 & 9, & ſemblables, ſont quarrez de quelque autre propriete que n'eſt nombre quarré 8, & requierent diſtinction; mais pas fauſſe, n'y cauſant confuſion, mais pluſtoſt facilite, laquelle ſera; que ceux la ſont nombres quarrez à leurs racines commenſurables, ceux cy incommenſurables.

Nous pourrions faire plus long diſcours ſur ceſte matiere; mais transportant le different entre noz theſes mathematiques; Concluons icy pour les raiſons ſusdictes, que tous nombres quels qu'ils ſoient peuvent eſtre nombres quarrez, cubiques, &c. Auſſi que racine quelconque eſt nombre.

## QVE LA QVINTE QVANTITE NE SE doibt point nommer ſurſolidum, ou plus long d'un coſté.

Les aucuns nomment la quinte quantite ſurſolidum; les autres plus long d'un coſté: par ſurſolidum denotent ilz une ſourde quantite ſolide; Sourde (diſent ilz) par ce qu'elle n'a ny racine quarrée, ny racine cubique diſcrete; en quoy ils s'abuſent: car combien que tel accident avient à aucunes, il n'aviendra point à infinies autres, car racine de quinte quantite 1024, eſt 4, & la racine quarree du meſme nombre 1024, eſt 32. Item la racine de quinte quantité 32768, eſt 8, & racine cubique du meſme nombre eſt 32. Auſſi la potence de quinte quantite de 64, aura (par la 9 propoſition du 9 livre d'Eucl.) racine de quinte quantite, & racine quarrée, & racine cubique; Et encore que cela ne fuſt pas ainſi, ce ſeroit mauvaiſe conſequence de dire; la quinte quantité n'a point de racine quarrée, ou cubique diſcrete; ergo elle eſt abſurde; car comme le quarré tient ſa racine quarrée, & le cube ſa racine cubique, ainſi tient la quinte quantité, ſa racine de quinte quantité. Doncques la quinte quantité n'eſt point ſourde, ny ſurſolidum.

Quant à l'appellation de plus long d'un coſté, elle eſt auſſi mal propre; veu que la quinte quantité R, eſt un cube; auſſi que pluſieurs autres quantitez, comme les quartes D, & B B, qui ſont auſſi plus longues d'un coſté, toutesfois ne ſont pas quintes quantitez. A fin doncques d'oſter d'une part toutes ambiguitez, & improprietez, & que d'aultre part aurions vocables ſervans à la facilité de la doctrine, nous les appellons quarte, quinte, ſexte quantité, &c.

## QV'IL NY A AVCVNS NOMBRES ABSVRdes, irrationels, irreguliers, inexplicables, ou ſourds.

C'eſt choſe tresvulgaire entre les Autheurs d'Arith. de traicter de nombres, comme $\surd 8$, & ſemblables, qu'ils appellent abſurds, irrationels, irreguliers, inexplicables, ſourds, &c. Ce que nous nions, à quelque nombre avenir: Mais par quelle raiſon l'adverſaire le pourra il prouver? Il me dict premierement, que racine de 8. eſt à nombre Arithmeticque (comme 3 ou 4) incommenſurable, ergo $\surd 8$, eſt abſurde irrationelle, &c. Mais la concluſion eſt abſurde, veu que l'incommenſurance ne cauſe pas abſurdité des termes incommenſurables, ce que s'eſprouve par la ligne & ſuperficie qui ſont grandeurs incommenſurables; c'eſt à dire, qu'ils ne reçoyvent point de commune meſure, toutesfois ny ligne ny ſuperfice n'eſt quantité abſurde ny inexplicable: car diſant, que celle la eſt ligne, & ceſte cy ſuperficie, nous les expliquons. Et encore que ceſte incommenſurance procreaſt (ce que toutesfois ne peut eſtre; mais poſons les cas) abſurdité à l'une des quantitez comparées, nous trouverons le nombre Arithmeticque autant coulpable, que le radical: car comme la Sphere autant que le cube, & le cube autant comme la Sphere, eſt cauſe de leur diſſimilitude; ainſi de ces nombres. Mais pour faire encore autre preuve par deux quantités d'un meſme genre de grãdeur, prenons le coſté & diagonale d'un quarré, qui ſont lignes entre elles (par la derniere propoſition du 10. livre d'Euclide) incõmenſurables, toutesfois ny diagonale, ny coſté (abſtraict de nombre) n'eſt ligne abſurde ou irrationelle, l'incommenſurance doncques des quantitez, n'eſt pas l'abſurdité d'icelles, mais c'eſt pluſtoſt leur naturelle mutuelle habitude. L'adverſaire me replique qu'il y a lignes rationelles, & irrationelles, (deſquelles traicte Euclide en ſon dixieſme livre) les definitions deſquelles (ſelon Campane defin. 5 & 7. que Zambert met la 7 & 8) ſont telles: *Toute ligne droicte propoſée s'appelle rationelle. Et les lignes à icelle incommenſurables, ſe nomment irrationelles*: Dont il conclud, que les nombres explicans ces lignes irrationelles, ſont nombres irrationelz. Ie reſpons qu'il eſt notoire que c'eſt argument ſoit inartificiel conſiſtant en ſeule authorité, à laquelle il faut preferer l'irrefutable raiſon, qui eſt; Premierement que demonſtrerons contradiction en ceſte ſorte: Soit ligne propoſée la diagonale (car la definition dict de toute ligne) d'un quarré duquel le coſté eſt 2: Or ceſte ligne propoſée (dict il) eſt rationelle, & le nombre l'explicant ſera de meſme qualité; parquoy le nombre explicant ceſte ligne qui eſt $\surd 8$. ſera rationel: & d'aultre part dict que $\surd 8$ eſt irrationelle; ce qui eſt contradiction. Au ſecond nous pouvons demonſtrer (meſmes ſelon le dire de l'adverſaire) que nulle ligne n'eſt par ſoy irrationelle: car s'il dict que celle la eſt rationelle (à ſçavoir diagonale ou coſté de quarré) qu'on explique par nombre Arithmetique; & l'autre irrationelle; s'enſuit que ſelon l'attribution du nombre Arithmeticque, le coſté pourra l'une fois eſtre rationel, autrefois irrationel; doncques il ne l'eſt pas par ſoy, mais en reſpect d'un nombre dont il y a icy queſtion: Tel argument doncques n'eſt pas pour luy; ains pluſtoſt une declaration de la confuſion conſiſtante en ſon opinion. Qu'eſt ce qu'il a encore?

Il me mande que je luy explique quelle choſe ſoit $\surd 8$. Ie luy reſpons qu'il m'explique quelle choſe ſoient $\frac{3}{4}$ (qui ſelon ſon dire ſont rationels) & puis je la luy expliqueray. Il me dira d'adventure que $\frac{3}{4}$ (pour changer de voix) ſont $\frac{6}{8}$. Et je luy reſpons que $\surd 8$ eſt $\surd \frac{16}{2}$. Il dict que $\frac{3}{4}$ ſont à tout nombre Arithmeticque commenſurable, & $\surd 8$ à nul d'iceux; Ie luy reſpons que $\surd 8$ eſt à infiniz nombres, comme $\surd 2$. $\surd 32$. commenſurable, & $\frac{3}{4}$ à nul d'iceux. Il me dict, que ſi on partiſt une choſe en 4 parties egales, que $\frac{3}{4}$ eſt cela qui denote la quantité de trois d'icelles parties; & je luy reſpons, que ſi la grãdeur d'un quarré fuſt 8, que $\surd 8$ eſt le nombre qui denote la quantité de ſon coſté. Item ſi on luy demande combien ſoit le quotient de la diviſion de 3 par 4, il reſpondra que c'eſt le quotient de la diviſion de 3 par 4: Et tout par meſme elegãce diſ-je qu'en extrahant racine quarrée de 8, ce qui en ſort eſt racine quarrée de 8. Ou s'il penſe de ſatisfaire par quelque changement de voix, qui en effect eſt le meſme, diſant

que

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

que tel quotient ſont trois quarts, je luy feray le ſemblable ſur la racine, diſant que c'eſt le coſté de quarré 8. Il veult que nous appliquons les nombres comme $\frac{3}{4}$ & $\sqrt{}$ 8, à quelque matiere, comme a une aulne, & dict qu'il me pourra monſtrer legitimement les $\frac{3}{4}$ d'une aulne par la 9 propoſition du 6 livre d'Euclide; Et moy je luy monſtreray legitimement la racine quarrée de 8, d'une aulne par la 13 propoſition du 6 livre du meſme Euclide. Car la ligne moyenne proportionelle entre toute l'aulne & une huictieſme partie d'icelle, eſt $\sqrt{}$ 8 de la meſme aulne.

Les qualitez doncques de $\sqrt{}$ 8 & $\frac{3}{4}$ (en tant que touche ceſte queſtion) ſont ſemblables. Or de choſes ſemblables ſe faict meſme jugement; par quoy ſi $\sqrt{}$ 8 eſt nombre abſurd, irrationel, irreguliér, inexplicable, & ſourd: les $\frac{3}{4}$ le ſeront auſſi; Mais l'adverſaire ne concede cela aucunement; ains veut tout au contraire; il faut donc de neceſſité qu'il confeſſe que $\sqrt{}$ 8 eſt excellente, rationelle, reguliere, explicable, & bien oyante. Ce que nous avons demonſtré de $\sqrt{}$ 8, ſera auſſi entendu de $\sqrt{}$ ③, & autres racines quelconques: car combien que de toute ligne ne pouvons legitimement couper racine cubique (à cauſe que les deux lignes moyennes proportionelles entre deux lignes données, ne ſont encore geometriquement inventées) comme faiſons racine quarrée, cela n'eſt pas la coulpe des nombres; car ce qu'en lignes ne ſçavons faire, nous l'achevons par nombres facilement.

Mais a fin que parlions auſſi de l'utilité de ceſte matiere, & que l'on n'eſtime que ce ſoit diſputé de l'ombre de l'aſne, faut ſçavoir que ceſte abſurde opinion de nombres abſurds, que ce ne ſeroyent pas nombres, &c. a tellement obſcurci la doctrine des incommenſurables grādeurs, que la difficulté du dixieſme livre d'Euclide (qui traicte de ceſte matiere) eſt à pluſieurs devenu'en horreur, voire juſques a l'appeller la croix des mathematiciens, matiere trop dure à digerer, & en laquelle n'apperçoivēt aucune utilité. C'eſt auſſi ce ferme fondement, qui nous a avancé en la deſcription d'icelles, qui s'enſuyvera en un traicté particulier, là ou ſont rendu faciles & claires (à mon avis) en 3 problemes ſeulemēt, les difficiles & obſcures propoſitions dudict Dixieſme, qui en contient ſelon Zambert 118. Voire non pas ſeulement ce qui eſt contenu audict dixieſme, mais encore un facile infini progres des choſes y commencées, lequel (infini progres dis-je) ſemble incomprehenſible par tel fondement. Et celuy qui donnera plus de lieu à la raiſon, qu'a vaine opinion, plus de credit aux defenſeurs, des parfaictes & divines Mathematiques, qu'a ceux qui l'accuſent d'imparfection & d'abſurdité, ne trouvera pas moindre facilité, en pluſieurs operations Mathematiques, qui ſemblent autrement fort difficiles.

Nous concluons doncques, qu'il n'y a aucuns nombres abſurds, irrationels, irreguliers, inexplicables, ou ſourds; mais qu'il y'a en eux telle excellence, & cōcordance, que nous avons matiere de mediter nuict & jour, en leur admirable parfection: Et s'il falloit dire d'abſurdité, je la concederois pluſtoſt en noſtre entendement, lequel ne peut autant comprendre des decrets qui conſiſtent en la nature, qu'il ſoit digne comparaiſon à ce qu'il ignore. Finalement ce que nous n'avons ſatisfaict en ceſte matiere par les argumens precedens, nous l'accomplirons contre tous adverſaires par la 4e theſe de nos theſes Mathematiques.

### Nota.

Aucuns au lieu de la quarte quantité, diſent quarré de quarré; Et de la ſexte quantité, quarré de cube, ou cube de quarré; Et de la huictieſme, quarré de quarré de quarré; Et de la neufieſme, cube de cube, &c. ce qui ſont des noms de ce qui ne conſiſte point en grandeur. vray eſt qu'ils ont quelque ſimilitude à leur ſubject en tant qu'il eſt nombre, mais trop obſcure: Nous n'uſerons doncques pas de ces noms, d'une part pour les incommoditez qui en procedent, d'autre part pour la facilité des autres, comme apparoiſtra aux computations qui s'en feront cy apres.

### Definition XXXII.

*Racine quarrée algebraique de quantité, eſt celle qui multipliée en ſoy, produict la meſme quantité. Racine cubique algebraique de quantité, eſt celle qui multipliée cubiquement, produict la meſme quantité; & ainſi de la quarte quantite & autres ſuyvantes.*

### Explication.

Comme 3 ① s'appellent la racine quarrée algebraique de 9 ②, parce que multipliees en elles produiſent 9 ②; Et pour meſme raiſon 4 ② ſe diſent la racine quarrée de 16 ④; Et 2 ② + 3 ①, la racine quarrée de 4 ④ + 12 ③ + 9 ②; Et 2 ① la racine cubique de 8 ③; Et 3 ② + 2 ① la racine cubique de 27 ⑥ + 54 ⑤ + 36 ④ + 8 ③. Et $\sqrt{}$ 3 ②, la racine de 3 ②, & ainſi d'autres ſemblables.

### Definition XXXIII.

*Le nombre Arithmetique devant la marque de quantité, s'appelle nombre de multitude des quantitez; & dedans la marque, denominateur, ou dignité de quantité: mais derriere la marque, valeur de quantité.*

### Explication.

En toute quantité qu'on uſe en operation algebraique, il y a à conſiderer trois nombres differens; comme de multitude, denominateur, & valeur de quantite. Par exemple, 3 ② 12, c'eſt à dire trois ſecondes quantitez vallans douze, de ſorte que le 3 eſt nombre de multitude des quantitez, & 2 denominateur de quantite, mais 12 valeur des quantitez.

Conſidere bien ceſte definition, à fin qu'au ſuyvant la diſpoſition des characteres ne vous abuſe: car comme 19 ſont les meſmes cyfres que 91, toutesfois l'une eſt majeure quantité que l'autre; Tout ainſi ③ 8, ſont les meſmes characteres que 8 ③, mais ceſtuy cy eſt bien un autre que ceſtuy la: car ③ 8 ſignifie cube, duquel la valeur eſt 8. Mais 8 ③, denote huict cubes deſquels la valeur eſt icy encore incognue.

### Definition XXXIV.

*Le nombre radical mis devant la marque de quantité & ſeparé par ſigne tel ✕, ſera nombre de multitude des quantitez: mais ſans iceluy ſigne de ſeparation, alors $\sqrt{}$ denote la racine du nombre de multitude, enſemble la racine de la quantité.*

### Explication.

Comme $\sqrt{}$ 9 ✕ ②, c'eſt à dire racine de 9 ſecondes, mais conſidere que la $\sqrt{}$ ſe refere ſeulement au 9, & point à ②, ce que denote la marque de ſeparation ✕: de ſorte que $\sqrt{}$ ✕ ②, vaut autant (veu que $\sqrt{}$ 9, faict 3) comme 3 ②; Mais quand le nombre radical ſera a nombre Arithmetique incommenſurable, comme $\sqrt{}$ 5 ✕ ②, il faut qu'il demeure ainſi; Mais ſans icelle ſeparation de la marque ✕, comme $\sqrt{}$ 9 ②, Ce ſera auſſi à dire racine de 9 ſecondes, mais conſidere (par ce qu'il n'y a point de marque de ſeparation) que la $\sqrt{}$ ſe refere & a 9, & a ②, de ſorte que $\sqrt{}$ 9 ② vaut autant comme 3 ①. Item $\sqrt{}$ ③ 8 ③ autant comme 2 ①.

Defi-

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

### Definition XXXV.

*Toute quantité s'appelle la potence de sa racine.*

### Explication.

Comme quarré 9 s'appelle la potence quarrée de sa racine 3; Et 8, potence quarrée de $\sqrt{8}$; & 27, potence cubique de sa racine 3; & 81, potence de quarte quantité de sa racine 3. & ainsi des autres en infini.

### Definition XXXVI.

*+ Signifie plus, & — signifie moins.*

### Explication.

Il avient à cause de l'incommensurance des nombres qu'il les faut conjoindre ou disioindre, par les motz de plus & moins. Mais par ce que les mesmes se rencontrent souvent aux operations Arithmetiques, tant des nombres algebraiques ou quantitez, que des nombres radicaux, l'on use pour briefveté des signes fort commodes, à sçavoir + signifiant plus, & — denotant moins.

### Definition XXXVII.

*Nombres commensurables sont ceux ausquels existe quelque nombre qui leur soit commune mesure.*

### Explication.

Tous nombres Arithmetiques comme 7 & 9 (ausquels l'unité est la commune mesure) s'appellent nombres commensurables. Semblablement beaucoup des nombres geometriques, comme $\sqrt{27}$, & $\sqrt{3}$, lesquels ont pour commune mesure $\sqrt{3}$, comme apparoistera par le 20 probleme.

### Definition XXXVIII.

*Nombres incommensurables sont ceux ausquels n'existe quelque nombre qui leur soit commune mesure.*

### Explication.

Comme 4 & $\sqrt{6}$, & autres semblables, par ce qu'il n'y a aucun nombre qui leur soit commune mesure, s'appellent nombres incommensurables.

### Nota.

Les commensurances & incommensurances des nombres qui se rencontrent aux binomies (car ceste des binomies que traicterons d'oresenavant) se distinguent communement en trois especes, desquelles la premiere selon nostre maniere est telle:

Quelques deux nombres sont de telle condition, qu'ils sont commensurables, comme 5 & 6, ou $\sqrt{3}$ & $\sqrt{12}$ & semblables.

### Deuxiesme Espece.

Autres deux nombres y a il de telle qualité, qu'ils sont incommensurables, mais leurs quarrez sont commensurables. Comme 4 & $\sqrt{7}$, sont incommensurables: Mais leurs quarrez comme 16 & 7, sont commensurables.

### Troisiesme Espece.

Il y a autres deux nombres de telle condition, qu'ils sont incommensurables, & leurs quarrez sont aussi incommensurables; comme 4 & $\sqrt{7}$ sont incommensurables, & leurs quarrez 16 & $\sqrt{7}$ sont aussi incommensurables.

Or pour distinction de ces trois differences, les autres nomment la premiere vulgairement (par similitude des lignes desquelles traicte Euclide es definitions de son dixiesme livre) commensurables en longitude; La seconde incommensurables en longitude; mais commensurables en potence. Et la troisiesme incommensurables en potence & longitude.

Mais selon mon opinion nous nommons ces differences plus clairement, disans absolutement que tous deux nombres proposez sont commensurables, ou incommensurables. Quant à la commensurance ou incommensurance qu'il y a entre leurs potences ou quarrez, celle la ne faut il pas attribuer aux proposez, mais absolutement à leurs potences. Et pour en parler par exemple, qu'est ce si quelcun dict que la peripherie d'un circle est droicte en son diametre? Vrayement veu que toutes peripheries sont obliques, il n'y a point de sens, mais si l'on dict que les peripheries sont obliques, & que leur diametres sont droicts, on explique la vraye qualité de l'un & l'autre: Ainsi de dire que 4 & $\sqrt{7}$ sont commensurables en leurs quarrez ou potences (veu qu'ils sont incommensurables) il n'y a point de sens. Mais si l'on dict, que 4 & $\sqrt{7}$, sont incommensurables, & que leurs potences sont commensurables, les plus rudes le pourront entendre.

### Definition XXXIX.

*Multinomie radical, est un nombre consistant de plusieurs nombres incommensurables.*

### Explication.

Comme $\sqrt{3} + \sqrt{5}$, parce qu'il consiste de plusieurs nombres incommensurables, s'appelle multinomie radical: Radical, pour distinction du multinomie algebraique de la 26 definition.

### Definition XL.

*Binomie radical, est multinomie consistant de deux nombres incommensurables: Trinomie radical, de trois; & ainsi des autres. le multinomie s'appelle selon la multitude des nombres incommensurables desquels il existe.*

### Explication.

Comme $2 + \sqrt{3}$ est binomie, parce que 2 & $\sqrt{3}$ sont deux nombres incommensurables, & pour mesme raison s'appelle $2 - \sqrt{3}$ aussi binomie. Et $\sqrt{2} + \sqrt{3} + 5$ (par ce qu'il a trois nombres incommensurables) trinomie.

### Corollaire.

D'ou s'ensuit que $\sqrt{2} + \sqrt{8}$ & semblables ne sont pas binomies, par ce qu'ils sont commensurables, & qu'on les peut expliquer par un nombre, comme sera demonstré au 24 probleme. Toutesfois il aviendra d'aventure que nous metterons quelque fois en un multinomie quelques nombres commensurables; mais ce sera pour exemple & briefveté, & on les usera par hypothese, comme s'ils fussent incommensurables, comme le semblable se rencontre souventesfois en la Geometrie, la ou quelque figure sera d'aventure trapeze, qui doibt estre quarré. Mais pour en parler proprement, deux noms commensurables ne sont pas deux noms en un multinomie, veu (comme nous avons dict) que l'on en peut faire un.

### Definition XLI.

*Chascun nombre d'un multinomie s'appelle nom, desquels le majeur se dict majeur nom, & le moindre, moindre.*

### Explication.

Comme de binomie $\sqrt{3} + \sqrt{2}$, la $\sqrt{3}$, s'appelle majeur nom, & la $\sqrt{2}$ moindre nom.

Defi-

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

### Definition XLII.

*Multinomie conjoinct, eſt celuy duquel les noms ſont conjoincts par plus.*

### Explication.

Comme $\sqrt{3}+\sqrt{2}$, eſt binomie conjoinct, & ainſi $\sqrt{5}+\sqrt{7}+\sqrt{3}$ trinomie conjoinct.

### Definition XLIII.

*Multinomie diſioinct, eſt celuy duquel les noms ſont diſioincts par moins.*

### Explication.

Comme $\sqrt{3}-\sqrt{2}$ eſt binomie diſioinct, qu'autres appellent auſſi apotome, reſidu, ou reſte. Item $8-\sqrt{2}-\sqrt{3}$ eſt trinomie diſioinct.

### Nota.

La binomie diſioinct, eſt par Euclide appellé apotome ou reſte, & ſemble qu'il ne l'a voulu nommer binomie, par ce que l'apotome eſt une ligne, qui ne contient point en ſoy l'un des noms qu'on explique. Mais veu que l'appellation de multinomie n'eſt point en reſpect de quantité, ſelon laquelle tout multinomie eſt auſſi bien une ſeule ligne comme celle d'un nom; Mais en reſpect de qualité: S'enſuit que l'apotome ſera auſſi bien binomie; à ſçavoir diſioinct (veu qu'en l'explicant, il faut uſer de deux noms) comme le conjoinct. Doncques par binomie diſioinct (qui par pluſieurs autres, eſt auſſi en uſage, & à mon avis il eſt plus propre) entendra on le meſme; ce que Euclide ſignifie par apotome.

### Definition XLIV.

*Multinomie en partie conjoinct & en partie diſioinct, eſt celuy qui a noms conjoincts par plus, & autres diſioincts par moins.*

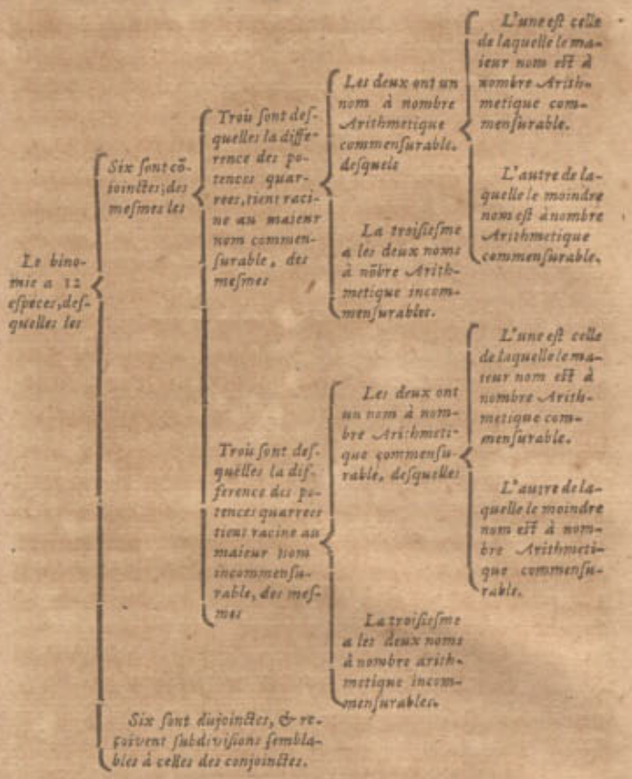
### Explication.

Comme $\sqrt{7}+\sqrt{2}-\sqrt{5}$, eſt multinomie en partie conjoinct & en partie diſioinct. Ceſte definition ne compete point au binomie qui eſt ſeulement ou conjoinct ou diſioinct.

### Nota.

Entre les multinomies les binomies ſont de la plus grande conſideration, à cauſe que toutes leurs eſpeces ſont plus notoires, les meſmes a Euclide diligemment defini & diſtingué es lignes en ſon 10 livre; leſquelles nous applicquerons aux nombres comme s'enſuit:

Il y a douze eſpeces de binomies, deſquelles les 6 ſont conjoinctes, & 6 diſioinctes; & chaſcune ſixaine a deux ſortes; deſquelles les trois ſont telles, que la difference des potences quarrées de leurs noms, tient racine quarrée à ſon majeur nom commenſurable. Les autres trois binomies ſont telles, que la difference des potences quarrées de leurs noms tient racine à ſon majeur nom incommenſurable; Et de chaſcun de ces trois binomies, les deux ont chaſcun un nom à nombre Arithmeticque commenſurable; mais le troiſieſme a ſes deux noms, à nombre Arithmetique incommenſurables. Et pour plus grand eſclairciſſement diſtinguons leurs differences par telle table.




Leurs definitions ſont telles:

### Definition XLV.

*Quand le maieur nom d'un binomie conjoinct, eſt à nombre Arithmeticque commenſurable, & que la difference de leurs quarrez tient racine quarrée au maieur nom commenſurable, il s'appelle binomie premier.*

### Explication.

| | |
|---|---|
| Soit binomie conjoinct | $3+\sqrt{5}$. |
| Quarrez des noms | $\begin{cases}9\\5\end{cases}$ |
| Leur difference | 4 |
| Sa racine | 2 |

Par ce que le maieur nom 3 du binomie conjoinct, eſt au nombre Arithmeticque commenſurable, & que la difference 4 des quarrez de deux noms tient racine quarrée 2, au maieur nom 3 commenſurable, le binomie donné $3+\sqrt{5}$, s'appelle le premier.

### Definition XLVI.

*Quand le moindre nom d'un binomie conjoinct, eſt au nombre Arithmetique commenſurable, & que la difference de leurs quarrez tient racine quarrée au maieur nom commenſurable, il s'appelle binomie ſecond.*

### Explication.

| | |
|---|---|
| Soit binomie conjoinct | $\sqrt{18}+4$ |
| Quarrez des noms | $\begin{cases}18\\16\end{cases}$ |
| Leur difference | 2 |
| Sa racine | $\sqrt{2}$ |

Parce que le moindre nom 4 du binomie conjoinct, eſt au nombre Arithmeticque commenſurable, & que la difference de leurs quarrez tient racine quarrée (à ſçavoir $\sqrt{2}$) au maieur nom commenſurable par le 20 probleme, le binomie donné $\sqrt{18}+4$ s'appelle le ſecond.

### Definition XLVII.

*Quand les deux noms d'un binomie conjoinct, ſont à nombre Arithmetique incommenſurables, & que la difference de leurs quarrez*

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

*quarrez tient racine quarrée au majeur nom commensurable, il s'appelle binomie troisiesme.*

EXPLICATION.

Soit binomie conjoinct $\sqrt{50}+\sqrt{32}$.

Quarrez des noms $\begin{cases}50.\\32.\end{cases}$

Leur difference 18.

Sa racine $\sqrt{18}$.

Par ce que les deux noms du binomie conjoinct $\sqrt{50}+\sqrt{32}$ sont à nombre Arithmetique incommensurables, & que la difference de leurs quarrez 18, tient racine au majeur nom $\sqrt{50}$. commensurable par le 20 probleme, le binomie donné $\sqrt{50}+\sqrt{32}$. s'appelle le troisiesme.

DEFINITION XLVIII.

*Quand le majeur nom d'un binomie conjoinct, est à nombre Arithmeticque commensurable, & que la difference de leurs quarrez tient racine quarrée au majeur nom incommensurable, il s'appelle binomie quatriesme.*

EXPLICATION.

Soit binomie conjoinct $5+\sqrt{12}$.

Quarrez des noms $\begin{cases}25.\\12.\end{cases}$

Leur difference 13.

Sa racine $\sqrt{13}$.

Par ce que le majeur nom 5, du binomie conjoinct, est à nombre Arithmetique commensurable, & que la difference 13 des quarrez des deux noms tient racine quarrée (à sçavoir $\sqrt{13}$) au majeur nom 5 incommensurable par le 20 probleme, le binomie donné $5+\sqrt{12}$, s'appelle le quatriesme.

DEFINITION XLIX.

*Quand le moindre nom d'un binomie conjoinct, est à nombre Arithmetique commensurable, & que la difference de leurs quarrez tient racine quarrée au maieur nom incommensurable, il s'appelle binomie cincquiesme.*

EXPLICATION.

Soit binomie conjoinct $\sqrt{6}+2$.

Quarrez des noms $\begin{cases}6.\\4.\end{cases}$

Leur difference 2.

Sa racine $\sqrt{2}$.

Parce que le moindre nom 2 est à nombre Arithmeticque commensurable, & que la difference 2 des quarrez des noms tient racine quarrée (à sçavoir $\sqrt{2}$) au maieur nom $\sqrt{6}$ incommensurable par le 20 probleme, le binomie donné $\sqrt{6}+2$. s'appelle le cincquiesme.

DEFINITION L.

*Quand les deux noms d'un binomie conjoinct, sont à nombre Arithmeticque incommensurables, & que la difference de leurs quarrez tient racine au maieur nom incommensurable, il s'appelle binomie sixiesme.*

EXPLICATION.

Soit binomie conjoinct $\sqrt{5}+\sqrt{3}$.

Quarrez des noms $\begin{cases}5.\\3.\end{cases}$

Leur difference 2.

Sa racine. $\sqrt{2}$.

Par ce que les deux noms du binomie conjoinct, $\sqrt{5}+\sqrt{3}$. sont à nombre Arithmetique incommensurables, & que la difference de leurs quarrez 2, tient racine quarree au majeur nom $\sqrt{5}$ incommensurable par le 20 probleme, le binomie donné $\sqrt{5}+\sqrt{3}$ s'appelle le sixiesme.

DEFINITION LI.

*Quand le majeur nom d'un binomie disioinct est à nombre Arithmetique commensurable, & que la difference de leurs quarrez tient racine quarrée au majeur nom commensurable, il s'appelle binomie septiesme.*

EXPLICATION.

Comme $3-\sqrt{5}$ est binomie disioinct, ayant les conditions de ceste definition, comme il appert en l'explication de la 45 definition, il s'appelle donc binomie septiesme.

DEFINITION LII.

*Quand le moindre nom d'un binomie disioinct, est à nombre Arithmeticque commensurable, & que la difference de leurs quarrez tient racine quarrée au majeur nom commensurable, il s'appelle binomie huictiesme.*

EXPLICATION.

Comme $\sqrt{18}-4$, est binomie disioinct, ayant les conditions de ceste definition, comme il appert en l'explication de la 46 definition, il s'appelle doncques binomie huictiesme.

DEFINITION LIII.

*Quand les deux noms d'un binomie disioinct, sont à nombre Arithmetique incommensurables, & que la difference de leurs quarrez tient racine quarrée au majeur nom commensurable, il s'appelle binomie neufiesme.*

EXPLICATION.

Comme $\sqrt{50}-\sqrt{32}$, est binomie disioinct, ayant les conditions de ceste definition, comme il appert en l'explication de la 47 definition, il s'appelle doncques binomie neufiesme.

DEFINITION LIV.

*Quand le majeur nom d'un binomie disioinct, est à nombre Arithmetique commensurable, & que la difference de leurs quarrez tient racine quarrée au majeur nom incommensurable, il s'appelle binomie dixiesme.*

EXPLICATION.

Comme $5-\sqrt{12}$ est binomie disioinct, ayant les conditions de ceste definition, comme appert en l'explication de la 48 definition, il s'appelle doncques binomie dixiesme.

DEFINITION LV.

*Quand le moindre nom d'un binomie disioinct, est à nombre Arithmetique commensurable, & que la difference de leurs quarrez tient racine quarrée au majeur nom incommensurable, il s'appelle binomie onziesme.*

EXPLICATION.

Comme $\sqrt{6}-2$ est binomie disioinct, ayant les conditions de ceste definition; comme appert en l'explication de la 49 definition; il s'appelle doncques binomie onziesme.

DEFINITION LVI.

*Quand les deux noms d'un binomie disioinct, sont a nombre Arithmetique incommensurables, & que la difference de leurs quarrez tient racine quarrée au majeur nom incommensurable, il s'appelle binomie douziesme.*



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

EXPLICATION.

Comme $\sqrt{5}-\sqrt{3}$ eſt binomie diſioinct, ayant les conditions de ceſte definition, comme appert en l'explication de la 50 definition, il s'appelle donc binomie douzieſme.

DEFINITION LVII.

*Binomie conjoinct, & binomie diſioinct reſpondans, ſont ceux qui ont les noms egaux.*

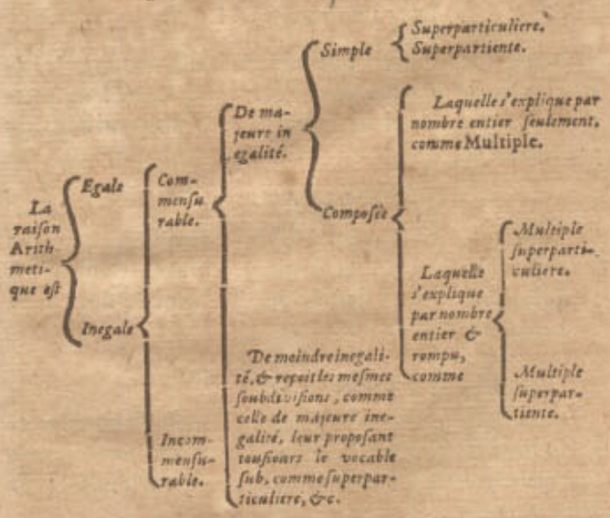
EXPLICATION.

Comme binomie conjoinct $4+\sqrt{3}$, & binomie disjoinct $4-\sqrt{3}$, par ce que leurs noms ſont egaux, ils s'appellent reſpondans.

---

# TROISIESME PARTIE DES DEFINITIONS DE LA RAISON ET PROPORTION *Arithmetique, & de leurs dependances.*

Table demonſtrant l'ordre de la raiſon Arithmetique des definitions ſuyvantes.




*QVE 2.4.8. ou 2.3.4.6. ET SEMBLABLES, ne ſont pas proportion Geometrique. Auſsi que nombres comme 1.2.3. ou 12. 10. 6. 4. & pareils, ne ſont pas proportion Arithmetique. Item que 153.144.136. & ſemblables, ne ſont pas proportion harmonique.*

La proportion, pour en parler un peu en general, avant que parvenir au particulier, eſt la ſimilitude de deux raiſons egales. Raiſon eſt comparaiſon de deux termes d'une meſme eſpece de quantité. Et ſi tous les termes d'une proportion fuſſent grandeurs, ce ſera proportion geometrique. Mais s'ils eſtoyent tous nombres, ſera proportion Arithmetique. Et eſtant tous ſons harmonieux, c'eſt proportion harmonique. Semblablement quand les termes ſont parties de predication ou de propoſition, c'eſt proportion dialectique. De ſorte que toute proportion obtient le nom conforme à la matiere de ſes termes. Ce qui eſtant ainſi, s'enſuit que ceux la s'abuſent, diſans que nombres, comme 2.4.8. ou 2.3.4.6. font proportion geometrique, l'une cõtinue l'autre diſcontinue, veu qu'il n'y a icy nulles grandeurs, qui toutesfois pour la raiſon que deſſus & par la 3 & 4 definition du 5 livre d'Eucl. ſont en toute proportion geometrique requiſes, veu auſſi que c'eſt une manifeſte proportion Arithmetique. Item, que nombres, comme 153.144.136. ſeroyent proportion harmonique, puis que les ſons entre eux en telle raiſon, ne ſont qu'une abſurde reſonance. Item que 1.2.3 & 12.10.6.4. ſoit proportion Arithmetique, l'une continue l'autre diſcontinue, conſideré que c'eſt contre la 21 definition du 7 livre d'Euclide, approuvée de tous ſonnant ainſi: *Nombres ſont proportionels, quand le premier eſt telle multiplicité partie ou parties du ſecond, comme le troiſieſme du quatrieſme.* Nous pourrions argumenter de ceſte matiere plus amplement, eſprouvant en beaucoup des manieres noſtre propos, & que le concedé du contraire eſt une confuſion en la diſcipline mathematique, laquelle n'enſeigne pas que c'eſt proportion: mais pluſtoſt empeſche à pluſieurs de pouvoir ſuffiſamment comprendre ſi grand myſtere. Ce qui eſt auſſi l'occaſion pourquoy la theorie de muſique eſt (au reſpect de ce qui conſiſte potentiellement en la nature) ſi obſcure & de ſi peu de perſonnes exercée, dont entre les compoſiteurs d'icelle (pour le default de vray & ferme fondement) naiſſent pluſieurs diſſentions, comme en ſon lieu en traicterons quelque fois plus amplement. Mais veu que ce different ſera transporté entre noz theſes mathematiques, nous en ferons icy une fin; Concluans, que proportion geometrique eſt celle, de laquelle les termes ſont grandeurs proportionelles les definitions deſquelles nous avons deſcript aultre part: Item que proportion harmonique eſt celle, de laquelle les termes ſont ſons harmonieux, deſquels deſcrirons les definitions ailleurs: Auſſi que la proportion Arithmetique eſt celle, de laquelle les termes ſont nombres proportionels, deſquels declarerons les definitions en ceſte ſorte.

DEFINITION LVIII.

*Terme Arithmetique eſt un nombre.*

EXPLICATION.

Comme 1 ou 2 ou $\frac{1}{2}$ ou $\sqrt{3}$, &c. s'appelle terme Arithmetique.

DEFINITION LIX.

*Raiſon Arithmetique eſt la mutuelle habitude ſelon la quantité entre deux ou pluſieurs termes.*

EXPLICATION.

Soyent termes quelconques comme 3. 1. 6. Or leur mutuelle habitude ſelon la quantité, comme le premier triplé au ſecond, & le ſecond ſubſextuple au troiſieſme, & le troiſieſme double au premier, &c. s'appelle raiſon.

NOTA 1.

Raiſon conſiſte au moins en deux termes.

NOTA 2.

La raiſon qui des autres ſe limite ſeulement en deux termes, nous la diſons conſiſter en tous termes quelconques, dont il y a trois occaſions principales; La premiere que cecy eſt plus conforme à la maniere qu'on uſe en la practique. Par exemple, quand on dict comme 2 a 5, & 5 a 3, ainſi 4 a 10, & 10 a 6; l'on appelle cecy auſſi bien une proportion, comme celle de laquelle chaſcune raiſon contient deux termes: mais toute proportion conſiſte en deux raiſons. doncques leſdicts 2. 5. 3 ſont une raiſon. Il eſt auſſi manifeſte par la 19 definition du 5. livre d'Euclide, que la raiſon de la perturbee proportion conſiſte en trois termes. L'autre occaſion eſt, qu'il eſt plus conforme à la nature: car trois ou pluſieurs termes ont entre eux en un meſme moment, auſſi bien la mutuelle habitude comme les deux: La troiſieſme & principale, que ceſte

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

ceſte maniere eſt plus commode pour les demonſtrations mathematiques: car de prouver par divers argumens la proportionalite des derniers termes, laquelle eſt manifeſte par les principes, il eſt inutile. Nous concluons doncques, la raiſon pouvoir conſiſter en termes quelconques.

DEFINITION LX.

*Raiſon binaire eſt celle de deux termes: la ternaire de trois, & ainſi des autres ſelon la multitude des termes.*

EXPLICATION.

Comme 5. 6. s'appelle raiſon binaire, & 5. 7. 3. ternaire, &c.

DEFINITION LXI.

*Raiſon d'egaleté eſt celle de laquelle les termes ſont egaux.*

EXPLICATION.

Comme 3 a 3, ou 5 a 5, s'appelle raiſon d'egaleté, ou raiſon egale.

DEFINITION LXII.

*Raiſon d'inegaleté eſt celle de laquelle les termes ſont inegaux.*

EXPLICATION.

Comme 5 a 2 ou 3 a 7, s'appelle raiſon d'inegaleté, ou raiſon inegale.

DEFINITION LXIII.

*Raiſon commenſurable eſt celle de laquelle exiſte aux termes commune meſure.*

EXPLICATION.

Comme 4 a 6, s'appelle raiſon commenſurable, car 2 eſt leur commune meſure. Et de meſme ſorte ſe dira $\frac{2}{3}$ a $\frac{4}{5}$ raiſon commenſurable, parce que $\frac{1}{15}$ eſt leur commune meſure. En ſomme toute raiſon de nombres Arithmetiques eſt commenſurable.

DEFINITION LXIV.

*Raiſon d'inegalité maieure eſt, quand on compare le maieur terme au moindre.*

EXPLICATION.

Comme comparaiſon de 7 a 3, s'appelle raiſon d'inegaleté maieure.

DEFINITION LXV.

*Raiſon ſuperparticuliere eſt, quand le maieur terme contient le moindre une fois, & d'avantage une partie.*

EXPLICATION.

Comme 3 a 2, eſt raiſon ſuperparticuliere nommée ſeſquialtere, & 4 a 3, ſeſquitierce, & 7 a 6, ſeſquiſexte, &c.

DEFINITION LXVI.

*Raiſon ſuperpartiente eſt, quand le maieur terme contient le moindre une fois, & d'avantage pluſieurs parties.*

EXPLICATION.

Comme 5 a 3, eſt raiſon ſuperpartiente, nommée ſuperbipartiente tierces, & 7 a 4. raiſon ſupertripartiente quartes, &c.

DEFINITION LXVII.

*Raiſon multiple eſt, quand le maieur terme contient le moindre pluſieurs fois precisement.*

EXPLICATION.

Comme 4 a 2, eſt raiſon multiple, nommée duple, & 9 a 3, raiſon triple, &c.

DEFINITION LXVIII.

*Raiſon multiple ſuperparticuliere eſt, quand le maieur terme contient le moindre pluſieurs fois, & d'avantage une partie.*

EXPLICATION.

Comme 5 a 2, eſt raiſon multiple ſuperparticuliere, nommée duple ſeſquialtere, & 17 a 4, eſt raiſon quadruple ſeſquiquarte, &c.

DEFINITION LXIX.

*Raiſon multiple ſuperpartiente eſt, quand le maieur terme contient le moindre pluſieurs fois, & d'avantage pluſieurs parties.*

EXPLICATION.

Comme 8 a 3, eſt raiſon multiple ſuperpartiente, nommée double ſuperbipartiente tierces, & 24 a 5, quadruple ſuperquadripartiente quintes, &c.

DEFINITION LXX.

*Raiſon de moindre inegalité eſt, quand on compare le moindre terme au maieur.*

EXPLICATION.

Comme la comparaiſon de 2 au 5. s'appelle raiſon de moindre inegalité.

NOTA.

La raiſon de moindre inegalité reçoit les meſmes eſpeces que la maieure y mettant touſiours devant ceſte ſyllabe *ſub*, comme 2 a 3, eſt raiſon ſubſeſquialtere, & 3 a 5, ſubſuperbipartiente tierces, & 2 a 4, ſubduple, & 2 a 5, ſubduple ſeſquialtere, & 3 a 8, ſubduple ſuperbipartiente tierces, de ſorte que maieure & moindre raiſon d'inegalité ſont touſiours relates. Comme ſi 4 a 2, eſt raiſon duple, ergo 2 a 4, eſt raiſon ſubduple.

DEFINITION LXXI.

*Raiſon incommenſurable, eſt celle de laquelle n'exiſte aux termes aucune commune meſure.*

EXPLICATION.

Comme $\sqrt{3}$ a 2, s'appelle raiſon incommenſurable, par ce que les termes ne reçoivent aucune commune meſure.

DEFINITION LXXII.

*Raiſon transformée, eſt celle en laquelle par reſumption avient transformation des termes.*

EXPLICATION.

Soit raiſon 8. 6. 3. ſi doncques on prend 8. & 6 & 3, tous enſemble, font 17, & qu'on compare les meſmes 17 a 6, telle reprinſe de 17 a 6, (a cauſe de la transformation des termes) s'appelle raiſon transformée. Ou autrement, prenant deſdicts 17, quelque nombre comme 12, & le comparant auſdicts 17, ou a quelque partie d'iceux, nous appellons telle comparaiſon raiſon transformée. Ou autrement, ſi quelque terme des trois termes ou partie d'iceux ſe multiplie ou diviſe par quelque nombre, & que tel produict ou quotient ſoit comparé a quelque quantité deſdicts 17, nous appellons ſemblablement telle comparaiſon raiſon transformée. Tellement que nous comprehendons ſoubs ceſte definition, la raiſon conjoincte & diſioincte, enſemble toutes autres auſquelles avient telle mutation.

DEFINITION LXXIII.

*Raiſon renverſée, eſt celle en laquelle on compare le terme conſequent, à l'antecedent.*



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

EXPLICATION.

Soit raiſon de 3 a 6, Si doncques on compare le terme conſequent 6, à l'antecedent 3, telle comparaiſon s'appelle raiſon renverſee.

DEFINITION LXXIV.

*Raiſon perturbée, eſt la comparaiſon du ſecond terme au troiſieſme, & du premier au ſecond, mais ſi la raiſon fut de plus de termes que de trois; Alors du ſecond au troiſieſme, & du troiſieſme au quatrieſme, & ainſi enſuivant tant qu'il y aura des termes, & finalement du premier au ſecond.*

EXPLICATION.

Soyent termes 2. 6. 8. ſi doncques on compare 6 a 8, puis 2 a 6, ceſte comparaiſon s'appelle raiſon perturbée. Soyent maintenant quatre termes 3. 5. 7. 2, ſi doncques on compare 5 a 7, puis 7 a 2, & finalement 3 a 5, telle comparaiſon comme deſſus, s'appelle raiſon perturbée.

NOTA.

Raiſon perturbée conſiſte au moins en trois termes.

DEFINITION LXXV.

*Raiſons egales ſont celles qui ont egale multitude de termes, & comme le premier terme au ſecond de l'une raiſon, ainſi le premier au ſecond de l'autre: Mais ſi la raiſon fuſt ternaire, alors comme le premier terme au ſecond, & le ſecond au troiſieſme de l'une raiſon, ainſi le premier au ſecond, & le ſecond au troiſieſme de l'autre; & ainſi de toute autre raiſon ſelon la multitude des termes.*

EXPLICATION.

Soit l'une raiſon 4 a 2, de laquelle le premier terme eſt double au ſecond, & l'autre 6 a 3, de laquelle le premier terme 6 eſt auſſi double au ſecond 3: nous diſons donc, que la raiſon de 4 a 2 eſt egale à celle de 6 a 3; mais ſi l'une raiſon fuſt ternaire comme 3. 2. 4, de laquelle le premier terme obtient au ſecond raiſon ſeſquialtere, & le ſecond au troiſieſme raiſon ſubduple; Et que l'autre fuſt 6. 4. 8, de laquelle le premier terme au ſecond, obtient auſſi raiſon ſeſquialtere, & le ſecond au troiſieſme auſſi raiſon ſubduple; Telles deux raiſons ternaires s'appellent auſſi egales. Et ainſi de la quaternaire raiſon & autres quelconques.

DEFINITION LXXVI.

*Proportion Arithmetique, eſt la comparaiſon de deux raiſons egales.*

EXPLICATION.

Soyent deux raiſons egales 2 a 3, & 4 a 6, leur comparaiſon (diſant comme 2 a 3, ainſi 4 a 6.) s'appelle proportion, ou nous diſons que les termes 2. 3. ſont proportionels aux termes 4. 6. Et le meſme s'entendra des autres raiſons quelconques, comme ternaire, quaternaire.

DEFINITION LXXVII.

*Proportion binaire, eſt celle de deux egales raiſons binaires: Mais la ternaire celle de deux egales raiſons ternaires; & ainſi des autres ſelon l'eſpece des raiſons s'appellera la proportion.*

EXPLICATION.

Comme deux egales raiſons binaires 2. 3 — 4. 6. ſont proportion binaire. Semblablement deux egales raiſons ternaires, comme 3. 2. 5 — 9. 6. 15, ſont proportion ternaire; Et ainſi de la quaternaire & autres ſemblables.

DEFINITION LXXVIII.

*Proportion continue eſt, quand les termes moyens ſe peuvent prendre comme antecedens & conſequens.*

EXPLICATION.

Soient termes 8. 4. 2. 1, deſquels les extremes ſont 8 & 1, & les moyens comprins entre les extremes 4 & 2. Parce donc que 4 & 2 ſe peuvent prendre pour termes antecedens & conſequens (car 4 eſt terme conſequent par l'hypotheſe; & eſt auſſi antecedent, quand nous diſons, comme 4 a 2, ainſi 2 a 1; Et de meſme ſorte ſe demonſtrera que le 2 ſe pourra prendre pour terme antecedent & conſequent) la proportion 8. 4. 2. 1, s'appelle continue qui s'explique ainſi: comme 8 a 4, ainſi 4 a 2, & 2 a 1.

NOTA.

La proportion continue conſiſte au moins en trois termes: Soit par exemple proportion 3. 6. 12. en laquelle on dict, comme 3 a 6, ainſi 6 a 12, & appert qu'elle ne peut (veu que toute proportion a deux raiſons) conſiſter en moindre multitude de termes.

DEFINITION LXXIX.

*Proportion diſcontinue eſt, quand les termes moyens ne ſe peuvent prendre comme antecedens & conſequens.*

EXPLICATION.

Soit proportion 6. 3. — 4. 2. parce doncques que 3 & 4 ne ſe peuvent prendre comme antecedens & conſequens (car comme 6 a 3, ainſi n'eſt pas 3 a 4) telle proportion ſe dict diſcontinue.

NOTA.

La proportion diſcontinue conſiſte au moins en quatre termes. Soit par exemple proportion 6. 3 — 4. 2. en laquelle on dict, comme 6 a 3, ainſi 4 a 2, & appert (veu que toute proportion a deux raiſons) qu'elle ne peut conſiſter en moindre multitude.

DEFINITION LXXX.

*Termes homologues ſont le premier de chaſcune raiſon. Semblablement ſont homologues le deuxieſme, & ainſi des autres.*

EXPLICATION.

Soit proportion quelconque, comme ternaire 3. 2. 5. — 9. 6. 15. Doncques 3 & 9 (qui ſont le premier terme de chaſcune raiſon) s'appellent termes homologues. Semblablement ſont termes homologues 2 & 6, auſſi 5 & 15.

DEFINITION LXXXI.

*Proportion transformée, eſt celle qui conſiſte en deux raiſons egales transformées.*

EXPLICATION.

Soyent deux raiſons 5. 1. 4. 7 — 15. 3. 12. 21. & la transformée raiſon de la premier raiſon, ſoit 9. 6. à ſçavoir 9 procedant de l'ajouſtement de 5 & 4, & les 6 pour reſte de la ſoubſtraction de 1 de 7: Soit auſſi la transformée raiſon de la ſeconde raiſon 27, 18; a ſçavoir 27, procedant auſſi de l'ajouſtement de 15 & 12, & les 18 auſſi pour reſte de la ſoubſtraction de 3 & 21; Doncques 9. 6 — 27. 18. ſont deux transformées raiſons par la 72 definition, & auſſi egales par la 75 definition, deſquelles la comparaiſon s'appelle transformée proportion. Or que ce ſont termes proportionels, apert en cela qu'il y a telle raiſon de 9 & 6 comme de 27 a 18.

NOTA.

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

NOTA.

Ceſte transformée proportion ſe peut rencontrer en infinies diverſes manieres, de laquelle l'utilité apparoiſtra en ſon lieu.

DEFINITION LXXXII.

*Proportion renverſee, eſt celle qui conſiſte en deux raiſons egales renverſees.*

EXPLICATION.

Soit proportion 5.3 — 10.6. Si doncques nous diſons, comme 3 a 5 (ce qui eſt renverſée raiſon de 5 a 3, par la 73 definition) ainſi 6 a 10, ou autrement, comme 6 a 10, ainſi 3 a 5, telle argumentation ſe dict par proportion renverſee.

DEFINITION LXXXIII.

*Proportion alterne, eſt ſemblable ſumption de termes homologues à termes homologues.*

EXPLICATION.

Soit quelque proportion, comme ceſte ternaire 2. 4 3 — 6. 12. 9. & prennons ſemblablement termes homologues, comme 2.6. & 3.9, (qui ſont homologues par la 80 definition.) Doncques telle proportion 2. 6 — 3.9. s'appelle alterne de la proportion donnée. Telle ſumption ſe peut rencontrer en diverſes manieres, car nous pouvons auſſi dire; comme 9 a 3, ainſi 12 a 4. Item comme 6 a 2, ainſi 12 a 4, &c. Il y a en la definition *ſemblable ſumption*, c'eſt à dire, ſi l'antecedent terme de la premiere raiſon alterne, fuſt hors de la premiere raiſon donnée, qu'il ſera neceſſaire de prendre l'antecedent terme de la ſeconde raiſon alterne, auſſi hors de la premiere raiſon donnée. Il faut doncques neceſſairement obſerver ceſte ſemblable ſumption, car combien que 6 & 2, puis 3 & 9, de la proportion donnée, ſont termes homologues, toutesfois comme 6 a 2, ainſi n'eſt pas 3 a 9.

DEFINITION LXXXIV.

*Proportion perturbée, eſt la comparaiſon de deux egales raiſons, deſquelles l'une eſt raiſon perturbée.*

EXPLICATION.

Soit raiſon reguliere 6.4.2. & perturbée par la 74 definition, & egale à la premiere 18. 9. 6. c'eſt à dire, comme 6 a 4, & 4 a 2, ainſi 9 a 6, & 18 a 9, doncques telle proportion, à ſçavoir 6.4.2 — 18.9.6. s'appelle perturbée. Le meſme s'entend de la proportion perturbée conſiſtant en plus de termes que ſix; comme 12.8.4.2 — 6.3.2.1. L'utilité de ceſte definition apparoiſt aux demonſtrations d'aucunes propoſitions, à cauſe de la proportion reguliere, touſiours contenue aux extremes; c'eſt à dire, s'il y a telle raiſon de 12 a 8, & de 8 a 4, & de 4 a 2, comme de 3 a 2, & de 2 a 1, & de 6 a 3. Ergo conclud on, comme 12 a 2, ainſi 6 a 1.

NOTA.

La proportion perturbée conſiſte au moins en ſix termes.

DEFINITION LXXXV.

*Si trois termes ſont proportionaux, le premier ſe dict au troiſieſme avoir la raiſon qu'il a au ſecond, doublée. Mais ſi quatre termes fuſſent en continue proportion, le premier ſe dict au quatrieſme avoir la raiſon qu'il a au ſecond, triplée. Et ainſi touſiours un d'avantage, juſques à la fin de la proportion.*

EXPLICATION.

Soyent termes en continue proportion tels, 3.9.27.81. 243. or le 3 au 27, ſe dict avoir la raiſon de 3 a 9, doublée. Item le 3 a 81, ſe dict avoir la raiſon de 3 a 9. triplée. Ainſi la raiſon de 3 a 243, ſe dict avoir la raiſon de 3 a 9, quadruplée. La cauſe de ceſte appellation eſt manifeſte (cõme en ſon lieu apparoiſtra) par la multiplication des raiſons. Car ſi l'on multiplie la raiſon de 3 a 9, par 2, le produict, eſt raiſon de 9 a 81, qui eſt la meſme que 3 a 27. dõcques (ſelon la definition) 3 a 27 contient la raiſon de 3 a 9, doublée. Semblablement ſi on multiplie la raiſon de 3 a 9, par 3, le produict ſera raiſon de 27 a 729, qui eſt la meſme que 3 a 81, doncques 3 a 81, contient la raiſon de 3 a 9, triplée, &c.

---

# QVATRIESME PARTIE DES DEFINITIONS DES COMPVTATIONS RATIONELLES, comme *Ajouſter, Subſtraire, Multiplier, Diviſer, & leurs dependances.*

DEFINITION LXXXVI.

*Ajouſter eſt trouver un nombre egal à deux ou pluſieurs nombres donnez.*

EXPLICATION.

Comme quand on dict 2.
& 3.
faict 5.

L'on trouve un nombre 5 egal à deux nombres donnez 2 & 3. telle invention donc de 5 s'appelle Ajouſter.

DEFINITION LXXXVII.

*Iceux deux ou pluſieurs nombres donnez, s'appellent nombres à ajouſter.*

EXPLICATION.

Comme le 2 & 3, à la 86 definition, s'appellent nombres à Ajouſter.

DEFINITION LXXXVIII.

*Et le nombre egal aux nombres à adjouſter s'appelle ſomme.*

EXPLICATION.

Comme le 5 à la 86 definition s'appelle ſomme.

DEFINITION LXXXIX.

*Soubſtraire eſt trouver la difference de deux nombres donnez.*

EXPLICATION.

Comme quand on dict de 3.
ſoubſtraict 2.
reſte 1.

L'on trouve 1 difference de 3 & 2, telle invention donc de 1 s'appelle ſoubſtraire.

DEFINITION XC.

*L'un des nombres donnez s'appelle nombre duquel on ſoubſtraict.*

EXPLICATION.

Comme à la 89 definition le trois s'appelle nombre duquel on ſoubſtraict.

DEFINITION XCI.

*Et l'autre des nombres donnez s'appelle nombre à ſoubſtraire.*

EXPLICATION.

Comme à la 89 definition le 2 s'appelle nombre à ſoubſtraire.

DEFINITION XCII.

*Et leur difference s'appelle Reſte.*

EXPLICATION.

Comme à la 89 definition le 1 s'appelle Reſte.

DEFINITION XCIII.

*Multiplier eſt trouver un nombre contenant autant de fois le premier donné, qu'il y a d'unitez au ſecond donné.*



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

EXPLICATION.

Comme quand on dict 3.
fois 2.
faict 6.

L'on trouve un nombre 6 contenant autant de fois le premier donné 3, qu'il y a d'unitez au second donné 2, car 6 contient le 3 deux fois, auſſi y a il deux unitez au 2 donné: telle invention donc de 6 s'appelle multiplier.

DEFINITION XCIV.

*L'une d'iceux nombres donnez s'appelle nombre à multiplier.*

EXPLICATION.

Comme à la 93 definition le 3 s'appelle nombre à multiplier.

DEFINITION XCV.

*Et l'autre nombre s'appelle multiplicateur.*

EXPLICATION.

Comme à la 93 definition le 2 s'appelle multiplicateur.

DEFINITION XCVI.

*Et le nombre contenant autant de fois le nombre à multiplier, qu'il y a des unitez au multiplicateur, s'appelle produict.*

EXPLICATION.

Comme à la 93 definition le 6 s'appelle produict.

DEFINITION XCVII.

*Diviſer eſt trouver un nombre contenant autant de fois l'unité, qu'un nombre donné contient un autre nombre donné.*

EXPLICATION.

Comme quand on dict 6.
combien de fois contient il 2? faict 3 fois.

L'on trouve un nombre 3 contenant autant de fois l'unité, que le 6 donné contient le 2 donné: car 3 contient l'unité trois fois, auſſi contient le 6 trois fois le 2. Telle invention donc de 3 s'appelle diviſer.

DEFINITION XCVIII.

*L'un des nombres donnez s'appelle nombre à diviſer.*

EXPLICATION.

Comme à la 97 definition le 6 s'appelle nombre à diviſer.

DEFINITION XCIX.

*L'aultre des nombres donnez s'appelle diviſeur.*

EXPLICATION.

Comme à la 97 definition le 2. s'appelle diviſeur.

DEFINITION C.

*Et le nombre contenant autant de fois l'unité, que le nombre à diviſer contient le diviſeur, s'appelle quotient.*

EXPLICATION.

Comme à la 97 definition, le 3 s'appelle quotient.

---

# CINCQVIESME PARTIE DES DEFINITIONS DES COMPVTATIONS PROPORTIONELLES.

DEFINITION CI.

*Reigle de trois eſt celle, par laquelle à trois termes donnez, on trouve un quatrieſme proportionel.*

EXPLICATION.

Comme ſi les trois termes donnez fuſſent 4. 2. 6. & que l'on trouve leur quatrieſme proportionel 3, (car comme 4 eſt le double de 2, ainſi eſt 6 le double de 3) telle invention s'appelle reigle de trois.

DEFINITION CII.

*Reigle de proportionelle partition, eſt celle par laquelle on partiſt un nombre donné en parties proportionelles à nombres donnez.*

EXPLICATION.

Soit par exemple 9 partiſe en 6 & 3, à ſçavoir en parties proportionell. s à quelques nombres donnez 4 & 2, telle operation s'appelle reigle de proportionelle partition, & a en l'Arithmetique telle ſimilitude à la reigle de trois, comme en la Geometrie la 10 propoſit. du 6 livre d'Euclid. à la 12 propoſit. du meſme. Elle eſt auſſi le fondement de pluſieurs reigles, comme de compagnie, d'alligation, &c. comme apparoiſtra en ſon lieu.

DEFINITION CIII.

*Reigle des faux eſt celle par laquelle on trouve le requis par poſition faulſe.*

NOTA.

Ceſte reigle de faux ſe rencontre par ſemblables manieres d'operations autant en nombres radicaux & Algebraiques, qu'en Arithmetiques. D'ou non improprement l'Algebre (qu'on appelle auſſi *Almucabale, Ars magna, Regula de coſa*) ſe peut nommer reigle de faux des quantitez.

# DE LA SIGNIFICATION DES VOCABLES, PROBLEME, THEOREME, ET HYPOTHESE.

IL y a quelques trois vocables Grecqs, comme Probleme, Theoreme, & Hypotheſe, qui autant en langue Françoiſe & Latine, que en la Grecque, ſont par les Mathematiciens en uſage, & par ce qu'on les cite ſouvẽtesfois, il m'a ſemblé bon d'expliquer (pour ceux qui ne les entendront pas) leur ſignification. Il faut doncques ſçavoir que la propoſition mathematique a deux eſpeces cõme Probleme, & Theoreme. Par probleme on entend celle en laquelle eſt requis quelque actiõ ou cõſtruction, & apres la meſme encore ſa demonſtration, par laquelle on eſprouve la conſtruction eſtre bonne. Theoreme eſt une propoſition en laquelle eſt ſeulement requis demonſtration de quelque queſtion propoſée. Et ont ces deux propoſitions certains membres, auſquels en chaſcun eſt diſtinctement traicte une certaine partie de la meſme propoſition. ceux du Probleme ſont tels:

Le premier membre eſt une generale propoſition, par laquelle on requiert avoir faict quelque choſe. Pour exemple, le premier probleme ſuivant (par lequel on veut enſeigner l'addition de nombres entiers) a ſon premier membre tel: *Eſtant donnez nombres à adjouſter entiers: Trouver leur ſomme.*

Le ſecond meſme eſt du *donné*. Par le vocable donné (qui eſt en uſe tant par Grecqs & Latins que François) entend on la choſe propoſée conforme à la petition du premier membre.

Le troiſieſme membre eſt du *Requis*, auquel on explique ce que du donné du ſecond membre l'on veut avoir effectué.

Le quatrieſme membre eſt de la *Conſtruction*, en laquelle ſe faict par le donné quelque operation conforme au requis.

Le cincquieſme membre eſt *Preparation de la demonſtration:*

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

*stration*: mais tous problemes ne l'ont pas neceſſairement à faire, par ce qu'il avient ſouventesfois que les choſes ſont ſuffiſantes par eux meſmes pour eſtre demonſtrées, ſans faire ceſte preparation.

Le ſixieſme membre eſt de la *Demonſtration*, en laquelle on eſprouve que la conſtruction eſt vraye & conforme au requis. Laquelle demonſtration quand elle ſemble difficile ou longue, nous la diſtinguons en articles, à fin que quand l'on repete les choſes qui ſont devant demonſtrées, qu'on ne die pas ſeulement; *Comme nous avons demonſtré deſſus*, mais que l'on y peut encore ajouſter l'article, la ou telle choſe a eſté demonſtrée.

Le ſeptieſme membre eſt de la *Concluſion*, en laquelle on conclud (repetant quaſi tous les motz du premier membre) que tout ce qui au probleme eſtoit requis eſt accompli.

Et ſemblables membres reçoit le theoreme, excepté le quatrieſme qui eſt de la conſtruction. Vray eſt qu'aucuns le luy attribuent: mais pour en parler proprement, ce n'eſt point conſtruction: mais preparation de demonſtration.

Or à fin que traictions de tout clairement, nous avons diſtingué ces membres (comme auſſi a faict Daſipodius commentateur en Euclide) par leurs capitales lettres. Et n'eſt l'utilite de telles diſtinctions pas petite, par ce que quand conſtruction, preparation de demonſtration, & demonſtration, ſont meſlees l'un en l'autre, que le meſme cauſe ſouventesfois grande obſcurité.

Hypotheſe ſe interprete matiere, argument, cauſe ou propoſition. Mais pour declarer ſa propre ſignification en doctrine mathematique, il faut ſçavoir que quand nous affermons quelque choſe par l'hypotheſe, c'eſt autant comme affermer par le cas, qui au paravant a eſté ainſi poſé. Par exemple, eſtant quelque queſtion à demonſtrer par un cube, on le deſcript comme A. Et diſons, Soit un cube. A (il eſt vray qu'en verité ce n'eſt pas cube, veu que c'eſt figure plaine, mais nous poſons le cas qu'il le ſoit; par ce que cela ſuffit à noſtre intention.) Or s'il y euſt (par exemple) à eſprouver que toutes les ſuperfices du corps A, ſont quarrez, l'on pourroit dire; le corps A eſt cube par l'hypotheſe (c'eſt à dire par le cas au paravant ainſi poſé.) Ergo toutes ſes ſuperfices ſont quarrez. Doncques comme nous avons dict deſſus: Affermer par l'hypotheſe, c'eſt autant comme affermer par le cas qui au paravant a eſté ainſi poſé.

A

## BRIEFVE COLLECTION DES CHARACTERES QV'ON VSERA EN CESTE ARITHMETIQVE.

VEu que la cognoiſſance des characteres eſt de grande conſequence, par ce qu'on les uſe en l'Arithmetique au lieu des mots, nous les ajouſterons icy, (combien qu'au precedent chaſcun a eſté amplement declaré en la definition) par ordre tous enſemble cõme s'enſuit.

Les characteres ſignifians quantitez, deſquels l'explication ſe trouve es 14.15.16.17.18. definitions, ſont tels.

⓪ Commencement de quantité qui eſt nombre Arith. ou radical quelconque.

① prime quantité.

② ſeconde quantité.

③ tierce quantité.

④ quarte quantité, &c.

Les characteres ſignifians poſtpoſées quantitez, deſquels l'explication ſe trouve à la 28 definition, ſont tels:

1 ſec ① Vne prime quantité ſecondement poſée.

4 ter ② Quatre ſecondes quantitez tiercement poſées, ou procedans de la prime quantité tiercement poſee.

1 ① ſec ① Produict d'une prime quantité par une prime quantité ſecondement poſee.

5 ④ ter ② Produict de cincq quartes quantitez par une ſeconde quantité tiercement poſee.

Les characteres ſignifians racines deſquels l'explication ſe trouve à la 29 & 30 definition ſont tels:

$\surd$ Racine de quarré.

$\surd\surd$ Racine de racine de quarré.

$\surd\surd\surd$ Racine de racine de racine de quarré.

$\surd\surd\surd\surd$ Racine de racine de racine de racine de quarré.

$\surd$ ③ Racine de cube.

$\surd\surd$ ③ Racine de racine de cube.

$\surd$ ④ Racine de quarte quantité.

$\surd\surd$ ④ Racine de racine de quarte quantité, &c.

Le charactere ſignifiant la ſeparation entre le ſigne de racine & la quantité, duquel l'explication ſe trouve à la 34. definition, eſt tel.

$\chi$, Comme $\surd$ 3 $\chi$ ② n'eſt pas le meſme que $\surd$ 3 ②, comme dict eſt à ladicte 34. definition.

Les characteres ſignifians plus & moins, comme à la 36 definition, ſont tels:

$+$ Plus.

$-$ Moins.

Et pour expliquer la racine d'un multinomie (qu'aucuns appellent racine univerſelle) nous uſerons le vocable du multinomie, comme:

$\surd$ bino 2 $+$ $\surd$ 3, c'eſt à dire racine quarrée de binomie, ou de la ſomme de 2 & $\surd$ 3.

$\surd$ trino $\surd$ 3 $+$ $\surd$ 2 $-$ $\surd$ 5, c'eſt à dire racine quarrée de trinomie, ou de la ſomme de $\surd$ 3 & $\surd$ 2 & $-$ $\surd$ 5.

$\surd$ ③ bino $\surd$ 2 $+$ $\surd$ 3, c'eſt à dire racine cubique de binomie $\surd$ 2 $+$ $\surd$ 3.

$\surd$ bino 2 ② $+$ 1 ①, c'eſt à dire racine quarrée de binomie 2 ② $+$ 1 ①.

$\surd$ ③ bino 2 ② $+$ 1 ①, c'eſt à dire racine cubique de binomie 2 ②, $+$ 1 ①, &c.

FIN DV I. LIVRE.



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

# LE SECOND LIVRE D'ARITHMETIQVE DE L'OPERATION.

## *Premiere partie de l'operation des nombres Arithmetiques.*

### Premiere diſtinction des quatre numerations des nombres Arithmetiques entiers.

De l'addition des nombres Arithmetiques entiers.

PROBLEME I.

*ESTANT donnez nombres Arithmetiques entiers a ajouſter: Trouver leur ſomme.*

*Explication du donné.* Soyent les nombres donnez à ajouſter tels 379, & 7692, & 4545. *Explication du requis.* Il faut trouver leur ſomme. *Conſtruction.* On diſpoſera les nombres donnez comme cy deſſoubs; de ſorte que leurs premieres characteres vers la dextre, correſpondent l'un ſoubs l'autre, & que pareillement correſpondent leurs deuxieſmes characteres, & autres enſuivants, tirant au deſſoubs une ligne; Puis on ajouſtera tous les characteres du premier rang vers la dextre, diſant 9 & 2 font 11, & 5 font 16, deſquels on mettera le 6 ſoubs le premier rang, & le 1 deſdicts 16 ajouſtera on au ſecond rang, diſant, 1 & 7 font 8, & 9 font 17, & 4 font 21, deſquels on mettera le 1 ſoubs le ſecond rang, & le 2 adjouſtera on au troiſieſme rang, diſant 2 & 3 font 5, & 6 font 11, & 5 font 16, deſquels on mettera le 6 ſoubs le troiſieſme rang, & le 1 s'ajouſtera au quatrieſme, diſant 1 & 7 font 8, & 4 font 12, leſquels on mettera entierement ſoubs leur rang en ceſte ſorte.

| | |
|---|---|
| Nombres donnez | 379<br>7692<br>4545 |
| Somme | 12616 |

Ie di que 12616 eſt la ſomme requiſe. *Demonſtration.* Si des trois nombres donnez on ſoubſtraict les deux premiers donnez, reſtera le dernier nombre donné 4545, & ſi de la ſomme trouvée 12618 on ſoubſtraict auſſi les deux premiers nombres donnez, reſte auſſi 4545. Mais par le commun axiome; ſi de choſes egales on ſoubſtraict choſes egales, les reſtes ſeront egales, & au revers ſi les reſtes ſont egales aux reſtes, & choſes ſoubſtraictes au choſes ſoubſtraictes, leurs tous ſont egaux; Doncques 12616 eſt egal aux trois nõbres donnez, c'eſt doncques par la 86 definition leur ſomme; ce qu'il falloit demonſtrer. *Concluſion.* Eſtant doncques dõnez nombres Arithmetiques entiers à ajouſter, nous avons trouvé leur ſomme ce qu'il falloit faire.

De la ſoubſtraction des nombres Arithmetiques entiers.

PROBLEME II.

*ESTANT donné nombre Arithmetique entier duquel on ſoubſtraict, & nombre Arithmetique entier à ſoubſtraire: Trouver leur reſte.*

*Explication du donné.* Soit donné nombre duquel on ſoubſtraict 238754207 & nombre à ſoubſtraire 71572604. *Explication du requis.* Il faut trouver leur reſte. *Conſtruction.* On mettera le nombre à ſoubſtraire ſoubs le nombre duquel il faut ſoubſtraire, ainſi que le 4 correſponde au 7, & le 0 au 0, & ainſi des autres, tirant une ligne entre les nombres donnez, & encore une autre ſoubs le nombre à ſoubſtraire, comme cy deſſoubs: Puis commençant à dextre, on ſoubſtraira 4 de 7, reſte 3, lequel on mettera ſoubs le 4; Puis on dira 0 de 0 reſte 0, le mettant ſoubs le 0, puis 6 de 2 qui eſtant impoſſible, on dira 6 de 12, reſte 6, le mettant ſoubs le 6, puis 2 de 3 (il eſt vray que l'on diroit 2 de 4, n'euſt eſté que de 4 on euſt 1 emprunté, pour le precedent 2 faire valoir 12) reſte 1, le mettant ſoubs le 2, & ainſi des autres, dont la diſpoſition des characteres eſt telle.

| | |
|---|---|
| Nombre duquel ou ſoubſtraict | 238754207 |
| Nombre à ſoubſtraire | 71572604 |
| Reſte | 167181603 |

Je di que 167181603 eſt la reſte requiſe. *Demonſtration.* Ajouſtant le reſte 167181603 au nombre à ſoubſtraire 71572604, leur ſomme ſera egale au nombre duquel on ſoubſtraict, parquoy 167181603, eſt la difference entre le nõbre duquel on ſoubſtraict, & le nombre à ſoubſtraire: doncques par la 89 definition elle eſt auſſi leur reſte; ce qu'il falloit demonſtrer. *Concluſion.* Eſtant doncques, donné nombre Arithmetique entier duquel on ſoubſtraict, & nombre Arithmetique entier à ſoubſtraire, nous avons trouvé leur reſte; ce qu'il falloit faire.

De la multiplication des nombres Arithmetiques entiers.

PROBLEME III.

*ESTANT donné nombre Arithmetique entier à multiplier, & nombre Arithmetique entier multiplicateur: Trouver leur produict.*

*Explication du donné:* Soit donné nombre à multiplier 546, & multiplicateur 37. *Explication du requis.* Il faut trouver leur produict. NOTA. Pour facilement ſolver ceſte propoſition, il convient de ſçavoir par memoire, la multiplication des neuf ſimples characteres 1.2.3.4.5.6.7.8.9. entre eux: comme, que 5 fois 7 font 35, & que 9 fois 6 font 54, & ainſi des autres: Or pour facilité du meſme on prepare communement une table comme cy deſſoubs, vulgairement dicte la table Pythagorique. ſon uſage eſt tel: voulant ſçavoir le produict de deux characteres propoſez, on cherche l'un en la premiere colomne à la feneſtre, & l'autre en la ſuperieure ligne, & le nombre

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 2 | 4 | 6 | 8 | 10 | 12 | 14 | 16 | 18 |
| 3 | 6 | 9 | 12 | 15 | 18 | 21 | 24 | 27 |
| 4 | 8 | 12 | 16 | 20 | 24 | 28 | 32 | 36 |
| 5 | 10 | 15 | 20 | 25 | 30 | 35 | 40 | 45 |
| 6 | 12 | 18 | 24 | 30 | 36 | 42 | 48 | 54 |
| 7 | 14 | 21 | 28 | 35 | 42 | 49 | 56 | 63 |
| 8 | 16 | 24 | 32 | 40 | 48 | 56 | 64 | 72 |
| 9 | 18 | 27 | 36 | 45 | 54 | 63 | 72 | 81 |

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

nombre en l'angle commun demonſtre le produict. Par exemple, voulant ſçavoir combien ſoit 8 fois 3, on cherche 8 en la premiere colomne à feneſtre, & 3 en la ſuperieure ligne, & en l'angle commun y a 24, qui denote 8 fois 3 faire 24, & ainſi des autres. *Conſtruction.* On mettera les nombres l'un ſoubs l'autre, tirant un traict comme cy deſſoubs; Puis on dira 7 fois 6 font 42, mettant 2 ſoubs le 7, & retenant (à cauſe des quatre dixaines) 4 à la memoire; puis 7 fois 4 font 28, & 4 qu'on tient à la memoire, font 32, deſquels on mettera le 2 ſoubs le 3, retenant 3; puis 7 fois 5 font 35, & 3 qu'on a retenu font 38; leſquels on mettera pareillement deſſoubs le traict: De meſme ſorte multipliera on les 546 par le 3 du multiplicateur, diſant 3 fois 6 font 18, mettant le 8 ſoubs le 3, & ainſi des autres: puis on tirera un traict ajouſtant par le 1 probleme tout ce qui eſt entre les deux lignes, en ceſte ſorte:

| | | |
|---|---|---|
| Nombre à multiplier | 546 | Ie di que 20202 eſt le produict requis. *Demonſtration.* Le 20202 contient le 37 autant de fois, qu'il y a unitez en 546; Doncques par la 93 definition c'eſt multiplication legitime, & 20202 eſt leur produict, ce qu'il falloit demonſtrer. *Concluſion.* Eſtant doncques donné nombre Arithmeticque entier à multiplier, & nombre Arithmetique entier multiplicateur, nous avons trouvé leur produict; ce qu'il falloit faire. |
| Multiplicateur | 37 | |
| | 3822 | |
| | 1638 | |
| Produict | 20202 | |

De la diviſion des nombres Arithmeticques entiers.

PROBLEME IV.

*ESTant donné nombre Arithmeticque entier à diviſer, & nombre Arithmeticque entier diviſeur: Trouver leur quotient.*

*Explication du donné.* Soit donné nombre à diviſer 995, & diviſeur 28. *Explication du requis.* Il faut trouver leur quotient. *Conſtruction.* On mettera le nombre à diviſer & diviſeur en ordre, tirant une ligne oblique comme cy deſſoubs: diſant combien de fois 2 en 9? faict 3 fois (il eſt vray qu'il en y a 4 fois reſtant 1, mais nous dirons cy deſſoubs la raiſon pourquoy il faut dire ſeulement 3 fois) qui denote 3 pour premier charactere du quotient, lequel 3 on mettera derriere la ligne oblique, & le 3 reſtant ſur le 9, trenchât le 2 & 9. Puis on multipliera le 8 du diviſeur, par le 3 du quotient, faict 24, lequel ſoubſtraict de 39 (icy appert l'occaſion pourquoy nous avons dict cy deſſus, que le 2 eſt en 9 ſeullement 3 fois, car ſi nous euſſions dict 4 fois reſtant 1 ſur le 9, & que nous euſſions alors multiplié le 8 par tel 4, ce ſeroit 32, lequel ſeroit à ſoubſtraire de 19 reſtant par deſſus le diviſeur, ce qui ſeroit impoſſible, pourtant il faut touſiours mettre tel nombre à la ligne oblique, qu'on puiſſe ſubſtraire tel produict d'icelle reſte) reſte 15, leſquels on mettera deſſus le 39, trenchant & le 39, & le 8, & ſera alors la diſpoſition des characteres telle.

| | |
|---|---|
| 1 | Or pour trouver le ſecond charactere du quotient, il faut mettre autrefois le diviſeur ſoubs le nombre à diviſer, mettant le 8 du diviſeur ſoubs le 5, & le 2 ſoubs le 8 du premier diviſeur, diſant combien de fois 2 en 15? faict 5 fois (lequel 5 on mettera à la ligne oblique aupres le 3 pour ſecond charactere du quotient) reſte 5, lequel on mettera ſur le 5 deſdicts 15 trenchant les meſmes 15 & 2, puis on multipliera le 8 diviſeur, par le 5 du quotient, faict 40, qui ſoubſtraict de 55 reſte 15, leſquels on mettera deſſus le 55, trenchant le 55 & le 8, & diſtinguant le 15 reſtant par |
| 35 | |
| 995 (5 | |
| 28 | |

une ligne oblique; Puis on tirera une ligne aupres les 35 du quotient, mettant ſur icelle ledict reſtant 15, & deſſoubs la meſme le 28, qui eſt le diviſeur, dont la diſpoſition des characteres eſt telle.

| | |
|---|---|
| (1 | Ie di que $35\frac{15}{28}$ eſt le quotient requis. *Demonſtration.* Les $35\frac{15}{28}$ contiennent autant de fois l'unite, quantesfois le nombre à diviſer 995 contient le diviſeur 28; Doncques $35\frac{15}{28}$ eſt par la 97 definition leur quotient requis; ce qu'il falloit demonſtrer. *Concluſion.* Eſtant doncques donné nombre Arithmeticque entier à diviſer, & nombre Arithmeticque entier diviſeur, nous avons trouvé leur quotient; ce qu'il falloit faire. |
| 28 | |
| 35 | |
| 995 (5 ($35\frac{15}{28}$ | |
| 288 | |
| 2 | |

## Deuxieſme diſtinction des quatre numerations des nombres Arithmetiques rompus, & d'autres computations à icelles appartenantes.

PROBLEME V.

*ESTant donnez nombres Arithmeticques entiers: Trouver leur plus grande commune meſure.*

*Explication du donné.* Soyent donnez nombres Arithmeticques entiers 91 & 117. *Explication du requis.* Il faut trouver leur plus grande commune meſure. *Conſtruction.* On diviſera le majeur nombre 117 par le moindre 91, donne reſte (car du quotient ne prenons icy cure) 26. par les meſmes diviſera on autrefois les 91, dõne reſte 13, par les meſmes diviſera on autrefois les 26, & ne reſte rien. Ie di que 13, par ce qu'en la derniere diviſion il n'y reſtoit rien (car pour reigle generale, le nombre qui en telle derniere diviſion eſt diviſeur, ſera touſiours la plus grande commune meſure) eſt la pluſgrande commune meſure requiſe. *Demonſtration.* Si l'on meſure combien de fois il y a 13 en 91, (c'eſt à dire, ſi on diviſe 91 par 13) ſe trouve preciſement 7 fois; Semblablement combien de fois leſdicts 13 ſont en 117, ſe trouve preciſement 9 fois. Doncques 13 (puis qu'il meſure & l'un & l'autre) eſt leur commune meſure. Auſſi que c'eſt la plus grande, eſt manifeſte, par ce que 7 & 9 ſont nombres entr'eux premiers; ce qu'il falloit demonſtrer. NOTA. Mais eſtant à trouver la plus grande commune meſure de plus que de deux nombres, comme (par exemple) de 18. 12. 4. On trouvera premierement la plus grande commune meſure des deux, comme de 18 & 12, qui eſt 6, puis de 6 & 4, qui eſt 2, pour le requis; & ainſi d'aultres nombres quelconques. *Concluſion.* Eſtant doncques donnez nombres Arithmeticques entiers, nous avons trouvé leur plus grande commune meſure; ce qu'il falloit faire.

PROBLEME VI.

*ESTant donné nombre Arithmetique rompu: Trouver ſon premier rompu.*

*Explication du donné.* Soit donné rompu $\frac{91}{117}$. *Explication du requis.* Il faut trouver ſon premier rompu. *Conſtruction.* On trouvera la plus grande commune meſure de 91 & 117, laquelle par le 5 probleme ſera 13, par les meſmes diviſera on 91, donne quotient 7; lequel ſe mettera ſur une ligne, puis on diviſera les 117 par leſdicts 13, donne quotient 9, lequel on mettera deſſoubs ladicte ligne en ceſte ſorte $\frac{7}{9}$. Ie di que $\frac{7}{9}$ eſt le premier rompu requis. *Demonſtr.* Eſtant numerateur & nominateur de $\frac{7}{9}$ nombres entre eux premiers, par la 8 definition, ils ſeront le premier rompu du rompu donné $\frac{91}{117}$, par la 13 definition; ce qu'il falloit demonſtrer. *Concluſion.* Eſtant doncques donné

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

donné nombre Arithmetique rompu, nous avons trouvé son premier rompu; ce qu'il falloit faire.

### Probleme VII.

*Estant donné nombre Arithmetique entier & rompu: Trouver un rompu qui leur soit egal.*

*Explication du donné.* Soient donnez $4\frac{2}{3}$. *Explication du requis.* Il faut trouver un rompu qui leur soit egal. *Construction.* On multipliera les 4 par 3, font 12, auquels 3s ajoustera le 2 numerateur du rompu donné; font 14; soubs les mesmes mettera on le 3 nominateur du rompu donné en ceste sorte $\frac{14}{3}$. Ie di que $\frac{14}{3}$ est le rompu requis egal aux $4\frac{2}{3}$. *Demonstration.* Il est manifeste par le suivant 8 probleme, que $\frac{14}{3}$ vallent $4\frac{2}{3}$; ce qui falloit demonstrer. *Conclusion.* Estant doncques donné nombre Arithmetique entier & rompu, nous avons trouvé un rompu qui leur est egal; ce qu'il falloit faire.

### Probleme VIII.

*Estant donnée fraction Arithmetique majeure que unité: Trouver combien des unitez, & plus quelle fraction moindre que unité, la fraction donnée contienne.*

*Explication du donné.* Soit fraction donnée majeure que unité $\frac{14}{3}$. *Explication du requis.* Il fault trouver combien des unitez, & plus quelle fraction moindre que unité, ladicte fraction $\frac{14}{3}$ contienne. *Construction.* On divisera le numerateur 14, par le nominateur 3, donne quotient $4\frac{2}{3}$. Ie di que $4\frac{2}{3}$ est le nombre requis. *Demonstration.* Premierement que $4\frac{2}{3}$ sont quatre unitez, & plus fraction $\frac{2}{3}$ moindre que unité, est par soi manifeste: Au second, que les $4\frac{2}{3}$ sont egaux à $\frac{14}{3}$, appert par le 7 probleme; ce qu'il falloit demonstrer. *Conclusion.* Estant doncques donnée fraction Arithmetique, &c. ce qu'il falloit faire.

### Probleme IX.

*Estant donnez nombres Arithmetiques rompuz d'inegaux nominateurs: Les reduire en rompuz de commun nominateur.*

*Explication du donné.* Soient les rompuz donnez $\frac{2}{3}$ & $\frac{4}{5}$. *Explication du requis.* Il les faut reduire en nombres rompuz de commun nominateur, c'est à dire qu'il faut trouver deux autres rompuz egaux aux donnez, & ayans egaux nominateurs. *Construction.* On multipliera le 4 par 3, faict 12, lequel se mettera sur le 4, semblablement on multipliera 2 par 5, faict 10, les mesmes mettera on sur le 2, puis 3 par 5 faict 15, lequel on mettera dessoubs en ceste sorte. Ie di que $\frac{10}{15}$ & $\frac{12}{15}$ sont les nombres requis, à sçavoir ayant un commun nominateur 15. *Demonstrat.* Que ces nombres trouvez ont 15 pour commun nominateur, est manifeste, & que les $\frac{10}{15}$ sont egales à $\frac{2}{3}$, appert en cela, que $\frac{2}{3}$ sont le premier rompu de $\frac{10}{15}$ par le 6 probleme; Semblablement sont les $\frac{12}{15}$ egales à les $\frac{4}{5}$; ce qu'il falloit demonstrer. *Autre exemple.* Si les nombres donnez fussent plus que deux, comme par exemple ces trois $\frac{2}{3}$ $\frac{4}{5}$ $\frac{6}{7}$. On multipliera 3 par 5, faict 15, lesquels autrefois multipliez par 7 font pour commun nominateur requis 105; puis pour trouver le numerateur respondant aux $\frac{2}{3}$ donnez, on multipliera les 105 par les 2 des $\frac{2}{3}$ faict 210: les mesmes divisez par le 3 des mesmes $\frac{2}{3}$, donnent quotient 70, pour numerateur respondant à les $\frac{2}{3}$ donnez. Et par mesme moyen on trouvera que aux $\frac{4}{5}$ respondent 84 & aux $\frac{6}{7}$ 90; Doncques $\frac{70}{105}$ $\frac{84}{105}$ $\frac{90}{105}$ sont les trois nombres ayant un commun nominateur 105, comme il estoit requis, dont la demonstration depend de la precedente. Et la disposition des characteres de l'operation est telle. *Conclusion.* Estant doncques

$$\frac{2}{3}\times\frac{4}{5}\quad\frac{10}{15}\quad\frac{12}{15}$$

70 84 90 donnez nombres rompuz d'inegaux
$\frac{2}{3}$ $\frac{4}{5}$ $\frac{6}{7}$ nominateurs, nous les avons reduict
105 en rompuz de commun nominateur; ce qu'il falloit faire.

De l'addition des nombres Arithmetiques rompuz.

### Probleme X.

*Estant donnés nombres Arithmetiques rompuz à ajouster: Trouver leur somme.*

*Explication du donné.* Soyent les nombres donnez à ajouster tels $\frac{2}{3}$ & $\frac{4}{5}$. *Explication du requis.* Il faut trouver leur somme. *Construction.* On mettera les deux rompuz donnez l'un chez l'autre, appliquant tel rompu des deux à dextre ou seneſtre comme il aviendra, les distinguant par une croix (laquelle denote qu'il faudra multiplier par croix) comme cy dessoubs; puis on multipliera 3 par 4, font 12: lesquels on mettera joignant le 4, Semblablement se multipliera 2 par 5 font 10; puis on ajoustera 12 & 10, font 22, soubs les mesmes tirera on une ligne, puis on multipliera 3 par 5, font 15, lequel on mettera soubs ladicte ligne en ceste sorte. Ie di que $\frac{22}{15}$ (qui vallet par le 8. probleme $1\frac{7}{15}$) est la somme requise. *Demonstration.* Parce que le 3 multiplié par 4 faict 12, & le mesme 3 multiplié par 5 faict 15, il y aura, par la 18 proposition du 7 livre d'Euclide, telle raison de 12 a 15, comme de 4 a 5; Doncques nous avons trouvé deux termes 12 & 15, lesquels disposez ainsi $\frac{12}{15}$, donnent un rompu egal a $\frac{4}{5}$. Semblablement par ce que ledict 5 multiplié par 2 faict 10; & le mesme 5 par 3 faict 15; il y aura telle raison (par ladicte 18 proposition du 7 Euclid.) de 10 a 15, comme de 2 a 3. nous avons doncques trouvé deux termes 10 & 15, lesquels disposez ainsi $\frac{10}{15}$, font un rompu egal a $\frac{2}{3}$. parquoy la somme de $\frac{12}{15}$ & $\frac{10}{15}$ est aussi la somme de $\frac{4}{5}$ & $\frac{2}{3}$: Mais douze quinzieſmes, & dix quinzieſmes, font vingt & deux quinzieſmes, doncques la somme de $\frac{12}{15}$ & $\frac{10}{15}$, est $\frac{22}{15}$, & par consequent $\frac{22}{15}$ est aussi la somme de $\frac{2}{3}$ & $\frac{4}{5}$; ce qu'il falloit demonstrer. Nota. Si les rompuz donnez eussent egaux nominateurs, on pourra à cause de brieveté ajouster les numerateurs, y supposant le nominateur. Comme par exemple estant à ajouster $\frac{2}{7}$ & $\frac{3}{7}$ on conjoindra 2 & 3, font 5, y mettant dessoubs le nominateur 7, faict pour solution $\frac{5}{7}$. Mais s'il y eust à ajouster entiers & rompus à entiers & rompus, on ajoustera les entiers à part par le 1 probleme, & les rompuz par ce 10 probleme. *Conclusion.* Estant doncques donnez nombres Arithmetiques rompuz, nous avons trouvé leur somme, ce qu'il falloit faire.

$$\frac{2}{3}\times\frac{4}{5}\quad\frac{10}{15}\quad\frac{12}{15}\quad\frac{22}{15}$$

De la soubstraction des nombres Arithmetiques rompuz.

### Probleme XI.

*Estant donné nombre Arithmetique rompu, duquel on soubstraict, & nombre Arithmetique rompu à soubstraire: Trouver leur reste.*

*Explication du donné.* Soit donné nombre duquel on soubstraict $\frac{1}{6}$, & nombre à soubstraire $\frac{2}{3}$. *Explication du requis.* Il faut trouver leur reste. *Construction.* On mettera le nombre à soubstraire $\frac{2}{3}$, à la seneſtre, & le nombre duquel on soubstraict $\frac{1}{6}$, à la dextre, les distinguant par une croix, puis on multipliera, 3 par 5 faict 15, le mettant chez le 5, semblablement 2 par 6 faict 12, lequel on mettera chez le 6, & tirant une ligne entre 15 & 12, on levera les 12 des 15, reste 3. puis on multipliera 3 (à sçavoir 3 nominateur des $\frac{2}{3}$) par 6, font 18, les mettant soubs

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

$\frac{2}{3} \times \frac{5}{6}$ $\frac{15}{12}$ $\frac{5}{18}$ soubs le 3 en ceste sorte. Ie di que $\frac{5}{18}$ (desquels le premier rompu par le 6 probleme est $\frac{5}{6}$) est la reste requise. *Demonstration.* Pour ce que le 3 multiplié par 5, faict 15, & le mesme 3 par 6 faict 18: il y aura, par la 18 proposition du 7 livre d'Euclide, telle raison de 15 a 18, comme de 5 a 6; Doncques nous avons trouvé deux termes 15 & 18, lesquels disposez ainsi $\frac{15}{18}$, font rompu egal a $\frac{5}{6}$; Semblablement parce que ledict 6 multiplié par 2 faict 12, & le mesme 6 par 3 faict 18, il y aura telle raison, par ladicte 18 proposition du 7 livre d'Euclide, de 12 a 18, comme de 2 a 3: Nous avons doncques trouvé deux termes 12 & 18, lesquels disposez ainsi $\frac{12}{18}$, font un rompu egal a $\frac{2}{3}$; parquoy la reste de la soubstraction de $\frac{12}{18}$ de $\frac{15}{18}$, est aussi la reste de la soubstraction de $\frac{2}{3}$ de $\frac{5}{6}$; mais soubstrahant douze dixethuictiesmes, de quinze dixethuictiesmes, restent trois dixethuictiesmes: doncques la reste de $\frac{12}{18}$, de $\frac{15}{18}$, est $\frac{3}{18}$, & par consequent $\frac{3}{18}$ est aussi la reste de $\frac{2}{3}$ soubstraicts de $\frac{5}{6}$; ce qu'il falloit demonstrer.

NOTA.

Si les rompus donnés eussent egaux nominateurs, on pourroit à cause de brieveté soubstraire le moindre numerateur du maieur, mettant soubs la reste leur commun nominateur. Comme estant à soubstraire $\frac{2}{7}$ de $\frac{5}{7}$ on levera 2 de 5, reste 3, soubs le mesme mis le 7, faict pour solution $\frac{3}{7}$. Mais s'il y eust à soubstraire entiers & rompus, d'entiers & rompus, & que le rompu à soubstraire fust moindre que celuy duquel on soubstraict; Alors on soubstraira le nombre entier, du nombre entier, par le 2 probleme, puis rompu de rompu, par cest 11 probleme.

Mais pour soubstraire rompu d'entier, on empruntera 1 de l'entier, lequel on partira en tant des parties que contient unitez le nominateur du rompu à soubstraire. Comme si de 4 on veult soubstraire $\frac{2}{3}$, on emprunte 1 de 4, lequel 1 se dict estre $\frac{3}{3}$ (parce que le nominateur du rompu à soubstraire est 3) puis de $\frac{3}{3}$ levant $\frac{2}{3}$, reste $\frac{1}{3}$, & sera toute la reste $3\frac{1}{3}$.

Mais si d'entiers & rompuz, on veult soubstraire entiers & rompuz, & que le rompu à soubstraire fust maieur que le rompu duquel il fault soubstraire, on empruntera 1 de l'entier, lequel 1 il faut partir en tant de parties, que contient unitez le nominateur du rompu duquel on soubstraict, & l'ajouster au mesme rompu, & d'iceluy ajoustement lever le rompu à soubstraire. Comme par exemple: voulant soubstraire $3\frac{2}{3}$, de $7\frac{2}{5}$, on emprunte 1 du 7 l'appellant $\frac{5}{5}$, lesquels ajoustez aux $\frac{2}{5}$, font $\frac{7}{5}$, desquels soubstraicts $\frac{2}{3}$, reste (par cest 11 probleme) $\frac{11}{15}$, dont toute la reste sera $3\frac{11}{15}$. *Conclusion.* Estant doncques donné nombre Arithmeticque rompu duquel on soubstraict, & nombre Arithmeticque rompu a soubstraire, nous avons trouvé leur reste; ce qu'il falloit faire.

De la multiplication des nombres Arithmeticques rompuz.

PROBLEME XII.

*ESTant donné nombre Arithmeticque rompu à multiplier & nombre Arithmeticque rompu multiplicateur: Trouver leur produict.*

*Explication du donné.* Soit donné nombre à multiplier $\frac{2}{3}$, & multiplicateur $\frac{7}{9}$. *Explication du requis.* Il fault trouver leur produict. *Construction.* On mettera les deux nombres l'un chez l'aultre, & tel rompu des deux à dextre ou seneſtre comme il aviendra; Puis on multipliera 2 par 7, faict 14, les mettant joignant le 7; semblablement 3 par 9, faict 27, les mettant chez le 9 en ceste sorte. Ie di que $\frac{14}{27}$ est le produict requis. *Demonstration.* Les $\frac{14}{27}$ contiennent les $\frac{2}{3}$ autant des fois qu'il y a des unitez en $\frac{7}{9}$ (car l'unité est en $\frac{9}{9}$ contenu septneufiesme fois, aussi est $\frac{2}{3}$ contenu en $\frac{14}{27}$ septneufiesmefois) doncques par la 97 definition, c'est legitime multiplication, & par consequent $\frac{14}{27}$ est le vray produict: ce qu'il falloit demonstrer.

$\frac{2}{3}$ $\frac{7}{9}$ $\frac{14}{27}$

NOTA. Si les nombres donnez fussent entiers & rompuz, comme $2\frac{1}{2}$ & $4\frac{2}{3}$, on trouvera deux rompuz egaux aux entiers & rompus donnez, par le 7 probleme. à sçavoir $\frac{5}{2}$ egaux à $2\frac{1}{2}$, & $\frac{14}{3}$ a $4\frac{2}{3}$, lesquels $\frac{5}{2}$ & $\frac{14}{3}$ multipliez comme en ce 12 probleme, font pour solution $\frac{70}{6}$, qui vallent par le 8 probleme $11\frac{4}{6}$, qui est par 6 probleme $11\frac{2}{3}$.

Mais si l'un nombre donné fust entier, & l'autre rompu, on mettera soubs l'entier tousiours 1, l'usant apres comme s'il fust rompu. Soyent par exemple $\frac{2}{7}$ à multiplier par 3, l'on mettera 1 soubs le 3, en ceste maniere $\frac{3}{1}$; puis multipliant $\frac{2}{7}$ par $\frac{3}{1}$, faict par ce probleme $\frac{6}{7}$. *Conclusion.* Estant doncques donné nombre Arithmetique rompu à multiplier, & nombre Arithmetique rompu multiplicateur, nous avons trouvé leur produict; ce qu'il falloit faire.

De la division des nombres Arithmetiques rompuz.

PROBLEME XIII.

*ESTant donné nombre Arithmetique rompu à diviſer, & nombre Arithmetique rompu diviſeur. Trouver leur quotient.*

*Explication du donné.* Soit donné nombre à diviſer $\frac{5}{7}$, & diviſeur $\frac{2}{3}$. *Explication du requis.* Il faut trouver leur quotient. *Construction.* On mettera le nombre à diviſer $\frac{5}{7}$ à la dextre, & le diviſeur à seneſtre, les distinguant par une croix, puis on multipliera 3 par 5, font 15, les mettant chez le 5, semblablement 2 par 7, font 14, les mettant joignant le 7 en ceste sorte. Ie di que $\frac{15}{14}$ (qui par le 8 probleme vallent $1\frac{1}{14}$) est le quotient requis. *Demonstration.* Les $\frac{15}{14}$ contiennent autant des fois l'unité, que le nombre à diviſer $\frac{5}{7}$ contient le diviſeur $\frac{2}{3}$ (car $\frac{15}{14}$ contiennent l'unité une & une quatorzieſme fois, & autant de fois contiennent aussi les $\frac{5}{7}$ le diviſeur $\frac{2}{3}$) doncques $\frac{15}{14}$ par la 97 definition, sont leur quotient; ce qu'il falloit demonstrer.

$\frac{2}{3} \times \frac{5}{7} \cdot \frac{15}{14}$

NOTA. Si les nombres donnez fussent entiers & rompuz, comme nombre à diviſer $2\frac{2}{3}$ & diviſeur $3\frac{1}{4}$, on trouvera deux rompuz egaux aux entiers & rompuz donnez par le 7 probleme; à sçavoir $\frac{8}{3}$ egales aux $3\frac{2}{3}$, & $\frac{7}{2}$ egales aux $3\frac{1}{2}$, lesquels $\frac{8}{3}$ diviſés par $\frac{7}{2}$, donnent quotient & solution par ce probleme $\frac{16}{21}$.

Mais si l'un nombre donné fust entier, & l'autre rompu, on mettera tousiours soubs l'entier 1, l'usant apres comme s'il fust rompu: Soit par exemple nombre à diviſer $\frac{3}{4}$, & diviſeur 5; On mettera 1 soubs 5 en ceste sorte $\frac{1}{1}$, puis diviſant par $\frac{1}{1}$ les $\frac{3}{4}$, donne quotient & solution $\frac{3}{20}$. *Conclusion.* Estant doncques donné nombre Arithmeticque rompu à diviſer, & nombre Arithmetique rompu diviſeur, nous avons trouvé leur quotient; ce qu'il falloit faire.

NOTA.

Nous avons declaré jusques icy, les quatre computations des nombres Arithmeticques rompuz, la ou la diſposition des characteres, a en chascun probleme esté telle, comme nous entendons que celuy doibt faire, qui suyvera nostre conseil; non seulement pour la facilité de

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

de ces rompuz Arithmetiques (combien que c'eſt choſe aſſez importante) mais auſſi des rompuz radicaux, & algebraiques, la ou nous tiendrons le meſme ordre que deſſus. Quelle facilité il cauſera, je le mets au jugement de ceux qui l'auront bien experimenté. Mais à fin de declairer un peu, en quoy conſiſte ceſte ſingulierеté, c'eſt principalement en cela, que de l'operation de la ſoubſtraction & diviſion, (parce que nous voulons que nombre à ſoubſtraire & diviſeur ſoit touſiours mis à ſeneſtre) ſorte touſiours neceſſairement le requis par une meſme maniere, ſans inutilemẽt deſcripre quelques lettres pluſieurs fois, comme il avient les mettant autrement : Et ceci ne conſiſte pas en opinion, mais on ne peut donner bonne raiſon par les nombres entiers : car comme l'on y met touſiours le nombre à ſoubſtraire & diviſeur en certaine diſpoſition: qui eſt deſſoubs leurs nombres reſpondans (ce que la nature ſemble ainſi requerir, veu que le contraire cauſeroit confuſion) ſemblablement comme il ne faut pas neceſſairement obſerver ceci en l'addition, & multiplication, car on met tel des nombres donnez, deſus ou deſſoubs comme il avient : Tout ainſi en les quatre computations de tous autres nombres de qualité quelconque.

## Troiſieſme diſtinction de la reigle de trois des nombres Arithmetiques.

### Probleme XIIII.

*Estant donnés trois termes de nombres Arithmetiques : Trouver leur quatrieſme terme proportionel.*

*Explication du donné.* Soyent trois termes donnez 2.3.4. *Explication du requis.* Il faut trouver leur quatrieſme terme proportionel; c'eſt à dire, en telle raiſon au troiſieſme terme 4, comme le ſecond 3 au premier 2. *Conſtruction.* On multipliera le deuxieſme terme 3 par le troiſieſme 4, donne produict 12, lequel diviſé par le premier terme 2, donne quotient 6. Ie di que 6 eſt le quatrieſme terme proportionel requis. *Demonſtration.* Il y a de 6 a 4 raiſon ſeſquialtere, & la meſme raiſon y a il auſſi de 3 a 2, ou bien il y a de 2 a 3 raiſon ſubſeſquialtere, & la meſme y a il auſſi de 4 a 6, doncques 6 eſt leur quatrieſme terme proportionel; ce qu'il falloit demonſtrer. Nota. Si les trois termes donnez fuſſent nombres rompuz, ou en partie rompuz, l'operation ſera ſemblable à la precedante. Soyent par exemple les trois termes donnez tels, 3. $3\frac{1}{2}$. $2\frac{2}{3}$. On multipliera $3\frac{1}{2}$ par $2\frac{2}{3}$, faict par le 12 probleme $\frac{56}{6}$, leſquelles diviſees par 3 premier terme, donnent quotient & ſolution $3\frac{1}{9}$. *Concluſion.* Eſtant doncques donnez trois termes de nombres Arithmetiques, nous avons trouvé le quatrieſme terme proportionel; ce qu'il falloit faire.

## Quatrieſme diſtinction de la reigle de proportionelle partition des nombres Arithmetiques.

### Probleme XV.

*Partir le nombre Arithmetique donné en parties proportionelles à nombres donnez.*

*Explication du donné.* Soit le nombre donné 18, & les nombres donnez 4.2.3. *Explication du requis.* Il faut partir le 18 en trois parties proportionelles aux trois nombres donnez 4.2.3. *Conſtruction.* On ajouſtera les nombres donnez, à ſçavoir 4.2.3. font 9, puis on dira 9 donnent 4, combien 18? faict (par le 14 probleme) 8, pour le premier nombre requis; de meſme ſorte on dira 9 donnent 2, combien 18? faict 4 pour le ſecond nombre requis. Et finalement 9 donnent 3, combien 18? faict 6 pour le troiſieſme nombre requis. La diſpoſition des characteres de l'operation achevée eſt telle. Ie di que 18 eſt parti en trois nombres 8.4.6. proportionels (à ſçavoir en ternaire proportion) aux trois nombres donnez 4.2.3. comme il eſtoit requis.

| | | |
|---|---|---|
| 4. | 8. | |
| 2. | 4. | |
| 3. | 6. | |
| 9. | 18. | |

*Demonſtration.* Comme 4 a 2, & 2 a 3, ainſi 8 a 4, & 4 a 6; Et la ſomme de 8.4.6 eſt 18, doncques ce ſont les nombres requis; ce qu'il falloit demonſtrer. Semblable ſera auſſi le progres par nombres rompuz, & de multitude de nombres donnez quelconque. *Concluſion.* Nous avons doncques parti le nombre donné, en parties proportionelles à nombres donnez, ce qu'il falloit faire.

Nota.

Comme le precedant 14 probleme eſt tel en nombres, comme la 12 propoſition du 6 livre d'Euclide en lignes; Ainſi eſt ce 15 probleme tel en nombre, comme la 10 propoſition dudict 6 d'Euclide en lignes. Auſſi comme ceſtuy-la eſt de grande conſideration en la Geometrie, ſervant pour reigle generale à pluſieurs operations Geometriques; Ainſi eſt ceſtuy-cy le ſemblable en l'Arithmeticque, commode à beaucoup des operations qui s'y rencontrent, comme en la reigle de faux, de compaignie, d'Alligation, & de pluſieurs autres, comme apparoiſtra en la practique d'Arithmeticque chaſcun en ſon lieu.

## Cincquieſme diſtinction de la reigle de faux des nombres Arithmeticques.

*D'une faulſe poſition.*

### Probleme XVI.

*Estant propoſée queſtion qui ſe ſolve par une faulſe poſition en nombres Arithmeticques: La ſolver par une faulſe poſition.*

*Explication du donné & requis.* On veult ſçavoir quel nombre avec ſa moitie ſera. *Conſtruction.* On poſera quelque nombre ainſi qu'il aviendra, comme s'il fuſt le vray nombre requis, ſoit 2: le meſme avec ſa moitie qui eſt 1, faict 3: Or ce n'eſt pas 3 ce que nous voulons, mais 18; Donc la poſition de 2 eſtoit faulſe, parquoy a fin d'avoir le vray requis, on dira 3 viennent de 2, d'ou viendront 18? faict pour ſolution 12.

Mais a fin que demonſtrons auſſi la diſpoſition, & ordre que nous tiendrons en la reigle des faux de quantitez, qui eſt en l'operation algebraique, nous donnerons icy ſemblable conſtruction en ces nombres Arithmeticques.

### AVLTRE CONSTRVCTION EN FORME ALGEBRAIQVE.

| | | |
|---|---|---|
| Soit le nombre requis nombre Arithmeticque quelconque comme | 4 | 12 |
| Sa moitie. | 2 | 6 |
| Leur ſomme | 6 | 18 |
| Egal en valeur a | 18 | |

Or 6 vallent 18, ergo l'unité vault 3 (car diſant, 6 vault ou donne 18, combien 1? faict 3) C'eſt à dire que chaſcune unité des nombres 4.2.6. vault 3; D'ou s'enſuit que le 4 vauldra 12 (car diſant, 1 vault 3, combien 4? faict 12) Et pour meſme raiſon 2 vauldra 6, & le 6 vauldra 18, leſquels 12.6. 18. on mettera derriere la ligne joignant leurs membres reſpondans, comme cy deſſus. Or comme l'on cherchoit icy la valeur de l'unité, par lequel on vient à la cognoiſ-

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

cognoissance des nombres requis ; Ainsi cherchera on tousiours en l'algebre la valeur de 1 ①, par laquelle on viendra de mesme sorte à la cognoissance des autres nõbres requis, & ne differera l'algebraique disposition en rien de ceste cy: car la ou nous aurons icy nombres Arithmetiques, 4.2.6.18, nous aurons en l'algebre des quantitez algebraiques, comme le tout sera plus clair en son lieu par les exemples. Laquelle leur affinité avions proposé de declairer. Ie di doncques que 12 est le nombre requis. *Demonstration.* 12, avec sa moitie 6, faict 18, selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer. *Conclusion.* Estant doncques proposé question, qui se solve par une fausse position en nombres Arithmetiques, nous l'avons solvée par une fausse position; ce qu'il falloit faire.

*De deux fausses positions.*

PROBLEME XVII.

*ESTant proposée question qui se solve par deux fausses positions en nombres Arithmetiques: La solver par deux fausses positions.*

*Explication du donné & requis.* On veut sçavoir quel nõbre avec sa moitie sera 9. *Construction.* On posera pour premiere position quelque nombre ainsi qu'il aviendra, comme s'il fust le nombre requis, soit 2, le mesme avec sa moitie qui est 1, faict 3: Or ce n'est pas 3 que nous voulons, mais 9; Doncques la premiere position de 2 est fausse, & vient trop peu ou moins 6, ce que se notera en ceste sorte:

2 moins 6.

Puis on posera pour seconde position quelque autre nombre que n'est le 2 de la premiere position; comme s'il fust le nombre requis, soit 4, le mesme avec sa moitie qui est 2, faict 6. or ce n'est pas 6 que nous voulons, mais 9; Doncques la seconde position de 4 est aussi fausse, & vient trop peu ou moins 3, ce que se mettera soubs la premiere position, & sera leur disposition telle:

2 moins 6.
4 moins 3.

Puis on multipliera par croix, c'est à dire, 4 par 6, faict 24, le mesme mettera on chez le 6, puis 2 par 3 faict 6, lequel mis chez le 3, leur disposition sera alors telle:

2 moins 6. 24.
4 moins 3. 6.

Puis il faut considerer si les deux vocables comme plus & moins sont semblables: c'est à dire, tous deux plus, ou tous deux moins, ou s'ils sont dissemblables, c'est à dire, l'un plus, & l'autre moins: car pour reigle generale:

*Semblables requierent soubstraction,*
*Et dissemblables addition.*

Or les vocables de cest exemple sont semblables: à sçavoir tous deux moins: il faut dõc soubstraire le moindre du majeur; à sçavoir 6 de 24, reste 18, & 3 de 6 reste 3; puis il faut diviser le 18, par le 3, donne quotient & solution 6. La disposition des characteres de l'operation achevée est telle: Ie di que 6 est le nombre requis. *Demonstration.* 6 avec sa moitie 3 faict 9 selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

2 moins 6. 24
4 moins 3. 6
3. 18 faict 6

NOTA. Si les deux vocables lesquiels cy dessus sont moins, eussent esté tous deux plus, l'operation eust esté semblable à la precedente; mais si l'un eust esté plus, & l'autre moins, on eust fallu ajouster, comme appert en ceste disposition de characteres d'operation achevée telle: Toutes Questions que l'on solve par une fause position, se peuvent solver par deux, mais pas au contraire. Il faut aussi sçavoir, que les exemples que l'on propose à solver par reigle de faux, semblent aucunefois fort differens; toutesfois si l'on y prend bien regard, l'operation est en tous d'une mesme methode, comme apparoistra par les exemples que nous en donnerons en la practique d'Arithmetique suyvante; la ou les nombres seront appliquez à quelques matieres. *Conclusion.* Estant doncques proposée question qui se solve par deux fausses positions en nombres Arithmeticques, Nous l'avons solvée par deux fausses positions; ce qu'il falloit faire.

2 moins 6. 60
10 plus 6. 12
12. 72 faict 6.

---

# SECONDE PARTIE DE L'OPERATION DES NOMBRES RADICAVX.

## Premiere distinction des extractions des racines des nombres simples.

PROBLEME XVIII.

*ESTant donné nombre geometrique simple: Trouver sa racine requise.*

NOTA.

Il faut premierement trouver, pour la generale construction de ce probleme, quelques nombres propres, en ceste sorte: On escrira 2, puis 3. 4. 5. 6. d'un & d'aultre costé dudict 2, & de poincts entre deux par forme de triangle en ceste sorte. Puis on adjoustera, 3 & 3 font 6, le mesme se mettera au poinct du milieu entre 4 & 4, puis on adjoustera ledict 6 & 4, font 10, les mesmes mettera on deux fois entre le 5 & 5, laissant un poinct entre chasques deux nombres; puis on ajoustera 10 & 10, font 20, le mettant au milieu entre 6 & 6, puis s'adjoustera 10 & 5, font 15, le mettant, d'un & d'autre costé aux poincts du milieu entre 20 & 6, puis on mettera chez chascun des characteres, 2. 3. 4. 5. 6. à dextre 0, & alors sera leur disposition telle.

```
          2
        3 . 3
      4 . . . 4
    5 . . . . . 5
  6 . . . . . . . 6
```

```
          20
        3 . 3 0
      4 . 6 . 4 0
    5 . 10 . 10 . 5 0
  6 . 15 . 20 . 15 . 6 0
```

Or pour choisir les propres characteres servans à l'operation de l'extraction de chascune racine, il faut sçavoir, que la premiere ligne, comme 20, sert pour l'extraction de racine quarrée, & la seconde ligne 3. 30, pour l'extraction de racine cubique; & la troisiesme ligne 4. 6. 40, pour l'extraction de la racine de quarte quantité, & ainsi des autres. Mais lesdicts nombres requirent encore autre distinction telle.

Pour les racines quarrees servira 20.

Pour les racines cubiques, il faut mettre les 3. 30 en deux parties telles:

300
30

Pour les racines de quarte quantité, il faut mettre les 4. 6. 40 en trois parties telles:

4000
600
40

Pour les racines de quinte quantité, il faut mettre les 5. 10. 10. 50. en quatre parties telles:



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

50000
10000
1000
50

Pour les racines de sexte quantité, il faut mettre les 6. 15. 20. 15. 60 en cincq parties telles:

600000
150000
20000
1500.
60

Et de mesme sorte pourra on proceder en infini, pour trouver nombres servans à l'extraction de racine quelconque, comme de septiesme, octave quantité, &c.

*Premier exemple de l'extraction de racine quarrée de nombre entier à sa racine commensurable.*

*Explication du donné.* Soit donné nombre quarré 186624. *Explication du requis.* Il fault trouver sa racine quarrée. *Construction.* On tirera soubs le nombre donné deux lignes, & entre les mesmes mettera on un poinct soubs le premier charactere à dextre, à sçavoir soubs le 4; semblablement un poinct soubs le 6, laissant un charactere entre deux, puis un poinct soubs le 8, laissant pareillement un charactere entre deux; Et semblablement metteroit on d'avantage des poincts, s'il y eust plus de characteres. Et signifient ces trois poincts, les trois lieux des trois characteres, qui sortiront pour la racine requise, desquelles la disposition est telle. Puis il faut prendre la racine quarrée en nombres entiers de 18, au plus pres qu'on peult, & moindre, qui sera 4, le mettant au premier poinct soubs le 8, puis on soubstraira le quarré de 4, qui est 16, de 18, reste 2, le mettant sur le 8, & trenchant 16 & 18, & leur disposition sera alors telle.

```
1 8 6 6 2 4
. . .
```

```
  2
1 8 6 6 2 4
4 . .
-----
 2 6
```

Or pour trouver le second charactere de la racine, il faut mettre à part 20 (qui est le nombre servant generalement pour l'extraction de toute racine quarrée, comme nous avons dict cy dessus à la note de ce probleme) & au devant des mesmes 20, il faut mettre ce qu'il y a venu pour racine; à sçavoir 4, multipliant les 20 par 4, font 80: par les mesmes fault il diviser les 266, & se trouve pour quotient 3, le mesme se mettera au second poinct entre les lignes, & aussi joignant les 20, qui sont mis apart: Aussi on mettera soubs le 3, son quarree 9. & sera alors leur disposition telle. Puis il faut multiplier les 20 par les 4, font 80, & les mesmes par 3, font 240, lesquels on mettera chez le 3, y ajoustant encore le 9, & la somme sera 249, laquelle se mettera aussi dessoubs les 266, les soubstrahant d'icelles, & resteront encore 17, & leur disposition sera alors telle. Or pour trouver le troisiesme charactere de la racine, il faut proceder de mesme sorte comme l'on a faict pour l'invention du second charactere. On mettera doncques autrefois apart le

```
4. 20. 3.  240.
       9.  9.
          249.
```

```
  2
1 8 6 6 2 4
4 3 .
-----
 2 6
```

```
4. 20. 3.  240.      217
       9.  9.    1 8 6 6 2 4
          249.    4 3 2
                  -----
43. 20. 2.        1 6 4 9
          4.      2
```

20 (à sçavoir le 20 servant generalement pour toute extraction de racine quarrée) & au devant des mesmes 20 on mettera ce qu'il y a venu pour racine; à sçavoir 43, multipliant le 20 par le 43, font 860, par les mesmes se divisera le 1734, & se trouve 2 pour quotient, le mesme mettera on au troisiesme poinct entre les lignes, & aussi joignant le 20, qui sont mis apart, aussi on mettera dessoubs lesdicts 2, son quarré 4, & sera alors la disposition telle. Puis on multipliera le 20 par 43, faict 860, & les mesmes par 2, faict 1720, lesquels on mettera chez le 2, y ajoustant encore le 4, & la somme sera 1724, laquelle on mettera aussi soubs les 1724 de l'extraction, les soubstrayant d'icelles, & ne restera rien, & sera alors la disposition achevée telle. Ie di que 432 est la racine requise. *Domonstration.* Multipliant 432 en soy, donne produict 186624 egal au nõbre quarrê donné; doncques 432 est la vraye racine requise; ce qu'il falloit demonstrer.

```
4. 20. 3.  240.      217
       9.  9.    1 8 6 6 2 4
          249.    4 3 2
                  -----
43. 20. 2. 1720.  1 6 4 9 2 4
          4.  4.      2 1 7
          ----
          1724.
```

*Second exemple de l'extraction de racine quarrée de nombre entier à sa racine commensurable, d'autre maniere que par le precedent premier exemple.*

NOTA.

L'extraction de racine quarrée, que nous avons descript au precedent premier exemple, descriprons nous autrefois en ce second exemple, mais par autre maniere d'operation, à sçavoir comme nous l'usons en la practique, & à mon advis plus facile que n'est la precedente, laquelle nous y avons seulement mis, pour demonstrer par icelle, la generale methode des extractions de toutes especes de racines, comme cubiques, de quarte quantité, de quinte quantité, &c. Car conferant l'extraction precedente, à semblables suyvantes, il apparoistra que c'est tout un mesme ordre.

*Explication du donné.* Soit donné autre fois nombre quarré 186624. *Explication du requis.* Il faut trouver sa racine quarree. *Construction.* On tirera soubs le nombre donne deux lignes, & entre les mesmes mettera on trois poincts, comme nous avons faict au precedent premier exemple, en ceste sorte. Puis il faut prendre la racine quarrée en nombres entiers, de 18, au plus pres qu'on peut, & moindre, qui sera 4, le mettant au poinct soubs le 8, disant 4 fois quatre font 16, de 18, reste 2, le mettant sur le 8, & trenchant le 18; puis il faut doubler ce qu'il y a entre les lignes, à sçavoir le 4, faict 8, lequel mis soubs le 6, leur disposition sera alors telle. Puis il faut dire, cõbien de fois 8 en 26? se trouve 3 fois, lequel on mettera au poinct suyvant soubs le 6, disant, 8 fois 3 font 24, de 26, reste 2, lequel on mettera sur le 6, trenchant 26; puis on multipliera 3 par soy, faict 9, qui soubstraict de 26, reste 17, lequel on mettera sur le 26, trenchant les mesmes 26. Et leur disposition sera alors telle. Or pour trouver le troisiesme charactere de la racine, il faut proceder comme on a faict cy dessus pour l'invention du second charactere, car si l'on y prent bien regard, on ne trouvera en

```
1 8 6 6 2 4
. . .
```

```
  2
1 8 6 6 2 4
4 . .
-----
 2 6
```

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

en poperation aucune difference. Il faut doncques doubler tout ce qu'il y a entre les lignes, à ſçavoir 43, font 86, lequel on mettera ſoubs le 72; Puis il fault dire; combien de fois 8 en 17? & ſe trouve 2 fois, lequel on mettera au poinct reſtant entre les lignes, diſant 8 fois 2 font 16, de 17 reſte 1, lequel on mettera ſur le 7, trenchant le 17; Puis on multipliera 6 par 2, font 12, lequel ſoubſtraict de 12, & trenchant les meſmes 12, ne reſte rien; Puis on multipliera le 2 entre les lignes par ſoy, faict 4, qui ſoubſtraict de 4, & trenchant le meſme 4, ne reſte rien; & ſera alors leur diſpoſition achevée telle. Semblable ſeroit l'operation, s'il y euſt d'avantage des poincts entre les lignes. Je di que 432 eſt la racine quarrée requiſe; dont la demonſtration eſt faicte au precedant premier exemple.

227 — 286624 — 43 — 8

227 — 286624 — 432 — 886

*Troiſieſme exemple de l'extraction de racine quarrée de nombre entier à ſa racine incommenſurable.*

*Explication du donné.* Soit le nombre entier à ſa racine incommenſurable 227. *Explication du requis.* Il faut trouver ſa racine quarrée. *Conſtruction.* On dira pour ſolution que c'eſt $\sqrt{227}$; Dont la demonſtration eſt manifeſte.

*Quatrieſme exemple de l'extraction de racine quarrée bien pres, laquelle ſoit à nombre Arithmetique commenſurable: De nombre entier à ſa racine incommenſurable.*

*Explication du donné.* Soit donné nombre quarré entier à ſa racine incommenſurable 227. *Explication du requis.* Il faut trouver ſa racine quarrée bien pres, & à nombre Arithmetique commenſurable. *Conſtruction.* On extraira racine quarrée par le precedent 2 exemple, & ſera 15, reſtant 2, lequel on mettera ſur une ligne, & deſſoubs la meſme touſiours le double de la racine plus 1, qui faict 31. Et la diſpoſition des characteres de l'operation achevée ſera telle. Je di que $15\frac{2}{31}$ eſt la racine requiſe, à ſçavoir bien pres de la vraye, & à nombre Arithmetique commenſurable. *Demonſtration.* Multipliant $15\frac{2}{31}$ par ſoy faict $226\frac{904}{961}$, qui faudroit eſtre pour l'avoir parfaictement 227; c'eſt doncques bien pres. Mais qu'elle eſt à ſon quarré commenſurable, eſt manifeſte; ce qu'il falloit demonſtrer.

227(2 — 227 — 1 5 $\frac{2}{31}$ — 2

*Aultre maniere d'approcher infiniment plus pres.*

Mais ſi on vouloit la racine de 227 encore plus pres, que par le precedent quatrieſme exemple, on multipliera 100 par ſoy, faict 10000, par les meſmes ſe multipliera 227, faict 2270000, duquel on extraira racine quarrée par le 4 exemple, & ſera $1506\frac{1964}{3013}$, les meſmes diviſez par 100 (parce que par 100 a eſté multiplié) donne quotient bien du requis $15\frac{1002}{1506}$.

Mais ſi on vouluſt approcher encore beaucoup plus pres, on multipliera 1000, ou 10000, &c. en ſoy, & l'on ſera par icelles, comme nous avons faict cy deſſus par 100; De ſorte que nous pouvons ainſi infiniment approcher à la vraye racine, mais jamais n'y pouvons avenir par telle maniere; la raiſon eſt, que l'incommenſurable ne peut eſtre commenſurable.

*Cinquieſme exemple de l'extraction de racine quarrée de nombre rompu à ſa racine commenſurable.*

*Explication du donné.* Soit donné nombre quarré rompu à ſa racine commenſurable $\frac{4}{9}$. *Explication du requis.* Il faut trouver ſa racine quarrée. *Conſtruction.* On extraira racine quarrée du numerateur 4, qui eſt 2, lequel on mettera ſur une ligne, ſemblablement racine du nominateur 9, qui eſt 3, le mettant deſſoubs ladicte ligne en ceſte ſorte $\frac{2}{3}$. Je di que $\frac{2}{3}$ eſt la racine quarrée requiſe. *Demonſtration.* Multipliant $\frac{2}{3}$ par ſoy faict $\frac{4}{9}$, egal au nombre quarré donné; Doncques $\frac{2}{3}$ eſt la vraye racine requiſe; ce qu'il falloit demonſtrer.

*Sixieſme exemple de l'extraction de racine quarrée de nombre rompu à ſa racine incommenſurable.*

*Explication du donné.* Soit donné nombre quarré rompu, à ſa racine incommenſurable $\frac{3}{7}$. *Explication du requis.* Il faut trouver ſa racine. *Conſtruction.* On dira pour ſolution que c'eſt $\sqrt{\frac{3}{7}}$; Dont la demonſtration eſt manifeſte.

*Septieſme exemple de l'extraction de racine quarrée bien pres, laquelle ſoit à nombre Arithmetique commenſurable: De nombre quarré rompu à ſa racine incommenſurable.*

*Explication du donné.* Soit donné le nombre quarré rompu à ſa racine incommenſurable $\frac{5}{9}$. *Explication du requis.* Il faut trouver ſa racine quarrée bien pres, & à nombre Arithmetique commenſurable. *Conſtruction.* On extraira racine quarrée bien pres de 3 par le 4 exemple, qui ſoit $1\frac{2}{3}$, les mettant ſur une ligne; Et ſemblablement racine quarrée bien pres de 7, laquelle ſoit $2\frac{3}{5}$, les mettant deſſoubs ladicte ligne en ceſte ſorte. qui vallent $\frac{25}{39}$. Je di que $\frac{25}{39}$ eſt la racine requiſe, à ſçavoir bien pres de la vraye racine, & à nombre Arithmetique commenſurable. *Demonſtration.* Multipliant $\frac{25}{39}$ par ſoy, faict $\frac{625}{1521}$, & fauldroit eſtre pour l'avoir parfaictement $\frac{5}{9}$, parquoy il differe ſeulement en $\frac{188}{10647}$, c'eſt doncques bien pres. Mais qu'elle ſoit a nombre Arithmeticque commenſurable, eſt manifeſte; ce qu'il falloit demonſtrer.

1 $\frac{2}{3}$ — 2 $\frac{3}{5}$

*Autre maniere ſur ce ſeptieme exemple.*

Mais nous pouvons faire plus proprement, trouvant racine quarrée parfaicte reſpondante au numerateur ou nominateur en ceſte ſorte: On mettera le 3 ſur une ligne, & la racine du produict de 3 par 7 (c'eſt à dire racine de 21, qui eſt aſſez pres $4\frac{1}{9}$) deſſoubs ladicte ligne, qui ſera rompu tel * vallant pour ſolution $\frac{27}{41}$, ſon quarré eſt $\frac{729}{1681}$, qui differe du vray ſeulement en $\frac{1}{11767}$.

* 3 — 4 $\frac{5}{9}$

Ou autrement on pourra mettre 7 ſoubs la ligne, & les $4\frac{5}{9}$ trouvez cy devant deſſus la ligne, & ſera rompu tel * qui vaut pour ſolution $\frac{41}{63}$, ſon quarré eſt $\frac{1681}{3969}$, qui differe du vray (à ſçavoir des $\frac{3}{7}$) ſeulement en $\frac{140}{27783}$.

* $4\frac{5}{9}$ — 7

NOTA I.

Si le rompu donné ne fuſt pas rompu premier, on le trouvera par le 6. probleme; car il avient aucunefois, que de ceſtuy-là on ne pourra extraire racine à ſon quarré commenſurable, mais bien de ceſtuy-cy. Par exemple, en $\frac{8}{18}$, chaſcun terme contient racine à ſon quarré incommenſurable, mais ſon premier rompu $\frac{4}{9}$, tient en chaſque terme la racine commenſurable, à ſçavoir $\frac{2}{3}$. On peut auſſi en toutes ces extractions approcher infiniment au requis, par la doctrine du 4. exemple.

NOTA II.

Tout nombre entier n'ayant racine entiere, ſera à ſa



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

racine incommenſurable; la raiſon eſt que tout nombre rompu ne vallant nombre entier preciſement, & multiplié en ſoy, ne peut donner produict qui ſoit en valleur nombre entier, le meſme s'entendra de racine d'eſpece quelconque.

*Huictieſme exemple de l'extraction de racine cubique de nombre entier à ſa racine commenſurable.*

*Explication du donné.* Soit donné nombre cubique à ſa racine commenſurable 34012224. *Explication du requis.* Il faut trouver ſa racine cubique. *Conſtruction.* On ſe preparera une table des potences des neuf caracteres d'Arithmetique ſervant pour commencer l'extraction des racines de tous nombres cubiques, qui ſera telle. Puis on tirera ſoubs le nombre donné deux lignes, mettant un poinct entre icelles ſoubs le premier charactere à dextre, puis un autre poinct ſoubs le 2 quatrieſme charactere vers la ſeneſtre, laiſſant deux characteres entre deux poincts, & au dernier un poinct ſoubs le 4, laiſſant autre fois deux characteres entre deux poincts: Et ſemblablement procederoit on en la poſition des autres poincts, s'il euſt plus des characteres, laiſſant touſiours deux characteres entre deux poincts. Ces trois poincts ſignifient les lieux des trois characteres qui ſortiront pour racine requiſe. La diſpoſition du ſuſdict eſt telle. Puis il faut prendre la racine cubique en nombres entiers de 34, au plus pres qu'on peut, & moindre, qui ſera (par la table cy deſſus) 3, le mettant au premier poinct; Puis on ſoubſtraira 27 (qui eſt le cube de 3) de 34, reſte 7, le mettant ſur le 4, & trenchant 27 & 34; Dont la diſpoſition ſera alors telle. Or pour trouver le ſecond charactere de la racine, il faut mettre à part 30 ſoubs 300 (qui ſont les nombres ſervans generalement à l'extraction de toute racine cubique, comme nous avons dict à la note cy devant) & au devant de 30 il faut mettre ce qu'il y a venu pour racine, à ſçavoir 3, & le quarre de 3 qui eſt 9, ſur le 3 chez le 300; Puis on multipliera 300 par 9, faict 2700, par le meſme diviſe le 7012, ſe trouve 2 pour quotient, le meſme ſe mettera au ſecond poinct entre les lignes, & auſſi joignant les 300 qui ſont mis à part; Puis on mettera ſoubs 2 ſon quarré qui eſt 4, & ſoubs le meſme, le cube dudict 2, qui eſt 8, & leur diſpoſition ſera alors telle. Puis il faut multiplier les 300 par le 9, font 2700, & le meſme par 2, faict 5400, le mettant chez le 2; Semblablement ſe multipliera le 30 par le 3, font 90, les meſmes par le 4, faict 360, qui ſe mettera chez le 30; Puis on mettera autre fois le 8 ſoubs le 360, & la ſomme de ces trois parties ſera 5768, laquelle on mettera auſſi ſoubs les 7012, la ſoubſtrayant d'icelles, & reſtera encore 1244 dont leur diſpoſition ſera alors telle. Or pour trouver le troiſieſme charactere de la racine, il faut proceder de meſme ſorte comme nous avons faict pour l'invention du ſecond, mettant autrefois à part en ordre le 300 & 30 (à ſçavoir 300 & 30 ſervans generalement pour toute extraction de racine cubique) & au devant dudict 30, ce qu'il y a venu pour racine, à ſçavoir 32, & ſon quarré qui eſt 1024, ſur les meſmes 32, joignant les 300; Puis on multipliera les 300 par 1024, font 307200, par les meſmes ſe diviſera le 1244224, & ſe trouve 4 pour quotient, le mettant au troiſieſme poinct entre les lignes, & auſſi joignant le 300 qui eſt mis apart; Puis ſoubs 4, ſon quarré 16, & ſoubs le meſme le cube dudict 4, qui eſt 64, & leur diſpoſition ſera alors telle. Puis il faut multiplier le 300 par le 1024, faict 307200, le meſme par 4 faict 1228800, les mettãt joignant le 4; Semblablement ſe multipliera le 30 pãr le 32, faict 960, qui par 16 faict 15360, le mettant joignant le 16; Puis on mettera autre fois le 64 ſoubs le 15360, & la ſomme de ces trois parties ſera 1244224, laquelle auſſi miſe ſoubs le 1244224 de l'extraction, les ſoubſtrayant d'icelle, ne reſtera rien, & la diſpoſition des characteres de la conſtruction achevée ſera alors comme s'enſuit. Je di que 324 eſt la racine requiſe.

*Demonſtration.* Le cube de 324 eſt 34012224 egal au nombre cubique donné; Doncques 324 eſt la vraye racine requiſe; ce qu'il falloit demonſtrer.

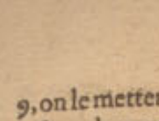
*Neufieſme exemple de l'extraction de racine cubique, de nombre entier à ſa racine commenſurable, d'aultre maniere que par le precedant 8. exemple.*

NOTA.

l'Extraction de racine cubique, que nous avons deſcript au precedant 8 exemple, declarerons autrefois en ce neufieſme, mais par autre maniere d'operation, à ſçavoir comme nous l'uſons en la practique, & à mon advis plus facile que n'eſt la precedante, laquelle nous avons ſeulement deſcript, pour demonſtrer par icelle, la generale methode des extractions de toutes racines. *Explication du donné.* Soit donné autre fois le nombre cubique à ſa racine commenſurable, 34012224. *Explication du requis.* Il faut trouver ſa racine cubique. *Conſtruction.* On tirera ſoubs le nombre donné deux lignes, entre les meſmes mettera on trois poincts comme au precedant huictieſme exemple, en la ſorte ſuivante. Puis pour avoir le premier charactere de la racine, il faut prendre la racine cubique de 34, au plus pres qu'on peut, & moindre, qui ſera (ce qu'on trouve dans la table du huictieſme exemple) 3, le mettant au premier poinct entre les lignes vers la ſeneſtre; puis diſant 3 en ſoy faict 9, on

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

9, on le mettera soubs ledict 3; puis 3 fois 9 faict 27, de 34 reste 7, le mettant sur le 4, & trenchant 9 & 34; & leur disposition sera telle. Or pour trouver le second charactere de la racine, il faut multiplier ce qu'il y a venu pour premier charactere, à sçavoir 3, tousiours par 3, faict 9, lequel autrefois multiplié par 3, premier charactere de la racine, faict 27; soubs lequel on mettera autrefois le 9 du produict precedant, & la disposition sera alors telle.



| | | |
|---|---|---|
| Du premier poinct | 3. | |
| Tousiours . . | 3. | |
| Produict . . | 9. | 7 |
| Du premier poinct | 3. | ʒ4012224 |
| Produict | 27. | 3 |
| Produict anteced. | 9. | ϑ |
| Du second poinct | . | |
| Produict. . . | . | |

Puis il faut mettre le 27 soubs le 70 disant; combien de fois 2 (trenchant le 2) en 7? se trouve 2 fois, reste 3, lequel 2 on mettra au second poinct, & le reste 3 (trenchant le 7) sur le 7; Puis 7 fois 2 faict 14, de 30, reste 16, le mettant sur le 30, & trenchant 7 & 30; Puis on multipliera le 9 (auquel est escrit, Produict antecedant) par le 2 second poinct, faict 18; Et la disposition sera alors telle.

| | | |
|---|---|---|
| Du premier poinct | 3. | 1 |
| Tousiours . . | 3. | ʒ |
| Produict . . | 9. | 76 |
| Du premier poinct | 3. | ʒ4ϑ12224 |
| Produict | 27. | 3 2 . |
| Produict antecedant | 9. | ϑ7 |
| Du second poinct | 2. | z |
| Produict | 18. | |

Puis il faut mettre ces 18 soubs le 61, disant 1 fois 2 (2 du second poinct) faict 2, de 6, reste 4, le mettant sur le 6, & trenchant 1 & 6; Puis 8 fois 2 font 16, de 141, reste 125, trenchant 8 & 141; Puis 2 du second poinct en soy faict 4, le mettant soubs le 2; puis 4 fois 2 faict 8, de 1252, reste 1244, trenchant 4, &c. Et la disposition sera alors telle.

| | | |
|---|---|---|
| Du premier poinct | 3. | 12 |
| Tousiours . . | 3. | ʒ44 |
| Produict . . | 9. | 7684 |
| Du priemier poinct | 3. | ʒ4ϑzz224 |
| Produict . . | 27. | 3 2 . |
| Produict antecedant | 9. | ϑ784 |
| Second poinct | 2. | zz |
| Produict | 18. | |

Or pour trouver le troisiesme charactere de la racine, il faut proceder tout ainsi cõme on a fait cy dessus pour trouver le second, & ne se trouvera en l'operation aucune difference. Il faut doncques multiplier ce qu'il y a venu pour les deux premiers characteres de la racine: à sçavoir 32, tousiours par 3, faict 96, lequel autrefois multiplié par 32, donne produict 3072, soubs le mesme se mettra autrefois le 96 du produict antecedant; Dont la disposition sera alors telle.

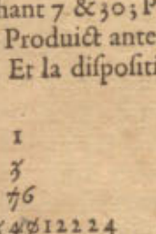
| | | | |
|---|---|---|---|
| Du premier poinct | 3. | Du premier & 2. poinct | 32. |
| Tousiours | 3. | Tousiours | 3. |
| Produict | 9. | Produict | 96. |
| Du premier poinct | 3. | Du premier & 2. poinct | 32. |
| Produict | 27. | Produict | 3072. |
| Produict antecedant | 9. | Produict antecedant | 96. |
| Second poinct | 2. | Troisiesme poinct | . |
| Produict | 18. | Produict | . |

12
ʒ44
7684
ʒ4ϑzz224
3 2 .
ϑ784
zz

Puis il faut mettre 3072 soubs le 12442, disant, combien de fois 3 en 12? faict 4 fois, lequel se mettera au troisiesme poinct entre les lignes, trenchant le 123; Puis on dira, 0 fois 4 (trenchant 0) faict 0, de 4 reste 4, puis 7 fois 4 faict 28, de 44 (trenchant 7 & 44) reste 16, le mettant sur le 44, puis 2 fois 4 font 8 de 162 (trenchant 2 & 6) reste 154; Puis on multipliera les 96 (96 auquel est escript, Produict antecedant) par le 4 du troisiesme poinct, faict 384. Et la disposition sera alors telle.

| | | | |
|---|---|---|---|
| Du premier poinct | 3. | Du premier & 2. poinct | 32. |
| Tousiours | 3. | Tousiours | 3. |
| Produict | 9. | Produict | 96. |
| Du premier poinct | 3. | Du premier & 2. poinct | 32. |
| Produict | 27. | Produict | 3072. |
| Produict antecedant | 9. | Produict antecedant | 96. |
| Second poinct | 2. | Du troisiesme poinct | 4. |
| Produict | 18. | Produict | 384. |

Puis on mettera ce 384 soubs le 1542, disant, 3 fois 4 faict 12, de 15 (trenchant le 3 & 15) reste 3: puis 8 fois 4 faict 32 de 34 reste 2, trenchant le 8 & 34: Puis 4 fois 4 faict 16 de 22 (trenchant 4 & 22) reste 6, puis 4 du troisiesme poinct en soy faict 16, le mettant soubs 64, & disant 1 fois 4 faict 4, de 6 (trenchant 1 & 6) reste 2, on le mettera sur le 6, puis multiplié 6 par 4, faict 24, qui soubstraict de 24 (trenchãt 6 & 24) n'y reste rien; Et la disposition achevée sera alors telle.



| | | | |
|---|---|---|---|
| Du premier poinct | 3. | Du premier & 2. poinct | 32. |
| Tousiours | 3. | Tousiours | 3. |
| Produict | 9. | Produict | 96. |
| Du premier poinct | 3. | Du premier & 2. poinct | 32. |
| Produict | 27. | Produict | 3072. |
| Produict antecedant | 9. | Produict antecedant | 96. |
| Du second poinct | 2. | Du troisiesme poinct | 4. |
| Produict | 18. | Produict | 384. |

ʒ
zzz8
ʒ44ϑzz
7684ϑ4
ʒ4ϑzzzz4
3 2 4
ϑ784z4ϑ
zzϑ7ϑz
ʒ ʒ

Et semblable seroit le progres de l'operation, s'il y eust d'avantage des poincts entre les lignes. Ie di que 324 est la racine requise; Dont la demonstration est faicte au precedant huictiesme exemple.

*Dixiesme exemple de l'extraction de racine cubique, de nombre entier à sa racine incommensurable.*

*Explication du donné.* Soit le nombre cubique entier à sa racine incommensurable 600. *Explication du requis.* Il faut trouver sa racine cubique. *Construction.* On dira pour solution que c'est ✓ ③ 600; Dont la demonstration est manifeste.

*Onziesme exemple de l'extraction de racine cubique bien pres, laquelle soit à nombre Arithmetique commensurable: De nombre cubique entier à sa racine incommensurable.*

*Explication du donné.* Soit donné le nombre cubique



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

entier à ſa racine incommenſurable 600. *Explication du requis.* Il faut trouver ſa racine cubique bien pres, & à nombre Arithmetique commenſurable. *Conſtruction.* On extraira racine cubique de 600 par le 9 exemple, & ſera 8, reſtant 88, le meſme ſe mettra pour numerateur ſur une ligne; Et pour trouver le nominateur, il faut faire ainſi:

| | |
|---|---|
| Racine trouvée | 8 |
| A la quelle ajouſté touſiours | 1 |
| Faict en Somme | 9 |
| Le triple de la racine trouvée | 24 |
| Qui multiplié par ladicte ſomme faict | 216 |
| Auquel ajouſté touſiours | 1 |
| Faict | 217 |

Le meſme 217 ſe mettera ſoubs le ſusdict 88 en ceſte ſorte $\frac{88}{217}$. Ie di que $8\frac{88}{217}$ eſt la racine cubique requiſe, à ſçavoir bien pres de la vraye racine, & à nombre Arithmeticque commenſurable.

NOTA. Nicolas Tartaglia traictant curieuſement de ceſte reſte, n'ajouſte poinct ce dernier 1, comme nous (avec Iuan Peris de Moya) avons faict, & à mon avis, voulant donner reigle generale, il y a plus de raiſon de l'ajouſter, que de le laiſſer. Il eſt vray qu'il y a aucuns exemples, auſquels nous approchons plus pres en le laiſſant, mais il y a auſſi des autres eſquels au contraire nous approchons plus pres en l'ajouſtant. Comme la racine cubique de 9, omettant ce dernier 1, eſt $2\frac{1}{18}$, & ſera plus pres au requis, qu'en l'ajouſtant, comme $2\frac{1}{19}$, car le cube de $2\frac{1}{18}$, eſt $8\frac{3997}{5832}$, qui eſt plus pres au 9, que le cube de $2\frac{1}{19}$: Mais prennons maintenant la racine cubique de 7, ſelon l'une & l'autre maniere, & ſe trouvera qu'en ajouſtant ledict 1, la racine ſera $1\frac{6}{7}$, qui ſera plus pres, qu'en l'omettant, laquelle alors ſera 2: Car le cube de $1\frac{6}{7}$, qui eſt $6\frac{139}{343}$, eſt plus pres au 7, que n'eſt le cube de 2, qui eſt 8. Or l'argument (tel qu'il eſt, car c'eſt d'un different de peu d'importance) par lequel je prefere ceſte maniere à celle la, eſt, qu'il ſemble plus equitable, que la potence de racine trouvée, n'excede jamais au nombre donné: Comme nous voyons le ſemblable en extractions de racines quarrees, la ou le quarré de la racine n'excede jamais au nombre donné; un autre en pourra faire à ſa fantaſie. *Demonſtration.* Le cube de $8\frac{88}{217}$ eſt $593\frac{8944615}{10218313}$, & faudroit eſtre, pour l'avoir preciſement 600, c'eſt doncques bien pres; il appert auſſi que c'eſt racine à nombre Arithmeticque commenſurable; ce qu'il falloit demonſtrer.

## *Autre maniere d'approcher infiniment plus pres.*

Mais ſi on vouluſt la racine cubique de 600, encore plus pres, on pourra proceder comme nous avons faict au 4 exemple en ceſte ſorte: On prendra le cube de 100. qui eſt 1000000. par le meſme ſe multipliera 600, faict 600000000, du meſme extraira on racine cubique par ceſt 11 exemple, & ſera $843\frac{922893}{2134477}$, les meſmes diviſera on par 100 (par ce que par 100 a eſté multiplié) & donne quotient $8\frac{92703404}{213447700}$, qui eſt plus pres du requis que n'eſt la precedante premiere ſolution.

Mais ſi on vouluſt approcher encore beaucoup plus pres, on prendra le cube de 1000, ou 10000, &c. & on fera par iceluy, comme nous avons faict cy deſſus par le cube de 100. De ſorte qu'on peult ainſi infiniment approcher au vray, mais jamais n'y peult on avenir par telle maniere: dont la raiſon eſt (comme nous avons auſſi dict de la racine quarrée au 4 exemple) que l'incommenſurable ne peult eſtre commenſurable.

*Douzieſme exemple de l'extraction de racine cubique de nombre rompu à ſa racine commenſurable.*

*Explication du donné.* Soit donné nombre cubique rompu à ſa racine commenſurable $\frac{8}{27}$. *Explication du requis.* Il faut trouver ſa racine cubique. *Conſtruction.* On extraira racine cubique du numerateur 8, qui eſt 2, le mettant ſur une ligne: Puis racine cubique du nominateur 27, qui eſt 3, le mettant ſoubs ladicte ligne, en ceſte ſorte $\frac{2}{3}$. Ie di que $\frac{2}{3}$ eſt la racine cubique requiſe. *Demonſtration.* Le cube de $\frac{2}{3}$, eſt $\frac{8}{27}$, qui ſont egales au nombre cubique donné; Doncques $\frac{2}{3}$ eſt la vraye racine requiſe; ce qu'il falloit demonſtrer.

*Trezieſme exemple de l'extraction de racine cubique de nombre rompu à ſa racine incommenſurable.*

*Explication du donné.* Soit donné nombre rompu à ſa racine incommenſurable $\frac{9}{28}$. *Explication du requis.* Il faut trouver ſa racine cubique. *Conſtruction.* On dira pour ſolution que c'eſt $\checkmark\ ③\ \frac{9}{28}$; Dont la demonſtration eſt manifeſte.

*Quatorzieſme exemple de l'extraction de racine cubique bien pres, laquelle ſoit à nombre Arithmetique commenſurable: De nombre cubique rompu à ſa racine incommenſurable.*

*Explication du donné.* Soit donné nombre cubique rompu à ſa racine incommenſurable $\frac{9}{28}$. *Explication du requis.* Il faut trouver ſa racine cubique bien pres, & à nombre Arithmetique commenſurable. *Conſtruction.* On extraira racine cubique bien pres de 9, par le 11 exemple, qui ſoit $2\frac{1}{19}$, les mettant ſur une ligne; Et puis racine cubique bien pres de 28, qui ſoit $3\frac{1}{37}$, les mettant ſoubs ladicte ligne en ceſte ſorte. qui vaillent $\frac{14433}{21128}$. Ie di que $\frac{14433}{21128}$ eſt la racine cubique requiſe; à ſçavoir bien pres. dont la demonſtration ſera ſemblable aux precedantes.

$$\frac{2\frac{1}{2\,9}}{3\frac{1}{37}}$$

### *Autre maniere ſur ce quatorzieſme exemple.*

Mais nous ferons plus proprement, trouvant racine cubique parfaicte, reſpondant au numerateur ou nominateur, ainſi: On mettera le 9 ſur une ligne, puis ſe multipliera le 28 par 9, faict 252, le meſme autre fois par 9, faict 2268, duquel la racine cubique aſſez pres $13\frac{71}{147}$, leſquels on mettra ſoubs ladicte ligne, & ſera rompu tel: qui vault $\frac{547}{798}$.

Ou autrement, on pourra mettre le 28 ſoubs la ligne, multipliant le 28 par 9, faict 252, le meſme autrefois par 28, faict 7056, duquel la racine cubique, par le 11 exemple, aſſez pres eſt $19\frac{197}{1141}$, leſquels on mettra deſſus la ligne en ceſte ſorte. qui vaillent $\frac{5469}{7984}$.

$$\frac{19\frac{197}{1141}}{28}$$

NOTA. Si le rompu donné, ne fuſt pas rompu premier, on le trouvera par le 6 probleme: car il avient aucunefois, que de ceſtuy-la on ne pourra extraire racine à ſon cube commenſurable, mais bien de ceſtui-cy; par exemple, de $\frac{24}{81}$, chaſcun terme tient racine cubique à ſon cube incommenſurable. Mais ſon premier rompu $\frac{8}{27}$, tient chaſcun terme à ſa racine commenſurable, comme $\frac{2}{3}$.

*Vinzieſme exemple de l'extraction de racine de quarte quantité de nombre entier à ſa racine commenſurable.*

*Explication du donné.* Soit donné nombre de quarte quantité à ſa racine commenſurable 11019960576; *Explication du requis.* Il faut trouver ſa racine de quarte quantité.

NOTA.

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

NOTA. Nous pourrions pour solution de ceste proposition, extraire racine quarrée du nombre donné, qui est 104976, & de la mesme autre fois racine quarré, qui est pour solution 324, & est ceste operation plus facile que la suivante: Mais à fin que nous demonstrions ceste generale reigle, de l'extraction de toutes especes de racines, nous le ferons par icelle. *Construction.* On se preparera premierement une table des potences de quarte quantité, des neuf characteres de l'Arithmetique telle:

| Racines | Potences |
|---|---|
| 1. | 1 |
| 2. | 16 |
| 3. | 81 |
| 4. | 256 |
| 5. | 625 |
| 6. | 1296 |
| 7. | 2401 |
| 8. | 4096 |
| 9. | 6561 |

Puis on tirera soubs le nombre donné deux lignes, & entre les mesmes se mettront des poincts, de quatriesme en quatriesme charactere, commençant à la dextre, comme sont les trois poincts soubs les characteres 0. 6. 6. en ceste sorte:

110199 60576
. . .

Puis il faut prendre la racine de quarte quantité en nombres entiers de 110 au plus pres qu'on peut, & moindre, qui sera par la susdicte table 3, le mettant au premier poinct: Puis se soubstraira 81 (qui est la potence de quarte quantité de 3) de 110, reste 29, les mettant sur le 10, & trenchant 110, & 81, dont la disposition sera telle:

29
ιιβ19960576
3 . .
81

Or pour trouver le second charactere de racine, il faut mettre à part, & en ordre, 4000, & 600, & 40 (qui sont les nombres servans generalement à toute extraction de racine de quarte quantité, comme nous avons dict cy dessus) & au devant de 40, se mettra ce qu'il y a venu pour racine, à sçavoir 3, & sa potence quarré 9, sur le mesme 3 joignant 600: Puis le cube de 3 qui est 27, joignant 4000, puis se multipliera le 4000, par le 27, faict 108000, par le mesme se diviséra 291996, & se trouve 2 pour quotient, le mesme se mettra au second poinct, entre les lignes, & aussi pres 4000, qui sont mis à part: Puis on mettra soubs 2 son quarré . , & soubs le mesme le cube dudict 2, qui est 8, & soubs le mesme la potence de quarte quantité de 2 qui est 16, dont leur disposition sera alors telle:

27. 4000. 2. 29
9. 600. 4. ιιβ19960576
3. 40. 8. 3 2 .
16. 81

Puis il faut multiplier le 4000, par 27, dõne produict 108000, & le mesme par 2, donne produict 216000, lequel se multipliera par le 2: Semblablement se multipliera 600 par 9, faict 5400, le mesme par 4, faict 21600, lequel se mettra pres le 4: Semblablement se multipliera 40, par 3, faict 120, le mesme par 8, faict 960, lequel se mettra joignant 8: Puis on mettra autre fois le 16, soubs le 960, & la somme de ces quatre parties sera 238576, laquelle se mettra aussi soubs le 291996, la soubstrayant d'icelle, & restera encore 53420; Dont la disposition sera alors telle:

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 27. | 4000. | 2. | 216000. | 5 |
| 9. | 600. | 4. | 21600. | ιιβ3420 |
| 3. | 40. | 8. | 960. | ιιβ19960576 |
| | | 16. | 16. | 3 2 . |
| | | | 238576. | 81 8 8 7 6 |
| | | | | ιιβ3 |

Or pour trouver le troisiesme charactere de la racine, il faut proceder tout de mesme sorte, comme nous avons faict pour l'invention du second charactere; On mettera doncques autrefois apart & en ordre le 4000, & 600, & 40 (qui sont les nombres servans generalement pour toute extraction de racine de quarte quantité) & au devant dudict 40 se mettra ce qu'il y a venu pour racine, à sçavoir 32, & son quarré 1024, sur le mesme 32, joignant 600, puis le cube dudict 32, qui est 32768, se mettra sur le 1024, joignant 4000; Puis on multipliera le 4000, par le 32768, faict 131072000, par le mesme faut il diviser le 728600576, & se trouve pour quotient 4, le mesme se mettra au troisiesme poinct entre les lignes, & aussi joignant 4000, qui sont mis à part; Puis on mettra soubs 4, son quarre 16, & soubs le mesme, le cube dudict 4, qui est 64, & soubs le mesme la quarte quantité dudict 4, qui est 256. Et leur disposition sera alors telle:

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 27. | 4000. | 2. | 216000. | 5 | | |
| 9. | 600. | 4. | 21600. | ιιβ3420 | | |
| 3. | 40. | 8. | 960. | ιιβ19960567 | | |
| | | 16. | 16. | 3 2 4 | | |
| | | | 238576. | 81 8 8 7 6 | | |
| 32768. | 4000. | | 4. | ιιβ3 | | |
| 1024. | 600. | | 16. | | | |
| 32. | 40. | | 64. | | | |
| | | | 256. | | | |

Puis il faut multiplier le 4000, par 32768, faict 131072000, le mesme par 4, faict 524288000, lequel se mettra joignant 4; Semblablement se multipliera 600, par 1024, faict 9830400, lequel se mettra pres le 16; Semblablement 40, par 32, faict 1280, & le mesme par 64, faict 81920, puis on mettra autrefois le 256 soubs le 81920, & la somme de ces quatre parties sera 534100576, laquelle se mettra aussi soubs le 534200576 de l'extraction, les soubstrayant d'icelle, & ne restera rien. Et la disposition achevée sera alors telle:

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 27. | 4000. | 2. | 216000. | 8 | | |
| 9. | 600. | 4. | 21600. | ιιβ3420 | | |
| 3. | 48. | 8. | 960. | ιιβ19960567 | | |
| | | 16. | 16. | 3 2 4 | | |
| | | | 238576. | 81 8 8 7 6 | | |
| | | | | ιιβ3 | | |
| 32768. | 4000. | | 4. | 524288000. | | |
| 1024. | 600. | | 16. | 9830400. | | |
| 32. | 40. | | 64. | 81920. | | |
| | | | 256. | 256. | | |
| | | | | 534100576. | | |

Je di que 324 est la racine de quarte quantité requise. *Demonstration.* La potence de quarte quantité de 324, est 10199605 76, laquelle est egale au nombre donné, doncques 324 est la vraye racine requise; ce qu'il falloit demonstrer.

*Sizieſme exemple de l'extraction de racine de quinte quantité, de nombre entier à sa racine commensurable.*

*Explication du donné.* Soit donné nombre de quinte quantité *a sa racine commensurable* 3570467 216624.

*Explication du requis.* Il faut trouver sa racine de quinte quantité. *Construction.* Premierement on se preparera une table de potences de quinte quantité des neuf characteres des cyffres telle:



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

| Racines | Potences |
|---|---|
| 1. | 1. |
| 2. | 32. |
| 3. | 243. |
| 4. | 1024. |
| 5. | 3125. |
| 6. | 7776. |
| 7. | 16807. |
| 8. | 32768. |
| 9. | 59049. |

Quant au reſte, veu que nous avons aſſez amplement demonſtré aux precedans exemples, l'ordre qu'il faut tenir en les extractions de toutes eſpeces de racines, nous ne ferons de ceſte conſtruction aucune explication verbale, mais ſeulement la diſpoſition des characteres de l'operation achevée en telle ſorte:

81. 50000. 2. 8100000. zz
27. 10000. 4. 1080000. z1 4 5 0 z 4 0
9. 1000. 8. 72000. z 5 7 0 4 6 7 z z 6 6 z 4
3. 50. 16. 2400. 3 2 4
32. 32. z 4 3 5 4 4 3 z z 6 6 z 4
925443 2. 9 z 5 0 z 4 0
z z

1048576. 50000. 4. 2097152 00000.
32768. 10000. 16. 524288 0000.
1024. 1000. 64. 65536000.
32. 50. 256. 409600.
1024. 1024.
2150240266 24.

Je di que le 324 eſt la racine de quinte quantité requiſe. *Demonſtration.* La potence de quinte quantité de 324 eſt 357046722 6624, qui eſt egale au nombre donné; ce qu'il falloit demonſtrer.

### Nota I.

Il appert aſſez aux precedans exemples, quel ſera l'infini progres de toutes les autres extractions de racines, comme de ſexte, ſeptieſme quantitez, &c. Les avertiſſemens des exemples precedans, ſe peuvent auſſi appliquer à ces deux derniers; à ſçavoir de l'extraction de racines à leurs quarrez incommenſurables; Et de l'infini approchement au requis; Et de l'extraction de racines de nombres rompuz.

### Nota II.

Quant aux extractions des racines de racines, les meſmes ſont par les precedantes aſſez manifeſtes: car la voulant extraire de 16, ſa premiere racine quarrée ſera 4, & autrefois racine quarrée de 4, eſt 2; Doncques 2 eſt racine quarrée de racine quarrée de 16. Et de meſme ſorte nous dirons que racine quarrée de racine quarrée de 9, eſt $\surd$ 3, mais de 7 eſt $\surd\surd$ 7. Auſſi que la racine cubique de racine cubique de 512, eſt 2, & de 8 eſt $\surd$ ③ 2, & de 10 eſt $\surd\surd$ ③ 10. Semblablement que la racine quarrée de la racine cubique de 729 eſt 3, &c. *Concluſion.* Eſtant doncques donné nombre geometrique ſimple, nous avons trouvé ſa racine requiſe; ce qu'il falloit faire.

## Deuxieſme diſtinction des quatre numerations de racines entieres ſimples, & d'autres computations à icelles appartenantes.

### Probleme XIX.

*Eſtant donnees deux racines d'eſpeces differentes: les reduire en racines d'une meſme eſpece.*

*Explication du donné.* Soyent donnees deux racines d'eſpeces differentes telles, $\surd$ ② 5, & $\surd$ ③ 6. *Explication du requis.* Il les faut reduire en racines d'une meſme eſpece, c'eſt à dire, qu'il faut trouver deux autres racines d'une meſme eſpece, & egales à les donnees.

Nota. Ceſte conſtruction ſe trouve ſemblable à celle du 9 probleme, de la reduction des nombres Arithmetiques rompuz à un commun nominateur. *Conſtruction.* On prendra la potence de ſeconde quantité (de ſeconde quantité, par ce que l'une racine donnée eſt de ſeconde quantité) ou quarrée de 6 (6 de la $\surd$ ③ 6 donnée) qui eſt 36: Semblablement la potence de tierce quantité (de tierce quantité, par ce que l'autre racine donnée eſt de tierce quantite) ou cubique de 5 (de 5 de la $\surd$ ② 5 donnée) qui eſt 125: Or pour trouver leur commune quantité, on multipliera les nominateurs des racines donnees, qui ſont ② & ③, l'un par l'autre, diſant, ② fois ③ faict ⑥, doncques la ſexte quantité eſt aux 36, & 125 la commune quantité: c'eſt à dire, que $\surd$ ⑥ 125, & $\surd$ ⑥ 36, ſont les racines requiſes, à ſçavoir d'une meſme eſpece, & egales à les racines donnees; Dont la diſpoſition des characteres de l'operation achevée eſt telle: *Demonſtration.* Que les racines trouvees ſont d'une meſme eſpece de ⑥. Auſſi que $\surd$ ⑥ 125 eſt (par le 18 probleme) $\surd$ ② 5. Item que $\surd$ ⑥ 36 vault $\surd$ ③ 6, eſt manifeſte; ce qu'il falloit demonſtrer. *Concluſion.* Eſtant doncques donnees deux racines d'eſpeces differantes, nous les avons reduict en racines d'une meſme eſpece, ce qu'il falloit faire.

$\surd$ ⑥ 125 $\quad$ $\surd$ ⑥ 36

$\surd \frac{5}{②} \times \surd \frac{6}{③}$

⑥

### Probleme XX.

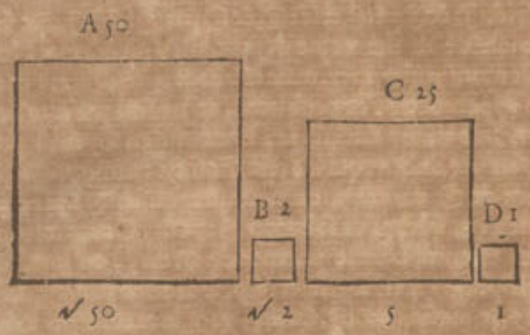
*Eſtant donnees deux racines: Trouver s'elles ſont commenſurables ou incommenſurables.*

*Exemple 1. de racines quarrées.*

*Explication du donné.* Soyent données deux racines quarrees telles, $\surd$ 50, & $\surd$ 2. *Explication du requis.* Il faut trouver s'ils ſont commenſurables, ou incommenſurables. *Conſtruction.* La generale reigle en toutes racines eſt, que l'on diviſera la potence de la maieure racine, par la potence de la moindre, & ſi le quotient contient racine (à ſçavoir telle eſpece de racine quelle ſont les racines donnees) à luy commenſurable, on dira, que les racines donnees ſont commenſurables; Mais ſi tel quotient ne tient point racine à luy commenſurable, on dira, que les racines donnees ſont incommenſurables: Suivant donc ceſte reigle, il faut diviſer 50 (qui eſt la potence quarrée de $\surd$ 50) par 2 (qui eſt la potence quarrée de $\surd$ 2) & donnent quotient 25, duquel la racine quarrée (racine quarrée, parce que les donnees ſont racines quarrees; car s'elles fuſſent racines cubiques, il faudroit extraire racine cubique, &c.) eſt 5, qui eſt au 25 commenſurable; Dont ſe conclud, que les racines donnees ſont commenſurables: Et le contraire ſe concluroit, ſi le contraire avenoit. *Preparation de la demonſtration.* Soit le quarré A de 50, & le quarré B de 2, puis diviſons le quarré A, par le quarré B, & ſe trouvera pour quotient 25, deſquels ſoit deſcript le quarré C; Soit auſſi deſcript le quarré D, duquel la quantité ſoit 1.

*Demon-*

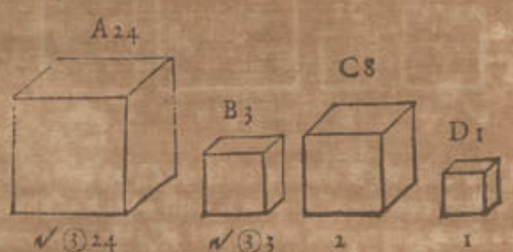
Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©




*Demonſtration.* Puis que A B C ſont termes de diviſion, & D unité, s'enſuit que comme le quarré de C, au quarré de D, ainſi le quarré A, au quarré B, & par la 22 propoſition du 6 livre d'Euclide, comme le coſté de C 5, au coſté de D 1, ainſi le coſté de A √50, au coſté de B √2; Mais 5, eſt a 1 quincuple; Doncques √50, eſt a √2 quincuple; Mais les quantitez en raiſon quincuple, ſont entre eux commenſurables; Doncques √50 eſt a √2 commenſurable; ce qu'il falloit demonſtrer. Semblable ſera auſſi la demonſtration des racines incommenſurables, laquelle nous paſſons oultre à cauſe de brieveté.

*Exemple 11. de racines cubiques.*

*Explication du donné.* Soyent donnees deux racines cubiques telles, √③24, & √③3. *Explication du requis.* Il faut trouver s'ils ſont commenſurables ou incommenſurables. *Conſtruction.* Il faut diviſer (ſuivant la reigle du precedant premier exemple) 24 (qui eſt potence cubique de √③24) par 3 (qui eſt potence cubique de √③3) donne quotient 8, à ſa racine cubique 2 commenſurable; Dont ſe conclud que les racines donnees ſont commenſurables, & le contraire ſe concluroit, ſi le contraire fuſt avenu, & ſemblable ſera l'operation en toute autre eſpece de racine quelconque. *Preparation de la demonſtration.* Soit le cube A de 24, & le cube B de 3, puis diviſons le cube A, par le cube B, & ſelon le quotient 8, ſoit deſcript le cube C, puis un autre cube D, duquel la quantité ſoit 1.




*Demonſtration.* Comme le cube C, au cube D, ainſi le cube A, au cube B, & par la 37 propoſition de 11 livre d'Euclide, comme le coſté de C 2, au coſté de D 1, ainſi le coſté de A √③24, au coſté de B √③3; Mais 2 eſt a 1 en raiſon duple, doncques √③24 eſt a √③3 en raiſon duple, & les quantitez qui ſont en raiſon duple, ſont entre eux commenſurables; Ergo √③24 eſt a √③3 commenſurable; ce qu'il falloit demonſtrer. *Concluſion.* Eſtant doncques donnez deux racines, nous avons trouvé s'ils ſont commenſurables, ou incommenſurables; ce qu'il falloit faire.

## Probleme XXI.

*Estant donnees deux racines: Trouver leur raiſon.*

*Explication du donné.* Soyent quelques deux racines donnees telles, √50, & √2. *Explication du requis.* Il faut trouver leur raiſon. *Conſtruction.* On verra par le precedant 20 probleme, ſi les racines donnees ſont commenſurables, ou incommenſurables; S'elles fuſſent incommenſurables, on diroit que leur raiſon eſt comme de √50 à √2: Mais il ſe trouve qu'elles ſont commenſurables, il faut donc proceder en ceſte ſorte: l'invention de leur commenſurance, nous à demonſtré, que la racine du quotient de leurs potences quarrees, eſt 5, d'ou on conclura, comme 5 a l'unité, ainſi √50 a √2, mais 5 eſt a 1 en raiſon quincuple, ergo di-je, √50, eſt a √2 en raiſon quincuple, ce qui eſtoit requis, dont la demonſtration eſt notoire par celle du 20 probleme.

Nota. Mais ſi de deux raiſons incommenſurables, on vouluſt cognoiſtre la majeure, on diſpoſera les raiſons en forme de rompu, les multipliant par croix, ſelon la maniere du 9 probleme. Par exemple, il y a deux raiſons, l'une de 2 a √7, l'autre de √5 a 3, deſquelles on veut cognoiſtre la majeure; Ie les diſpoſe comme cy deſſoubs, multipliant par croix, & mettant ſur chaſcun ſon produict, mais √36 eſt majeure que √35, je concluz doncques, que la raiſon de 2 a √7 eſt majeure que de √5 a 3.

$$\frac{2}{\sqrt{7}} \times \frac{\sqrt{5}}{3} \qquad \frac{\sqrt{36}.}{\sqrt{35}}$$

Mais ſi ces produicts fuſſent egaux, je les conclurois eſtre egales, comme en ceſte exemple.

*Concluſion.* Eſtant doncques donnees deux racines, nous avons trouvé leur raiſon.

$$\frac{4}{\sqrt{2}} \times \frac{4.}{\sqrt{8}\ .\ 1}$$

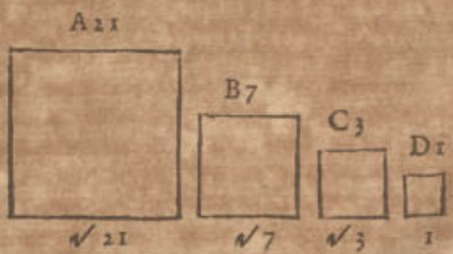
De la multiplication de racines ſimples.

## Probleme XXII.

*Estant donné racine ſimple à multiplier, & racine ſimple multiplicateur: Trouver leur produict.*

*Exemple 1.*

*Explication du donné.* Soit donnee racine à multiplier √7, & racine multiplicateur √3. *Explication du requis.* Il fault trouver leur produict. *Conſtruction.* On multipliera 7 (qui eſt le potence de √7) par 3 (qui eſt la potence de √3) faict 21, ſa racine quarree (racine quarree parce que les racines donnees ſont quarrees) eſt √21. Ie di, que √21, eſt le produict requis. *Preparation de la demonſtration.* Soyent deſcripts quatre quarrez, à ſçavoir A 21, & B 7, & C 3, & D 1, & leurs coſtez ſeront, √21, & √7, & √3, & 1.



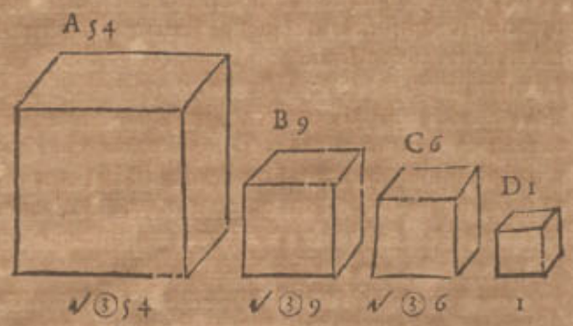

*Demonſtration.* Comme le quarré A, au quarré B, ainſi le quarré C, au quarré D; Doncques par la 22 propoſition du 6 livre d'Euclide, comme le coſté de A, au coſté de B, ainſi le coſté de C, au coſté de D, c'eſt à dire, comme √21, a √7, ainſi √3, a 1: Nous avons donc trouvé le nombre √21, contenant autant de fois le premier donné √7, qu'il y a des unitez au nombre ſecond donné √3; c'eſt doncques par la 93 definition, legitime multiplication, & par conſequant le produict √21, eſt le vray produict requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

*Exemple*

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

*Exemple* 11.

*Explication du donné.* Soit donnée racine à multiplier $\surd ③ 9$, & racine multiplicateur $\surd ③ 6$. *Explication du requis.* Il faut trouver leur produict. *Construction.* On multipliera 9 (qui est le cube de $\surd ③ 9$) par 6 (qui est le cube de $\surd ③ 6$) faict 54, duquel la racine cubique est $\surd ③ 54$. Ie di qu'elle est le produict requis. *Preparation de la demonstration.* Soyent descripts quatre cubes, à sçavoir A de 54, & B de 9, & C de 6, & D de 1, & leurs costez seront, $\surd ③ 54$, & $\surd ③ 9$, & $\surd ③ 6$, & 1.




*Demonstration.* Comme le cube A, au cube B, ainsi le cube C, au cube D, doncques par la 37 proposition de 11 livre d'Euclide, comme le costé de A, au costé de B, ainsi le coste de C, au costé de D, c'est à dire, comme la $\surd ③ 54$, a $\surd ③ 9$, ainsi $\surd ③ 6$, a 1; nous avons donc trouvé le nombre $\surd ③ 54$, contenant autant de fois le premier donné $\surd ③ 9$, qu'il y a d'unitez au nombre second donné $\surd ③ 6$; c'est donc par la 93 definition legitime multiplication, & par consequent, $\surd ③ 54$, est le vray produict requis; ce qu'il falloit demonstrer.

Nota 1. De mesme sorte nous dirons, que $\surd ④ 2$, multiplié par $\surd ④ 3$, donne produict $\surd ④ 6$, & ainsi de quinte, sexte quantite, &c.

Item que 1, multiplié par $\surd 3$, donne produict $\surd 12$.

Item que $\surd 3$, multiplié par $\surd 12$, donne produict 6.

Et $\surd \frac{3}{3}$, multiplie par $\surd \frac{7}{8}$, donne produict $\surd \frac{21}{4}$.

Ité que $\surd ③ 32$, multipliée par $\surd ③ 2$, donne produict 4.

Item que $\surd ③ \frac{2}{3}$, multiplie par $\surd ③ \frac{2}{3}$, donne produict $\surd ③ \frac{4}{15}$.

Item que $\surd 3$, multiplié par $\surd 2$, donne produict $\surd 6$.

Item que $\surd ③ 2$, multiplié par $\surd ④ 3$, donne produict $\surd ⑫ 432$. car les differences especes de racines, converties à une mesme espece de racine, par le 19 probleme, sont $\surd ⑪ 16$, & $\surd ⑫ 27$, lesquelles multipliees font comme dessus $\surd ⑫ 432$: Et ainsi des autres.

Nota 11. Il est manifesté par ce probleme, comment on trouvera la Potence requise à tout simple nombre donné, veu que c'est autant, comme si nombre à multiplier, & multiplicateur, fussent donnez egaux. Par exemple, pour trouver le quarré de 2, on multipliera 2 en soy, faict 4; Et pour avoir le cube de 2, on multipliera ledict 4 autrefois par 2, faict pour solution 8. Et pour la potence de ④ de 2 on multipliera ledict 8 par 2, faict pour solution 16. Et semblablement le quarré de $\surd 3$ est 2, & son cube $\surd 27$. Aussi le quarré de $\surd 5$ est $\surd 5$, & son cube $\surd 125$; & ainsi des autres. Mais si l'on requeroit la potence de quantité bien haulte, par exemple potence de 8 de 3, parce qu'il seroit ennuieus, de multiplier tant de fois, il y a compendie (que les autres appellent impropremét reigle de progression geometrique) tel: On multipliera ① 3 en soy (il est vray qu'il n'y a point de ① au 3 donné, mais nous posons cóme par reigle, que 3 soit la valeur de 1 ①) faict ② 9 (la raison pourquoy ① multiplié par ① faict ②, & ② par ③ faict ④, & ④ par ③ faict ⑦, &c. sera demonstré au theoreme devant le 49 probleme: Nous le demonstrerions icy, mais estant cecy seulement comme appendice de ce probleme, ce ne sera pas son lieu) le mesme en soy faict ⑧ 81, le mesme en soy faict pour la potence de ⑧ requise 6561. Et si on eust requis la potence de ⑨ dudict 3, on multiplieroit les ⑧ 6561, par ledict ① 3, faict pour solution ⑨ 19683; Ou autrement, pour trouver ladicte potence de ⑨ de 3, on pourroit multiplier ① 3 en soy, faict ② 9, le mesme par ① 3, faict ③ 27, le mesme en soy, faict ⑥ 729, le mesme par ledict ③ 27, faict pour solution, comme dessus ⑨ 19683. & ainsi d'autres semblables. *Conclusion.* Estant doncques donnée racine simple à multiplier, & racine simple multiplicateur, nous avons trouvé leur produict; ce qu'il falloit faire.

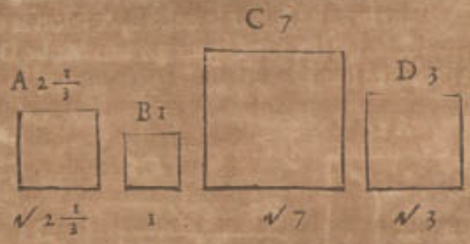
De la division de racines simples.

## Probleme XXIII.

*Estant donnée racine simple à diviser, & racine simple diviseur: Trouver leur quotient.*

*Exemple* 1. *de racines quarrees.*

*Explication du donné.* Soit donné racine à diviser $\surd 7$, & racine diviseur $\surd 3$. *Explication du requis.* Il faut trouver leur quotient. *Construction.* On divisera 7 (qui est le quarré de $\surd 7$) par 3 (qui est le quarré de $\surd 3$) donne quotient $2\frac{1}{3}$, desquelles la racine quarrée (racine quarree par ce que les racines donnees sont quarrees) est $\surd 2\frac{1}{3}$: Je di, que $\surd 2\frac{1}{3}$, est le quotient requis. *Preparation de la demonstration.* Soyent descripts quatre quarrez, à sçavoir, A de $2\frac{1}{3}$, & B de 1, & C de 7, & D de 3, & leurs costez seront, $\surd 2\frac{1}{3}$, & 1, & $\surd 7$, & $\surd 3$. *Demonstration.* Comme le quarré A, au quarré B, ainsi le quarré C, au quarré D; doncques par la 22 proposition du 6 livre d'Euclide, comme le costé



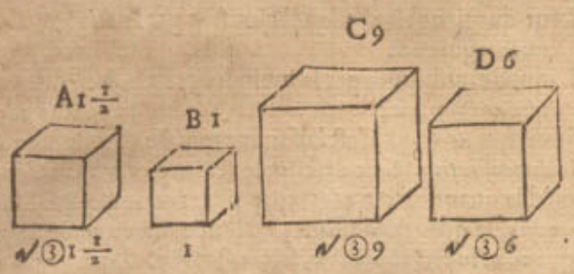

de A, au costé de B, ainsi le costé de C, au costé de D; c'est à dire, comme $\surd 2\frac{1}{3}$, a 1, ainsi $\surd 7$, a $\surd 3$; nous avons doncques trouvé le nombre $\surd 2\frac{1}{3}$, contenant autant de fois l'unité, quantesfois le nombre à diviser, contient le diviseur, c'est doncques par la 97 definition legitime division, & par consequent le quotient $\surd 2\frac{1}{3}$, est le vray quotient requis; ce qu'il falloit demonstrer.

*Exemple* 11. *de racines cubiques.*

*Explication du donné.* Soit donné racine à diviser $\surd ③ 9$, & diviseur $\surd ③ 6$. *Explication du requis.* Il faut trouver leur quotient. *Construction.* On divisera 9 (qui est le cube de $\surd ③ 9$) par 6 (qui est le cube de $\surd ③ 6$) donne quotient $1\frac{1}{2}$, sa racine cubique est $\surd ③ 1\frac{1}{2}$: Je di, que $\surd ③ 1\frac{1}{2}$, est le quotient requis. *Preparation de la demonstration.* Soyent descripts quatre cubes, à sçavoir A de $1\frac{1}{2}$, & B de 1, & C de 9, & D de 6, & leurs costez seront, $\surd ③ 1\frac{1}{2}$, & 1, & $\surd ③ 9$, & $\surd ③ 6$. *Demonstration.* Comme le cube A, au cube B, ainsi le cube C, au cube D, doncques par la 37 proposition du 11 livre d'Euclide, comme le coste de A, au

costé

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©




costé de B, ainsi le costé de C, au costé de D, c'est à dire, comme √③ $1\frac{1}{2}$, à 1, ainsi √③ 9, à √③ 6; nous avons doncques trouvé le nombre √③ $1\frac{1}{2}$, contenant autant de fois l'unité, quantes fois le nombre à diviser contient le diviseur; doncques par la 97 definition, c'est legitime division, & par consequent, le quotient √③ $1\frac{1}{2}$, est le vray quotient requis; ce qu'il falloit demonstrer.

NOTA. Nous dirons par mesme raison, que √④ 10, divisée par √④ 2, donne quotient √④ 5, & ainsi de quinte, sexte quantité, &c.

Item, que √ 12, divisée par 2, donne quotient √ 3.

Item, que √ 12, divisée par √ 3, donne quotient 2.

Item, que √ $\frac{2}{3}$, divisée par √ $\frac{3}{4}$, donne quotient √ $\frac{8}{9}$.

Item, que √③ 54, divisée par √③ 2, donne quotient 3.

Item, que √③ $\frac{3}{4}$, divisée par √③ $\frac{2}{3}$, donne quotient √③ $\frac{9}{8}$.

Item, que ₩ 18, divisée par ₩ 3, donne quotient ₩ 6.

Item, que √ ④ 3, divisée par √③ 2, donne quotient √ (12) $1\frac{11}{16}$: car les differentes especes converties, &c.

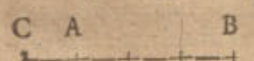
*Conclusion.* Estant doncques donnée racine simple à diviser, & racine simple diviseur; nous avons trouvé leur quotient; ce qu'il falloit faire.

### THEOREME.

*TOut quotient plus un, multiplié par son diviseur, donne produict egal à la somme du nombre à diviser & diviseur.*

*Explication.* Soit 10 divisé par 2, le quotient est 5, au mesme ajousté 1, faict 6, qui multiplie par le diviseur 2 faict 12, egal à la somme de 10 & 2, selon le theoreme.

*Autre explication geometrique.* Soit la ligne à diviser A B, triple au diviseur A C, & divisons A B, par A C, le quotient sera 3, auquel ajouste 1, par reigle, faict 4, multiplions par le mesme C A, & sera quatrefois C A, qui est C B, somme des deux quantitez donnees.




*Conclusion.* Tout quotient donc plus un, multiplié par son diviseur, donne produict egal à la somme du nombre à diviser & diviseur; ce qu'il falloit demonstrer.

De l'addition des racines simples.

### PROBLEME XXIV.

*EStant donnees racines simples à ajouster: Trouver leur somme.*

*Exemple 1. des racines quarrées.*

*Explication du donné.* Soyent les racines à ajouster donnees telles, √ 8, & √ 2. *Explication du requis.* Il faut trouver leur somme.

NOTA.

Avant que nous venons à la construction, il faut noter pour reigle generale, que tous nombres à ajouster incommensurables, se solvent par +, comme la somme de √ 3 & √ 2, est √ 3 + √ 2. Mais les commensurables, comme sont ces nombres donnez (laquelle commensurance se cognoit par le 20 probleme) se solveront par les manieres suivantes.

*Premiere construction du premier exemple.*

| | |
|---|---|
| La majeure racine donnée | √ 8. |
| La moindre | √ 2. |
| Leur quotient est 2, auquel adjousté 1, par reigle, faict 3, qui vault | √ 9. |
| Laquelle multipliée par la moindre racine donnée √ 2, faict | √ 18. |

Ie di, que √ 18, est la somme requise.

NOTA. Nous pourrions aussi mettre en la construction la majeure racine dessoubs la moindre (combien qu'il est plus commode la mettant dessus pour eviter fraction) & nous aurions la mesme somme. par exemple:

| | |
|---|---|
| La moindre racine donnée | √ 2. |
| La majeure | √ 8. |
| Leur quotient est $\frac{1}{2}$, auquel ajousté 1 par reigle, faict $1\frac{1}{2}$, qui vaut | √ $\frac{9}{4}$. |
| Laquelle multipliée par la √ 8 donnée, faict comme dessus | √ 18. |

*Premiere demonstration.*

Tout quotient plus un, multiplié par son diviseur, donne produict egal à la somme du nombre à diviser & du diviseur, par le precedant theoreme.

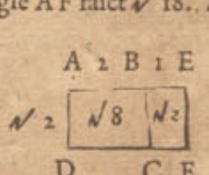
Nostre quotient plus un (qui est √ 9) est multiplié par le diviseur qui est √ 2, donnant produict √ 18.

Ergo √ 18, est egale à la somme du nombre à diviser √ 8, & du diviseur qui est √ 2.

C'est à dire, que √ 18, est la somme de √ 8 & √ 2, ce qu'il falloit demonstrer.

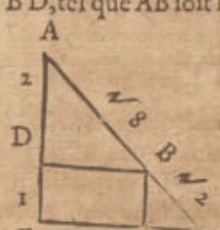
*Preparation d'aultre seconde demonstration.*

Soit descript le rectangle A B C D, duquel la quantité soit √ 8. puis le rectangle B E F C, duquel la quantité soit √ 2. Il nous faut demonstrer, que tout le rectangle A F faict √ 18. *Seconde demonstration.* Comme le rectangle A C, au rectangle B F, ainsi la ligne A B, à la B E, par la 1 proposition du 6 livre d'Euclide: Mais A C √ 8, est à B F √ 2 duple, par le 21 probleme. Doncques A B, est à B E duple; Soit donc A B quelque nombre, comme 2, double à B E 1, puis divisons A C √ 8, par A B 2, donne quotient pour la ligne A D √ 2, le mesme multiplié par A E 3, donne produict pour tout le rectangle A F √ 18; Doncques √ 8 & √ 2 font ensemble √ 18; ce qu'il falloit demonstrer.




*Preparation d'autre troisiesme demonstration.*

Soit descript la ligne A B √ 8, & B C √ 2; Et de la ligne A B, soit descript le triangle rectangle, isoscele A B D, tel que A B soit l'hypothenuse; Soit semblablement descript de la ligne B C, le triangle rectangle isoscele B E C, tel que B C soit l'hypothenuse, puis soyent produictes A D & C E, s'entrecoupans en F. Il nous faut demõstrer que toute la ligne A C faict √ 18. *Troisiesme demonstration.* Le quarré de la ligne A B, est 8, & par la 47 proposition du premier livre d'Euclide, le quarré de D A, sera la moitie de 8, à sçavoir 4. duquel la racine pour A D, est 2, & de mesme sorte se demonstrera que B E est 1, & par consequent que D F, egale à B E, est aussi 1; Doncques A F est 3, & par consequent F C aussi 3, parquoy le quarré




Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

quarré de A F ſera 9, & ſemblablement ſera le quarré de F C 9, leſquels quarrez enſemble ſont 18, le quarré doncques de A C, par ladicte 47 propoſition du 1 livre d'Euclide, eſt 18, & par conſequant ſon coſté A C, ſera ✓18; ce qu'il falloit demonſtrer.

*Seconde conſtruction du premier exemple, d'autre maniere.*

Racines donnees { ✓8 ; ✓2 } leur raiſon par le 21 probl. { 2 ; 1 }

Leur ſomme 3

Puis 2 donne 3, combien ✓8, fait par le 44 probl. pour ſolution ✓18

*Ou autrement.*

1 donne 3, combien ✓2, faict comme deſſus ✓18.

Dont la demonſtration eſt faicte cy devant, toutesfois pour plus grande evidence, nous y ajouſterons encore ceſte cy, conforme à ſa conſtruction. *Demonſtration. Article* 1. Comme ✓8 à ✓2, ainſi 2 à 1, par le 21 probleme; car l'une & l'autre eſt raiſon duple. *Article* 11. Doncques par transformée ou compoſée proportion, comme ✓8 + ✓2, à ✓2, ainſi 2 + 1, à 1, c'eſt à dire ainſi 3 a 1. *Article* 111. Comme ✓18 à ✓2, ainſi 3 à 1, par le 21 probleme; car l'une & l'autre eſt raiſon triple; Doncques ✓8 + ✓2 & ✓18, ont à un meſme la meſme raiſon, (car il eſt auſſi demonſtré au ſecond article, que comme ✓8 + ✓2, à ✓2, ainſi 3, à 1) parquoy ✓8 + ✓2, eſt egale à ✓18: mais ✓8 + ✓2, eſt la ſomme des nombres donnez, doncques ✓18 eſt auſſi la ſomme des nombres donnez; ce qu'il falloit demonſtrer.

*Troiſieſme conſtruction du premier exemple d'autre maniere.*

L'ordre de ceſte conſtruction enſemble de la quatrieſme conſtruction ſuyvante, n'eſt pas univerſelle en les additions de toutes autres eſpeces de racines, comme ſont les deux ordres precedans.

Les potences des racines donnees ſont { 8 ; 2 }

Leur produict eſt 16

Sa racine quarrée eſt 4

Son double par reigle generale eſt 8

Qui ajouſté à la ſomme des potences des racines donnees faict 18

Sa racine pour ſolution eſt ✓18

*Quatrieſme conſtruction du premier exemple d'aultre maniere.*

Les potences des racines donnees ſont { 8 ; 2 }

Leur produict eſt 16

Son quadruple pour reigle generale eſt 64

Sa racine quarrée eſt 8

Qui ajouſté à la ſomme des potences des racines donnees faict 18

Sa racine pour ſolution eſt ✓18

Dont la demonſtration eſt amplement faicte cy deſſus.

*Exemple* 11. *de racines cubiques.*

*Explication du donné.* Soyent donnees racines cubiques à ajouſter ✓③56, & ✓③7. *Explication du requis.* Il faut trouver leur ſomme.

*Premiere conſtruction du ſecond exemple, ſemblable à la premiere conſtruction du premier exemple.*

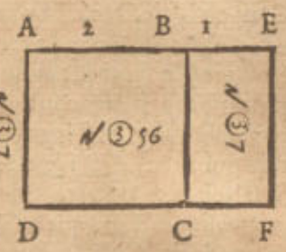
La majeure racine donnée ✓③56

La moindre ✓③7

Leur quotient eſt 2, auquel ajouſté 1 par la reigle, faict 3, qui vaut ✓③27

Laquelle multipliée par la moindre racine donnée ✓③7 faict ✓③189

Je di, que ✓③189, eſt la ſomme requiſe. *Preparation de la demonſtration.* Soit deſcript le rectangle A B C D, duquel la quantité ſoit ✓③56, puis le rectangle B E F C, duquel la quantité ſoit ✓③7. Il nous faut demonſtrer, que tout le rectangle A F, faict ✓③189. *Demonſtration.*




Comme le rectangle A C, au rectangle B F, ainſi la ligne A B, à la B E, par la 1. propoſition du 6. livre d'Euclide: Mais A C ✓③56, eſt à B E ✓③7, en raiſon double, par le 21 probleme, doncques A B eſt à B E double; Soit A B quelque nombre, comme 2, double à B E 1, puis diviſons A C ✓③56, par A B 2, donne quotient pour A D ✓③7, le meſme multiplié par A E 3, donne produict pour tout le rectangle A F ✓③189. Doncques ✓③56, & ✓③7, font ✓③189, ce qu'il falloit demonſtrer.

NOTA. La maniere de la premiere & troiſieſme demonſtration du precedant premier exemple, ſe peut auſſi appliquer à ce ſecond.

*Seconde conſtruction du ſecond exemple ſemblable à la ſeconde conſtruction du 1. exemple.*

Racines données { ✓③56 ; ✓③7 } leur raiſon par le 21. pro. { 2 ; 1 }

Leur ſomme 3

Puis 2 donne 3, combien ✓③56, faict par le 44. probleme pour ſolution ✓③189

*Ou autrement.*

1. donne 3, combien ✓③7, faict comme deſſus, ✓③189

Dont la demonſtration eſt faicte cy deſſus; toutesfois pour plus grande evidence nous y ajouſterons encore ceſte cy conforme à ſa conſtruction. *Demonſtration. Article* 1. Comme ✓③56, à ✓③7, ainſi 2, à 1, par le 21 probleme; car l'une & l'autre eſt raiſon duple. *Article* 11. Doncques par compoſée ou transformee proportion, comme ✓③56 + ✓③7, à ✓③7, ainſi 2 + 1, à 1, c'eſt à dire, ainſi 3 à 1. *Article* 111. Comme ✓③189, à ✓③7, ainſi 3 à 1, par le 21 probleme; car l'une & l'autre eſt raiſon triple. Doncques ✓③56 + ✓③7, & ✓③189, ont à un meſme la meſme raiſon (car il eſt auſſi demonſtré au ſecond article, que comme ✓③56 + ✓③7, à ✓③7, ainſi 3 à 1) parquoy ✓③56 + ✓③7, eſt egale à ③189; Mais ✓③56 + ✓③7, eſt la ſomme des nombres donnez, doncques ✓③189 eſt la ſomme des nombres donnez; ce qu'il falloit demonſtrer.

*Exemple* 111. *de racines de racines.*

*Explicacion du donné.* Soyent données racines de racines telles, ✓✓32, & ✓✓2. *Explication du requis.* Il faut trouver leur ſomme.

*Premiere conſtruction du troiſieſme exemple, ſemblable à la premiere conſtruction du premier exemple.*

La maieure racine donnée ✓✓32

La moindre ✓✓2

Leur quotient eſt 2, auquel ajouſté 1 par reigle, faict 3, qui vaut ✓✓81

Laquelle

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

Laquelle multipliée par la moindre racine donnee ✓2, faict ✓162
Je di que ✓162 est la somme requise.

*Seconde construction du troisiesme exemple, semblable à la seconde construction du premier exemple.*

Racines donnees {✓32 ✓2} leur raison par le 21 prob. {2 1}
Leur somme 3
Puis 2 donne 3, combien ✓32. faict par le 44 probleme pour solution ✓162.

*Ou autrement.*

1 donne 3, combien ✓2? faict comme dessus ✓162.
Je di, que ✓162, est la somme requise, dont la demonstration sera semblable aux precedantes.

NOTA. S'il y eust à ajouster des racines rompues, on procederoit en l'operation des rompuz par les doctrines de la 2 distinction, & au reste comme dessus. Soyent par exemple à ajouster ✓$\frac{2}{3}$, & ✓$\frac{1}{6}$, leur operation & disposition selon la precedante premiere, sera telle :
La majeure racine donnée ✓$\frac{2}{3}$
La moindre ✓$\frac{1}{6}$
Leur quotient est 2, auquel ajousté 1 par reigle, faict 3, qui vaut ✓9
Laquelle multipliée par la moindre racine donnée ✓$\frac{1}{6}$, faict pour solution ✓1$\frac{1}{2}$
Et semblablement pourra on solver ceste question, par les autres manieres citées cy dessus.

Mais s'il y eust à ajouster deux racines egales, il sera plus bref de multiplier l'une par 2, par le 22. probleme, & s'il y eust trois racines egales, alors multiplier par 3, &c. *Conclusion.* Estant doncques donnees racines simples à ajouster, nous avons trouvé leur somme; ce qu'il falloit faire.

NOTA. Les aucuns descrivent exemples de l'addition de racines incommensurables, desquelles la somme est racine de quelque binomie, qu'ils appellent racine universelle : Soit par exemple à ajouster ✓3 à ✓2, & selon la troisiesme construction du precedant premier exemple, l'operation sera telle :

Les potences des racines donnees sont {3 2}
Leur produict est 6
Sa racine quarrée est ✓6
Son double par reigle generale est ✓24
Qui ajousté à la somme des potences des racines donnees, faict ✓24+5
Sa racine pour solution est ✓ *bino.* ✓24+5

Or il est certain que ceste solution est veritable, nous asseurant de la generalité des reigles de ces cõstructions; Mais quant au reste, telle addition est inutile, par ce que la solution sera plus claire, & commode, disant que c'est ✓3+✓2. Car si l'on dict que la solution est ✓ *bino.* ✓24+5, c'est à dire, qu'on doibt tirer racine de tel binomie, & que alors l'on aura le requis: Mais en extrayant la racine par le 39 probleme, on la trouvera de ✓3+✓2; Il est donc plus convenable de dire au premier coup, sans faire tant de peine perdue; que c'est ✓3+✓2. Aussi on ne trouve pas seulement tel binomie par icelle addition, mais aussi par la multiplication de ✓3+✓2 en soy, qui faict ✓24+5, duquel la racine est comme dessus ✓ *bino.* ✓24+5. Mais à fin de demonstrer plus apertement telle inutile addition par quelque exemple, posons le cas, comme si 9 & 8 fussent incommensurables, & que pour expliquer leur somme, quelqu'un dist, que c'est ✓ *bino.* 145+144, un autre que c'est 9+8, à sçavoir mon quelle explication de ces deux est la plus claire & commode; vrayement c'est la derniere: Et tout ainsi nous expliquons plus clairement la somme de ✓3 & ✓2, disant que c'est ✓3+✓2, que de dire que c'est la racine de leur potence. Ceste avertissement se pourra aussi appliquer à la soubstraction du probleme suivant.

THEOREME.

*TOut quotient moins un, multiplié par son diviseur, donne produict egal à la reste de la soubstraction du diviseur de nombre à diviser.*

EXPLICATION.

Soit 8 divisé par 2, le quotient est 4, du mesme soubstraict 1, reste 3, qui multiplié par le diviseur 2, faict 6, egal à la reste de la soubstraction de 2 de 8, selon le theoreme.

*Autre explication Geometrique.*

Soit la ligne à diviser AB, triple au diviseur AC, & divisons AB, par AC, le quotient sera 3, duquel soubstraict 1 par reigle, reste 2, par le mesme multiplié CA, sera deux fois CA, qui est CB, reste de la soubstraction des donnez, à sçavoir CA, de AB. *Conclusion.* Tout quotient doncques moins un, multiplié par son diviseur, donne produict egal à la reste de la soubstraction du diviseur de nombre à diviser; ce qu'il falloit demonstrer.

A C B

De la soubstraction des racines simples.

PROBLEME XXV.

*EStant donnée racine simple de laquelle on soubstraict, & racine simple à soubstraire: Trouver leur reste.*

*Exemple 1. des racines quarrees.*

*Explication du donné.* Soit donnée racine de laquelle on soubstraict ✓32, & racine à soubstraire ✓2. *Explication du requis.* Il faut trouver leur reste.

NOTA. Avant que nous venons à la construction, il faut noter pour reigle generale, que tous nombres à soubstraire incommensurables, se solveront par —; comme estant à soubstraire ✓4, de ✓7, la reste sera ✓7—✓4. Mais les commensurables, comme sont ces nombres donnez (laquelle commensurance se cognoit par le 20 probleme) se solveront par les manieres suivantes.

*Premiere construction du premier exemple.*

La maieure racine donnée ✓32
La moindre ✓2
Leur quotient est 4, duquel soubstraict 1 par reigle, reste 3, qui vaut ✓9
Laquelle multipliée par la moindre racine donnée ✓2, faict ✓18
Je di que ✓18 est la reste requise.

*Premiere demonstration.*

Tout quotient moins un, multiplié par son diviseur, donne produict egal à la reste de la soubstraction du diviseur de nombre à diviser, par le precedant theoreme.

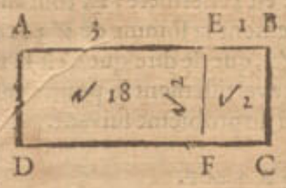
Nostre quotient moins un (qui est ✓9) est multiplié par le diviseur ✓2, donnant produict ✓18.

Ergo ✓18, est egale à la reste de la soubstraction du diviseur ✓2, du nombre à diviser ✓32.

C'est à dire, que ✓18, est la reste requise; ce qu'il falloit demonstrer. *Preparation d'autre seconde demonstration.* Soit descript le rectangle ABCD, duquel la quantité soit ✓32, & du mesme soit coupé le rectangle EBCF, duquel la quantité soit ✓2. Il faut demonstrer que le rectangle restant AF, sera ✓18.

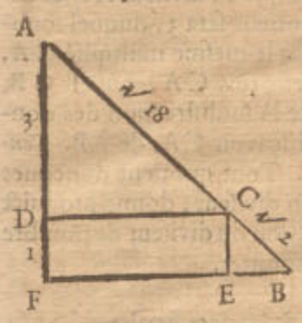


Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©




*Demonſtrat.* Comme le rectangle A C, au rectangle E C, ainſi la ligne A B, à la ligne E B, par la 1. propoſition du 6 livre d'Euclide; Mais A C √32 eſt à E C √2 en raiſon quadruple, par le 21 probleme, doncques A B eſt à E B quadruple; & par conſequent, A E eſt à E B triple; Soit doncques A E quelque nombre, comme 3, triple à E B 1, puis diviſons E C √2, par E B 1, donne quotient pour la ligne E F √2, le meſme multiplié par A E 3, faict pour le rectangle A F √18; Doncques de A C √32, ſoubſtraict E C √2, reſte A F √18; ce qu'il falloit demonſtrer.

*Preparation d'autre troiſieſme demonſtration.*




Soit deſcript la ligne A B √32, & de la meſme ſoit coupée la ligne C B √2, & de la ligne A C ſoit deſcript le triangle rectangle iſoſcele A C D, tel que A C ſoit l'hypothenuſe, ſemblablement ſoit deſcript de la ligne C B, le triangle rectangle iſoſcele C B E, tel que C B ſoit l'hypothenuſe, puis ſoyent produictes A D, & B E, s'entrecoupans en F: Il faut demonſtrer que la ligne A C, faict √18. *Troiſieſme demonſtration.* Le quarré de la ligne A B eſt 32, & par la 47 propoſition du 1 livre d'Euclide, le quarre de A F ſera la moitie de 32, à ſçavoir 16, deſquelles la racine pour A F eſt 4; Et de meſme ſorte ſe demonſtrera, que C E eſt 1, & par conſequent, D F (egale à la C E,) eſt auſſi 1; doncques A D eſt 3, & D C auſſi 3; parquoy le quarré de A D ſera 9, & ſemblablement ſera le quarré de D C 9; leſquels quarrez enſemble font 18; le quarré donc de A C (par ladicte 47 propoſition du 1 livre d'Euclide) eſt 18, & par conſequent ſon coſté A C √18. Doncques de A B √32, coupée C B √2, reſte A C √18; ce qu'il falloit demonſtrer.

*Seconde conſtruction du premier exemple d'autre maniere.*

Racines donnees { √32 / √2 } leur raiſon par le 21 probl. { 4 / 1 }

Deſquels la reſte 3

Puis 4 donne 3, combien √32? faict par le 44 probleme pour ſolution √18

*Ou autrement.*

1 donne 3, combien √2? faict comme deſſus √18.

*Demonſtration conforme à ceſte conſtruction. Article* 1. Comme √32 à √2, ainſi 4 à 1, par le 21 probleme; car l'une & l'autre eſt raiſon quadruple. *Article* 11. Doncques par transformée ou diſioincte proportion, comme √32 — √2 à √2, ainſi 4 — 1 à 1, c'eſt à dire, ainſi 3 à 1. *Article* 111. Comme √18 à √2, ainſi 3 à 1, par le 21 probleme: car l'une & l'autre eſt raiſon triple, doncques √32 — √2, & √18, ont à un meſme la meſme raiſon (car il eſt auſſi demonſtre au ſecond article, que comme √32 — √2 à √2, ainſi 3 à 1) parquoy √32 — √2, eſt egale à √18. Mais √32 — √2 eſt la reſte requiſe, doncques √18 eſt auſſi la reſte requiſe; ce qu'il falloit demonſtrer.

*Troiſieſme conſtruction du premier exemple d'autre maniere.*

L'ordre de ceſte conſtruction, enſemble de la quatrieſme conſtruction ſuivante, n'eſt pas univerſelle en ſoubſtractions de toutes autres eſpeces de racines, comme ſont les deux ordres precedans.

Les potences des racines donnees ſont { 32 / 2 }

Leur produict 64

Sa racine quarrée eſt 8

Son double par reigle eſt 16

Qui ſoubſtraict de la ſomme des potences de racines donnees reſte 18

Sa racine pour ſolution eſt √18

*Quatrieſme conſtruction du premier exemple d'autre maniere.*

Les potences de racines donnees ſont { 32 / 2 }

Leur produict 64

Son quadruple par reigle eſt 256

Sa racine quarree eſt 16

Qui ſoubſtraict de la ſomme des potences des racines donnees reſte 18

Sa racine pour ſolution √18

Dont la demonſtration eſt amplement faicte cy deſſus.

*Exemple* 11. *de racines cubiques.*

*Explication du donné.* Soit donnée racine de laquelle on ſoubſtraict, √③375, & racine à ſoubſtraire √③3. *Explication du requis.* Il faut trouver leur reſte.

*Premiere conſtruction du ſecond exemple, ſemblable à la premiere conſtruction du premier exemple.*

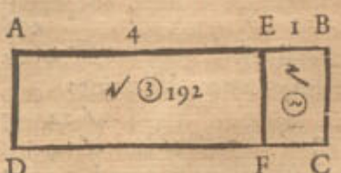
La maieure racine donnée √③375

La moindre √③3

Leur quotient eſt 5, duquel ſoubſtraict 1 par reigle, reſte 4, qui vaut √③64

Laquelle multipliée par la moindre racine donnée √③3, faict √③192

Je di, que √③192, eſt la reſte requiſe. *Preparation de la demonſtration.* Soit deſcript le rectangle A B C D, duquel la quantité ſoit √③375. & du meſme ſoit coupé le rectangle E B C F, duquel la quantité ſoit √③3. Il faut demonſtrer que le rectangle reſtant A F, faict √③192. *Demonſtration.* Comme le rectangle A C, au rectangle E C, ainſi la ligne A B, à la ligne E B, par la 1 propoſition du 6 livre d'Euclide; mais A C √③375, eſt à E C √③3 en raiſon quincuple, par le 21 probleme: doncques A B, eſt à E B quincuple, & par conſequant A E, à E B, quadruple: Soit donc A E quelque quantité, comme 4, quadruple à E B 1, puis diviſons E C √③3, par E B 1, donne quotient pour la ligne E F √③3, la meſme multipliée par A E 4, donne produict pour le rectangle A F √③192; Doncques de A C √③375, ſoubſtraict E C √③3, reſte A F √③192; ce qu'il falloit demonſtrer.




NOTA. La maniere de la premiere & troiſieſme demonſtration, du precedant premier exemple, ſe peut auſſi appliquer à ce ſecond.

*Seconde conſtruction du ſecond exemple, ſemblable à la ſeconde conſtruction du premier exemple.*

Racines dõnees { √③375 / √③3 } leur raiſon par le 21 pr. { 5 / 1 }

Deſquels la reſte 4

Puis

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

Puis 5 donne 4, combien ✓③375, faict par le 44 probleme pour solution ✓③192

*Ou autrement.*

1 donne 4, combien ✓③3? faict comme dessus ✓③192

Dont la demonstration est faicte cy dessus, toutesfois en plus grande evidence nous y ajousterons encore ceste cy, conforme à la construction. *Demonstration. Article* 1. Comme ✓③375 à ✓③3, ainsi 5 à 1, par le 21 probleme; car l'une & l'autre est raison quincuple. *Article* 11. Ergo par transformée ou disioincte proportion, comme ✓③375—✓③3, à ✓③3, ainsi 5—1, à 1, c'est à dire, ainsi 4 à 1. *Article* 111. Comme ✓③192, à ✓③3, ainsi 4 à 1, par le 21 probleme; car l'une & l'autre est raison quadruple; Doncques ✓③375—✓③3, & ✓③192, ont à un mesme la mesme raison (car il est aussi demonstré au second article, que comme ✓③375—✓③3, à ✓③3, ainsi 4 à 1) parquoy ✓③375—✓③3, est egale à ✓③192; Mais ✓③375—✓③3, est la reste requise; Doncques ✓③192, est aussi la reste requise; ce qu'il falloit demonstrer.

*Exemple* 111. *de racines de racines.*

*Explication du donné.* Soit donné racine de laquelle on soubstraict ₩ 3888, & racine à soubstraire ₩ 3. *Explication du requis.* Il faut trouver leur reste.

*Premiere construction du troisiesme exemple, semblable à la premiere construction du premier exemple.*

La majeure racine donnée ₩ 3888
La moindre ₩ 3
Leur quotient est 6, duquel soubstraict 1 par reigle, reste 5, qui vaut ₩ 625
Laquelle multipliée par la moindre racine donnée ₩ 3, faict ₩ 1875
Je di, que ₩ 1875 est la reste requise.

*Seconde construction de ce troisiesme exemple, semblable à la seconde construction du premier exemple.*

Racin. don. {₩ 3888 / ₩ 3} leur raison par le 21 probl. {6 / 1}
Desquels la reste 5
Puis 6 donne 5, combien ₩ 3888? faict par le 44 probleme pour solution ₩ 1875.

*Ou autrement.*

1 donne 5 combien ₩ 3? faict comme dessus; ₩ 1875.

Ie di, que ₩ 1875, est la reste requise, dont la demonstration sera semblable aux precedantes.

NOTA. S'il y eust à soubstraire par quelques racines rompues, on procederoit en l'operation des rompuz, par les doctrines de la 2 distinction, & au reste comme dessus. Soit par exemple racine de laquelle il faut soubstraire ✓$\frac{10}{63}$, & racine à soubstraire ✓$\frac{2}{7}$, leur operation & disposition selon la precedante premiere construction sera telle:

La majeure racine donnée ✓$\frac{10}{63}$
La moindre ✓$\frac{2}{7}$
Leur quotient $\frac{5}{3}$, duquel soubstraict 1, par reigle, reste $\frac{2}{3}$, qui vaut ✓$\frac{4}{9}$
Laquelle multipliée par la moindre racine donnée ✓$\frac{2}{7}$, faict pour solution ✓$\frac{8}{63}$

Et semblablement on pourra solver ceste question par les autres manieres declarees cy dessus. *Conclusion.* Estant donc donnée racine simple de laquelle on soubstraict, & racine simple à soubstraire, nous avons trouvé leur reste; ce qu'il falloit faire.

NOTA. Nous avons descrit diverses manieres des constructions, aux deux problemes precedans, à fin de rendre bien notoire le subject: mais pour dire de la plus commode, nous usons en la practique la premiere de chascun exemple, comme estant generale, & aussi la plus facile. Car ayant seulement à la memoire les theoremes qui sont descrits devât lesdicts problemes, l'on aura une generale reigle pour toutes additions & soubstractions queleonques, tant de racines de multinomies radicaux, & de racines de multinomies algebraiques (comme en son lieu donnerons leurs exemples) que pour les precedantes racines simples. Veu doncques que l'utilité desdicts theoremes est si grande, nous les comprendrons succinctement ensemble, à fin qu'elles demeurent plus facilement à la memoire, en ceste sorte:

Quotiẽt {plus / moins} un, multiplié par diviseur, dõne {sõme / reste} des dõnez.

## Troisiesme distinction des quatre numerations de multinomies radicaux entiers.

THEOREME.

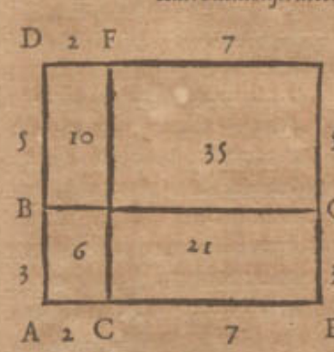
*PLus multiplié par plus, donne produict plus, & moins multiplié par moins, donne produict plus, & plus multiplié par moins, ou moins multiplié par plus, donne produict moins.*

*Explication du donné.* Soit 8—5 multiplié par 9—7, en ceste sorte; —7 fois —5 font +35 (+35, par ce que, comme dict le theoreme, —par—, faict +) Puis —7 fois 8 faict —56 (—56, par ce que, comme dict est au theoreme, —par +, faict —) Et semblablement soit 8—5, multiplie par le 9, & donneront produicts 72—45; Puis ajoustez +72+35, font 107. Puis ajoustez les —56—45, font —101; Et soubstraict le 101 de 107 reste 6, pour produict de telle multiplication. De laquelle la disposition des characteres de l'operation est telle:

8—5
9—7
—56+35
72—45
6

*Explication du requis.* Il faut demonstrer par ledict donné, que + multiplié par +, faict +, & que — par —, faict +, & que + par —, ou — par +, faict —. *Demonstration.* Le nombre à multiplier 8—5, vaut 3, & le multiplicateur 9—7 vaut 2; Mais multipliant 2 par 3, le produict est 6; Doncques le produict cy dessus aussi 6, est le vray produict: Mais le mesme est trouvé par multiplication, là ou nous avons dict que + multiplié par +, donne produict +, & — par — donne produict +, & + par —, ou — par +, donne produict —, doncques le theoreme est veritable.

*Autre demonstration geometrique.*




Soit A B 8—5 (à sçavoir A D 8—D B 5) Puis A C 9—7 (à sçavoir A E 9—E C 7) leur produict sera C B: ou bien selon la multiplication precedante E D 72—E F 56—D G 45+G F 35, Lesquelles nous demonstrerons estre egales à C B en ceste sorte. De tout le E D + G F, soubstraict E F, & D G, reste C B. *Conclusion.* Plus doncques multiplié par plus, donne produict plus. & moins multiplié par moins, donne produict plus, & plus multiplie par moins, ou moins multiplié par plus, donne produict moins; ce qu'il falloit demonstrer.



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

De la multiplication des multinomies radicaux entiers.

## Probleme XXVI.

*Estant donné multinomie radical entier à multiplier, & multinomie entier multiplicateur: Trouver leur produict.*

*Explication du donné.* Soit donné multinomie à multiplier $\sqrt{7}+\sqrt{5}-\sqrt{6}$, & multinomie multiplicateur $\sqrt{4}-\sqrt{8}+\sqrt{3}$. *Explication du requis.* Il faut trouver leur produict. *Construction.* On disposera les donnez en ordre, comme dessus, disant, $+\sqrt{3}$ fois $-\sqrt{6}$, faict $-\sqrt{18}$; car $+$ multiplié par $-$, donne produict $-$, par le precedant theoreme. Et ainsi des autres. La disposition des characteres de l'operation achevée est telle.

$$\begin{array}{r}
\sqrt{7}+\sqrt{5}-\sqrt{6} \\
\sqrt{4}-\sqrt{8}+\sqrt{3} \\
\hline
+\sqrt{21}+\sqrt{15}-\sqrt{18} \\
-\sqrt{56}-\sqrt{40}+\sqrt{48} \\
\sqrt{28}+\sqrt{20}-\sqrt{24} \\
\hline
\sqrt{28}+\sqrt{20}-\sqrt{24}-\sqrt{56}-\sqrt{40}+48+\sqrt{21}+ \\
\sqrt{15}-\sqrt{18}
\end{array}$$

Ie di, que ledict produict, est le produict requis; & s'il y eust quelques noms commensurables, on les pourroit ajouster, par le 24 probleme. Dont la demonstration sera semblable à celle du 22 probleme.

Nota. Semblable sera l'operation de racine d'espece quelconque. car si tous les noms donnez fussent racines cubiques, le produict seroit de racines cubiques, & ainsi des autres: Mais s'il y eust à multiplier multinomies de diverses especes de racines, on les convertira à une mesme espece, par le 19 probleme, & puis comme dessus. on pourra aussi appliquer ceste avertissement aux trois problemes suyvans. *Conclusion.* Estant doncques donné multinomie radical entier à multiplier, & multinomie entier multiplicateur, nous avons trouvé leur produict; ce qu'il falloit faire.

## Theoreme.

*Plus divisé par plus, donner quotient plus, & moins divisé par moins, donner quotient plus, & plus divisé par moins, ou moins divisé par plus, donner quotient moins.*

*Explication du donné.* Soyent $72-101+35$, divisez par $9-7$, en ceste sorte: Combien de fois 9 en 72? faict $+8$ fois ($+8$ parce que, comme dict le theoreme, $+$ divisé par $+$ donne quotient $+$) Puis $-7$ fois 8 font $-56$, de 101, reste $-45$. Puis mettant autrefois le diviseur, & disant; combien de fois 9 en $-45$? faict $-5$ fois ($-5$ par ce que, comme dict le theoreme, $-$ divisé par $+$, donne quotient $-$) Puis $-7$ fois $-5$ faict $+35$, de $+35$, ne reste rien; Doncques le quotient de telle division sera $8-5$. Dont la disposition des characteres de l'operation est telle:

*Explication du requis.* Il faut demonstrer par ledict donné, que $+$ divisé par $+$, donne quotient $+$, & que $-$ par $-$ donne $+$, & que $+$ par $-$, ou $-$ par $+$, donne $-$. *Demonstration.* Le nombre à diviser $72-101+35$, vaut 6. Et le diviseur $9-7$, vaut 2; Mais divisant 6 par 2, le quotient est 3; Doncques le quotient cy dessus $8-5$, qui vault aussi 3, est le vray quotient: Mais le mesme est trouvé par division, là ou $+$ divisé par $+$, se dict donner quotient $+$, & $-$ par $-$ donner $+$, & $+$ par $-$ ou $-$ par $+$, donner $-$; doncques le theoreme est veritable.

$$\begin{array}{rrr}
 & 48 & \\
72-101 & +35 & (8-5 \\
9- & 7- & 7 \\
 & 9 &
\end{array}$$

*Autre demonstration Geometrique.*

Soit au theoreme precedant $ED\ 72-EF$, avec $-DG\ 101+GF\ 35$, à diviser par $AE\ 9-CE\ 7$ (qui est autant à dire, comme soit $CB$ à diviser par $AC$) & le quotient, selon la division precedant, sera $AD\ 8-DB\ 5$, le mesme est egal à $BA\ 3$. Doncques (car $BA$ est le quotient de $CB$, divisé par $AC$) c'est le vray quotient requis. *Conclusion.* Plus doncques divisé par plus, donne quotient plus, & moins divisé par moins donne quotient plus, & plus divisé par moins, ou moins divisé par plus, donne quotient moins; ce qu'il falloit demonstrer.

De la division des multinomies radicaux entiers.

## Probleme XXVII.

*Estant donné multinomie radical entier à diviser, & diviseur: Trouver leur quotient.*

*Premier exemple, là ou le diviseur est d'un nom.*

*Explication du donné.* Soit donné multinomie à diviser $\sqrt{15}+\sqrt{18}-\sqrt{12}$, & diviseur $\sqrt{3}$. *Explication du requis.* Il faut trouver leur quotient. *Construction.* On divisera la $\sqrt{15}$ par $\sqrt{3}$, faict, par le 23 probleme, $\sqrt{5}$; Item la $\sqrt{18}$ par la mesme $\sqrt{3}$, faict $\sqrt{6}$, & la $-\sqrt{12}$ par la mesme $\sqrt{3}$, faict $-\sqrt{4}$. Ie di que le trinomie $\sqrt{5}+\sqrt{6}-\sqrt{4}$ est le quotient requis.

*Second exemple là ou le diviseur est multinomie.*

Pour diviser par diviseur qui soit multinomie, il faut considerer deux poincts; Le premier est, que multinomie se peut convertir en simple nom, par multiplication de son respondant contraire; binomie $\sqrt{3}+\sqrt{2}$, multiplié par son respondant contraire $\sqrt{3}-\sqrt{2}$, ou $-\sqrt{3}+\sqrt{2}$, donne produict simple nom 1, ou $-1$. Item trinomie $\sqrt{3}+\sqrt{2}+1$, multiplié par son respondant contraire $\sqrt{3}+\sqrt{2}-1$, donne produict $4+\sqrt{24}$, qui autrefois multiplié par son respondant contraire $-4+\sqrt{24}$, donne produict simple nom 8. L'on pourroit aussi multiplier trinomie $\sqrt{3}+\sqrt{2}+1$, par autre respondant contraire quelconque. comme par $\sqrt{3}-\sqrt{2}+1$, ou par $-\sqrt{3}-\sqrt{2}+1$, &c. & nous parviendrons à une mesme fin. Item le quadrinomie, comme $\sqrt{5}+\sqrt{4}+\sqrt{3}+\sqrt{2}$, multiplié par son respondant contraire $\sqrt{5}+\sqrt{4}-\sqrt{3}-\sqrt{2}$, donne produict trinomie, & puis comme dessus.

Le second poinct est, que si nombre à diviser & diviseur sont multipliez par nombres egaux, les produicts divisez l'un par l'autre, donnent le mesme quotient, que les nombres donnez. Soit par exemple nombre à diviser 6, & diviseur 2; Puis multiplions l'un & l'autre par 4, les produicts seront 24, & 8, desquels le quotient 3, est egal au quotient de 6 & 2 donné. Et si autrefois nous multiplions 24 & 8, par nombres egaux, soit par 5, les produicts seront 120, & 40, desquels le quotient est autrefois 3.

Lesquels deux points entenduz, ne reste que de convertir le multinomie donné en simple nom, par multiplication, comme nous avons dict cy dessus au premier poinct. Puis par les mesmes nombres, par lesquels en la conversion le diviseur a esté multiplié, aussi multiplier le nombre à diviser; Et ainsi on aura le nombre à diviser multinomie, & le diviseur simple nom, desquels le quotient se trouve par le precedent premier exemple, qui pour les raisons que dessus, sera aussi le quotient des nombres donnez.

Soit

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

Soit par exemple $\sqrt{8}+\sqrt{6}$, à diviſer par $\sqrt{4}+\sqrt{2}$: On multipliera premierement le diviſeur $\sqrt{4}+\sqrt{2}$, par ſon reſpondant contraire $\sqrt{4}-\sqrt{2}$, donne produict 2; puis multiplié auſſi $\sqrt{8}+\sqrt{6}$, par $\sqrt{4}-\sqrt{2}$, donne produict $\sqrt{32}+\sqrt{24}-\sqrt{16}-\sqrt{12}$, qui diviſe par 2, ou par $\sqrt{4}$, donne par le premier exemple pour quotient requis $\sqrt{8}+\sqrt{6}-2-\sqrt{3}$.

Semblable ſera auſſi l'operation par diviſeur trinomie; Soit par exemple nombre à diviſer $\sqrt{8}$, & diviſeur $\sqrt{3}+\sqrt{2}+1$; On multipliera premierement le diviſeur par ſon reſpondant contraire, ſoit par $\sqrt{3}+\sqrt{2}-1$, donne produict $4+\sqrt{24}$; Qui autrefois multiplié par ſon reſpondant contraire $-4+\sqrt{24}$, donne produict 8: Or veu qu'on a multiplié le diviſeur premierement par $\sqrt{3}+\sqrt{2}-1$, & le produict autrefois par $-4+\sqrt{4}$, faudra pour les raiſons que deſſus multiplier le nombre à diviſer $\sqrt{8}$, premierement par $\sqrt{3}+\sqrt{2}-1$, donne produict $\sqrt{24}+4-\sqrt{8}$, puis le meſme par $-4+\sqrt{24}$, donne produict $8+\sqrt{128}-\sqrt{192}$; De ſorte qu'au lieu des nombres donnez $\sqrt{8}$, & $\sqrt{3}+\sqrt{2}+1$, nous avons autres nombres entre eux en la meſme raiſon; à ſçavoir nombre à diviſer $8+\sqrt{128}-\sqrt{192}$, & diviſeur 8, deſquels le quotient requis par le premier exemple, eſt $1+\sqrt{2}-\sqrt{3}$, & ainſi d'autres ſemblables.

NOTA. L'on pourroit auſſi donner ſolution, par fraction de multinomie, mettant le nombre à diviſer $\sqrt{8}$ ſur une ligne, & le diviſeur deſſoubs, en ceſte ſorte, $\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}+1}$, lequel ſe dict auſſi le quotient requis, & eſt egal à l'autre quotient $1+\sqrt{2}-\sqrt{3}$. *Demonſtration.* Chaſcun des precedens quotiens, contient autant de fois l'unité, quantesfois le nombre à diviſer contient le diviſeur; Car comme le quotient à l'unité, ainſi le nombre à diviſer au diviſeur; c'eſt doncques legitime diviſion, par la 97 definition, & les quotiens ſont les vrais quotiens requis. Ou autrement, on pourroit multiplier le diviſeur par le quotient. Et par ce que le produit eſt egal au nombre à diviſer donné, nous concluons comme devant, que les ſolutions ſont vrayes; ce qu'il falloit demonſtrer. *Concluſion.* Eſtant doncques donné, multinomie entier à diviſer, & multinomie entier diviſeur, nous avons trouvé leur quotient; ce qu'il falloit faire.

### THEOREME.

*PLus ajouſté à plus, donner ſomme plus, & moins ajouſté à moins, donner ſomme moins, & moins ajouſté à plus, a lors la difference des nombres, avec le ſigne du majeur nombre; eſtre la ſomme.*

*Explication du donné.* Soyent $15-3-4-5$, & $6-2+8+3$, ajouſtez en ceſte ſorte; $+15$ & $+6$ font $+21$ (car le theoreme dict, que $+$ ajouſté à $+$, donne ſomme $+$) Puis $-3$ & $-2$ font $-5$ (car le theoreme dict, que $-$ ajouſté à $-$, donne ſomme $-$) Puis $-4$ & $+8$ font 4 (car le theoreme dict, que $-$ ajouſté à $+$, a lors leur difference avec le ſigne du majeur nombre, donne la ſomme) Et de meſme ſorte $-5$ avec $+3$ fera $-2$.

| | |
|---|---|
| Nombres à ajouſter | $15-3-4-5$ |
| | $6-2+8+3$ |
| Somme | $21-5+4-2$ |

*Explication du requis.* Il faut demonſtrer par ledict donné, que $+$ ajouſté à $+$, donne ſomme $+$ & le reſte du theoreme. *Demonſtration.* Les $15-3-4-5$ vallent 3; Et les $6-2+8+3$ vallent 15, deſquels 3 & 15, la ſomme eſt 18, pour la ſomme des donnez; Auſſi vaut 18 la ſomme de $21-5+4-2$; Doncques $21-5+4-2$ eſt la vraye ſomme; Mais elle eſt trouvée par operation conforme au theoreme; parquoy le theoreme eſt veritable. *Concluſion.* Doncques plus ajouſté à plus, donne ſomme plus, &c. ce qu'il falloit demonſtrer.

### De l'addition des multinomies radicaux entiers.

### PROBLEME XXVIII.

*EStant donnez multinomies radicaux entiers: Trouver leur ſomme.*

*Explication du donné.* Soyent multinomies radicaux entiers à ajouſter $\sqrt{8}-\sqrt{3}+\sqrt{20}-\sqrt{3}+\sqrt{2}$; Et $\sqrt{2}-\sqrt{12}-\sqrt{5}+\sqrt{27}-\sqrt{18}$. *Explication du requis.* Il faut trouver leur ſomme. *Conſtruction.* On ajouſtera les nombres, obſervant les reigles de $+$ & $-$, contenues au theoreme cy devant. Or doncques ajouſtez $\sqrt{8}$ a $\sqrt{2}$, faict, par le 24 probleme, $+\sqrt{18}$ ($+\sqrt{18}$ par ce que $+$ avec $+$ ſelon le theoreme faict $+$) ainſi des autres: la diſpoſition des characteres de l'operation eſt telle:

| | |
|---|---|
| Nomb. à ajouſter | $\sqrt{8}-\sqrt{3}+\sqrt{20}-\sqrt{3}+\sqrt{2}$ |
| | $\sqrt{2}-\sqrt{12}-\sqrt{5}+\sqrt{27}-\sqrt{18}$ |
| Somme | $\sqrt{18}-\sqrt{27}+\sqrt{5}+\sqrt{12}-\sqrt{8}$ |

Ie di, que la dicte ſomme, eſt la ſomme requiſe; Dont la demonſtration eſt manifeſte, par celle du theoreme precedent. *Concluſion.* Eſtant doncques donnez multinomies radicaux entiers à ajouſter, nous avons trouvé leur ſomme; ce qu'il falloit faire.

### THEOREME.

*PLus avec moindre nombre, ſoubſtraict de plus avec majeur nombre, donner reſte plus; & moins avec moindre nombre, ſoubſtraict de moins avec majeur nombre, donner reſte moins; & plus avec majeur nombre, ſoubſtraict de plus avec moindre nombre, doncq la difference des nombres avec moins eſtre la reſte; & moins avec majeur nombre, ſoubſtraict de moins avec moindre nombre, adonc leur difference avec plus, eſtre la reſte; & plus de moins, ou moins de plus, adonc la ſomme des nombres, avec le ſigne du nombre duquel on ſoubſtraict, eſtre la reſte.*

*Explication du donné.* Soyent $12-2+5-8+4-8$, ſoubſtraicts de $20-6+2-3-2+3$, en ceſte ſorte: $+12$ de $+20$ donne reſte $+8$ (car le theoreme dict, que $+$ avec moindre nombre, ſoubſtraict de $+$ avec majeur nombre, donne reſte $+$) & le ſuyvant ſelon le theoreme.

| | |
|---|---|
| Nombre duquel | $20-6+2-3-2+3$ |
| Nombre à ſoubſtraire | $12-2+5-8+4-8$ |
| Reſte | $8-4-3+5-6+11$ |

*Explication du requis.* Il faut demonſtrer par ledict donné, que $+$ avec moindre nombre, ſoubſtraict de $+$ avec majeur nombre, donne reſte $+$, & le ſuyvant du theoreme. *Demonſtration.* Le nombre donné duquel il faut ſoubſtraire, vaut 14, & le nombre à ſoubſtraire vaut 3, & ſoubſtraict 3 de 14 reſte 11; Auſſi vaut 11 la reſte $8-4-3+5-6+11$; Doncques c'eſt la vraye reſte; mais elle eſt trouvé par operation conforme au theoreme, comme il appert en l'explication du donné; parquoy le theoreme eſt veritable. *Concluſion.* Doncques plus avec moindre nombre, ſoubſtraict de $+$ avec maieur nombre, donne reſte $+$, &c. ce qu'il falloit demonſtrer.

### De la ſoubſtraction des multinomies radicaux entiers.

### PROBLEME XXIX.

*EStant donné multinomie radical entier duquel on ſoubſtraict, & multinomie radical entier à ſoubſtraire: Trouver leur reſte.*

*Explication du donné.* Soit donné multinomie radical



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

duquel on ſoubſtraict $\sqrt{18}-\sqrt{20}+\sqrt{3}-\sqrt{3}+\sqrt{8}-\sqrt{2}$; Et à ſoubſtraire $\sqrt{2}-\sqrt{5}+\sqrt{12}-\sqrt{27}-\sqrt{2}+\sqrt{8}$. *Explication du requis.* Il faut trouver leur reſte. *Conſtruction.* On ſoubſtraira les donnez, obſervant les reigles de + & — contenues au precedent theoreme: Or doncques ſoubſtraict $+\sqrt{2}$, de $+\sqrt{18}$, reſte, par le 25 probleme, $+\sqrt{8}$ ($+\sqrt{8}$, parce qu'au theoreme eſt dict, que + avec moindre nombre, ſoubſtraict de + avec majeur nombre, donne reſte +) & ainſi des autres; dont la diſpoſition des characteres de l'operation eſt telle:

Multi. duq. $\sqrt{18}-\sqrt{20}+\sqrt{3}-\sqrt{3}+\sqrt{8}-\sqrt{2}$
Mult. à ſoub. $\sqrt{2}-\sqrt{5}+\sqrt{12}-\sqrt{27}-\sqrt{2}+\sqrt{8}$
Reſte $\sqrt{8}-\sqrt{5}-\sqrt{3}-\sqrt{12}+\sqrt{18}-\sqrt{18}$

Dont la demonſtration eſt manifeſte, par celle du 25 probleme, & par le precedent theoreme. *Concluſion.* Eſtãt doncques donné multinomie radical entier duquel on ſoubſtraict & multinomie radical entier à ſoubſtraire, nous avons trouvé leur reſte, ce qu'il falloit faire.

## Quatrieſme diſtinction des quatre numerations des multinomies radicaux rompuz.

### De la multiplication des multinomies radicaux rompuz.

### Probleme XXX.

*Eſtant donné multinomie radical rompu à multiplier, & multinomie rompu multiplicateur: Trouver leur produict.*

*Explication du donné.* Soit donné multinomie rompu à multiplier $\frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{\sqrt{2}+\sqrt{4}}$, & multiplicateur $\frac{\sqrt{3}+\sqrt{4}}{\sqrt{8}+\sqrt{2}}$.
*Explication du requis.* Il faut trouver leur produict.

Nota. Celuy qui aura bien entendu les quatre numerations des multinomies entiers, & la diſpoſition des characteres des quatre numerations des nombres Arithmetiques rompuz, comme ſont celles du 10. 11. 12. & 13. probleme; il pourra facilement entendre ces quatre numerations de multinomies rompuz; veu que c'eſt la meſme methode. *Conſtruction.* On multipliera les numerateurs $\sqrt{2}+\sqrt{6}$, & $\sqrt{3}+\sqrt{4}$, l'un par l'autre, ſont par le 26 probleme $\sqrt{6}+\sqrt{18}+\sqrt{8}+\sqrt{24}$, lequel abbrevié, faict $\sqrt{54}+\sqrt{50}$ (car $\sqrt{6}$ & $\sqrt{24}$ font $\sqrt{54}$, & $\sqrt{18}$ avec $\sqrt{8}$ font $\sqrt{50}$) Puis on multipliera les nominateurs $\sqrt{8}+\sqrt{2}$, & $\sqrt{2}+\sqrt{4}$, l'un par l'autre, font par ledict 26 probleme $\sqrt{16}+\sqrt{32}+\sqrt{4}+\sqrt{8}$, lequel abbrevié, faict $6+\sqrt{72}$ (car $\sqrt{16}$, & $\sqrt{4}$, font 6, & $\sqrt{32}$ avec $\sqrt{8}$ font $\sqrt{72}$) Et la diſpoſition des characteres de l'operation achevée ſera telle:

$$\frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{\sqrt{2}+\sqrt{4}} \cdot \frac{\sqrt{3}+\sqrt{4}}{\sqrt{8}+\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{54}+\sqrt{50}}{6+\sqrt{72}}$$

Je di que $\frac{\sqrt{3}+\sqrt{50}}{6+\sqrt{72}}$ eſt le quotient requis, dont la demonſtration eſt manifeſtè par icelle du 22 probleme, & par le theoreme devant le 26 probleme. *Concluſion.* Eſtant doncques donné multinomie rompu à multiplier, & multinomie rompu multiplicateur, nous avons trouvé leur produict; ce qu'il falloit faire.

### De la diviſion des multinomies radicaux rompuz.

### Probleme XXXI.

*Eſtant donné multinomie radical rompu à diviſer, & multinomie rompu diviſeur: Trouver leur quotient.*

*Explication du donné.* Soit donné multinomie à diviſer $\frac{\sqrt{8}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{4}}$ & diviſeur $\frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{\sqrt{2}+\sqrt{4}}$. *Explication du requis.* Il faut trouver leur quotien. *Conſtruction.* On multipliera par croix, à ſçavoir $\sqrt{2}+\sqrt{4}$, par $\sqrt{8}+\sqrt{2}$, faict (eſtant abbrevié) $6+\sqrt{72}$. Puis $\sqrt{2}+\sqrt{6}$, par $\sqrt{3}+\sqrt{4}$, faict $\sqrt{54}+\sqrt{50}$; Et la diſpoſition des characteres de l'operation achevée ſera telle:

$$\frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{\sqrt{2}+\sqrt{4}} \times \frac{\sqrt{8}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{4}} \cdot \frac{6+\sqrt{72}}{\sqrt{54}+\sqrt{50}}$$

Je di que $\frac{6+\sqrt{72}}{\sqrt{54}+\sqrt{50}}$ eſt le quotient requis. dont la demonſtration eſt manifeſte par celle du 23 probleme, & par le theoreme devant le 27 probleme. *Concluſion.* Eſtant donques donné multinomie radical rompu à diviſer, & multinomie rompu diviſeur, nous avons trouvé leur quotient; ce qu'il falloit faire.

### De l'addition des multinomies radicaux rompuz.

### Probleme XXXII.

*Eſtant donnez multinomies rompuz à ajouſter: Trouver leur ſomme.*

*Explication du donné.* Soyent donnez multinomies rompuz à ajouſter, $\frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{\sqrt{2}+\sqrt{4}}$, & $\frac{\sqrt{8}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{4}}$. *Explication du requis.* Il faut trouver leur ſomme. *Conſtruction.* On ſuyvera la methode de la conſtruction du 10 probleme en ceſte ſorte: On multipliera en croix, à ſçavoir $\sqrt{2}+\sqrt{4}$, par $\sqrt{8}+\sqrt{2}$, faict $6+\sqrt{72}$: Puis $\sqrt{2}+\sqrt{6}$, par $\sqrt{3}+\sqrt{4}$, faict $\sqrt{54}+\sqrt{50}$: Puis on ajouſtera ces deux produicts, à ſçavoir $6+\sqrt{72}$, avec $\sqrt{54}+\sqrt{50}$, font par le 26 probleme $6+\sqrt{54}+\sqrt{242}$: Puis on multipliera $\sqrt{2}+\sqrt{4}$, par $\sqrt{3}+\sqrt{4}$, faict $\sqrt{6}+\sqrt{12}+\sqrt{8}+4$, Et la diſpoſition des characteres de l'operation achevée ſera telle:

$$\frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{\sqrt{2}+\sqrt{4}} \times \frac{\sqrt{8}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{4}} \cdot \begin{matrix} 6+\sqrt{72}. \\ \sqrt{54}+\sqrt{50}. \\ \hline 6+\sqrt{54}+\sqrt{242}. \\ \hline \sqrt{6}+\sqrt{12}+\sqrt{8}+4. \end{matrix}$$

Je di, que $\frac{6+\sqrt{54}+\sqrt{242}}{\sqrt{6}+\sqrt{12}+\sqrt{8}+4}$, eſt la ſomme requiſe; Dont la demonſtration eſt manifeſte par celle du 22 & 24 probleme, & par les theoremes devant le 26 & 28 probleme. *Concluſion.* Eſtant doncques donnez multinomies rompuz à ajouſter, nous avons trouvé leur ſomme; ce qu'il falloit faire.

### De la ſoubſtraction des multinomies radicaux rompuz.

### Probleme XXXIII.

*Eſtant donné multinomie radical rompu duquel on ſouſtraict, & multinomie radical rompu à ſoubſtraire: Trouver leur reſte.*

*Explication du donné.* Soit donné multinomie rompu duquel on ſoubſtraict $\frac{\sqrt{8}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{4}}$; Et multinomie à ſoubſtraire $\frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{\sqrt{2}+\sqrt{4}}$. *Explication du requis.* Il faut trouver leur reſte. *Conſtruction.* On ſuyvera la methode de la conſtruction de 11 probleme en ceſte ſorte: On multipliera par croix, à ſçavoir $\sqrt{2}+\sqrt{4}$, par $\sqrt{8}+\sqrt{2}$, faict $6+\sqrt{72}$: Puis $\sqrt{2}+\sqrt{6}$, par $\sqrt{3}+\sqrt{4}$, faict $\sqrt{54}+\sqrt{50}$: Puis on ſoubſtraira $\sqrt{54}+\sqrt{50}$ de $6+\sqrt{72}$, & reſte (par le 29 probleme) $6+\sqrt{2}-\sqrt{54}$: Puis on multipliera $\sqrt{2}+\sqrt{4}$, par $\sqrt{3}+\sqrt{4}$, faict $\sqrt{6}+\sqrt{12}+\sqrt{8}+4$. Et la diſpoſition des characteres de l'operation achevée ſera telle:

$$\frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{\sqrt{2}+\sqrt{4}} \times \frac{\sqrt{8}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{4}} \cdot \begin{matrix} 6+\sqrt{72}. \\ \sqrt{54}+\sqrt{50}. \\ \hline 6+\sqrt{2}-\sqrt{54}. \\ \hline \sqrt{6}+\sqrt{12}+\sqrt{8}+4. \end{matrix}$$

Je di que $\frac{6+\sqrt{2}-\sqrt{54}}{\sqrt{6}+\sqrt{12}+\sqrt{8}+4}$ eſt la reſte requiſe. dont la demon-

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

demonſtration eſt manifeſte, par celle du 22 & 25 probleme, & par les theoremes devant le 26 & 29 probleme. *Concluſion.* Eſtant doncques donné multinomie radical rompu duquel on ſoubſtraict, & multinomie radical rompu a ſoubſtraire; Nous avons trouvé leur reſte; ce qu'il falloit faire.

NOTA I. Semblable ſera l'operation des quatre numerations des multinomies d'aultres eſpeces de racines quelconques. Et s'il y euſt à multiplier, diviſer, ajouſter, ou ſoubſtraire, par differentes eſpeces de racines, on les convertira à une meſme eſpece, par le 19 probleme, & puis comme deſſus.

NOTA II. Il avient aucunefois, que de deux multinomies radicaux, l'on veult cognoiſtre le maieur; Il eſt vray, que la ſoubſtraction des incommenſurables par —, donne la reſte, mais nous ne cognoiſſons pas encore le maieur, nous en ferons doncques prob. tel:

### PROBLEME XXXIV.

*ESTant donnez deux multinomies radicaux: Trouver quel eſt le maieur.*

*Explication du donné.* Soyent donnez deux multinomies radicaux tels: le premier $3+\sqrt{8}$, le ſecond $8-\sqrt{5}$. *Explication du requis.* Il faut trouver quel des deux eſt le maieur. *Conſtruction.*

Soubſtraict de chaſcune partie 3, reſtera
du premier $\sqrt{8}$, du ſecond $5-\sqrt{5}$.
Puis prins le quarré de chaſque nombre,
le premier ſera 8, le ſecond $30-\sqrt{500}$.
Puis ſoubſtraict de chaſque partie 8, reſtera
du premier 0, du ſecond $22-\sqrt{500}$.
Puis ajouſté à chaſque partie $\sqrt{500}$,
le premier ſera $\sqrt{500}$, le ſecond 22 qui vault $\sqrt{484}$.

Doncques le premier nombre donné $3+\sqrt{8}$ eſt maieur que le ſecond nombre donné $8-\sqrt{5}$.

*Demonſtration.* La demonſtration eſt manifeſte par commune ſentence; Si à inegaux on ajouſte ou ſoubſtraict egaux, le maieur demeure le maieur. *Concluſion.* Eſtant doncques donnez deux multinomies radicaux, nous avõs trouvé quel eſt le maieur, ce qu'il falloit faire.

## Cincquieſme diſtinction de l'invention des douze eſpeces de binomies, & autres computations y appartenantes.

### PROBLEME XXXV.

*TRouver deux nombres quarrez, à leurs racines commenſurables, & deſquels la ſomme ſoit auſſi à ſa racine commenſurable.*

*Conſtruction.* On prendra quelques deux produicts inegaux; de deux termes de nombres Arithmetiques, de deux raiſons egales. Comme 4. 2. & 2. 1. ſont deux raiſons egales, & le produict des termes de l'une raiſon eſt 8, & de l'autre 2; Les meſmes ſoyent diſpoſez en ceſte ſorte:

| | |
|---|---|
| Produicts inegaux deſdictes raiſons egales | 8, 2 |
| Leur reſte | 6 |
| Sa moitie | 3 |
| Sa potence quarrée | 9 |
| Le produict de 8 & 2 eſt | 16 |

Je di, que le cincquieſme & ſixieſme en l'ordre, à ſçavoir 9 & 16, ſont les deux nombres requis. *Demonſtration.* 9 & 16 ſont les deux nombres quarrez, à leurs racines commenſurables, car la racine de l'un eſt 3, & de l'autre eſt 4; Auſſi leur ſomme 25, eſt quarré, à ſa racine 5 commenſurable; ce qu'il falloit demonſtrer. *Concluſion.* Nous avons doncques trouvez deux nombres, à leurs racines commenſurables, & deſquels la ſomme eſt auſſi à ſa racine commenſurable; ce qu'il falloit faire.

### PROBLEME XXXVI.

*TRouver deux nombres quarrez, à leurs racines commenſurables, & deſquels la ſomme ſoit à ſa racine quarrée incommenſurable.*

*Conſtruction.* Les produicts inegaux de deux raiſons egales, par la doctrine de la conſtruction du precedent

| | |
|---|---|
| 35 probleme, ſont | 8, 2 |
| Leur reſte | 6 |
| Sa moitie | 3 |
| De laquelle ſoubſtraict 1 par reigle, reſte | 2 |
| Son quarré | 4 |
| Le produict du 8 & 2 eſt | 16 |

Je di, que 4 & 16, ſont les deux nombres requis. *Demonſtration.* 4 & 16, ſont deux quarrez, à leurs racines commenſurables; car la racine de l'un eſt 2, & de l'autre 4: Auſſi leur ſomme, à ſçavoir 20, eſt nombre quarré, à ſa racine $\sqrt{20}$ incommenſurable; ce qu'il falloit demonſtrer. *Concluſion.* Nous avons donc trouvé deux nombres quarrez, à leurs racines commenſurables, & deſquels la ſomme eſt à ſa racine incommenſurable; ce qu'il falloit faire.

### PROBLEME XXXVII.

*TRouver deux nombres, deſquels la ſomme diviſée par chaſcun d'iceux, le quotient ſoit quarré à ſa racine incommenſurable.*

*Conſtruction.*

On prendra quelque nombre à ſa racine commenſurable, comme 9, le meſme ſe diviſera en quelques deux parties, comme 6 & 3, chaſcune à ſa racine quarrée incommenſurable: Je di que 6 & 3 ſont les nombres requiz. *Demonſtration.* La ſomme de 6 & 3 eſt 9, laquelle diviſée par 3, donne quotient 3, qui eſt à ſa racine quarrée incommenſurable. Semblablement le meſme 9 diviſé par 6, donne quotient $1\frac{1}{2}$, qui eſt auſſi à ſa racine incommenſurable ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer. *Concluſion.* Nous avons donc trouvé deux nombres, deſquels la ſomme diviſé par chaſcun d'iceux, le quotient eſt quarré, à ſa racine incommenſurable; ce qu'il falloit faire.

### PROBLEME XXXVIII.

*TRouver les douze eſpeces de binomies.*

*Conſtruction du premier binomie.*

| | |
|---|---|
| Quelques deux nombres de la qualité du 35. prob. | 8, 2 |
| Leur reſte | 6 |
| Quelque nombre Arithmetique | 3 |
| Son quarré | 9 |
| Puis ledict 8 donne ledict 6, combien ledict 9? faict | $6\frac{3}{4}$ |
| Sa racine quarrée eſt | $\sqrt{6\frac{3}{4}}$ |

Je di, que le quatrieſme & dernier en l'ordre, à ſçavoir $3+\sqrt{6\frac{3}{4}}$, ſont le premier binomie requis.

*Conſtruction du ſecond binomie.*

| | |
|---|---|
| Quelques deux nombres de la qualité du 35 prob. | 8, 2 |
| Leur reſte | 6 |
| Quelque nombre Arithmetique | 3 |
| Puis ledict 6, donne ledict 8, combien ledict 9? faict | 12 |
| Sa racine quarrée eſt | $\sqrt{12}$ |



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

Je di, que le quatrieſme & dernier en l'ordre, à ſçavoir $3+\sqrt{12}$, font le ſecond binomie requis.

*Conſtruction du troiſieſme binomie.*

Quelque deux nombres de la qualité du 35 prob. {8, 2

Leur reſte 6
Auquel ajouſté par reigle 1
Leur ſomme (laquelle doibt eſtre à ſa racine incommenſurable) eſt 7
Quelque nombre Arithmetique comme 3
Son quarré 9
Puis ledict 7, donne ledict 8, combien ledict 9? faict $10\frac{2}{7}$
Sa racine eſt $\sqrt{10\frac{2}{7}}$
Puis ledict 8 donne ledict 6, combien ledict $10\frac{2}{7}$? faict $7\frac{5}{7}$
Sa racine eſt $\sqrt{7\frac{5}{7}}$

Je di, que le neufieſme & dernier en l'ordre, à ſçavoir $\sqrt{10\frac{2}{7}}+\sqrt{7\frac{5}{7}}$, font le troiſieſme binomie requis.

*Conſtruction du quatrieſme binomie.*

Quelque deux nombres de la qualité du 37 prob. {6, 3

Leur ſomme 9
Quelque nombre Arithmetique 2
Son quarré 4
Puis ledict 9, donne ledict 6, combien ledict 4? faict $2\frac{2}{3}$
Sa racine eſt $\sqrt{2\frac{2}{3}}$

Je di, que le quatrieſme & dernier en l'ordre, à ſçavoir $2+\sqrt{2\frac{2}{3}}$, font le quatrieſme binomie requis.

*Conſtruction du cincquieſme binomie.*

Quelque deux nombres de la qualité du 37. prob. {6, 3

Leur ſomme 9
Quelque nombre Arithmetique 2
Son quarré 4
Puis ledict 6, donne ledict 9, combien ledict 4? faict 6
Sa racine $\sqrt{6}$

Je di, que le quatrieſme & dernier en l'ordre, à ſçavoir $2+\sqrt{6}$, font le cincquieſme binomie requis.

*Conſtruction du ſixieſme binomie.*

On prendra quelque nombre Arithmetique, à ſa racine incommenſurable, ſoit 12, le meſme partirons en deux parties entre eux premieres, comme {7, 5

Leur ſomme 12
Le quarré de quelque nombre Arithmetique 9
Quelque nombre Arithmetique 6
Son quarré 36
Puis ledict 9, donne ledict 12, combien ledict 36? faict 48
Sa racine eſt $\sqrt{48}$
Puis ledict 12, donne ledict 7, combien ledict 48? faict 28
Sa racine eſt $\sqrt{28}$

Je di, que le huictieſme & dernier en l'ordre, à ſçavoir $\sqrt{48}+\sqrt{28}$, font le ſixieſme binomie requis.

*Conſtruction du ſeptieſme binomie.*

On trouvera deux noms, par la doctrine de la precedente conſtruction, du premier binomie, les diſioignant par —: Soyent $3-\sqrt{6\frac{3}{4}}$. Je di qu'il eſt le ſeptieſme binomie requis.

*Conſtruction du huictieſme binomie.*

On trouvera deux noms, par la doctrine de la precedente conſtruction, du ſecond binomie, les diſioignant par —: Soyent $\sqrt{12}-3$. Je di qu'il eſt le huictieſme binomie requis.

*Conſtruction du neufieſme binomie.*

On trouvera deux noms, par la doctrine de la precedente conſtruction, du troiſieſme binomie, les diſioignant par —: Soyent $\sqrt{10\frac{2}{7}}-\sqrt{7\frac{5}{7}}$. Je di qu'il eſt le neufieſme binomie requis.

*Conſtruction du dixieſme binomie.*

On trouvera deux noms, par la doctrine de la precedente conſtruction du quatrieſme binomie, les diſioignant par —: Soyent $2-\sqrt{2\frac{2}{3}}$. Je di qu'il eſt le dixieſme binomie requis.

*Conſtruction de l'onzieſme binomie.*

On trouvera deux noms, par la doctrine de la precedente conſtruction, du cincquieſme binomie, les diſioignant par —: Soyent $\sqrt{6}-2$. Je di qu'il eſt l'onzieſme binomie requis.

*Conſtruction du douzieſme binomie.*

On trouvera deux noms, par la doctrine de la precedente conſtruction, du ſixieſme binomie, les diſioignant par —: Soyent $\sqrt{48}-\sqrt{28}$. Je di qu'il eſt le douzieſme binomie requis. *Demonſtration.* La demonſtration de la premiere conſtruction, à ſçavoir que $3+\sqrt{6\frac{3}{4}}$, ſoit un premier binomie, eſt manifeſte, parce qu'il a les conditions de la 45 definition: & du ſecond binomie par la 46 definition: & ainſi des autres chaſcun par ſa reſpondante definition; Dont l'origine ſe peut colliger des 35. 36. 37. problemes precedans; ce qu'il falloit demonſtrer. *Concluſion.* Nous avons donc trouvé les douze eſpeces de binomies; ce qu'il falloit faire.

## Sixieſme diſtinction des extractions des racines de multinomies radicaux.

### PROBLEME XXXIX.

*Eſtant donné multinomie radical: Trouver ſa racine requiſe.*

*Exemple 1. de l'extraction de racine quarrée de binomie premier.*

*Explication du donné.* Soit donné binomie premier $7+\sqrt{48}$. *Explication du requis.* Il faut trouver ſa racine quarrée.

*Conſtruction.*

Le quarré du maieur nom donné eſt 49
Duquel ſoubſtraict le quarré du moindre nom donné 48
Reſte 1
Son quart par reigle eſt $\frac{1}{4}$
Sa racine quarrée $\frac{1}{2}$
A laquelle ajouſté la moitie du maieur nom donné $3\frac{1}{2}$
Faict 4
Sa racine quarrée 2
La moitie du maieur nom donné $3\frac{1}{2}$
Du meſme ſoubſtraict le cincquieſme en l'ordre $\frac{1}{2}$
Reſte 3
Sa racine eſt $\sqrt{3}$

Je di, que le huictieſme & dernier en l'ordre, à ſçavoir $\sqrt{3}+2$, eſt la racine requiſe.

NOTA 1. La ligne reſpondante à ceſte racine de premier binomie, s'appelle par Euclide propoſition 36 livre 10. ſelon le commentateur Zambertus, *linea ex binis nominibus.*

NOTA 11. Il eſt vray que l'ordre des extractions des racines quarrees, des onze eſpeces de binomies ſuivantes;

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

vantes, eſt en chaſcune ſemblable à l'ordre precedent, toutesfois en plus grande evidence nous mettrons leurs conſtructions au long, comme la precedente, à fin de demonſtrer plus clairemẽt, quelle eſpece de racine tient chaſcun binomie, & à quelle ligne elle ſe refere au dixieſme livre d'Euclide.

*Exemple* II. *de l'extraction de racine quarree, de binomie ſecond.*

*Explication du donné.* Soit donné binomie ſecond $\sqrt{}$ 18 + 4. *Explication du requis.* Il faut trouver ſa racine quarrée.

*Conſtruction.*

| | |
|---|---|
| Le quarré du majeur nom donné eſt | 18 |
| Duquel ſoubſtraict le quarré du moindre nom donné | 16 |
| Reſte | 2 |
| Son quart par reigle | $\frac{1}{2}$ |
| Sa racine quarree eſt | $\sqrt{\frac{1}{2}}$ |
| A laquelle ajouſté la moitie du majeur nom donné | $\sqrt{4\frac{1}{2}}$ |
| Faict | $\sqrt{8}$ |
| Sa racine | $\mathrm{w}8$ |
| La moitie du majeur nom donné | $\sqrt{4\frac{1}{2}}$ |
| Du meſme ſoubſtraict le cincquieſme en l'ordre | $\sqrt{\frac{1}{2}}$ |
| Reſte | $\sqrt{2}$ |
| Sa racine eſt | $\mathrm{w}2$ |

Je di, que le huictieſme & dernier en l'ordre, à ſçavoir $\mathrm{w}$ 8 + $\mathrm{w}$ 2, eſt la racine requiſe.

NOTA. La ligne reſpondante à ceſte racine de ſecond binomie, s'appelle par Euclide propoſition 37 livre 10. *linea ex binis mediis prima*, & eſt telle, que le rectangle contenu ſoubs ſes noms (qu'Euclide appelle *rationale*) s'explique par nombre Arithmetique, car le produict de $\mathrm{w}$ 8 par $\mathrm{w}$ 2 eſt 2.

*Exemple* III. *de l'extraction de racine quarrée de binomie troiſieſme.*

*Explication du donné.* Soit donné binomie troiſieſme $\sqrt{}$ 20 + $\sqrt{}$ 15. *Explication du requis.* Il faut trouver ſa racine quarrée.

*Conſtruction.*

| | |
|---|---|
| Le quarré du majeur nom donné eſt | 20 |
| Duquel ſoubſtraict le quarré du moindre nom donné | 15 |
| Reſte | 5 |
| Son quart par reigle | $1\frac{1}{4}$ |
| Sa racine quarrée eſt | $\sqrt{1\frac{1}{4}}$ |
| A laquelle ajouſté la moitie du majeur nom donné | $\sqrt{5}$ |
| Faict | $\sqrt{11\frac{1}{4}}$ |
| Sa racine quarrée eſt | $\mathrm{w}11\frac{1}{4}$ |
| La moitie du majeur nom donné | $\sqrt{5}$ |
| Du meſme ſoubſtraict le cincquieſme en l'ordre | $\sqrt{1\frac{1}{4}}$ |
| Reſte | $\sqrt{\frac{5}{4}}$ |
| Sa racine eſt | $\mathrm{w}\frac{5}{4}$ |

Je di, que le huictieſme & dernier en l'ordre, à ſçavoir $\mathrm{w}$ $11\frac{1}{4}$ + $\mathrm{w}$ $\frac{1}{4}$, eſt la racine requiſe.

NOTA. La ligne reſpondante à ceſte racine troiſieſme binomie, s'appelle par Euclide propoſit. 38. livre 10. *Linea ex binis mediis ſecunda*, & eſt telle, que le rectangle contenu ſoubs ces noms (lequel rectangle Euclide appelle *medium*) s'explique par racine à ſon quarré incommẽſurable, car le produict de $\mathrm{w}$ $11\frac{1}{4}$ par $\mathrm{w}$ $\frac{1}{4}$ eſt $\sqrt{\frac{11}{4}}$.

*Exemple* IV. *de l'extraction de racine quarree de binomie quatrieſme.*

*Explication du donné.* Soit donné binomie quatrieſme $5+\sqrt{12}$. *Explication du requis.* Il faut trouver ſa racine quarrée.

*Conſtruction.*

| | |
|---|---|
| Le quarré du majeur nom donné | 25 |
| Duquel ſoubſtraict le quarré du moindre nom donné | 12 |
| Reſte | 13 |
| Son quart par reigle | $3\frac{1}{4}$ |
| Sa racine quarrée | $\sqrt{3\frac{1}{4}}$ |
| A laquelle ajouſté la moitie du majeur nom donné | $2\frac{1}{2}$ |
| Faict | $2\frac{1}{2}+\sqrt{3\frac{1}{4}}$ |
| Sa racine eſt | $\sqrt{}$ *bino.* $2\frac{1}{2}+\sqrt{3\frac{1}{4}}$ |
| La moitie du majeur nom donné | $2\frac{1}{2}$ |
| Du meſme ſoubſtraict le cincquieſme en l'ordre | $\sqrt{3\frac{1}{4}}$ |
| Reſte | $2\frac{1}{2}-\sqrt{3\frac{1}{4}}$ |
| Sa racine eſt | $\sqrt{}$ *bino.* $2\frac{1}{2}-\sqrt{3\frac{1}{4}}$ |

Je di, que le huictieſme & dernier en l'ordre, à ſçavoir $\sqrt{}$ *bino.* $2\frac{1}{2}+\sqrt{3\frac{1}{4}}+\sqrt{}$ *bino.* $2\frac{1}{2}-\sqrt{3\frac{1}{4}}$, eſt la racine requiſe.

NOTA. La ligne reſpondante à ceſte racine de quatrieſme binomie, s'appelle par Euclide propoſit. 39. livre 10. *linea major*, & a deux proprietez; la premiere, que le rectangle contenu ſoubs les deux parties, de laquelle la ligne eſt compoſée, ſera *medium*; c'eſt à dire, que ce ſera une ſuperfice, de laquelle la quantité s'expliquera, par quelque racine à ſon quarré incommenſurable, qui eſt en ceſt exemple $\sqrt{3}$, lequel ſe prouve en multipliant $\sqrt{}$ *bino.* $2\frac{1}{2}+\sqrt{3\frac{1}{4}}$ (qui ſe refere à l'une partie de ladicte ligne) par $\sqrt{}$ *bino.* $2\frac{1}{2}-\sqrt{3\frac{1}{4}}$ (qui ſe refere à l'autre partie de ladicte ligne) deſquels le produict, par le 40 probleme, eſt $\sqrt{3}$, comme deſſus. La ſeconde proprieté de ceſte *linea major*, eſt, que le rectangle compoſé des deux quarrez, deſcripts deſdictes ſes deux parties, faict une ſuperfice, qu'Euclide appelle *rationale*; c'eſt à dire, que le nombre l'explicant ſera nombre Arithmetique, car il eſt en ceſt exemple 5, lequel ſe prouve ainſi: Le quarré de l'une partie $\sqrt{}$ *bino.* $2\frac{1}{2}+\sqrt{3\frac{1}{4}}$, eſt $2\frac{1}{2}+\sqrt{3\frac{1}{4}}$, & le quarré de l'autre partie $\sqrt{}$ *bino.* $2\frac{1}{2}-\sqrt{3\frac{1}{4}}$, eſt $2\frac{1}{2}-\sqrt{3\frac{1}{4}}$, leſquels deux quarrez enſemble, par le ſuivant 42 probleme, font 5, comme deſſus.

*Exemple* V *de l'extraction de racine quarrée de binomie cincquieſme.*

*Explication du donné.* Soit donné binomie cincquieſme $\sqrt{6}+2$. *Explication du requis.* Il faut trouver ſa racine quarrée.

*Conſtruction.*

| | |
|---|---|
| Le quarré du maieur nom donné | 6 |
| Duquel ſoub. le quarré du moindre nom donné | 4 |
| Reſte | 2 |
| Son quart par reigle eſt | $\frac{1}{2}$ |
| Sa racine quarrée eſt | $\sqrt{\frac{1}{2}}$ |
| A laquelle ajouſté la moitie du maieur nom donné | $\sqrt{1\frac{1}{2}}$ |
| Faict | $\sqrt{1\frac{1}{2}}+\sqrt{\frac{1}{2}}$ |
| Sa racine eſt | $\sqrt{}$ *bino.* $\sqrt{1\frac{1}{2}}+\sqrt{\frac{1}{2}}$ |
| La moitie du maieur nom donné | $\sqrt{1\frac{1}{2}}$ |
| Du meſme ſoubſtraict le cincquieſme en l'ordre | $\sqrt{\frac{1}{2}}$ |
| Reſte | $\sqrt{1\frac{1}{2}}-\sqrt{\frac{1}{2}}$ |
| Sa racine | $\sqrt{}$ *bino.* $\sqrt{1\frac{1}{2}}-\sqrt{\frac{1}{2}}$ |

Je di, que le huictieſme & dernier en l'ordre, à ſçavoir $\sqrt{}$ *bino.* $\sqrt{1\frac{1}{2}}+\sqrt{\frac{1}{2}}+\sqrt{}$ *bino.* $\sqrt{1\frac{1}{2}}-\sqrt{\frac{1}{2}}$, eſt la racine requiſe.

NOTA. La ligne reſpondante à ceſte racine de cincquieſme binomie, s'appelle, par Euclide propoſition 40 livre 10, *linea rationale mediumque potens*, & a deux proprietez conformes au nom d'icelle: deſquelles la premiere

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

miere eſt, que le rectangle contenu ſoubs les deux parties, de laquelle elle eſt compoſée, ſera *rationale*; c'eſt à dire, que le nombre l'explicant, ſera nombre Arithmetique; car il eſt en ceſt exemple 1, lequel ſe prouve, en multipliant $\sqrt{}$ *bino.* $\sqrt{1\frac{1}{2}} + \sqrt{\frac{1}{2}}$ (qui ſe refere à l'une partie de ladicte ligne) par $\sqrt{}$ *bino.* $\sqrt{1\frac{1}{2}} - \sqrt{\frac{1}{2}}$ (qui ſe refere à l'autre partie de ladicte ligne) deſquels le produict, par le 40 probleme ſuivant, eſt 1, comme deſſus: La ſeconde proprieté eſt, que le rectangle compoſé des deux quarrez, deſcripts deſdictes deux parties deſquelles elle eſt compoſée, eſt une ſuperfice, laquelle Euclide appelle *medium*, c'eſt à dire, qu'elle s'expliquera par quelque nombre qui ſera racine à ſon quarré incommenſurable, car il eſt en ceſte exemple $\sqrt{6}$, lequel ſe prouve ainſi: Le quarré de l'une partie $\sqrt{}$ *bino.* $\sqrt{1\frac{1}{2}} + \sqrt{\frac{1}{2}}$, eſt $\sqrt{1\frac{1}{2}} + \sqrt{\frac{1}{2}}$, & le quarré de l'autre partie $\sqrt{}$ *bino.* $\sqrt{1\frac{1}{2}} - \sqrt{\frac{1}{2}}$, eſt $\sqrt{1\frac{1}{2}} - \sqrt{\frac{1}{2}}$, leſquels deux quarrez emſemble (par le 42 probleme) font $\sqrt{6}$, comme deſſus.

*Exemple* VI *de l'extraction de racine quarrée de binomie fixieſme.*

*Explication du donné.* Soit donné binomie fixieſme $\sqrt{5} + \sqrt{3}$. *Explication du requis.* Il faut trouver ſa racine quarrée.

*Conſtruction.*

| | |
|---|---|
| Le quarré du maieur nom donné | 5 |
| Duquel ſoubſt. le quarré du moindre nom donné | 3 |
| Reſte | 2 |
| Son quart par reigle eſt | $\frac{1}{2}$ |
| Sa racine quarrée eſt | $\sqrt{\frac{1}{2}}$ |
| A laquelle ajouſté la moitie du maieur nom donné | $\sqrt{1\frac{1}{4}}$ |
| Faict | $\sqrt{1\frac{1}{4}} + \sqrt{\frac{1}{2}}$ |
| Sa racine quarrée eſt | $\sqrt{}$ *bino* $\sqrt{1\frac{1}{4}} + \sqrt{\frac{1}{2}}$ |
| La moitie du majeur nom donné | $\sqrt{1\frac{1}{4}}$ |
| Du meſme ſoubſtraictle cincquieſme en l'ordre | $\sqrt{\frac{1}{2}}$ |
| Reſte | $\sqrt{1\frac{1}{4}} - \sqrt{\frac{1}{2}}$ |
| Sa racine eſt | $\sqrt{}$ *bino.* $\sqrt{1\frac{1}{4}} - \sqrt{\frac{1}{2}}$ |

Je di, que le huictieſme & dernier en l'ordre, à ſçavoir $\sqrt{}$ *bino.* $\sqrt{1\frac{1}{4}} + \sqrt{\frac{1}{2}} + \sqrt{}$ *bino.* $\sqrt{1\frac{1}{4}} - \sqrt{\frac{1}{2}}$, eſt la racine requiſe.

NOTA. La ligne reſpondante à ceſte racine de ſixieſme binomie, s'appelle par Euclide propoſition 41 livre 10. *Linea bina media potens*, & a deux proprietez, conformes au nom d'icelle, deſquels eſt la premiere, que le rectangle contenu ſoubs les deux parties, de laquelle elle eſt compoſée, ſera *medium*, c'eſt à dire, que le nombre l'explicant, ſera racine à ſon quarré incommenſurable, car il eſt en ceſt exemple $\sqrt{\frac{3}{4}}$, lequel ſe prouve en multipliant $\sqrt{}$ *bino.* $\sqrt{1\frac{1}{4}} + \sqrt{\frac{1}{2}}$ (qui ſe refere à l'une partie de ladicte ligne) par $\sqrt{}$ *bino.* $\sqrt{1\frac{1}{4}} - \sqrt{\frac{1}{2}}$ (qui ſe refere à l'autre partie de ladicte ligne) deſquels le produict, par le 40 probleme ſuivant, eſt $\sqrt{\frac{3}{4}}$ comme deſſus: La ſeconde proprieté eſt, que le rectangle cõpoſé des deux quarrez, deſcripts deſdictes deux parties, de laquelle elle eſt compoſée, eſt auſſi *medium*, car il eſt en ceſt exẽple $\sqrt{5}$, lequel ſe prouve ainſi: Le quarré de l'une partie, qui eſt $\sqrt{}$ *bino.* $\sqrt{1\frac{1}{4}} + \sqrt{\frac{1}{2}}$, eſt $\sqrt{1\frac{1}{4}} + \sqrt{\frac{1}{2}}$, & le quarré de l'autre partie, qui eſt $\sqrt{}$ *bino.* $\sqrt{1\frac{1}{4}} - \sqrt{\frac{1}{2}}$, eſt $\sqrt{1\frac{1}{4}} - \sqrt{\frac{1}{2}}$, leſquels deux quarrez enſemble (par le 42 probleme ſuyvant) font $\sqrt{5}$, comme deſſus.

*Exemple* VII. *de l'extraction de racine quarrée de bimomie ſeptieſme.*

*Explication du donné.* Soit donné binomie ſeptieſme $3 - \sqrt{5}$. *Explication du requis.* Il faut trouver ſa racine quarrée. *Conſtruction.* La conſtruction ſera ſemblable à celle du premier exemple, excepté que ceſte racine ſera binomie diſioinct tel $\sqrt{2\frac{1}{2}} - \sqrt{\frac{1}{2}}$, lequel je di eſtre la racine requiſe.

NOTA. La ligne reſpondante à ceſte racine de ſeptieſme binomie, s'appelle par Euclide propoſition 73 livre 10 *Apotome.*

*Exemple* VIII. *de l'extraction de racine quarrée de binomie huictieſme.*

*Explication du donné.* Soit donné binomie huictieſme $\sqrt{18} - 4$. *Explication du requis.* Il faut trouver ſa racine quarrée. *Conſtruction.* La conſtruction ſera ſemblable à celle du ſecond exemple, excepté que ceſte racine ſera binomie diſioinct tel, $\sqrt{8} - \sqrt{2}$.

NOTA. La ligne reſpondante à ceſte racine de huictieſme binomie, s'appelle par Euclide propoſit. 74. livre 10 *media Apotome prima*, & ſes noms reçoyvent auſſi la proprieté de la note du ſecond exemple.

*Exemple* IX. *de l'extraction de racine quarrée de binomie neufieſme.*

*Explication du donné.* Soit donné binomie neufieſme $\sqrt{20} - \sqrt{15}$. *Explication du requis.* Il faut trouver ſa racine quarrée. *Conſtruction.* La conſtruction ſera ſemblable à celle du troiſieſme exemple, excepté que ceſte racine ſera binomie diſioinct tel, $\sqrt{11\frac{1}{4}} - \sqrt{1\frac{1}{4}}$.

NOTA.

La ligne reſpondante à ceſte racine de neufieſme binomie, s'appelle par Euclide propoſit. 75. livre 10. *media Apotome ſecunda*, & ſes noms reçoyvent auſſi la proprieté de la note du troiſieſme exemple.

*Exemple* X. *de l'extraction de racine quarrée de binomie dixieſme.*

*Explication du donné.* Soit donné binomie dixieſme $5 - \sqrt{12}$. *Explication du requis.* Il faut trouver ſa racine quarrée. *Conſtruction.* La conſtruction ſera ſemblable à celle du quatrieſme exemple, excepté que ceſte racine ſera de deux racines de binomies entre eux diſioinctes telle, $\sqrt{}$ *bino.* $2\frac{1}{2} + \sqrt{3\frac{1}{4}} - \sqrt{}$ *bino.* $2\frac{1}{2} - \sqrt{3\frac{1}{4}}$.

NOTA.

La ligne reſpondante à ceſte racine de dixieſme binomie, s'appelle par Euclide propoſition 76 livre 10. *linea minor*, & ſes noms reçoyvent auſſi les proprietez de la note du quatrieſme exemple.

*Exemple* XI. *de l'extraction de racine quarrée de binomie onzieſme.*

*Explication du donné.* Soit donné binomie onzieſme $\sqrt{6} - 2$. *Explication du requis.* Il faut trouver ſa racine quarrée. *Conſtruction.* La conſtruction ſera ſemblable à celle du cincquieſme exemple, excepté que ceſte racine ſera de deux racines de binomies entre eux diſioinctes telle, $\sqrt{}$ *bino.* $\sqrt{1\frac{1}{2}} + \sqrt{\frac{1}{2}} - \sqrt{}$ *bino.* $\sqrt{1\frac{1}{2}} - \sqrt{\frac{1}{2}}$.

NOTA.

La ligne reſpondante à ceſte racine de onzieſme binomie, s'appelle par Euclide propoſition 77 livre 10. *linea cum rationali medium totum efficiens*, & ſes noms reçoyvent auſſi les proprietez de la note du cinquieſme exemple.

*Exemple* XII. *de l'extraction de racine quarrée de binomie douzieſme.*

*Explication du donné.* Soit donné binomie douzieſme $\sqrt{5} - \sqrt{3}$. *Explication du requis.* Il faut trouver ſa racine quarrée. *Conſtruction.* La conſtruction ſera ſemblable

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

blable à celle du sixiesme exemple, excepté que ceste racine sera de deux racines de binomies entre eux disjoinctes telle, $\surd$ *bino.* $\surd 1\frac{1}{4}+\surd\frac{1}{2}-\surd$ *bino.* $\surd 1\frac{1}{4}-\surd\frac{1}{2}$.

NOTA. La ligne respondante à ceste racine de douziesme binomie, s'appelle par Euclide proposition 78. livre 10. *Linea cum medio medium totum efficiens*, & ses noms reçoivent aussi les proprietez de la note du sixiesme exemple.

## DE L'ORIGINE DES PRECEDENTES DOVZE CONSTRVCTIONS.

Pour declarer l'origine de l'invention des precedentes operations, il faut sçavoir, qu'estant donné un binomie, son quarré à tousiours le maieur nom, composé de la somme des quarrez des noms du binomie donné, & son moindre nom, est tel que son quarré, à telle difference au quarré du maieur nom, comme il y a entre les quarrez des noms du quarré du binomie donné. Soit par exemple binomie donné $2+\surd 3$, son quarré est $7+\surd 48$: Il appert donc, que le maieur nom 7 est composé, ou egal, aux deux quarrez de 2 & $\surd 3$, dont l'occasion est notoire, par les characteres procedans de la multiplication de $2+\surd 3$ en soy. Item la difference des quarrez de 2 & $\surd 3$, qui est 1, est egale à la difference des quarrez de 7 & $\surd 48$: Lequel estant reigle generale, & voulant trouver la racine de $7+\surd 48$ l'on se propose question telle: *Trouvons deux nombres tels, que leurs quarrez facent 7 (7 pour le maieur nom donné) & que l'un quarré soubstraict de l'autre, il y en reste 1*, à sçavoir un, pour la difference des quarrez de 7 & $\surd 48$: Et de l'algebraique operation de ceste question, est colligé ladicte construction du precedant probleme; laquelle origine nous avions proposé de declarer. Mais comment ladicte question se solve, ce n'est pas icy le lieu pour le declarer, parce que les antecedans necessaires à telle operation, ne sont encore descrites, aussi ne sont telles causes point necessaires sceues aux apprentifs, qui seront venuz jusques icy, mais on trouvera telle operation au 81 probleme, là ou elle est la 3 question: Et de mesme sorte nous descrirons les naissances de diverses constructions suivantes, là ou il viendra à poinct.

### *Autre maniere de construction.*

Il y a des autres manieres de construction que la precedante, desquelles nous descrirons celle, qui nous a cõduict à l'invention de l'extraction de racine des autres multinomies, cõme quadrinomies, sixnomies, septinomies, &c. en ceste sorte: Soit (comme au precedent premier exemple) à trouver la racine quarrée de $7+\surd 48$.

*Construction.*

| | |
|---|---|
| Moitie du maieur nom donné | $\frac{7}{2}$ |
| Son quarré | $12\frac{1}{4}$ |
| Du mesme soubstraict le quarré de la moitie du moindre nom donné, qui est 12, reste | $\frac{1}{4}$ |
| Sa racine | $\frac{1}{2}$ |
| Qui ajousté au premier en l'ordre, faict 4, sa racine | 2 |
| Et ledict $\frac{1}{2}$ soubstraict du premier en l'ordre, reste 3, sa racine | $\surd 3$ |

Et sont lesdictes $2+\surd 3$ la racine requise, comme au premier exemple.

Soit autrefois (comme au precedant second exemple) à trouver la racine quarrée de $\surd 18+4$.

*Construction.*

| | |
|---|---|
| Moitie du maieur nom donné | $\surd\frac{18}{2}$ |
| Son quarré | $4\frac{1}{2}$ |
| Du mesme soubstraict le quarré de la moitie du moindre nom donné, qui est 4, reste | $\frac{1}{2}$ |
| Sa racine | $\surd\frac{1}{2}$ |
| Laquelle ajoustée au premier en l'ordre, faict $\surd 8$, sa racine est | $\surd 8$ |
| Et ladicte $\surd\frac{1}{2}$ soubstraict du premier en l'ordre, reste $\surd 2$, sa racine | $\surd 2$ |

Et sont lesdictes $\surd 8+\surd 2$ la racine requise, comme au precedant second exemple. Et le semblable se pourroit faire de tous les autres binomies.

## DE L'ORIGINE DE CESTE SECONDE MANIERE DE CONSTRVCTION.

Il y a autre proprieté entre le binomie & sa racine, de laquelle le theoreme est tel: *Le moindre nom de binomie, est le double du produict des deux parties, desquelles se compose sa racine: Et le maieur nom, est egal aux deux quarrez desdictes deux parties.* Par exemple, du binomie cy dessus $7+\surd 48$, le moindre nom $\surd 48$, est le double du produict des deux parties de sa racine; c'est à dire, le double du produict de 2 par $\surd 3$. Item le maieur nom 7, est egal aux deux quarrez des deux parties de la racine, car les quarrez de 2 & $\surd 3$ font 7. D'ont l'occasion est manifeste, en les characteres procedans de la multiplication de $2+\surd 3$ en soy: Or à cause de tel theoreme, l'on se peut proposer question telle: *Trouvons deux nombres tels, que le double de leur produict soit* $\surd 48$, *& la somme de leurs quarrez 7.* Et ceste question est la 4 du 81 probleme: Par l'operation de laquelle est colligée ceste seconde maniere de construction; Laquelle origine nous avions proposé de declarer.

NOTA. Nous avons declaré aux precedans exemples, l'extraction de racine quarrée de binomies, s'ensuit maintenant à demonstrer nostre invention, de l'extraction de racine quarrée de multinomies, de plus de noms que de deux, qui sera seulement des multinomies, qui sont potences quarrees de quelques multinomies. Quant aux racines des autres multinomies, on dira pour solution, que c'est la racine du donné: laquelle solution est plus claire & commode, qu'aucune autre, qu'on pourroit trouver en son lieu, comme aussi en les binomies. Par exemple, estant question de trouver la racine de binomie quatriesme (du premier, second, & troisiesme binomie il y a d'aultre raison) comme de $5+\surd 12$, il est notoire, que $\surd$ *bino.* $5+\surd 12$ est plus commode, pour en faire quelque Arithmetique operation (comme pour les multiplier, ou diviser, par quelques autres nombres) que de dire selon le precedant quatriesme exemple, que c'est $\surd$ *bino.* $2\frac{1}{2}+\surd 3\frac{1}{4}+\surd$ *bino.* $2\frac{1}{2}-\surd 3\frac{1}{4}$: Tellement que ceste extraction, sert plus pour demonstrer les proprietez des lignes du dixiesme livre d'Euclide, qu'autre commodité qui en sorte; Lequel estant ainsi, & n'estant les proprietez des trinomies & quadrinomies, encore par quelqu'un descrites, & distinguees, comme des binomies, telle extraction seroit de peu de consequence. Nous demonstrerons doncques les extractions d'iceux multinomies, qui sont potence quarrée de quelque autre multinomie, & qui seroyent (si leurs differences fussent distinguees, comme des binomies) multinomies premiers, & seconds. Or le premier multinomie, ayant racine servant à nostre propos, qui se peut rencontrer apres le binomie, c'est le quadrinomie; Car le trinomie ne l'a point, parce qu'il ne peut estre potence quarrée de trinomie, ou binomie: Nous commencerons doncques au quadrinomie, duquel la racine peut estre trinomie, ou quadrinomie.

*Exemple*

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

*Exemple* XIII. *de l'extraction de racine quarrée de quadrinomie, de laquelle la racine eſt trinomie.*

*Explication du donné.* Soit donné quadrinomie tel: 10 $-\sqrt{60}+\sqrt{40}-\sqrt{24}$. *Explication du requis.* Il faut trouver ſa racine quarrée.

NOTA. Si les termes donnez ne fuſſent pas diſpoſez, ainſi que le majeur fuſt touſiours devant, on les diſpoſera ainſi; car autrement on ne ſe pourroit ſervir de noſtre generale reigle.

*Conſtruction.*

Moitie du ſecond nom donné $-\sqrt{15}$
Moitie du troiſieſme nom donné $\sqrt{10}$
Le double de leur produict (à ſçavoir de $-\sqrt{15}$ par $\sqrt{10}$) eſt $-\sqrt{600}$
Qui diviſé par le dernier nom donné $-\sqrt{24}$, donne quotient 5, ſa racine pour le premier nom de la racine requiſe $\sqrt{5}$
Par le meſme ſe diviſera $-\sqrt{15}$ premier en l'ordre, donne quotient pour le ſecond nom de la racine requiſe $-\sqrt{3}$
Et par ladicte $\sqrt{5}$, diviſé $\sqrt{10}$ ſecond en l'ordre, donne quotient pour le troiſieſme nom de la racine requiſe $\sqrt{2}$

Puis on verra ſi les trois quarrez de ces trois noms trouvez, comme $\sqrt{5}$, & $-\sqrt{3}$, & $\sqrt{2}$, font enſemble le premier nom donné, à ſçavoir 10, & ſe trouve que ouy; on conclura doncques, que $\sqrt{5}-\sqrt{3}+\sqrt{2}$, eſt la racine requiſe: Mais ſi ces trois quarrez, ne fuſſent pas egaux audict premier nom, alors ledict trinomie ne ſeroit pas la racine deſirée: Parquoy l'on pourroit encore veoir, par la 1 note à la fin de ce probleme, ſi on la pourroit extraire; Mais s'il ne ſe pouvoit faire ainſi, nous conclurons abſolutement, que le quadrinomie donné, n'a point de racine ſelon noſtre intention.

## DE L'ORIGINE DE CESTE CONSTRVCTION, & DE CELLE DV XIIII EXEMPLE SVIVANT.

Pour declarer l'origine de ceſte conſtruction, il faut ſçavoir que nous avons multiplié en ſoy $\sqrt{5}-\sqrt{3}+\sqrt{2}$, laquelle multiplication nous deſcrirons, pour plus grande evidéce, en ceſte ſorte: Or nous avons veu, que le ſecond nom du produict $-\sqrt{60}$, eſt le double du produict du premier nō donné $\sqrt{5}$ par le ſecond nom $-\sqrt{3}$; Item que $\sqrt{40}$, eſt le double du produict de $\sqrt{5}$ par $\sqrt{2}$; Item que $-\sqrt{24}$, eſt le double du produict de $-\sqrt{3}$ par $\sqrt{2}$; parquoy je propoſe queſtion algebraique telle: *Trouvons trois nombres tels, que le double du produict du premier & ſecond, ſoit* $-\sqrt{60}$. *Et le double du produict du premier par le troiſieſme, ſoit* $\sqrt{40}$; *Et le double du produict du ſecond par le premier ſoit* $-\sqrt{24}$. Qui eſt la cincquieſme queſtion, du 81 probleme, par la conſtruction de laquelle il eſt notoire eſtre colligée la reigle de ceſte conſtruction. Laquelle origine nous avions propoſé à declarer.

$$\begin{array}{r} \sqrt{5}-\sqrt{3}+\sqrt{2} \\ \sqrt{5}-\sqrt{3}+\sqrt{2} \\ \hline +\sqrt{10}-\sqrt{6}+\ 2 \\ -\sqrt{15}+\ 3-\sqrt{6} \\ 5-\sqrt{15}+\sqrt{10} \\ \hline 10-\sqrt{60}+\sqrt{40}-\sqrt{24} \end{array}$$

*Exemple* XIIII *de l'extraction de racine quarrée de quadrinomie, de laquelle la racine eſt trinomie, duquel les noms ſont racines de racines.*

*Explication du donné.* Soit donné quadrinomie tel $\sqrt{72}-\sqrt{48}+\sqrt{24}-4$. *Explication du requis.* Il faut trouver ſa racine quarrée.

*Conſtruction ſemblable à la precedante.*

Moitie du ſecond nom donné $-\sqrt{12}$
Moitie du troiſieſme nom donné $\sqrt{6}$
Le double de leur produict (à ſçavoir de $-\sqrt{12}$ & $\sqrt{6}$) eſt $-\sqrt{288}$
Qui diviſe par le dernier nom donné $-4$, donne quotient $\sqrt{18}$, ſa racine pour le premier nom de la racine requiſe $\sqrt{18}$
Par le meſme ſe diviſera $-\sqrt{12}$ premier en l'ordre, donne quotient, pour le ſecond nom de la racine requiſe, $-\sqrt{8}$
Et par ladicte $\sqrt{18}$, diviſé le ſecond en l'ordre $\sqrt{6}$, donne quotient pour le troiſieſme nom de la racine requiſe $\sqrt{2}$

Puis on verra ſi les trois quarrez de ces trois noms trouvés, comme $\sqrt{18}$, & $-\sqrt{8}$, & $\sqrt{2}$, font enſemble le premier nom donné, à ſçavoir $\sqrt{72}$, & ſe trouve qu'ouy: Je conclus doncques, que $\sqrt{18}-\sqrt{8}+\sqrt{2}$, eſt la racine requiſe.

*Exemple* XV *de l'extraction de racine quarrée de ſeptinomie, de laquelle le produict des deux noms moiens de la racine, eſt moindre que le produict des extremes.*

NOTA. Quand le ſeptinomie tient racine ſelon noſtre intention, le produict des moiens noms de la racine pourra aucunefois eſtre moindre, que le produict des extremes; autrefois maieur, qui ont quelque petite difference en l'operation: pourtant nous en deſcrirons de chaſcune maniere un exemple; à fin que ſi la racine ne ſe trouve par la maniere du premier, on la puiſſe chercher par celle du ſecond.

*Explication du donné.* Soit donné ſeptinomie tel: $13+\sqrt{84}+\sqrt{56}-\sqrt{28}+\sqrt{24}-\sqrt{12}-\sqrt{28}$. *Explication du requis.* Il faut trouver ſa racine quarrée.

*Conſtruction.*

Moitie du ſecond nom donné $\sqrt{21}$
Moitie du troiſieſme nom donné $\sqrt{14}$
Moitie du quatrieſme nom donné $-\sqrt{7}$
Le produict du premier & ſecond en l'ordre, $\sqrt{294}$, ſon double $\sqrt{1176}$
Le meſme diviſé par le cincquieſme nom donné $\sqrt{24}$, donne quotient 7, ſa racine pour le premier nom de la racine requiſe $\sqrt{7}$
Par la meſme $\sqrt{7}$, diviſé $\sqrt{21}$, premier en l'ordre, donne quotient pour le ſecond nom de la racine requiſe $\sqrt{3}$
Et par ladicte $\sqrt{7}$, diviſé $\sqrt{14}$, ſecond en l'ordre, donne quotient, pour le troiſieſme nom de la racine requiſe $\sqrt{2}$
Et par ladicte $\sqrt{7}$, diviſé $-\sqrt{7}$, troiſieſme en l'ordre, donne quotient pour le quatrieſme nom de la racine requiſe $-1$

Puis on verra, ſi les quatre quarrez de ces quatre noms trouvez, comme de $\sqrt{7}$, & $\sqrt{3}$, & $\sqrt{2}$, & $-1$, font enſemble le premier nom donné; à ſçavoir 13: & ſe trouve qu'ouy: Je concluz doncques que $\sqrt{7}+\sqrt{3}+\sqrt{2}-1$, eſt la racine requiſe.

*Exemple* XVI *de l'extraction de racine quarrée de ſeptinomie, de laquelle le produict des deux noms moiens de la racine eſt maieur que le produict des extremes.*

*Explication du donné.* Soit donné ſeptinomie tel: $17+\sqrt{140}+\sqrt{84}+\sqrt{60}-\sqrt{56}-\sqrt{40}-\sqrt{24}$. *Explication du requis.* Il faut trouver ſa racine quarrée.

Con-

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

*Construction.*

Moitie du second nom donné $\sqrt{35}$
Moitie du troisiesme nom donné $\sqrt{21}$
Moitie du cinequiesme nom donné $-\sqrt{14}$
Le produict du premier & second en l'ordre, est $\sqrt{735}$, son double $\sqrt{2940}$
Le mesme divisé par le quatriesme nom donné $\sqrt{60}$, donne quotient 7, sa racine pour le premier nom de la racine requise $\sqrt{7}$
Par le mesme $\sqrt{7}$ divisé $\sqrt{35}$ premier en l'ordre, donne quotient pour le second nom de la racine requise $\sqrt{5}$
Et par ladicte $\sqrt{7}$, divisé $\sqrt{21}$ second en l'ordre, donne quotient pour le troisiesme nom de la racine requise $\sqrt{3}$
Et par ladicte $\sqrt{7}$, divisé $-\sqrt{14}$ troisiesme en l'ordre, donne quotient pour le quatriesme nom de la racine requise $-\sqrt{2}$

Puis on verra, si les quatre quarrez de ces quatre noms trouvez, comme de $\sqrt{7}$, & $\sqrt{5}$, & $\sqrt{3}$, & $-\sqrt{2}$, font ensemble le premier nom donné, à sçavoir 17, & se trouve qu'ouy: Ie conclus doncques, que $\sqrt{7}+\sqrt{5}+\sqrt{3}-\sqrt{2}$, est la racine requise.

## DE L'ORIGINE DE CESTE CONSTRVCTION.

Mettons la multiplication en soy de $\sqrt{7}+\sqrt{5}+\sqrt{3}-\sqrt{2}$, en ceste sorte:

$$\begin{array}{r}
\sqrt{7}+\sqrt{5}+\sqrt{3}-\sqrt{2} \\
\sqrt{7}+\sqrt{5}+\sqrt{3}-\sqrt{2} \\
\hline
-\sqrt{14}-\sqrt{10}-\sqrt{6}+\sqrt{2} \\
+\sqrt{21}+\sqrt{15}+\sqrt{3}-\sqrt{6} \\
+\sqrt{35}+\sqrt{5}+\sqrt{15}+\sqrt{10} \\
7+\sqrt{35}+\sqrt{21}-\sqrt{14} \\
\hline
17+\sqrt{140}+\sqrt{84}+\sqrt{60}-\sqrt{56}-\sqrt{40}-\sqrt{24}
\end{array}$$

Il appert, que le second nom du produict, est le double du produict du premier & second nom de la racine; c'est à dire, que $\sqrt{140}$, est le double du produict de $\sqrt{7}$ & $\sqrt{5}$: Item que $\sqrt{84}$, est le double du produict de $\sqrt{7}$ & $\sqrt{3}$; Item que $\sqrt{60}$, est le double du produict de $\sqrt{5}$ & $\sqrt{3}$; Item que $-\sqrt{56}$, est le double du produict de $\sqrt{7}$ & $-\sqrt{2}$; Item que $-\sqrt{40}$, est le double du produict de $\sqrt{5}$ & $-\sqrt{2}$; Item que $-\sqrt{24}$ est le double du produict de $\sqrt{3}$ & $-\sqrt{2}$; parquoy je propose question telle: *Trouvons quatre nombres tels, que le double du produict du premier & second, soit* $\sqrt{140}$; *Et du premier & troisiesme* $\sqrt{84}$; *& du second & troisiesme* $\sqrt{60}$; *Et du premier & quatriesme* $-\sqrt{56}$; *Et du second & quatriesme* $-\sqrt{40}$; *Et du troisiesme & quatriesme* $-\sqrt{24}$. Laquelle question est la sixiesme du 81 probleme, & de la construction d'icelle est colligée la reigle de ceste precedente construction. Laquelle origine nous avions proposé à declarer.

NOTA I. Il se peut rencontrer quelque quadrinomie, qui aura racine aussi quadrinomie, mais sa legitime extraction n'avons nous point trouvé pour l'heure; Nous mettrons la chose si claire comme pourrons, pour accommoder à ceux, ausquels il plaira s'en occuper. Or il est notoire, que quand on multiplie en soi un quadrinomie radical, duquel les noms sont en discontinue proportion (ils ne peuvent estre en continue proportion, parce que le premier & troisiesme, item le second & quatriesme, seroyent commensurables, & par consequent, ne seroit en effect que binomie) que leur produict ou quarré, sera aussi quadrinomie, duquel les quatre noms seront aussi en discontinue proportion; D'ou se conclura, que quadrinomie n'ayant point ses noms en discontinue proportion, n'avoir point sa racine quadrinomie. Prennons pour exemple le quarré de quadrinomie, duquel les noms sont en discontinue proportion tel, $\sqrt{6}+\sqrt{4}+\sqrt{3}+\sqrt{2}$, la multiplication du mesme en soy est telle:

$$\begin{array}{r}
\sqrt{6}+\sqrt{4}+\sqrt{3}+\sqrt{2} \\
\sqrt{6}+\sqrt{4}+\sqrt{3}+\sqrt{2} \\
\hline
+\sqrt{12}+\sqrt{8}+\sqrt{6}+2 \\
+\sqrt{18}+\sqrt{12}+3+\sqrt{6} \\
+\sqrt{24}+4+\sqrt{12}+\sqrt{8} \\
6+\sqrt{24}+\sqrt{18}+\sqrt{12} \\
\hline
15+\sqrt{96}+\sqrt{72}+\sqrt{192}+\sqrt{32}+\sqrt{24}
\end{array}$$

Or ledict produict (ajoustant $\sqrt{96}$, & $\sqrt{24}$; Aussi $\sqrt{72}$, & $\sqrt{24}$) vaut $15+\sqrt{216}+\sqrt{200}+\sqrt{192}$. Nous sçavons doncques, que $\sqrt{6}+\sqrt{4}+\sqrt{3}+\sqrt{2}$, est racine quarrée de $15+\sqrt{216}+\sqrt{200}+\sqrt{192}$. Nous voyons aussi, que le secõd nom $\sqrt{216}$, est la somme du double du produict de $\sqrt{6}$ & $\sqrt{4}$, & du double du produict de $\sqrt{3}$ & $\sqrt{2}$; Itẽ, que $\sqrt{200}$, est la somme du double du produict de $\sqrt{6}$ & $\sqrt{3}$, & du double du produict de $\sqrt{4}$ & $\sqrt{2}$; Itẽ, que $\sqrt{192}$, est le quadruple du produict de $\sqrt{6}$ & $\sqrt{2}$, ou bien de $\sqrt{4}$ & $\sqrt{3}$; parquoy je propose question telle; *Trouvons quatre nombres tels; que le double du produict du premier & second ajousté au double du produict du troisiesme & quatriesme face* $\sqrt{216}$. *Item que le double du produict du premier & troisiesme, ajousté au double du produict du second & quatriesme, face* $\sqrt{200}$; *Item que le quadruple du produict du premier & quatriesme face* $\sqrt{192}$. Or posons, que nous avons trouvé par algebraique operation, que les quatre nombres sont $\sqrt{6}$ & $\sqrt{4}$ & $\sqrt{3}$ & $\sqrt{2}$, & parce que la somme de leurs quarrez 15, est egale au majeur nom donné, on concluroit, les nombres trouvez estre la racine requise: & de telle operation, se pourroit faire reigle, comme nous avons faict des precedentes.

Il y a encore d'aultres proprietez aux nombres donnez (par lesquels on pourroit faire autre operation algebraique que dessus) telles:

Le second nom, comme $\sqrt{216}$, est tousiours racine du quadruple du produict de la somme des deux quarrez, de $\sqrt{6}$, & $\sqrt{3}$, par la somme des deux quarrez, de $\sqrt{4}$, & $\sqrt{2}$, qui est en ceste exemple racine du quadruple du produict de 9 par 6; Item le troisiesme nom, comme $\sqrt{200}$, est tousiours racine quarrée, du quadruple du produict de la somme des deux quarrez, des deux premiers noms, $\sqrt{6}$, & $\sqrt{4}$, par la somme des deux quarrez des deux derniers noms, $\sqrt{3}$, & $\sqrt{2}$, qui est en ceste exemple racine du quadruple du produict de 10. par 5.

Quant à l'extraction des racines quarrees d'autres multinomies, j'estime que celuy qui entẽdra les origines precedentes, facilement verra l'infini progres des autres.

NOTA II. L'extraction de la racine cubique de binomie, selon l'intention susdicte, n'est encore legitimement inventée, que je sache. Quant à ce que quelqu'un pour expliquer la racine cubique de $\sqrt{243}+\sqrt{242}$, qui est $\sqrt{3}+\sqrt{2}$, nommera plusieurs racines de multinomies, il semble inutile: & se pourroit plus convenablement dire $\sqrt{③}$ *bino.* $\sqrt{243}+\sqrt{242}$; Le mesme s'entendra de racine de quinte & sexte quantité, & d'autres semblables. Quant à la racine de quarte quantité, la mesme se peult trouver, extrayant deux fois racine quarrée, & de huictiesme quantité extrayant trois fois racine quarrée, &c.

*Demonstration.*

Multipliant par soy la racine quarrée trouvée au premier exemple, qui est $\sqrt{2\frac{1}{3}}+\sqrt{\frac{1}{2}}$, donne produict



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

(par le 26 probleme) $3 + \sqrt{5}$, qui eſt le binomie donné; doncques $\sqrt{2\frac{1}{2} + \sqrt{\frac{1}{2}}}$, eſt la vraye racine requiſe: Et ſemblable ſera la demonſtration de tous les autres exemples, moyennant qu'on multiplie les racines du 4e. 5e. 6e. 10e. 11e. 12e. binomie en ſoy, par le 40. probleme; ce qu'il falloit demonſtrer. *Concluſion.* Eſtant doncques donné multinomie radical, nous avons trouvé ſa racine requiſe; ce qu'il falloit faire.

## Septieſme diſtinction des quatre numerations des racines de multinomies radicaux.

De la multiplication des racines de multinomies radicaux.

### Probleme XL.

*Estant donnee racine multinomie radical à multiplier, & racine de multinomie radical multiplicateur: Trouver leur produict.*

*Premier exemple.*

*Explication du donné.* Soit donné racine de multinomie à multiplier telle $\sqrt{bino.}\ 5 + \sqrt{3}$, & racine de multinomie multiplicateur telle, $\sqrt{bino.}\ 5 - \sqrt{3}$. *Explication du requis.* Il faut trouver leur produict. *Conſtruction.* La conſtruction eſt ſemblable à celle du 26 probleme, excepté, que du produict 22, trouvé par icelle maniere, il faut encore (par ce que les donnez ſont racines quarrees) prẽdre la racine quarrée, qui eſt pour ſolution $\sqrt{22}$.

*Second exemple.*

*Explication du donné.* Soit donnée racine de multinomie à multiplier telle; $\sqrt{bino.}\ 5 + \sqrt{3} + \sqrt{bino.}\ 5 - \sqrt{3}$; & multiplicateur $\sqrt{bino.}\ 5 + \sqrt{3} + \sqrt{bino.}\ 5 - \sqrt{3}$. *Explication du requis.* Il faut trouver leur produict. *Conſtruction.* On diſpoſera les donnez ſelon l'ordre vulgaire, comme cy deſſoubz, puis on multipliera (non pas ſimple nom par ſimple nom, mais $\sqrt{bino.}$ par $\sqrt{bino.}$) $\sqrt{bino.}\ 5 - \sqrt{3}$, par $\sqrt{bino.}\ 5 - \sqrt{3}$, faict $5 - \sqrt{3}$ (Car delaiſſant le ſigne $\sqrt{bino.}$ les reſtans $5 - \sqrt{3}$ ſont le produict, comme le ſemblable eſt vulgaire en multipliant $\sqrt{3}$ par $\sqrt{3}$, qui faict 3) Puis on multipliera $\sqrt{bino.}\ 5 - \sqrt{3}$, par $\sqrt{bino.}\ 5 + \sqrt{3}$, faict par le precedent premier exemple $\sqrt{22}$; puis on multipliera l'autre $\sqrt{bino.}\ 5 + \sqrt{3}$ par l'autre $\sqrt{bino.}\ 5 - \sqrt{3}$, faict $\sqrt{22}$; puis ſe multipliera l'une $\sqrt{bino.}\ 5 + \sqrt{3}$, par l'autre $\sqrt{bino.}\ 5 + \sqrt{3}$, faict $5 + \sqrt{3}$; puis ajouſtez ces quatre produicts, il eſt manifeſte qu'ils font $10 + \sqrt{88}$. La diſpoſition des characteres de l'operation achevée eſt telle:

$$\begin{array}{rr} \sqrt{bino.}\ 5 + \sqrt{3} + \sqrt{bino.}\ 5 - \sqrt{3} & \\ \sqrt{bino.}\ 5 + \sqrt{3} + \sqrt{bino.}\ 5 - \sqrt{3} & \\ \hline + \sqrt{22} & + 5 - \sqrt{3} \\ 5 + \sqrt{3} & + \sqrt{22} \end{array}$$

Produict & ſolution $10 + \sqrt{88}$.

Nota. On fera par la maniere de ces precedens exemples, la preuve des extractions de racine quarrée de quatrieſme, cincquieſme, ſixieſme, dixieſme, onzieſme, & douzieſme binomie du 38. probleme.

Et multipliant $\sqrt{bino.}\ 1 + \sqrt{2}$, par $\sqrt{bino.}\ \sqrt{3} + \sqrt{5}$, le produict ſera $\sqrt{quadrino.}\ \sqrt{3} + \sqrt{6} + \sqrt{5} + \sqrt{10}$. Item ſi l'un des donnez fuſt $\sqrt{multinomie}$, & que l'autre ne fuſt pas, on prendra la racine de la potence de celuy qui ne l'eſt pas, puis comme deſſus. Et la demonſtration des exemples cy deſſus eſt manifeſte par les demonſtrations des multiplications precedentes. *Concluſion.* Eſtant doncques donné racine de multinomie radical à multiplier, & racine de multinomie radical multiplicateur, nous avons trouvé leur produict; ce qu'il falloit faire.

De la diviſion des racines de multinomies radicaux.

### Probleme XLI.

*Estant donnée racine de multinomie radical à diviſer, & diviſeur: Trouver leur quotient.*

*Explication du donné.* Soit donnée $\sqrt{quadrinomie}\ \sqrt{35} + \sqrt{30} + \sqrt{14} + \sqrt{12}$, à diviſer, & diviſeur $\sqrt{bino.}\ \sqrt{5} + \sqrt{2}$. *Explication du requis.* Il faut trouver leur quotient. *Conſtruction.* On delaiſſera leur ſigne de $\sqrt{multinomie}$, & demeurera à diviſer $\sqrt{35} + \sqrt{30} + \sqrt{14} + \sqrt{12}$, par $\sqrt{5} + \sqrt{2}$, leſquels diviſez par le 27 probleme, donnent quotient $\sqrt{7} + \sqrt{6}$, auquel applicant autrefois le ſigne de $\sqrt{multinomie}$, le quotient ſera $\sqrt{bino.}\ \sqrt{7} + \sqrt{6}$. Je di que $\sqrt{bino.}\ \sqrt{7} + \sqrt{6}$ eſt le quotient requis, dont la demonſtration eſt manifeſte, par les demonſtrations des diviſions precedentes. *Concluſion.* Eſtant doncques donné racine de multinomie radical à diviſer, & diviſeur, nous avons trouvé leur quotient; ce qu'il falloit faire.

De l'addition des racines de multinomies radicaux.

### Probleme XLII.

*Estant donnees racines de multinomies radicaux à ajouſter: Trouver leur ſomme.*

*Explication du donné.* Soyent donnees racines de multinomies telles; $\sqrt{bino.}\ \sqrt{48} + \sqrt{32}$, & $\sqrt{bino.}\ \sqrt{3} + \sqrt{2}$. *Explication du requis.* Il faut trouver leur ſomme. *Conſtruction.* On diviſera le majeur nombre donné $\sqrt{bino.}\ \sqrt{48} + \sqrt{32}$, par $\sqrt{bino.}\ \sqrt{3} + \sqrt{2}$, donne quotient 2, par le 41 probleme: (s'ils fuſſent incommenſurables, on les ſolveroit par +) au meſme ajouſté 1 par reigle generale, faict 3, qui vaut $\sqrt{81}$, par la meſme multiplié le diviſeur $\sqrt{bino.}\ \sqrt{3} + \sqrt{2}$, faict $\sqrt{bino.}\ \sqrt{243} + \sqrt{162}$, laquelle je di eſtre la ſomme requiſe. *Demonſtration.* Tout quotient plus un, multiplié par ſon diviſeur, donne produict egal à la ſomme du nombre à diviſer, & diviſeur, par le theoreme devant le 24 probleme.

Noſtre quotient plus un (qui eſt $\sqrt{81}$) eſt multiplié par le diviſeur qui eſt $\sqrt{bino.}\ \sqrt{3} + \sqrt{2}$, donnant produict $\sqrt{bino.}\ \sqrt{243} + \sqrt{162}$. Ergo $\sqrt{bino.}\ \sqrt{243} + \sqrt{162}$, eſt egale à la ſomme du nombre à diviſer, $\sqrt{bin.}\ \sqrt{48} + \sqrt{32}$, & du diviſeur, qui eſt $\sqrt{bino.}\ \sqrt{3} + \sqrt{2}$. C'eſt à dire, que $\sqrt{bino.}\ \sqrt{243} + \sqrt{162}$, eſt la ſomme des donnez; ce qu'il falloit demonſtrer. *Concluſion.* Eſtant doncques donnees racines de multinomies radicaux à ajouſter; Nous avons trouvé leur ſomme, ce qu'il falloit faire.

Nota. Il y a quelques racines de binomies, qui ſont entre eux incommenſurables, toutesfois ils ſe peuvent ajouſter par autre maniere, ainſi que leur ſomme ſoit racine de binomie ou de ſimple nom, & cecy ſont les deux parties, deſquelles ſe compoſe ſa racine quarrée du quatrieſme, cincquieſme, ſixieſme, dixieſme, onzieſme, & douzieſme binomie; à ſçavoir la racine de binomie conjoinct ajouſtée à la racine de ſon reſpondant diſioinct, les meſmes (pour ladicte incommenſurance) ne ſe peuvent ajouſter comme les commenſurables. Mais la racine de leur potence quarrée, ſera la ſomme requiſe. Par exemple; l'on requiert la ſomme de $\sqrt{bino.}\ 2 + \sqrt{3}$, & $\sqrt{bino.}\ 2 - \sqrt{3}$: On multipliera $\sqrt{bino.}\ 2 + \sqrt{3} + \sqrt{bino.}\ 2 - \sqrt{3}$ en ſoy, faict, par le 40 probleme, 6; ſa racine pour la ſomme requiſe, eſt $\sqrt{6}$. Et pour meſme raiſon, la ſomme de $\sqrt{bino.}\ 5 + \sqrt{3}$, & $\sqrt{bino.}\ 5 - \sqrt{3}$, ſera $\sqrt{bino.}\ 10 + \sqrt{88}$. Ceſte note ſe peut auſſi appliquer à la ſoubſtraction ſuivante.

De

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

De la ſoubſtraction des racines de multinomies radicaux.

### Probleme XLIII.

*Estant donnée racine de multinomie radical de laquelle on ſoubſtraict, & racine de multinomie radical à ſoubſtraire: Trouver leur reſte.*

*Explication du donné.* Soit donné racine de multinomie de laquelle on ſoubſtraict telle: $\sqrt{}$ *bino.* $\sqrt{}$ 243 + $\sqrt{}$ 162; & $\sqrt{}$ *bino.* à ſoubſtraire telle: $\sqrt{}$ *bino.* $\sqrt{}$ 3 + $\sqrt{}$ 2. *Explication du requis.* Il faut trouver leur reſte. *Conſtruction.* On diviſera la $\sqrt{}$ *bino.* 243 + $\sqrt{}$ 162, par $\sqrt{}$ *bino.* $\sqrt{}$ 3 + $\sqrt{}$ 2, donne (par le 41 probleme) quotient 3; (s'ils fuſſent incommenſurables, on les ſolveroit par —) du meſme, pour reigle generale, ſoubſtraict 1, reſte 2, qui vaut $\sqrt{}$ 16, & par la meſme diviſe le diviſeur $\sqrt{}$ *bino.* $\sqrt{}$ 3 + $\sqrt{}$ 2, faict $\sqrt{}$ *bino.* $\sqrt{}$ 48 + $\sqrt{}$ 32, laquelle je di eſtre la racine requiſe. *Demonſtration.* Tout quotient moins un multiplié par ſon diviſeur, donne produict egal au reſte de la ſoubſtraction, du diviſeur de nombre à diviſer, par le theoreme devant le 25. probleme.

Noſtre quotient moins un (qui eſt $\sqrt{}$ 16) eſt multiplié par diviſeur $\sqrt{}$ *bino.* $\sqrt{}$ 3 + $\sqrt{}$ 2. donnant produict $\sqrt{}$ 48 + $\sqrt{}$ 32. Ergo $\sqrt{}$ *bino.* $\sqrt{}$ 48 + $\sqrt{}$ 32 eſt egale au reſte du ſoubſtraction de le diviſeur $\sqrt{}$ *bino.* $\sqrt{}$ 3 + $\sqrt{}$ 2, du nombre à diviſer $\sqrt{}$ *bino.* $\sqrt{}$ 243 + $\sqrt{}$ 162, c'eſt a dire, que $\sqrt{}$ *bino.* $\sqrt{}$ 48 + $\sqrt{}$ 32, eſt la reſte requis; ce qu'il falloit demonſtrer. *Concluſion.* Eſtant doncques donnée racine de multinomie radical, de laquelle on ſoubſtraict, & racine de multinomie radical à ſoubſtraire; nous avons trouvé leur reſte, ce qu'il falloit faire.

### Theoreme I.

*Le multinomie ne ſe peut diviſer en autres noms de meſme multitude.*

Nota. Il faut entendre que nous parlons icy de propre multinomie, c'eſt duquel tous les noms ſont entre eux incommenſurables, car $\sqrt{}$ 2 + $\sqrt{}$ 8, n'eſt pas binomie, comme nous avons dict au corollaire de la 40 definition. *Explication du donné.* Soit donné binomie tel: 4 + $\sqrt{}$ 32. *Explication du requis.* Il nous faut demonſtrer que le binomie donné 4 + $\sqrt{}$ 32, ne ſe peut diviſer en autres deux noms: C'eſt à dire, qu'on ne peut trouver deux autres noms, leſquels enſemble ſoyent egaux auſdicts 4 + $\sqrt{}$ 32; Et pour encore expliquer plus clairement le ſens de ce theoreme, poſons 6 + 4, comme s'il fuſt binomie, le meſme ſe peut diviſer en autres deux parties, comme 7 + 3, qui vallent auſſi 10: Or il nous faut demonſtrer, que le ſemblable eſt impoſſible en vray binomie. *Demonſtration.*

Soubſtrayons premierement du nom $\sqrt{}$ 32 quelque partie, comme 2, commenſurable au 4, & reſtera $\sqrt{}$ 32 — 2, puis ajouſtons le 2 premierement ſoubſtraict, à 4, font 6, & nous aurons alors 6 + $\sqrt{}$ 32 — 2, qui eſt egal a 4 + $\sqrt{}$ 32, mais ce n'eſt pas binomie.

Soubſtrayons au ſecond, de $\sqrt{}$ 32, quelque partie telle, que le reſte ſoit ſimple nom comme $\sqrt{}$ 2, & reſtera $\sqrt{}$ 18; Puis ajouſtant la $\sqrt{}$ 2 à 4, fera 4 + $\sqrt{}$ 2, & le tout enſemble ſera 4 + $\sqrt{}$ 2 + $\sqrt{}$ 18, lequel combien qu'il eſt egal à 4 + $\sqrt{}$ 32, toutesfois ce n'eſt pas binomie.

Soubſtrayons au troiſieſme, de $\sqrt{}$ 32, quelque partie incommenſurable, à chaſcun nom du binomie donné, comme $\sqrt{}$ 7, l'ajouſtant à 4, & demeurera alors 4 + $\sqrt{}$ 7 + $\sqrt{}$ 32 — $\sqrt{}$ 7, qui eſt auſſi egal à 4 + $\sqrt{}$ 32, toutesfois ce n'eſt pas binomie. Le meſme ſe demonſtrera en tous autres ſemblables. *Concluſion.* Le multinomie doncques, ne ſe peut diviſer en autres noms de meſme multitude; ce qu'il falloit demonſtrer.

### Theoreme II.

*Si on multiplie ou diviſe multinomie radical, par nombre Arithmetique: Le produict ou quotient ſera multinomie, de meſme multitude de noms, & de meſme ordre, comme le multinomie multiplié, ou diviſé. Il ſera auſſi commenſurable audict multinomie multiplié ou diviſé.*

*Explication dn donné.* Soit donné binomie à multiplier ou diviſer tel $\sqrt{}$ 12 — $\sqrt{}$ 24; Et nombre Arithmetique multiplicateur ou diviſeur 2. *Explication du requis.* Il faut demonſtrer que le produict, ou quotient, ſera binomie de meſme multitude de noms, & de meſme ordre, comme $\sqrt{}$ 12 — $\sqrt{}$ 24: Item que tel produict ou quotient ſera commenſurable audict binomie $\sqrt{}$ 12 — $\sqrt{}$ 24. *Preparation de la demonſtration.* Multiplions $\sqrt{}$ 12 — $\sqrt{}$ 24, par 2, & donne produict par le 26 probleme $\sqrt{}$ 48 — $\sqrt{}$ 96; Puis diviſons le meſme binomie $\sqrt{}$ 12 — $\sqrt{}$ 24, par 2, & donne quotient par le 27 probleme $\sqrt{}$ 3 — $\sqrt{}$ 6. *Demonſtration.* Que le produict $\sqrt{}$ 48 — $\sqrt{}$ 96; Item le quotient $\sqrt{}$ 3 — $\sqrt{}$ 6, ſont binomie cõme le donné, eſt manifeſte. Il appert auſſi par la 56 definition qu'ils ſont de meſme ordre: à ſçavoir toutes trois le douzieſme en l'ordre: Item que ledict produict & quotient, ſont commenſurables au binomie donné, eſt auſſi manifeſte; car par la preparation de la demonſtration, le produict eſt le duple du donné, & le quotient ſon ſubduple. *Concluſion.* Si doncques on multiplie ou diviſe multinomie nombre, par nombre Arithmetique; Le produict ou quotient, &c. ce qu'il falloit demonſtrer.

### Corollaire I.

S'enſuit par le revers de ce 2 theoreme, que ſi deux multinomies ſont commenſurables, qu'ils ſeront de meſme multitude de noms, & de meſme ordre.

### Corollaire II.

Il eſt auſſi notoire par le precedent theoreme, que ſi on multiplie, ou diviſe quelque ſimple racine, par nombre Arithmetique, que le produict ou quotient, ſera racine de meſme qualité, comme la racine multipliée, ou diviſée. Par exemple, $\sqrt{}$ 3 (qui eſt à nombre Arithmetique incommenſurable) multipliée par 2 donne produict $\sqrt{}$ 48, qui eſt auſſi racine de racine, & à nombre Arithmetique incommenſurable.

Nota. Les precedens deux theoremes, nous ſerviront entre autres, pour quelques demonſtrations en noſtre traicté des incommenſurables grandeurs.

## Huictieſme diſtinction de la reigle de trois des nombres radicaux, & de l'invention des moyens proportionels.

### Probleme XLIV.

*Estant donnez trois termes de nombres radicaux: Trouver leur quatrieſme proportionel.*

*Explication du donné.* Soyent donnez trois termes tels $\sqrt{}$ 7. $\sqrt{}$ 5. $\sqrt{}$ 6. *Explication du requis.* Il faut trouver leur quatrieſme proportionel. *Conſtruction.* On multipliera le deuxieſme terme $\sqrt{}$ 5, par le troiſieſme $\sqrt{}$ 6, donne produict (par le 22 probleme) $\sqrt{}$ 30, laquelle on diviſera par le premier terme $\sqrt{}$ 7, donne quotient par le 23 probleme $\sqrt{}$ $4\frac{2}{7}$. Je di que $\sqrt{}$ $4\frac{2}{7}$ eſt le quatrieſme terme proportionel requis. *Demonſtration.* Il y a par le 21 probleme, telle raiſon de $\sqrt{}$ $4\frac{2}{7}$, à $\sqrt{}$ 6, comme de $\sqrt{}$ 5, à $\sqrt{}$ 7; Ergo $\sqrt{}$ $4\frac{2}{7}$ eſt leur quatrieſme proportionel: ce qu'il falloit demonſtrer. *Concluſion.* Eſtant doncques donnez trois termes de nombres radicaux, nous avons trouvé leur quatrieſme terme proportionel; ce qu'il falloit faire.



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

### Probleme XLV.

*Estant donnez deux nombres quelconques: Trouver leurs moyens proportionels requis.*

*Exemple* I.

*Explication du donné.* Soyent donnez deux nombres 2 & 10. *Explication du requis.* Il faut trouver leur moyen proportionel. *Construction.* On multipliera 2 par 10, font 20, des mesmes la racine quarrée est $\surd 20$. Je di que $\surd 20$ est le moyen proportionel requis.

*Exemple* II.

*Explication du donné.* Soyent donnez deux nombres 2 & 10. *Explication du requis.* Il faut trouver leurs deux moyens proportionels. *Construction.* Le quarré de 2 donné, est 4, par le mesme se multipliera le 10 donné, faict 40, des mesmes la racine cubique est $\surd ③ 40$, pour le premier des deux moyens proportionels requis; Et pour trouver le second, on dira, 2 donnent $\surd ③ 40$, combien $\surd ③ 40$? faict par le 44 probleme, $\surd ③ 200$, pour le second moyen proportionel requis.

Je di que $\surd ③ 40$, & $\surd ③ 200$, sont les deux moyens proportionels requis.

*Exemple* III.

*Explication du donné.* Soyent donnez deux nombres tels: 2 & 10. *Explication du requis.* Il faut trouver leurs trois moyens proportionels. *Construction.* Leur moyen proportionel par le premier exemple, est $\surd 20$; Et le moyen proportionel entre 2 & $\surd 20$, est (par ledict 1. exemple) $\surdw 80$; Item le moyen proportionel entre $\surd 20$ & 10, est $\surdw 2000$. Je di que $\surdw 80$, & $\surd 20$, & $\surdw 2000$, sont les trois moyens proportionels requis.

*Exemple* IV.

*Explication du donné.* Soyent donnez deux nombres tels 2 & 10. *Explication du requis.* Il faut trouver leurs quatre moyens proportionels. *Construction.* On prendra la potence de quarte quantité de 2, faict 16, par les mesmes multipliez les 10, font 160, desquels la racine de quinte quantité est $\surd ⑤ 160$. Puis on trouvera entre $\surd ⑤ 160$, & 10, trois moyens proportionels, par le precedent 3 exemple, qui seront $\surd ③ 800$, $\surd ⑤ 4000$, & $\surd ⑤ 20000$. Je di que $⑤ 160$, & $\surd ⑤ 800$, & $\surd ⑤ 4000$, & $\surd ⑤ 20000$, sont les quatre moyens proportionels requis.

*Exemple* V.

*Explication du donné.* Soyent donnez deux nombres tels 2 & 10. *Explication du requis.* Il faut trouver leurs cincq moyens proportionels. *Construction.* On trouvera leur moyen proportionel, par le premier exemple, qui est $\surd 20$; Puis on trouvera par le second exemple, deux moyens proportionels, entre 2, & $\surd 20$, qui seront $\surd ⑥ 320$, & $\surd ③ 40$; Et semblablement deux moyens proportionels entre $\surd 20$, & 10, qui seront $\surd ③ 200$, & $\surd ⑥ 200000$. Je di que $\surd ⑥ 320$, & $\surd ③ 40$, & $\surd ② 20$, & $\surd ③ 200$, & $\surd ⑥ 200000$, sont les cincq moyens proportionels requis. Et semblable sera l'operation des autres moyens proportionels quelconques. *Demonstrat.* Comme au premier exemple 2, à $\surd 20$, ainsi $\surd 20$, à 10, par le 21 probleme; doncques $\surd 20$ est le moyen proportionel requis au premier exemple. Item comme au second exemple 2, à $\surd ③ 40$, ainsi $\surd ③ 40$, à $\surd ③ 200$, & ainsi $\surd ③ 200$, à 10; doncques $\surd ③ 40$, & $\surd ③ 200$, sont les deux moyens proportionels requis. Et semblable sera la demonstration des aultres exemples; ce qu'il falloit demonstrer. *Conclusion.* Estant doncques donnez deux nombres quelconques, nous avons trouvez leurs moyens proportionels requis; ce qu'il falloit faire.

## Neufiesme distinction, de la reigle de proportionelle partition des nombres radicaux.

### Probleme XLVI.

*Partir un nombre Geometrique donné en parties proportionelles à nombres Geometriques donnez.*

*Explication du donné.* Soit nombre Geometrique donné $\surd 7$, & nombres Geometriques donnez $\surd 2$ & $\surd 5$. *Explication du requis.* Il faut partir la $\surd 7$ en deux parties proportionelles au deux nombres $\surd 2$ & $\surd 5$ donnez. *Construction.* On ajoustera les nombres donnez, à sçavoir $\surd 2$ & $\surd 5$, font $\surd 2 + \surd 5$; Puis on dira par le precedent 45 probleme, $\surd 2 + \surd 5$ donnent $\surd 2$, combien $\surd 7$? faict $\surd 23\frac{1}{3} - \surd 9\frac{1}{3}$ pour premier nombre requis; Et de mesme sorte on dira, $\surd 2 + \surd 5$ donnent $\surd 5$, combien $\surd 7$? faict $\surd 58\frac{2}{3} - \surd 23\frac{1}{3}$ pour le second nombre requis. La disposition des characteres de l'operation semblable à celle du 15 probleme, est telle:

$$\begin{array}{l} \surd 2 \\ \surd 5 \\ \hline \surd 2 + \surd 5 \end{array} \qquad \begin{array}{l} \surd 23\frac{1}{3} - \surd 9\frac{1}{3} \\ \surd 58\frac{2}{3} - \surd 23\frac{1}{3} \\ \hline \surd 7 \end{array}$$

Je di que $\surd 7$ est divisée en deux parties (à sçavoir deux binomies disioinctes tels $\surd 23\frac{1}{3} - \surd 9\frac{1}{3}$, & $\surd 58\frac{2}{3} - \surd 23\frac{1}{3}$) proportionels aux deux nombres $\surd 2$ & $\surd 5$, comme il estoit requis. *Demonstration.* Comme $\surd 2$ à $\surd 5$, ainsi $\surd 23\frac{1}{3} - \surd 9\frac{0}{3}$, à $\surd 58\frac{2}{3} - \surd 23\frac{2}{3}$, par le 21 probleme, & la somme de $\surd 23\frac{1}{3} - \surd 9\frac{1}{3}$, & $\surd 58\frac{2}{3} - \surd 23\frac{1}{3}$, est $\surd 7$, par le 28 probleme; ce qu'il falloit demonstrer. *Conclusion.* Nous avons doncques parti un nombre geometrique donné, en parties proportionelles à nombres geometriques donnez; ce qu'il falloit faire.

## Dixiesme distinction, de la reigle de faux des nombres radicaux.

*D'une faulse position.*

### Probleme XLVII.

*Estant proposée question qui se solve par une faulse position en nombres radicaux: La solver par une faulse position.*

*Explication du donné & requis.* On veult sçavoir quel nombre avec sa moitie fera $\surd 5$. *Construction.* On posera quelque nombre ainsi qu'il aviendra, comme s'il fust le nombre requis, soit 2, le mesme avec sa moitie, qui est 1, faict 3: Or ce n'est pas 3 que nous voulons, mais $\surd 5$, doncques la position de 2 estoit faulse, parquoy pour avoir le vray requis, on dira, 3 vient de 2, d'ou viendra $\surd 5$? faict par le 44 probleme $\surd 2\frac{2}{9}$. Je di que $\surd 2\frac{2}{9}$ est le nombre requis, qui avec sa moitie fera $\surd 5$. *Demonstration.* La $\surd 2\frac{2}{9}$ avec sa moitie $\surd \frac{1}{9}$ donne somme par le 24 probleme $\surd 5$, ce qu'il falloit demonstrer. *Conclusion.* Estant doncques proposée question qui se solve par une faulse position en nombres radicaux, nous l'avons solvé par une faulse position; ce qu'il falloit faire.

*De deux faulses positions.*

### Probleme XLVIII.

*Estant proposée question qui se solve par deux faulses positions, en nombres radicaux: La solver par deux faulses positions.*

*Explication du donné & requis.* On veult sçavoir quel nombre avec sa moitie fera $\surd 5$. *Construction.* On posera pour premiere position quelque nombre ainsi qu'il avien-

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

avviendra, comme s'il fuſt le nombre requis, ſoit 2; le meſme avec ſa moitie, qui eſt 1, faict 3. Or ce n'eſt pas 3 que nous voulons, mais $\sqrt{5}$, donc la premiere poſition de 2, eſt faulſe, & pour eſtre $\sqrt{5}$, vient trop, ou plus $\sqrt{9}-\sqrt{5}$, leſquelles on mettera en ceſte ſorte:

2 Plus $\sqrt{9}-\sqrt{5}$.

Puis on poſera pour ſeconde poſition, quelque autre nombre que n'eſt le nombre 2 de la premiere poſition, comme s'il fuſt le nombre requis; ſoit 4 le meſme avec ſa motie qui eſt 2, faict 6: Or ce n'eſt pas 6 que nous voulons, mais $\sqrt{5}$, doncques la ſeconde poſition de 4, eſt auſſi faulſe; & pour eſtre $\sqrt{5}$, vient trop ou plus $\sqrt{36}-\sqrt{5}$, leſquelles on mettra ſoubs la premiere poſition; & leur diſpoſition ſera telle:

2 Plus $\sqrt{9}-\sqrt{5}$.
4 Plus $\sqrt{36}-\sqrt{5}$.

Puis il faut multiplier par croix, c'eſt à dire 4 par $\sqrt{9}-\sqrt{5}$, faict $\sqrt{144}-\sqrt{80}$, leſquels on mettra joignant la $\sqrt{9}-5$; Puis on multipliera 2 par $\sqrt{36}-\sqrt{5}$, font $\sqrt{144}+\sqrt{20}$, leſquelles on mettra pres la $\sqrt{36}-\sqrt{5}$, & leur diſpoſition ſera alors telle:

2 Plus $\sqrt{9}-\sqrt{5}$ . $\sqrt{144}-\sqrt{80}$.
4 Plus $\sqrt{36}-\sqrt{5}$ . $\sqrt{144}-\sqrt{20}$.

Puis il faut conſiderer ſi les deux vocables (comme ſont plus & moins) ſont ſemblables, c'eſt à dire tous deux plus, ou tous deux moins, ou s'ils ſont diſſemblables, comme l'un plus, & l'autre moins, car pour generale reigle, comme nous avons auſſi dict au 17. probleme,

*Semblables requierent ſoubſtraction, Et diſſemblables addition.*

Or les vocables de c'eſt exemple ſont ſemblables, à ſçavoir tous deux plus, il faut doncques ſoubſtraire le moindre du majeur; à ſçavoir $\sqrt{144}-\sqrt{80}$, de $\sqrt{144}-\sqrt{20}$, reſte (par le 33 probleme) $\sqrt{20}$; Puis $\sqrt{9}-\sqrt{5}$, de $\sqrt{36}-\sqrt{5}$, reſte $\sqrt{9}$; Puis il faut diviſer $\sqrt{20}$ par $\sqrt{9}$. donne quotient & ſolution $\sqrt{2\frac{2}{9}}$. La diſpoſition des characteres de l'operation achevée eſt telle:

2 Plus $\sqrt{9}-\sqrt{5}$ . $\sqrt{144}-\sqrt{80}$.
4 Plus $\sqrt{36}-\sqrt{5}$ . $\sqrt{144}-\sqrt{20}$.
$\sqrt{9}$ $\sqrt{20}$. faict $\sqrt{2\frac{2}{9}}$.

Je di que $\sqrt{2\frac{2}{9}}$ eſt le nombre requis, qui avec ſa moitie faict $\sqrt{5}$. *Demonſtration.* La $\sqrt{2\frac{2}{9}}$ avec ſa moitie qui eſt $\sqrt{\frac{5}{9}}$, faict (par le 24 probleme) $\sqrt{5}$; ce qu'il falloit demonſtrer. *Concluſion.* Eſtant doncques propoſee queſtion qui ſe ſolve par deux faulſes poſitions en nombres radicaux, nous l'avons ſolvée par deux faulſes poſitions; ce qu'il falloit faire.

*Fin de la ſeconde partie de l'operation.*

# TROISIESME PARTIE DE L'OPERATION DES NOMBRES ALGEBRAIQVES.

## Premiere diſtinction des quatre numerations des nombres algebraiques entiers.

THEOREME.

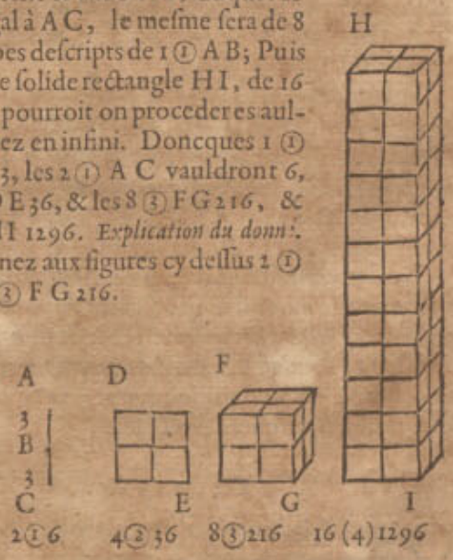
*QVantité algebraique multipliée par quantité algebraique, donner produict quantité, de laquelle le nominateur eſt egal, à la ſomme des nominateurs de la quantité à multiplier, & du multiplicateur.*

*Exemple* I.

*Explication du donné.* Soyent au fondement des nombres geometriques devant la 14 definition, la ſeconde quantité B 4, & la tierce quantité C 8. *Explication du requis.* Il faut demonſtrer que B, multiplié par C, donnent produict quinte quantité, à ſçavoir la ſomme de leurs nominateurs qui ſont 2 & 3, faiſans enſemble 5 nominateur de la quinte quantité. *Demonſtration.* Multiplions 4 de B, par 8 de C, font 32, qui eſt la quinte quantité E.

*Exemple* II.

Nous avons demonſtré cy deſſus que ſimple quantité, multipliée par ſimple quantite, donne produict certaine ſimple quantité; Il nous faut demonſtrer le meſme en quantités compoſees. A laquelle fin, ſoit deſcript la ligne A B, qui ſoit 1 ① vallant 3, & B C egale à la A B, ſoit aultre 1 ①, de ſorte que toute la A C ſera 2 ①; Puis ſoit deſcript le quarré D E, duquel le coſté ſoit egal à la A C, le meſme ſera de 4 ②, ou 4 quarrez, deſcripts de A B; Puis ſoit deſcrit le cube F G, duquel le coſté ſoit egal à A C, le meſme ſera de 8 ③, ou 8 cubes deſcripts de 1 ① A B; Puis ſoit deſcrit le ſolide rectangle H I, de 16 (4), & ainſi pourroit on proceder es aultres quantitez en infini. Doncques 1 ① A B vallant 3, les 2 ① A C vauldront 6, & les 4 ② D E 36, & les 8 ③ F G 216, & les 16 (4) H I 1296. *Explication du donné.* Soyent donnez aux figures cy deſſus 2 ① A C 6, & 8 ③ F G 216.




*Explication du requis.* Il faut demonſtrer que A C, multiplié par F G, donnent produict quartes quantitez H I, à ſçavoir la ſomme de leurs nominateurs, qui ſont 1 & 3, faiſans enſemble 4, nominateur de la quarte quantité. *Demonſtration.* Multiplions 6 de A C, par 216 de F G, font 1296, qui eſt la quarte quantité H I. *Concluſion.* Quantite doncques algebraique multipliée par quantité algebraique donne produict quantité, de laquelle le nominateur eſt egal à la ſomme des nominateurs de la quantité à multiplier, & du multiplicateur; ce qu'il falloit demonſtrer.

NOTA.

On entendra par ce theoreme, que ② multiplié par (4), donne produict ⑥, comme 3 ②, multipliés par 7 (4), font



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

(4), font 21 ⑥; Et 2 ③, par 4 ①, faict 8 (4); Et 5 ③, par 2, (qui eſt par 2 ⓪) faire 10 ③, &c.

De la multiplication des nombres algebraiques entiers.

PROBLEME XLIX.

*ESTant donné nombre algebraique entier à multiplier, & nombre algebraique entier multiplicateur : Trouver leur produict.*

*Explication du donné.* Soit donné nombre algebraique entier à multiplier tel: $2③ - 4② + 3①$; Et multiplicateur $2(4) + 3③$. *Explication du requis.* Il faut trouver leur produict. *Conſtruction.* On diſpoſera les donnez en ordre vulgaire comme deſſoubz, diſant, + 3 ① fois + 3 ③, font + 9 (4) (car tel produict eſtre + appert par le theoreme devant le 26 probleme. Auſſi que c'eſt (4), appert par ce precedent theoreme, la ou il eſt demonſtré, que ① multiplié par ③, donne produict ④) & ainſi des autres; Puis ajouſte ce qu'il y a entre les deux lignes; il y aura produict $4⑦ - 2⑥ - 6⑤ + 9(4)$; La diſpoſition des characteres de l'operation eſt telle.

Nombre à multiplier $2③ - 4② + 3①$
Multiplicateur $+ 2④ + 3③$

$+ 6⑥ - 12⑤ + 9④$
$4⑦ - 8⑥ + 6⑤$

Produict $4⑦ - 2⑥ - 6⑤ + 9④$

Je di, que ledict produict, eſt le produict requis. Et de meſme ſorte multipliant $\surd 3①$, par $\surd 2②$, faict $\surd 6③$.

Item multipliant $\surd 3 \times ①$, par $\surd 2 \times ②$, faict $\surd 6 \times ③$.

Item pour multiplier $\surd 3 \times ①$ par $\surd 2②$, on convertira la prime quantité auſſi en racine, qui eſt $\surd 3②$, & leur produict ſera $\surd 6④$.

Item multipliant $\surd$ *bino.* $3② + 2①$, par $\surd$ *bino.* $5② + 4①$, font $\surd$ *trino.* $15(4) + 22③ + 8②$.

Item multipliant $\surd$ *bino.* $\surd 3② + \surd 2①$, par $\surd$ *bino.* $\surd 5② + \surd 4①$, font $\surd$ *quadrino.* $\surd 15④ + \surd 12③ + 10③ + 8②$.

*Demonſtration.*

La demonſtration de ce probleme, eſt manifeſte par les demonſtrations des problemes des multiplications precedentes; Ou autrement par la diviſion du ſuyvant probleme. *Concluſion.* Eſtant doncques donné nombre algebraique entier multiplicateur; nous avons trouvé leur produict, ce qu'il falloit faire.

THEOREME.

*QVantité algebraique diviſée par quantité algebraique, donner quotient quantité, de laquelle le nominateur eſt egal à la reſte de nominateur du diviſeur ſoubſtraict du nominateur de la quantité à diviſer.*

*Premier exemple.*

*Explication du donné.* Soyent au fondement des nombres geometriques devant la 14 definition la ſexte quantité F 64, & la ſeconde quantité B 4. *Explication du requis.* Il faut demonſtrer que F, diviſée par B, donne quotient quarte quantité D, qui eſt quantité de laquelle le nominateur eſt egal à la reſte de 2, ſoubſtraict de 6, nominateurs des donnez. *Demonſtration.* Diviſons 64 de F, par 4 de B, donne quotient 16, qui eſt la quarte quantité D.

*Second exemple.*

*Explication du donné.* Et pour demonſtrer le meſme en quantitez compoſees; Soyent aux figures devant le 49 probleme 16 (4) HI 1296, & 8 ③ FG 216. *Explication du requis.* Il faut demonſtrer, que HI, diviſé par FG, donnent quotient primes quantitez AC; qui ſont quantitez de laquelle le nominateur eſt egal à la reſte de 3 ſoubſtraict de 4, nominateurs des donnez. *Demonſtration.* Diviſons 1296 de HI, par 216 de FG, donne quotient 6, qui ſont les 2 ① AC. *Concluſion.* Quantité doncques algebraique, diviſée par quantité algebraique, donne quotient quantité, de laquelle &c. ce qu'il falloit demonſtrer.

NOTA. On entendra par ce theoreme, que ⑤ diviſées par ②, donnent quotient ③, comme 6 ⑤, diviſees par 3 ②, donnent quotient 2 ③; Et 8 ③, diviſees par 2, (qui eſt 2 ⓪) donnent quotient 4 ③, &c.

De la diviſion des nombres algebraiques entiers.

PROBLEME L.

*ESTant donné nombre algebraique entier à diviſer, & nombre algebraique entier diviſeur: Trouver leur quotient.*

*Exemple* 1.

*Explication du donné.* Soit donné nombre algebraique entier à diviſer tel: $9④ - 14③ + 6① - 5$; Et diviſeur 3 ②. *Explication du requis.* Il faut trouver leur quotient. *Conſtruction.* On diſpoſera les nombres donnez comme cy deſſoubs, diſant, combien de fois 3 ② en 9 ④? faict + 3 ② (+ par le theoreme devant le 27 probleme, & ② par le theoreme devant ce 50 probleme) leſquels 3 ② on mettra au vulgaire lieu du quotient; & alors leur diſpoſition ſera telle:

$9(4) - 14③ + 6① - 5$ $(3②$
$3②$

Puis on mettra autrefois le diviſeur 3 ③, ſoubz $-14③$, & on dira; combien de fois $+3②$ en $-14③$? faict $-4\frac{2}{3}①$; Puis mettant autrefois le diviſeur ſoubs $+6①$, on dira, combien de fois $+3②$ en $+6①$? faict $+\frac{6(1)}{3(1)}$; (ce que devient touſiours telle fraction algebraique, quand le nominateur du diviſeur eſt majeur que le nombre à diviſer.) Puis on mettra autrefois le diviſeur ſoubz $-5$, diſant; combien de fois 3 ② en $-5$? faict $-\frac{5}{3(2)}$. Et la diſpoſition des characteres de l'operation achevee ſera telle:

$9(4) - 14③ + 6① - 5(3② - 4\frac{2}{3}① + \frac{6(1)}{3(2)} - \frac{5}{3(2)}$
$3②$ $3②$ $3②$ $3②$

Ie di que $3② - 4\frac{2}{3}① + \frac{6(1)}{3(2)} - \frac{5}{3(2)}$ eſt le quotient requis.

L'on pourroit auſſi pour ſolution mettre le nombre à diviſer ſur une ligne, & le diviſeur deſſoubs, & le quotient requis ſeroit fraction telle:

$$\frac{9(4) - 14③ + 6① - 5}{3②}$$

*Exemple* 11.

*Explication du donné.* Soit donné nombre algebraique entier à diviſer $4⑦ - 2⑥ - 6⑤ + 9(4)$. Et diviſeur $2(4) + 3③$. *Explication du requis.* Il faut trouver leur quotient. *Conſtruction.* La conſtruction ſera par la conſtruction du precedent premier exemple aſſez notoire, parquoy nous mettrons ſeulement la diſpoſition des characteres de l'operation achevée telle:

$8⑥ \quad 6⑤$
$4⑦ - 2⑥ - 6⑤ + 9④ (2③ - 4② + 3①$
$2④ + 3③ + 3③ + 3③$
$2④ + 2④$

Ie di,

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

Je di, que $2③-4②+3①$, eſt le quotient requis.

*Exemple* 111.

*Explication du donné.* Soit donné nombre algebraique entier à diviſer $32③+4$, & diviſeur $4①+2$. *Explication du requis.* Il faut trouveur leur quotient. *Conſtruction.* On diſpoſera les donnez en ceſte ſorte:

$32③+4$ / $4①+2$

Puis on dira, combien de fois $4①$ en $32③$? faict $8②$ fois, les mettant au lieu du quotient; puis on multipliera le 2 par $8②$, font $16②$, qui ſoubſtraictes de ce qu'il y a deſſus, reſtera $-16②+43$; & leur diſpoſition ſera alors telle:

$-16②$ / $32③+4$ $(8②$ / $4①+2$

Puis on mettra autrefois le diviſeur; diſant, combien de fois $4①$ en $-16②$? faict $-4①$ fois, les mettant au lieu du quotient; puis on multipliera le 2 par $-4①$, faict $-8①$, qui ſoubſtraict de ce qu'il y a deſſus, reſtera $8①+4$; & leur diſpoſition ſera alors telle:

Puis on mettra autrefois le diviſeur, diſant, combien de fois $4①$ en $8①$? faict 2 fois, le mettant au lieu du quotient; puis on multipliera le 2 du diviſeur, par 2 du quotient, font 4, qui ſoubſtraict de ce qu'il y a deſſus, ne reſtera rien; & leur diſpoſition achevée ſera alors telle:

$8①$ / $-16②$ / $32③+4$ $(8②-4①$ / $4①+2$ / $4①+2$

Je di, que $8②-4①+2$, eſt le quotient requis. Et de meſme ſorte, eſtant à diviſer $6③+12$, par $2①+2$, on trouvera (ſuivant le precedent exemple) pour quotient, $3②-3①+3+\frac{6}{2①+2}$.

Item diviſant $\surd 6③$ par $\surd 3①$, donne quotient $\surd 2②$.

Item diviſant $\surd 6\times③$ par $\surd 3\times①$, donne quotient $\surd 2\times②$.

Item pour diviſer $\surd 6④$ par $\surd 3\times①$, on convertira la prime quantité auſſi en racine, qui eſt $\surd 3②$, & leur quotient ſera $\surd 2②$.

Item, diviſant $\surd$ *trino.* $15④+22③+8②$, par $\surd$ *bino.* $3②+2①$, donne quotient $\surd$ *bino.* $5②+4①$.

Item, diviſant $\surd$ *quadrino.* $\surd 15(4)+\surd 12③+\surd 10③+\surd 8②$, par $\surd$ *bino.* $\surd 3②+\surd 2①$, donne quotient $\surd$ *bino.* $\surd 5②+\surd 4①$.

La demonſtration des ſuſdicts exemples, eſt manifeſte par les demonſtrations des problemes des diviſions precedentes. Ou autrement par la multiplication du precedente probleme. *Concluſion.* Eſtant doncques donné nombre algebraique entier à diviſer, & nombre algebraique entier diviſeur, nous avons trouvé leur quotient; ce qu'il falloit faire.

De l'addition des nombres algebraiques entiers.

PROBLEME LI.

*Eſtant donnez nombres algebraiques entiers à ajouſter: Trouver leur ſomme.*

*Explication du donné.* Soyent donnez nombres algebraiques à ajouſter tels: $3⑤-4(4)-2③+5②+7①+8$. Et $2⑤-3(4)+6③-5①-5$. *Explication du requis.* Il faut trouver leur ſomme. *Conſtruction.* On ajouſtera les nombres de multitude, obſervant les reigles de $+$ & $-$, contenues au theoreme devant le 28. probleme. Or doncques ajouſtez $3⑤$ à $2⑤$, font $5⑤$; & ainſi des aultres; La diſpoſition des characteres de l'operation eſt telle.

Nombres à ajouſt. $\begin{cases} 3⑤-4(4)-2③+5②+7①+8 \\ 2⑤-3(4)+6③-5①-5 \end{cases}$

Somme $5⑤-7(4)+4③+5②+2①+3$

Je di que ladicte ſomme eſt la ſomme requiſe.

Item pour ajouſter $\surd 2①$ à $\surd 8①$, on ajouſtera $\surd 2$ & $\surd 8$, font par le 24 probleme $\surd 18$; doncques $\surd 18①$ eſt la ſomme requiſe. Et de meſme ſorte dirons, que $\surd 2\times①$ ajouſtée à $\surd 8\times①$, faict $\surd 18\times①$.

Item pour ajouſter racines de multinomies algebraiques commenſurables, comme $\surd$ *bino.* $3②+2①$ à $\surd$ *bino.* $27②+18①$, on ſe ſouviendra de la note à la fin du 25 probleme; à ſçavoir que quotient des donnez, plus un, multiplié par diviſeur, donne ſomme des donnez; Diviſant doncques $\surd$ *bino.* $27②+18①$, par $\surd$ *bino.* $3②+2①$, donne quotient (par le 50 probleme) 3, auquel par reigle ajouſté 1, faict 4, par le meſme multiplié le diviſeur $\surd$ *bino.* $3②+2①$, donne ſomme requiſe $\surd$ *bino.* $48②+32①$.

Et par meſme maniere s'entendra que $\surd$ *bino.* $\surd 48\times①+\surd 32\times①$ ajouſtée à $\surd$ *bino.* $\surd 3\times②+\surd 2\times①$ faict $\surd$ *bino.* $\surd 243\times②+\surd 162\times①$.

L'utilité de ces additions, & de ſemblables ſoubſtractions au probleme ſuivant, eſt, que par icelles nous pouvons reduire (comme apparoiſtra es reductions) deux egales quantitez algebraiques, ainſi que nous en pourrons trouver le valeur de $1①$, qui autrement nous ſeroit impoſſible.

Item comme l'on ajouſte les nombres incommenſurables par $+$ & $-$, ainſi on ajouſtera diverſes eſpeces de quantitez par $+$ & $-$, comme $2①$ & $3②$, font $2①+3②$.

Item $2①$ & $-3③$, font $2①-3②$, &c.

La demonſtration des ſuſdicts exemples eſt manifeſte, par les demonſtrations des problemes des additions precedentes. Ou autrement par la ſoubſtraction du probleme ſuivant. *Concluſion.* Eſtant doncques donnés nombres algebraiques entiers à ajouſter, nous avons trouvé leur ſomme, ce qu'il falloit faire.

De la ſoubſtraction des nombres algebraiques entiers.

PROBLEME LII.

*Eſtant donné nombre algebraique entier duquel on ſoubſtraict, & nombre algebraique entier à ſoubſtraire: Trouver leur reſte.*

*Explication du donné.* Soit donné nombre algebraique duquel on ſoubſtraict tel: $4⑧-6⑦+7⑥-6⑤+3(4)-4③+8②+6①-7$, & nombre à ſoubſtraire tel: $4⑧-6⑦+4⑥-5⑤+5(4)-7③-5②-8①+2$. *Explication du requis.* Il faut trouver leur reſte. *Conſtruction.* On ſoubſtraira les donnez, obſervant les reigles de $+$ & $-$ contenues au theoreme devant le 29 probleme. Or doncques ſoubſtraict $4⑧$ de $4⑧$, ne reſte rien; Et $-6⑦$ de $-6⑦$, ne reſte rien; & $+4⑥$ de $+7⑥$, reſte $+3⑥$, & ainſi des autres; La diſpoſition des characteres de l'operation eſt telle:

$4⑧-6⑦+7⑥-6⑤+3(4)-4③+8②+6①-7$ / $4⑧-6⑦+4⑥-5⑤+5(4)-7③-5②-8①+2$

Reſte $3⑥-1⑤-2(4)+3③+13②-14①-9$

Je di, que ladicte reſte eſt la reſte requiſe.

Item pour ſoubſtraire $\surd 2①$ de $\surd 8①$, on ſoubſtraira



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

ſtraira $\sqrt{}$ 2 de $\sqrt{}$ 8, reſte par le 25 probleme $\sqrt{}$ 2, doncques $\sqrt{}$ 2 ①, eſt la reſte requiſe.

Et de meſme ſorte nous dirons, que 2 ✕ ①, ſoubſtraict de $\sqrt{}$ 8 ✕ ①, donne reſte $\sqrt{}$ 2 ✕ ①.

Item pour ſoubſtraire par racines de multinomies algebraiques entre eux commenſurables, comme eſtant $\sqrt{}$ *bino.* 3 ② + 2 ① à ſoubſtraire de $\sqrt{}$ *bino.* 27 ② + 18 ①, on ſe ſouviendra de la note du 25 probleme, à ſçavoir que quotient des donnez moins un, multiplié par diviſeur, donne reſte des donnez; diviſant doncques $\sqrt{}$ *bino.* 27 ② + 18 ① par $\sqrt{}$ *bino.* 3 ② + 2 ①, donne quotient (par le 50 probleme) 3; duquel ſoubſtraict, par reigle, 1, reſte 2; par le meſme multiplie le diviſeur $\sqrt{}$ *bino.* 3 ② + 2 ①, donne reſte requiſe $\sqrt{}$ *bino.* 12 ② + 8 ①.

Et par meſme moyen s'entendra, que $\sqrt{}$ *bino.* $\sqrt{}$ 3 ✕ ② + $\sqrt{}$ 2 ✕ ①, ſoubſtraict de $\sqrt{}$ *bino.* $\sqrt{}$ 48 ✕ ② + 32 ✕ ①, reſte $\sqrt{}$ *bino.* $\sqrt{}$ 3 ✕ ② + $\sqrt{}$ 2 ✕ ①.

Item comme on ſoubſtraict les racines incommenſurables par + & —, ainſi on ſoubſtraira diverſes eſpeces de quantitez par + & —; comme 2 ①, ſoubſtraictes de 3 ②, reſte 3 ② — 2 ①. Item — 2 ①, ſoubſtraictes de 3 ②, reſte 3 ② + 2 ①, &c.

La demonſtration des ſuſdicts exemples, eſt manifeſte par les demonſtrations des problemes des ſoubſtractions precedentes; ou autrement; par l'addition du 51 probleme. *Concluſion.* Eſtant doncques donné nombre algebraique entier duquel on ſoubſtraict, & nombre algebraique entier à ſoubſtraire, nous avons trouvé leur reſte, ce qu'il falloit faire.

## Seconde diſtinction des quatre numerations des nombres algebraiques rompuz, & d'autres computations à icelles apartenantes.

### PROBLEME LIII.

*ESTant donnez deux multinomies algebraiques: Trouver leur plus grande commune meſure.*

NOTA. Petrus Nonius au commencement de la troiſieſme partie de ſon Algebre, eſtimoit qu'alors ce probleme n'eſtoit par generale reigle inventé; parquoy il en deſcrivoit quelque maniere à taſtons. Nous deſcrirons ſa legitime conſtruction, qui ſera ſemblable à l'operation de l'invention de la plus grande commune meſure des nombres Arithmetiques entiers du 5 probleme: à ſçavoir on diviſera premierement le maieur par le moindre, & puis le diviſeur autrefois par la reſte, juſques à ce qu'il n'y reſte rien, &c. comme le tout ſera plus clair par exemple.

*Explication du donné.* Soyent donnez deux multinomies algebraiques tels: l'un 1 ③ + 1 ②, l'autre 1 ② + 7 ① + 6. *Explication du donné.* Il faut trouver leur plus grande commune meſure. *Conſtruction.* On diviſera le multinomie auquel eſt la ſuperieure quantité, comme eſt icy le premier donné 1 ③ + 1 ②, par l'autre (du quotient, qui eſt 1 ①, comme audict 5 probleme, ne prenons icy cure) en ceſte ſorte:

— 6 ② — 6 ①
1 ③ + 1 ②. ∅ (1 ①
1 ② + 7 ① + 6

Et reſtera — 6 ② — 6 ①, par les meſmes on diviſera autre fois le precedent diviſeur, en ceſte ſorte:

6 ①
1 ② + 7 ① + 6 (1/6
6 ② — 6 ①

Et reſtera 6 ① + 6; par les meſmes ſe diviſera autre fois le precedent diviſeur, en ceſte ſorte:

— 6 ② — 6 ① (— 1 ①
6 ① + 6

Et n'y reſte rien; parquoy je di, que 6 ① + 6, eſt la plus grande commune meſure requiſe.

*Demonſtration.* Si l'on meſure, combien de fois il y a 6 ① + 6 en 1 ③ + 1 ②, (c'eſt à dire, ſi on diviſe 1 ③ + 1 ② par 6 ① + 6) ſe trouve (par le 50 probleme) 1/6 ② fois: Semblablement, combien de fois les meſmes 6 ① + 6 ſont en 1 ② + 7 ① + 6, ſe trouve 1/6 ① + 1 fois: Mais que c'eſt auſſi la plus grande commune meſure, eſt manifeſte, par ce que 1/6 ② & 1/6 ① + 1, ſont quantitez (par la 21 definition) entre elles premieres; ce qu'il falloit demonſtrer. *Concluſion.* Eſtant doncques donnez deux multinomies algebraiques, nous avons trouvé leur plus grande commune meſure; ce qu'il falloit faire.

### PROBLEME LIV.

*ESTant donné nombre algebraique rompu: Trouver ſon premier rompu.*

*Explication du donné.* Soit donné rompu algebraique tel $\frac{1②+1②}{1②+7①+6}$. *Explication du requis.* Il faut trouver ſon premier rompu. *Conſtruction.* On trouvera la plus grande commune meſure, de 1 ③ + 1 ②, & 1 ② + 7 ① + 6, qui par le 53 probleme ſera 6 ① + 6: par les meſmes ſe diviſera 1 ③ + 1 ②, donne quotient (par le 50 probleme) 1/6 ②, lequel on mettra ſur une ligne; Puis on diviſera les 1 ② + 7 ① + 6, par leſdicts 6 ① + 6, donne quotient 1/6 ① + 1, leſquels on mettra ſoubz ladicte ligne en ceſte ſorte:

1/6 ②
1/6 ① + 1
* 1/6 ②
1/6 ① + 1

Ie di que le meſme eſt le premier rompu requis. *Demonſtration.* Eſtant numerateur & nominateur de * nombres entre eux premiers, par la 21 definition, ils ſeront le premier rompu du rompu $\frac{1③+1②}{1②+7①+6}$, par la 23 defin. ce qu'il falloit demonſtrer. *Concluſion.* Eſtant doncques donné nombre algebraique rompu, nous avons trouvé ſon premier rompu; ce qu'il falloit faire.

### PROBLEME LV.

*ESTant donné nombre algebraique d'entier & rompu: Trouver un rompu qui leur ſoit egal.*

*Explication du donné.* Soit donné nombre algebraique d'entier & rompu tel $2③+\frac{3②}{5(4)}$.

*Explication du requis.* Il faut trouver un rompu qui leur ſoit egal. *Conſtruction.* Ceſte conſtruction eſt ſemblable à celle du 7 probleme; On dira doncques, 5 (4) fois 2 ③, font 10 ⑦, auſquels ajouſtez les 3 ②, font 10 ⑦ + 3 ②, leſquels on mettra ſur une ligne, & les 5 (4) ſoubz la ligne, en ceſte ſorte $\frac{10⑦+3②}{5(4)}$. Ie di que le meſme eſt le rompu requis, egal à l'entier & rompu donné. *Demonſtration.* La demonſtration eſt par diviſion manifeſte; Car diviſant 10 ⑦ + 3 ②, par 5 (4), donne quotient $2③+\frac{3②}{5(4)}$, comme deſſus, ce qu'il falloit demonſtrer. *Concluſion.* Eſtant doncques donné nombre algebraique d'entier & rompu, nous avons trouvé un rompu qui leur eſt egal; ce qu'il falloit faire.

### PROBLEME LVI.

*ESTant donnez nombres algebraiques rompuz, ayans inegaux nominateurs; Les reduire en rompuz ayans commun denominateur.*

*Explication du donné.* Soyent les rompuz donnez ayans inegaux nominateurs tels $\frac{2①}{3(2)}$ & $\frac{4②}{5(3)}$. *Explication du requis.* Il les faut reduire en rompuz ayans un commun nominateur: c'eſt à dire, qu'il faut trouver deux autres rompuz egaux aux donnez, & ayans egaux nominateurs. *Conſtruction.* Ceſte conſtruction eſt ſemblable à celle du 9 probleme. On diſpoſera doncques les

donnez

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

donnez comme ci dessoubs; Puis on dira, 5 ② fois 4 ④, font 12 ⑥, les mettant sur les $\frac{4(4)}{5(3)}$. Puis 5 ③ fois 2 ① font 10 ④, les mettant sur les $\frac{2(1)}{3(2)}$; Puis on multipliera 3 ②, par 5 ③, font 15 ⑤, lesquels on mettra dessoubs. Et la disposition des characteres de l'operation sera telle:

$\frac{10④}{2①}\ \frac{12⑥}{3②}\ \times\ \frac{4④}{5③}\ \frac{}{15⑤}$

Je di que $\frac{10(4)}{15(3)}$ & $\frac{12(6)}{15(4)}$ sont les rompus requis. *Demonstration.* Les rompuz avoir 15 ⑤ pour commun nominateur, est manifeste. Et les $\frac{10(4)}{15(3)}$ estre egales à $\frac{2(1)}{3(2)}$, apert en cela, que $\frac{2(1)}{3(2)}$ est premier rompu des $\frac{10(4)}{15(3)}$, aussi sont les mesmes $\frac{2⑩}{3⑮}$ premier rompu de $\frac{3⑫}{3⑮}$ par le 54 probleme. Et semblablement se demonstrera que $\frac{12④}{15(3)}$ sont egales à les $\frac{4(4)}{5(3)}$; ce qu'il falloit demonstrer.

### Corollaire.

Il est manifeste par ce probleme, comment la raison donnée en nombres rompuz se convertira en nombres entiers, car les rompuz donnez sont en telle raison comme 10 ④ à 12 ⑥.

*Conclusion.* Estant doncques donnez nombres algebraiques rompuz ayans inegaux nominateurs, nous les avons reduict en rompus ayans commun nominateur; ce qu'il falloit faire.

### De la multiplication des nombres algebraiques rompuz.

### Probleme LVII.

*Estant donné nombre algebraique rompu à multiplier, & multiplicateur: Trouver leur produict.*

*Explication du donné.* Soit donné le rompu à multiplier $\frac{3⑩}{2③}$, & multiplicateur $\frac{3⑮}{3⑥}$. *Explication du requis.* Il faut trouver leur produict. *Construction.* Ceste construction est semblable à celle du 12 probleme. On multipliera doncques 3 ①, par 5 ②, font 15 ③; Puis 2 ③, par 3 ①, font 6 ④. Et la disposition des characteres de l'operation sera telle:

$\frac{3①\cdot 5②\cdot 15③}{2③\cdot 3①\cdot 6④}$

Je di que $\frac{15(3)}{6(4)}$ est le produict requis; dont la demonstration sera semblable aux precedentes demonstrations des multiplications, ou bien par la division suivante.

Nota. Et semblable sera aussi l'operation en multinomies rompuz; car il fauldroit alors multiplier les multinomies l'un par l'autre, comme nous avons faict icy par les simples noms, desquels (à cause de brieveté & aussi que la chose est notoire) ne donnerons aucuns exemples. Et ceste note servira aussi pour semblable avertissement aux trois problemes suivans. *Conclusion.* Estant doncques donné nombre algebraique rompu à multiplier, & multiplicateur; Nous avons trouvé leur produict; ce qu'il falloit faire.

### De la division des nombres algebraiques rompuz.

### Probleme LVIII.

*Estant donné nombre algebraique rompu à diviser, & diviseur: Trouver leur quotient.*

*Explication du donné.* Soit donné le nombre à diviser $\frac{2(1)}{3(2)}$, & diviseur $\frac{3(3)}{6(4)}$. *Explication du requis.* Il faut trouver leur quotient. *Construction.* Ceste construction est semblable à celle du 13 probleme. On multipliera doncques par croix, à sçavoir 6 (4), par 2 ①, font 12 ⑤; Puis 2 ②, par 5 ③, font 10 (4). Et la disposition des characteres de l'operation sera telle:

$\frac{2②}{6④}\ \times\ \frac{2①\cdot 12⑤}{5②\cdot 10④}$

Je di que $\frac{12(5)}{10(4)}$ est le quotient requis; Dont la demonstration sera semblable à celles des precedentes divisions, ou bien par la multiplication precedente. *Conclusion.* Estant doncques donné nombre algebraique rompu à diviser, & diviseur; nous avons trouvé leur quotient; ce qu'il falloit faire.

### De l'addition des nombres algebraiques rompuz.

### Probleme LIX.

*Estant donnez nombres algebraiques rompuz à ajouster; Trouver leur somme.*

*Explication du donné.* Soyent donnez nombres algebraiques rompuz à ajouster tels, $\frac{2(3)}{4(4)}$ & $\frac{2(5)}{5(3)}$. *Explication du requis.* Il faut trouver leur somme. *Construction.* Ceste construction sera semblable à celle du 10 probleme. On multipliera doncques 4 ④ par 2 ①, font 8 ⑤; Puis 2 ③, par 5 ⑤, font 10 ⑧; Puis ajoustant 10 ⑧ & 8 ⑤, font 10 ⑧ + 8 ⑤; Puis on dira, 4 ④ fois 5 ⑤, font 20 ⑨. Et la disposition des characteres de l'operation sera telle:

$\frac{2③}{4④}\ \times\ \frac{2①\cdot 8⑤}{5⑤\cdot 10⑧}\ \frac{}{10⑧+8⑤}\ \frac{}{20⑨}$

Je di que $\frac{10(8)+8(5)}{20⑨}$ est la somme requise; Dont la demonstration sera semblable aux demonstrations des additions precedentes. *Conclusion.* Estant doncques donnez nombres algebraiques rompuz à ajouster, nous avons trouvé leur somme; ce qu'il falloit faire.

### De la soubstraction des nombres algebraiques rompuz.

### Probleme LX.

*Estant donné nombre algebraique duquel on soubstraict, & soubstraire: Trouver leur reste.*

*Explication du donné.* Soit donné nombre duquel on soubstraict $\frac{9(3)}{3(4)}$, & nombre à soubstraire $\frac{4⑫}{2③}$.

*Explication du requis.* Il faut trouver leur reste. *Construction.* Ceste construction sera semblable à celle de 11 probleme. On multipliera doncques 2 ②, par 9 ③, faict 18 ⑤; Puis 4 ①, par 3 (4), faict 12 ⑤; Puis soubstrayant 12 ⑤, de 18 ⑤, reste 6 ⑤; Puis on multipliera 2 ②, par 3 (4), faict 6 ⑥. Et la disposition des characteres de l'operation sera telle:

$\frac{4①}{2②}\ \times\ \frac{9③\cdot 18⑤}{3④\cdot 12⑤}\ \frac{}{6⑤}\ \frac{}{6⑥}$

Je di que $\frac{6(5)}{6⑥}$ est la reste requise; dont la demonstration sera semblable aux demonstrations des soubstractions precedentes. *Conclusion.* Estant doncques donné nombre algebraique duquel on soubstraict, & à soubstraire, nous avons trouvé leur reste; ce qu'il falloit faire.

## Troisiesme distinction, des extractions de racines de nombres algebraiques.

### Probleme LXI.

*Estant donné nombre algebraique: Trouver sa racine requise.*

## DE L'ORIGINE DE L'EXTRACTION DES RACINES DES NOMBRES ALGEBRAIQVES.

L'origine de l'extraction des nombres algebraiques se collige par sumption de leurs potences, desquelles nous dirons distinctement de chascun en particulier.



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

Au premier pour demonſtrer l'origine de l'extraction de racine quarrée, qui ſoit ſimple nom, nous multiplierons quelque ſimple nom en ſoy, comme 3 ①; ſon quarré ſera 9 ②; doncques 3 ①, ſont racine quarrée deſdictes 9 ②; Mais il appert que 9 eſt le quarré de 3, & que le denominateur ② eſt double au denominateur ①, dont par le revers ſe collige reigle telle:

### Reigle I.

*Pour extraire racine quarrée qui ſoit ſimple nom, il faut prendre la racine quarrée du nombre de multitude, luy applicant quantité, de laquelle le denominateur ſoit la moitié du denominateur donné.*

Quant aux origines des extractions des racines quarrees des multinomies, il faut premierement ſoigner, que les ſuperieures quantitez, tant donnees, que requiſes, ſoyent touſiours miſes devant, comme nous obſervons le meſme par tout en noſtre Arithmetique. Il faut auſſi noter, que 2 ④ eſt plus haute quantité que $\sqrt{4\,⑦}$; car le quarré de celle la, eſt 4 ⑧, & de ceſte cy ſeulement 4 ⑦, & ainſi des autres ſemblables.

Or pour declarer l'origine de l'extraction de racine quarrée qui ſera binomie, nous multiplierons quelque binomie en ſoy; comme 2 ② + 3 ①; ſon quarré ſera trinomie tel: 4 ④ + 12 ③ + 9 ②: Doncques 2 ② + 3 ①, ſont racine quarrée dudict trinomie: mais il appert, que 4 ④ ſont le quarré des 2 ②, & que 9 ② ſont le quarré des 3 ①; dont par le revers ſe collige reigle telle:

### Reigle II.

*Pour extraire racine quarrée qui ſoit binomie, on prendra les racines quarrees des extremes.*

Et pour l'origine de l'extraction de racine quarrée, qui ſera trinomie, nous multiplierons quelque trinomie en ſoy, comme 2 ② + 3 ① + 4, ſon quarré ſera quinomie tel: 4 ④ + 12 ③ + 25 ② + 24 ① + 16; Doncques 2 ② + 3 ① + 4, ſont racine quarrée dudict quinomie; Mais il appert, que 4 ④ ſont le quarré des 2 ②, & que les 12 ③ ſont le double du produict de 2 ② par 3 ①, & que 16 ſont le quarré de 4; Dont par le revers ſe collige reigle telle:

### Reigle III.

*Pour extraire racine quarrée qui ſoit trinomie, on prendra les racines quarrees des extremes; puis la moitié du quotient de la diviſion du ſecond nom donné, par la racine quarrée du premier nom donné.*

Et pour l'origine de l'extraction de racine quarrée qui ſera quadrinomie, nous multiplierons quelque quadrinomie en ſoi, comme 2 ③ + 3 ② + 4 ① + 5, ſon quarré ſera ſeptinomie tel 4 ⑥ + 12 ⑤ + 25 ④ + 44 ③ + 46 ② + 40 ① + 25; Doncques 2 ③ + 3 ② + 4 ① + 5, ſont racine quarrée dudict ſeptinomie; Mais il appert que les 4 ⑥ ſont le quarré des 2 ③, & que les 12 ⑤, ſont le double du produict de 2 ③, par 3 ②, & que 40 ①, ſont le double du produict de 4 ①, par 5, & que 25 ſont le quarré de 5; dont par le revers ſe collige reigle telle:

### Reigle IV.

*Pour extraire racine quarrée qui ſoit quadrinomie, on extraira les racines quarreez des extremes; puis on prendra la moitié du quotient de la diviſion du ſecond nom donné, par la racine quarrée du premier nom donné; puis la moitié du quotient de la diviſion du penultieſme nom donné, par la racine quarrée du dernier nom donné.*

Et pour l'origine de l'extraction de racine quarrée, qui ſera quinomie, on multipliera quelque quinomie en ſoy, comme deſſus, & ſe trouvera alors reigle telle:

### Reigle V.

*Pour extraire racine quarrée qui ſoit quinomie, alors le premier, ſecond, quatrieſme, & cinquieſme nom de la racine requiſe, ſe trouvent comme le quadrinomie de la quatrieſme reigle; mais le troiſieſme nom de la racine requiſe, ſe trouvera en ſoubſtrayant de l'antepenultieſme nom donné, le quarré du quatrieſme de la racine requiſe, & diviſant la moitié du reſte par la racine du dernier nom donné.*

Car le quotient ſera le troiſieſme nom du quinomie de la racine requiſe. La raiſon eſt, que l'antepenultieſme nom donné, ſe compoſe du double du produict, du troiſieſme nom de la racine requiſe, par le dernier nom de la racine requiſe, avec le quarré du quatrieſme nom de la racine requiſe. Et ſemblablement pourroit on proceder en infini pour reigles des extractions des racines quarrées quelconques. Nous viendrons donc aux racines cubiques.

Et premierement pour l'origine de l'extraction de racine cubique qui ſoit ſimple nom, nous prendrons la potence cubique de quelque ſimple nom, comme de 3 ②, ſon cube eſt 27 ⑥. Doncques 3 ②, ſont racine cubique des 27 ⑥; Mais il appert que 27 ſont le cube de 3, & que le denominateur ⑥ eſt triple au denominateur ②; Dont par le revers ſe collige reigle telle:

### Reigle VI.

*Pour extraire racine cubique qui ſoit ſimple nom, il faut prendre la racine cubique du nombre de multitude, luy applicant quantité, de laquelle le denominateur ſoit le tiers du denominateur de la quantité donnée.*

Et pour l'origine de l'extraction de racine cubique qui ſera binomie, nous prendrons la potence cubique de quelque binomie, comme de 5 ① + 2, ſon cube ſera quadrinomie tel, 125 ③ + 150 ② + 60 ① + 8; Doncques 5 ① + 2, ſont racine cubique dudict quadrinomie: Mais il appert que 125 ③, ſont le cube des 5 ①, & que 8 ſont le cube de 2; Dont par le revers ſe collige reigle telle:

### Reigle VII.

*Pour extraire racine cubique qui ſoit binomie, on prendra les racines cubiques des extremes.*

Et pour l'origine de l'extraction de racine cubique qui ſera trinomie, nous prendrons la potence cubique de quelque trinomie, comme de 3 ② + 2 ① + 4, ſon cube 27 ⑥ + 54 ⑤ + 144 ④ + 152 ③ + 192 ② + 96 ① + 64; Doncques 3 ② + 2 ① + 4 eſt racine cubique dudict ſeptinomie; Mais il appert, que 27 ⑥, ſont le cube de 3 ②, & que 54 ⑤, ſont le triple du produict, du quarré des 3 ②, par les 2 ①, & que 64 ſont le cube de 4; Dont par le revers ſe collige reigle telle:

### Reigle VIII.

*Pour extraire racine cubique qui ſoit trinomie, on prendra les racines cubiques des extremes, puis le quotient de la diviſion du tiers du ſecond nom donné, par le quarré de la racine cubique du premier nom donné.*

Il eſt vray que l'on pourroit faire des autres reigles que ceſte cy, mais elle eſt la plus briefve que pour l'heure je voyois, & la colligeai des deux quantitez, deſquels ſe cõpoſe le ſecond nom donné, à ſçavoir touſiours en double raiſon, ce que je vi proceder de theoreme tel:



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

*Le double du produict du premier & second nombre, multiplié par le premier, est double au quarré du premier, multiplié par le second.*

Et pour l'origine de l'extraction de racine cubique, qui sera quadrinomie, nous prendrons la potence cubique de quelque quadrinomie, & se trouvera alors reigle telle:

## Reigle IX.

*Pour extraire racine cubique qui soit quadrinomie, alors le premier, second, & dernier nom de la racine requise, se trouveront comme le trinomie de la huictiesme reigle; mais le troisiesme nom de la racine, se trouvera tout ainsi par les deux derniers noms donnez, comme le second nom de la racine se trouva par les deux premiers noms donnez.*

Et ainsi l'on pourroit proceder en infini pour la description de ces reigles, mais estant ainsi les origines assés manifestes, nous viendrons aux exemples de nostre probleme.

*Exemple* 1. *de simple nom.*

*Explication du donné.* Soit donné nombre algebraique simple 9 ②. *Explication du requis.* Il faut trouver sa racine quarree. *Construction.* Si le simple nom donné, tient racine comme nous cherchons, elle sera seulement simple nom, il nous faut doncques par la precedente 1 reigle, extraire racine quarrée qui soit simple nom, ainsi: On prendra la racine quarrée du 9, qui est 3, & la moitie du denominateur ②, qui est ①, lequel appliqué à 3, font 3 ①, lesquelles je di estre la racine requise.

Item de 8 (4) la racine quarree sera $\sqrt{}$ 8 ✕ ②, &c.

Mais parce que toute quantité multipliee en soy, donne produit une quantité, de laquelle le nominateur est nombre per, s'ensuit, que denominateur imper, comme ① ou ③, ou ⑤, &c. n'aura autre solution, sinon disant que c'est racine d'autant: par exemple, racine quarrée de 9 ③, est $\sqrt{}$ 9 ③.

Multinomie ayant extreme quantité —, ne se solve que par racine quarrée d'autãt. Item de binomie ne s'extraict autrement racine quarrée, sinon en disant que c'est racine d'autant; la raison est, qu'il n'y a aucunes quantitez, qui multipliées en eux, peuvent produire binomie, nous commencerons doncques au trinomie.

*Exemple* 11. *de trinomie.*

*Explication du donné.* Soit donné trinomie algebraique 4 (4) + 12 ③ + 9 ②. *Explication du requis.* Il faut trouver sa racine quarrée. *Construction.* Si le trinomie donne tient racine comme nous cherchons, elle sera seulement binomie: il fault doncques par la precedente 2 reigle, extraire racine quarrée, qui soit binomie, ainsi: On prendra des extremes quantitez données, les racines quarrées, qui sont 2 ② & 3 ①; Puis on verra si le quarré de 2 ② + 3 ①, est egal au trinomie donné; & se trouve qu'ouy; nous dirons doncques, que 2 ② + 3 ①, est la racine requise; Mais quand le dict quarré est inegal au trinomie donné, alors se solvera par racine d'autant.

Item de 2 ② + 12 ① + 18, la racine sera $\sqrt{}$ 2 ✕ 1 + $\sqrt{}$ 18; car les multipliant en eux, donnent produict le trinomie donné.

## Nota.

L'on peut aussi autrement que par la multiplication en eux, cognoistre si la somme des racines des extremes, est la racine requise, à sçavoir par le produict des extremes noms donnez: car estant tel produict egal au quarré de la moitie du moyen nom donné, alors le seront. Comme le produict des susdictes 2 ②, par 18, faict 36 ②, aussi faict 36 ②, le quarré de la moitie des 12 ① (dont la raison apparoist en multipliant un binomie algebraique en soy.) Doncques je concluz que la somme des racines des extremes, est le requis. Item de 4 (4) — 12 ③ + 9 ② la racine quarrée sera autant 2 ② — 3 ① comme — 2 ② + 3 ①.

*Exemple* 111. *de quadrinomie.*

*Explication du donné.* Soit donné quadrinomie algebraique 64 (4) + 64 ③ — 8 ① + 1. *Explication du requis.* Il faut trouver sa racine quarrée. *Construction.* Si le quadrinomie donné, tient racine comme nous cherchons, elle sera seulement trinomie; il faut doncques par la precedente troisiesme reigle, extraire racine quarrée qui soit trinomie, ainsi: on extraira la racine quarrée de 64 (4), & sera 8 ②

Puis se divisera le second nom donné, 64 ③,
par 8 ② premier en l'ordre, donne quotient 8 ①,
Sa moitie 4 ①
Racine quarrée du dernier nom donné 1

Puis il faut considerer, si le second, ou troisiesme nom donné, est — (car tout quadrinomie ayant racine quarrée trinomie, aura necessairement second ou troisiesme nom —) & appert que cest le troisiesme, nous dirons doncques, que le premier & second en l'ordre est —, & que le troisiesme en l'ordre est +, à sçavoir — 8 ② — 4 ① + 1. Ou autrement, nous dirons, que le premier & second en l'ordre est +, & le troisiesme en l'ordre —, à sçavoir 8 ② + 4 ① — 1, & sera autant l'un trinomie, comme l'autre la racine requise.

Mais si le second nom donné eust esté —, comme 64 (4) — 64 ③ + 8 ① + 1, nous dirons, que le second & troisiesme en l'ordre est —, & le premier +, à sçavoir 8 ② — 4 ① — 1. Ou autrement, que le second & troisiesme en l'ordre est +, & le premier —; à sçavoir — 8 ② + 4 ① + 1, & sera autant l'un trinomie comme l'autre la racine requise.

Quant au quinomie, sa racine quarrée peut estre ou trinomie, ou quadrinomie, ou quinomie; à sçavoir trinomie, si tous les noms fussent +; quadrinomie, ou quinomie, s'il y eust un ou deux noms avec —; & si la racine fust quadrinomie, elle se pourra rencontrer (Il est vray que l'operation, est selon la precedente 4 reigle, en toutes la mesme, mais au respect de la disposition du + ou —) en 12 differences: car quinomie donné, comme + — + + +, pourra avoir racines — + — —, ou + — — — —, + — + + +, ou — + + +, toutes lesquelles differences nous pourrions descrire, mais celuy qui entendra les antecedens, facilement verra l'infini progrés d'icelles: nous dirons doncques des racines cubiques.

*Exemple* 1v. *de simple nom.*

*Explication du donné.* Soit donné nombre algebraique simple 27 ⑥. *Explication du requis.* Il faut trouver sa racine cubique. *Construction.* Si le simple nom donné, tient racine comme nous cherchons, elle sera seulement simple nom, il faut doncques par la precedente 6 reigle, extraire racine cubique qui soit simple nom, ainsi; On prendra la racine cubique de 27, qui est 3, & le tiers du denominateur ⑥, qui est ②, appliqué à 3, seront 3 ②, lesquelles je di estre la racine requise.

Item de 6 ③ la racine cubique sera $\sqrt{}$ ③ 6 ✕ ①, &c.

Mais parce que toute potence cubique de quantité, tient son denominateur triple au denominateur de la quantité, s'ensuit que denominateur, qui ne se mesure point par 3, comme ⑤, & ⑦, &c. n'aura autre solution, sinon disant, que c'est racine d'autant. Par exemple, racine cubique de 8 ⑤, est $\sqrt{}$ ③ 8 ⑤.

De binomie, & trinomie, ne s'extraict autrement racine cubique, sinon en disant, que c'est racine d'autant, dont la raison est, qu'il n'y a aucunes quantitez, desquelles

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

les les potences cubiques ſont binomie ou trinomie. Nous commencerons doncques au quadrinomie.

*Exemple* v. *de quadrinomie.*

*Explication du donné.* Soit donné quadrinomie algebraique 8 ③ + 36 ② + 54 ① + 27. *Explication du requis.* Il faut trouver ſa racine cubique. *Conſtruction.* Si le quadrinomie donné a racine comme nous cherchons, elle ſera ſeulement binomie; il faut doncques par la precedente 7 reigle, extraire racine cubique qui ſoit binomie, ainſi: On prendra des extremes noms donnez les racines cubiques, qui ſont 2 ①, & 3; puis on verra ſi le cube de 2 ① + 3, eſt egal au quadrinomie donné, & ſe trouve qu'ouy; Nous dirons doncques que 2 ① + 3, eſt la racine requiſe, mais quand ledict cube eſt inegal au quadrinomie donné, alors ſe ſolvera par racine d'autant.

Item, quand les donnez ſont quadrinomie + — + —, la racine cubique pourra eſtre + —, mais de quadrinomie — + — + pourra eſtre — +. Et ſemblablement pourra on proceder en infini par racines d'eſpeces quelconques.

*Demonſtration.*

La demonſtration eſt manifeſte en chaſcune conſtruction avant que nous affermames d'avoir trouvé la racine requiſe. *Concluſion.* Eſtant doncques donné nombre algebraique, nous avons trouvé ſa racine requiſe; ce qu'il falloit faire.

## Quatrieſme diſtinction, des quatre numerations, des poſtpoſées quantitez.

### De la multiplication des poſtpoſées quantitez.

### Probleme LXII.

*Eſtant donnée poſtpoſée quantité à multiplier, & multiplicateur: Trouver leur produict.*

*Explication du donné.* Soit donné nombre à multiplier 3 *ſec.* ①, & multiplicateur 2 *ter.* ②. *Explication du requis.* Il faut trouver leur produict. *Conſtruction.* On multipliera 3 par 2, ſont 6, auſquels appliqué la *ſec.* ①, ſeront 6 *ſec.* ①; puis on mettra M avec l'autre denominateur donné, en ceſte ſorte, 6 *ſec.* ① M *ter.* ②, qui (pour produit requis) ſignifie par la 28 definition 6 *ſec.* ① multipliées par 1. *ter.* ②. Ou autrement, ayant multiplié 3 par 2, l'on peut au produict 6 appliquer la *ter.* ②, & ſeront 6 *ter.* ②; Puis on mettra M avec l'autre denominateur de quantité, en ceſte ſorte: 6 *ter.* ② M *ſec.* ①, & ſera autant le produict requis, comme le premier. *Demonſtration.* Poſons que 1 *ſec.* ① valle 4, doncques 3 *ſec.* ①, nombre à multiplier, vaudront 12; puis poſons que 1. *ter.* ② valle 5, doncques 2 *ter.* ②, multiplicateur, vaudront 10, parquoy le produict du nombre à multiplier 12, par multiplicateur 10, faict 120, Mais le produict 6 *ſec.* ① M *ter.* ②, vaut auſſi 120; Car par l'hypotheſe 1 *ſec.* ① vaut 4, parquoy le 6. *ſec.* ① vaudront 24, qui multipliez par 5, valeur de 1 *ter.* ②, faict comme deſſus 120. Ou autrement, 6 *ter.* ③, vallent 30 (car 1 *ter.* ②, vaut 5, par l'hypotheſe) qui multiplié par 4, valeur de 1 *ſec.* ①, faict auſſi 120. Le meſme ſe prouvera de poſition de valeur quelconque; c'eſt doncques le vray produict requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

Nota. De meſme ſorte nous dirons, que 2 *ſec.* ①, multipliées par 3 ①, ſont 6 ① M *ſec.* ①. Mais poſtpoſées quantitez d'une meſme progreſſion, comme toutes de ſeconde poſition, ou toutes de tierce poſition, ſe multiplient comme les precedentes de premiere poſition, comme 3 *ſec.* ①, par 2 *ſec.* ①, ſont 6 *ſec.* ③, &c.

Mais ſi multinomie fuſt à multiplier par multinomie, comme 4 *ſec.* ② + 5 ① par 3 *ſec.* ② + 2 ①; On multipliera ſelon l'ordre vulgaire, comme demonſtre ceſte diſpoſition de characteres de l'operation achevée.

4 *ſec.* ② + 5 ①
3 *ſec.* ② + 2 ①

+ 8 ① M *ſec.* ② + 10 ②
12 *ſec.* ④ + 15 ① M *ſec.* ②

12 *ſec.* ④ + 23 ① M *ſec.* ② + 10 ②

Mais s'il y euſt à multiplier par quantitez multipliées, ou diviſées; comme 2 ① + 4 *ſec.* ③ par 2 ① M *ſec.* ①, on les diſpoſera en ordre comme deſſoubs, diſant, 4 *ſec.* ③ fois 2 ① *ſec.* ②, font 8 1 M *ſec.* ⑤ (car multipliant *ſec.* ③ par *ſec.* ② faict *ſec.* ⑤) Puis 3 ② fois 2 ① *ſec.* ②, faict 6 ③ *ſec.* ②, & le produict requis & diſpoſition de characteres ſera comme cy deſſoubs:

2 ① *ſec.* ②
3 ② + 4 *ſec.* ③

Produict 6 ③ M *ſec.* ② + 8 ① M *ſec.* ⑤

Et pour demonſtrer que ledict produict eſt le vray produict requis, poſons pour 1 ① quelque valeur, comme 3, & pour 1 *ſec.* ① poſons 2, doncques le nombre à multiplier vaudra 24, & multiplicateur vaudra 59, leur produict eſt 1416; auſſi vaut 1416 le produict de la ſolution.

Item 3 ① M *ſec.* ②, par 3 ② M *ter.* ①, font 9 ③ M *ſec.* ② M *ter.* ①, le meſme ſe prouve poſant quelques valeurs des quantitez; par exemple, 1 ① valoir 3, & 1 *ſec.* ① valoir 2, & 1 *ter.* ① valoir 4: car nombre à multiplier vaudra 36, & multiplicateur 108, deſquels le produict eſt 3888; auſſi vault 3888 ledict produict: car 9 ③ vallent 243, qui multipliez par valeur de 1 *ſec.* ②, qui eſt par 4, faict 972, qui multiplié par valeur de 1 *ter.* ①, qui eſt par 4, faict comme deſſus 3888.

Item 2 ① D *ſec.* ②, multipliées par 3 ② D *ter.* ③, donnent produict 6 ③ D *ſec.* ② D *ter.* ③.

Item 3 ② + 2 *ſec.* ③, multipliées par ② 1 D *ſec.* ②, donnent produict 6 ③ D *ſec.* ② + 4 ① D *ſec.* ② M *ſec.* ③, deſquels les demonſtrations ſont ſemblables aux precedentes. *Concluſion.* Eſtant doncques donnée poſtpoſée quantité à multiplier, & multiplicateur; nous avons trouvé leur produict; ce qu'il falloit faire.

### De la diviſion des poſtpoſées quantitez.

### Probleme LXIII.

*Eſtant donnée poſtpoſée quantité à diviſer, & diviſeur: Trouver leur quotient.*

*Explication du donné.* Soit donné nombre à diviſer 6 *ter.* ③, & diviſeur 2 *ſec.* ①. *Explication du requis.* Il faut trouver leur quotient. *Conſtruction.* On diviſera le 6 par 2, donne quotient 3, auquel appliqué la *ter.* ③, ſeront 3 *ter.* ③; puis on mettra D avec l'autre denominateur donné, en ceſte ſorte: 3 *ter.* ③ D *ſec.* ①, qui (pour quotient requis) ſignifie par la 28 definition 3 *ter.* ③ diviſées par 1 *ſec.* ①. *Demonſtration.* Poſons que 1 *ter.* ③ valle 2, doncques 6 *ter.* ③ à diviſer vaudront 12, puis poſons que 1 *ſec.* ① valle ③, doncques 2 *ſec.* ① diviſeur vaudront 6, ergo le quotient de nombre à diviſer 12, par diviſeur 6, eſt 2; Mais le quotient de la ſolution cy deſſus vaut auſſi 2, car 1 *ter.* ③ vaut (par l'hypotheſe) 2, parquoy les 3 *ter.* ③, vallent 6, qui diviſé par 3 valeur de 1 *ſec.* ①, donne quotient comme deſſus 2. Le meſme ſe prouvera par poſition de valeur quelconque, c'eſt doncques le vray produict requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

Nota. Poſtpoſées quantitez d'une meſme progreſſion,

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

greſſion, ſe diviſent comme les precedentes premierement poſées, comme 8 *ter.* ④, diviſees par 4 *ter.* ①, donnent quotient 2 *ter.* ②, &c.

Item diviſant 6 ③ M *ſec.* ①, par 2 ① M *ter.* ②, donnent quotient 3 ② M *ſec.* ① D *ter.* ②.

Item diviſant 6 ③ D *ſec.* ①, par 2 ① D *ter.* ②, donne quotient 3 ② D *ſec.* ① M *ter.* ②.

Item diviſant 6 ③ D *ſec.* ①, par 2 ① M *ter.* ②, donne quotient 3 ② D *ſec.* ① D *ter.* ②.

Item diviſant 6 ③ M *ſec.* ①, par 2 ① D *ter.* ②, donne quotient 3 ② M *ſec.* ① M *ter.* ②: Deſquelles les demonſtrations ſeront ſemblables à les precedentes. Nous pourrions de ces diviſions donner autres exemples plus difficiles, mais celuy qui entendra bien les precedens, facilement procedera plus avant. *Concluſion.* Eſtant doncques donnée poſtpoſée quantité à diviſer, & diviſeur, nous avons trouvé leur quotient; ce qu'il falloit faire.

De l'addition des poſtpoſees quantitez.

### PROBLEME LXIV.

*ESTant donnees poſtpoſees quantitez à ajouſter: Trouver leur ſomme.*

*Explication du donné.* Soyent donnees poſtpoſees quantitez à ajouſter 2 *ſec.* ① & 3 *ter.* ①. *Explication du requis.* Il faut trouver leur ſomme. *Conſtruction.* On les ajouſtera par +, diſant que c'eſt 2 *ſec.* ① + 3 *ter.* ①; dont la demonſtration eſt manifeſte.

Quant au + & — qui ſe rencontrent en additions des multinomies, on enſuivera les reigles des additions precedentes: mais quantitez d'une meſme progreſſion, s'adjouſtent comme les premierement poſees; par exemple, 3 *ſec.* ①, avec 5 *ſec.* ③, font 8 *ſec.* ③, &c. Et ſemblable avertiſſement ſervira au probleme ſuivant. *Concluſion.* Eſtant doncques donnez poſtpoſees quantitez à ajouſter, nous avons trouvé leur ſomme; ce qu'il falloit faire.

De la ſoubſtraction des poſtpoſees quantitez.

### PROBLEME LXV.

*ESTant donnée poſtpoſee quantité de laquelle on ſoubſtraict, & à ſoubſtraire: Trouver leur reſte.*

*Explication du donné.* Soit donnée poſtpoſee quantité de laquelle on ſoubſtraict (4) *ter.* ①, & à ſoubſtraire 2 *ſec.* ①. *Explication du requis.* Il faut trouver leur reſte. *Conſtruction.* On les ſoubſtraira par —, diſant que c'eſt 4 *ter.* ① — 2 *ſec.* ①; dont la demonſtration eſt manifeſte. *Concluſion.* Eſtant doncques donnée poſtpoſee quantité de laquelle on ſoubſtraict, & à ſoubſtraire, Nous avons trouvé leur reſte; ce quil falloit faire.

## Cincquieſme diſtinction, de la reigle de trois des quantitez.

VEu que les nombres Arithmetiques, & radicaux, à la precedente 1. & 2. partie de ce ſecond livre, ont eu apres leurs computations rationelles, auſſi leurs computations proportionelles; S'enſuit (ſelon qu'il a eſté promis en l'argument) qu'en ceſte troiſieſme partie, apres les precedentes computations rationelles des quantitez, il nous faut auſſi deſcrire leurs computations proportionelles, & premierement leur reigle de trois. Mais avant que d'y venir, nous annoterons quelques articles neceſſaires, deſquels le premier eſt tel:

### *LA RAISON POVRQVOY NOVS appellons Reigle de trois, ou invention du quatrieſme proportionel des quantitez; ce que vulgairement ſe dict equation des quantitez.*

VEu que les noms convenables, ſont en les ſciences de grande importance, & principalement es difficiles, ce n'eſt point à tort, que nous les choiſiſſons, au lieu des inconvenables: ce qui ſera icy, de l'invention de quatrieſme proportionel des quantitez, qui ſe dict vulgairement equation; Nous le nommons ainſi, parce qu'il eſt plus commode à la doctrine; Car puis qu'il y a touſiours donnez trois termes, auſquels on cherche un quatrieſme proportionel (comme apparoiſtra en ſon lieu) pourquoy ne s'appelleroit cecy pas auſſi bien invention de quatrieſme proportionel, comme en tous autres? Quant à ce que l'on me dira, que c'eſt auſſi equation, certes je le concede, & non pas ſeulement en quantitez algebraiques, mais en tous autres. Par exemple, 6 aulnes couſtent 4 ℔, combien 3 aulnes? l'on trouve ſon quatrieſme proportionel 2 ℔, ce qui eſt auſſi equation, car on egale à la valeur des 3 aulnes la valeur de 2 ℔: toutesfois il n'eſt point en uſage de le nommer equation; mais on l'appelle (& à bon droict, puis qu'il eſt plus propre) invention de quatrieſme proportionel: Et pour la meſme raiſon le nommons nous icy ainſi, à fin que le grand miſtere de proportion en quantitez, enſemble les cauſes de choſes, ſoyent plus faciles & notoires, que oncques au paravant. Car ce mot d'equation a faict penſer aux apprentifs, que c'eſtoit quelque matiere ſinguliere, laquelle toutesfois eſt commune en la vulgaire arithmetique, car nous cherchons à trois termes donnez, un quatrieſme proportionel. Mais comme cela qu'ils nomment equation, ne conſiſte point en egaleté des quantitez abſolue, ains en egaleté de leurs valeurs; Ainſi cõſiſte ceſte proportion en la valeur des quantitez, comme le ſemblable eſt vulgaire, aux communes choſes corporelles. Par exemple, un beuf vault 2 moutons avec 8 ℔, ergo 1 mouton vault 4 ℔, leſquels ſont quatre termes proportionaux, non pas ſelon la quantité, en reſpect de laquelle, le produict des extremes, n'eſt point egal au produict des moyens, mais ſelon la valeur: car comme 16 ℔ valeur du beuf, à 16 ℔ valeur de 2 moutons avec 8 ℔, ainſi 4 ℔ valeur de 1 mouton, à 4 ℔ valeur du quatrieſme terme, leſquels termes proportionels, nous mettrons en ordre, pour plus grande evidence, en ceſte ſorte:

| | | | |
|---|---|---|---|
| 1 beuf. | 2 moutons + 8 ℔. | 1 mouton. | 4 ℔ |
| 16 ℔. | 16 ℔. | 4 ℔. | 4 ℔ |

Le meſme s'entend auſſi des quantitez: car quand nous diſons, 1 ② eſt egale, ou vault 2 ① + 8, ergo 1 ① vault 4, ce ſont quatre termes proportionaux; mais au reſpect de leurs valeurs, deſquelles le produict des extremes, eſt ſeulement egal au produict des moyens. Leur diſpoſition conforme à la precedente eſt telle:

| | | | |
|---|---|---|---|
| 1 ②. | 2 ① + 8. | 1 ①. | 4. |
| 16. | 16. | 4. | 4. |

### *DES TROIS TERMES DONNEZ, auſquels pour le temps preſent, on ſçait legitimement trouver un quatrieſme proportionel.*

COMME tous problemes en la geometrie, ne ſont encore inventez; Car l'on y deſire la quadrature du circle, auſſi l'invention de deux lignes moyennes proportionelles entre deux lignes données, &c. leſquelles toutesfois nous ſentons par la raiſon ſe pouvoir trouver:



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

Ainſi nous avient le ſemblable en l'Arithmetique à l'invention du quatrieſme terme proportionel des quantitez; Car quand le premier & ſecond, ſont compoſez de ces cincq quantitez ④③②①◎, ou de partie d'icelles, ou de leurs derivatifs, ou qu'il nous ſoit poſſible de convertir les donnez à telles eſpeces, par la reduction (laquelle reduction ſe declarera cy deſſoubs) alors l'on en peut trouver (ſoit le troiſieſme terme de quantitez quelconque) le quatrieſme proportionel: excepté quelque difficulté qui ſe rencontre aucunefois en ③ egale a ① + ◎, comme nous en dirons plus amplement, à la fin de la premiere difference du 69 probleme. De tous les autres n'eſt pour l'heure (combien qu'il eſt poſſible) trouvée legitime generale reigle, ſinon une que j'ay naguere inventée voir aſſez commode par autre voye que l'ordinaire. voyez la fin du Probl. 77. Les differences qui ſe rencontrent deſdictes cincq quantitez (deſquelles nous deſcrirons onze Problemes) ſont telles:

Il eſt vray qu'il y auroit des differences beaucoup d'avantage, prenant ② egale à ◎ pour une, & (4) egale à ②◎, pour autre, &c. Mais veu que ceey ſont derivatifs des autres, par la 27 definition, deſquels l'operation ſera ſemblable à celle de leurs primitifs, nous les comprendrons tous ſoubs un probleme, qui ſera le 78. Et apres le meſme ſuit une reigle generale; puis ſuivront encore deux problemes, de l'invention de quatrieſme terme proportionel des poſtpoſees quantitez.

## DES INVENTEVRS DE CES REIGLES DE TROIS DES QVANTITEZ.

Les inventeurs de ces reigles de trois des quantitez ont eſté:

Mahomet filz de Moſe Arabien de { ① egale à ◎. Leurs derivatifs. ② egale à ①◎.

Et quelque autheur incognu de leurs derivatifs.

Quelque autre autheur incognu de { ③ egale à ①◎. ③ egale à ②◎.

Louys de Ferrare de ④ ega.à ③②①◎.

Quant à Diophante, il ſemble qu'en ſon temps les inventions de Mahomet ayent ſeulement eſté cognues, comme ſe peult colliger de ſes ſix premiers livres; Il eſt vray qu'il ſolve de merveilleuſes queſtions, comme nous declarerons en ſon lieu, mais il conduict communement ſes operations par une admirable ſubtilité, ainſi, que le premier & ſecond terme, deviennent ① egale à ◎, ou leurs derivatifs, & aucunefois, mais rarement, à ② egale a ①◎.

Les derivatifs de ② egale à ①◎, inventez par le ſuſdict premier autheur incognu, ſont deſcripts par Lucas Pacciolo.

Quant aux inventions du ſecond autheur incognu, Cardane ſe dict les avoir trouvé par eſcript; mais qu'elles n'eſtoyent point divulgees; Auſſi que Scipio Perreus de Boloigne, aie trouvé la premiere ſorte, qui eſt de ③ egale à ①◎; Auquel ſuivoit Nicolas Tartalia Breſſian, mais par occaſion de quelque diſpute, qu'il euſt de ceſte matiere avec Antonio Maria Florido Venetien, diſciple dudict Scipio, en laquelle il diſcouvra quelque choſe, par laquelle Nicolas le conjectura, & trouva; Lequel apres beaucoup de prieres de Cardane, le lui a declaré, ce que luy Cardane eſtoit fondement, par lequel il eſt venu au bout de pluſieurs demonſtrations geometriques, de ③ egale à ②①◎, & leurs dependances, dont il a deſcript un livre intitulé *Ars magna*.

Mais l'invention de Louys de Ferrare eſt n'agueres divulguée en langue Italienne par Raphael Bombelle grand Arithmeticien de noſtre temps.

## DE LA REDVCTION.

Avant que venir à ces problemes de la reigle de trois des quantitez, il nous faut conſiderer, que ſouventesfois leſdicts premier & ſecond, ou egaux termes donnez, ne ſemblent au premier regard point de ceux dont nous avons dict ci deſſus, à ſçavoir deſquels on ſçait trouver le quatrieſme proportionel; toutesfois eſtant reduicts, on trouvera qu'ils le ſeront. Il nous faut doncques declarer apertement ceſte reduction. & pour l'expliquer premierement par quelque exemple vulgaire; Poſons le cas qu'il y a propoſéz trois termes deſquels on requiert le quatrieſme proportionel, tels: 8 *aulnes de drap, plus* 2 *livres de poivre, moins* 3 *livres de canelle, vallent* 2 *livres de poivre, plus* 24 *eſcuz, moins* 3 *livres de canelle; combien vaudront* 2 *aulnes de drap?* Or parce que le premier & ſecond terme, ont des aioincts de plus & moins, il y a propoſé quelque queſtion, qui ſemble confuſe; car de multiplier le troiſieſme par le ſecond, & diviſer le produict par le premier, comme ilz ſont propoſez (pour en trouver le quatrieſme proportionel) ce ſeroit choſe tres-facheuſe & obſcure; parquoi il faut remedier à ce plus & moins (lequel remede s'appelle ici reduction) en ceſte ſorte: Puis que le premier & ſecond terme donnez, ſont par l'hypotheſe d'egale valeur, s'enſuit, que ſi d'un & d'aultre coſté nous aiouſtons & ſoubſtrayons choſes egales; que ſommes & reſtes ſeront egales, leſquelles nous ſervent au lieu des premiers donnez (comme le ſemblable eſt choſe vulgaire en autres computations communes. Par exemple, ſi l'on dict, 4 aulnes vallent 6 ℔, combien 5 aulnes? ou autrement, 2 aulnes vallent 3 ℔, combien 5 aulnes? l'un & l'autre donne un meſme quatrieſme) Soubſtrayons doncques de chaſcun terme, à ſçavoir du premier & ſecond, 2 livres de poivre, & demeureront 8 aulnes de drap, moins 3 livres de canelle; equivallans à 24 eſcuz, moins 3 livres de canelle: Puis aiouſtons (par ce qu'il y a moins) à chaſcun deſdicts termes 3 livres de canelle, & la ſomme de l'un ſera 8 aulnes de drap, & de l'autre 24 eſcuz, leſquels ſeront autresfois d'egale valeur; & ceci ſont les termes reduicts, par leſquels on pourra facilement venir au requis; Car diſant 8 aulnes de drap vallent 24 eſcuz, combien 2 aulnes? le requis ſera par vulgaire ſolution 6 eſcuz. Tout de meſme ſorte faut il entendre, qu'en la reigle de trois des quantitez (pour le plus & moins & autres ſemblables occurrences qui ſe rencontrent en icelle) eſt aucunefois neceſſaire telle reduction, aucunefois n'eſt il pas beſoing, comme apparoiſtra en ſon lieu par les exemples. Et s'appelle ceci reduction, parce qu'on reduict les termes donnez, en autres termes, qui ſont de maieure ou moindre valeur que les premiers, cõbiẽ qu'ilz demeurẽt entre eux en la meſme egale raiſon.

Or aiant declaré quelle choſe eſt reduction, nous viendrons à la pratique de reduire, & la comprendrons en 10 reigles, deſquelles la premiere eſt telle:

Reigle

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

### Reigle I.

*Si les deux termes egaux donnez n'euſſent pas l'inferieure quantité ⓪, on poſera qu'il le ſoit, delaiſſant ſon ſigne de plus haulte quantité, & chaſcune des autres quantitez, deſcendra par egale diſtance.*

### Explication.

Soient trouvez 2④, egales à 6③; Or les 6③, ſont d'inferieure quantité; il faut doncques delaiſſer le ſigne de quantité, & au lieu de 6③ poſer ſeulement 6, mais les 2④ eſtoient un degré plus haut que les 6③; il faudra doncques au lieu de 2(4), prendre 2①, qui ſont d'un degré plus haut que 6⓪; Car ainſi (comme veult la reigle) ils deſcendront tous par egale diſtance, à ſçavoir & l'une & l'autre quantité par trois degrez. De ſorte qu'au lieu de 2(4), egales 6③, nous dirons pour termes reduictes 2①, egales à 6.

Et de meſme ſorte i'entendra, que 5⑧, egales à 8②, ſeront reduictes 5(4) egales à 8.

Item 1⑦ egale à 3⑥ + 4⑤, ſeront reduictes 1② egale à 3① + 4.

Item 1⑨ egale à 3⑥ + 5③, ſeront reduictes 1④ egale à 3③ + 5. Et ainſi de tous autres ſemblables.

### Reigle II.

*Pour reduire le nombre de multitude de la ſuperieure quantité en unité, on diviſera par luy toutes les quantitez propoſées.*

### Explication.

Soient 3③, egales à 9② + 12; Or parce que le nombre de la ſuperieure quantité n'eſt pas 1 (car il eſt 3) on diviſera toutes les quantitez par 3, & alors 1③ ſera egale à 3② + 4. Et de meſme ſorte, $\frac{1}{3}$ ② egale à 2① + 3, & diviſée chaſcune quantité par $\frac{1}{3}$, ſera reduict 1② egale à 6① + 9.

### Reigle III.

*Si les deux termes egaux euſſent quantitez de meſme hauteur, on les oſtera toutes deux, ou l'une, par le moien d'egale addition, ou d'egale ſoubſtraction.*

### Explication.

Soient 3② + 4 egales à 1① + 4: Or parce qu'en l'un & l'autre terme, il y a des quantitez d'egale hauteur, à ſçavoir 4 en l'un & 4 en l'autre, qui ſont toutes deux ⓪, on ſoubſtraira d'un & d'autre coſté 4, & reſteront 3② egales à 2①. Et de meſme ſorte, quand 3② — 4 ſont egales a 2② — 4, on aiouſtera à chaſcune partie 4; & les ſommes, à ſçavoir 3② & 2①, ſeront egales.

Item eſtant 4③ + 7①, egales à 2② + 3①, on ſoubſtraira d'un & d'autre coſté 3①, & reſteront 4③ + 4①, egales à 2②.

Item eſtant 4③ — 7①, egales à 2② — 3①, on aiouſtera à chaſcun terme 3①, & 4③ — 4① ſeront egales à 2②. Ou autrement, on aiouſtera à chaſcun terme 7①, & 4③ ſeront egales à 2② + 4①.

Item eſtant 4③ — 7①, egales à 2② + 3①, on aiouſtera à chaſcune partie 7①, & 4③ ſeront egales à 2② + 10①. Ou autrement, on ſoubſtraira de chaſcune partie 3①, & 4③ — 10① ſeront egales à 2②.

Item eſtant √ *bino.* 27② + 8①, egale à 3 + √ *bino.* 3② + 2①, on ſoubſtraira par le 43 probleme de chaſcune partie √ *bino.* 3② + 2①, & reſtera √ *bino.* 12② + 8①, egale à 3, & par la 6 reigle 12② + 8① ſeront egales à 9.

Item eſtant 5③ + 7② — 4① + 2, egales à 4① — 4③ + 2② + 3① + 2. On aiouſtera à chaſcune partie 4③ (parce qu'a chaſcune partie y a des ③) & ſeront 9③ + 7② — 4① + 2, egales à 4④ + 2② + 3① + 2. Puis on ſoubſtraira de chaſcune partie 2②, & ſeront 9③ + 5② — 4① + 2, egales à 4(4) + 3① + 2. Puis on aiouſtera à chaſcune partie 4①, & ſeront 9③ + 5② + 2, egales à 4(4) + 7① + 2. Puis on ſoubſtraira de chaſcune partie 2, & ſeront 9③ + 5②, egales à 4(4) + 7①.

La reſte qui leur eſt neceſſaire, pour eſtre finalement reduictes, à ſçavoir que le ſuperieur nom doibt eſtre mis ſeul, ſera demonſtré à la 4 reigle ſuivante.

### Reigle IV.

*Si la ſuperieure quantité ne fuſt pas ſeule, on la mettra ſeule & premiere, par la precedente 3 reigle, & les ſuperieures quantitez ſuivantes par ordre touſiours devant.*

### Explication.

Comme à la fin de la preſente explication, ſe trouva 9③ + 5②, egale à 4(4) + 7①, mais la ſuperieure quantité, à ſçavoir 4(4), ne ſe trouve point ſeule, ny devant ny les autres en ordre, il faut doncques ſoubſtraire de chaſcune partie 7①, & reſteront 4(4) egales (mettant la ſuperieure quantité ③ devant, puis ②, puis ①) a 9③ + 5② — 7①, deſquelles (les convertiſſant par la 1 reigle en 4③, egales a 9② + 5① — 7; Et par la 2 reigle en 1③, egale à $\frac{9}{4}$② + $\frac{1}{4}$① — $\frac{7}{4}$) on pourra trouver le quatrieſme terme proportionel, par le 71 probleme.

### Reigle V.

*Si aux egaux termes, il y euſt fraction algebraique, on les convertira en termes de quantitez entieres.*

### Explication.

Soient $\frac{3(1)}{4(2)}$, egales à 2, on les convertira en nombres entiers de la meſme raiſon par le corollaire du 56 probleme, qui ſeront 8②, egales a 3①.

Et de meſme ſorte nous dirons, que $\frac{4(1)}{3(2)+6}$, egales à $\frac{2}{3}$, ſeront convertiz par ceſte reigle, 10② + 12, egales à 12①.

Item $\frac{2(1)}{3(2)+3}$, egales à $\frac{4}{5}$①, ſeront convertiz par ceſte reigle, 10②, egales à 12③ + 20①, & ainſi des autres ſemblables.

### Reigle VI.

*Si l'un des termes egaux fuſt racine, on peut comparer à la potence du meſme, ſemblable potence de l'autre terme.*

### Explication.

Soient 3① egales à √ 2: Parce doncques que l'un terme eſt racine quarrée, on peut comparer (combien qu'en ceſt & ſemblables exemples il n'eſt point neceſſaire, comme apparoiſtra en ſon lieu) la potence quarrée de 3①, qui eſt 9②, à la potence quarrée de √ 2, qui eſt 2, de ſorte que pour reduction achevée, 9② ſeront egales à 2.

Item eſtant 1① + 3, egales à √ *bino.* 11 + √ 3, l'on pourra dire, que la potence quarrée de l'un 1② + 6① + 9, eſt egale à la potence quarrée de l'autre, qui eſt 11 + √ 3.

Ou autrement, ſans ceſte reigle, ſoubſtraire 3 de chaſcun terme donné, & reſtera 1①, egale à — 3 + √ *bino.* 11 + √ 3.

Item eſtant 2①, egales à √ *bino.* 3③ + 4①, on dira que la potence quarrée de 2①, qui eſt 4②, eſt egale à la potence quarrée de l'autre, qui eſt 3③ + 4①; Et ſemblablement procedera on aux autres.

Mais ſi 2③ + √ 3②, fuſſent egales à 5②, la vulgaire maniere eſt de mettre la √ 3② ſeule, ſoubſtrayant de chaſcun terme 2③, & demeureront √ 3② egales



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

à —2③+5②; Puis de prendre le quarré de l'une & l'autre partie, & seront 3②, egales à 4⑥ — 20⑤+25④; qui reduicts par les precedentes reigles (à sçavoir mettant la superieure quantité seule, par la 4 reigle, & les rabaissant ainsi que l'inferieure quantité soit ◎, par la 1 reigle, & reduisant le nombre de multitude du superieur nom en unité par la 2 reigle) sera finalement 1④ egale à 5③ — $\frac{25}{4}$②+$\frac{3}{4}$.

Mais sur ceste & semblables questions, nous avons veu autre maniere de reduction plus briefue, & commode, par laquelle nous pourrons rendre les termes reduicts tels, qu'on en pourra trouver son quatrieſme proportionel, qui souventesfois seroit impossible par la maniere cõme dessus; nous declarerons la mesme en reigle telle.

### Reigle VII.

*Quand quelque racine de quantitez contient nominateur de quantité entier, on en extraira sa racine.*

#### Explication.

Soient (comme au dernier exemple ci dessus) 2③+√3② egales à 5②. Or parce qu'il y a une racine, à sçavoir √3②, conforme à ceste reigle (car la racine quarrée de ② est ①, qui a nominateur entier, & de mesme sorte dirons, que √③6③; Item √5④; Item √③2◎, &c. sont des racines da la qualité requise en ceste reigle; Mais racines, comme √③3②, ne les sont pas, parce que la racine cubique de ② obtient nominateur rompu, à sçavoir $\frac{2}{3}$ en circle) on extraira la racine des 3②, qui est par le 61 probleme, √3✕①, lequel nous mettrons au lieu de √3②; & 2③+√3✕①, seront egales à 5②, lesquels autrefois reduicts par les precedens, 2② seront egales à 5① — √3, qui sont beaucoup plus commodes pour en trouver le quatrieſme terme proportionel, que par la reduction de l'autre maniere cy dessus; là ou je trouvois 1(4), egale à 5③ — $\frac{25}{4}$②+$\frac{3}{4}$.

Mais si de cecy on vouluſt prendre quelque facile preuve, l'on se pourroit proposer 2③+√9②, egales à 7② (qui est autant à dire, veu que √9② sont 3①, comme 2③+3①, egales à 7②) desquels il est notoire par le 68 probleme, que le quatrieſme terme proportionel (reduisant les donnez, & posant pour le troisieſme 1①) sera 3; Et suivant l'operation, comme dessus à la 6 reigle, se trouvera à la fin 1(4), egale à 7③ — 12$\frac{1}{4}$② + $\frac{9}{4}$, desquels il appert par le 76 probleme, que 3, comme dessus, est aussi leur quatrieſme terme proportionel; Ce que nous voulions ainsi prouver.

Et celuy qui aura bien entendu ses choses susdictes, facilement entendra, qu'estant 2③+√12② egales à 8①, qu'alors reduictes 1②, sera egale à 4 — √3.

Item estant 2② egales à √⑤2④ — √(4)3(4)+√③6③+√6②—2①, qu'alors 2③ seront egales à √⑤2 — √(4)3 + √③6 + √6 — 2, desquels on peut facilement se trouver le quatrieſme terme proportionel, car (posant le troisieſme terme 1①) sera par le 67 probleme

$$\frac{\sqrt{⑤2}-\sqrt{(4)3}+\sqrt{③6}+\sqrt{6}+2}{2}$$

De sorte que par ceste reduction (laquelle n'a esté animadvertie par cy devant, que je sçache) l'on pourra solver questions, que sans la mesme on n'a sceu achever, non seulement de termes, ausquels se rencontre binomie, trinomie, quadrinomie algebraique, mais (se rencontrans en telle sorte) de millenomies.

### Reigle VIII.

*On ne peut abbreger les termes egaux, par extraction de racine de chasque terme.*

#### Explication.

Quand l'un & l'autre des termes egaux, tient racine qui soit de moindre multitude de quantitez, on peut extraire telles racines, & seront egales. Mais il faut bien noter ces mots *de moindre multitude de quantitez*; Car par exemple, 2③+5① est binomie, qui a racine *√ bino.* 2③+5①; mais elle n'est pas de moindre multitude de quantitez que sa potence; doncques telle racine ne nous duict point à ce propos, mais celles qui s'ensuivent.

Soyent 16④+24③+9② egales à 25. On extraira racine quarrée du premier terme, laquelle par le 2 exemple du 61 probleme se trouve de 4②+3①. Et semblable racine, s'extraira de 25, qui est 5, & les termes reduicts par ceste reigle seront 4②+3①, egales à 5.

Item soyent 27⑨+54⑦+36⑤+8③ egales à 125⑥+150⑤+200(4)216③; On extraira s'il est possible, racine cubique servante à nostre propos (car la quarrée n'y est point) du premier terme, & sera par le 5 exemple du 61 probleme 3③+2①: Semblablement on extraira racine cubique de l'autre terme, & sera 5②—6①: Doncques 3③+2①, seront egales à 5②+6①, lesquels autrefois reduicts par les precedens (à sçavoir mettant la superieure quantité seule, & les rabaissant, ainsi que l'inferieure soit ◎, & reduisant le nombre de multitude de la superieure à unité, par la 2 reigle) finalement 1② sera egale à $\frac{5}{3}$① — $\frac{8}{3}$.

### Reigle IX.

*Si tous les nombres de multitude des quantitez des deux termes egaux eussent commune mesure, on les peut convertir par la mesme en moindres nombres.*

#### Explication.

Soyent 20③, egales à 60①: Or parce que la plus grande commune mesure des nombres est 20, on pourra diviser & l'une & l'autre partie par 20, & se trouvera 1③, egale à 3①. Et de mesme sorte estant 200②, egales à 300① + 400; parce que leur plus grande commune mesure est 100; on peut diviser toutes les quantitez par 100, & demeureront 2②, egales à 3① + 4. Cecy ce faict aucunefois, à fin que les operations algebraiques se feroyent par moindres nombres plus faciles.

### Reigle X.

*Si deux termes egaux, eussent cõmune mesure algebraique, on les peut cõvertir par la mesme, en moindre multitude de quantitez.*

#### Explication.

Soyent 8⑤+6③, egales à 12④+20③+9②+15①; On verra s'ils ont commune mesure par le 53 probleme, & se trouve qu'ouy, & que la maieure est 4③+3①; on divisera doncques & l'un & l'autre terme par 4③+3①, & l'on aura 2②, egales à 3①+5.

#### Nota.

Les reductions (qui sont en l'algebre chose de grande cõsequẽce) se pourroient encore rencõtrer, en beaucoup d'autres sortes, qui sont impossibles de se pouvoir par menu toutes descrire: mais je m'estime avoir icy declaré les principales, & à la chose plus necessaires, par lesquelles celuy les entendant, pourra facilement parvenir à l'invention de plusieurs autres. Quant aux reductions, cõme

② egale à ①◎ en ① egale à ◎
③ egale à ②◎ } en ③ egale à ①◎
③ egale à ②①◎ }
④ egale à ①◎
④ egale à ②①◎
④ egale à ③◎
④ egale à ③①◎
④ egale à ③②◎
④ egale à ③②①◎ } en ② egale à ①◎

leur

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

leur lieu ne ſera pas icy, parce qu'icelles reductions ſont les origines de leurs problemes, & ſont appliquées chaſcun au ſien.

Eſtant doncques ainſi achevée la reduction, il faut maintenant venir à la proportion des nombres algebraiques, en laquelle ne propoſerons autres termes egaux (qui ſont le premier & ſecond) que ceux, qui ſont reduicts, par les reigles precedentes, s'ils l'euſſent eu beſoing.

## ANNOTATION
### d'Alb. Girard.

*Que le Lecteur ſe reſouvienne, que les problemes ſuyvans, qui enſeignent de trouver le 4e terme proportionnel, ne doivent eſtre entendus parler de toute ſorte de proportion comme de majeure & mineure inegalité, mais ſeulement de la proportion egale, ce qui eſt auſsi de l'Intention de l'Autheur, comme on le pourroit prouver en pluſieurs lieux precedens & ſuyvans, comme auſsi il vient de dire (termes egaux.) Car autrement il s'enſuyvroit de l'abſurdité, pour preuve de quoy je mettray c'eſt exemple. Soyent trois termes donnez, dont le premier ſoit 1 ②, le ſecond 4 ① + 5, le troiſieſme 1 ①; Ie dis que le 4e terme proportionnel eſt incertain; car iceluy peut eſtre tout nombre quelquonque majeur à 45; veu que 1 ② eſtant poſée valoir 36, alors 4 ① + 5 vaudroit 29 (comme le ſuyvant probleme l'apprendra) & 1 ① vaudroit 6; or le quatrieſme proportionnel de ces trois, 36, 29 & 6, eſt $4\frac{5}{6}$, qui ſeroit auſsi celuy des trois ſuſmentionné, car que 1 ② aye telle raiſon à 4 ① + 5 comme 1 ① à $4\frac{5}{6}$ cela ſera certain ſi on prend que 1 ① vaille 6: La raiſon de cecy eſt que les nombres algebraiques ſont quantités indeſinies, ſi on n'adjoinct quant & quant leur valeur par ſuppoſition. Mais ſi je dis que 1 ② eſt egale ou vaut autant que 4 ① + 5, alors 1 ① vaudra infailliblement un nombre certain & eſt 5. & en ceſte maniere ſe deuront entendre les Problemes ſuyvants en commenceant au Probleme 68; car les deux ſuyvans, le ſecond terme eſtant ⊙, aſſavoir nombre abſolu, & tous les trois non meſlés de nombres algebraiques & abſolus par + & —, ont leur quatrieſme proportionel certain; I'ay dit cy deſſus que le quatrieſme terme de l'exemple propoſé eſt tout nombre quelquonque majeur à 4, c'eſt à dire que ſi l'on veut que ce ſoit 6, 7, 8 ou 9, on prendra que 1 ① vaille $2\frac{1}{2}$, $1\frac{2}{3}$, $1\frac{1}{4}$, ou 1, &c.*

### Probleme LXVI.

*Eſtant donnez trois termes, deſquels le premier 1 ①, le ſecond ⊙, le troiſieſme nombre algebraique quelconque: Trouver leur quatrieſme terme proportionel.*

*Explication du donné.* Soyent donnez trois termes ſelon le probleme tels: le premier 1 ①, le ſecond 4, le troiſieſme 5 ①. *Explication du requis.* Il faut trouver leur quatrieſme terme proportionel. *Conſtruction.* On multipliera le troiſieſme terme donné 5 ①, par le ſecond 4, faict 20 ①; Puis on diviſera les meſmes par le premier terme donné, qui eſt 1 ①, & donne quotient (par le 50 probleme) 20: Je di que 20 eſt le quatrieſme terme proportionel requis. *Demonſtration.* Puis que nous diſons par ce probleme, que 5 ① vallent 20, la 1 ① vaudra 4. Mettons doncques ſoubs chaſcun terme ſa valeur en ceſte ſorte:

| | | | |
|---|---|---|---|
| 1 ①. | 4. | 5 ①. | 20. |
| 4. | 4. | 20. | 20. |

Et appert que 20 eſt leur quatrieſme terme proportionel, car comme 4 à 4, ainſi 20 à 20; ce qu'il falloit demonſtrer.

Nota. Et de meſme ſorte s'entendra, que 1 ① vallant 4, les 5 ① + 3 vauldront 23, car les 5 ① vallent par ce probleme 20, & plus 3 font 23.

Item 1 ① vallant 4, les 5 ① — 3 vauldront 17, car 5 ① vallent 20, par ce probleme, deſquels ſoubſtraict 3 reſte 17.

Item 1 ① vallant 3, a lors 1 ② (veu que 1 ② eſt la potence quarrée de 1 ①) vauldra 9.

Item 1 ① vallant 3, les 4 ② vauldront 4 fois 9, qui eſt 36.

Item 1 ① vallant 3, la 1 ③ (veu que 1 ③ eſt la potence cubique de 1 ①) vaudra 27.

Item 1 ① vallant 3, les 4 ③ vaudront 4 fois 27, qui eſt 108.

Item 1 ① vallant 5, les 2 ② + 6 ① vaudront 80; car 2 ② vallent 50, & 6 ① vallent 30, font enſemble 80.

Item 1 ① vallant 2, les 3 ③ + 4 ② — 5 ① + 7 vaudront 37, car les 3 ③ vallent 24, & 4 ② vallent 16, & 7 vaut 7, deſquels la ſomme (à ſçavoir de 24. 16. 7) eſt 47, des meſmes ſoubſtraict 10 pour les — 5 ①, reſte pour ſolution comme deſſus 37.

Item 1 ① vallant 3, les $\frac{2\,(1)+3\,(1)-7}{3\,(1)-4\,(1)+6}$ vaudront $\frac{20}{5\,1}$, car les 2 ② + 3 ① — 7 vallent 20, & les 3 ③ — 4 ② + 6 vallent 51.

Item 1 ① vallant $\sqrt{}$ 2, alors 3 ① vaudront trois fois $\sqrt{}$ 2, qui eſt par le 22 probleme $\sqrt{}$ 18.

Item 1 ① vallant $\sqrt{}$ 2, alors 1 ② (veu que 1 ② eſt potence quarrée de 1 ①) vaudra 2, & 3 ② vaudront 6.

Item 1 ① vallant $\sqrt{}$ 2 + $\sqrt{}$ 3, les 3 ① vaudront trois fois autant, qui eſt $\sqrt{}$ 18 + $\sqrt{}$ 27.

Item 1 ① vallant $\sqrt{}$ 2 + $\sqrt{}$ 3, la 1 ② vaudra le quarré de $\sqrt{}$ 2 + $\sqrt{}$ 3, qui eſt 5 + $\sqrt{}$ 24. Et ainſi d'autres ſemblables. *Concluſion.* Eſtant doncques donnez trois termes, deſquels le premier 1 ①, le ſecond ⊙, le troiſieſme nombre algebraique quelconque, nous avons trouvé leur quatrieſme terme proportionel; ce qu'il falloit faire.

Nota. Ce 66 probleme differe du ſuyvant ſeulement en cela, que ſon premier terme donné eſt d'une prime quantité; mais le ſuyvant de multitude de primes quantitez quelconque: auſſi que les exemples du probleme precedent ont le troiſieſme terme donné de pluſieurs quantitez, mais le ſuyvant touſiours de 1 ①.

Et pour dire de ſon utilité & proprieté, faut ſçavoir, qu'aux problemes ſuyvans de trois termes donnez, le troiſieſme ſera touſiours nombre algebraique quelconque, toutesfois nous ne donnerons en les exemples des meſmes pour troiſieſme terme, autre que 1 ①. Comment doncques (pourroit quelcun dire) ſera on quant le troiſieſme terme ſera quelque multinomie algebraique, ſelon la propoſition? Ie reſpons que par double operation; Premierement ou trouvera la valeur de 1 ①, par ſon probleme, qui eſtant cognu on trouvera alors par ce 66 probleme la valeur du multinomie propoſé pour troiſieſme terme donné, diſant, 1 ① donne autant, combien tel multinomie? Par exemple, ſi les trois termes donnez fuſſent tels: le premier 1 ③, le ſecond 3 ① + 2, le troiſieſme 3 ② + 4 ①: On diroit premierement, 1 ③ vaut 3 ① + 2, combien 1 ①? faict par le 69 probleme 2. Puis pour ſeconde operation, on diroit autrefois, 1 ① vaut 2, combien 3 ② + 4 ①, faict par ce 66 probleme, pour le quatrieſme terme proportionel requis, 20. Et ainſi d'aultres ſemblables. Ce probleme ſervira auſſi, pour les demonſtrations Arithmetiques, des problemes ſuyvans, comme le tout apparoiſtra par les exemples, chaſcun en ſon lieu.



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

## PROBLEME LXVII.

*Estant donnez trois termes, desquels le premier ①, le second ◎, le troisiesme nombre algebraique quelconque: Trouver leur quatriesme terme proportionel.*

*Explication du donné.* Soient donnez trois termes selon le probleme tels: le premier 2 ①, le second 6, le troisiesme 1 ①. *Explication du requis.* Il faut trouver leur quatriesme terme proportionel. *Construction.* On divisera le 6 du second terme, par 2 du premier terme (car puis que le nombre du troisiesme terme est 1, il ne sera besoing de faire la vulgaire multiplication du troisiesme & second terme, qui seroit 6 ①) donne quotient 3. Ie di que 3 est le quatriesme terme proportionel requis. *Demonstration.* Puis que nous disons par ce probleme, 1 ① valoir 3, doncques par le 66 probleme, 2 ① vaudront 6, mettons doncques soubs chascun terme sa valeur en ceste sorte:

| | | | |
|---|---|---|---|
| 2 ①. | 6. | 1 ①. | 3. |
| 6 | 6. | 3. | 3. |

Et appert que 3 est leur quatriesme terme proportionel, car comme 6 à 6, ainsi 3 à 3; ce qu'il falloit demonstrer. Quant à la demonstration geometrique, la chose est si notoire, qu'il ne semble point de mestier.

NOTA. Si les trois termes donnez fussent tels: le premier 5 ①, le second $\surd 3$, le troisiesme 1 ①, on divisera (comme dessus) $\surd 3$ par 5, donne solution $\surd \frac{3}{25}$. Autrement, on pourroit solver ceste question reduisant les termes egaux par la 6 reigle de la reduction, à sçavoir prenant la potence quarree, de chasque terme, & seront 5 ②, egales à 3, & seroit alors question, requirant l'operation du 78 probleme.

Item si les trois termes donnez fussent tels: le premier 3 ①, le second $\surd 3 + \surd 2$, le troisiesme 1 ①; On divisera (comme dessus) $\surd 3 + \surd 2$ par les 3 (des 3 ①) donne solution $\surd \frac{1}{3} + \surd \frac{2}{9}$. Et ainsi d'autres semblables.

*Conclusion.* Estant doncques donnez trois termes, desquels le premier ①, le second ◎, le troisiesme nombre algebraique quelconque; Nous avons trouvé leur quatriesme terme proportionel; ce qu'il falloit faire.

## PROBLEME LXVIII.

*Estant donnez trois termes, desquels le premier ②, le second ① ◎, le troisiesme nombre algebraique quelconque: Trouver leur quatriesme terme proportionel.*

NOTA. Le binomie du second terme donné de ce probleme se peut rencontrer en trois differences, à sçavoir:

| | |
|---|---|
| | Desquelles les autres en donnent |
| ① + ◎. | trois diverses operations, ausquels |
| — ① + ◎. | Michel Stiffle a commodé ce mot |
| ① — ◎. | *Amasias.* & Cardane livre 10 chap. 5. ce carme, |

*Querna, dabis. Nuquer, admi. Requan, Minue dami.*

Mais nous demonstrerons une seule maniere, par laquelle sans varier d'une syllabe, l'operation sera en toutes trois la mesme: Parquoi faut sçavoir que nous ne les appellons pas Differences, en respect des operations; car comme nous disons, l'operation est en toutes la mesme, mais en respect des diversitez, de la disposition des quantitez, du second terme donné.

## PREMIERE DIFFERENCE DE SECOND TERME ① + ◎.

*Explication du donné.* Soient donnez trois termes selon le probleme tels: le premier 1 ②, le second 4 ① + 12, le troisiesme 1 ①. *Explication du requis.* Il faut trouver leur quatriesme terme proportionel.

*Construction.*

| | |
|---|---|
| La moitie de 4 (des 4 ①) est | 2 |
| Son quarré | 4 |
| Au mesme aiousté le ◎ donné, qui est | 12 |
| Donne somme | 16 |
| Sa racine quarrée | 4 |
| A la mesme aiousté 2 premier en l'ordre faict | 6 |

Ie di que 6 est le quatriesme terme proportionel requis.

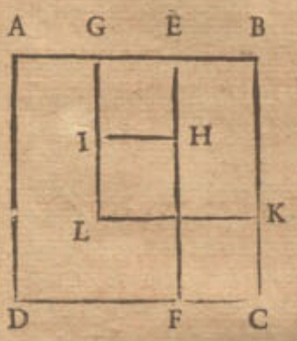
*Demonstration Arithmetique.* Puis que nous disons 1 ① valoir 6, doncques par le 66 probleme, 1 ② vaudra 36, & 4 ① + 12 vaudront aussi 36; Parquoi mettons soubs chascun terme sa valeur en ceste sorte:

| | | | |
|---|---|---|---|
| 1 ②. | 4 ① + 12. | 1 ①. | 6. |
| 36 | 36. | 6. | 6. |

Et appert que 6 est leur quatriesme terme proportionel.

*Autre demonstration geometrique.*

Soit descript le quarré A B C D, denotant 1 ②; doncques son costé B C (lequel prouverons valoir 6, à la fin de la demonstration) sera 1 ①, car multipliant 1 ① en soi, faict 1 ②. Puis soit menée la ligne E F, parallele avec A D, & soit A E 4; Ergo le rectangle A F (veu que A D est 1 ①) sera 4 ①. Or puis que tout le quarré A B C D, qui est 1 ②, est egal à 4 ① + 12, & que le rectangle A F faict 4 ①, le rectangle E C sera 12. Doncques les trois termes donnez en nombres, nous les avons ici en grandeurs, à sçavoir A B C D 1 ②, egale à A F 4 ① + E C 12; Et B C est la 1 ①. Or faisons maintenant la construction par ces grandeurs, semblable à la precedente des nombres en ceste sorte:




| | |
|---|---|
| La moitie de A E 4, qui est G E, est | 2 |
| Son quarré G E H I | 4 |
| Au mesme aiousté le ◎ donné, c'est à dire E C | 12 |
| Donne somme, pour le gnomon H I G B C F, ou pour le quarré G B K L (qui est egal audict gnomon) | 16 |
| Sa racine B K | 4 |
| A la mesme aiousté G E 2 premier en l'ordre, ou en son lieu K C (car K C est egal à G E) faict pour B C | 6 |

Ce qu'il falloit demonstrer.

NOTA. Le quatriesme terme proportionel vient aucunefois à nombre Arithmetique incommensurable, duquel nous mettrons deux exemples.

Soient premierement les trois termes, desquels on requiert le quatriesme proportionel, tels: le premier 1 ②, le second 6 ① + 3, le troisiesme 1 ①.

*Construction.*

| | |
|---|---|
| La moitie de 6 (des 6 ①) est | 3 |
| Son quarré | 9 |
| Au mesme aiousté le ◎ donné, qui est | 3 |
| Donne somme | 12 |
| Sa racine quarrée | $\surd 12$ |
| A la mesme aiousté 3 premier en l'ordre, faict pour solution | $\surd 12 + 3$ |

Soient au second les trois termes, desquels on requiert le quatriesme proportionel, tels: le premier 1 ②, le second $\surd 8 \times$ ①, le troisiesme $\surd 3$.

Con-

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

*Construction.*

La moitie de $\sqrt{8}$ (de $\sqrt{8}\times①$) est $\sqrt{2}$
Son quarré 2
Au mesme ajousté le ◎ donné, qui est $\sqrt{3}$
Donne somme $2+\sqrt{3}$
Sa racine quarrée $\sqrt{bino.}\ 2+\sqrt{3}$
A la mesme ajousté $\sqrt{2}$ premier en l'ordre,
faict pour solution $2+\sqrt{bino.}\ 2+\sqrt{3}$

*Seconde maniere de construction.*

Autre maniere d'operation y a il, laquelle demonstrerons en toutes les trois differences, aussi la mesme; par laquelle il ne sera mestier de convertir par la 2 reigle de reduction, le nombre de multitude de ②, en unité. Et celuy qui voudra suivre ceste reigle, evitera aucunefois les rompuz, qui procedent de telle reduction.

Soyent par exemple les trois termes, desquels on requiert le quatriesme proportionel, tels: le premier 3 ②, le second $8①+16$, le troisiesme 1 ①.

*Construction.*

La moitie de 8 (des 8 ①) est 4
Son quarré 16
Au mesme ajousté le produict de 3 (des 3 ②) par le ◎ donné, qui est 48
Donne somme 64
Sa racine quarrée 8
A la mesme ajousté 4 premier en l'ordre, faict 12
Qui divise par 3 (des 3 ②) donne quotient & solution 4

## DEUXIESME DIFFERENCE, DE SECOND TERME $-①+◎$.

*Explication du donné.* Soyent donnez trois termes selon le probleme tels: le premier 1 ②, le second $-6①+16$, le troisiesme 1 ①. *Explication du requis.* Il faut trouver leur quatriesme terme proportionel.

*Construction.*

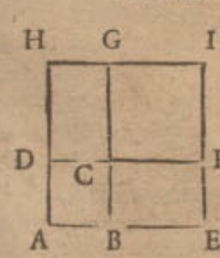
La moitie de $-6$ (des $-6①$) est $-3$
Son quarré (car $-3$ par $-3$ faict $+9$) est 9
Au mesme ajousté le ◎ donné, qui est 16
Donne somme 25
Sa racine quarrée 5
A la mesme ajousté $-3$ premier en l'ordre, faict 2
Je di que 2 est le quarriesme terme proportionel requis.

*Demonstration Arithmetique.* Puis que nous disons 1① valoir 2, ergo par le 66 probleme 1② vaudra 4, & $-6①+16$ vaudront aussi 4. Mettons doncques soubs chascun terme sa valeur en ceste sorte:

| | | | |
|---|---|---|---|
| 1②. | $-①6+16$. | 1①. | 2. |
| 4. | 4. | 2. | 2. |

Et apert que 2 est leur quatriesme terme proportionel requis.

*Autre demonstration Geometrique.*




Soit descript le quarré A B C D, denotant 1②, ergo son costé A B (lequel prouverons valoir 2 à la fin de la demonstration) sera 1 ①. Puis soyt produicte la ligne A B, en E, qui soit B E, & de B E, & B C, soit descript le rectangle B E F C, & semblablement soit produict B C, en G, & soit C G 3, & de C G, & C D, soit descript le rectangle D C G H, Ergo le rectangle B E F C (veu que E B est 3, & B C 1①) sera 3①. Et semblablement sera le rectangle C D G H 3①. Or puis que le quarré A B C D 1②, est egal à $-6①+16$, & que les deux rectangles C E, C H, font 6①: s'ensuit que le gnomon C F E A H G sera 16. Doncques les trois termes donnez en nombres nous les avons icy en grandeurs; à sçavoir A B C D 1②, egale à $-$ C E C H 6① + C F E A H G 16; Et A B est la 1①. Or faisons maintenant la construction par ces grandeurs, semblable à la precedente des nombres, en ceste sorte:

La moitie des deux lignes F C, & C G, qui soit F C, est $-3$
Son quarré C F I G 9
Au mesme ajousté le ◎ donné, c'est à dire le gnomon C F E A H G 16
Donne somme pour le quarré A E I H 25
Sa racine A E 5
A la mesme ajousté $-$ F C 3 premier en l'ordre, ou en son lieu $-$ B E 3, faict pour A B, 2
Ce qu'il falloit demonstrer.

*Seconde maniere de construction, qui est sans convertir le nombre de multitude de ② en unité.*

Soyent les trois termes, desquels on requiert le quatriesme proportionel, tels: le premier 4②, le second $-4①+24$, le troisiesme 1①.

*Construction.*

La moitie de $-4$ (des $-4①$) est $-2$
Son quarré 4
Au mesme ajousté le produict de 4 (des 4②) par le ◎ donné, qui est 96
Donne somme 100
Sa racine quarrée 10
A la mesme ajousté $-2$ premier en l'ordre, faict 8
Qui divisé par 4 (des 4②) donne quotient & solution 2

Et encore pourroit par l'origine des constructions de ce probleme (laquelle origine nous descrirons derriere de ce probleme) former beaucoup d'autres reigles, des mesmes constructions, & viendroyent toutes à une mesme solution. Nous en donnerons deux sur la question precedente (qui se pourroit aussi appliquer tant à la difference precedente, qu'a la suivante) en ceste sorte:

La moitie de $-4$ (des $-4①$) est $-2$
Son quarré 4, qui divisé par 4 (des 4②) donne quotient 1
Au mesme ajousté le ◎ donné, qui est 24, donne somme 25
Sa racine quarrée 5
De la mesme soubstraict la racine de 1, second en l'ordre, qui est 1, reste 4
Qui divisé par la racine de 4 (des 4②) qui est par 2, donne quotient & solution comme dessus 2

*Autrement.*

Racine de 4 (des 4②) est 2; son double 4, par le mesme divisé 4 (des 4①) donne quotient 1
Au mesme ajousté le ③ donné, qui est 24, donne somme 25
Sa racine quarrée 5
De la mesme soubstraict la racine de 1, second en l'ordre, qui est 1, reste 4
Qui divisé par la racine de 4 (des 4②) qui est par 2, donne quotient & solution comme dessus 2

Mais la premiere de ces trois constructions est la plus commode pour eviter compurations radicales, qui se



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

rencontrent souventesfois en la deuxiesme & troisiesme maniere, lesquelles nous mettons, plus pour rendre notoire les causes (qui par l'origine apparoisteront) qu'autrement.

## TROISIESME DIFFERENCE, DE SECOND TERME ①—◎.

*Explication du donné.* Soyent donnez trois termes selon le probleme, tels: le premier 1②, le second 6①—5, le troisiesme 1①. *Explication du requis.* Il faut trouver leur quatriesme terme proportionel.

*Construction.*

| | |
|---|---|
| La moitie de 6 (des 6①) est | 3 |
| Son quarré | 9 |
| Au mesme ajousté le ◎ donné, qui est | —5 |
| Donne somme | 4 |
| Sa racine quarrée | 2 |
| A la mesme ajousté 3 premier en l'ordre, faict pour maieure solution | 5 |
| Ou autrement, soubstraict ledict 2 de 3 premier en l'ordre (ce qui est le propre de ceste troisiesme difference, dont la raison sera manifeste, par l'origine de ces constructions suivantes) reste pour moindre solution | 1 |

Je di que & 5 & 1 est le quatriesme terme proportionel requis. *Demonstration Arithmetique.* Puis que nous disons 1① valoir 5; ergo par le 66 probleme, 1② vaudra 25, & les 6①—5 vaudront aussi 25; Mettons doncques soubs chascun terme sa valeur en ceste sorte:

| | | | |
|---|---|---|---|
| 1②. | 6①—5. | 1①. | 5. |
| 25. | 25. | 5. | 5. |

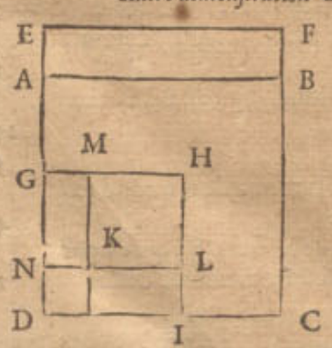
Et appert que 5 est leur quatriesme terme proportionel requis.

Mais que la solution 1 est aussi veritable, se demonstre par mesme maniere. Mettons soubs chascun terme sa valeur en ceste sorte:

| | | | |
|---|---|---|---|
| 1②. | 6①—5. | 1①. | 1. |
| 1. | 1. | 1. | 1. |

Et appert que 1 est leur quatriesme terme proportionel requis.

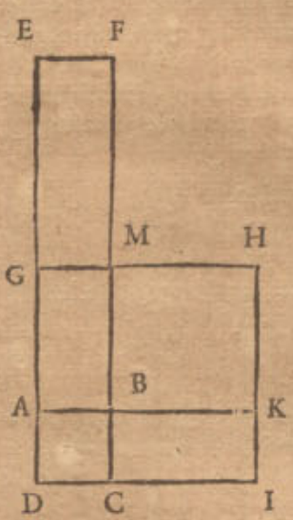
*Autre demonstration Geometrique.*




Soit descript le quarré ABCD, denotant 1②, ergo son costé AD (lequel prouverons valoir 5 à la fin de la demonstration) sera 1①. Puis soit produict la ligne DA, en E, & soit toute la DE 6, & de AE, & AB, soit descript le rectangle AEFB; ergo le rectangle DEFC (veu que DE est 6, & DC 1①) sera 6①: Or puis que le quarré ABCD, qui est 1②, est egal à 6①—5, & que le rectangle DEFC faict 6①, ergo le rectangle AF sera 5. Doncques les trois termes donnez en nombres nous les avons icy en grandeurs, à sçavoir ABCD 1②, egale à DF 6①—AF 5; Et AD est la 1①. Or faisons maintenant la construction par ces grandeurs, semblable à la precedente des nombres, en ceste sorte:

| | |
|---|---|
| La moitie de ED 6, qui soit GD, sera | 3 |
| Son quarré GHID | |
| Au mesme ajousté le —5 donné, c'est à dire moins le gnomon KLIDGM, qui soit egal au rectangle AF | —5 |
| Donne somme pour le quarré MHLK | 4 |
| Sa racine MK ou GN est | 2 |
| A la mesme ajousté GD 3 premier en l'ordre, ou en son lieu GE 3, faict pour NE 5. Mais AD est egale à NE (lequel se prouve, soubstrayant AD 5 de ED 6, reste AE 1, qui multiplié par AB 5, donne son vray produict 5) faict doncques pour AD | 5 |

Ce qu'il falloit demonstrer.




Mais que la solution 1 est aussi veritable, se demõstre geometriquement ainsi: Soit descript le quarré ABCD, denotant 1②, ergo son costé AD (lequel nous prouverons valoir 1, à la fin de la demõstration) sera 1①. Puis soit produict DA en E, & soit toute la DE 6, & de AE, & AB, soit descrit le rectangle AEFB; Ergo le rectangle DEFC (veu que DE est 6, & DC 1①) sera 6①. Or puis que le quarré ABCD, qui est 1②, est egal à 6①—5, & que le rectangle DEFC faict 6①, ergo le rectangle AF sera 5. Doncques les trois termes donnez en nombres, nous les avons icy en grandeurs, à sçavoir ABCD 1②, egale à DEFC 6①—AF 5; Et AD est la 1①. Or faisons maintenant la construction par ces grandeurs, semblable à la precedente des nombres, en ceste sorte:

| | |
|---|---|
| La moitie de ED 6, qui soit GD, sera | 3 |
| Son quarré GHID | 9 |
| Au mesme ajousté le —5 donné, c'est à dire moins le gnomon BKIDGM, qui soit egal au rectangle AF, | —5 |
| Somme pour le quarré MHKB | 4 |
| Sa racine MB ou GA est | 2 |
| La mesme soubstraict de GD 3, premier en l'ordre, reste pour AD | 1 |

Ce qu'il falloit demonstrer.

NOTA 1. Quant à l'exception qu'aucuns font en ceste troisiesme differẽce, ce ne doibt (à mon avis) point estre d'exception; veu que nous venons au vray requis par generale reigle, & par une mesme maniere. Prenons pour exemple, que les trois termes, desquels on requiert le quatriesme proportionel, soyent tels: le premier 1②, le second 12①—36, le troisiesme 1①, & faisons en operation, semblable à la precedente, en ceste sorte:

| | |
|---|---|
| La moitie de 12 (des 12①) est | 6 |
| Son quarré | 36 |
| Au mesme ajousté le ◎ donné, qui est | —36 |
| Donne somme | 0 |
| Sa racine quarrée | 0 |
| A la mesme ajousté 6 premier en l'ordre, faict pour premiere solution | 6 |
| Ou autrement, 0 cinquiesme en l'ordre, soubstraict de 6 premier en l'ordre, restera pour seconde solution | 6 |

Et

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

Et appert, que celuy qui suivera la generale reigle, ne sera en rien deceu.

NOTA 2. Quelqu'un pourroit doubter, que veult signifier la double solution de ceste troisiesme difference (qui se peuvent rencontrer, comme en aucuns exemples suivans en six diverses sortes) & comment l'une & l'autre pourra estre bonne. Or combien que cecy apparoistra assez en diverses exemples d'algebre suivans; Toutesfois pour ceux qui ce pendant pourroyent estre en doubte, nous en dirons icy quelque chose. Posons le cas, qu'il y a proposé de partir 6 en deux parties telles, que leur produict soit 8. On trouvera par la premiere maniere que l'une nombre requis sera 4, & par l'autre maniere, se trouvera 2. Mais que l'un & l'autre solution soit bonne, est manifeste. Car si on dict que l'un nombre est 4, doncques soubstraict 4 de 6, reste 2 pour l'autre nombre, lesquels 4 & 2 donnent produict selon le requis 8. Ou si on dict par la seconde maniere, que l'un nombre est 2, ergo soubstraict 2 de 6 reste 4 pour l'autre nombre, lesquels 2 & 4 donnent le mesme produict requis 8. En ceste question doncques & semblables voit on l'usage de ceste double solution.

NOTA 3. Nous pourrions donner exemples en la seconde & troisiesme difference, la ou se rencontrent nombres radicaux, comme nous avons faict à la precedente premiere difference; Mais veu que l'operation est en toutes trois la mesme, comme il appert, & comme nous avons promis d'exhiber au commencement de ce probleme, il ne sera point de mestier.

## DE L'ORIGINE DE LA CONSTRVCTION DV PREGEDENT LXVIII. PROBLEME.

Nous avons amplement faict aux constructions precedentes leurs demonstrations, tant Geometriques, qu'Arithmetiques; Mais encore n'est pas notoire par icelles l'occasion qui a faict inventer à Mahomet telle reigle. A fin doncques que la chose soit entendue parfaictement, nous la declarerons par ses causes comme s'ensuit.

Quand ② est egale à ① ◎, nous la pouvons reduire en ①, egale à ◎, & alors est la valeur de 1 ① notoire par le precedent 67 probleme, & de telle reduction est colligée la maniere de ladicte construction, comme apparoistra. Soit par exemple:

1 ② egale a — 6 ① + 16.

Qui sont le premier & second terme, de la premiere construction, de la seconde difference; Et ajoustons à chasque partie 6 ①, & seront

1 ② + 6 ① egales à 16.

Reste maintenant de trouver quelque ◎, qui ajousté à ② + 6 ①, tel trinomie aie racine, qui soit 1 ① + quelque ◎. Or pour trouver tel nombre, il ne faut que multiplier la moitie de 6 (des 6 ①) qui est 3, en soy, faict 9, & on l'aura (la raison pourquoy le quarré de la moitie du nombre de ①, est tousiours le ◎, qu'il faut ajouster à tel binomie, & par cela manifeste, que le produict du nombre de ②, qui est icy unité, multiplié par le ◎, est tousiours egal au quarré de la moitie du nombre ①; Et qui encore veut sçavoir pourquoy tel produict est tousiours egal au quarré, de la moitie du nombre de ①; Qu'il multiplie 1 ① + quelque ◎, en soy, & facilement verra la cause, es nombres procedens de l'operation de telle multiplication) Ajoustons doncques 9, à chascune des egales parties, & seront

1 ② + 6 ① + 9, egales à 25.

Puis extrayons de chasque partie racine quarrée, & seront:

1 ① + 3, egales à 5.

Puis soubstrayons de chascune partie 3, & sera

1 ① egale, ou vaudra pour solution 2.

Et par ceste maniere, nous pourrions solver tous semblables exemples; Mais à fin que telle invention de valeur de 1 ①, soit plus commode, on l'a redigé en ordre, & on en a faict une reigle; considerant d'ou nous procede tel 2, valeur de 1 ①, & nous voyons apertement, qu'on ajouste tousiours le quarré du nombre de ①, au ◎, & que nous extrayons de la somme racine quarrée, & que de telle racine on soubstraict encore la moitie du nombre de ①; & pourtant est-ce, qu'on applique ces choses ainsi en reigle de ladicte construction.

Quant à l'origine de la seconde construction, qu'il y a en chascune difference, elle est semblable à la precedente. Soyent par exemple 4 ②, egales à — 4 ① + 24, qui sont le premier & second terme de la seconde construction, de la seconde difference; Et ajoustons à chascune partie 4 ①, & seront

4 ② + 4 ①, egales à 24.

Reste maintenant de trouver quelque ◎, qui aiousté à 4 ② + 4 ①, le trinomie aie racine, qui soit ① + quelque ◎.

Or pour le trouver, il ne faut que multiplier la moitie de 4 (des 4 ①) qui est 2, en soy, faict 4, & diviser le mesme par 4 (des 4 ②,) donne quotient 1, pour tel nombre requis: la raison pourquoy l'on trouve tel nombre tousiours ainsi, est notoire par ce que nous en avons dict cy dessus. Ajoustons doncques à chascune partie 1, & seront

4 ② + 4 ① + 1, egales à 25.

Puis extrayons de chasque partie racine quarrée, & seront

2 ① + 1, egales à 5.

Puis soubstrayons de chasque partie 1, & seront

2 ①, egales à 4.

Divisant doncques 4 par 2 (des 2 ①) on aura la valeur de 1 ①, qui sera 2; Et appert que de ceste operation est colligée la reigle de l'un des exemples de ladicte deuxiesme difference.

Item si l'on considere, que nombre de multitude de ① divisé par le double de la racine du nombre de multitude de ②, donne tousiours quotient ◎, duquel le quarré ajousté au binomie, luy faict trinomie, ayant racine composée de ① & ◎, on en colligera encore une autre maniere.

Et par les choses dessus dictes est assés notoire l'origine des autres deux differences, toutesfois parce que nous avons dict, qu'en l'origine appert pourquoy la troisiesme difference a deux solutions, nous la declarerons. Soit 1 ②, egale à 6 ① — 5, qui sont le premier & second terme de l'exemple de la troisiesme difference, & soubstrayons de chascune partie 6 ①, & sera

1 ② — 6 ①, egale à — 5.

Reste maintenant de trouver quelque ◎, qui ajousté à 1 ② — 6 ①, le trinomie aie racine, qui soit 1 ① & quelque ◎, le mesme pour les raisons que dessus sera 9 (à sçavoir le quarré de — 3 moitie de — 6 des — 6 ①.) Aioustons doncques à chascune partie 9, & seront

1 ② — 6 ① + 9, egeles à 4.

Puis extrayons de chascune partie racine quarrée, & sera

1 ① — 3, egale à 2.

ou autrement

— 1 ① + 3, egale à 2.

Car

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

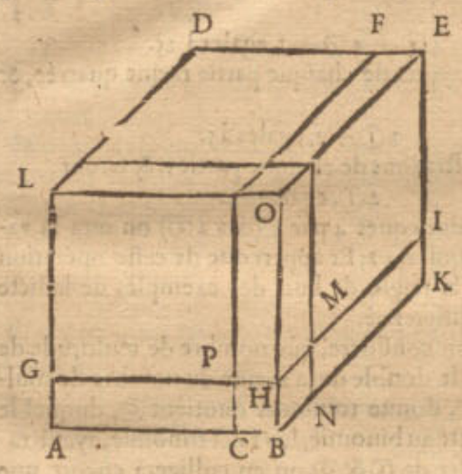
Car autant 1 ① — 3, comme — 1 ① + 3, eſt racine de 1 ② — 6 ① + 9; quand doncques nous poſons pour racine 1 ① — 3 egale à 2, il faut ajouſter à chaſcune partie 3, & 1 ① ſera egale, ou vaudra 5. Mais ſi nous poſons pour racine — 1 ① + 3, egale à 2, il faudra ſoubſtraire de chaſque partie 2, & reſtera — 1 ① + 1, egale à 0; Et ajouſtant à chaſcune partie 1 ①, alors ſera 1 ① egale ou vallant 1. Et eſt la cauſe de la double ſolution à ladicte troiſieſme difference par ces choſes ſi manifeſte, qu'il n'eſt meſtier d'en ſonner plus mot; Laquelle origine il falloit declarer. *Concluſion.* Eſtant doncques donnez trois termes, deſquels le premier ②, le ſecond ① ◎, le troiſieſme nombre algebraique quelconque, nous avons trouve leur quatrieſme terme proportionel; ce qu'il falloit faire.

NOTA. Voyla achevée l'invention du quatrieſme terme proportionel iadis practiſee par Mahomet. S'enſuivent celles de ſes ſucceſſeurs; Mais avant qu'y venir nous deſcirons quelque theoreme neceſſaire à leurs operations & demonſtrations, que nous avons colligé du theoreme de Tartalia, deſcript par Cardane chap. 6. livre ALGEB. & formé ſelon noſtre guiſe, à nos demonſtrations plus commode, comme s'enſuit.

### THEOREME.

*SI on coupe une ligne droicte en lieu quelconque, le cube de toute la ligne, ſera egal aux deux cubes des parties, & troiſfois le ſolide rectangle, contenu ſoubs les deux parties & toute la ligne.*

*Explication du donné.* Soit la ligne droicte A B, coupée ou que ce ſoit en C. *Explication du requis.* Il faut demonſtrer que le cube, de la A B, eſt egal, aux deux cubes, de A C, & C B, & troiſfois le ſolide rectangle, contenu ſoubs A C, & C B & A B.




*Preparation de la demonſtration.*

Deſcrivons de la ligne A B, le cube A D E B, qui ſoit coupé par le plain C F, parallele au quarré B E, & puis par le plain G H I, parallele à la baſe A K, & ainſi que H B ſoit egale à C B; puis par le plain L N, parallele au quarré A O, & ainſi que H M ſoit egale à la H B. *Demonſtration.*

Toutes les parties ſont egales à leur tout,

Deux cubes de A C, & C B, & les trois rectangles contenuz ſoubs A C, & C B, & A B, ou ſoubs leurs egales, font tout le cube de A B,

Ergo leſdictes parties ſont egales au cube de A B.

L'aſſomption ſe prouve ainſi: Le cube de A C eſt celuy duquel le quarré eſt L F, & le cube de C B eſt C H N, & les trois ſolides rectangles ſont L H, & N F, & G C, (nous denotons par G C, le ſolide rectangle conſiſtant ſoubs la ſuperfice G C) leſquelles ſont les parties integrantes du cube A E. Mais que leſdicts trois ſolides rectangles, ſont contenus ſoubs trois lignes egales à A C, C B, & A B, ſe demonſtre ainſi: du ſolide L H la H O eſt egale à la A C, & H M, à la B C, & G H, à la A B, & ſemblable ſera la demonſtration des deux autres ſolides, N F, & G C.

L'on pourroit encore prendre les trois ſolides rectangles d'aultre ſorte que deſſus; à ſçavoir L C, & H F, & N I. Nous denotons par N I, le ſolide rectangle conſiſtant ſoubs la ſuperfice N I.

*Application des nombres aux grandeurs cy deſſus.*

| | |
|---|---|
| Soit toute la A B quelque nombre comme 10, & A C ſoit 8, & B C 2, ergo le cube de A C | 512 |
| Et le cube de C B | 8 |
| Et le ſolide rectangle L H 160, ſon triple pour les trois ſolides rectangles | 480 |
| Leur ſomme | 1000 |
| Egale au cube de A B 10, qui eſt auſſi | 1000 |

*Concluſion.* Si doncques on coupe une ligne droicte en lieu quelconque, &c. ce qu'il falloit demonſtrer.

### COROLLAIRE I.

Il appert, que le quarré A B, eſt egal au quarré de A C, avec le gnomon P O B A.

### COROLLAIRE II.

Il eſt notoire que le gnomon P O B A eſt egal au quarré de C B, & le double du produict de A C & C B.

### COROLLAIRE III.

Il eſt manifeſte, que le nombre des trois ſolides rectangles, L H, N F, G C, eſt egal au nombre de 6 quarrez de A C, & 12 lignes de A C. Par exemple, les 6 quarrez de A C (veu que nous poſons A C 8) ſont 384, & 12 fois A C faict 96, qui avec 384 faict 480: Et auſſi font 480 leſdicts trois ſolides rectangles.

### COROLLAIRE IV.

Il eſt evident, que le nombre du cube de la ligne A B, eſt egal au nombre du cube de A C, & de 6 quarrez de A C, & de 12 lignes A C, & du cube de C B.

| | |
|---|---|
| Car, le nombre du cube de A B (poſant pour A B 10, & pour C B 2, comme deſſus) eſt | 1000 |
| Qui ſera egal au nombre du cube de A C | 512 |
| Et de 6 quarrez de A C | 384 |
| Et de 12 lignes A C | 96 |
| Et du cube de C B | 8 |
| Deſquels la ſomme eſt auſſi | 1000 |

### COROLLAIRE V.

Il appert, que le quarré de A B, excede au quarré de A C, ou P G, au gnomon P O B A, d'ou s'enſuit que ſix quarrez de A B, excedent à ſix quarrez de A C, en ſix gnomons P O B A, &c.

### PROBLEME LXIX.

*EStant donnez trois termes, deſquels le premier ⑤, le ſecond ① ◎, le troiſieſme nombre algebraique quelconque: Trouver leur quatrieſme terme proportionel.*

① + ◎
— ① + ◎
① — ◎

NOTA. Le binomie du ſecond terme donné de ce probleme, ſe peut rencontrer en trois differences, à ſçavoir:

Leſquelles trois differences nous declarerons ſepareement.

PRE-

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

## PREMIERE DIFFERENCE DE SECOND TERME ①+⓪.

*Explication du donné.* Soyent donnez trois termes selon le probleme tels: le premier 1③, le second 6①+40, le troisiesme 1①. *Explication du requis.* Il faut trouver leur quatriesme terme proportionel.

*Construction.*

Le quarré de la moitie de 40 donné, est 400
Du mesme soubstraict le cube de 2 (tiers de 6 de 6①) qui est 8, reste 392, sa racine $\sqrt{}$ 392, qui ajoustée à 20, moitie de 40 donnez, faict $20+\sqrt{392}$
Sa racine cubique est $\sqrt{}③bino.\ 20+\sqrt{392}$
A laquelle ajousté son respondant binomie dissoinct comme $\sqrt{}③bino.\ 20-\sqrt{392}$
Donne somme $\sqrt{}③bino.\ 20+\sqrt{392}+\sqrt{}③bino.\ 20-\sqrt{392}$
Laquelle je di estre le quatriesme terme proportionel requis. *Demonstration Arithmetique.* Si la conversion du multinomie de ceste solution en nombre Arith. fust legitimement inventée (quand il sera possible comme icy) ce seroit singuliere invention, servant autant aux problemes suivans, comme a cestui-cy; & le trouverions valoir 4, par lequel nous pouvons faire demonstration, mettant soubs chascun terme sa valeur en ceste sorte:

| | | | |
|---|---|---|---|
| 1③. | 6①+40. | 1①. | 4. |
| 64 | 64. | 4. | 4. |

Et appert que 4 est leur quatriesme terme proportionel.

Quant à l'addition, que nous avons dict genetale, par le moyen du theoreme du 24 probleme; à sçavoir que multipliant le quotient des deux racines cubiques plus un, par le diviseur; Elle ne nous faille en rien, mais parce que les parties sont incommensurables, à la fin nous reviennent les mesmes deux racines cubiques des binomies donnez.

Mais pour trouver ce 4 terme en nombre absolus, parfaictement ou si pres que l'on veut, nous renvoyons le Lecteur à une reigle generale qui sera mise à la fin du 77. probleme suivant, ce qui servira non seulement icy, mais aussi à tous les problemes suivants jusques à la mesme reigle.

*Preparation d'autre demonstration Geometrique.*

Soyent à la figure du theoreme devant ce 69 probleme selon la precedente operation, deux cubes, L F $20+\sqrt{392}$, & C H N $20-\sqrt{392}$, leur somme est 40, & leur produict 8; Doncques le costé D F, ou A C, faict $\sqrt{}③bino.\ 20+\sqrt{392}$, & le costé C B, faict $\sqrt{}③bino.\ 20-\sqrt{392}$, lesquels deux costez A C, & C B, ajoustez, font pour le costé A B, du cube A E, $\sqrt{}③bino.\ 20+\sqrt{392}+\sqrt{}③bino.\ 20-\sqrt{392}$. Il faut demonstrer, que tout le cube A E vaudra 6①+40, qui estant faict nous aurons le requis; car si on demonstre que le cube qui est A E, de 1① A B $\sqrt{}③bino.\ 20+\sqrt{392}+\sqrt{}③bino.\ 20-\sqrt{392}$, vaut 6①+40; Doncques on conclura par la renverse raison que du cube A E 6①+40, la 1① A B vaudra $\sqrt{}③bino.\ 20+\sqrt{392}+\sqrt{}③bino.\ 20-\sqrt{392}$, & par consequent 1③ vallant 6①+40, qu'alors 1① vaudra $\sqrt{}3\ bino.\ 20+\sqrt{392}+\sqrt{}bino.\ 20-\sqrt{392}$. *Demonstration.* Le produict de A C $\sqrt{}③bino.\ 20+\sqrt{392}$, par C B $\sqrt{}③bino.\ 20-\sqrt{392}$. est (par le 40 probleme) 2, pour la superfice G C, parquoy la superfice M O sera aussi 2, qui multipliée par 1① G H (car G H est egale à 1① A B) donne produict pour le solide rectangle L H 2①, & semblablement seront les deux solides rectangles N F, & G C, aussi chascun 2①, & tous trois ensemble feront 6①. Item les deux cubes L F, & C H N (veu que leurs costez sont comme dessus) font ensemble 40; doncques tout le cube A E, faict 6①+40; Ergo, &c. ce qu'il falloit demonstrer.

NOTA. Il avient aucunefois que les racines cubiques de l'operation vallent nombre Arithmetique, desquels l'operation peut estre la mesme comme dessus. Par exemple 1③ vault 12①+16, & on requiert la valeur de 1①.

*Construction.*

Le quarré de la moitie de 16 donné, est 64; du mesme soubstraict le cube de 4 (tiers de 12 des 12① qui est 64, reste 0, sa racine $\sqrt{}$ 0, qui ajoustée à 8, moitie de 16 donné, faict $8+\sqrt{}0$, sa racine cubique est $\sqrt{}③bino.\ 8+\sqrt{}0$
A laquelle ajousté son respondant binomie dissoinct comme $\sqrt{}③bino.\ 8-\sqrt{}0$
Donne somme pour solution $\sqrt{}③bino.\ 8+\sqrt{}0+\sqrt{}③bino.\ 8+\sqrt{}0$.
Qui vaut 4. Et ainsi d'aultres semblables. Nous appellons cecy racine cubique de binomie, non pas que veritablement il le soit; Mais à fin de demonstrer la generalité de l'ordre de la construction. Ceste note soit aussi pour avertissement aux problemes suivans la ou le semblable pourroit avenir; Car de descrire diverses reigles (comme font aucuns) de ce qui se peut faire par une reigle generale, il semble inutile.

## DE L'IMPERFECTION QU'IL Y A EN CESTE PREMIERE DIFFERENCE.

Il avient en aucuns exemples de ceste difference, que le quarré de la moitie du ⓪ donné, sera moindre que le cube du tiers du nombre de multitude de ① donnée; D'ou s'ensuit que le mesme cube, ne se pourra soubstraire d'iceluy quarré, comme veut la reigle de la precedente construction; de sorte que ceste premiere difference (ensemble aucuns exemples des problemes suivans, qui se convertissent en icelle) est encore imparfaicte. Rafael Bombelle la solve par diction de *plus de moins & moins de moins* en ceste sorte: Soyent les trois termes donnez, desquels on requiert le quatriesme proportionel, tels: le premier 1③, le second 30①+36, le troisiesme 1①.

*Construction semblable à la precedente.*

Le quarré de la moitie de 36 donné est 324
Du mesme soubstraict le cube de 10 (tiers de 30 des 30① données) qui est 1000, reste $-676$, sa racine $+$ de $-26$, qui ajousté à 18, moitie des 36, faict $18+$ de $-26$
Sa racine cubique $\sqrt{}③bino.\ 18+$ de $-26$
A laquelle ajousté son respondant binomie dissoinct, comme $\sqrt{}③bino.\ 18-$ de $-26$
Donne somme & solution $\sqrt{}③bino.\ 18+$ de $-26+\sqrt{}③bino.\ 18-$ de $-26$.
Or si par les nombres de ceste solution, l'on sceust approcher infinement à 6 (car ils vallent precisement autant) comme on faict par les nombres de la solution, du precedent premier exemple, certes ceste difference seroit en sa desirée parfection.

Cardane met aussi en son *Aliza* quelques exemples, servans à ceste matiere, mais par generaux, ains à tastons, par lesquels aprés grand travail, on ne peut souventesfois

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

fois rien en effectuer. Quant à moy, j'eſtime inutile d'en eſcripre icy de ſemblables; La raiſon eſt, que ce qui ne ſe peut trouver par certaine reigle, ſemble indigne d'avoir lieu entre les propoſitions legitimes. D'autre part, que de ce qui ſe ſolve en telle maniere, la Fortune en merite autant d'honneur, comme l'efficient. Au tiers, qu'il y a aſſez de matiere legitime, voire en infini, pour s'en exercer, ſans s'occuper, & perdre le temps, en les incertaines: pourtant nous les paſſerons oultre. Ceux auſquels plairont tels exemples, ils en pourront faire à leur plaiſir.

## DE L'ORIGINE DE CESTE PREMIERE DIFFERENCE.

L'origine de la precedente conſtruction apparoiſt à la figure du theoreme devant ce 69 probleme en ceſte ſorte: Veu qu'il y a propoſé, que 1 ③ qui ſoit AE, eſt egale à 6 ① + 40, & que l'on deſire ſçavoir la valeur de 1 ① AB, nous diſtribuons ces deux parties, comme 6 ①, & 40, à les parties integrantes du cube AE, & poſons que les deux cubes, comme LF, & CHN, ſont 40; & que les trois ſolides rectangles comme LH. NF. GC ſont les 6 ①; Doncques chaſque ſolide rectangle ſera 2 ①; à ſçavoir la tierce part des 6 ①; Mais la longeur de chaſque ſolide rectangle eſt 1 ①, à ſçavoir le coſté du cube AE: Diviſé doncques le ſolide 2 ①, par ſon coſté 1 ②, donne quotient 2, pour une ſuperfice comme AP. Eſtant doncques la ſuperfice AP 2, il faut que AC, multiplié par PC, face 2; Mais AC, & PC, ſont les deux coſtez des cubes LF, & CHN, qui font enſemble 40 par l'hypotheſe: Ergo les nombres de AC, & PC, ſont tels que leur produict eſt 2, & la ſomme de leurs cubes eſt 40, Mais CB, eſt egale à PC, ergo les nombres de AC & CB, ſont tels, leur produict eſt 2, & la ſomme de leurs cubes eſt 40.

Quand doncques nous aurons trouvez tels deux nombres, la ſomme des meſmes (veu que AB, eſt la ſomme de AC & CB) ſera la requiſe valeur de 1 ① AB. Et pourtant diſons nous en ceſte premiere difference par reigle generale, que quand deux nombres multipliez, donnent pour produict le tiers du nombre de multitude de la ① donnée, & que la ſomme de leurs cubes eſt egale au ◎ donné, que la ſomma d'iceux deux nombres ſera la valeur de 1 ①. Qui eſtant ainſi nous metterons une queſtion telle: *Trouvons deux nombres tels que leur produict ſoit* 2 (qui eſt le tiers de 6 des 6 ① donnez) *& la ſomme de leurs cubes* 40 (qui eſt le 40 donné) Et eſt ceſte la 7 queſtion du 81 probleme, par l'operation de laquelle il appert eſtre colligée la reigle de la conſtruction precedente. Laquelle origine il nous falloit declarer.

## SECONDE DIFFERENCE DE SECOND TERME — ① + ◎.

*Explication du donné.* Soyent donnez trois termes ſelon le probleme, tels: le premier 1 ③, le ſecond — 6 ① + 20, le troiſieſme 1 ①. *Explication du requis.* Il faut trouver leur quatrieſme terme proportionel.

*Conſtruction.*

Le quarré de la moitie de 20 donné eſt 100
Au meſme ajouſté le cube de 2 (tiers de 6 des 6 ①) qui eſt 8, faict 108, ſa racine quarrée eſt ✓ 108, qui ajouſté à 10, moitie des 20 donnez, faict ✓ 108 + 10
Sa racine cubique eſt ✓③ *bino.* ✓ 108 + 10
De laquelle ſoubſtraict ſon reſpondant binomie diſioinct comme ✓③ *bino.* ✓ 108 — 10
La reſte ſera ✓③ *bino.* ✓ 108 + 10 — ✓③ *bino.* ✓ 108 — 10.

Laquelle je di eſtre le quatrieſme terme proportionel requis. *Demonſtration Arithmetique.* La ſolution cy deſſus pour valeur de 1 ① vaut 2, mettons doncques par le moyen du 66 probleme, ſoubs chaſcun terme ſa valeur en ceſte ſorte:

| | | | |
|---|---|---|---|
| 1 ③. | — 6 ① + 20. | 1 ①. | 2. |
| 8. | 8. | 2. | 2. |

Et appert que 2 eſt leur quatrieſme terme proportionel.

*Preparation d'autre demonſtration Geometrique.*

Soyent à la figure du theoreme devant ce 69. probl. ſelon la precedente operation, deux cubes AE ✓ 108 + 10, & CHN ✓ 108 — 10, leur difference (qui eſt le cube LF, avec les trois ſolides rectangles LH, NF, GC) eſt 20, & leur produict 8; Doncques le coſté AB, faict ✓③ *bino.* ✓ 108 + 10, & le coſté CB ✓③ *bino.* ✓ 108 — 10; Puis ſoubſtraict le coſté CB, du coſté AB, reſte pour AC, coſté du cube LF, ✓③ *bino.* ✓ 108 + 10 — ✓③ *bino.* ✓ 108 — 10. Il nous faut demonſtrer que le cube LF, vaudra — 6 ① + 20, qui eſtant faict, nous aurons le requis. Car ſi on demonſtre que le cube (qui eſt LF) de 1 ① DF, ou AC ✓③ *bino.* ✓ 108 + 10 — ✓③ *bino.* ✓ 108 — 10, vaut — 6 ① + 20: Doncques on conclura par la renverſe raiſon, que du cube LF — 6 ① + 20, là 1 ① DF ou AC, vaudra ✓③ *bino.* ✓ 108 + 10 — ✓③ *bino.* ✓ 108 — 10. Et par conſequent 1 ③ vallant — 6 ① + 20, qu'alors 1 ① vaudra ✓③ *bino.* ✓ 108 + 10 — ✓③ *bino.* ✓ 108 — 10. *Demonſtration.* Le produict de AB ✓③ *bino.* ✓ 108 + 10, par CB ✓③ *bino.* ✓ 108 — 10 eſt 2 (par le 40 probleme) pour la ſuperfice GB, parquoy la ſuperfice LO ſera auſſi 2, qui multipliée par 1 ① HO (car HO eſt egale à 1 ① AC) donne produict pour le ſolide rectangle LH 2 ①, & ſemblablement ſeront les deux ſolides rectangles NF & GC chaſcun 2 ①, & tous trois enſemble ſeront 6 ①, aux meſmes ajouſte le cube LF, font par la preparation 20, des meſmes autrefois ſoubſtraict les trois ſolides rectangles vallans 6 ① reſtera le cube LF vallant — 6 ① + 20. Ergo, &c. ce qu'il falloit demonſtrer.

## DE L'ORIGINE DE CESTE SECONDE DIFFERENCE.

L'origine de la precedente conſtruction, procede (comme celle de la premiere difference) de la figure, du theoreme devant ce 69 probleme, en ceſte ſorte: Veu qu'il y a propoſé, que 1 ③, qui ſoit le cube LF, eſt egale à — 6 ① + 20, & que l'on deſire ſçavoir la valeur de 1 ① DF, ou AC, nous diſtribuerons ces deux parties, comme — 6 ① + 20, ainſi: Poſons que le cube LF, avec les trois ſolides rectangles LH. NF. GC, ſoit 20, & que les trois ſolides rectangles ſoyent 6 ①, & demeurera, ſelon l'hypotheſe, 1 ③ LF vallant — 6 ① + 20. Or puis que les trois ſolides rectangles ſont 6 ①, doncques chaſque ſolide rectangle ſera 2 ①; Mais la largeur de chaſque ſolide rectangle eſt 1 ①, à ſçavoir le coſté du cube LF, ou bien la ligne HO. Diviſe doncques le ſolide LH 2 ①, par ſon coſté HO 1 ①, donne quotient 2, pour une ſuperfice, comme LO, ou AH; Or eſtant la ſuperfice AH 2, il faut que AB, multiplié par BH, face auſſi 2; Mais AB, & BH, ſont les deux coſtez des cubes AE, & CHN, deſquels la difference eſt 20, car leur difference eſt le cube LF, avec les trois ſolides rectangles,

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

gles, qui tous ensemble font 20 par l'hypothese: Ergo les nombres de AB, & BH, sont tels, que leur produict est 2, & la difference de leurs cubes, est 20; Mais CB est egale à BH; ergo les nombres de AB & CB, sont tels, que leur produict est 2, & la difference de leurs cubes est 20; Quand doncques nous aurons trouvé tels deux nombres, la difference des mesmes (veu que AC est la difference entre AB & CB) sera la requise valeur de 1 ① AC: Et pourtant nous disons en ceste seconde difference pour reigle generale; que quand deux nombres multipliez, donnent pour produict le tiers du nombre de multitude de la ① donnée, & que la difference de leurs cubes, est egale au ◎ donné, qu'alors la difference d'iceux deux nombres, sera la valeur de 1 ①. Qui estant ainsi nous metterons question telle: *Trouvons deux nombres tels, que leur produict soit* 2. (qui est le tiers de 6 des 6 ① donnez) *& la difference de leurs cubes* 20 (qui est le 20 donné) Et est ceste la 8 question du 81 probleme. Et appert que par l'operation de la mesme, est colligée la reigle de la construction precedente. Laquelle origine il nous falloit declarer.

## DIFFERENCE TROISIESME DE SECOND TERME ① — ◎.

*Explication du donné.* Soyent donnez trois termes selon le probleme, tels: Le premier 1 ③, le second 7 ① — 6, le troisiesme 1 ①. *Explication du requis.* Il faut trouver leur quatriesme terme proportionel.

*Construction.*

On mettra (par reigle) + au lieu du — donné, de sorte que 1 ③, se posera egale à 7 ① + 6, desquels la valeur de 1 ①, par la precedente premiere difference, est 3, auquel appliqué ① sera 3 ①

Et le quarré dudict 3, est 9, qui soubstraict du 7 (des 7 ① donnez) reste — 2

Puis 1 ② (par reigle) donne 3 ① (premier en l'ordre) — 2 (second en l'ordre) combien 1 ①? faict par le 68 probleme 2 ou 1

Je di que autant 2 comme 1 est le quatriesme terme proportionel requis. *Demonstration Arithmetique.* Mettons par le moyen du 66 probleme, soubs chascun terme sa valeur, en ceste sorte:

*Premiere solution.*

| | | | |
|---|---|---|---|
| 1 ③. | 7 ① — 6. | 1 ①. | 2. |
| 8. | 8. | 2. | 2. |

*Seconde solution.*

| | | | |
|---|---|---|---|
| 1 ③. | 7 ① — 6. | 1 ①. | 1. |
| 1. | 1. | 1. | 1. |

Et appert que 2 ou 1 est leur quatriesme terme proportionel requis.

## DE L'ORIGINE DE CESTE TROISIESME DIFFFRENCE.

A fin de declarer premierement en general ceste origine, faut sçavoir, que nous tachons d'ajouster à chasque partie des egales parties donnees, un mesme nombre, tel, qu'alors divisée chasque partie par quelque commun diviseur, que les quotiens soyent ② egale à ① ◎, desquels la valeur de 1 ①, sera notoire par le 68 probleme, dont nous dirons maintenant plus particulierement en ceste sorte:

Quand nous divisons 1 ③ + quelque ◎, par 1 ① + quelque ◎, estant ce diviseur commensurable au nombre à diviser, il est notoire, qu'il en sortira necessairement 1 ② — quelque ① + quelque ◎. Il appert aussi par la mesme division, que le ◎ du nombre à diviser, sera tousiours le cube du ② du diviseur, pourtant il faut que le nombre que nous ajousterons à chascune partie, soit le cube du ◎, qu'il nous faut trouver, pour appliquer à la 1 ①. Au second il est manifeste, que pour diviser les 7 ① — 6 donnez & + quelque ◎, par 1 ① + quelque ◎, ainsi que le quotient soit ◎, il sera necessaire (comme un chascun pourra facilement veoir par l'experience, en toutes telles divisions) que le quotient multiplié par le ◎ du diviseur, le produict soit egal au ◎ du nombre à diviser; dont il appert, qu'il nous faut avoir quelque nombre de ceste qualité: *Trouvons un nombre cubique qui avec* — 6 (pour le — 6 donné) *face autant, comme le coste dudict cube, multiplié par* 7 (7 des 7 ① donnés) Qui est la 9. question du 81 probleme; & appert par la mesme, que le nombre requis, qu'il nous faudra ajouster à chasque partie donnée, sera 27, duquel la racine cubique 3, est le nombre, qui faudra estre ajousté à ladicte 1 ①, pour avoir ledict commun diviseur, qui sera 1 ① + 3. Ajoustons doncques 27 à chasque partie des egales parties données (qui est à 1 ③, & à 7 ① — 6) &

1 ③ + 27, seront egales à 7 ① + 21.

Puis divisons chasque partie par ledict commun diviseur 1 ① + 3, & par le 50 probleme,

1 ② — 3 ① + 9, seront egales à 7.

Lesquels reduictes, 1 ② sera egale à 3 ① — 2, desquels (par le 68 probleme) 1 ① vaudra 2, pour solution, comme dessus.

Mais pour demonstrer que ces choses sont l'origine de ladicte construction, avise que le — 6 donné devient au susdict 9 exemple du 81 probleme, après la reduction faict, à estre + 6; pourtant nous avons dict en la precedente construction, qu'on mettra par reigle +, au lieu du — donné, & que selon tels termes (parce qu'audict 9 exemple, l'on trouvoit la valeur de 1 ①, estant 1 ③ egale à 7 ① + 6) l'on prendra la valeur de 1 ①, qui est 3.

Mais pour clairement demonstrer la reste, nous mettrons icy les characteres de la division, qui se faisoit de 1 ③ + 27, par 1 ② + 3, parce que le suivant en depend: en ceste sorte: Or nous voyons que le susdict 3, valeur de 1 ①, se trouve devant la ①, de ce quotient. & le dernier nombre du mesme quotient (comme icy 9) est tousiours le quarré de ladicte valeur de 1 ① (comme ici de 3.) Puis il appert aussi en la reduction ci dessus, de 1 ② — 3 ① + 9 egales à 7, en 1 ② egale à 3 ① — 2, que l'exces — 2 dudict 7 (qui est le 7 de 7 ① donnés) pardessus le 9, est tousiours le ◎ des derniers termes egaux. Et parce que cecy est ainsi perpetuel en tous exemples, nous delaissons ces laborieuses computations, & le comprenons en une reigle plus briefve, comme ladicte construction demonstre. Laquelle origine il nous falloit declarer. *Conclusion.* Estant doncques donnez trois termes, desquels le premier ③, le second ① ◎, le troisiesme nombre algebraique quelconque, nous avons trouvé leur quatriesme terme proportionel; ce qu'il falloit faire.

| | |
|---|---|
| 9 ① | |
| — 3 ② | |
| 1 ③ + 27 (1 ② — 3 ① + 9 | |
| 1 ① + 3 | |
| 1 ① + 3 | |
| 1 ① + 3 | |



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

## PROBLEME LXX.

*ESTant donnez trois termes, desquels le premier ③, le second ②+◎, le troisiesme nombre algebraique quelconque: Trouver leur quatriesme terme proportionel.*

NOTA. Le binomie du second terme donné de ce probleme, se peult rencontrer en trois differences, à sçavoir:

②+◎
—②+◎
②—◎

Lesquelles trois differences nous avons reduict à une mesme maniere d'operation, lesquelles nous descriprons separement pour plus grande evidence, en ceste sorte:

### PREMIERE DIFFERENCE DE SECOND TERME ②—◎.

*Explication du donné.* Soient donnez trois termes selon le probleme tels: le premier 1③, le second 6②+400, le troisiesme 1①. *Explication du requis.* Il nous faut trouver leur quatriesme terme proportionel.

NOTA. Ceste construction se peut faire en deux sortes; L'une procedant d'origine à laquelle se faict conversion des termes donnez, en ③ egale à ①+◎; L'autre en ③ egale à —①+◎. Or quand ③ est egale à ①+◎, alors la valeur de 1① se trouve par la premiere difference du 69 probleme: Mais quand telle solution ne se pourra faire par icelle, pour les raisons que nous en avons dict à la mesme difference, alors ne se pourra aussi faire, par telle maniere, en ceste premiere difference; Pourtant on la pourra solver par ladicte deuxiesme maniere, à sçavoir, procedant de reduction en ③ egale à —①+◎; Laquelle est generale. Parquoy nous descriprons les manieres toutes deux; Et premierement la construction procedente de conversion en ③ egale à ①+◎ comme s'ensuit.

*Construction.*

| | |
|---|---|
| Le tiers de 6 (des 6②) est | 2 |
| Qui multiplié par son double 4 faict 8, au mesme ajousté le quarré de 2 premier en l'ordre, faict 12, auquel appliqué ① sera | 12① |
| Puis de 400 donnez soubstraict le cube de 2 premier en l'ordre, qui est 8, reste | 392 |
| Au mesme ajousté le produict de 2 premier en l'ordre, par 12 du second en l'ordre, qui est 24, faict | 416 |
| Puis on dira 1③ (par reigle) vaut 12① (second en l'ordre) + 416 (quatriesme en l'ordre) combien 1①? faict (par la 1 difference du 69 probleme) | √③ *bino.* 208 + √ 43200 + √③ *bino.* 208 — √ 43200 |
| Au mesme ajousté 2 premier en l'ordre, faict | √③ *bino.* 208 + √ 43200 + √③ *bino.* 208 — √ 42200 + 2. |

Je di que le mesme est le quatriesme terme proportionel requis.

*Demonstration Arithmetique.* La solution cy dessus, pour valeur de 1①, est egale à 10; mettons doncques par le moyen du 66 probleme, soubs chascun terme sa valeur en ceste sorte:

| | | | |
|---|---|---|---|
| 1③. | 6②+400. | 1①. | 10. |
| 1000. | 1000. | 10. | 10. |

Et appert que 10 est leur quatriesme terme proportionel.

*Preparation d'autre demonstration Geometrique.*

Soit à la figure du theoreme devant le 69 probleme, 1③AB, egale ou vallant 6②AB+400; Et soit CB 2, à sçavoir le tiers de 6 des 6② donnez.

Il faut demonstrer que son costé ou 1①AB vaudra √③ *bino.* 208 + √ 43200 + √③ *bino.* 208 — √ 43200 + 2. *Demonstration.* 1③AB est par l'hypothese, egale à 6③AB + 400.

Mais 1②AB, est egale à 1②AC + le gnomon POBA, par le 1 Corollaire devant le 69 probleme; parquoy 6②AB, sont egales à 6②AC + 6 gnomons POBA;

Ergo 1③AB, est egale à 6②AC + 6 gnomons POBA + 400.

Mais le gnomon POBA, est egal à 1②CB + le double du produict de 1①AC par CB par le 2 Corollaire devant le 69 probleme; parquoy 6 gnomons POBA, sont egaux à 6②CB + 24①AC.

Ergo 1③AB, est egale à 6②AC + 6③CB + 24①AC + 400.

Mais 6②CB, sont egales à 24 (car CB est 2;) parquoy 6②CB (veu que chasque cube de CB vaut 8) sont egales à 3③BC;

Ergo 1③AB, est egale à 6②AC + 3③CB + 24①AC + 400.

Mais 1③AB, est egale à 1③AC + 1③CB + 3 solides rectangles LH.NF.GC. par le mesme theoreme devant le 69 probleme.

Ergo 1③AC + 1③CB + 3 solides rectangles LH.NF.GC, sont egales à 6②AC + 3③CB + 24①AC + 400.

Mais les trois solides rectangles LH.NF.GC, sont egaux à 6②AC + 12①AC, par le 3 corollaire devant le 69 probleme;

Ergo 1③AC + 1③CB + 6②AC + 12①AC, sont egales à 6②AC + 3③CB + 24①AC + 400.

Puis soubstrayons de chasque partie 1③CB + 6②AC + 12①AC;

Ergo restera 1③AC, egale à 2③CB + 12①AC + 400.

Mais 2③CB (parce que CB faict 2) vallent 16;

Ergo 1③AC, sera egale à 12①AC + 416.

Mais estant 1②AC egale ou vallant 12①AC + 416, alors par le 69 probleme 1③AC vaudra √③ *bino.* 208 + √ 43200 + √③ *bino.* 208 — √ 43200. A la mesme AC, ajousté CB 2, faict pour 1①AB √③ *bino.* 208 + √ 43200 + √③ *bino.* 208 — √ 43200 + 2; ce qu'il falloit demonstrer.

### SECONDE MANIERE DE CONSTRUCTION, QUI EST GENERALE, *procedante de conversion des termes donnez, en ③ egale à —①+◎.*

*Explication du donné.* Soient donnez les mesmes termes de la precedente premiere maniere, tels: le premier 1③, le second 6②+400, le troisiesme 1①. *Explication du requis.* Il faut trouver leur quatriesme terme proportionel.

*Construction.*

| | |
|---|---|
| Le produict des 400 donnez par le 6 des 6② donnez, faict 2400, auquel appliqué — & ① faict | —2400① |
| Le quarré de 400 donné est | 1600 |
| Puis 1③ (par reigle) donne —2400①+1600 | |

(pre-

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

(premier & second en l'ordre) combien 1①?
faict par la 2 difference du 69 probleme 40
Par le mesme divise le 400 donne donne quotient 10

Ie di que 10 est le quatriesme terme proportionel requis, dont l'Arithmetique & geometrique demonstrations sont faictes ci devant, mais l'origine s'ensuivera à la fin de ce probleme.

## SECONDE DIFFERENCE DE SECOND TERME —②+0.

*Explication du donné.* Soient donnez trois termes selon le probleme tels: le premier 1③, le second —6② +32, le troisiesme 1①. *Explication du requis.* Il faut trouver leur quatriesme terme proportionel.

*Construction semblable à la premiere construction, de la premiere difference.*

Le tiers de —6 (des 6②) est —2
Qui multiplié par son double —4, faict 8, au mesme ajousté le quarré de —2 premier en l'ordre, faict 12, auquel appliqué① sera 12①
Puis des 32 donnez, soubstraict le cube de —2 premier en l'ordre, qui est —8, reste 40
Au mesme ajousté le produict de —2 premier en l'ordre, par 12 second en l'ordre, qui est —24, faict 16
Puis on dira, 1③ (par reigle) vault 12① (second en l'ordre) +16 (quatriesme en l'ordre) combien 1①? faict par le 69 probleme 4
Au mesme ajouste —2 premier en l'ordre, faict 2

Je di que 2 est le quatriesme terme proportionel requis. *Demonstration Arithmetique.* Mettons par le moyen du 66 probleme, soubs chascun terme son valeur en ceste sorte:

| | | | |
|---|---|---|---|
| 1③. | —6②+32. | 1①. | 2. |
| 8. | 8. | 2. | 2. |

Et appert que 2 est leur quatriesme terme proportionel.

*Preparation d'autre demonstration Geometrique.*

Soit à la figure du theoreme devant le 69 probleme, 1③AC, egale ou vallant —6②+32; Et soit CB 2, à sçavoir le tiers de 6, des 6② donnez. Il faut demonstrer, que son costé ou 1①AC vaudra 2.

*Demonstration.* 1③AC, est par l'hypothese egale à —6②AC+32.

Ajoustons doncques à chascune partie 6②AC;

Ergo 1③AC+6②AC, seront egales à 32.

Puis ajoustons à chascune partie 1③CB+3 solides rectangles LH.NF.GC;

Ergo 1③AC+6②AC+1③CB+3 solides rectangles LH.NF.GC, seront egales à 1③CB+3 solides rectangles LH.NF.GC+32.

Mais 1③AC+1③CB+3 solides rectangles LH.NF.GC, sont egales à 1③AB par le mesme theoreme devant le 69 probleme.

Ergo 1③AB+6②AC, sont egales à 1③CB+3 solides rectangles LH.NF.GC.+32.

Mais les 3 solides rectangles LH.NF.GC, sont egales à 6②AC+12①AC, par le troisiesme corol. devant le 69 probleme.

Ergo 1③AB+6②AC, sont egales à 1③CB+6②AC+12①AC+32.

Puis soubstrayons de chasque partie 6②AC;

Ergo 1③AB, demeurera egale à 1③CB+12①AC+32.

Mais 12①AC, sont moindres que 12①AB, en 12①CB; Parquoi ajoustons à chascune partie 12①CB;

Ergo 1③AB+12①CB, seront egales à 1③CB+12①AB+32.

Mais 12①CB, sont egales à 3③CB; car estant chasque CB 2, s'ensuit que 12①CB font 24. Item que 3③CB seront aussi 24;

Ergo 1③AB+3③CB, sont egales à 1③CB+12①AB+32.

Puis soubstrayons de chasque partie 1③CB;

Ergo 1③AB+2③CB demeurera egale à 12①AB+32.

Mais 2③CB (veu que chasque CB faict 2) sont egales à 16;

Ergo 1③AB+16, sont egales à 12①AB+32. Puis soubstrayons de chascune partie 16;

Ergo 1③AB, demeurera egale à 12①AB+32.

Mais estant 1③AB, egale ou vallant 12①AB+16, alors par le 69 probleme 1①AB vaudra 4. Puis de ladicte AB soubstraict CB 2, restera 1①AC 2; ce qu'il falloit demonstrer.

## TROISIESME DIFFERENCE DE SECOND TERME ①—⓪.

*Explication du donné.* Soyent donnez trois termes selon le probleme tels: le premier 1③, le second 6②—32, le troisiesme 1①. *Explication du requis.* Il faut trouver leur quatriesme terme proportionel.

*Construction.*

Le tiers de 6 (des 6②) est 2
Qui multiplié par son double 4 faict 8; au mesme ajousté le quarré de 2 premier en l'ordre, faict 12, auquel appliqué① sera 12①
Puis des —32 donnez, soubstraict le cube de 2 premier en l'ordre qui est 8, reste 40
Au mesme ajousté le produict de 2 premier en l'ordre, par 12 second en l'ordre, qui est 24, faict —16
Puis on dira, 1③ (par reigle) vaut 12① (second en l'ordre) —16 (quatriesme en l'ordre) combien 1①? faict par le 69 probleme 2
Au mesme aiousté 2, premier en l'ordre, faict 4

Je di que 4 est le quatriesme terme proportionel requis. *Demonstration d'Arithmetique.* Mettons par le moien du 66 probleme soubs chascun terme sa valeur, en ceste sorte:

| | | | |
|---|---|---|---|
| 1③. | 6②—32. | 1①. | 4. |
| 64. | 64. | 4. | 4. |

Et appert que 4 est leur quatriesme terme proportionel requis.

*Preparation d'autre demonstration Geometrique.*

Soit à la figure du theoreme devant le 69 probleme 1③AB, egale ou vallant 6②AB—32; Et soit CB 2, à sçavoir le tiers de 6 des 6② donnez; Il faut demonstrer que son costé ou 1①AB vaudra 4. *Demonstration.* 1③AB, est par l'hypothese egale à 6②AB—32.

Mais 1②AB, est egale à 1②AC+ le gnomon POBA, par le 1 Corollaire devant le 69 probleme, parquoi 6②AB, sont egales à 6②AC+6 gnomons POBA;

Ergo 1③AB, est egale à 6②AC+6 gnomons POBA—32.



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

Mais le gnomon P O B A, eſt egal à 1 ② C B + le double du produict de 1 ① A C par C B 2, par le 2 corollaire devant le 69 probleme, parquoi 6 gnomons P O B A, ſont egaux à 6 ② C B + 24 ① A C;

Ergo 1 ③ A B, eſt egale à 6 ② A C + 6 ② C B + 24 ① A C — 32.

Mais 6 ② C B, ſont egales à 24 (car C B eſt 2) parquoi 6 ② C B (veu que chaſque cube de C B vaut 8) ſont egales à 3 ③ C B;

Ergo 1 ③ A B, eſt egale à 6 ② A C + 3 ③ C B + 24 ① A C — 32.

Mais 1 ③ A B, eſt egale à 1 ③ A C + 1 ③ C B + 3 ſolides rectangles L H. N F. G C par le meſme theoreme devant le 69 probleme;

Ergo 1 ③ A C + 1 ③ C B + 3 ſolides rectangles L H. N F. G C, ſont egales à 6 ② A C + 3 ③ C B + 24 ① A C — 32.

Mais les trois ſolides rectangles L H. N F. G C, ſont egaux à 6 ② A C + 12 ① A C par le 3 corollaire devant le 69 probleme.

Ergo 1 ③ A C + 1 ③ C B + 6 ② A C + 12 ① A C ſont egales à 6 ② A C + 3 ③ C B + 24 ① A C — 32.

Puis ſoubſtrayons de chaſque partie 1 ③ C B + 6 ② A C + 12 ① A C;

Ergo reſtera 1 ③ A C egale à 2 ③ C B + 12 ① A C — 32;

Mais 2 ③ C B (parce que C B faict 2) vallent 16;

Ergo 1 ③ A C ſera egale à 12 ① A C — 16;

Mais eſtant 1 ③ A C egale ou vallant 12 ① A C — 16, alors par le 69 probleme 1 ① A C vaudra 2, à la meſme A C ajouſte C B 2, faict pour 1 ① A B 4; ce qu'il falloit demonſtrer. *Concluſion.* Eſtant doncques donnez trois termes, deſquels le premier ③, le ſecond ② ◎, le troiſieſme nombre algebraique quelconque: Nous avons trouvé leur quatrieſme terme proportionel; ce qu'il falloit faire.

## DE L'ORIGINE DE LA CONSTRVCTION DV PRECEDENT PROBLEME.

Quand ③ eſt egale à ② & ◎, nous les pouvons reduire, en ③, egale à ①, & ◎, ou en ② egale à ◎, & alors devient la valeur de 1 ① notoire par le precedent 69 probleme, & de telle reduction eſt colligée la maniere de ladicte conſtruction comme il apparoiſtra. Soit par exemple:

1 ③ égale a 6 ② + 400.

Qui ſont le premier & ſecond terme de la premiere difference; Et ſoubſtrayons de chaſque partie 6 ②;

Ergo 1 ③ — 6 ②, demeurera egale à 400.

Puis ajouſtons à chaſque partie quelque ①, & ◎, telles que la premiere partie aie racine cubique de 1 ① + quelque ◎. Or pour trouver telles quantitez, ne faut que multiplier en ſoy cubiquement 1 ① — le tiers de 6, des 6 ②, qui eſt 1 ① — 2 (la raiſon pourquoy il faut prendre le tiers de 6 des 6 ②, eſt, que la potence cubique de 1 ① — ◎, a touſiours le nombre de ſes ②, triple au ◎ de la racine, dont la raiſon appert, es nombres procedans de l'operation de telle cubique multiplication) Et donne produict 1 ③ — 6 ② + 12 ① — 8; du meſme ſoubſtraict la premiere des egales parties 1 ① — 6 ②, reſte 12 ① — 8, qui ajouſtez à chaſque partie ſera que la premiere partie aura racine cubique de ① & ◎; ajouſtons les doncques à chaſque partie;

Ergo 1 ③ — 6 ② + 12 ① — 8, ſeront egales à 12 ① + 392.

Puis extrayons de chaſque partie racine cubique.

Ergo 1 ① — 2, ſeront egales à ✓ ③ *bino.* 12 ① + 392.

Or parce que la ſeconde partie n'a point de racine ſervant à noſtre propos, il nous faudra achever la reſte par l'aide de la figure du theoreme devant le 69 probleme en ceſte ſorte: Soit chaſcune ① de noz egales parties la ligne A B;

Ergo 1 ① A B — 2, ſera egale à ✓ ③ *bino.* 12 ① A B + 392.

Puis poſons que C B ſoit 2;

Ergo 1 ① A C, ſera egale à ✓ ③ *bino.* 12 ① A B + 392.

Puis prenons la potence cubique de chaſque partie;

Ergo 1 ③ A C ſera egale à 12 ① A B + 392.

Mais 12 ① A B, valent 12 ① A C + 24 (car 12 fois C B 2, faict 24) oſtons doncques les 12 ① A B —, en ſon lieu poſons 12 ① A C + 24;

Ergo 1 ③ A C, ſera egale a 12 ① A C + 416.

Et ainſi au lieu des donnez 1 ③ A B egale à 6 ② A B + 400, nous avons 1 ③ A C, egale à 12 ① A C + 416. Deſquelles eſtant trouvé la valeur de ① A C, qui par le 69 probleme eſt ✓ ③ *bino.* 208 + ✓ 43200 + ✓ ③ *bino.* 208 — ✓ 43200; s'enſuit que pour avoir la valeur de toute la A B requiſe, qu'il y faut encore ajouſter la C B, qui par l'hypotheſe eſt 2, & ſera pour ſolution comme deſſus ✓ ③ *bino.* 208 + ✓ 43200 + ✓ ③ *bino.* 208 — ✓ 43200 + 2.

Or que ceci eſt l'origine de ladicte conſtruction, eſt manifeſte; touresfois pour plus grande evidence nous repeterons en brief le ſuſdict en ceſte ſorte:

Premierement il appert (par les nombres faiſans la cubique multiplication de 1 ① — 2) que le tiers de 6 des 6 ② qui eſt 2, multiplié par ſon double faict 8, & au meſme aiouſté le quarré dudict 2 faict (touſiours pour nombre des ① reduictes) 12, & les applicant ① ſont 12 ①

Il appert auſſi que des 400 donnez, on a ſoubſtraict le cube du ſuſdict 2, qui eſt 8, & reſtoit 392, aux meſmes s'aiouſta le produict dudict 2, par ledict 12, qui eſt 24, faict (touſiours pour le ◎ reduict) 416

Puis il appert, qu'eſtant 1 ③ egale à 12 ① A C + 416, qu'on en cherche la valeur de 1 ① par le 69 probleme qui eſt ✓ ③ *bino.* 208 + ✓ 43200 + ✓ ③ *bino.* 208 — ✓ 43200.

Puis qu'au meſme on ajouſte encore ledict tiers de 6 des 6 ②, qui eſt 2, faict pour ſolution ✓ ③ *bino.* 208 + ✓ 43200 + ✓ ③ *bino.* 208 — ✓ 43200 + 2.

De ſorte qu'il appert de point en point, que ceci eſt la vraie origine de la conſtruction de la premiere difference; Et celui qui entendra bien ceſte ci, entendra auſſi celles des deux autres differences. Laquelle origine il nous falloit declarer.

## DE L'ORIGINE DE LA SECONDE CONSTRVCTION DE LA PRE*cedente premiere difference.*

Quand ③ eſt egale à ② + ◎, nous la pouvons reduire en ③ egale à — ① + ◎, & alors devient la valeur de 1 ① notoire par la ſeconde difference du 69 probleme, & de telle reduction eſt colligée la maniere de la ſeconde conſtruction de la precedente premiere difference, comme il apparoiſtra. Soit par exemple 1 ③, egale à 6 ② + 400, qui ſont le premier & ſecond terme de ladicte difference. Mais pour clairement expliquer le propoſé, nous metterons deſſoubs noz quatre termes leurs valeurs, en ceſte ſorte:

1 ③.

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

| | | | |
|---|---|---|---|
| 1③. | 6②+400. | 1①. | 10. |
| 1000. | 1000. | 10. | 10. |

Or il eſt notoire par les meſmes, que le cube de la valeur de 1①, eſt egal à ſix quarrez du meſme valeur + 400: Pourtant ſi nous avions nombre tel, que de ſon cube ſoubſtraict les ſix quarrez du meſme nombre; & que la reſte fuſt 400, il eſt manifeſte, que tel nombre ſeroit la valeur de 1① requiſe. Pourtant mettons ceci en queſtion telle: *Trouvons un nombre tel, que de ſon cube ſoubſtraict les ſix quarrez dudict nombre, la reſte ſoit* 400. Or ſi nous commençames à beſoigner ſelon la vulgaire maniere, qui ſera enſeignée au 81 probleme, nous trouverions à la fin, egalete de termes, qui ſeroient les meſmes que les termes donnez; de ſorte que ne prouffiterions ainſi rien; Parquoi il nous faut mettre autre queſtion que la precedente, laquelle eſt inventée en ceſte ſorte: Ie voi aux ſuſdicts quatre termes, que ſi ie diviſois le 400 donnez, par le 10 valeur de 1①, le quotient ſeroit 40: Doncques 40 & 10 ſont deux nombres tels, que leur produict eſt 400, & du cube de l'un (à ſçavoir du 10) ſoubſtraict les 6 quarrez du meſme nombre, reſte 400. parquoi je propoſe ceci en queſtion telle: *Trouvons deux nombres tels, que leur produict ſoit* 400. *& du cube de l'un, ſoubſtraict les ſix quarrez du meſme nombre, la reſte ſoit* 400. Et eſt notoire qu'eſtant trouvez tels deux nombres, l'un ſera celui que nous cherchons: Or ceſte queſtion eſt la 10 du 81 probleme, par l'operation de laquelle, il eſt notoire eſtre colligée ladicte conſtruction; Car apres la reduction, 1③ ſe trouva egale a — 2400① + 160000, mais ce 2400, eſt le produict de 6 & 400 donnez, auquel precede —, & leur quantité eſt①: Et le 160000 eſt le quarré du 400 donné, ce qui avient ainſi en tous exemples ſemblables; & pourtant eſt ce, que l'on a mis tout ceci en reigle plus briefue. Quant au 400 qui ſe diviſe finalement par le 40 trouvé; La raiſon eſt notoire audict 10 exemple du 81 probleme. Laquelle origine il nous falloit declarer.

## DES SOLVTIONS QVE L'ON PEVT FAIRE PAR — SVR LES PRECEDENS PROBLEMES.

Aucuns des precedens problemes, de la proportion des nombres algebraiques, reçoivent par deſſus les ſolutions ci devant données, encore d'autre ſolution par —; Et combien les meſmes ne ſemblent que ſolutions ſongées, toutesfois elles ſont utiles, pour venir par les meſmes aux vraies ſolutions des problemes ſuivans par +; La cauſe eſt, qu'au valeur de 1① trouvé par quelque des problemes precedens, il faudra aucunefois encore aiouſter quelque certain nombre, comme apparoiſtra; d'ou s'enſuit, que quand le nombre à aiouſter, ſera maieur que ladicte ſolution par —, que leur difference ſera vraie ſolution par +. Or leſdictes ſolutions par — (leſquelles nous expliquerons par articles ſelon l'ordre des problemes) & leurs differentes precedentes ſont telles:

ARTICLE I. Eſtant 1① egale à ⊙, la valeur de 1①, ne peut eſtre —: la raiſon eſt, que la valeur du premier terme ſeroit touſiours —, & du ſecond terme touſiours +, leſquels ne peuvent eſtre egaux.

ARTICLE II. Eſtant ② egale à①+⊙, la ſolution ſe peut faire par —; Par exemple 1② vaut 4①+21, combien 1①? On changera le ſecond terme donné ainſi: 1② vaut — 4①+21, combien 1①? faict par le 68 probleme 3, lequel appliqué à noſtre queſtion, nous dirons que la ſolution eſt —3. l'Arithmetique demonſtration en eſt telle:

| | | | |
|---|---|---|---|
| 1②. | 4①+21. | 1①. | —3. |
| 9. | —12+21. | —3. | —3. |

ARTICLE III. Eſtant ② egale a —①+⊙, la ſolution ſe peut faire par —. Par exemple, 1② vaut —4①+21, combien 1①? On changera le ſecond terme donné ainſi: 1② vaut 4①+21, combien 1①? faict par le 68 probleme 7, lequel applique à noſtre queſtion, nous dirons que la ſolution eſt —7; l'Arithmetique demonſtration en eſt telle:

| | | | |
|---|---|---|---|
| 1②. | —4①+21. | 1①. | —7. |
| 49. | 28+21. | —7. | —7. |

ARTICLE IV. Eſtant ② egale à①—⊙, la valeur de 1① ne peut eſtre —: la raiſon eſt, que la valeur du ſecond terme ſeroit touſiours +, & du ſecond terme touſiours —, leſquels ne peuvent eſtre egaux.

ARTICLE V. Eſtant ③ egale à①+⊙, on verra ſi le produict des $\frac{2}{3}$ du nombre de①, par la racine quarrée de $\frac{1}{3}$ du meſme nombre, eſt Egal, Maieur ou Moindre, que ⊙ donné. Car quand tel produict eſt egal, ou maieur, ils auront chaſcune une ſolution par —, mais eſtant moindre, il ne l'aura pas. Et premierement nous donnerons exemple, auquel ſe rencontre egaleté, ainſi: 1③ vaut 12①+16, combien 1①? Car le produict de 8 (pour les $\frac{2}{3}$ de 12 des 12①) par 2 (pour la racine de $\frac{1}{3}$ deſdicts 12) faict 16, qui eſt egal au ⊙ donné. ils auront doncques une ſolution par —, laquelle on trouve en ceſte ſorte: On changera le ſecond terme donné ainſi: 1③ vaut 12①—16, combien 1①? faict par le 69 probleme 2, lequel appliqué à noſtre queſtion nous dirons, que la ſolution ſera —2. l'Arithmetique demonſtration en eſt telle:

| | | | |
|---|---|---|---|
| 1③. | 12①+16. | 1①. | —2. |
| —8. | —24+16. | —2. | —2. |

Et eſtant ledict produict Maieur, les donnez auront auſſi (comme nous avons dict) ſolution par —. Par exemple, 1③ vaut 12①+9, combien 1①? On changera le ſecond terme donné ainſi: 1③ vaut 12①—9, combien 1①? faict par le 69 probleme, pour maieure ſolution 3, lequel appliqué à noſtre queſtion, nous dirons que la ſolution eſt —3: L'arithmetique demonſtration en eſt telle:

| | | | |
|---|---|---|---|
| 1③. | 12①+9. | 1①. | —3. |
| —27. | —36+9. | —3. | —3. |

Mais eſtant ledict produict moindre, ils ne peuvent (comme nous avons dict deſſus) avoir ſolution par —: la raiſon eſt que la valeur du deuxieſme terme donné ſeroit touſiours neceſſairement maieur, que celui du premier.

ARTICLE VI. Eſtant ③ egale à —①+⊙, la valeur de 1① ne peut eſtre —: la raiſon eſt, que la valeur du premier terme ſeroit touſiours —, & du ſecond terme touſiours +, leſquels ne peuvent eſtre egaux.

ARTICLE VII. Eſtant ③ egale à①—⊙, la ſolution ſe peut faire par —. Par exemple, 1③ vaut 2①—21; combiem 1①? On changera le ſecond terme ainſi: 1③ vaut 2①+21, combien 1①? faict par le 69 probleme 3. lequel appliqué à noſtre queſtion, nous dirons que la ſolution eſt —3. L'arithmetique demonſtration en eſt telle:

| | | | |
|---|---|---|---|
| 1③. | 2①—21. | 1①. | —3. |
| —27. | —6—21. | —3. | —3. |



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

ARTICLE VIII. Et si l'on posoit 1 ③ egale a — 3 ① — 4, la solution se pourroit aussi faire par — changeant le second terme comme dessus, en ceste sorte: 1 ③ faut — 3 ① + 4, combien 1 ① ? faict par le 69 probleme 1; Lequel appliqué à nostre question, nous dirons que la solution est — 1. L'arithmetique demonstration en est telle:

| | | | |
|---|---|---|---|
| 1 ③. | — 3 ① — 4. | 1 ②. | — 1. |
| — 1. | + 3 — 4. | — 1. | — 1. |

ARTICLE IX. Estant ③ egale à ② + ◎, la valeur de 1 ① ne peut estre —, la raison est, que la valeur du premier terme, seroit tousiours —, & du second terme tousiours +, lesquels ne peuvent estre egaux.

ARTICLE X. Estant ③ egale à + ② + ◎; On verra si le produict de $\frac{1}{3}$ du nombre de ②, par le quarré des $\frac{2}{3}$, du mesme nombre, est Egal, ou Maieur, ou Moindre, que ◎ donné. Car quand tel produict est egal, ils auront une solution par —. Et estant maieur, ils auront deux solutions par —: mais estãt moindres, ils n'auront point de solution par —. Et premierement nous donnerons exemple, auquel se rencontre egaleté, ainsi, 1 ③ vaut — 3 ② + 4, combien 1 ① ? Car le produict 1 (pour $\frac{1}{3}$ de 3 des 3 ②) par 4 (pour le quarré des $\frac{2}{3}$ desdicts 3) faict 4, qui est egal au ◎ donné. Ils auront doncques une solution par —, laquelle on trouve en ceste sorte: On changera le second terme donné ainsi, 1 ③ vaut 3 ② — 4, combien 1 ① ? faict par le 70. probleme 2, lequel appliqué à nostre question, nous dirons que la solution est — 2, l'Arithmetique demonstration en sera telle:

| | | | |
|---|---|---|---|
| 1 ③. | — 3 ② + 4. | 1 ①. | — 2. |
| — 8. | — 12 + 4. | — 2. | — 2. |

Et estant ledict produict maieur, nous aurons alors deux solutions par —. Par exemple, 1 ③ vaut — 11 ② + 72, combien 1 ② ? On changera comme dessus, le second terme ainsi: 1 ③ vaut 11 ② — 72, combien 1 ① ? faict par le 70 probleme, pour maieure solution 3, & pour moindre solution $\sqrt{40} - 4$, lesquels applicquez à nostre question, nous dirons que la solution est & — 3, & $-\sqrt{40} - 4$. l'Arithmetique demonstration en est telle:

| | | | |
|---|---|---|---|
| 1 ③. | — 11 ② + 72. | 1 ①. | — 3. |
| — 27. | — 99 + 72. | — 3. | — 3. |

Item.

| | | | |
|---|---|---|---|
| 1 ③. | — 11 ② + 72. | 1 ①. | $-\sqrt{40} - 4$. |

$-\sqrt{30976} - 544. -\sqrt{30976} - 616 + 72 - \sqrt{40} - 4 - \sqrt{40} - 4$

Mais estant ledict produict moindre, alors ne se pourra (comme nous avons dict dessus) avoir solution par —: la raison est que la valeur du deuxiesme terme, devient tousiours necessairement maieure, que celui du premier.

ARTICLE XI. Estant ③ egale à ② — ◎, la solution se peut faire par —. Par exemple 1 ③ vaut 6 ② — 400, combien 1 ① ? On changera le second terme ainsi, 1 ③ vaut 6 ② + 400, combien 1 ① ? faict par le 70 probleme 10. lequel appliqué à nostre question nous dirons que la solution est — 10. l'Arithmetique demonstration en est telle:

| | | | |
|---|---|---|---|
| 1 ③. | 6 ② — 400. | 1 ①. | — 10. |
| — 1000. | — 600 — 400. | — 10. | — 10. |

## PROBLEME LXXI.

*ESTant donnez trois termes, desquels le premier ③, le second ② ① ◎, le troisiesme nombre algebraique: Trouver leur quatriesme terme porportionel.*

NOTA. Le trinomie du second terme donné de ce probl. se peut rencontrer en sept differences, à sçavoir:

| | |
|---|---|
| ② + ① + ◎ | Lesquelles sept differences selon les autres autheurs, reçoivent bien 25 diverses manieres d'operations: Mais nous l'avons convertie en une simple, facile & generale en ceste sorte: |
| — ② + ① + ◎ | |
| ② + ① — ◎ | |
| — ② + ① — ◎ | |
| ② — ① + ◎ | |
| — ② — ① + ◎ | |
| ② — ① — ◎ | |

### PREMIERE DIFFERENCE DE SECOND TERME ② + ① + ◎.

*Explication du donné.* Soyent donnez trois termes selon le probleme tels: le premier 1 ③, le second 6 ② + 10 ① + 300, le troisiesme 1 ①. *Explication du requis.* Il faut trouver leur quatriesme terme proportionel.

*Construction.*

| | |
|---|---|
| Le tiers de 6 (des 6 ③) est | 2 |
| Qui multiplié par son double 4, faict 8, au mesme aiousté le quarré dudict 2, faict 12, au mesme aiousté 10 (des 10 ①) faict 22, auquel appliqué ①, seront | 22 ① |
| Puis du nombre ◎ donné | 300 |
| Soubstraict le cube de 2 premier en l'ordre qui est 8, reste | 292 |
| Au mesme aiousté le produict de 2 premier en l'ordre, par 22 second en l'ordre, qui est 24, faict | 336 |
| Puis on dira 1 ③ (par reigle) vaut 22 ① (second en l'ordre) + 336 cinquiesme en l'ordre, combien 1 ① ? faict par le 69 probleme | 8 |
| Au mesme aiousté 2, premier en l'ordre, faict | 10 |

Ie di que 10 est le quatriesme terme proportionel requis. *Demonstration d'Arithmetique.* Mettons par le moien du 66 probleme, soubs chascun terme sa valeur, en ceste sorte:

| | | | |
|---|---|---|---|
| 1 ③. | 6 ② + 10 ① + 300. | 1 ①. | 10. |
| 1000. | 1000. | 10. | 10. |

Et appert que 10, est leur quatriesme terme proportionel.

*Preparation d'autre demonstration Geometrique.*

Soient à la figure du theoreme devant le 69 probleme 1 ③ A B, egale au vallant 6 ② A B + 10 ① A B + 300; Et soit C B 2, à sçavoir le tiers de 6 des 6 ② donnez. Il nous faut demonstrer que son costé, ou 1 ① A B, vaudra 10. *Demonstration.* 1 ③ A B, est par l'hypothese, egale à 6 ② A B + 10 ② A B + 300.

Mais 1 ③ A B, est aussi egal à 1 ③ A C + 6 ② A C + 12 ① A C + 1 ③ C B, par le 4 corollaire devant le 69 probleme.

Ergo 1 ③ A C + 6 ② A C + 12 ① A C + 1 ③ C B, sont egales à 6 ② A B + 10 ① A B + 300.

Mais 1 ③ C B (veu que C B est 2) est egale à 8, parquoi soubstrayons de l'une partie 1 ③ C B, & de l'autre partie 8;

Ergo 1 ③ A C + 6 ② A C + 12 ① A C, sont egales à 6 ② A B + 10 ① A B + 292.

Mais 6 ② A B, excedent aux 6 ② A C, en 6 gnomons

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

mons POBA, par le 5 corollaire devant le 69 probleme. Et les 6 gnomons POBA, font 24 ① AB — 6 ② CB (car eſtant AB 1 ①, & HB 2, alors ſera AH 2 ①, & CO 2 ①, parquoy chaſque gnomon ſera 4 ① — 1 ② CB, à ſçavoir 4 ① AB — 1 ② CB, parce que le produict de HB 2, par AB, faict auſſi bien le double de AB, comme la ſuperfice AH; doncques les 6 gnomons, comme nous avons dict, font 24 ① AB — 6 ② CB) parquoy 6 ② AB, excedent à 6 ② AC, en 24 ① AB — 6 ② CB. Mais 6 ② CB ſont 24, parquoy 6 ② AB, excedent à 6 ② AC, en 24 ① AB — 24. Parquoy 6 ② AB, ſont egales à 6 ② AC + 24 ① AB — 24. Soubſtrayons doncques de la ſuſdicte ſeconde partie des egales parties 6 ② AB, & ajouſtons en ſon lieu 6 ② AC + 24 ① AB — 24;

Ergo 1 ③ AC + 6 ② AC + 12 ① AC, ſont egales à 6 ② AC + 34 ① AB ② 168.

Puis ſoubſtrayons de chaſque partie 6 ② AC;

Ergo 1 ③ AC + 12 ① AC, ſont egales à 34 ① AB + 268.

Mais 34 ① AB, ſont egales à 34 ① AC + 34 ① CB, & 34 ① CB (parce que BC eſt 2) font 68, parquoy 34 ① AB ſont egales à 27 ① AC + 68. Soubſtrayons doncques de la premiere partie des egales parties 34 ① AB, & en ſon lieu ajouſtons 34 ① AC + 68;

Ergo 1 ③ AC + 12 ① AC, ſont egales à 34 ① AC + 336.

Puis ſoubſtrayons de chaſque partie 12 ① AC.

Ergo 1 ③ AC, eſt egale à 22 ① AC + 336.

Mais eſtant 1 ③ AC, egale ou vallant 22 ① AC 336, alors par le 69. probleme, 1 ① AC vaudra 8; Au meſme ajouſte CB 2, donne ſomme, pour 1 ① AC 10; ce qu'il falloit demonſtrer.

## SECONDE DIFFERENCE DE SECOND TERME — ② + ① + ⓪.

*Explication du donné.* Soyent donnez trois termes ſelon le probleme, tels: le premier 1 ③, le ſecond — 6 ② + 3 ① + 26. *Explication du requis.* Il faut trouver leur quatrieſme terme proportionel.

*Conſtruction.*

| | |
|---|---|
| Le tiers de — 6 (des — 6 ②) eſt | — 2 |
| Qui multiplié par ſon double — 4, faict 8, au meſme ajouſté le quarré dudict — 2, faict 12, au meſme ajouſté 3 (des 3 ①) faict 15, auquel appliqué ① ſeront | 15 ① |
| Puis du ⓪ donné qui eſt | 26 |
| Soubſtraict le cube de — 2 premier en l'ordre, qui eſt — 8, reſte | 34 |
| Au meſme ajouſté le produict de — 2 premier en l'ordre, par 15 du ſecond en l'ordre, qui eſt — 30, faict | 4 |
| Puis on dira 1 ③ (par reigle) vault 15 ① (ſecond en l'ordre) + 4 (cinquieſme en l'ordre) combien 1 ①? faict par le 69 probleme | 4 |
| Au meſme ajouſte — 2 premier en l'ordre, faict | 2 |

Je di que 2 eſt le quatrieſme terme proportionel requis. *Demonſtration Arithmetique.* Mettons par le moyen du 66 probleme, ſoubs chaſcun terme ſa valeur en ceſte ſorte:

| | | | |
|---|---|---|---|
| 1 ⑤. | — 6 ② + 3 ① + 26. | 1 ①. | 2. |
| 8. | 8. | 2. | 2. |

Et appert que 2 eſt leur quatrieſme terme proportionel requis.

*Preparation d'autre demonſtration Geometrique.*

Soit à la figure du theoreme devant le 69 probleme 1 ③ AC, egale ou vallant — 6 ② AC + 3 ① AC + 26; Et ſoit CB 2, à ſçavoir le tiers de 6, des 6 ② donnez. Il faut demonſtrer que ſon coſté ou 1 ① AC vaudra 2.

*Demonſtration.* AB faict 1 ① AC + 2, mais le cube de 1 ① AC + 2 faict (par le 49 probleme, & par le 4 Corollaire devant le 69 probleme) 1 ③ AC + 6 ② AC + 12 ① AC + 1 ③ CB 8;

Ergo 1 ③ AB, eſt egale à 1 ③ AC + 6 ② AC + 12 ① AC + 1 ③ CB 8.

Mais puis que par l'hypotheſe 1 ③ AC, eſt egale à — 6 ② AC + 3 ① AC + 26: Doncques ſi nous ajouſtons à chaſcune partie 6 ②, alors 1 ③ AC + 6 ② AC ſeront egales à 3 ① AC + 26; ſoubſtrayons doncques de la ſeconde des egales parties 1 ③ AC + 6 ② AC, & en ſon lieu poſons 3 ① AC + 26;

Ergo 1 ③ AB, eſt egale à 15 ① AC + 34.

Mais 15 ① CB ſont egales à 30, parquoy ajouſtons à l'une partie 30, & à l'autre 15 ① CB;

Ergo 1 ③ AB + 30, ſera egal à 15 ① AB + 34.

Puis ſoubſtrayons de chaſque partie 30;

Ergo 1 ③ AB, eſt egale à 15 ① AB + 4.

Mais eſtant 1 ③ AB, egale ou vallant 15 ① AB + 4; alors par le 69 probleme 1 ① AB vaudra 4, de la meſme ſoubſtraict CB 2 reſte 1 ① AC 2; ce qu'il falloit demonſtrer.

Le general ordre que nous avons promis ſur les queſtions qui ſe peuvent rencontrer en ce probleme, apparoiſt aſſez es conſtructions des deux exemples precedens, car il n'y a en l'une pas une ſyllabe autrement qu'en l'autre, & pourroient ſatisfaire à ce probleme, toutesfois pour les moins exercés, nous deſcriprons leurs diverſitez. Mais (à fin de ne meſuſer le temps, & gaſter papier) ſeulement les nombres de l'ordre, auſquels on entendra ſe referer les mots des conſtructions precedens, en ceſte ſorte:

| 1 ③ egale a | 2 ③ egale a |
|---|---|
| — 6 ② + 3 ① + 22 | — 6 ② + 3 ① + 4 |
| — 2 | — 2 |
| 15 ① | 15 ① |
| 22 | 4 |
| 30 | 12 |
| 0 | — 18 |
| ✓15 | 3 |
| ✓15 — 2 | 1 |

On entendra par ces conſtructions, que 1 ③ vallant — 6 ② + 3 ① + 22, alors 1 ③ vaudra ✓15 — 2. Auſſi 1 ③ vallant — 6 ② + 3 ① + 4, alors 1 ① vaudra 1. Et ainſi des autres ſuivans.

## TROISIESME DIFFERENCE DE SECOND TERME ② + ① — ⓪.

| 1 ③ egale a | 1 ③ egale a | 1 ③ egale a |
|---|---|---|
| 6 ② + 4 ① — 24 | 6 ② + 3 ① — 18 | 6 ② + 3 ① — 44 |
| 2 | 2 | 2 |
| 16 ① | 15 ① | 15 ① |
| — 24 | — 18 | — 44 |
| — 32 | — 26 | — 52 |
| 0 | 4 | — 22 |
| 4 | 4 | 2 |
| 6 | 6 | 4 |



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

## QUATRIESME DIFFERENCE DE SECOND TERME −②+①−⓪.

1③ egale a
−6②+18①−4
−2
30①
−4
4
−56
4
2

## CINCQUIESME DIFFERENCE DE SECOND TERME ②−①+⓪.

| 1③ egale a | 1③ egale a | 1③ egale a |
|---|---|---|
| 6②−12①+8 | 6②−12①+9 | 6②−12①+7 |
| 2 | 2 | 2 |
| 0① | 0① | 0① |
| 8 | 9 | 7 |
| 0 | 1 | −1 |
| 0 | 1 | −1 |
| 0 | 1 | −1 |
| 2 | 3 | 1 |

| 1③ egale a | 1③ egale a | 1③ egale a |
|---|---|---|
| 6②−10①+5 | 6②−14①+15 | 6②−15①+10 |
| 2 | 2 | 2 |
| 2① | −2① | −3① |
| 3 | 15 | 10 |
| −5 | 7 | 2 |
| −1 | 3 | −4 |
| 1 | 1 Faict par le 8 art. devant ce 71 prob. | −1 |
| 3 | 3 | 1 |

| 1③ egale a | 1③ egale a |
|---|---|
| 6②−9①+4. | 6②−10①+4. |
| 2 | 2 |
| 3① | 2① |
| 4 | 4 |
| −4 | −4 |
| 2 | 0 |
| 4 | |

Faict par la note du 69 probleme { &✓2 / & 0
Faict aussi par le 7 article devant ce 71 prob. −✓2
Et à chascun de ces trois ajousté 2 premier en l'ordre, faict pour premiere solution 2+✓2
Et pour seconde solution 2
Et pour troisiesme solution 2−✓2

## SIXIESME DIFFERENCE DE SECOND TERME −②−①+⓪.

| 1③ egale a | 1③ egale a | 1③ egale a |
|---|---|---|
| −6②−12①+56. | −6②−3①+10. | −6②−3①+38 |
| −2 | −2 | −2 |
| 0① | 9① | 9① |
| 56 | 10 | 38 |
| 64 | 18 | 46 |
| 64 | 0 | 28 |
| 4 | 3 | 4 |
| 2 | 1 | 2 |

| 1③ egale a | 1③ egale a |
|---|---|
| −6②−15①+62 | −6②−1⑤+8 |
| −2 | −2 |
| −3① | 11① |
| 62 | 8 |
| 70 | 16 |
| 76 | −6 |
| 4 | 3 |
| 2 | Par le 69 probleme { &✓ 27/4 − 3/2 |
| | Maieure solution 1 |
| | Moindre solution ✓ 17/4 − 7/2 si vous plaist la solution par moins. |

## SEPTIESME DIFFERENCE DE SECOND TERME ②−①−⓪.

| 1③ egale à | 1③ egale a | 1③ egale a |
|---|---|---|
| 6②−3①−10 | 6②−4①−5 | 6②−4①−16 |
| 2 | 2 | 2 |
| 9① | 8① | 8① |
| −10 | −5 | −16 |
| −18 | −13 | −24 |
| 0 | 3 | −8 |
| 3 | 3 | 2 |
| 5 | 5 | Par le 69 prob. { & 2 / &✓5−1 |
| | | Maieure solution 4 |
| | | Moindre solution ✓5+1 |

*Conclusion.* Estant doncques donnez trois termes, desquels le premier ③, le second ②①⓪, le troisiesme nombre algebraique quelconque: Nous avons trouvé leur quatriesme proportionel; ce qu'il falloit faire.

## DE L'ORIGINE DE LA CONSTRVCTION DV PRECEDENT LXXI. PROBLEME.

Quand ③ est egale à ②①⓪, nous les pouvons reduire, en ③ egale à ①⓪, ou en ③ egale à une quantité, & alors devient la valeur de 1① notoire par le probleme conformé aux termes reduicts, & de telle reduction est colligée la maniere de ladicte construction, comme apparoistra. Soit par exemple 1③ egale à 6②+10①+300. Qui sont le premier & second terme, de la premiere difference; Et soubstrayons de chasque partie 6②.

Ergo 1③−6②, demeurera egale à 10①+300.

Puis ajoustons à chasque partie quelque ① & ⓪ telles que la premiere partie aie racine cubique de ①+ quelque ⓪; Et est demonstré en l'origine du 70 probleme que ce seront 12①−8; Ajoustons les doncques à chasque partie;

Ergo 1③−6②+12①−8, seront egales à 22①+292.

Puis extrayons de chasque partie racine cubique.

Ergo 1①−2, seront egales à ✓③ *bino.* 21①+292.

Or parce que la seconde partie n'a point de racine servant à nostre propos, il faudra achever la reste par l'aide de la figure du theoreme devant le 69 probleme, en ceste sorte: Soit chascune ① de noz egales parties la ligne AB.

Ergo 1①AB−2 sera egale à ✓③ *bino.* 22①AB+292.

Puis posons que BC soit 2.

Ergo 1①AC, sera egale à ✓③ *bino.* 22①AB+292.

Puis

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

Puis prenons la potence cubique de chaſque partie;
Ergo 1 ③ A C, ſera egale à 22 ① A B + 292.

Mais 22 ① A B, vallent 22 ① A C + 44 (car 22 fois C B 2 font 44.) oſtons doncques les 22 ① A B, & en ſon lieu poſons 22 ① A C + 44;
Ergo 1 ③ A C, ſera égale à 22 ① A C + 336.

Et ainſi au lieu des donnez 1 ③ A B, egale à 6 ② A B + 10 ① A B + 300, nous avons 1 ③ A C, egale à 22 ① A C + 336; Deſquels eſtant trouvé la valeur de 1 ① A C, qui par le 69 probleme eſt 8: S'enſuit que pour avoir la valeur de toute la A B requiſe, qu'il y faut encore ajouſter la C B, qui par l'hypotheſe eſt 2, & ſera pour ſolution comme deſſus 10.

Or que cecy eſt l'origine de ladicte conſtruction (comme nous avons demonſtré le ſemblable, plus amplement à la fin de l'origine du 70 probleme, ſemblable à ceſte ci) eſt manifeſte. Laquelle origine il falloit declarer.

## PROBLEME LXXII.

*Etant donnez trois termes, deſquels le premier ④, le ſecond ① ◎, le troiſieſme, nombre algebraique quelconque: Trouver leur quatrieſme terme proportionel.*

NOTA. Le binomie du ſecond terme donné, de ce probleme, ſe peult rencontrer en trois differences, à ſçavoir:

① + ◎
− ① + ◎
① − ◎

Deſquelles trois differences les autres en donnent trois diverſes manieres d'operations, mais nous en donnerons une ſimple & generale en ceſte ſorte:

### PREMIERE DIFFERENCE DE SECOND TERME ① + ◎.

*Explication du donné.* Soyent donnez trois termes ſelon le probleme tels: le premier 1 ④, le ſecond 12 ① + 5, le troiſieſme 1 ①. *Explication du requis.* Il faut trouver leur quatrieſme terme proportionel.

*Conſtruction.*

$\frac{1}{4}$ ① (par reigle) + 5 ① (pour le 5 donné, luy applicant ①) vallent 36 (quarrée de 6, moitie de 12 des 12 ① donnez) combien 1 ①? faict par le 69 probleme 4
Le quarré de ſa moitie 2 eſt 4
Au meſme ajouſté 5 donné, faict 9
Sa racine quarrée 3
De la meſme ſoubſtraict 2 moitie de 4 premier en l'ordre, reſte 1
La racine quarrée de 4 premier en l'ordre, eſt 2, laquelle quand au + ou − ſera par reigle comme les 12 ① donnez, qui ſont +, ſera doncques + 2, à laquelle appliqué ① par reigle ſeront 2 ①
Puis on dira 1 ② (par reigle) vaut 2 ① (ſixieſme en l'ordre) + 1 (cincquieſme en l'ordre) combien 1 ①? faict par le 68 probleme $\sqrt{2}+1$

Je di que $\sqrt{2}+1$ eſt le quatrieſme terme proportionel requis. *Demonſtration Arithmetique.* Mettons par le moien du 66 probleme, ſoubs chaſcun terme ſa valeur en ceſte ſorte:

| 1 ④. | 12 ① + 5. | 1 ①. | $\sqrt{2}+1$. |
|---|---|---|---|
| $17+\sqrt{288}$. | $17+\sqrt{288}$. | $\sqrt{2}+1$. | $\sqrt{2}+1$. |

Et appert que $\sqrt{2}+1$, eſt leur quatrieſme terme proportionel.

### DEVXIESME DIFFERENCE DE SECOND TERME − ① + ◎.

*Explication du donné.* Soient donnez trois termes ſelon le probleme tels: le premier 1 ④, le ſeconde − 32 ① + 60, le troiſieſme 1 ①. *Explication du requis.* Il faut trouver leur quatrieſme terme proportionel.

*Conſtruction.*

$\frac{2}{4}$ ③ (par reigle) + 60 ① (pour le + 60 donné, lui applicant ①) vallent 256 (quarré de − 16, moitie de − 32 des − 22 ① données) combien 1 ①? faict par le 69 probleme 4
Le quarré de ſa moitie 2 eſt 4
Au meſme ajouſté 60 donné, faict 64
Sa racine quarrée 8
De la meſme ſoubſtraict 2, moitie de 4 premier en l'ordre, reſte 6
La racine quarrée de 4 premier en l'ordre eſt 2, laquelle quant au + ou −, ſera par reigle comme les − 32 ① donnez, qui ſont −, ſera donc − 2, à laquelle appliqué ① (par reigle) ſera − 2 ①
Puis on dira − 1 ② (par reigle) vaut − 2 ① (ſixieſme en l'ordre) + 6 (cincquieſme en l'ordre) combien 1 ①, faict par le 68 probleme $\sqrt{7}-1$

Je di que $\sqrt{7}-1$ eſt le quatrieſme terme proportionel requis. *Demonſtration Arithmetique.* Mettons par le moien du 66 probleme ſoubs chaſcun terme ſa valeur en ceſte ſorte:

| 1 ④. | − 32 ① + 60. | 1 ①. | $\sqrt{7}-1$ |
|---|---|---|---|
| $92-\sqrt{7168}$. | $92-\sqrt{7168}$. | $\sqrt{7}-1$. | $\sqrt{7}-1$ |

Et appert que $\sqrt{7}-1$ eſt leur quatrieſme terme proportionel.

### TROISIESME DIFFERENCE DE SECOND TERME ① − ◎.

*Explication du donné.* Soient donnez trois termes ſelon le probleme tels: le premier 1 ④, le ſecond 4 ① − 3, le troiſieſme 1 ①. *Explication du requis.* Il faut trouver leur quatrieſme terme proportionel.

*Conſtruction.*

$\frac{1}{4}$ ③ (par reigle) − 3 ① (pour le − 3 donné, lui applicant ①) vallent 4 (quarré de 2 moitie de 4 des 4 ①) combien 1 ①? faict par le 66 probleme 4
Le quarré de ſa moitie 2 eſt 4
Au meſme ajouſté − 3 donné faict 1
Sa racine quarrée 1
De la meſme ſoubſtraict 2, moitie de 4 premier en l'ordre, reſte − 1
La racine quarrée de 4 premier en l'ordre, eſt 2, laquelle quand au + ou −, ſera par reigle comme les 4 ① donnez, qui ſont +, ſera donc + 2, à laquelle appliqué ① (par reigle) ſera 2 ①
Puis on dira 1 ② (par reigle) vaut 2 ① (ſixieſme en l'ordre) − 1 (cincquieſme en l'ordre) combien 1 ①? faict par le 68 probleme 1

Je di que 1 eſt le quatrieſme terme porportionel requis. *Demonſtration Arithmetique.* Mettons par le moien du 66 probleme, ſoubs chaſcun terme ſa valeur en ceſte ſorte:

| 1 ④. | 4 ① − 3. | 1 ①. | 1. |
|---|---|---|---|
| 1. | 1. | 1. | 1. |

Et appert que 1 eſt leur quatrieſme terme porportionel requis. *Concluſion.* Eſtant doncques donnez trois termes,

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

termes, desquels le premier ④, le second ① ◎, le troisiesme nombre algebraique quelconque; Nous avons trouvé leur quatriesme terme proportionel; ce qu'il falloit faire.

## DE L'ORIGINE DE LA CONSTRUCTION DV PRECEDENT PROBLEME.

Quand (④) est egale à ① ◎, nous les pouvons reduire, en ②, egale à ① ◎, & alors devient la valeur de 1 ① notoire par le 68 probleme, comme apparoistra. Soit 1 (④, egale à 12 ① + 5; Qui sont le premier & second terme de la premiere difference. Il faut doncques trouver quelque ② & ◎ telles, qui ajoustées à la 1 (④) la somme soit trinomie, duquel la racine soit 1 ② + quelque ◎. Puis lesdictes ② ◎ ajoustez aux 12 ① + 5, que la somme soit trinomie, duquel la racine soit ① & ◎. Or pour les trouver, il sera premierement necessaire, que le quarré de la moitie du nombre de multitude des ②, soit egal au ◎, car autres ② & ◎ ajoustez a 1 (④), ne peuvent faire que la somme aie racine servant à nostre propos. Au second, que le produict du nombre des ②, par la somme de tel ◎ trouvé, & le 5 donné soit egal à 36, à sçavoir au quarré de 6, moitie de 12 des 12 ①, car autres ② & ◎ ajoustez à 12 ① + 5 ne peuvent faire, que la somme aie racine servante à nostre propos: *Il nous faut doncques trouver deux nombres tels, que le quarré de la moitie du premier soit egal au second, & que le produict du premier par le second + 5 soit* 36. & est ceste question la 11 du 81 probleme, par laquelle il appert, que le premier est 4, & le second aussi 4, le premier doncques sera le nombre des ②, & le second le ◎. De sorte que les deux quantitez requises, seront 4 ② + 4. Ajoustons les mesmes à chascune de noz egales parties données;

Ergo 1 (④) + 4 ② + 4, seront egales à 4 ② + 12 ① + 9.

Puis extrayons de chascune partie racine quarrée;

Ergo 1 ② + 2, seront egales à 2 ① + 3.

Puis soubstrayons de chasque partie 2;

Ergo 1 ②, demeurera egale à 2 ① + 1.

Et ainsi au lieu de 1 (④), egale à 12 ① + 5, nous avons 1 ②, egale à 2 ① + 1. Et la valeur de 1 ①, par le 68 probleme est $\sqrt{2} + 1$. Et est manifeste que ceci est l'origine de nostre construction du precedent probleme. Laquelle il nous falloit declarer.

## PROBLEME LXXIII.

*Estant donnez trois termes desquels le premier (④), le second ② ① ◎, le troisiesme nombre algebraique quelconque: Trouver leur quatriesme terme proportionel.*

NOTA. Le trinomie du second terme de ce probleme se peut rencontrer en sept differences à sçavoir:

② + ① + ◎
— ② + ① + ◎
② + ① — ◎
— ② + ① — ◎
② — ① + ◎
— ② — ① + ◎
② — ① — ◎

Lesquelles sept differences reçoivent plusieurs diverses manieres d'operations selon les autres autheurs, mais nous en avons faict une seule & generale, comme s'ensuit.

## PREMIERE DIFFERENCE DE SECOND TERME ② + ① — ◎.

*Explication du donné.* Soyent donnez trois termes selon le probleme, tels: le premier 1 (④), le second 3 ② + 30 ① + 16, le troisiesme 1 ①. *Explication du requis* Il faut trouver leur quatriesme terme proportionel.

*Construction.*

$\frac{1}{4}$ ③ (par reigle) + $\frac{3}{4}$ ② (pour le $\frac{1}{4}$, par reigle, des 3 ② donnez) + 16 (pour le 16 donné, luy applicant ①) vallent 177 (excés de 225 quarré de la moitie de 30 des 30 ① donnez, sur 48 produict de 16 donné par 3 des 3 ② donnez) combien 1 ①? faict par le 70 probleme 6
Auquel ajousté 3, des 3 ② donnez, faict 9
Le quarré de 3, moitie de 6 premier en l'ordre, est 9
Au mesme ajousté 16 donné, faict 25
Sa racine quarrée 5
De la mesme soubstraict 3, moitie de 6 premier en l'ordre, reste 2
La racine quarrée de 9 second en l'ordre est 3, à laquelle appliqué ① par reigle seront 3 ①
Puis on dira, 1 ② par reigle vaut 3 ① (septiesme en l'ordre) + 2 (sixiesme en l'ordre) combien 1 ①? faict par le 68 probleme $\sqrt{4\frac{1}{4}} + 1\frac{1}{2}$

Je di que les mesmes sont le quatriesme terme proportionel requis.

*Demonstration Arithmetique.* Mettons par le moyen du 66 probleme soubs chascun terme sa valeur en ceste sorte:

1 (④). 3 ② + 30 ① + 16. 1 ①. $\sqrt{4\frac{1}{4}} + 1\frac{1}{2}$.
$80\frac{1}{2} + \sqrt{6464\frac{1}{4}}$. $80\frac{1}{2} + \sqrt{6464\frac{1}{4}}$. $\sqrt{4\frac{1}{4}} + 1\frac{1}{2}$. $\sqrt{4\frac{1}{4}} + 1\frac{1}{2}$.

Et appert que $\sqrt{4\frac{1}{4}} + 1\frac{1}{2}$ est leur quatriesme terme proportionel; ce qu'il falloit demonstrer.

Veu que la reigle de ceste construction est generale, nous n'appliquerons pas (comme nous avons aussi faict au 71 probleme) les escriptures aux nombres des ordres, pour la multitude des differences.

1 (④) egale a
15 ② + 36 ① + 27
— 6
9
9
36
6
9
3 ④
$\sqrt{11\frac{1}{4}} + 1\frac{1}{2}$

NOTA. Quant le second terme donné tient racine qui soit binomie, l'on extraira pour plus grande facilité (combien que la reigle ci dessus est generale) de chasque partie racine. Soit par exemple 1 (④), egale à 4 ② + 12 ① + 9. Or parce que le second terme, tient telle racine, on l'extraira de chasque terme, & 1 ② sera egale à 2 ① + 3, & par le 68 probleme 1 ① vaudra 3.

## DEVXIESME DIFFERENCE DE SECOND TERME — ② + ① + ◎.

1 (④) egale a
— 1 ② + 4 ① + 3
2
1
1
4
2
1
1 ①
$\sqrt{\frac{1}{4}} + \frac{1}{2}$

## QVATRIESME DIFFERENCE DE SECOND TERME — ② + ① — ◎.

1 (④) egale a
— 2 ② + 8 ① — 5
6
4
9
4
2
— 1
2 ①
1

TROI-

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

TROISIESME DIFFERENCE DE SECOND TERME ②+①—◎.

1(4) egale a
8②+16①—12
8.
16.
16.
4.
2.
—2.
4①
Soluti-on ou $\begin{cases} 2+\sqrt{2} \\ 2-\sqrt{2} \end{cases}$

Voyla les quatre premieres differences achevées, & sont celles qui ont toutes euës au second terme, la moyenne quantité +, à sçavoir + ①; s'ensuivent maintenant les trois autres, qui ont ladicte moyenne quantité —; Et receuront en la construction quelque petite mutation; La raison est, que leurs origines mesmes, les reçoivent, qui procede (comme apparoistra plus amplemẽt en son lieu) de cela, que ② —①+◎, ont autant —①+◎, pour racine, comme ①—◎, desquelles ne sçavons en l'origine mesme quelle sera la vraye, par ce que la valeur des quantitez que nous cherchons, nous est incognue. D'ous'ensuit que desdictes differentes suivantes on pourra faire deux constructions, qui seront aucunefois toutes deux bonnes; aucunefois seulement l'une, desquelles nous pourrons choisir la vraye.

Or la premiere de ces deux constructions, differe de la precedente seulement en cela, qu'il faut, que le septisme nombre en l'ordre (lequel cy dessus s'a tousiours esté dict +) soit par reigle —.

Et la deuxiesme de ces deux constructions, differe de la precedente seulement en cela, qu'il faut que le cinquiesme nombre en l'ordre (lequel cy dessus s'a tousjours dict +) soit par reigle —.

Lesquelles choses estant fort evidentes, nous en donnerons seulement les exemples par les characteres des nombres de l'ordre.

CINCQVIESME DIFFERENCE DE SECOND TERME ②—①+◎.

| 1(4) egale a | 1(4) egale a | 1(4) egale a |
|---|---|---|
| 14②—16①+3. | 11②—18①+8. | 10②—40①+16 |
| 2 | 2 — 2 | —2 6 6 |
| 16 | 16 9 | 9 16 16 |
| 1 | 1 1 | 1 9 9 |
| 4 | 4 9 | 9 25 25 |
| 2 | —2 3 | —3 5 —5 |
| 1 | —3 4 | —2 2 —8 |
| —4① | 4①. —3① | 3①. —4① 4①. |
| √5—2 | ou $\begin{cases} 3 \\ 1 \end{cases}$ | ou $\begin{cases} 12\sqrt{6}-2 \\ 1 \end{cases}$ Celui n'a point de vraye sol. |

Nota. Quand le second terme donné, aura racine qui soit binomie, on en pourra faire comme nous avons dict soubs la premiere sorte.

SIXIESME DIFFERENCE DE SECOND TERME —②—①+◎.

1(4) egale a
—3②—6①+5
4
1
4
9
3
1
—1①
$\sqrt{1\frac{1}{4}}-\frac{1}{2}$

SEPTIESME DIFFERENCE DE SECOND TERME ②—①—◎.

1(4) egale a
19②—20①—5
6
25
9
4
—2
—5
3①
ou $\begin{cases} 2\frac{1}{2}+\sqrt{1\frac{1}{4}} \\ 2\frac{1}{2}-\sqrt{1\frac{1}{4}} \end{cases}$

La demonstration de chascune difference sera semblable à celle de la premiere difference. *Conclusion.* Estant doncques donnez trois termes, desquels le premier 4, le second ②①◎, le troisiesme nombre algebraique quelconque: nous avons trouvé leur quatriesme terme proportionel ce qu'il falloit faire.

## DE L'ORIGINE DE LA CONSTRVCTION DV PRECEDENT PROBLEME.

Quand (4) est egale a ②①◎, nous les pouvons reduire en ②, egale à ①◎, & alors devient la valeur de 1① notoire par le 68 probleme, comme il apparoistra. Soit 1(4), egale à 3②+30①+16, qui sont le premier & second terme de la premiere differenee. Il faut doncques trouver quelques ② & ◎, tels que ajoustez à la 1(4), la somme soit trinomie, duquel la racine soit 1② + quelque ◎; Puis lesdictes 2◎, ajoustez aux 3②+30①+16, la somme soit trinomie, duquel la racine soit 1① & ◎; Or pour les trouver, il sera premierement necessaire, que le quarré de la moitie du nombre de multitude des ② soit egal au ◎, car autres ② & ◎ ajoustez à 1(4), ne peuvent faire que la somme aie racine servante à nostre propos, par la note du 2 exemple du 61 probleme. Au second, que le produict de la somme de 3 (des 3② donnez) & le nombre des ② trouvé, par la somme de 16 donné, & du ◎ trouvé, soit egal à 225, à sçavoir au quarré de 15, moitie de 30 des 30① donnez, car autres ② & ◎, ajoustez à 3②+30①+16 ne peuvent faire que la somme aie racine servante à nostre propos, par ladicte note du 61 probleme: *Il nous faut doncques trouver deux nombres tels, que le quarré de la moitie du premier soit egal au second, & que le produict du premier +3 par le second +16 soit 225.* Et est ceste question la 12 du 81 probleme; par laquelle appert, que le premier est 6, & le second 9; le premier doncques sera le nombre des ②, & le second sera le ◎. De sorte que les deux quantitez requises seront 6②+9: Ajoustons les mesmes à chascune de noz egales parties donnees;

Ergo 1(4)+6②+9, seront egales à 9②+30①+25.

Puis extrayons de chascune partie racine quarrée;

Ergo 1②+3, seront egales à 3①+5.

Puis soubstrayons de chasque partie 3;

Ergo 1②, demeurera egale à 3①+2.

Et ainsi au lieu de 1(4) egale à 3②+30①+16, nous avons 1② egale à 3①+2; Dont la valeur de 1① par le 68 probleme est $\sqrt{4\frac{1}{4}}+1\frac{1}{2}$.

Et est manifeste, que ceci est l'origine de nostre construction du probleme precedent; Laquelle il nous falloit declarer.

## Probleme LXXIV.

*Estant donnez trois termes, desquels le premier (4), le second ③◎, le troisiesme nombre algebraique quelconque: Trouver leur quatriesme terme proportionel.*

Nota. Le binomie du second terme donné de ce probleme se peut rencontrer en trois telles differences:

③+◎
—③+◎
③—◎

Desquelles nous donnerons trois constructions, toutes d'une mesme maniere d'operation.

PREMIE-

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

## PREMIERE DIFFERENCE DE SECOND TERME ③+⓪.

*Explication du donné.* Soyent donnez trois termes ſelon le probleme tels: le premier 1④, le ſecond 2③+27, le troiſieſme 1①. *Explication du requis.* Il faut trouver leur quatrieſme terme proportionel.

*Conſtruction.*

1④ (par reigle) +2① (pour 2 des 2③ donnez, les applicant①) vaut 3 (racine cubique des 27 donnez) combien 1①? faict par le 72 probleme 1, par le meſme diviſé ledict 3 racine de 27 donne quotient 3

Je di que 3 eſt le quatrieſme terme proportionel requis. *Demonſtration.* Mettons par le moien du 66 probleme, ſoubs chaſcun terme ſa valeur en ceſte ſorte:

| | | | |
|---|---|---|---|
| 1④. | 2③+27. | 1①. | 3. |
| 81. | 81. | 3. | 3. |

Et appert que 3 eſt leur quatrieſme terme proportionel; ce qu'il falloit demonſtrer.

## SECONDE DIFFERENCE DE SECOND TERME —③+⓪.

*Explication du donné.* Soyent donnez trois termes ſelon le probleme, tels: le premier 1④, le ſecond —2③+32, le troiſieſme 1①. *Explication du requis.* Il faut trouver leur quatrieſme terme proportionel.

*Conſtruction.*

1④ (par reigle) —2① (pour —2 des —2③ donnés, les applicant①) vaut $\sqrt{③}$ 32 (à ſçavoir racine cubique des 32 donnez) combien 1①? faict par le 72 probleme $\sqrt{③}$4, par la meſme diviſé ladicte $\sqrt{③}$32 donne quotient 2

Je di que 2 eſt le quatrieſme terme proportionel requis. *Demonſtration.* Mettons par le moien du 66 probleme ſoubs chaſcun terme ſa valeur en ceſte ſorte:

| | | | |
|---|---|---|---|
| 1(④). | —2③+32. | 1①. | 2. |
| 16. | 16. | 2 | 2. |

Et appert que 2 eſt leur quatrieſme terme proportionel requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

## TROISIESME DIFFERENCE DE SECOND TERME ③—⓪.

*Explication du donné.* Soyent donnez trois termes ſelon le probleme tels: le premier 1(④), le ſecond 3③—8, le troiſieſme 1①. *Explication du requis.* Il faut trouver leur quatrieſme terme proportionel.

*Conſtruction.*

1(④) (par reigle) +3① (pour 3 des 3③ donnez, les applicant a①) vaut —2 (à ſçavoir racine cubique des —8 donnez) combien 1①? faict par le 72 probleme —1, par le meſme diviſe ledict —2 racine de —8 donne quotient 2

Je di que 2 eſt le quatrieſme terme proportionel requis. *Demonſtration.* Mettons par le moyen du 66 probleme, ſoubs chaſcun terme ſa valeur en ceſte ſorte:

| | | | |
|---|---|---|---|
| 1(④) | 3③—8. | 1①. | 2. |
| 16. | 16. | 2. | 2. |

Et appert que 2 eſt leur quatrieſme terme proportionel requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

## DE L'ORIGINE DE LA CONSTRUCTION DE CE LXXIV. PROBLEME.

Poſons que 1④ ſoit egale à —2①+3; Ou bien (ce qui vaut le meſme) 1④+2①, egales à 3, deſquels nous cherchons la valeur de 1①, que nous ſçavons eſtre 1; Diviſons par le meſme le 3 donné, donne quotient 3; doncques 1 & 3, ſont deux nombres, deſquels le produict faict le 3 donné, & le produict dudict nombre 1 par —2 (des —2① donnees) qui eſt —2, ajouſté à la potence de quarte quantité dudict nombre 1, reſte ledict nombre donné 3. Quand doncques nous aurons trouvé tels deux nombres comme ſont leſdicts 1 & 3, il eſt notoire que l'un ſera la valeur de 1① requiſe. Pourtant mettons le ſuſdict en forme de queſtion ainſi: *Trouvons deux nombres tels que leur produict ſoit 3, & que le produict de l'un nombre par 2 ajouſté à la potence de quatre quantité dudict nombre, la ſomme ſoit auſſi 3.* Qui eſt la 13 queſtion du 81 probleme; Et appert aux termes reduicts, que 1④ ſe trouva egale à 2③+27 (lequel 27 eſt le cube du 3 donné,) deſquels la valeur de 1① eſt 3; Par le meſme (pour trouver l'autre nombre requis) ſe diviſe le 3 (qui eſt le 3 du ſecond terme poſé ci deſſus,) Quand doncques 1④, eſt egale à —2①+3, alors pour trouver la valeur de 1①, nous pouvons (comme par reigle generale) mettre en leur lieu, 1④ egale à 2③ (à ſçavoir +2 au lieu du —2 donné, & ③ au lieu de① donnée) +27 (pour le cube de 3 donné) diviſant la racine cubique de 27, par ladicte valeur de 1①, lequel quotient ſera le requis. Et par le revers de ces choſes, Quand 1④ eſt egale à 2③+27, alors pour trouver la valeur de 1① nous pouvons mettre en leur lieu 1④, egale à —2①+3, diviſant par la valeur de 1① la racine cubique du 27 donné, qui eſt l'operation de ſa ſuſdicte premiere difference ſemblable aux deux autres. Laquelle origine il nous falloit declarer.

NOTA I. L'on pourroit encore deſcrire autre maniere de conſtruction que n'eſt la precedente; à ſçavoir par l'operation du 14 exemple du 81 probleme; Mais nous le paſſons outre à cauſe de briefueté.

NOTA II. Conſiderant d'une part que l'origine des conſtructions des trois problemes ſuivans, eſt en tous aſſez la meſme; Et d'autre part la multitude des diverſités des differences que reçoivent aucuns d'iceux problemes, nous deſcrirons leurs origines meſmes, au lieu de conſtruction, commençant à ce 74 probleme, duquel nous donnerons (outre les conſtructions precedentes) autre maniere de conſtruction, comme s'enſuit.

*Explication du donné.* Soient donnez trois termes ſelon le probleme tels: le premier 1 (④), le ſecond 6③+3 $\frac{1}{3}$, le troiſieſme 1①. *Explication du requis.* Il faut trouver leur quatrieſme terme proportionel.

NOTA. Afin de declarer le ſens, autant de ceſte conſtruction, comme des trois problemes ſuivans, faut ſçavoir, que nous tachons d'ajouſter à chaſque partie, quelques quantitez egales, telles, que chaſque ſomme aie racine de moindre multitude de quantitez que les quantitez donnees; & deviennent ainſi finalement convertiz en ② egale à①⓪, deſquelles la valeur de 1① eſt alors notoire, par le 68 probleme.

*Conſtruction.*

On appliquera les③ données, ou par egale addition, ou par egale ſoubſtraction, touſiours à la 1 (④), il faut doncques icy ſoubſtraire de chaſque partie 6③;

Ergo 1(④) —6③, demeureront egales à 3 $\frac{1}{3}$.

Puis

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

Puis il faut ajouſter à chaſcune partie quelques ②①◎, ainſi que l'une aie pour racine quarrée, trinomie, & l'autre binomie. Or puis que les deux premiers characteres de la premiere partie, ſont 1(4) — 6③, il eſt notoire que les deux premiers characteres de la racine (apres l'addition deſdictes ②①◎) ſeront 1② — 3① (comme il appert par la multiplication de quantitez en eux) à ſçavoir — 3 (des — 3①) pour moitie de — 6 (des — 6③ donnés.) Il reſte maintenant d'appliquer à iceux 1② — 3①, quelque ③ tel, que le quarré de tel trinomie aie les quantitez comme ②①◎, telles, que les meſmes ajouſtez à la ſeconde partie, qui eſt $3\frac{1}{5}$, la ſomme aie racine qui ſoit ①◎, qui ſera (par la note au 2 exemple du 61 probleme) quand le quarré de la moitie du nombre de multitude des ①, ſoit egal au produict du ◎, par le nombre de multitude des ②; Mais veu qu'en l'invention de ce ◎, qui doibt eſtre appliqué à 1② — 3①, nous n'avons que faire des ſignes des quantitez, nous les delaiſſerons, à fin qu'elles ne nous cauſent confuſion, & que ne ſoyons contraincts de beſoigner par poſtpoſees quantitez, diſant ainſi: *Trouvons un* — ◎ (car ceſt notoire que + ◎ ne le pourra eſtre) *qui appliqué a* 1 — 3, *Et puis tels trois nombres multipliez par eux meſmes diſtinctement, ſelon la maniere de multiplication des quantitez algebraiques, Et au dernier nombre du produict ajouſté* $3\frac{1}{5}$, *qu'alors le quarré de la moitie du cinquieſme, ſoit egal au produict du quatrieſme par le ſixieſme.* Et eſt ceſte queſtion la 15 du 81 probleme, par laquelle il appert que le nombre requis eſt — 2, qui appliqué auſdicts 1② — 3①, fera 1② — 3① — 2, ſon quarré 1(4) — 6③ + 5② + 12① + 4. du meſme ſoubſtraict la premiere de noz egales parties, reſte 5② + 12① + 3 4 ajouſtons les meſmes à chaſcune de noz egales parties,

Ergo 1(4) — 6③ + 5② + 12① + 4, ſeront egales à 5② + 12① + $7\frac{1}{5}$.

Puis extrayons de chaſque partie racine quarrée.

Ergo 1② — 3① + 2 ſeront egales à $\sqrt{5}\times$① + $\sqrt{7\frac{1}{5}}$.

Leſquels reduicts 1② ſera egale à 3① + $\sqrt{5}\times$① + $\sqrt{7\frac{1}{5}}$ + 2.

Et par le 68 probleme, 1① vaudra $1\frac{1}{2}$ + $\sqrt{\frac{5}{4}}$ + $\sqrt{}$ *bino.* $5\frac{1}{2}$ + $\sqrt{36\frac{9}{20}}$.

La diſpoſition des characteres de l'operation des choſes ſuſdictes eſt telle:

| | | | |
|---|---|---|---|
| Quantitez données | 1(4) — 6③. | 0. 0. 0. | 0. 0. $3\frac{1}{5}$ |
| Quant. à chaſcune parties ajou. | + 5② + 12① + 4. | | 5② + 12① + 4 |
| Sommes | 1(4) — 6③ + 5② + 12① + 4. | egales à | 5② + 12① + $7\frac{1}{5}$ |
| Leurs racines quarrées | 1② — 3① — 2. | | $\sqrt{5}\times$② + $\sqrt{7\frac{1}{5}}$ |
| Reduictes | 1②. | | 3① + $\sqrt{5}\times$① + $\sqrt{7\frac{1}{5}}$ + 2 |

Et 1① vaut par le 68 probleme $1\frac{1}{2}$ + $\sqrt{\frac{5}{4}}$ + $\sqrt{}$ *bino.* $5\frac{1}{2}$ + $\sqrt{36\frac{9}{20}}$.

Et par ſemblable diſpoſition de characteres, deſpecherons nous les conſtructions des trois problemes ſuivans.

Nota.

Le — 2, ci deſſus trouvé par la 15 queſtion du 81 probleme ſe peut encore trouver par la 16 queſtion du meſme probleme.

Item ſi 1(4), fuſt donnée egale à — 8③ + $1\frac{1}{3}$, l'operation & diſpoſition des characteres ſemblable à la precedente, ſera telle:

| | | | |
|---|---|---|---|
| Quantitez données. | 1(4) + 8③ | 0. 0. 0. | 0. 0. $1\frac{1}{3}$ |
| Quant. à chaſcune part. ajouſt. | 12② — 16① + 4. | | 12② — 16① + 4 |
| Sommes | 1(4) + 8③ + 12② — 16① + 4. | egales à | 12② — 16① + $5\frac{1}{3}$ |
| Leurs racines quarrées | 1② + 4① — 2. | | — $\sqrt{12}\times$① + $\sqrt{5\frac{1}{3}}$ |
| Reduictes | 1②. | | — 4① — $\sqrt{12}\times$① + $\sqrt{5\frac{1}{3}}$ + 2 |

Et 1① par le 68 probleme vaut — 2 — $\sqrt{3}$ + $\sqrt{}$ *bino.* 9 + $\sqrt{85\frac{1}{3}}$.

Item ſi 1(4) fuſt donnée egale à 8③ — $\frac{4}{5}$, l'operation & diſpoſition de characteres ſemblable à la precedente ſera telle:

| | | | |
|---|---|---|---|
| Quantitez données. | 1(4) — 8③ | 0. 0. 0. | 0. 0. $-\frac{4}{5}$ |
| Quant. à chaſcune partie ajouſt. | 20② — 16① + 4. | | 20② — 16① + 4 |
| Sommes | 1(4) — 8③ + 20② — 16① + 4. | egales à | 20② — 16① + $3\frac{1}{5}$ |
| Leurs racines | 1② — 4① + 2. | | — $\sqrt{20}\times$① + $\sqrt{3\frac{1}{5}}$ |
| Reduictes | 1②. | | 4① — $\sqrt{20}\times$① + $\sqrt{3\frac{1}{5}}$ — 2 |

Et 1① par le 68 probleme vaut 2 — $\sqrt{5}$ + $\sqrt{}$ *bino.* 7 — $\sqrt{51\frac{1}{4}}$.

Dont les demonſtrations ſeront ſemblables aux precedentes. *Concluſion.* Eſtant doncques donnez trois termes deſquels le premier (4), le ſecond ③◎, le troiſieſme nombre algebraique quelconque; nous avons trouvé leur quatrieſme terme proportionel; ce qu'il falloit faire.

## Probleme LXXV.

*Estant donnez trois termes, deſquels le premier (4), le ſecond ③①◎, le troiſieſme, nombre algebraique quelconque: Trouver leur quatrieſme terme proportionel.*

*Explication du donné.* Soyent donnez trois termes ſelon le probleme tels: le premier 1(4), le ſecond 4③ + 8① — 32, le troiſieſme 1①.

*Explication du requis.* Il faut trouver leur quatrieſme terme proportionel.

*Conſtruction.* La conſtruction ſera ſemblable à celle du precedent probleme. Et le 6 (derniere quantité de 1② — 2① + 6) eſt trouvé par la 17 ou 18 queſtion du 81 probleme; la diſpoſition des characteres de l'operation, ſemblable aux precedentes, eſt telle.



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

| | | | |
|---|---|---|---|
| Quantitez donnees | 1(4) — 4③. | 0. | 0. 0. |
| Quantitez à chaſcune partie ajouſtees | 16② — 24① + 36. | | |
| Sommes | 1(4) — 4③ + 16② — 24① + 26. | egal. à | 16② — 16① + 4 |
| Leurs racines quarrees | 1② — 2① + 6. | | 4① — 2 |
| Reduictes | 1②. | | 6① — 8 |

Et 1① par le 68 probleme vaudra 4 ou 2.

Item ſi 1(4) fuſt donné egale à — 8③ + 40① — 32, l'operation & diſpoſition des characteres ſemblable à la precedente ſera telle:

| | | | |
|---|---|---|---|
| Quantitez donnees | 1(4) + 8③. | 0. | 0. 0. |
| Quantitez à chaſcune partie ajouſtees | 4② — 48① + 36. | | |
| Sommes | 1(4) + 8③ + 4② — 48① + 36. | egales à | 4② — 8① + 4 |
| Leurs racines quarrees | 1② + 4① — 6. | | 2① — 2 |
| Reduictes | 1②. | | — 2① + 4 |

Et 1① par le 68 probleme vaudra $\sqrt{5} - 1$.

Item ſi 1④ fuſt donné egale à 8③ + 2① + 589, l'operation & diſpoſition des characteres ſemblable à la precedente ſera telle:

| | | | |
|---|---|---|---|
| Quantitez donnees | 1(4) — 8③. | 0. | 0. 0. |
| Quantitez à chaſcune partie ajouſtees | 4② + 48① + 36. | | |
| Sommes | 1(4) — 8③ + 4② + 48① + 36. | egales à | 4② + 50① + 625 |
| Leurs racines quarres | 1② — 4① — 6. | | 2① + 25 |
| Reduictes | 1②. | | 6① + 31 |

Et 1① par le 68 probleme vaut $3 + \sqrt{40}$.

Et ſemblable ſera l'operation en toutes les autres differences. *Demonſtration.* Mettons par le moien du 66 probleme, ſoubs chaſcun terme du precedent premier exemple ſa valeur, en ceſte ſorte:

| | | | |
|---|---|---|---|
| 1(4). | 4③ + 8① — 32. | 1①. | 4. |
| 256. | 256. | 4. | 4. |

Item.

| | | | |
|---|---|---|---|
| 1(4). | 4③ + 8① — 32. | 1①. | 4. |
| 16. | 16. | 2. | 2. |

Et appert, qu'autant 4 comme 2, eſt leur quatrieſme terme proportionel; ce qu'il falloit demonſtrer.

*Concluſion.* Eſtant doncques donnez trois termes, deſquels le premier (4), le ſecond ③①◎, le troiſieſme nombre algebraique quelconque, nous avons trouvé leur quatrieſme terme proportionel; ce qu'il falloit faire.

## PROBLEME LXXVI.

*ESTant donnez trois termes, deſquels le premier ④, le ſecond ③②◎, le troiſieſme nombre algebraique quelconque: Trouver leur quatrieſme terme proportionel.*

*Explication du donné.* Soyent donnez trois termes ſelon le probleme tels: le premier 1④, le ſecond 4③ + 4② — 12, le troiſieſme 1①. *Explication du requis.* Il faut trouver leur quatrieſme terme proportionel.

*Conſtruction.*

La conſtruction ſera ſemblable à celle du precedent probleme. Et le 4 (derniere quantité de 1② — 2① + 4) eſt trouvé par la 19 ou 20 queſtion du 81 probleme. La diſpoſition des characteres de l'operation ſemblable aux precedentes eſt telle:

| | | | |
|---|---|---|---|
| Quantitez données | 1(4) — 4③ | 0. | 0. 0. |
| Quantitez à chaſcune partie ajouſt. | 0. | 0. 12② — 16① + 16. | |
| Sommes | 1(4) — 4③ + 12② — 16① + 16. | egales à | 16② — 16① + 4 |
| Leurs racines quarrées | 1② — 2① + 4. | | 4① — 2 |
| Reduictes | 1②. | | 6① — 6 |

Et 1①, par le 68 probleme, vaut $3 + \sqrt{3}$, ou $3 - \sqrt{3}$.

Item ſi 1(4) fuſt donnée egale à 4③ — 1② — 5, l'operation & diſpoſition des characteres ſemblable à la precedente, ſera telle:

Quan-

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Quantitez donnees | 1(4) | − 4③. | 0. | 0. | 0. | | − 1② 0 − 5 |
| Quantitez à chaſcune partie ajouſtees | | 10②− | 12① | + 9. | | | 10②− 12① + 9 |
| Sommes | 1(4) − 4③ | + 10② | − 12① | + 9. | egales à | | 9②− 12① + 4 |
| Leurs racines quarrees | | 1② − | 2① | + 3. | | | 3① − 2 |
| Reduictes | | | | 1②. | | | 5① − 5 |

Et 1① par le 68 probleme vaut $\frac{5}{2} + \sqrt{\frac{5}{4}}$, ou $\frac{5}{2} - \sqrt{\frac{5}{4}}$.

Et ſemblable ſera l'operation en toutes les autres ſortes. *Demonſtration.* Mettons par le moien du 66 probleme ſoubs chaſcun terme du precedent premier exemple ſa valeur, en ceſte ſorte:

| | | | |
|---|---|---|---|
| 1(4). | 4③ + 4② − 12. | 1①. | $3 + \sqrt{3}$. |
| $252 + \sqrt{62208}$. | $252 + \sqrt{62208}$. | $3 + \sqrt{3}$. | $3 + \sqrt{3}$. |

Item.

| | | | |
|---|---|---|---|
| 1(4). | 4③ + 4② − 12. | 1①. | $3 - \sqrt{3}$. |
| $252 - \sqrt{62208}$. | $252 - \sqrt{62208}$. | $3 - \sqrt{3}$. | $3 - \sqrt{3}$. |

Et appert que autant $3 + \sqrt{3}$, comme $3 - \sqrt{3}$, eſt leur quatrieſme proportionel; ce qu'il falloit demonſtrer. *Concluſion.* Eſtant doncques donnés trois termes, deſquels le premier (4), le ſecond ③②①⊙, le troiſieſme nombre algebraique quelconque: Nous avons trouvé leur quatrieſme terme proportionel; ce qu'il falloit faire.

## PROBLEME LXXVII.

*ESTant donnez trois termes, deſquels le premier (4), le ſecond ③②①⊙, le troiſieſme nombre algebraique quelconque: Trouver leur quatrieſme terme proportionel.*

*Explication du donné.* Soyent donnez trois termes ſelon le probleme tels: le premier 1(4), le ſecond − 4③ + 4② + 40① + 33, le troiſieſme 1①.

*Explication du requis.* Il faut trouver leur quatrieſme terme proportionel.

*Conſtruction.*

La conſtruction ſera ſemblable à celle du precedent probleme. Et le 4 (derniere quantité de 1② + 2① + 4) eſt trouvé par la 21 ou 22 queſtion du 81 probleme. La diſpoſition des characteres de l'operation ſemblable aux precedentes eſt telle:

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Quantitez donnees | 1(4) | + 4③. | 0. | 0. | 0. | | 4② + 40① + 33 |
| Quantitez à chaſcune partie ajouſtées | | 12② + | 16① | + 16. | | | 12② + 16① + 16 |
| Sommes | 1(4) + 4③ | 12② + | 16① | + 16. | egales à | | 16② + 56① + 49 |
| Leurs racines quarrées | | 1② + | 2① | + 4. | | | 4① + 7 |
| Reduictes | | | | 1②. | | | 2① + 3 |

Et 1① par le 68 probleme vaudra 3, lequel je di eſtre le quatrieſme terme proportionel requis. *Demonſtration.* Mettons par le moyen du 66 probleme ſoubs chaſcun terme ſa valeur en ceſte ſorte:

| | | | |
|---|---|---|---|
| 1(4). | − 4③ + 4② + 40① + 33. | 1①. | 3. |
| 81. | 81. | 3. | 3. |

Et appert, que 3 eſt leur quatrieſme terme proportionel, ſelon le requis, ce qu'il falloit demonſtrer.

Et ſemblable ſera l'operation en toutes les autres ſortes. *Concluſion.* Eſtant doncques donnez trois termes, deſquels le premier (4), le ſecond ③②①⊙, le troiſieſme nombre algebraique quelquonque: Nous avons trouvé leur quatrieſme terme proportionel; ce qu'il falloit faire.

NOTA. Nous demonſtrerons encore, comment l'on trouvera aux problemes precedens, le quatrieſme terme proportionel, n'eſtant le nombre de multitude de la ſuperieure quantité pas unité, comme a eſté aux exemples precedens; D'ou il ne ſera pas meſtier de convertir (par la 2 reigle de reduction) ledict nombre de multitude en unité, & ſera pour eviter aucune fois les rompuz, qui procedent de telle reduction.

Soient par exemple les trois termes donnez, deſquels il faut trouver le quatrieſme proportionel, tels: le premier 9 (4), le ſecond − 12③ + 30② + 204① + 171, le troiſieſme 1①. *Conſtruction.* L'on prendra (par reigle) la racine quarrée des 9 (4), qui eſt − 3②. Puis on diviſera la moitie de 12③, par iceux 3②. donne quotient 2①; Doncques 3② + 2①, ſont les deux premiers characteres, auſquels il nous fraudra trouver quelque ⊙, comme l'on trouve, par la 22 queſtion du 81 probleme, & ſera 5. Et puis la reſte comme deſſus. La diſpoſition des characteres de l'operation, ſemblable aux precedentes, eſt telle:

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Quantitez donnez | 9(4) | + 12③. | 0. | 0. | 0. | | 30② + 204① + 171 |
| Quantitez à chaſques parties ajouſtees. | | 34② + | 20① | + 25. | | | 34② + 20① + 25 |
| Sommmes | 9(4) + 12③ + | 34② + | 20① | + 25. | egales à | | 64② + 224① + 196 |
| Leurs racines quarrees | | 3② + | 2. ① | + 5. | | | 8① + 14 |
| Reduictes | | | | 1②. | | | 2① + 5 |

Et 1① par le 68 probleme, vaudra 3, dont la demonſtration ſera ſemblable aux precedentes.



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

REIGLE.

*Estant donnez trois termes de nombres Algebraiques quelconques: Trouver leur quatrieſme proportionel, ou parfaict, ou avec infini approchement.*

I'ay deſcrit (depuis le 66 probleme juſques au 80) l'invention du quatrieſme terme proportionel, de trois Algebraiques donnez, & cela ſi avant comme j'eſtime qu'icelle matiere eſt cognue: Mais j'ay puis apres trouvé une reigle generale, pour de tous trois termes Algebraiques donnez trouver le quatrieſme, ou valeur de 1 ① parfaicte, ou avec infini approchement, ce qu'en la practique nous donne quaſi autant comme une operation qui conſiſte en ſa parfaicte demonſtration Mathematique; car comme les ſinus ſont en leurs tables imparfaicts, & toutesfois en la practique ſont autant comme ſi c'eſtoyent multinomies radicaux accomplis, ainſi ſe fait le ſemblable en ceſte matiere Algebraique.

*Le donné.* Soyent donnez trois termes ſelon le probleme tels: Le premier 1 ③, le ſecond 300 ① + 33915024, le troiſieſme 1 ①.

*Le requis.* Il nous faut trouver leur quatrieſme terme proportionel.

*Conſtruction.* Pour premierement declarer en general la methode ſuivante, je di qu'on trouvera de combien de characteres doit eſtre la valeur de 1 ①: Laquelle multitude de characteres eſtant cognue, on trouvera puis apres le premier charactere, qui ſera un de ces neuf, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9: Puis ſe trouvera ſemblablement le deuxieſme, & tous les autres tant qu'il y en a.

Or pour venir à la choſe, & premierement trouver de combien de characteres doit eſtre la valeur 1 ① donnée; je mets pour icelle 1, enquiers par le meſme ce qu'il en ſortira, diſant, veu que 1 ① fait 1, les 300 ① font 300, par le 67 probleme: aux meſmes adjouſté 33915024, fait pour la valeur du deuxieſme terme 33915324: Et le premier terme, à ſçavoir 1 ③, fera tant ſeulement 1: Ce qui eſtant trop peu, parce que la valeur du premier terme doit eſtre egal avec la valeur du ſecond, & pourtant je mets au ſecond 10 pour la valeur de 1 ①, & enquiers par le meſme comme deſſus, & trouve la valeur du ſecond terme de 33918024, & le premier terme de 1000: Ce qui eſtant autrefois trop peu, je mets au troiſieſme 100 pour valeur de 1 ①; le meſme eſtant auſſi trop peu, je mets au quatrieſme 1000, par lequel je trouve le premier terme trop grand: Pourtant la valeur de 1 ① eſt moindre que 1000, & majeur que 100, elle eſt donc neceſſairement de trois characteres.

Or eſtant cognu que la deſirée valeur eſt de trois characteres, il faut que le premier ſoit un de ces neuf, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Mais il eſt cy deſſus enquis avec le premier charactere 1, à ſçavoir avec 100, & trouvois trop peu, pourtant je l'eſſaye maintenant avec le premier charactere 2, mettant 200 pour valeur de 1 ①, & trouve trop peu: Ie l'enquiers puis apres avec 300, & vient auſſi trop peu: Puis avec 400, & trouve trop, ce qui me denote que le premier charactere doit eſtre 3.

Or pour trouver le ſecond charactere, il doit neceſſairement eſtre ou 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, ou 9: Mais il eſt devant eſprouvé avec le ſecond charactere 0, à ſçavoir avec 300, & vint trop peu, pourtant je mets maintenant le ſecond charactere 1, à ſçavoir 310, & trouve trop peu: puis apres 320, vient auſſi trop peu: puis 330, & vient trop; ce qui me ſignifie que le ſecond charactere faut eſtre 2.

Pour trouver maintenant le troiſieſme charactere, il doit eſtre neceſſairement ou 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, ou 9. Mais il eſt deſſus enquis avec le troiſieſme charactere 0, à ſçavoir par 320, & vint trop peu; pourtant je mets maintenant le troiſieſme charactere 1, à ſçavoir 321, & trouve trop peu; puis apres 322, & vient auſſi trop peu; puis 323, vient trop peu; puis apres 324, & trouve par iceluy la valeur du premier terme, egal à la valeur du ſecond, à ſçavoir l'un & l'autre de 34012224; ce qui me demonſtre que 324 eſt la valeur de 1 ①, & quatrieſme terme proportionel requis; car comme 34012224 valeur du premier à 34012224 valeur du ſecond terme, ainſi 324 valeur du troiſieſme au quatrieſme 324.

COROLLAIRE.

Il appert par le ſuſdit, que quand la valeur de 1 ① eſt nombre entier, que la meſme valeur ſe peut touſiours trouver parfaictement.

Mais ſi le ſuſdit compte n'euſt pas venu ainſi preciſement, comme par exemple, que le ⓪ ou nombre Arithmetique donné au lieu de 339 15024, euſt tant ſeulement eſté 33900000, alors 323 euſt eſté peu, & 324 trop, ce qui me certifie que la valeur de 1 ① fait 323 avec un rompu moindre que unité. Or pour trouver le meſme rompu, ou d'y approcher infiniment; je mets 323 avec encore un 0, deſſus une ligne comme numerateur, & 10 deſſoubs comme nominateur, en ceſte ſorte $\frac{3230}{10}$: Ce rompu fait 323, qui eſtant trop peu, il faut que 0 du numerateur face 0 avec quelque reſte, ou 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, ou 9: Le meſme charactere eſtant trouvé comme deſſus, & qu'il y a encore quelque ſuperflu, on adjouſtera au numerateur & nominateur autrefois 0, enquirant comme deſſus, ce que doit venir au lieu d'iceluy 0 du numerateur: Et procedant ainſi infiniment, l'on approche infiniment plus pres au requis.

Mais ſi la deſirée valeur de 1 ① fut rompu moindre que unité, l'on enqueſtera premierement avec $\frac{1}{10}$, qui eſtant trop grand avec $\frac{1}{100}$; puis après $\frac{1}{1000}$ &c. Or poſe le cas que $\frac{1}{100}$ fut trop grand, mais $\frac{1}{1000}$ trop petit, cecy me certifie que deſſus le nominateur 10000, doit venir un nombre comme numerateur majeur que 1, & moindre que 10, le meſme ſera neceſſairement un charactere, comme 1 avec quelque ſuperflu, ou 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, ou 9: Iceluy charactere eſtant trouvé au plus pres & moindre, & qu'il y a encore quelque reſidu, l'on agrandira numerateur & nominateur chaſcun d'un 0, enquirant puis apres comme deſſus, ce que doit eſtre icelux dernier 0 du numerareur, & ainſi des autres.

Aviſez encore qu'eſtant la valeur de 1 ① nombre rompu, il peut avenir qu'on pourra approcher infiniment au requis, ſans toutesfois par ceſte maniere pouvoir parvenir à la parfaicte ſolution: Comme par exemple, poſons que l'incognuë valeur de 1 ① fuſt $\frac{5}{6}$, & que l'on met le nominateur ſelon la ſuſdicte reigle, on trouve que deſſus le meſme 10 faut venir 8, en ceſte ſorte $\frac{8}{10}$: Mais parce qu'il eſt trop peu, je mets pres de chaſcun nombre 0, ainſi $\frac{80}{100}$, & cerchant puis apres quel charactere doit venir au lieu de 0 du numerateur, je trouve au plus pres & moindre 3, ainſi $\frac{83}{100}$: Et faiſant le ſemblable au troiſieſme, je trouve $\frac{833}{1000}$: Et au quatrieſme $\frac{8333}{10000}$. Et procedant ainſi avec les autres, l'on voit qu'on peut infiniment approcher, ſans toutesfois parvenir aux $\frac{5}{6}$ accomplies, à cauſe qu'il n'y a nul nombre entier en telle raiſon à 10, 100, ou 1000, (& ſemblables deſquels le premier charactere eſt 1, avec les ſuivans 0) comme 5 à 6.

Nous pourrions encore donner exemples là ou la valeur de 1 ① eſt de nombres radicaux à nombre Arithmetique incommenſurables: mais veu que l'infini approchement eſt aſſez notoire par les precedens, il ne ſemble point meſtier d'en faire propres declarations.

Or

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

Or eſtant tous les ſuſdicts exemples notoires par leur operation, nous n'en faiſons point des particulieres demonſtrations. *Concluſion.* Eſtant doncques donnez trois termes de nombres Algebraiques quelconques, nous avons trouvé leur quatrieſme proportionel, ou parfaictement, ou par infini approchement, ce qu'il falloit faire.

## Probleme LXXVIII.

*Eſtant donnez trois termes, deſquels le premier & ſecond ſoyent quantitez derivatives des primitives, compoſees de ④③②①⓪; Le troiſieſme nombre algebraique quelconque: Trouver leur quatrieſme terme proportionel.*

*Explication du donné.* Soyent donnez trois termes ſelon le probleme, tels: le premier 2②, le ſecond 32 (qui ſont derivatifs de 2① & 32 par la 27 definition) le troiſieſme 1①. *Explication du requis.* Il faut trouver leur quatrieſme terme proportionel. *Conſtruction.* On trouvera la valeur de 1① des primitives quantitez des donnees, qui eſt de 2①, vallans 32, & ſera par le 67 probleme 16. Puis on verra quelle racine algebraique eſt la ſuperieure quantite des primitives de la ſuperieure quantité des derivatives: c'eſt à dire, quelle racine ſoit① de②, & ſe trouve quarree, il faut doncques des ſuſdictes 16 encore prendre racine quarrée, qui eſt pour ſolution 4. *Demonſtration.* Mettons par le moyen du 66 probl. ſoubs chaſcun terme, ſa valeur en ceſte ſorte:

| | | | |
|---|---|---|---|
| 2② | 32. | 1①. | 4. |
| 32. | 32. | 4. | 4. |

Et appert que 4 eſt leur quatrieſme terme proportionel.

Nota. Et par meſme raiſon, quand 3③ ſeront egales a 81, on trouvera la valeur de 1① des primitives quantitez des termes donnez, qui eſt de 3① egales à 81, & ſera par le 67 probleme 27. Puis on verra quelle racine algebraique ſoit la ſuperieure quantité des primitives, de la ſuperieure quantité des derivatives; C'eſt à dire, quelle racine ſoit①, de③, & appert que c'eſt cubique, il faut doncques des ſuſdictes 27 encore prendre racine cubique, qui eſt pour ſolution 3.

Mais pour l'invention de la valeur de 1① des derivatives quantitez compoſees, il faut premierement trouver leurs primitives, ainſi: On trouvera la majeure commune meſure des denominateurs donnez, & par icelle ſe diviſeront leſdicts denominateurs, & leurs quotiens ſeront denominateurs des primitives quantitez requiſes. Soyent par exemple les derivatives quantitez④ & ②, leurs denominateurs ſont 4 & 2, deſquels la majeure commune meſure, par le 5 probleme eſt 2, par lequel diviſe 4 & 2 donnent quotient 2 & 1: Doncques 2 & 1 ſont les primitives quantitez requiſes. Et de meſme ſorte, des derivatives (12)⑨③, la commune meſure, par ledict 5 probleme, ſera 3; par le meſme diuiſez les denominateurs donnez, ſe trouvera pour primitives requiſes ④③①, & ainſi d'autres quelconques.

Qui eſtant entendu, ſoit 1④ egale à 2②+8, leurs derivatives ſont 1②, egale à 2①+8, deſquelles la valeur de 1① par le 68 probleme, eſt 4; ſa racine quarrée (par ce que ſuperieure quantité② eſt racine algebraique quarrée de ſuperieure quantite④) eſt pour ſolution 2.

Item eſtant 1⑨ egale à 2③+496, leurs primitives ſont 1③, egale à 2①+496, deſquels la valeur de 1① par le 69 probleme eſt 8, ſa racine cubique (par ce que③ eſtoit racine algebraique cubique de⑨) eſt pour ſolution 2.

Item eſtant 2(12), egale à 2⑨+3⑥+4③+1848, leurs derivatives ſont 1(4), egale à 2③+3②+4①+2848, deſquels la valeur de 1① par le 77 probleme eſt 8, ſa racine cubique (par ce que④ eſt racine algebraique cubique de(12)) eſt pour ſolution 2.

Et eſt ceſte reigle generale, non ſeulement des derivatives de primitives compoſees de④, & ſes quantitez inferieures, mais de quantitez quelconques. Par exemple, eſtant ⑩ egale à 2⑩+3⑨+2⑥+22912, leurs primitives ſeront 1⑤, egale à 2④+3③+2②+22912, deſquels la valeur de 1① eſt 8, ſa racine cubique (par ce que⑤ eſt racine algebraique cubique de⑩) eſt pour ſolution 2. Et ainſi de tous les autres.

## De l'origine de la conſtruction du precedent probleme.

Quand au lieu de 1⑩ egale a 2⑩+3⑨+2⑥+22912 nous poſames 1⑤ egale à 2(4)+3③+2②+22912, il faut ſçavoir, que ceſte derniere poſition, eſt de poſtpoſees quantitez d'une autre progreſſion (leſquelles ne ſe diſtinguent pas en la conſtruction par leur ſigne de poſtpoſition, par ce que ſon abſence ne cauſe aucune confuſion) à ſçavoir 1 *ſec.*⑤, egale à 2 *ſec.*④+3 *ſec.*③+2 *ſec.*②+22912. De ſorte que 1⑩ eſt par l'hypotheſe egale a 1 *ſec.*⑤, & 2⑩ egales a 2 *ſec.*④, & ainſi des autres chaſcun à ſon homologue. Prennons doncques deſdicts termes quelques deux homologues, comme

1⑩ egale a 1 *ſec.*⑤.

Puis extrayons de chaſcune partie racine de quinte quantité.

Ergo 1③ eſt egale a 1 *ſec.*①.

Mais 1 *ſec.*① eſt egale ou vaut 8, par la conſtruction cy deſſus.

Ergo 1③ eſt egale à 8.

Il appert doncques, que quand 1⑩, eſt egale a 1 *ſec.*⑤, de laquelle la valeur de ſa 1 *ſec.*① eſt cognu, comme icy 8, que la meſme valeur ſera auſſi la valeur de 1③ des poſitives; Mais 1③ vallant 8, alors par le 78 probleme pour avoir la valeur de 1①, il faut prendre la racine cubique de 8: il appert doncques pourquoy l'on extraict encore quelque racine de la valeur de 1① des primitives pour avoir la valeur de 1① des derivatives.

Or ce que nous avons faict cy deſſus par le 1⑩ & 1 *ſec.*⑤, ſe pourra faire ſemblablement, par les autres quantitez homologues, comme par les 2⑩ & 2④, ou par les 3⑨ & 3③, ou par les 2⑥ & 2②.

Mais pour encore demonſtrer, que leſdicts homologues termes ſont d'egale valeur, nous mettrons ſoubs chaſcun terme ſa valeur, à ſçavoir la 1① vallant 2, & la 1 *ſec.*① vallant 8, en ceſte ſorte:

| | | | |
|---|---|---|---|
| 1⑩. | 2⑩+. | 3⑨.+2⑥. | |
| 32768. | 8192. | 1536. | 128. |
| 1 *ſec.*⑤ | 2 *ſec.*④.+3 *ſec.*③.+2 *ſec.*②. | | |
| 32768. | 8192. | 1536. | 128. |

Laquelle origine il nous falloit declarer.

Nous avons demonſtré aux precedens l'invention du quatrieſme terme proportionel, de trois termes donnez, eſtant toutes les quantitez poſitives, c'eſt à dire toutes d'une progreſſion, & procedans d'une meſme poſitive, ou premiere poſée prime quantité; Mais il avient en l'operation algebraique (comme il apparoiſtra aux exemples du 81 probleme) quand la proportion donnée, par laquelle on vient au requis, s'offre treſocculte, que joignant les poſitives quantitez on met



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

encore d'autres quantitez d'une autre progreſſion, & procedans d'une autre prime quantité que la poſitive; leſquelles nous appellons poſtpoſees quantitez, comme la 28 definition l'explique plus amplement.

Or comme aux precedens problemes de poſitives quantitez, l'on cherche touſiours la valeur en nombre arithmetique ou radical de 1 ①, ainſi eſt il ici neceſſaire, de trouver la valeur en poſitives quantitez, de la prime quantité des poſtpoſees quantitez; dont la cauſe ſera plus notoire par leurs exemples au 81 probleme.

## Probleme LXXIX.

*Estant donnez trois termes, deſquels la premiere poſtpoſée quantité de ſimple nom point multipliée ou diviſée, le ſecond de poſitives quantitez quelconques, le troiſieſme, de poſtpoſees quantitez quelconques, mais de la meſme progreſsion que celle du premier terme: Trouver leur quatrieſme terme proportionel, en poſitives quantitez.*

*Explication du donné.* Soyent donnez trois termes ſelon le probleme, tels: le premier 4 *ſec.* ①, le ſecond 8 ③ — 4 ①, le troiſieſme 1 *ſec.* ①. *Explication du requis.* Il faut trouver leur quatrieſme terme proportionel. *Conſtruction.* Parce que le troiſieſme terme eſt le quart du premier, on prendra auſſi le quart du ſecond, c'eſt à dire qu'on diviſera le ſecond terme par 4 (des 4 *ſec.* ①,) donne quotient pour le quatrieſme terme proportionel requis 2 ③ — 1 ①.

### Corollaire.

Il eſt manifeſte par la precedente conſtruction, que encore que le premier & troiſieſme terme fuſſent multinomies quelconques, mais que le quotient de la diviſion du premier terme par le troiſieſme, fuſt nombre Arithmetique ou radical, qu'on en pourra trouver le quatrieſme terme proportionel. *Demonſtration.* Mettons ſoubs chaſcun terme ſa valeur en ceſte ſorte:

4 *ſec.* ①. 8 ③ — 4 ①. 1 *ſec.* ①. 2 ③ — 1 ①.
8 ③ — 4 ①. 8 ③ — 4 ①. 2 ③ — 1 ①. 2 ③ — 1 ①.

Et appert que 2 ③ — 1 ①, eſt leur quatrieſme terme proportionel requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

Nota 1. Si la quantité du premier terme euſt eſté poſtpoſée quantité plus haute que *ſec.* ①, par exemple 4 *ſec.* ②, on convertiroit les meſmes en quantité de l'eſpece du troiſieſme terme donné, prenant ſa racine quarree qui eſt 2 *ſec.* ①, & ſemblablement la racine quarrée du ſecond terme, qui eſt ✓ *bino.* 8 ③ — 4 ①, & ſeront 2 *ſec.* ① egales à ✓ *bino.* 8 ③ — 4 ①: Puis diviſant ✓ *bino.* 8 ③ — 4 ①, par 2 (des 2 *ſec.* ①,) viendra pour la valeur de 1 *ſec.* ①, ou pour le quatrieſme terme proportionel requis, ✓ *bi.* 2 ③ — 1 ①.

Et de meſme ſorte ſi 3 *ſec.* ② valoient — 6 ② + 9 ①, & qu'on cherchaſt la valeur de 1 *ſec.* ①, on extraira racine de chaſque des egales parties, & ✓ 3 ✕ *ſec.* ①, ſeront egales à ✓ *bino.* — 6 ② + 9 ①; Puis diviſant ✓ *bino.* — 6 ② + 9 ① par ✓ 3, viendra (pour valeur de 1 *ſec.* ①) ✓ *bino.* — 2 ② + 3 ①.

Nota 11. Mais ſi le troiſieſme terme fuſt quelque multinomie de poſtpoſees quantitez d'une meſme progreſſion, on trouvera (comme le ſemblable ſe faict aux poſitives quantitez) premierement la valeur de 1 telle, poſtpoſee ①, laquelle cognue, le troiſieſme terme ſe trouvera comme nous dirons: Soyent par exemple les trois termes donnez, tels: le premier 4 *ſec.* ①, le ſecond 8 ③ — 4 ①, le troiſieſme 2 *ſec.* ② + 3 *ſec.* ①. Or la valeur de 1 *ſec.* ①, eſt comme deſſus 2 ③ — 1 ①; Ergo les 3 *ſec.* ①, vaudront trois fois autant, qui eſt 6 ③ — 6 ①, & 1 *ſec.* ② vaudra le quarré de 2 ③ — 1 ①, qui eſt 4 ⑥ — 4 (4) + 1 ②; ergo les 2 *ſec.* ②, vaudront deux fois autant, qui eſt 8 ⑥ — 8 (4) + 2 ②, auſquels ajouſtez les 6 ③ — 3 ①, font pour quatrieſme terme proport. requis 4 ⑥ — 4 (4) + 6 ③ + 2 ② — 3 ①.

Nota 111. Si (par quelque operation algebraique la poſtpoſee quantité ſe rencontraſt avec quelque poſitive, egale à quelques poſitives quantitez, on mettra la poſtpoſee quantité ſeule, par le moien d'egale addition, ou ſoubſtraction de parties egales. Par exemple, ſi le premier terme donné fuſt 3 *ſec.* ① + 9 ②, & le ſecond terme à lui egal 6 ①, on ſoubſtraira de chaſcune partie 9 ②. & reſteront 3 *ſec.* ①, egales à — 9 ② + 6 ①, deſquels on trouvera par la reigle ci deſſus la valeur de 1 *ſec.* ①, qui ſera — 3 ② + 2 ①.

Ceſt avertiſſement ſervira auſſi pour le probleme ſuivant. *Concluſion.* Eſtant doncques donnez trois termes, deſquels le premier poſtpoſée quantité de ſimple nom, &c. ce qu'il falloit faire.

## Probleme LXXX.

*Estant donnez trois termes, deſquels le premier poſitive quantité multipliée ou diviſée par poſtpoſee, le ſecond de poſitives quantitez quelconques, le troiſieſme de poſtpoſees quantitez quelconques, mais de la meſme progreſsion que celle du premier terme: Trouver leur quatrieſme terme proportionel en poſitives quantitez.*

*Explication du donné.* Soyent donnez trois termes ſelon le probleme, tels: le premier 1 ① M *ſec.* ①, le ſecond 5 ③ — 2 ①, le troiſieſme 1 *ſec.* ①. *Explication du requis.* Il faut trouver leur quatrieſme terme proportionel.

*Conſtruction.* On diviſera le ſecond terme donné par la 1 ①, de la 1 ① M *ſec.* ① donnée, donne quotient pour le quatrieſme terme proportionel requis, 5 ② — 2.

*Demonſtration.* Mettons ſoubs chaſcun terme ſa valeur en ceſte ſorte:

1 ① M *ſec.* ①. 5 ③ — 2 ①. 1 *ſec.* ①. 5 ② — 2
5 ③ — 2 ①. 5 ③ — 2 ①. 5 ② — 2. 5 ② — 2

Que la valeur de 1 ① M *ſec.* ①, ſera 5 ③ — 2 ①, eſt manifeſte par ce que 1 ① multiplié, par la valeur de 1 *ſec.* ①, qui eſt 5 ② — 2, monte 5 ③ — 2 ①. Et appert que 5 ③ — 2 eſt leur quatrieſme terme proportionel; ce qu'il falloit demonſtrer.

### Nota I.

Il eſt manifeſte par les choſes ſuſdictes, que 3 ① M *ſec.* ① vallans 36 ②, la 1 *ſec.* ① vaudra 12 ①, car diviſant 36 ② par les 3 ①, donne quotient 12 ②.

Item 3 ① M *ſec.* ②, vallans 6 ② + 3 ①, la 1 *ſec.* ② vaudra 2 ① + 1, & la 1 *ſec.* ① vaudra ſa racine, qui eſt ✓ *bino.* 2 ① + 1.

Item 2 ② M *ſec.* ③ vallans 6 ④, la 1 *ſec.* ③ vaudra 3 ③, & la 1 *ſec.* ① vaudra ſa racine cubique qui eſt ✓ ③ 3 ②. Et ainſi en infini des autres ſemblables.

Mais ſi le premier terme ſe preſentaſt (par exemple) 3 ② M 4 *ſec.* ①, c'eſt à dire 3 ②, multipliées par 4 *ſec.* ①, il ſera notoire que la requiſe multiplication n'eſt poinct faicte; parquoy les multipliant ſelon le 62 probleme, donnent produict 12 ②. M *ſec.* ①, de ſorte que le nombre de multitude des poſtpoſees quantitez eſt icy touſiours unité: qui eſt auſſi la raiſon pourquoy l'on ne deſcrit point expreſſement ceſte 1 devant la *ſec.* ①.

Nota. II. Mais ſi la poſitive quantité du premier terme, fuſt diviſée par poſtpoſee quantité, alors au lieu ou l'on a cy deſſus diviſé le ſecond terme, par la poſitive quantité du premier terme, on diviſera icy au contraire la poſitive quantité du premier terme, par le ſecond terme. Soyent par exemple trois termes donnez tels: le premier 6 ③ *ſec.* ①, le deuxieſme 3 ②, le troiſieſme 1 *ſec.* ①.

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

*sec.* ①. On diviſera les 6 ③, par 3 ②, donne quotient, & ſolution 2 ①; dont la demonſtration par la valeur des termes eſt telle:

| | | | |
|---|---|---|---|
| 6 ③ D *sec.* ①. | 3 ②. | 1. *sec.* ①. | 2 ①. |
| 3 ②. | 3 ②. | 2 ①. | 2 ①. |

Mais ſi la poſtpoſée quantité fuſt diviſée par poſitive, on multipliera alors la poſitive du premier terme, par le ſecond terme, & le produict ſera la valeur des poſtpoſées quantitez. Soyent par exemple trois termes donnez tels: le premier 3 *sec.* ① D ①, le ſecond 6 ①, le troiſieſme 1 *sec.* ①: On multipliera le ſecond terme 6 ①, par la 1 ① du premier terme; faict 6 ② pour valeur des 3 *sec.* ①: Mais 3 *sec.* ① vallans 6 ②, ergo 1 *sec.* ① (pour quatrieſme proportionel requis) vaudra 2 ②. Dont la demonſtration par la valeur des termes, eſt telle:

| | | | |
|---|---|---|---|
| 3 *sec.* ① D ①. | 6 ①. | 1 *sec.* ①. | 2 ②. |
| 6 ①. | 6 ①. | 2 ②. | 2 ②. |

Que la valeur de 3 *sec.* ① D ①, ſoit 6 ①, eſt manifeſte, par ce que 1 *sec.* ① vallant 2 ②, la 1 *sec.* ① D ①, vaudra 2 ①, & par conſequent les 3 *sec.* ① D ①, vaudront 6 ①. Et appert que 2 ② ſont leur quatrieſme proportionel; ce qu'il falloit demonſtrer.

Et ſemblablement pourrions nous donner autres exemples de quantitez diviſées, comme nous avons faict cy deſſus des multipliées, ne fuſt que ces diviſées fuſſent par icelles multipliées aſſez manifeſtes.

*Concluſion.* Eſtant doncques donnez trois termes deſquels le premier poſitive quantité multipliée ou diviſée, &c. ce qu'il falloit faire.

## DE L'ORIGINE DE LA CONSTRVCTION DV PRECEDENT PROBLEME.

Puis que le produict cy deſſus de 1 ①, multiplié par 1 *sec.* ①, eſt egal par l'hypotheſe, à 5 ③ — 2 ①, c'eſt choſe claire, que 1 *sec.* ① ſera egal au quotient de la diviſion de 5 ③ — 2 ①, par 1 ①, comme le ſemblable eſt vulgaire en computations communes. Par exemple, ſi le produict de 3 par 2, eſt egal à 6, ergo le 2 eſt egal au quotient de la diviſion de 6 par 3.

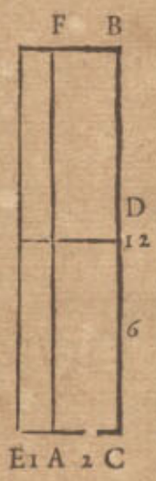
Et le meſme ſe demonſtre de la poſitive quantité du premier terme, diviſée par poſtpoſée. Par exemple: Puis que le quotient de 6 ③, diviſées par 1 *sec.* ①, eſt egal par l'hypotheſe, a 3 ②, c'eſt choſe claire, que 1 *sec.* ①, ſera egale, au quotient de la diviſion de 6 ③, par les 3 ②, comme le ſemblable eſt vulgaire, en computations communes. Par exemple, ſi le quotient de 6 par 3, eſt egal à 2, ergo 3 eſt egal au quotient de la diviſion de 6 par 2. Et le meſme ſe demonſtre de la poſtpoſée quantité du premier terme diviſée par poſitive quantité. Par exemple: Puis que le quotient de 3 *sec.* ① diviſées par 1 ①, ſont egales par l'hypotheſe à 6 ①, c'eſt choſe claire, que 3 *sec.* ①, ſeront egales au produict de 6 ① par la 1 ①, comme le ſemblable eſt vulgaire en computations communes. Par exemple, ſi le quotient de 6 par 3 eſt egal à 2, ergo 6 eſt egal au produict de 2 par 3. donc 3 *sec.* ① D ① vallans 6 ①, les 3 *sec.* ① vaduront 6 ②, & par conſequent la 1 *sec.* ① vaudra 2 ②. Laquelle origine il nous falloit declarer.

NOTA. Nous avons demonſtré au 79 & 80 probleme, l'invention du quatrieſme terme, quand il y a un nom aux egaux termes donnez, qui ſoit poſtpoſée quantité point multipliée ou point diviſée: Puis de multipliée ou diviſée. Mais quand il y a multinomie de poſtpoſées quantitez, l'invention de la poſtpoſée prime, n'eſt point encore legitimement trouvée: Toutesfois l'on peut en les operations Algebraiques aucunefois venir au requis par quelque cognue proportion, qu'il y a entre les termes donnez, & leur incognu valeur, comme la 23 queſtion du 81 probleme le demonſtre. Nous deſcritons donc 6 theoremes explicans telles proportions que nous avons colligez du livre de Cardan intitulé *Ars Magna cap.* 10. & formé à noſtre maniere: Dont le premier, ſecond, & troiſieſme theoreme, ſeront des trois ſortes des comparaiſons, qui ſe rencontrent de 1 ① M *sec.* ① à quelques *sec.* ①, & quelques ①. Mais le quatrieſme, cinquieſme, & ſixieſme theoreme, ſeront des trois ſortes de comparaiſons, qui ſe rencontrent de quelques ① M *sec.* ①, à quelques *sec.* ① & 1 ②.

### THEOREME I.

*QVand* 1 ① M sec. ① + *quelques* sec. ①, *ſont egales à quelques* ①: *Alors comme la valeur de* 1 ①, *à la valeur de* 1 sec. ①, *ainſi la ſomme de la valeur de* 1 ①, *& le nombre de multitude* sec. ①, *au nombre de multitude de* ①.

*Explication du donné.* Soyent 1 ① M *sec.* ① + 6 *sec.* ①, egales à 3 ①; Et la valeur de 1 ①, ſoit 12; Et de 1 *sec.* ① ſera neceſſairement 2. *Explication du requis.* Il faut demonſtrer le requis du theoreme. *Demonſtration Arithmetique.* Comme 12 (valeur de 1 ①) a 2 (valeur de 1 *sec.* ①) ainſi 18 (la ſomme de 12 valeur de 1 ① & 6 nombre de multitude de *sec.* ①) a 3, nombre de multitude de ①. *Autre demonſtration Geometrique.* Soit A B 1 ① M *sec.* ①, contenu ſoubs C B 1 ①, de laquelle la valeur ſoit 12, & ſoubs C A 1 *sec.* ①, de laquelle la valeur ſoit 2, deſquels le produict pour A B (comme dict eſt) ſera 1 ① M *sec.* ①, qui vaudra 24. Puis ſoit A D 6 *sec.* ①, contenu ſoubs C A 1 *sec.* ①, & ſoubs C D 6, deſquels le produict ou valeur eſt 12. Puis ſoit le rectangle E B 3 ①, contenu ſoubs C B 1 ①, & C E 3, & ſoit ledict rectangle E B, egal au rectangle A B avec A D.




Nous avons doncques en ceſte figure les egales quantitez propoſées, à ſçavoir 1 ① M *sec.* ① A B + 6 *sec.* ① A D, egales a 3 ① E B.

Or que la raiſon de C B 12 valeur de 1 ①, à A C 2 valeur de 1 *sec.* ①, eſt comme de C B 12 valeur de 1 ① avec C D 6 nombre de multitude de *sec.* ①, à E C 3 nombre de multitude de ①, eſt par leurs nombres manifeſte: Et pour demonſtrer le meſme geometriquement, il faut ſçavoir que le rectangle E B, eſt egal au rectangle A B avec A D par l'hypotheſe; Soubſtrayons doncques d'une & d'autre partie le rectangle A B, ergo reſtera E F egale à A D, doncques par la 16 propoſition du 6 d'Euclide, comme C B à A C, ainſi C D à A E, & par compoſée proportion, comme C B, à A C, ainſi C B avec C D, à A C avec A E qui eſt C E.



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

NOTA. Quand la valeur de 1 ① sera moindre que le nombre de multitude de *sec.* ①, la figure se representera d'autre forme. Par exemple: Soit 1 ① M *sec.* ① + 4 *sec.* ①, egale à 9 ①, & la valeur de 1 ① soit 2, & de 1 *sec.* ① sera 3. Et la figure (sur laquelle accordera aussi la precedente geometrique demonstration) sera telle:

Et encore seroit ce autre figure, si la valoir de 1 ①, fust egale au nombre des *sec.* ①. Ceste avertissement servira aussi aux theoremes suivans. *Conclusion.* Quand doncques 1 ① M *sec.* ① + quelques *sec.* ①, &c. ce qu'il falloit demonstrer.

## THEOREME II.

*QVand 1 ① M sec. ①, est egale à quelques sec. ① + quelques ①: Alors comme le nombre de multitude des sec. ①, à l'exces de la valeur de 1 ①, sur le nombre de multitude de sec. ①, ainsi l'exces de la valeur de 1 sec. ①, sur le nombre de multitude de ①, au nombre de multitude de ①.*

*Explication du donné.* Soit 1 ① M *sec.* ①, egale à 3 *sec.* ① + 4 ①, & la valeur de 1 ① soit 5, & de 1 *sec.* ① sera necessairement 10. *Explication du requis.* Il faut demonstrer le requis du theoreme. *Demonstration Arithmetique.* Comme 3 (nombre des *sec.* ①) à 2 (exces de 5 valeur de 1 ①, sur 3 nombre de multitude de *sec.* ①.) Ainsi 6 (exces de 10 valeur de 1 *sec.* ①, sur 4 nombre de multitude de ①) à 4, nombre de multitude de ①. *Autre demonstration Geometrique.* Soit A B 1 ① 5, & A C 1 *sec.* ① 10, leur produict C B sera 1 ① M *sec.* ① 3. Puis soit A D 3, nombre de multitude des *sec.* ①, doncques C D sera 3 *sec.* ①. Puis soit menée la ligne E F G, ainsi que E D soit egal à F H, & soit A E 4, nombre de multitude de ①, ergo E B sera 4 ①. Nous avons doncques en ceste figure, les egales quantitez proposées, a sçavoir 1 ① M *sec.* ① en C B, egales à 3 *sec.* ① en C D + 4 ① en E B.

Or que la raison de A D 3 (nombre de multitude de *sec.* ①) à D B 2 (exces de A B 5, valeur de 1 ①, sur A D 3, nombre de multitude de *sec.* ①) est comme de E C 6 (exces de A C 10, valeur de 1 *sec.* ①, sur A E 4, nombre de multitude de ①) à A E 4 (nombre de multitude de ①) est par leurs nombres manifeste. Mais pour demonstrer le mesme geometriquement, il faut sçavoir, que F H est egale à E D, par l'hypothese: Ergo par le 16 proposition du 6 livre d'Euclide, comme A D, à F G, ou à D B, ainsi G H, ou C E, à E A. *Conclusion.* Quand doncques 1 ① M *sec.* ① est egal, &c. ce qu'il falloit demonstrer.

Cardane audict livre *Ars Magna cap.* 10. à la quatriesme demonstration dict ainsi: *Quod si productum, ex re in quantitatem, quantitatibus & rebus comparetur, consurgent duo modi tantum.* le sens est, que de la comparaison de 1 ① M *sec.* ① à quelques *sec.* ①, & quelques ①, procedent seulement deux manieres, à sçavoir celles des deux theoremes precedens: Mais nous y avons apercu la troisiesme que nous descrirons en ceste sorte:

## THEOREME III.

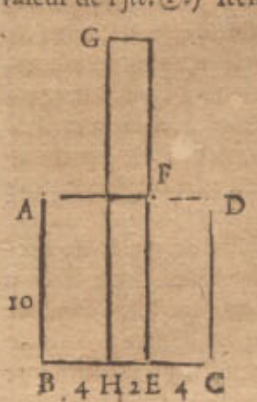
*QVant quelques sec. ①, sont egales à 1 ① M sec. ① + quelques ①: Alors comme l'exces du nombre de multitude des sec. ①, sur la valeur de 1 ①, à la valeur de 1 ①, ainsi le nombre de multitude de ①, à la valeur de 1 sec. ①.*

*Explication du donné.* Soyent 10 *sec.* ①, egales à 1 ① M *sec.* ① + 3 ①; Et la valeur de 1 ① soit 4, & de 1 *sec.* ① sera necessairement 2. *Explication du requis.* Il faut demonstrer le requis du theoreme. *Demonstration Arithmetique.* Comme 6 (exces du nombre de multitude des 10 *sec.* ①, sur la valeur de 1 ① 4) à 4 (valeur de 1 ①) ainsi 3 (nombre de multitude des 3 ①) à 2, valeur de 1 *sec.* ①. *Autre demonstration Geometrique.* Soit A B 1 *sec.* ① 2, & A C 10, nombre de multitude de *sec.* ①, leur produict sera C B 10 *sec.* ①. Puis soit faict le rectangle D E egal à C F, & soit D A 1 ①. de laquelle la valeur 4, & A E, soit 3. Nous avons doncques en ceste figure les egales quantitez proposées; Car D B est 1 ① M *sec.* ①, & D E 3 ①, lesquelles ensemble sont egales à C B 10 *sec.* ①. Or que la raison de C D 6 (exces de A C 10 nombre de multitude de *sec.* ①, sur D A 4, valeur de 1 ①) à D A 4 (valeur de 1 ①) est comme A E 3 (nombre de multitude de ①) à A B 2 (valeur de 1 *sec.* ①) est par leurs nombres manifeste. Mais pour demonstrer le mesme geometriquement, faut sçavoir que C F est egale à la D E par l'hypothese. Ergo par la 16 proposition du 6 liyre d'Euclide, comme C D à D A, ainsi A E à D F ou à A B. *Conclusion.* Quand doncques quelque *sec.* ① sont egales à &c, ce qu'il falloit demonstrer.

## THEOREME IV.

*QVand 1 ②, est egale à quelques ① M sec. ① + quelques sec. ①: Alors comme la valeur de 1 ①, à la valeur de 1 sec. ①, ainsi le nombre de multitude de sec. ①, à l'exces de la valeur de 1 ①, sur le produict du nombre de multitude des ①, par la valeur de 1 sec. ①. Item la valeur de 1 ①, est moyen proportionel, entre la valeur de 1 sec. ①, & la somme du nombre de multitude des sec. ①, & la valeur des ①.*

*Explication du donné.* Soit 1 ② egale à 3 ① M *sec.* ① + 2 *sec.* ①; Et la valeur de 1 ① soit 10, & de 1 *sec.* ① sera necessairement 2. *Explication du requis.* Il faut demonstrer le requis du theoreme. *Demonstrat. Arithmetique.* Comme 10 (valeur de 1 ①) à 2 (valeur de 1 *sec.* ①) Ainsi 20 (nombre de multitude des *sec.* ①) à 4 (exces de 10 valeur de 1 ①, sur 6 produict de 3 nombre de multitude des ①, par 2 valeur de 1 *sec.* ①.) Item 10 (valeur de 1 ①) est moien proportionel entre 2 (valeur de 1 *sec.* ①) & 50 somme de 20 nombre des *sec.* ① & de 30 valeur des 3 ①. *Autre demonstrat. Geometrique.* Soit A B 1 ① 10, & A B C D, sera 1 ②. Puis soit menée la ligne E F, ainsi que A E soit 3 ① M *sec.* ①. Puis soit descript le rectangle G E, egal au rectangle F C, & soit E H, 1 *sec.* ① 2, & H G 20: Ergo G E faict 20 *sec.*




Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

20 *sec.* ①. Nous avons doncques en ceste figure les egales quantitez donnees. Or que la raison de A B 10 (valeur de 1 ①) à H E 2 (valeur de 1 *sec.* ①) est comme G H 10 (nombre de multitude des *sec.* ①) à E C 4 (exces de C B 10 valeur de 1 ① sur E B 6) est par leurs nombres manifeste.

Mais pour demonstrer ceci geometriquement, il faut sçavoir que F C, est egal à G E par l'hypothese; Ergo par la 16 proposition du sixiesme livre d'Euclide, comme D C ou A B, à H E, ainsi G H, à E C.

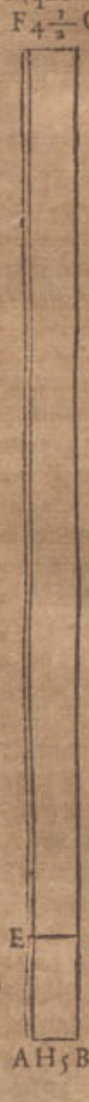
*Conclusion.* Quand doncques 1 ② est egale à quelques, &c. ce qu'il falloit demonstrer.

### THEOREME V.

*QVand 1 ① M sec. ①, est egale à quelques ② + quelques sec. ①: Alors comme la valeur de 1 sec. ①, à la valeur de 1 ①, ainsi l'exces de la valeur de 1 sec. ①, sur le produict de la valeur de 1 ①, par le nombre de multitude des ②, au nombre de multitude des sec. ①. Item la valeur de 1 ① est moyen proportionel, entre le quotient procedant de la division de la valeur de la sec. ①, par le nombre de multitude des ②, & la reste procedante de la soubstraction du nombre des sec. ①, de la valeur de 1 ①.*

*Explication du donné.* Soit 1 ① M *sec.* ① egale 2 2 ② + $4\frac{1}{2}$ *sec.* ①; Et la valeur de 1 ① soit 5, & de 1 *sec.* ① sera necessairement 100. *Explication du requis.* Il faut demonstrer le requis du theoreme. *Demonstration Arithmetique.* Comme 100 (valeur de 1 *sec.* ①) à 5 (valeur de 1 ①) Ainsi 90 (exces de 100 valeur de 1 *sec.* ①, sur 10 produict de 5 valeur de 1 ①, par 2 nombre des ②) à $4\frac{1}{2}$ (nombre de multitude des *sec.* ①.)

Item 5 (valeur de 1 ①) est moyen proportionel entre 50 (quotient procedant de la division de 100 valeur de la *sec.* ①, par le nombre des ②) & $\frac{1}{2}$ (reste procedant de la soubstraction de $4\frac{1}{2}$ nombre de multitude des *sec.* ① de 5 valeur de 1 ①) *Autre demonstrat. Geometr.* Soit A B 1 ① 5, & B C 1 *sec.* ① 10, doncques A C, est 1 ① M *sec.* ①, la mesme soit egale à 3 ② + $4\frac{1}{2}$ *sec.* ①. Puis soit la ligne B D, double à la A B (double par ce que le nombre de multitude de ② est 2) Doncques (veu que A B est 1 ①, & B D 2 ①) le rectangle A D, sera 2 ②, & la reste E C sera $4\frac{1}{2}$ *sec.* ①. Puis soit menée la ligne F H, ainsi que F B soit egale à E C, donc E C sera $4\frac{1}{2}$ *sec.* ①, à sçavoir F C $4\frac{1}{2}$, par C B 1 *sec.* ①.




Nous avons doncques en ceste figure les egales quantitez donnees. Or que la raison de B C 100 (valeur de 1 *sec.* ①) à A B 5 (valeur de 1 ①) est comme D C 90 (exces de C B 100 valeur de 1 *sec.* ①, sur D B 10 produict de 5, valeur de A B 1 ①, par 2, nombre des ②) à F C $4\frac{1}{2}$ (nombre de multitude des *sec.* ①) est par leurs nombres manifeste: Mais pour demonstrer le mesme geometriquement, faut sçavoir que F B, est egal à E C, par l'hypothese: Ergo par la 16 proposition du 6 livre d'Euclide, comme B C, à E D, ou A B, ainsi D C, à F C.

*Conclusion.*

Quand doncques 1 ① M *sec.* ①, est egale à quelques ②, &c. ce qu'il falloit demonstrer.

### THEOREME VI.

*QVand quelques sec. ①, sont egales à 1 ① M sec. ① + quelques ②: Alors comme le nombre de multitude des sec. ①, à la somme de la valeur de 1 sec. ①, & le produict du nombre de multitude des ②, par la valeur de 1 ①, ainsi la valeur de 1 ①, à la valeur de 1 sec. ①. Item la valeur de 1 ① est moyen proportionel entre la valeur de 1 sec. ①, & le quotient procedant de la division de l'exces du nombre de multitude des sec. ①, sur la valeur de 1 ①, par le nombre des ②.*

*Explication du donné.* Soyent 4 *sec.* ① egales à 1 ① M *sec.* ① + 6 ②. Et la valeur de 1 ① soit 2, & de 1 *sec.* ① sera necessairement 12. *Explication du requis.* Il faut demonstrer le requis du theoreme. *Demonstration Arithmetique.* Comme 4 (nombre de *sec.* ①) à 24 (somme de 12 valeur de 1 *sec.* ①, & 12 produict de 6 nombre de multitude des ② par 2 valeur de 1 ①) ainsi 2 (valeur de 1 ①) à 12 (valeur de 1 *sec.* ①.)

Item 2 (valeur de 1 ①) est moyen proportionel entre 12 (valeur de 1 *sec.* ①) & $\frac{1}{3}$ (quotient procedant de la division de 2 exces de 4 nombre de multitude des *sec.* ①, sur 2 valeur de 1 ①, par 6 nombre des ②.)

*Autre demonstration Geometrique.* Soit A B 1 *sec.* ① 12, & B C 4; Doncques C A seront 4 *sec.* ① egales par l'hypothese, à 1 ① M *sec.* ① + 6 ②, les mesmes soyent D E, à sçavoir D A 1 ① 2, parquoy D B 1 ① M *sec.* ①, & B E, sera sextuple à F B 1 ①, c'est à dire que B E sera 6 ①, ergo F E 6 ②.

Nous avons doncques en ceste figure les egales quantitez donnees. Or que la raison de C B 4 (nombre de multitude des *sec.* ①) à A E 24 (somme de A B 12 valeur de 1 *sec.* ①, & B E 12 produict de 6 nombre de multitude des ② par 2 valeur de 1 ①) est comme D A 2 (valeur de 1 ①) à A B 12 (valeur de 1 *sec.* ①) est par leurs nombres manifeste.

Mais pour demonstrer le mesme geometriquement faut sçavoir que C A est egal à D E par l'hypothese: Ergo par la 16 proposition du 6 livre d'Euclide, comme C B, à A E, ainsi D A, à A B. *Conclusion.* Quand doncques quelques *sec.* ① sont egales à &c. ce qu'il falloit demonstrer.

Estant doncques ainsi achevée la reigle de proportion des quantitez, nous viendrons à leur reigle de faux. Il est bien vray que suivant l'ordre des nombres Arithmetiques & Radicaux precedens, qu'il nous fauldroit premierement descrire la reigle de proportionelle partition des quantitez, qui seroit chose assez facile, mais ne voyant pour le present leur utilité nous la passerons oultre.

## Sixiesme distinction, de la reigle des faux des nombres algebraiques, dicte reigle de ALGEBRE.

### PROBLEME LXXXI.

*ESTant proposé question qui se solve par Algebre: La solver par Algebre.*

Or nous sommes venuz au dernier probleme de ce livre, qui est de la tressinguliere & admirable Reigle d'Alge-

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

d'Algebre, l'Inexhauſte fontaine d'infiniz Theoremes Arithmetiques, Revelatrice des myſteres cachez en nombres: De laquelle nous avons declaré la methode par ſimilitude, en nombres Arithmetiques, au 16 probleme, nous la demonſtrerons maintenant par effect en la choſe meſme. Mais avant que nous y venons, il faut encore dire un mot, à ſçavoir: Comme il eſt meſtier à l'apprentif, avant qu'il vienne à la reigle de faux des nombres Arithmetiques (que nous avons deſcript audict 16 probleme) qu'il cognoiſſe les lettres des cyffres, qu'il ſcache les quatre generales numerations, & la reigle de trois des nombres Arithmetiques, qui au paravant avoient eſté deſcriptes, ſans lequel il commenceroit deſordonneement, & à peu de prouffit, à icelle Reigle des faux, parce qu'elles ſont matiere & inſtrumens, par leſquels il faut operer: Tout ainſi eſt il neceſſaire, avant que venir à ceſte Reigle de Faux, ou Algebre, que l'on cognoiſſe ſes propres characteres, ſes quatre numerations generales, Reduction, & Reigle de proportion de ſes nombres Algebraiques. Leſquelles ſont copieuſement deſcriptes aux precedens, & ſans la cognoiſſance d'icelles, on commencera deſordonneement, & à peu d'utilité, parce qu'elles ſont auſſi matiere & inſtrumens, neceſſaires à l'operation d'icelle.

Item comme il n'eſtoit pas là le lieu, d'enſeigner ou repeter la maniere Ajouſter, Soubſtraire, Multiplier, Diviſer, &c. des nombres Arithmetiques, Mais cela ſe faiſoit au paravant en ſon propre lieu: Ainſi ne ſera ce pas ici le lieu de repeter en ceſte operation la maniere d'Ajouſter, Soubſtraire, Multiplier, Diviſer, Reduire, trouver quatrieſme proportionel, des nombres Algebraiques; Car cela confondroit & noſtre diſtinct ordre, & meſme l'apprentif; mais il faut que tout ceci s'apprenne aux precedens; Ce que nous conſeillons de faire à ceux qui en requirent facilement parvenir à chef.

## QVESTION I.

*TRouvons un nombre, qui avec ſa moitie, face* 18.

### CONSTRVCTION.

| | |
|---|---|
| Soit le nombre requis | $1①$ |
| Sa moitie | $\frac{1}{2}①$ |
| Leur ſomme | $1\frac{1}{2}①$ |
| Egale à | 18 |

Puis on mettra une ligne, joignant les nombres algebraiques, & alors leur diſpoſition ſera comme cy deſſus.

Puis on dira, $1\frac{1}{2}①$ eſt egale, ou vaut 18, combien $1①$? faict par le 67 probl. 12. Doncques $1①$ premier en l'ordre vaut 12. & la $\frac{1}{2}①$ ſecond en l'ordre vaudra (par le 66 probleme) 6, & la $1\frac{1}{2}①$ troiſieſme en l'ordre vaudra 18; Leſquelles valeurs ſe mettront chaſcune joignant ſa quantité, & ſera alors la diſpoſition des characteres de la conſtruction (leſquelles nous deſcrirons autre fois en ceſte premiere queſtion pour plus grande evidence) comme ci deſſous:

| | | |
|---|---|---|
| Soit le nombre requis | $1①$ | 12 |
| Sa moitie | $\frac{1}{2}①$ | 6 |
| Leur ſomme | $1\frac{1}{2}①$ | 18 |
| Egale à | 18 | 18 |

Je di que 12 eſt le nombre requis. *Demonſtration.* 12 avec ſa moitie 6, faict ſelon le requis 18; ce qu'il falloit demonſtrer.

NOTA. Semblable ſera la methode, en toutes les queſtions ſuivantes; à ſçavoir apres que (par operation conforme à la petition) on aura trouvé deux quantitez egales, on trouvera par icelles la valeur de $1①$, par quelque probleme des problemes 67 68.69.70.71.72.73.74. 75.76.77.78.79.80. à luy reſpondant; qui eſtant cognu, on trouvera par la meſme valeur de $1①$, la valeur de toutes les quantitez en l'ordre, par le 66 probleme; & l'on aura les nombres requis à la propoſition.

L'on peut auſſi ſouventesfois trouver les autres nombres requis par le premier nombre trouvé, ſans trouver par le 66 probleme la valeur des quantitez de l'ordre. Par exemple, ſçachant cy deſſus que le nombre requis eſt 12, nous pourrions prendre ſa moitie, qui eſt 6, & l'ajouſter à 12, faict ſelon le requis 18: de ſorte que par l'une & l'autre maniere l'on vient à la deſirée ſolution; Mais par ce qu'il avient ſouventesfois, que la raiſon du nombre premier trouvé eſt aux autres nombres requis trop obſcure, voire aucunefois pas determinee, comme il apparoiſtra en pluſieurs queſtions du ſecond livre de Diophante, & autres ſuivants; l'on trouvera alors la valeur des quantitez en l'ordre, comme deſſus, par le moyen du 66 probleme.

Item la ou (au commencement de la conſtruction) nous avons poſé pour le nombre requis $1①$: On peut poſer nombre algebraique quelconque, & tel qui en l'operation nous ſemblera le plus commode, ſelon la qualité de la queſtion. Par exemple, ſi à cauſe d'eviter fraction, nous euſſions voulu poſer pour le nombre requis, $2①$, ſa moitie ſera $1①$, ſont enſemble $3①$, egales à 18, & par le 67 probleme $1①$ vaudroit 6: Ergo les propoſées $2①$ (par le 66 probleme) vaudroient 12, qui eſt le meſme, ce que deſſus valoit la poſée $1①$, & nous vient la meſme ſolution.

Prennons autrefois pour nombre requis $4②$, ſa moitie ſera $2②$, ſont enſemble $6②$ egales à 18, & par le 78 probleme $1①$ vaudra $\sqrt{3}$; Ergo les $4②$ par le 66 probleme vaudront comme deſſus 12. Et ainſi d'autres quantitez quelconques.

## QVESTION II.

*PArtons 5 en deux parties telles, que leur produict ſoit* 6.

### NOTA.

Nous dirons icy encore une fois pour tout, que les nombres derriere la ligne, ſont les nombres de la ſolution; à ſçavoir les valeurs des nombres algebraiques, auſquels ils correſpondent, & ſe mettent apres que la valeur de $1①$ eſt trouvée.

### CONSTRVCTION.

| | | |
|---|---|---|
| Soit l'une partie | $1①$ | 5 |
| Et l'autre ſera neceſſairement | $-1①+5$ | 2 |
| Leur produict | $-1②+5①$ | 6 |
| Egales à | 6 | |

Leſquels termes reduicts, par la 4 reigle devant le 66 probleme, à ſçavoir mettant la ſuperieure quantité ſeule, &c. $1②$ ſera egale à $5①-6$, & par le 68 probleme, $1①$ vaudra 3, ou 2 ſoit 3.

Je di que 3 & 2 ſont les nombres requis. *Demonſtration.* Que 3 & 2 ſont les parties de 5, eſt notoire, & leur produict eſt 6 ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

QVE-

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

## QVESTION III. QVI ENSEMBLE LES IVe. Ve. VIe. QVESTIONS SVIVANTES, servent à l'origine des extractions des racines quarrées, des multinomies radicaux du 39 probleme.

*TRouvons deux nombres tels, que leurs quarrez facent 7, & que l'un quarré soubstraict de l'autre, reste 1.*

CONSTRVCTION.

| | | |
|---|---|---|
| Soit le premier nombre requis | 1 ① | 2 |
| Son quarré pour premier quarré | 1 ② | 4 |
| Ergo le second quarré (puis qu'avec le premier quarré il doit faire 7) sera necessairement | — 1 ② + 7 | 3 |
| Sa racine quarrée, pour le second nombre requis. | $\sqrt{}$ *bino.* — 1 ② + 7 | $\sqrt{3}$ |
| Difference des quarrez | 2 ② — 7 | 1 |
| Egale à | 1 | |

Lesquels termes reduicts, 2 ② seront egales à 8; Et par le 78 probleme 1 ① vaudra 2.

Je di, que 2 & $\sqrt{3}$ sont les deux nombres requis.

*Demonstration.* Les deux quarrez de 2 & de $\sqrt{3}$, qui sont 4 & 3, font ensemble 7. Item soubstraict 3 de 4 reste 1, selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

NOTA. L'on pourroit encore faire ceste construction ainsi:

| | | |
|---|---|---|
| Soit le premier nombre requis | 1 ① | $\sqrt{3}$ |
| Son quarré pour le premier quarré | 1 ② | 3 |
| Ergo le second quarré (puis que du premier il doibt differer en 1) sera + 1 ou — 1, soit | 1 ② + 1 | 4 |
| Sa racine quarrée pour le second nombre requis | $\sqrt{}$ *bino.* 1 ② + 1 | 2 |
| Somme des quarrez | 2 ② + 1 | 7 |
| Egale à | 7 | |

Lesquels termes reduicts 2 ② seront egales à 6; Et par le 78 probleme 1 ① vaudra $\sqrt{3}$. & les deux nombres requis seront comme dessus 2 & $\sqrt{3}$.

## QVESTION IV.

*TRouvons deux nombres tels, que le double de leur produict soit $\sqrt{48}$, & la somme de leurs quarrez 7.*

CONSTRVCTION.

| | | |
|---|---|---|
| Soit le premier nombre requis. | 1 ① | 2 |
| Ergo le second nombre (puis qu'il faut que le double du produict du premier & second soit $\sqrt{48}$) sera | $\frac{\sqrt{12}}{1\,①}$ | $\sqrt{3}$ |
| Le quarré du premier nombre est | 1 ② | 4 |
| Le quarré du second nombre est | $\frac{3}{1\,①}$ | 3 |
| La somme des quarrez | $\frac{1\,② + 12}{1\,②}$ | 7 |
| Egale à | 7 | |

Lesquels termes reduicts, 1 ④ sera egale à 7 ② — 12. Et par le 78 probleme 1 ① vaudra 2.

Je di, que 2 & $\sqrt{3}$ sont les deux nombres requis. *Demonstration.* Le produict de 2 & $\sqrt{3}$, est $\sqrt{12}$, son double $\sqrt{48}$; Item la somme des quarrez de 2 & $\sqrt{3}$, est 7, selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

NOTA. L'on pourroit encore faire ceste construction ainsi:

| | | |
|---|---|---|
| Soit le premier nombre requis | 1 ① | 2 |
| Son quarré pour le premier quarré | 1 ② | 4 |
| Ergo le second quarré (puis qu'avec le premier quarré il doibt faire 7) sera necessairement | — 1 ② + 7 | 3 |
| Sa racine quarrée pour le second nombre requis | $\sqrt{}$ *bino.* — 1 ② + 7 | $\sqrt{3}$ |
| Produict du premier & second nombre, est $\sqrt{}$ *bino.* — 1 ④ + 7 ②, son double | $\sqrt{}$ *bino.* — 4 ④ + 28 ② | $\sqrt{48}$ |
| Egales à | $\sqrt{48}$ | |

Lesquels termes reduicts 1 ④ sera egale à 7 ② — 12; Et par le 78 probleme, 1 ① vaudra 2, & les deux nombres requis seront comme dessus 2 & $\sqrt{3}$.

## QVESTION V.

*TRouvons trois nombres tels, que le double du produict du premier & second, soit — $\sqrt{60}$; Et le double du produict du premier par le troisiesme, soit $\sqrt{40}$; Et le double du produict du second par le troisiesme, soit — $\sqrt{24}$.*

CONSTRVCTION.

| | | |
|---|---|---|
| Soit le premier nombre requis | 1 ① | $\sqrt{5}$ |
| Ergo le second (puis qu'il faut que le double du produict du premier & second soit — $\sqrt{60}$) sera | $\frac{-\sqrt{15}}{1\,①}$ | — $\sqrt{3}$ |
| Et le troisiesme (puis qu'il faut que le double du produict du premier & troisiesme soit $\sqrt{40}$) sera | $\frac{\sqrt{10}}{1\,①}$ | $\sqrt{2}$ |
| Le produict du second $\frac{-\sqrt{15}}{1\,①}$ & troisiesme $\frac{\sqrt{10}}{1\,①}$ est | $\frac{=\sqrt{600}}{1\,②}$ | — $\sqrt{24}$ |
| Egal à | — $\sqrt{24}$ | |

Lesquels termes reduicts — $\sqrt{24}$ ✕ ② seront egales à — $\sqrt{600}$; Et par le 78 probleme, 1 ① vaudra $\sqrt{5}$.

Je di que $\sqrt{5}$ & — $\sqrt{3}$ & $\sqrt{2}$ sont les trois nombres requis. *Demonstration.* Le produict de $\sqrt{5}$ & — $\sqrt{3}$, est — $\sqrt{15}$, son double — $\sqrt{60}$; Item le produict de $\sqrt{5}$ & $\sqrt{2}$, est $\sqrt{10}$, son double $\sqrt{40}$; Item le produict de — $\sqrt{3}$ & $\sqrt{2}$, est — $\sqrt{6}$, son double — $\sqrt{24}$, selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

## QVESTION VI.

*TRouvons quatre nombre tels, que le double du produict du premier & second, soit $\sqrt{140}$; Et du premier & troisiesme $\sqrt{84}$; Et du second & troisiesme $\sqrt{60}$; Et du premier & quatriesme — $\sqrt{56}$; Et du second & quatriesme — $\sqrt{40}$; Et du troisiesme & quatriesme — $\sqrt{24}$.*

CONSTRVCTION.

| | | |
|---|---|---|
| Soit le premier nombre requis | 1 ① | $\sqrt{7}$ |
| Ergo le second | $\frac{\sqrt{35}}{1\,①}$ | $\sqrt{5}$ |
| Ergo le troisiesme | $\frac{\sqrt{21}}{1\,①}$ | $\sqrt{3}$ |
| Ergo le quatriesme | $\frac{-\sqrt{14}}{1\,①}$ | — $\sqrt{2}$ |
| Double du produict du second & troisiesme | $\frac{\sqrt{2940}}{1\,②}$ | $\sqrt{60}$ |
| Double du produict du second & quatriesme | $\frac{=\sqrt{1960}}{1\,②}$ | — $\sqrt{40}$ |
| Double du produict du troisiesme & quatriesme | $\frac{=\sqrt{1176}}{1\,②}$ | — $\sqrt{24}$ |
| Somme de ces trois produicts (quand aux autres produicts requis les mesmes se trouvẽt selon la question) est | $\frac{\sqrt{2940} - \sqrt{1960} - \sqrt{1176}}{1\,②}$ | $\sqrt{60} - \sqrt{40} - \sqrt{24}$ |
| Egale à | $\sqrt{60} - \sqrt{40} - \sqrt{24}$ | |

Lesquels termes reduicts $\sqrt{60}$ ✕ ② + $\sqrt{40}$ ✕ ② — 24 ✕

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

24 ✕ ② seront egales à √ 2940 — √ 1960 — √ 1176; Et par le 78 probleme 1 ① vaudra √ 7.

Je di, que √ 7, & √ 5, & √ 3, & — √ 2, sont les quatre nombres requis. *Demonstration.* Le double du produict de √ 7 & √ 5, est √ 140; Et de √ 7 & √ 3, est √ 84; Et de √ 5 & √ 3, est √ 60; Et de √ 7 & — √ 2 est — √ 56; Et de √ 5 & — √ 2 est — √ 40; Et de √ 3 & — √ 2, est — √ 24, selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

## QVESTION VII, LAQVELLE ENSEMBLE LES QVESTIONS SVIVANTES jusques à la 18 servent aux origines des constructions des problemes 69. 71. 72. 73. 75. 76. 77.

*TRouver deux nombres tels, que leur produict soit 2, & la somme de leurs cubes 40.*

### CONSTRVCTION.

| | |
|---|---|
| Soit le premier nombre requis 1 ① | √ ③ *bino.* 20 + √ 392 |
| Ergo le second nombre, à fin que le produict du premier & second soit 2 (qui se trouve divisant 2 par 1 ①) sera $\frac{2}{1\,①}$ | $\sqrt{3\ \frac{8}{20+\sqrt{392}}}$ |
| Le cube du premier nombre 1 ③ | 20 + √ 392 |
| Le cube du second nombre $\frac{8}{1\,③}$ | $\frac{8}{20+\sqrt{392}}$ |
| Somme des cubes 1 ③ + $\frac{8}{1\,③}$ | 40 |
| Egale à 40 | |

Lesquels reduicts 1 ⑥ sera egale à 40 ③ — 8; Et par le 78 probleme 1 ① vaudra √ 3 *bino.* 20 + √ 392.

Je di que √ ③ *bino.* 20 + √ 392 & √ ③ $\frac{8}{20+\sqrt{392}}$ sont les deux nombres requis. *Demonstration.* Leur produict par le 40 probleme est 2, & la somme de leurs cubes par le 28 probleme est 40, selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

NOTA. Ceste question (comme nous avons dict à l'origine du 69 probleme) sert pour declaration de la construction du mesme 69 probleme; Mais il faut sçavoir qu'icelle construction est colligée des nombres procedans de l'invention du valeur de 1 ①, quand 1 ⑥ vaut 40 ③ — 8.

Quant à ce que l'on prent la pour le deuxiesme nombre √ ③ *bino.* 20 — √ 392, & que nous trouvons icy √ ③ $\frac{8}{20+\sqrt{392}}$, il faut sçavoir, que c'est tout le mesme par le 27 probleme. car divisant le numerateur 8 par le nominateur 20 + √ 392, &c. Doncques pour eviter fraction, on prent la tousiours le binomie disioinct, respondant au premier conjoinct. Et le semblable s'entendra sur la 8 question suivante.

## QVESTION VIII.

*TRouvons deux nombres tels, que leur produict soit 2, & la difference de leurs cubes 20.*

### CONSTRVCTION.

| | |
|---|---|
| Soit le premier nombre requis 1 ① | √ ③ *bino.* √ 108 + 10 |
| Ergo le second nombre à fin que le produict du premier & second soit 2 sera $\frac{2}{1\,①}$ | $\sqrt{3\ \frac{8}{\sqrt{108}+10}}$ |
| Le cube du premier nombre 1 ③ | √ 108 + 10 |
| Le cube du second nombre $\frac{8}{1\,③}$ | $\frac{8}{\sqrt{108}+10}$ |
| Difference des cubes est 1 ③ — $\frac{8}{1\,③}$ ou bien — 1 ③ + $\frac{8}{1\,③}$ soit 1 ③ — $\frac{8}{1\,③}$ | 20 |
| Egale à 20 | |

Lesquels reduicts 1 ⑥ sera egale à 20 ③ + 8; Et par le 78 probleme 1 ① vaudra √ ③ *bino.* √ 108 + 10.

Je di que √ ③ *bino.* √ 108 + 10 & √ ③ $\frac{8}{\sqrt{108}+10}$ sont les deux nombres requis. *Demonstration.* Leur produict (par le 40 probleme) est 2, & la difference de leurs cubes (par le 29 probleme) est 20, selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

## QVESTION IX.

*TRouvons un nombre cubique, qui avec — 6, face autant comme le costé dudict cube, multiplié par 7.*

### CONSTRVCTION.

| | |
|---|---|
| Soit le nombre cubique 1 ③ | 27 |
| Auquel ajousté — 6 faict 1 ③ — 6 | 21 |
| Egal à 1 ① (costé cubique du premier en l'ordre) multiplié par 7 qui est a 7 ① | 21 |

Lesquels reduicts, 1 ③ sera egale a 7 ① + 6; Et par le 66 probleme 1 ① vaudra 3.

Je di, que 27 est le nombre requis. *Demonstration.* 27 est le nombre cubique qui avec 6 faict 21. Aussi faict 21, le costé 3 dudict cube multiplié par 7; ce qu'il falloit demonstrer.

## QVESTION X.

*TRouvons deux nombres tels, que leur produict soit 400, & du cube de l'un, soubstraicts les six quarrez du mesme nombre, la reste soit 400.*

### CONSTRVCTION.

| | |
|---|---|
| Soit le premier nombre requis 1 ① | 40 |
| Le second doncques sera necessairement $\frac{400}{1\,①}$ | 10 |
| Son cube $\frac{64000000}{1\,③}$ | 1000 |
| Duquel soubstraict les six quarrez du second en l'ordre, qui sont $\frac{960000}{1\,③}$ | 600 |
| Reste $\frac{-960000\,③+64000000}{1\,③}$ | 400 |
| Egal à 400 | |

Lesquels reduicts, 1 ③ sera egale a — 2400 ① + 160000, & par la 2 differ. du 69 prob. la 1 ① vaudra 40.

Je di, que 40 & 10, sont les deux nombres requis. *Demonstration.* Le produict de 40 & 10, est 400, & du cube du 10, qui est 1000, soubstraict 600, pour les six quarrez de 10, reste 400; ce qu'il falloit demonstrer.

## QVESTION XI.

*TRouvons deux nombres tels, que le quarré de la moitie du premier soit egal au second, & que le produict du premier par le second + 5, soit 36.*

### CONSTRVCTION.

| | |
|---|---|
| Soit le premier nombre requis 1 ① | 4 |
| Sa moitie est $\frac{1}{2}$ ①, son quarré $\frac{1}{4}$ ②; ergo le second nombre $\frac{1}{4}$ ② | 4 |
| Produict du premier 1 ①, par le second $\frac{1}{4}$ ② + 5 est $\frac{1}{4}$ ③ + 5 ① | 36 |
| Egale à 36 | |

Lesquels reduicts 1 ③ sera egale à — 20 ① + 144; Et par le 69 probleme 1 ① vaudra 4.

Ie di, que 4 & 4 sont les deux nombres requis. *Demonstration.* Le quarre de la moitie du premier nombre

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

duict de 4 par 4 + 5 (qui eſt le premier nombre par le ſecond + 5) eſt 36, ſelon le requis, ce qu'il falloit demonſtrer.

## QVESTION XII.

*TRouvons deux nombres tels, que le quarré de la moitie du premier ſoit egal au ſecond, & que le produict du premier + 3 par le ſecond + 16, ſoit 225.*

### CONSTRVCTION.

Soit le premier nombre requis $1①$ | 6
Sa moitie eſt $\frac{1}{2}①$, ſon quarré $\frac{1}{4}②$; Ergo le ſecond nombre $\frac{1}{4}②$ | 9
Produict du premier $1① + 3$, par le ſecond $\frac{1}{4}② + 16$, eſt $\frac{1}{4}③ + \frac{3}{4}② + 16① + 48$ | 225
Egales à 225

Leſquels reduicts $1③$ ſera egale a $-3② - 64① + 708$; Et par le 71 probleme $1①$ vaudra 6.

Je di, que 6 & 9 ſont les deux nombres requis. *Demonſtration.* Le quarré de la moitie du premier nombre 6 eſt 9, & eſt egal au ſecond nombre 9; Item le produict du premier $6 + 3$, par le ſecond $9 + 16$, eſt 225, ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

## QVESTION XIII.

*TRouvons deux nombres tels, que leur produict ſoit 3, & que le produict de l'un nombre par 2, ajouſté à la potence de quatre quantité dudict un nombre, la ſomme ſoit auſſi 3.*

### CONSTRVCTION.

Soit le premier nombre requis $1①$ | 3
Ergo le ſecond nombre ſera $\frac{3}{1①}$ | 1
Qui multiplié par 2 faict $\frac{6}{1①}$ | 3
Le meſme ajouſté à la potence de quarte quantité du ſecond nombre ſecond en l'ordre, qui eſt $\frac{81}{1(3)}$ | 1
Faict $\frac{6(3)+81}{1(4)}$ | 3
Egales à 3

Leſquels reduicts, $1④$ ſera egale à $2③ + 27$; Et par le 74 probleme, $1①$ vaudra 3.

Je di, que 3 & 1 ſont les deux nombres requis. *Demonſtration.* Le produict de 3 & 1, eſt 3; Et le produict de 1 par 2 eſt 2, qui ajouſté à la potence de quarte quantité dudict 1, la ſomme eſt auſſi 3; ce qu'il falloit demonſtrer.

## QVESTION XIV.

*TRouvons deux nombres tels, que leur produict ſoit 27, & de la potence de quarte quantité de l'un, ſoubſtraicts ſes deux cubes, la reſte ſoit auſſi 27.*

### CONSTRVCTION.

Soit le premier nombre requis $1①$ | 9
Ergo le ſecond nombre ſera $\frac{27}{1①}$ | 3
Sa potence de quarte quantité $\frac{531441}{1(3)}$ | 81
De laquelle ſoubſtraicts les deux cubes du ſecond nõbre ſecond en l'ordre, qui ſont $\frac{39366}{1①}$ | 54
Reſte $\frac{-39366①+531441}{1(4)}$ | 27
Egales à 27

Leſquels reduicts, $1④$ ſera egale à $-1458① + 19683$; Et par le 72 probleme $1①$ vaudra 9.

Je di, que 9 & 3 ſont les deux nombres requis. *Demonſtration.* Le produict de 9 & 3 eſt 27; Puis de la potence de quarte quantité de 3 qui eſt 81, ſoubſtraicts les deux cubes dudict 3, qui ſont 54, la reſte eſt auſſi 27, ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

## QVESTION XV.

*TRouvons un — ⊙, qui appliqué à 1 — 3, & puis tels trois nombres multipliez par eux meſmes diſtinctement, ſelon la maniere de multiplication de quantitez algebraiques, & au dernier nombre du produict ajouſté $3\frac{1}{5}$: qu'alors le quarré de la moitie du quatrieſme, ſoit egal au produict du troiſieſme par le cincquieſme.*

### CONSTRVCTION.

Soit le nombre requis $-1①$ | $-4$
Qui appliqué a $1 - 3$ faict $1 - 3 - 1①$. multiplions les par eux meſmes diſtinctement, ſelon la maniere de multiplication des quantitez algebraiques en ceſte ſorte:

| | | | |
|---|---|---|---|
| | $1$ | $-3$ | $-1①$ |
| | $1$ | $-3$ | $-1①$ |
| | $-1①.$ | $+3①.$ | $+1②$ |
| | $-3.$ | $+9.$ | $+3①.$ |
| 1. | $-3.$ | $-1①.$ | |
| 1. | $-3.$ | $-2① + 9. + 6①.$ | $+1②$ |

Doncques le troiſieſme nombre du produict eſt $-2① + 9$ | 5
Et le quatrieſme $6①$ | 12
Et le dernier eſt $1②$, auquel ſelon la queſtion ajouſté $3\frac{1}{5}$ le dernier ſera $1② + 3\frac{1}{5}$ | $7\frac{1}{5}$
Reſte maintenant que le quarré de $3①$ (moitie du quatrieſme) qui eſt $9②$ | 36
Soit egal au produict du troiſieſme, par le dernier, qui eſt $-2③ + 9② - 6\frac{2}{5}① + 28\frac{4}{5}$ | 36

Leſquels reduicts $1③$ ſera egale à $-3\frac{1}{5}① + 14\frac{2}{5}$; Et $1①$ par le 69 probleme vaudra 2, & par conſequent la poſee $-1①$ vaudra $-2$.

Je di, que $-2$ eſt le nombre requis. *Demonſtration.* Multipliant $1 - 3 - 2$, par eux meſmes diſtinctement, ſelon la maniere de multiplication algebraique, le produict ſera $1 - 6 + 5 + 12 + 4$; Doncques le troiſieſme nombre du produict, eſt 5, & le quatrieſme 12, & le dernier 4: auquel dernier ajouſté $3\frac{1}{5}$, ſera $7\frac{1}{5}$, qui multiplié par le troiſieſme 5, faict 36 egal au quarré de 6, moitie du quatrieſme, ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

## QVESTION XVI.

*TRouvons un — ⊙ tel, que ſon quarré $+ 3\frac{1}{3}$, multiplié par la ſomme du double d'iceluy — ⊙, & le quarré de — 3, le produict ſoit egal au quarré du produict de — 3, par iceluy — ⊙ requis.*

### CONSTRVCTION.

Soit le nombre requis $-1①$ | $-2$
Son quarré eſt $1②$, auquel ajouſté $3\frac{1}{3}$ faict $1② + 3\frac{1}{3}$ | $7\frac{1}{3}$
Qui multiplié par la ſomme du double du nombre requis, & le quarré de $-3$ qui eſt par $-2① + 9$, faict $-2③ + 9② - 6\frac{2}{5}① + 28\frac{4}{5}$ | 36
Egal au quarré du produict de $-3$ par $-1①$ premier en l'ordre, qui eſt à $9②$ | 36

Leſquels reduicts $1③$ ſera egale à $-3\frac{1}{5}① + 28\frac{4}{5}$; Et par le 69 probleme $1①$ vaudra 2.

Je di, que $-2$ eſt le nombre requis. *Demonſtration.* Le quarré de $-2$ eſt 4, auquel ajouſté $3\frac{1}{5}$, faict $7\frac{1}{5}$, qui multiplié par 5 (5 pour la ſomme du double de $-2$



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

& le quarré de — 3) faict 36, qui ſont egales au quarré du produict de — 3 par iceluy — 2; ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

## QVESTION XVII.

*TRouvons un ◎, qui appliqué à 1 — 2, & puis tels trois nombres multipliez par eux meſmes diſtinctement, ſelon la maniere de multiplication des quantitez algebraiques, & au dernier nombre du produict ajouſté — 32, & au quatrieſme nombre du produict ajouſté 8: Qu'alors le quarré de la moitie du quatrieſme, ſoit egal au produict du troiſieſme par le dernier.*

### CONSTRVCTION.

| | |
|---|---|
| Soit le nombre requis 1 ① | 6 |
| Qui appliqué à 1 — 2, faict 1 — 2 + 1 ①, qui multipliez par eux meſmes diſtinctement, ſelon la maniere de multiplication des quantitez algebraiques comme nous les avons multiplié à la 15 queſtion, donnent produict 1. — 4. 2 ① + 4. — 4 ①. 1 ②. doncques le troiſieſme nombre eſt 2 ① + 4 | 16 |
| Et le quatrieſme — 4 ①, auquel ajouſté 8 fera — 4 ① + 8 | — 16 |
| Et le dernier eſt 1 ②, à laquelle ajouſté — 32 fera 1 ② — 32 | 4 |
| Reſte maintenant que le quarré de — 2 + 4 (moitie du quatrieſme) qui eſt 4 ② — 16 ① + 16 | 64 |
| Soit egal au produict du troiſieſme nombre, par le dernier, qui eſt 2 ③ + 4 ② — 64 ① — 128 | 64 |

Leſquels reduicts, 1 ③ ſera egale à 24 ① + 72, Et par le 69 probleme 1 ① vaudra 6.

Je di, que 6 eſt le nombre requis. *Demonſtration.* Multipliant 1 — 2 + 6 par eux meſmes diſtinctement, ſelon la maniere de multiplication algebraique, le produict ſera 1 — 4 + 16 — 24 + 36. Doncques le troiſieſme nombre du produict eſt 16, le quatrieſme — 24, le dernier 36, puis au dernier ajouſté — 32, & au quatrieſme 8, alors ſera le troiſieſme 16, le quatrieſme — 16, & le dernier 4; Et le quarré de — 8, moitie du quatrieſme, eſt 64, & eſt egal au produict du troiſieſme 16, par le dernier 4, ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

## QVESTION XVIII.

*TRouvons un ◎ tel, que ſon quarré — 32 multiplié par la ſomme du double d'iceluy ◎, & le quarré de — 2, le produict ſoit egal au quarré de la moitie de la ſomme de 8 & du produict d'iceluy ◎ par — 2.*

### CONSTRVCTION.

| | |
|---|---|
| Soit le nombre requis 1 ① | 6 |
| Son quarré 1 ②, auquel ajouſté — 32 faict 1 ② — 32 | 4 |
| Qui multiplié par la ſomme du double du nombre requis, & le quarré de — 2, qui eſt par 2 ① + 4, faict 2 ③ + 4 ② — 64 ① — 128 | 64 |
| Egal au quarré de la moitie de la ſomme de 8, & du double du produict de 1 ① premier en l'ordre, par — 2. c'eſt à dire, egal au quarré de — 2 ① + 4 qui eſt 4 ② — 16 ① + 16 | 64 |

Leſquels reduicts 1 ③ ſera egale à 24 ① + 72; Et par le 69 probleme 1 ① vaudra 6.

Je di, que 6 eſt le nombre requis. *Demonſtration.* Le quarré de 6 eſt 36, qui avec — 32 font 4, qui multiplié par 16 (16 pour la ſomme du double d'iceluy 6 avec le quarre de — 2) faict 64, qui ſont egales au quarré de la moitie de la ſomme de 8, & du double du produict dudict 6 par — 2, ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

## QVESTION XIX.

*TRouvons un ◎, qui appliqué à 1 — 2, & puis tels trois nombres multipliez par eux meſmes diſtinctement, ſelon la maniere de multiplication des quantitez algebraiques, & au dernier nombre du produict ajouſté — 12, & au troiſieſme nombre du produict ajouſté 4: Qu'alors le quarré de la moitie du quatrieſme, ſoit egal au produict du troiſieſme par le dernier.*

### CONSTRVCTION.

| | |
|---|---|
| Soit le nombre requis 1 ① | 4 |
| Laquelle appliquée à 1 — 2 faict 1 — 2 + 1 ①, qui multipliez par eux meſmes diſtinctement, ſelon la maniere de multiplication des quantitez algebraiques, comme nous les avons multiplié à la 11 queſtion, donnent produict: 1. — 4. 2 ① + 4. — 4 ①. 1 ②. Doncques le dernier nombre eſt 1 ②, à laquelle ajouſté — 12 faict 1 ② + 12 | 4 |
| Et le quatrieſme eſt — 4 ① | — 16 |
| Et le troiſieſme eſt 2 ① + 4, auquel ajouſté 4, faict 2 ① + 8 | 16 |
| Reſte maintenant que le quarré de — 2 ① (moitie du quatrieſme) qui eſt 4 ② | 64 |
| Soit egal au produict du troiſieſme 2 ① + 8, par le dernier 1 ② — 12, qui eſt à 2 ③ + 8 ② — 24 ① — 96 | 64 |

Leſquels reduicts 1 ③ ſera egale à — 2 ② + 12 ① + 48; Et 1 ① par le 71 probleme vaudra 4.

Je di que 4 eſt le nombre requis. *Demonſtration.* Multipliant 1 — 2 + 4 par eux meſmes diſtinctement ſelon la maniere de multiplication algebraique, le produict ſera 1 — 4 + 12 — 16 + 16: Doncques le dernier nombre du produict eſt 16, & le quatrieſme — 16, & le troiſieſme 12: puis au dernier ajouſté — 12, & au troiſieſme 4, alors ſera le dernier 4, le quatrieſme — 16, & le troiſieſme 16, & le quarré de — 8, moitie du quatrieſme, eſt 64, & eſt egal au produict du troiſieſme 16, par le dernier 4, ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

## QVESTION XX.

*TRouvons un ◎ tel, que ſon quarré — 12 multiplié par la ſomme du double d'icelui ◎, & le quarré de — 2 & 4, le produict ſoit egal au quarré du produict de — 2 par icelui ◎ requis.*

### CONSTRVCTION.

| | |
|---|---|
| Soit le nombre requis 1 ① | 4 |
| Son quarré 1 ②, auquel ajouſté — 12 faict 1 ② — 12 | 4 |
| Qui multiplié par la ſomme du double du nombre requis, & le quarré de — 2 & 4, qui eſt par 2 ① + 8, faict 2 ③ + 8 ② — 24 ① — 96 | 64 |
| Egal au quarré du produict de — 2, par 1 ① premier en l'ordre, qui eſt à 4 ② | |

Leſquels reduicts, 1 ③ ſera egale à — 2 ② + 12 ① + 48; Et 1 ① par le 71 probleme, vaudra 4.

Je di que 4 eſt le nombre requis. *Demonſtration.* Le quarré de 4 eſt 16, qui avec — 12 faict 4, qui multiplié par 16 (16 pour la ſomme du double d'iceluy 4, & le quarré de — 2 & encore 4) faict 64, qui ſont egales au quarré du produict de — 2, par le 4 trouvé, ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

QVE-

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

## QVESTION XXI.

*TRouvons un ⊙ qui appliqué à 1 + 2, & puis tels trois nombres multipliez par eux meſmes diſtinctement, ſelon la maniere de multiplication des quantitez algebraiques, & au dernier nombre du produict ajouſté 33, & au quatrieſme 40, & au troiſieſme 4: Qu'alors le quarré de la moitie du quatrieſme, ſoit egal au produict du troiſieſme, par le dernier.*

### CONSTRVCTION.

| | |
|---|---|
| Soit le nombre requis 1① | 4 |
| Qui appliqué à 1 + 2, faict 1 + 2 + 1①, qui multipliez par eux meſmes diſtinctement, ſelon la maniere de multiplication des quantitez algebraiques, comme nous les avons multiplié à la 11 queſtion, donnent produict | |
| 1. 4. 2① + 4. 4①. 1②. | |
| Doncques le dernier nombre eſt 1②, auquel ajouſté 33, faict 1② + 33 | 49 |
| Et le quatrieſme nombre 4①, auquel ajouſte 40, faict 4① + 40 | 56 |
| Et le troiſieſme nombre 2① + 4, auquel ajouſté 4, faict 2① + 8 | 16 |
| Reſte maintenant que le quarré de 2① + 20 (moitie du quatrieſme) qui eſt 4② + 80① + 400 | 784 |
| Soit egal au produict du troiſieſme 2① + 8, par le dernier 1② + 33, qui eſt — 2③ + 8② + 66① + 264 | 784 |

Leſquels reduicts 1③ ſera egale à — 2③ + 7① + 68; Et 1① par le 71 probleme, vaudra 4.

Je di que 4 eſt le nombre requis. *Demonſtration.* Multipliant 1 + 2 + 4 par eux meſmes diſtinctement ſelon la maniere de multiplication algebraique, le produict ſera 1. 4. 12. 16. 16. Doncques le dernier nombre du produict eſt 16, auquel ajouſté 23, faict 49; Et le quatrieſme nombre du produict eſt auſſi 16, auquel ajouſté 40, faict 56; Et le troiſieſme nombre eſt 12, auquel ajouſté 4, faict 16.

Or le quarré de la moitie du quatrieſme 56, eſt 784, egal au produict du troiſieſme 16, par le dernier 49, ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

## QVESTION XXII.

*TRouvons un ⊙ tel, que ſon quarré + 33 multiplié par la ſomme du double d'icelui ⊙, & le quarré de 2, & encore 4, le produict ſoit egal au quarré de la moitie de la ſomme de 40, & du double du produict de 2 par icelui ⊙.*

### CONSTRVCTION.

| | |
|---|---|
| Soit le nombre requis 1① | 4 |
| Son quarré 1②, auquel ajouſté 33 faict 1② + 33 | 49 |
| Qui multiplié par la ſomme du double du nombre requis & le quarré de 2 & encore 4, qui eſt par 2① + 8, faict 2③ + 8② + 66① + 264 | 784 |
| Egal au quarré de 2① + 20 (pour la moitie de la ſomme de 40, & du double du produict de 2 par 1① premier en l'ordre) qui eſt 4② + 80① + 400 | 784 |

Leſquels reduicts, 1③ ſera egale à 2② + 7① + 68; Et 1① par le 71 probleme, vaudra 4.

Je di que 4 eſt le nombre requis. *Demonſtration.* Le quarré de 4 eſt 16, qui avec 33 faict 49, qui multiplié par 16 (pour la ſomme du double de 4, & le quarré de 2, & encore 4) faict 784, qui ſont egales au quarré de 28 (qui eſt la moitie de ſomme de 40, & du double du produict de 2 par 4) ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

NOTA. Les exemples ſuivans ſeront ceux la, auſquels ſe rencontrent poſtpoſees quantitez: Mais il faut ſçavoir que toute operation qui ſe faict par icelles, ſe peult auſſi faire par poſitives; mais parce que la raiſon des nombres requis eſt aucunefois fort obſcure, de ſorte que pour l'abſolver par poſitives quantitez, l'on auroit meſtier de quelques theoremes, ou autres inductions, leſquelles ſouventesfois ne nous viennent à la memoire, pourtant on les deſpeſche pour le plus commode, par les poſtpoſees. Nous donnerons doncques deux exemples de poſtpoſees quantitez point multipliees ou diviſees; Puis un de poſtpoſee quantité multipliée; Et puis un autre de diviſee; Et au dernier un autre par lequel ſera demonſtré l'uſage des 6 theoremes ſuivans au precedent 80 probleme.

## QVESTION XXIII.

*TRouvons deux nombres deſquels la difference ſoit 3 & leur produict 10.*

NOTA. Pour declarer ce qui eſt generalement requis es operations des poſtpoſees quantitez, il faut ſçavoir, qu'apres qu'il y a poſees quelques poſtpoſees quantitez, il faut operer par les meſmes, ſelõ la queſtion, comme l'on a faict ci devant par les poſitives: mais eſtant venu à l'egalete, on ne trouvera pas par icelle la valeur de 1①, comme l'on a faict deſſus, mais on trouvera la valeur des poſtpoſees en poſitives, par les 79 & 80 problemes. puis on commencera autre operation ſemblable à la premiere, mais entierement de poſitives quantitez, comme les exemples le declareront plus amplement.

### CONSTRVCTION.

| | |
|---|---|
| Soit le premier nombre requis | 1① |
| Et ſoit le ſecond nombre | 1 *ſec.*① |
| Leur difference | 1① — 1 *ſec.*① |
| Egale à | 3 |

Leſquels reduicts (mettant la 1 *ſec.*① ſeule) 1 *ſec.*① ſera egale ou vaudra 1① + 3.

Or ayant trouvé que la 1 *ſec.*① ci deſſus poſée ſecond en l'ordre vaut (en quantitez de la meſme progreſſion qu'eſt la poſitive 1①) 3① — 1, on recommencera l'operation ſemblable à la precedente en ceſte ſorte:

| | |
|---|---|
| Soit le premier nombre requis 1① | 5 |
| Et ſoit le ſecond nombre (car autant eſt trouvé valoir la 1 *ſec.*① premierement en la premiere operation poſée) 1① — 3 | 2 |
| Leur difference ſelon le requis eſt 3, reſte que leur produict ſoit 10; mais il eſt 1② — 3① | 10 |
| Le meſme doncques eſt egal à 10 | |

Leſquels reduicts, 1② ſera egale à 3① + 10; Et par le 68 probleme 1① vaudra 5.

Je di, que 5 & 2 ſont les nombres requis. *Demonſtration.* La difference de 5 & 2 eſt 3. Item le produict de 5 & 2 eſt 10, ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

## QVESTION XXIV.

*TRouvons quatre nombres tels, que la ſomme du premier ſecond & troiſieſme ſoit 10, & du ſecond troiſieſme & quatrieſme 14, & du troiſieſme quatrieſme & premier 13, & du quatrieſme premier & ſecond 11.*



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

CONSTRVCTION.

Soit le quatrieſme nombre requis 1 ①, & le premier 1 *ſec.* ①, & le ſecond 1 *ter.* ①, & le troiſieſme 1 *quart.* ①; Doncques la ſomme du quatrieſme nombre avec les trois autres eſt 1①+10

Et du premier nombre avec les 3 autres, eſt 1 *ſec.* ①+14

Et du ſecond nombre avec les 3 autres, eſt 1 *ter.* ①+13

Et du troiſieſme nombre avec les trois autres, eſt 1 *quar.* ①+11

Leſquels quatre ſommes ſont entre eux egales; ergo 1 *ſec.* ①+14, eſt égale à 1①+10, ſoubſtrayons doncques, de chaſque partie 14, & demeurera 1 *ſec.* ① egale ou vallant 1①—4

Et pour ſemblable raiſon, la 1 *ter.* ① vaudra 1①—3

Et la 1 *quart.* ① vaudra 1①—1

Or ayant des poſtpoſees quantitez trouvé leur valeur en poſitives, nous commencerons par les meſmes autres operations ſemblables à la precedente, en ceſte ſorte:

| | |
|---|---|
| Soit le quatrieſme nombre autrefois 1① | 6 |
| Et le premier, (au lieu de 1 *ſec.* ① que nous poſames premierement) ſera 1①—4 | 2 |
| Et le ſecond (au lieu de 1 *ter.* ① que nous poſames au commencement) ſera 1①—3 | 3 |
| Et le troiſieſme (au lieu de 1 *quart.* ① que nous poſames au commencement) ſera 1①—1 | 5 |
| Leur ſomme 4①—8 | 16 |
| Egale au quatrieſme, & les trois autres 1①+10 | 16 |

Leſquels reduicts 3① ſeront egales à 18; Et par le 67 probleme, 1① vaudra 6.

Je di, que 2.3.5.6. ſont les quatre nombres requis. *Demonſtration.* La ſomme de 2.3.5. eſt 10, & de 3.5.6. eſt 14, & de 5.6.2. eſt 13, & de 6.2.3. eſt 11, ſelon le requis: ce qu'il falloit demonſtrer.

QVESTION XXV.

*TRouvons deux nombres tels, que le triple de leur produict avec le quadruple du majeur, ſoit egal au double du quarré du majeur, & que les quarrez de deux nombres facent 29.*

CONSTRVCTION.

| | |
|---|---|
| Soit le majeur nombre requis 1① | |
| Et le moindre 1 *ſec.* ① | |
| Le triple de leur produict 3① M *ſec.* ① | |
| Auquel ajouſté le quadruple du majeur qui eſt 4①, faict 3① M *ſec.* ①+4① | |
| Egal au double du quarré du majeur nombre qui eſt à 2② | |

Leſquels reduicts 3① M *ſec.* ①, ſeront egales à 2②—4①, & par le 80 probl. 1 *ſec.* ① vaudra $\frac{2}{3}$①—$\frac{4}{3}$.

Or ayant trouvé que 1 *ſec.* ① cy deſſus poſée ſecond en l'ordre vaut (en quantitez de la meſme progreſſion qu'eſt la premiere poſee 1①) $\frac{2}{3}$①—$\frac{4}{3}$, on recommencera l'operation ſemblable à la precedente en ceſte ſorte:

| | |
|---|---|
| Soit le maieur nombre requis 1① | 5 |
| Et le moindre $\frac{2}{3}$①—$\frac{4}{3}$ | 2 |
| Le triple de leur produict 2②—4① | 30 |
| Auquel ajouſté le quadruple du maieur, qui eſt 4①, la ſomme (egale au double du quarré du maieur nombre ſelon le requis) ſera 2② | 50 |
| Reſte maintenant que les quarrez des deux nombres facent 29, mais le quarré du majeur nombre eſt 1②, & du moindre nombre eſt $\frac{4}{9}$②—$\frac{16}{9}$①+$\frac{16}{9}$, qui font enſemble 1$\frac{4}{9}$②—$\frac{16}{9}$①+$\frac{16}{9}$ | 1 \| 29 |
| Egales à 29 | |

Leſquels reduicts 1② ſera egale à $\frac{16}{13}$①+18$\frac{11}{13}$. Et par le 68 probleme 1① vaudra 5.

Je di que 5 & 2 ſont les deux nombres requis. *Demonſtration.* Le triple du produict de 5 & 2, eſt 30, au meſme ajouſte le quadruple du majeur 5, faict 50, qui eſt egale au double du quarré du majeur. Item le quarré de 5, eſt 25, auquel ajouſté le quarré de 2, faict 29, ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

QVESTION XXVI.

*TRouvons deux nombres tels, que le quotient de la diviſion du majeur par le moindre, ſoit egal au triple du quarré du moindre, avec le quadruple du moindre, & que le quarré du moindre, avec le double du majeur ſoit 84.*

CONSTRVCTION.

| | |
|---|---|
| Soit le moindre nombre requis 1① | |
| Et le majeur 1 *ſec.* ① | |
| Le quotient du majeur par le moindre eſt 1 *ſec.* ① D① | |
| Egal au triple du quarré du moindre, qui eſt 3②, avec le quadruple du moindre qui eſt 4①, font enſemble 3②+4① | |

Mais eſtant 1 *ſec.* ① D① egale à 3②+4①, alors par le 80 probleme, 1 *ſec.* ① vaut 3③+4②.

Or ayant trouvé que 1 *ſec.* ①, ci deſſus poſée ſecond en l'ordre, vaut (en quantitez de la meſme progreſſion qu'eſt la premiere poſée 1①) 3③+4②, nous recommencerons l'operation ſemblable à la precedente en ceſte ſorte:

| | |
|---|---|
| Soit le moindre nombre requis 1① | 2 |
| Et le maieur 3③+4② | 40 |
| Le quotient du maieur par le moindre (egal au triple du quarré du moindre, avec le quadruple du moindre ſelon le requis) eſt 3②+4① | 20 |
| Reſte maintenant que le quarré du moindre, avec le double du maieur, facent 84; Mais le quarré du moindre eſt 1②, & le double du maieur eſt 6③+8②, qui font enſemble 6③+9② | 84 |
| Egales à 84 | |

Leſquels reduicts 1③ ſera egale à —1$\frac{1}{2}$②+14 Et par le 70 probleme 1① vaudra 2.

Je di, que 2 & 40 ſont les deux nombres requis. *Demonſtration.* Le quotient de la diviſion du maieur 40, par le moindre 2, eſt 20, le meſme eſt egal au triple du quarré de 2, qui eſt 12, avec le quadruple de 2. Item le quarré de 2, qui eſt 4, avec le double de 40 faict 84, ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

QVESTION XXVII. ET EST LA QVATRIESME QVESTION DE Cardane chap. 10. livre 10. ſeulement changez les nombres.

*PArtons 26 en trois parties continues proportionelles, ainſi que le quarré de la moienne, ſoit egal à la ſomme du double du produict de la moienne par la moindre, & le ſextuple de la moindre.*

CONSTRVCTION.

| | |
|---|---|
| Soit la moienne partie requiſe 1① | |
| Et la moindre 1 *ſec.* ① | |
| Le quarré de la moienne 1② | |

Eſt

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

Eſt egal au double du produict de la moienne, par la moindre 2 ① M *sec.* ① avec le ſextuple de la moindre partie, qui eſt 6 *sec.* ①, ſont enſemble 2 ① M *sec.* ① + 6 *sec.* ①

Or ſi nous ſçavions le moyen de trouver la valeur en poſitives quantitez de 1 *sec.* ① quand il y a quelque autre poſtpoſée quantité à la quantité multipliée, comme ici nous la pourrions trouver & proceder comme devant; ce qui n'eſtant pas ainſi, nous nous aiderons des theoremes derriere le 80 probleme comme s'enſuit:

Eſtant 1 ② egale à 2 ① M *sec.* ① + 6 *sec.* ①; Alors (par le 4 theoreme derriere ledict 80 probleme) la valeur de 1 ① eſt moienne proportionel, entre la valeur de 1 *sec.* ①, & la ſomme du nombre de multitude des *sec.* ① & la valeur des ①: Ergo la valeur de 1 ① eſt ici moyen proportionel, entre la valeur de 1 *sec.* ①, & la valeur de 2 ① + 6, doncques les trois valeurs de 1 *sec.* ①, & 1 ①, & 2 ① + 6, ſont en continue proportion. Mais la moindre & moyenne partie requiſe ſont par l'hypotheſe 1 *sec.* ①, & 1 ①, ergo la troiſieſme & majeure partie ſera 2 ① + 6

Or la ſomme de ces trois parties requiſes eſt 26 par l'hypotheſe; des meſmes ſoubſtraict la moyenne 1 ①, & la majeure 2 ① + 6, reſte pour la moindre partie (qui eſt pour la valeur de 1 *sec.* ① en poſitives quantitez) — 3 ① + 20

Aiant doncques par tel moyen trouvé que 1 *sec.* ① cy deſſus poſée ſecond en l'ordre vault (en quantitez de la meſme progreſſion qu'eſt la premiere poſée 1 ①) — 3 ① + 20, & que la maieure partie ſera 2 ① + 6, nous recommencerons par les meſmes l'operation comme s'enſuit:

| | | |
|---|---|---|
| Soit la moindre partie requiſe | — 3 ① + 20 | 2 |
| Et la moienne | 1 ① | 6 |
| Et la maieure | 2 ① + 6 | 8 |
| Le quarré de la moienne | 1 ② | 36 |
| Eſt egal au produict des extremes (car ils ſont en continue proportion par l'hypotheſe) à ſçavoir au produict de — 3 ① + 20, par 2 ① + 6, qui eſt — 6 ② + 22 ① + 120 | | 36 |

Leſquels reduicts 1 ② ſera egale à 3 $\frac{1}{7}$ ① + 17 $\frac{1}{7}$;

Et par le 68 probleme 1 ① vaudra 6.

Je di que 2. 6. 18. ſont les trois nombres requis.

*Demonſtration.*

La ſomme de 2. 6. 18. eſt 26, ce ſont doncques les trois parties de 26. Elles ſont auſſi continues proportionelles, car comme 2 a 6, ainſi 6 a 18. Item le quarré de la moienne 6, qui eſt 36, eſt egal à la ſomme de 24 & 12, à ſçavoir le double du produict de la moienne, par le moindre 2, qui eſt 24, & le ſextuple de la moindre 2, qui eſt 12, ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

LES SIX PREMIERS LIVRES

# D'ALGEBRE

DE

# DIOPHANTE D'ALEXANDRIE.

*Dont les quatres premiers ſont traduicts en langue Françoiſe: & expliquez par* SIMON STEVIN de Bruges. *Et les deux derniers par* ALBERT GIRARD, Samielois.

## PREFACE DE STEVIN.

IL eſt vray, que nous avons deſcript cy devant, pluſieurs exemples d'Algebre, qui pourroyent ſuffire à leur probleme, d'autant plus que bonne partie d'iceux contiennent double utilité; Au premier qu'ils declarent le ſtyle & la maniere requiſe en operation Algebraique; Au ſecond qu'ils ſervent aux origines des conſtructions des precedens problemes, demonſtrans ainſi les cauſes des choſes: neantmoins voulans en tout plus abondamment ſatisfaire, & donner plus de contentement aux ſinguliers eſprits, qui ſe pourroyent complaindre de la petite quantité de ſubtiles queſtions, il m'a ſemblé bon de conjoindre à ce 81 probleme, comme pour exemples du meſme, les quatre premiers livres de Diophante, tant pour leurs treſſubtiles & habiles operations, comme auſſi qu'ils n'ont encores eſté divulgez, que je ſçache, en langue Françoiſe.

Or Diophante environ le commencement de ſon premier livre, ſe dict comprendre ſon Arithmetique en 13 livres, leſquels aucuns affirment tous exiſter: Et entre autres Jehan de Regiomonte ſe dict les avoir veu à la Vaticane Bibliotheque de Rome; mais les ſix premiers ſont pour le preſent ſeulement venuz en lumiere, transferez de langue Greque en Latine, par Guillaume Xylandre, & par le meſme diligemment expliquez. Sur les deux premiers a commenté Maxime Planude. Suide & autres diſent, que Hypatheia femme philoſophe & Royne d'Alexandrie en a auſſi treſdoctement commentée, mais ſes œuvres ne ſont point encore divulgées.

Or deſdicts ſix livres, nous convertirons ſeulement le Premier, Second, Troiſieſme, & Quatrieſme, laiſſant le Cincquieſme, & Sixieſme, pour empeſchement d'autres occupations plus neceſſaires. Quant au texte de Diophante, nous ne nous obligerons pas tant à la lettre, qu'au ſens d'iceluy, & ce pour deux raiſons: Premierement que l'exemplaire Grecq duquel Xylandre l'avoit tranſlaté, a eſté (par le ſouvent reſcrire, comme il ſemble) ſi rempli de vices (dont Xylandre s'en complaint ſouventesfois) que le texte de Diophante, ne ſe pourroit expliquer de mot à mot: Au ſecond que nous avons voulu diriger les meſmes queſtions, en forme & diſpoſition comme les precedentes. Quant aux nombres propoſez du premier livre (qui eſt de queſtions n'ayans qu'une ſolution) nous les avons changé, & mis en leurs lieux des moindres: Des autres livres dont les queſtions ont ſolutions en multitude infinie, nous avons prins les meſmes nombres.

PREMIER

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

PREMIER LIVRE

# D'ALGEBRE

DE

# DIOPHANTE D'ALEXANDRIE;

*Traduict en langue Françoise & expliqué par* SIMON STEVIN *de Bruges.*

## Preface de Diophante.

APERCEVANT, treſcher Dionyſe, que vous eſties deſireux d'entendre l'explication des queſtions qui ſe propoſent en nombres, me ſuis adonné de vous preparer la raiſon & moyen d'y parvenir, voire par les fondemens meſmes, ſur leſquels la choſe eſt entierement apuyée, prenant pour commencement la deſcription de la nature & force des nombres: laquelle choſe combien d'aventure elle ſemble treſdifficile (eſtant pour l'heure incognue) par ce que les eſprits de ceux qui commencent ne ſont pas enclinez à bon eſpoir de pouvoir comprendre la choſe: Toutesfois & voſtre courage, & ma demonſtration, fera que facilement l'entendrés, car ceux la apprennent vitement, auſquels à l'appetit d'appendre s'applique la doctrine.

## STEVIN.

APRES *ladicte Preface Diophante commence aux definitions des nombres, & choſes neceſſaires à la conſtruction des queſtions: les meſmes nous paſſons outre, à cauſe de briefueté: Auſsi (comme nous avons deſſus dict) que nous uſerons aux conſtructions, de noz fondemens qui ſont copieuſement declarez ci devant; Seulement nous deſcrirons ici les characteres de Diophante, ſignifians quantitez algebraiques, à cauſe que nous les uſerons en quelques lieux, ou le texte de Diophante ſera tranſlaté de mot à mot. Les characteres ſont tels:*

| | | | |
|---|---|---|---|
| Nombre | N | Qui ſignifient ſelon noſtre maniere. | ① |
| Quarré | Q | | ② |
| Cube | C | | ③ |
| Quarré de quarré | QQ | | ④ |
| Quarré de cube | QC | | ⑥ |
| Cube de cube | CC | | ⑨ |
| Vnité | V | | |

Nous viendrons doncques à la premiere queſtion, de laquelle le ſens eſt tel:

### QVESTION I.

PArtons 7 *en deux parties telles, que la majeure excede la moindre en* 3.

CONSTRVCTION.

| | | |
|---|---|---|
| Soit le moindre partie requiſe | 1① | 2 |
| Ergo la majeure partie | 1①+3 | 5 |
| Leur ſomme | 2①+3 | 7 |
| Egale à | 7 | |

Leſquels termes reduicts 2 ① ſeront egales à 4; Et par le 67 probleme 1 ① vaudra 2.

Je di que 2 & 5 ſont les deux nombres requis. *Demonſtration.* La ſomme de 2 & 5 eſt 7; ce ſont doncques les parties de 7. Item 5 excede à 2 en 3, ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

### QVESTION II.

PArtons 8 *en deux parties, qui ſoyent en raiſon triple.*

CONSTRVCTION.

| | | |
|---|---|---|
| Soit la moindre partie requiſe | 1① | 2 |
| Et la majeure ſera ſon triple | 3① | 6 |
| Leur ſomme | 4① | 8 |
| Egale à | 8 | |

Et par le 76 probleme 1 ① vaudra 2.

Je di que 2 & 6 ſont les nombres requis. *Demonſtration.* La ſomme de 6 & 2 eſt 8; ce ſont doncques les parties de 8. Item 6 eſt triple à 2, ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

### QVESTION III.

PArtons 10 *en deux parties telles, que la majeure ſoit le triple plus* 2 *de la moindre.*

CONSTRVCTION.

| | | |
|---|---|---|
| Soit la moindre partie requiſe | 1① | 2 |
| Ergo la majeure | 3①+2 | 8 |
| Leur ſomme | 4①+2 | 10 |
| Egale à | 10 | |

Leſquels reduicts 4 ① ſeront egales à 8. Et par le 67 probleme, 1 ① vaudra 2.

Je di que 2 & 8 ſont les deux nombres requis. *Demonſtration.* La ſomme de 2 & 8, eſt 10, ce ſont doncques les parties de 10. Item 8 eſt le triple + 2 de 2, ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

### QVESTION IV.

TRouvons deux nombres *en raiſon triple, & que le majeur excede au moindre en* 4.

CONSTRVCTION.

| | | |
|---|---|---|
| Soit le moindre nombre requis | 1① | 2 |
| Ergo le maieur ſon triple | 3① | 6 |
| Leur difference | 2① | 4 |
| Egale à | 4 | |

Et par le 67 probleme 1 ① vaudra 2.

Je di que 2 & 6 ſont les deux nombres requis. *Demonſtration.* Le 6 eſt triple à 2, & excede au 2, en 4; ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

### QVESTION V.

*PArtons 14 en deux parties telles, que le tiers de la premiere, avec la moitie de la seconde, soit 6.*

CONSTRVCTION.

| | | |
|---|---|---|
| Soit le tiers de la premiere partie | 1 ① | 2 |
| Ergo la premiere partie | 3 ① | 6 |
| Or puis que le tiers de la premiere partie, avec la moitie de la seconde, doibt faire 6, ergo la moitie de la seconde sera | — 1 ① + 6 | 4 |
| Ergo la seconde partie son double | — 2 ① + 12 | 8 |
| Somme de la premiere & seconde partie | 1 ① + 12 | 14 |
| Egale à | | 14 |

Lesquels reduicts, 1 ① sera egale ou vaudra 2.

Je di que 6 & 8 sont les deux nombres requis. *Demonstration.* La somme de 6 & 8, est 14, ce sont doncques les parties de 14. Item le tiers de 6, qui est 2, avec 4 moitie du 8, faict 6, selon le requis, ce qu'il falloit demonstrer.

### QVESTION VI.

*PArtons 16 en deux parties telles, que la moitie de la premiere, excede au tiers de la seconde en 3.*

CONSTRVCTION.

| | | |
|---|---|---|
| Soit la moitie de la premiere partie requise | 1 ① | 5 |
| Ergo la premiere partie | 2 ① | 10 |
| Et puis qu'il faut que 1 ① moitie de la premiere partie excede au tiers de la seconde en 3, ergo le tiers de la seconde partie sera | 1 ① — 3 | 2 |
| Ergo la seconde partie sera son triple | 3 ① — 9 | 6 |
| Somme de la premiere & seconde partie | 5 ① — 9 | 16 |
| Egale à | | 16 |

Lesquels reduicts 5 ① seront egales à 25; Et 1 ① par le 67 probleme, vaudra 5.

Je di que 10 & 6 sont les deux nombres requis. *Demonstration.* La somme de 10 & 6 est 16, ce sont doncques les parties de 16. Item 5 (moitie de 10) excede à 2 (tiers de 6) en 3, selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

### QVESTION VII.

*TRouvons un nombre duquel soubstraict 5, & du mesme soubstraict 2, que la majeure reste soit double au moindre reste.*

CONSTRVCTION.

| | | |
|---|---|---|
| Soit le nombre requis | 1 ① | 8 |
| Du mesme soubstraict 5, demeure pour moindre reste | 1 ① — 5 | 3 |
| Et dudict nombre requis soubstraict 2, demeure pour moindre reste | 1 ① — 2 | 6 |
| Egale au double de la moindre reste qui est à | 2 ① — 10 | 6 |

Lesquels reduicts 1 ① sera egale ou vaudra 8.

Je di, que 8 est le nombre requis. *Demonstration.* Soubstrayons 5 de 8, reste 3, puis 2 de 8, reste 6, qui est double au 3, selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

### QVESTION VIII.

*TRouvons un nombre, lequel premierement ajousté à 2, puis à 7, que les deux sommes soyent en raison double.*

CONSTRVCTION.

| | | |
|---|---|---|
| Soit le nombre requis | 1 ① | 3 |
| Le mesme ajouste à 2, faict pour moindre somme | 1 ① + 2 | 5 |
| Et ledict nombre requis ajousté à 7, faict pour maieure somme | 1 ① + 7 | 10 |
| Egale au double de la moindre somme, qui est à | 2 ① + 4 | 10 |

Lesquels reduicts 1 ① sera egale ou vaudra 3.

Je di que 3 est le nombre requis. *Demonstration.* Aioustons 3 a 2, faict 5; Puis ledict 3 a 7 faict 10, qui est en double raison a 5, selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

### QVESTION IX.

*TRouvons un nombre, qui premierement soubstraict de 5, & puis de 7, que les restes soyent en raison double.*

CONSTRVCTION.

| | | |
|---|---|---|
| Soit le nombre requis | 1 ① | 5 |
| Le mesme soubstraict de 5 demeure pour moindre reste | — 1 ① + 5 | 2 |
| Et ledict nombre requis soubstraict de 7, demeure pour maieure reste | — 1 ① + 7 | 4 |
| Egal au double du moindre reste qui est à | — 2 ① + 10 | 4 |

Lesquels reduicts 1 ① sera egale ou vaudra 3.

Je di que 3 est le nombre requis. *Demonstration.* Soubstraict 3 de 5, reste 2; Puis soubstraict ledict 3 de 7, reste 4, qui est double audict 2, selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

### QVESTION X.

*TRouvons un nombre, auquel ajousté 3, & le mesme nombre requis soubstraict de 5, que somme à reste aie raison triple.*

CONSTRVCTION.

| | | |
|---|---|---|
| Soit le nombre requis | 1 ① | 3 |
| Auquel ajousté 3, la somme est | 1 ① + 3 | 9 |
| Et soubstraict ledict nombre requis de 5, reste | — 1 ① + 5 | 2 |
| Son triple | — 3 ① + 15 | 6 |
| Egal à la susdicte somme | 1 ① + 3 | 6 |

Lesquels reduicts 4 ① seront egales à 12, & par le 67 probleme 1 ① vaudra 3.

Je di que 3 est le nombre requis. *Demonstration.* Ajousté 3 a 3, donne somme 6, puis soubstraict ledict 3 de 5, reste 2, auquel la somme 6, obtient raison triple, selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

### QVESTION XI.

*TRouvons un nombre, auquel ajousté 4, & du mesme nombre requis soubstraict 2, que la somme soit triple au reste.*

CONSTRVCTION.

| | | |
|---|---|---|
| Soit le nombre requis | 1 ① | 5 |
| Auquel ajousté 4, la somme est | 1 ① + 4 | 9 |
| Et dudict nombre requis soubstraict 2, reste | 1 ① — 2 | |
| Le triple | 3 ① — 6 | 9 |
| Egal à la susdicte somme | 1 ① + 4 | 9 |

Lesquels reduicts 2 ① seront egales à 10; Et par le 67 probleme 1 ① vaudra 5.

Je di que 5 est le nombre requis. *Demonstration.* Ajousté 4 à 5, donne somme 9, & dudict 5 soubstraict 2, reste 3; auquel la susdicte somme 9, est en raison triple, selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

### QVESTION XII.

*PArtons 5 en deux nombres, & puis le mesme 5 en deux autres nombres, tellement que le maieur de la premiere partition, soit le double du moindre de la derniere partition. Et le maieur de la derniere partition, le triple du moindre de la premiere partition.*

CON-

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

CONSTRVCTION.

| | |
|---|---|
| Soit le maieur nombre de la premiere partition 1 ① | 4 |
| Son ſubdouble pour le moindre nombre de la derniere partition eſt $\frac{1}{2}$ ① | 2 |
| Mais puis que le moindre nombre de la derniere partition eſt $\frac{1}{2}$ ①, ergo le maieur nombre de la derniere partition ſera $-\frac{1}{2}$ ① + 5 | 3 |
| Son ſubtriple pour le moindre nombre de la premiere partition $-\frac{1}{4}$ ① + $\frac{5}{4}$ | 1 |
| Somme du premier & quatr. en l'ordre $\frac{5}{6}$ ① + $\frac{5}{3}$ | 5 |
| Egale à 5 | |

Leſquels reduicts $\frac{5}{6}$ ① ſeront egales à $\frac{10}{3}$; Et par le 67 probleme, 1 ① vaudra 4.

Je di, que 4 & 1 nombre de la premiere partition, & 3 & 2, nombres de la derniere partition, ſont les nombres requis. *Demonſtration.* 4 & 1 font 5. Item 3 & 2 font auſſi 5, ce ſont doncques les parties de 5. Item 4 eſt le double du 2, & 3 eſt le triple de 1, ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

QVESTION XIII.

*PArtons 25 trois fois en deux nombres, ainſi que le maieur nombre de la premiere partition, ſoit le triple du moindre de la ſeconde partition; Et que le maieur nombre de la ſeconde partition, ſoit le double du moindre de la troiſieſme partition; Et que le maieur nombre de la troiſieſme partition, ſoit le quadruple du moindre de la premiere partition.*

CONSTRVCTION.

| | |
|---|---|
| Soit le maieur nombre de la premiere partition 1 ① | 21 |
| Ergo le moindre nombre de la ſeconde partition ſon ſubtriple, ſera $\frac{1}{3}$ ① | 7 |
| Ergo le maieur nombre de la ſeconde partition $-\frac{1}{3}$ ① + 25 | 18 |
| Ergo le moindre nombre de la troiſieſme partition ſon ſubdouble $+\frac{1}{6}$ ① + 12 $\frac{1}{2}$ | 9 |
| Et puis que le maieur nombre de la premiere partition eſt 1 ①, doncques le moindre nombre de la premiere partition ſera $-1$ ① + 25 | 4 |
| Son quadruple pour le maieur nombre de la troiſieſme partition, ſera $-4$ ① + 100 | 16 |
| Somme du quatrieſme & ſixieſme en l'ordre $+4\frac{1}{6}$ ① + 112 $\frac{1}{2}$ | 25 |
| Egales à 25 | |

Leſquels reduicts $4\frac{1}{6}$ ① ſeront egales à $87\frac{1}{2}$; Et par le 67 probleme 1 ① vaudra 21.

Je di, que 21 & 4, nombres de la premiere partition, & 18 & 7, nombres de la deuxieſme partition, & 16 & 9, nombres de la troiſieſme partition, ſont les nombres requis. *Demonſtration.* La ſomme de 21 & 4, eſt 25, & de 18 & 7, eſt auſſi 25, & de 16 & 9, eſt auſſi 25, ce ſont doncques les parties de 25. Item 21 eſt triple au 7, & 18 eſt double au 9, & 16 eſt quadruple au 4, ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

QVESTION XIV.

*TRouvons deux nombres tels, que leur produict ſoit triple à leur ſomme.*

CONSTRVCTION.

| | |
|---|---|
| Soit le premier nombre requis 1 ① | 12 |
| Et le ſecond quelque nombre maieur que le denominateur de la triple raiſon requiſe, c'eſt à dire maieur que 3, ſoit 4 | 4 |
| Somme du premier & ſecond nombre 1 ① + 4 | 16 |
| Son triple 3 ① + 12 | 48 |
| Egal au produict du premier & ſecond nombre 4 ① | 48 |

Leſquels reduicts, 1 ① ſera egal ou vaudra 12.

Je di que 12 & 4 ſont les deux nombres requis. *Demonſtration.* Le produict de 12 & 4, eſt 48, qui eſt triple à 16, ſomme de 12 & 4, ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

QVESTION XV.

*TRouvons deux nombres tels, que du premier ſoubſtraict 15, & les ajouſtant au ſecond, que la ſomme ſoit double au reſte. Item ſoubſtraict du ſecond nombre 25, & les ajouſtant au premier, que la ſomme ſoit triple au reſte.*

CONSTRVCTION.

| | |
|---|---|
| Soit le premier nombre requis 1 ① + 15 | 47 |
| Ergo le ſecond nombre (à fin que ſoubſtraict du premier 15, & les ajouſtant au ſecond, la ſomme ſoit double au reſte) ſera 2 ① — 15 | 49 |
| Duquel ſoubſtraict 25, reſte 2 ① — 40 | 24 |
| Et ajouſté leſdicts 25 au premier nombre, la ſomme eſt 1 ① + 40 | 72 |
| Qui eſtant triple au reſte troiſieſme en l'ordre, doncques le triple du troiſieſme en l'ordre, qui eſt 6 ① — 120 | 72 |
| Sera egal au meſme quatrieſme en l'ordre 1 ① + 40 | |

Leſquels reduicts 5 ① ſeront egales à 160; Et par le 67 probleme 1 ① vaudra 32.

Je di que 47 & 49 ſont les deux nombres requis. *Demonſtration.* De 47 ſoubſtraict 15, reſte 32, & ajouſtant 15 à 49, donne ſomme 64, qui eſt double au reſte 32. Item de 49 ſoubſtraict 25, reſte 24, & ajouſtant les 25 au 47, donne ſomme 72, qui eſt triple à ladicte reſte 24, ſelon le requis, ce qu'il falloit demonſtrer.

QVESTION XVI.

*TRouvons trois nombres, deſquels la ſomme du premier & ſecond ſoit 5, & du ſecond & troiſieſme 7, & du troiſieſme & premier 6.*

CONSTRVCTION.

| | |
|---|---|
| Soit la ſomme des trois nombres requis 1 ① | 9 |
| Puis ſoubſtraict du meſme le premier & deuxieſme nombre, qui font enſemble 5, reſte pour le troiſieſme nombre 1 ① — 5 | 4 |
| Et par la meſme raiſon trouverons nous le premier 1 ① — 7 | 2 |
| Et le ſecond nombre 1 ① — 6 | 3 |
| Somme du premier ſecond & troiſieſme nombre 3 ① — 18 | 9 |
| Egale au premier en l'ordre qui eſt 1 ① | 9 |

Leſquels reduicts 2 ① ſeront egales à 18; Et par le 67 probleme 1 ① vaudra 9.

Je di que 2. 3. 4. ſont les trois nombres requis. *Demonſtration.* La ſomme de 2 & 3 eſt 5, & de 3 & 4 eſt 7, & de 4 & 2 eſt 6, ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

QVESTION XVII.

*TRouvons quatre nombres tels, que la ſomme du premier ſecond & troiſieſme, ſoit 9; Et du ſecond troiſieſme & quatrieſme, 12; Et du troiſieſme quatrieſme & premier, 11; Et du quatrieſme premier & ſecond 10.*

CONSTRVCTION.

| | |
|---|---|
| Soit la ſomme des quatre nombres requis 1 ① | 14 |
| Puis ſoubſtraict de la meſme la ſomme du premier ſecond & troiſieſme nombre, qui eſt 9, reſte | |

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

reſte pour le quatrieſme nombre requis 1①—9 | 5
Et pour meſme raiſon ſera le premier nombre 1①—12 | 2
Et le ſecond nombre 1①—11 | 3
Et le troiſieſme nombre 1①—10 | 4
Somme du premier ſecond troiſieſme & quatrieſme nombre 4①—42 | 14
Egale au premier en l'ordre qui eſt 1① | 14

Leſquels reduicts, 3① ſeront egales à 42; Et par le 67 probleme, 1① vaudra 14.

Je di, que 2. 3. 4. 5. ſont les quatre nombres requis. *Demonſtration.* La ſomme de 2. 3. 4. eſt 9, & de 3. 4. 5. eſt 12, & de 4. 5. 2. eſt 11, & de 5. 2. 3. eſt 10, ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

## Qvestion XVIII.

*TRouvons trois nombres, deſquels la ſomme du premier & ſecond, excede au troiſieſme en 7; Et du ſecond & troiſieſme, au premier en 3; Et du troiſieſme & premier, au ſecond en 1.*

### Construction.

Soit la ſomme des trois nombres requis 1① | 11
Or puis que la ſomme du premier & ſecond nombre, excede le troiſieſme en 7, s'enſuit par le theoreme ſuivant, que la ſomme de tous les nombres requis, ſera le double du troiſieſme nombre plus 7; Soubſtraict doncques du premier en l'ordre 7, reſte 1①—7, pour le double du troiſieſme; Ergo ſa moitie pour le troiſieſme nombre requis, eſt $\frac{1}{2}$①—3$\frac{1}{2}$ | 2
Et pour la meſme raiſon le premier ſera $\frac{1}{2}$①—1$\frac{1}{2}$ | 4
Et le ſecond $\frac{1}{2}$①—$\frac{1}{2}$ | 5
Somme du premier ſecond & troiſieſme nombre 1$\frac{1}{2}$①—5$\frac{1}{2}$ | 11
Egale au premier en l'ordre, qui eſt 1① | 11

Leſquels reduicts $\frac{1}{2}$① ſera egale à 5$\frac{1}{2}$; Et par le 67 probleme 1① vaudra 11.

Je di, que 4. 5. 2. ſont les trois nombres requis. *Demonſtration.* La ſomme de 4 & 5, eſt 9, qui excede à 2 en 7.

Item la ſomme de 5 & 2, qui eſt 7, excede au 4 en 3.

Item la ſomme de 2 & 4, eſt 6, qui excede à 5 en 1, ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

## Theoreme.

*LA ſomme de quelques nombres, avec quelque autre nombre, eſt egale au double d'iceluy autre nombre, avec l'exces de ladicte ſomme ſur iceluy autre nombre.*

*Explication du donné.* Soyent donnez quelques nombres 4 & 5, & quelque autre nombre 2. *Explication du requis.* Il faut demonſtrer par iceux nombres ce qui eſt requis au theoreme. *Demonſtration.* La ſomme de 4 & 5, eſt 9, qui avec l'autre nombre 2, faict 11. Le meſme eſt egal à 4 (double de 2) avec 7, exces de ladicte ſomme 9, ſur ledict autre nombre 2.

Soyent autre fois quelques nombres 7. 3. 5. 6. & quelque autre nombre 29. Or la ſomme de 7. 3. 5. 6. eſt 21, qui avec l'autre nombre 29, faict 50. Le meſme eſt egal à 58 (double de 29) avec—8, exces de ladicte ſomme 21; ſur ledict autre nombre 29. *Concluſion.* La ſomme doncques de quelques nombres, &c. ce qu'il falloit demonſtrer.

## Qvestion XIX.

CEſte 19 queſtion, eſt la meſme que la 18, mais elle ſe fera par autre conſtruction comme s'enſuit.

### Construction.

Soit le troiſieſme nombre requis 1① | 2
Or puis que la ſomme du premier & ſecond excede au troiſieſme en 7, leur ſomme doncques ſera neceſſairement 1①+7 | 9
Et puis que la ſomme du ſecond & troiſieſme, excede au premier en 3, ie poſe que le ſecond ſoit la moitie de la ſomme de 7 & 3, qui eſt 5 | 5
Qui ſoubſtraict de la ſomme du premier & ſecond 1①+7, reſte pour le premier 1①+2 | 4
Reſte maintenant que la ſomme du troiſieſme & premier qui eſt 2①+2 | 6
Soit egale à la ſomme de 1, dernier exces, & 5 du ſecond nombre (car ainſi excedera la ſomme du troiſieſme & premier au ſecond en 1) ſont 6
Leſquels reduicts, 2① ſeront egales à 4; Et par le 67 probleme, 1① vaudra 2.

Je di, que 4. 5. 2. ſont les trois nombres requis; dont la demonſtration eſt faicte à la precedente queſtion.

## Qvestion XX.

*TRouvons quatre nombres, deſquels la ſomme du premier ſecond & troiſieſme, excede au quatrieſme en 3; Et du ſecond troiſieſme & quatrieſme au premier en 11; Et du troiſieſme quatrieſme & premier au ſecond en 13; Et du quatrieſme premier & ſecond au troiſieſme en 7.*

### Construction.

Soit la ſomme des quatre nombres requis 1① | 17
Or puis que la ſomme du premier ſecond & troiſieſme excede le quatrieſme en 3, s'enſuit par le theoreme de la 18 queſtion, que la ſomme de tous les nombres requis, ſera le double du quatrieſme nombre plus 3; Soubſtraict doncques du premier en l'ordre 3, reſte 1①—3 pour le double du quatrieſme nombre requis; Ergo ſa moitie pour le quatrieſme nombre requis ſera $\frac{1}{2}$①—1$\frac{1}{2}$ | 7
Et pour meſme raiſon le premier ſera $\frac{1}{2}$①—5$\frac{1}{2}$ | 13
Et le ſecond $\frac{1}{2}$①—6$\frac{1}{2}$ | 2
Et le troiſieſme $\frac{1}{2}$①—3$\frac{1}{2}$ | 5
Somme du premier ſecond troiſieſme & quatrieſme nombre, eſt 2①—17 | 17
Egale au premier en l'ordre, qui eſt 1① | 17

Leſquels reduicts, 1① ſera egale à 17.

Je di que 3. 2. 5. 7. ſont les quatre nombres requis. *Demonſtration.* La ſomme de 3. 2. 5. eſt 10, qui excede au 7 en 3. Item la ſomme de 2. 5. 7. eſt 14, qui excede au 3 en 11. Item la ſomme de 5. 7. 3. eſt 15, qui excede au 2 en 13. Item la ſomme de 7. 3. 2. eſt 12, qui excede au 5 en 7, ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

## Qvestion XXI.

CEſte 21 queſtion, eſt la meſme que la 20, mais elle ſe fera par autre conſtruction en ceſte ſorte:

### Construction.

Soit le quatrieſme nombre requis 1① | 7
Or puis que la ſomme du premier ſecond & troiſieſme, excede au quatrieſme en 3, icelle ſomme ſera 1①+3 | 10

Et

| | |
|---|---|
| Et puis que la somme du second troisieſme & quatrieſme, excede au premier en 11, je poſe que le ſecond & troiſieſme ſoit la moitie de la ſomme des exces 11 & 3, qui eſt 7 | 7 |
| Qui ſoubſtraict de la ſomme du premier ſecond & troiſieſme 1 ① + 3, reſte le premier 1 ① — 4 | 3 |
| Or puis que la ſomme du ſecond troiſieſme & quatrieſme excede au premier en 11; Item que la ſomme du troiſieſme quatrieſme & premier excede au ſecond en 13; Ergo la ſomme du troiſieſme & quatrieſme, ſera la moitie d'iceux exces 11 & 13, qui eſt 12 | 12 |
| Duquel ſoubſtraict le quatrieſme 1 ①, reſte pour le troiſieſme — 1 ① + 12 | 5 |
| Mais la ſomme du ſecond & troiſieſme eſt 7, duquel ſoubſtraict le troiſieſme, reſte pour le ſecond 1 ① — 5 | 2 |
| Reſte maintenant que la ſomme du quatrieſme premier & ſecond 3 ① — 9, excede au troiſieſme — 1 ① + 12, en 7, mais elle luy excede en 4 ① — 21, ergo 4 ① — 21 | 7 |
| Sont egales à 7 | |

Leſquels reduicts 4 ① ſeront egales à 28, & par le 67 probleme, 1 ① vaudra 7.

Je di, que 3. 2. 5. 7, ſont les quatre nombres requis, dont la demonſtration eſt faicte, à la precedente queſtion.

## Qvestion XXII.

*Partons 12 en trois nombres tels, que la ſomme du premier & ſecond ſoit le triple du troiſieſme; Et la ſomme du troiſieſme & ſecond, le quincuple du premier.*

### Construction.

| | |
|---|---|
| Soit le troiſieſme nombre requis 1 ① | 3 |
| Son triple pour la ſomme du premier & ſecond, eſt 3 ① | 9 |
| Leur ſomme 4 ① | 12 |
| Egale à 12 | |

Et par le 67 probleme, 1 ① vaudra (pour troiſieſme nombre requis) 3.

Reſte maintenant de trouver le premier & ſecond.

| | |
|---|---|
| Soit le premier nombre requis 1 ① | 2 |
| Son quincuple pour la ſomme du troiſieſme & ſecond 5 ① | 10 |
| Leur ſomme 6 ① | 12 |
| Egale à 12 | |

Et par le 67 probleme 1 ① vaudra (pour premier nombre requis) 2. Puis ſoubſtraict 3 & 2 (à ſçavoir le troiſieſme & premier nombre) de 12, reſte pour le ſecond nombre requis 7.

Je di, que 2. 7. 3. ſont les trois nombres requis. *Demonſtration.* La ſomme de 2. 7. 3. eſt 12, ce ſont doncques les parties de 12. Item la ſomme de 2 & 7 qui eſt 9, eſt triple au 3.

Item la ſomme de 7 & 3, eſt quincuple au 2, ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

## Qvestion XXIII.

*Trouvons trois nombres tels, que le maieur excede au moyen la tierce part du moindre, & que le moyen excede au moindre, en la cincquieſme partie du maieur; Et que le moindre, excede au quart du moyen en 4.*

### Construction.

| | |
|---|---|
| Soit le moyen nombre requis 1 ① | 8 |
| Et puis que le moindre excede au $\frac{1}{4}$ du moyen en 4, le moindre ſera le quart du moyen plus 4 qui eſt $\frac{1}{4}$ ① + 4 | 6 |
| Or le moyen excede au moindre, en la $\frac{1}{5}$ du majeur, ſoubſtraict doncques le moindre du moyen, reſte pour la $\frac{1}{5}$ du majeur $\frac{3}{4}$ ① — 4, ſon triple pour le majeur eſt $\frac{15}{4}$ ① — 20 | 10 |
| Or le majeur excede au moyen, en la $\frac{1}{3}$ du moindre, ſoubſtraict doncques le moyen du majeur, reſte pour la $\frac{1}{3}$ du moindre $\frac{11}{4}$ ① — 20, ſon triple pour le moindre $\frac{33}{4}$ ① — 60 | 6 |
| Egal au ſecond en l'ordre qui eſt $\frac{1}{4}$ ① + 4 | 6 |

Leſquels reduicts 8 ① ſeront egales à 64, & par le probleme 1 ① vaudra 8. 67

Je di que 6. 8. 10. ſont les trois nombres requis. *Demonſtration.* Le majeur nombre 10, excede au moyen 8 en 2, qui eſt la tierce part du moindre 6. Item le moyen 8, excede au moindre 6 en 2, qui eſt la cincquieſme part du majeur 10. Item le moindre 6, excede au 2 (qui eſt la quatrieſme partie du moyen 8) en 4, ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

## Qvestion XXIV.

CEſte 24 queſtion, eſt la meſme que la 23, mais elle ſe fera ici par autre conſtruction en ceſte ſorte.

### Construction.

| | |
|---|---|
| Soit le moindre nombre requis 1 ① + 4 | 6 |
| Et puis que le quart du moyen, eſt excede du moindre en 4, le moyen ſera 4 ① | 8 |
| Et puis que le majeur excede au moyen le $\frac{1}{3}$ du moindre, qui eſt $\frac{1}{3}$ ① + $\frac{4}{3}$, la ſomme d'icelui tiers du moindre & du moyen pour le majeur nombre ſera 4 $\frac{1}{3}$ ① + $\frac{4}{3}$ | 10 |
| Et puis que le moyen, excede au moindre en la $\frac{1}{5}$ du majeur, qui eſt $\frac{13}{15}$ ① + $\frac{4}{15}$, la ſomme du moindre & de la $\frac{1}{5}$ du majeur pour le moyen ſera 1 $\frac{13}{15}$ ① + 4 $\frac{4}{15}$ | 8 |
| Egale au ſecond en l'ordre qui eſt 4 ① | 8 |

Leſquels reduicts 2 $\frac{2}{15}$ ① ſeront egales à 4 $\frac{4}{14}$; Et par le 67 probleme, 1 ① vaudra 2.

Je di, que 6. 8. 10 ſont les trois nombres requis, dont la demonſtration eſt faicte à la precedente 23 queſtion.

## Qvestion XXV.

*Trouvons trois nombres tels, que la ſomme des $\frac{3}{4}$ du ſecond, & du $\frac{1}{3}$ du premier, ſoit egale à la ſomme des $\frac{4}{5}$ du troiſieſme, & $\frac{1}{4}$ du ſecond. Item egale à la ſomme des $\frac{2}{3}$ du premier; & $\frac{1}{5}$ du troiſieſme.*

Nota. I'ai prins en ceſte queſtion les meſmes nombres de Diophante, j'ai auſſi ſuivi ſon operation, poſant premierement 3 ①, à fin d'autant plus manifeſtement declarer (dont Xylandre ſe complaint au meſme lieu) ce qui deffaut en l'exemplaire Grec, auquel il y a ſeulement *ſecond troiſieſme & premier*, la ou toutesfois il faut dire, à mon avis, $\frac{3}{4}$ *du ſecond, &* $\frac{4}{5}$ *du troiſieſme, &* $\frac{2}{3}$ *du premier.*

### Construction.

| | |
|---|---|
| Soit le premier nombre requis 3 ① | 6 |
| Et le ſecond quelque nombre Arithmetique ſoit | 4 |
| Somme des $\frac{3}{4}$ du ſecond, & $\frac{1}{3}$ du premier, eſt 1 ① + 3 | 5 |
| Or puis que (ſelon la queſtion) les $\frac{2}{3}$ du premier (qui ſont 2 ①) avec le $\frac{1}{3}$ du troiſieſme faut eſtre egal au troiſieſme en l'ordre, s'enſuit que 2 ① ſoubſtraicts de 1 ① + 3, la reſte pour $\frac{1}{3}$ du troiſieſme nombre requis ſera — 1 ① | |

+ 3;

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

| | |
|---|---|
| + 3; Et ſon quincuple pour le troiſieſme nombre requis, ſera — 5 ① + 15 | 5 |
| Multipliant doncques $\frac{1}{5}$ du troiſieſme, qui eſt — 1 ① + 3 par 4, le produict ſera $\frac{4}{5}$ du troiſieſme, lequel produict eſt — 4 ① + 12 | 4 |
| Au meſme ajouſté ſelon la queſtion le $\frac{1}{4}$ du ſecond, qui eſt 1, faict — 4 ① + 13 | 5 |
| Egal au troiſieſme en l'ordre qui eſt 1 ① + 3 | 5 |

Leſquels reduicts 5 ① ſeront egales à 10; Et par le 67 probleme, 1 ① vaudra 2.

Je di, que 6. 4. 5. ſont les trois nombres requis. *Demonſtration.* Premierement la ſomme de 3 & 2, qui eſt 5 (à ſçavoir 3 pour les $\frac{3}{4}$ du ſecond nombre 4, & 2 pour le $\frac{1}{3}$ du premier nombre 6) eſt egale à la ſomme de 4 & 1, à ſçavoir 4 pour les $\frac{4}{5}$ du troiſieſme nombre 5, & 1 pour le $\frac{1}{4}$ du ſecond nombre 4. Au ſecond ladicte ſomme 5, eſt auſſi egale à la ſomme de 4 & 1, à ſçavoir 4 pour les $\frac{2}{3}$ du premier nombre 6, & 1 pour $\frac{1}{3}$ du troiſieſme nombre 5, ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

## QVESTION XXVI.

*TRouvons quatre nombres tels, que la ſomme des $\frac{3}{4}$ du ſecond & $\frac{1}{3}$ du premier, ſoit egale à la ſomme des $\frac{4}{5}$ du troiſieſme, & $\frac{1}{4}$ du ſecond. Item egale à la ſomme des $\frac{5}{6}$ du quatrieſme, & $\frac{1}{5}$ du troiſieſme. Item egale à la ſomme des $\frac{2}{3}$ du premier, & $\frac{1}{6}$ du quatrieſme.*

### CONSTRVCTION.

| | |
|---|---|
| Soit le premier nombre 3 ① | $\frac{150}{23}$ |
| Et le ſecond quelque nombre Arithmetique, ſoit 4 | 4 |
| Somme des $\frac{3}{4}$ du ſecond, & du $\frac{1}{3}$ du premier eſt 1 ① + 3 | $\frac{119}{23}$ |
| Or puis que ſelon la queſtion, la ſomme des $\frac{2}{3}$ du premier (qui ſont 2 ①) & de $\frac{1}{6}$ du quatrieſme, faut eſtre egale au troiſieſme en l'ordre, s'enſuit que 2 ① ſoubſtraict dudict troiſieſme en l'ordre, la reſte (pour $\frac{1}{6}$ du quatrieſme) ſera — 1 ① + 3; Et ſon ſextuple pour le 4 nombre requis — 6 ① + 18 | $\frac{114}{23}$ |
| Et puis que la ſomme des $\frac{5}{6}$ du quatrieſme (qui ſont — 5 ① + 15) & $\frac{1}{5}$ du troiſieſme, faut eſtre egale au troiſieſme en l'ordre, s'enſuit que — 5 ① + 15, ſoubſtraict de 1 ① + 3, la reſte pour la $\frac{1}{5}$ du troiſieſme, ſera 6 ① — 12, & ſon quincuple pour le troiſieſme nombre 30 ① — 60 | $\frac{120}{23}$ |
| Multipliant doncques $\frac{1}{5}$ du troiſieſme (qui eſt 6 ① — 12) par 4, le produict pour $\frac{4}{5}$ du troiſieſme ſera 24 ① — 48 | $\frac{96}{23}$ |
| Au meſme ajouſté le $\frac{1}{4}$ du ſecond, qui eſt 1, la ſomme eſt 24 ① — 47 | $\frac{119}{23}$ |
| Egale au troiſieſme en l'ordre, qui eſt 1 ① + 3 | $\frac{119}{23}$ |

Leſquels reduicts 23 ① ſeront egales à 50; Et par le 67 probleme, 1 ① vaudra $\frac{50}{23}$.

Je di que $\frac{150}{23}$. 4. $\frac{120}{23}$. $\frac{114}{23}$ ſont les 4 nombre requis. *Demonſtration.* Premierement la ſomme de 3 & $\frac{50}{23}$, qui eſt $\frac{119}{23}$ (à ſçavoir 3 pour les $\frac{3}{4}$ du ſecond nombre 4, & $\frac{50}{23}$ pour le $\frac{1}{3}$ du premier $\frac{150}{23}$) eſt egale à la ſomme de $\frac{96}{23}$, & 1 (à ſçavoir $\frac{96}{23}$ pour les $\frac{4}{5}$ du troiſieſme, & 1 pour le $\frac{1}{4}$ du ſecond) Au ſecond ladicte ſomme de $\frac{119}{23}$, eſt auſſi egale à la ſomme de $\frac{95}{23}$ & $\frac{24}{23}$ (à ſçavoir $\frac{95}{23}$ pour les $\frac{5}{6}$ du quatrieſme $\frac{114}{23}$, & les $\frac{24}{23}$ pour le $\frac{1}{5}$ du troiſieſme $\frac{120}{23}$) Au troiſieſme ladicte ſomme de $\frac{119}{23}$, eſt auſſi egale à la ſomme de $\frac{100}{23}$, & $\frac{19}{23}$ (à ſçavoir $\frac{100}{23}$ pour les $\frac{2}{3}$ du premier $\frac{150}{23}$, & les $\frac{19}{23}$ pour la $\frac{1}{6}$ du quatrieſme $\frac{114}{23}$) ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

NOTA. Les queſtions qui ne ſe peuvent faire ſelon nombre donné ou raiſon requiſe, ſemblent de peu d'utilité; & telles ſont les precedentes 25 & 26 & les ſuivantes 27 & 28, les conſiderant ſimplement cõme elles ſont propoſees. Mais on les peut rendre en leur parfection, à ſçavoir ſelon nombre donné, par la Reigle de Proportionelle partition. Par exemple, ſoyent 10 à partir en quatre parties ſelon le requis de ceſte 26 queſtion: On beſoignera comme devant, & apres telle operation achevée, on partira 10 en quatre parties (par le 15 probleme) entre eux en telle raiſon comme ſont les nombres de la ſolution, à ſçavoir $\frac{150}{23}$. 4. $\frac{120}{23}$. $\frac{114}{23}$. Et les quatre parties de 10 requiſes ſeront telles: $3\frac{18}{119}$. $1\frac{111}{119}$. $2\frac{62}{119}$. $2\frac{47}{119}$. dont la demonſtration ſera ſemblable à la precedente; Et le meſme s'entendra auſſi de la 25 & 27 & 28 queſtions. Mais il faut noter que cecy ſe faict en infinies manieres; Car ſi nous mettons 8 au lieu de 4 ſecond en l'ordre de la precedente conſtruction, les quatres nombres requis ſeront $\frac{300}{23}$, 8, $\frac{240}{23}$, $\frac{228}{23}$, & partiſſant 10 en parties proportionelles à iceux, les parties de 10 ſe trouveront encor autrement que les precedentes, & ainſi en l'infini.

## QVESTION XXVII.

*TRouvons trois nombres tels, que la ſomme du premier, & la $\frac{1}{3}$ des deux autres, ſoit egale à la ſomme du ſecond, & le $\frac{1}{4}$ des deux autres. Item egale à la ſomme du troiſieſme, & le $\frac{1}{5}$ des deux autres.*

### CONSTRVCTION.

| | |
|---|---|
| Soit le premier nombre requis 1 ① | $\frac{12}{12}$ |
| Et le ſecond & troiſieſme ſoyent enſemble quelque nombre Arithmetique comme 3 | 3 |
| Ergo la ſomme du premier, & le $\frac{1}{3}$ des deux autres, eſt 1 ① + 1; mais la ſomme du premier, & le $\frac{1}{3}$ des deux autres eſt (ſelon la queſtion) egale à la ſomme du ſecond, & le $\frac{1}{4}$ des deux autres; ergo la ſomme du ſecond & le $\frac{1}{4}$ des deux autres, eſt 1 ① + 1, ſon quadruple 4 ① + 4. | 1 |
| Doncques le quadruple de la ſomme du ſecond & le $\frac{1}{4}$ des deux autres eſt 4 ① + 4. | |
| Mais le triple du ſecond, plus la ſomme de tous les trois nombres eſt (par le ſuivant theoreme) egale au quadruple de la ſomme du ſecond, & le $\frac{1}{4}$ des deux autres. | |
| Ergo le triple du ſecond, plus la ſomme de tous les trois, eſt 4 ① + 4. | |
| Des meſmes ſoubſtraict la ſomme de tous les trois nombres, qui ſont le premier & ſecond en l'ordre, à ſçavoir 1 ① + 3; Reſte pour le triple du ſecond nombre 3 ① + 1, deſquels le $\frac{1}{3}$ pour le ſecond nombre, eſt 1 ① + $\frac{1}{3}$ | $\frac{17}{12}$ |
| Mais la ſomme du premier, & $\frac{1}{3}$ des deux autres, eſt (ſelon la queſtion) egale à la ſomme du troiſieſme, & le $\frac{1}{5}$ des deux autres; Ergo la ſomme du troiſieſme nombre, & le $\frac{1}{5}$ des deux autres, eſt 1 ① + 1, ſon quincuple 5 ① + 5. | |
| Doncques le quincuple de la ſomme du troiſieſme, & le $\frac{1}{5}$ des deux autres, eſt 5 ① + 5. | |
| Mais le quadruple du troiſieſme, plus la ſomme de tous les trois nombres, eſt (par le ſuivant theoreme) egale au quincuple de la ſomme du troiſieſme, & la $\frac{1}{4}$ des deux autres. | |

Ergo

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

Ergo le quadruple troiſieſme, plus la ſomme de tous les trois, eſt 5 ① + 5.

Des meſmes ſoubſtraict la ſomme de tous les trois, qui ſont le premier & ſecond en l'ordre, à ſçavoir 1 ① + 3, reſte pour le quadruple du troiſieſme nombre 4 ① + 2, deſquels le $\frac{1}{4}$ pour le troiſieſme nombre 1 ① + $\frac{1}{2}$ | $\frac{19}{12}$

La ſomme du premier ſecond & troiſieſme nombre (qui ſont le premier, troiſieſme & quatrieſme en l'ordre) eſt 3 ① + $\frac{5}{6}$ | $\frac{42}{12}$

Egale à la ſomme du premier & ſecond en l'ordre 1 ① + 3 | $\frac{49}{12}$

Leſquels reduicts 2 ① ſeront egales à 2 $\frac{5}{6}$; Et par le 67 probleme 1 ① vaudra $\frac{13}{12}$.

Je di, que $\frac{13}{12}$. $\frac{17}{12}$. $\frac{19}{12}$ ſont les trois nombres requis. *Demonſtration.* Premierement la ſomme de $\frac{13}{12}$ & 1 (à ſçavoir $\frac{13}{12}$ pour le premier nombre, & 1 pour le $\frac{1}{3}$ des deux autres nombres $\frac{17}{12}$ $\frac{19}{12}$) qui eſt $\frac{23}{12}$, eſt egale à la ſomme de $\frac{17}{12}$ & $\frac{2}{3}$ (à ſçavoir $\frac{17}{12}$ pour le ſecond nombre, & $\frac{2}{3}$ pour le quart des deux autres nombres $\frac{13}{12}$ & $\frac{19}{12}$.) Au ſecond de ladicte ſomme $\frac{23}{12}$, eſt auſſi egale à la ſomme de $\frac{19}{12}$ & $\frac{1}{2}$ (à ſçavoir $\frac{19}{12}$ pour le troiſieſme nombre, & $\frac{1}{2}$ pour le $\frac{1}{5}$ des deux autres nombres $\frac{13}{12}$ & $\frac{17}{12}$) ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

## Theoréme.

*Le multiple d'un nombre de quelques nombres donnez, plus la ſomme de tous les donnez, eſt egal au produict du multiple d'unité maieur que le premier multiple, par la ſomme dudict un nombre, & le ſemblable ſubmultiple des nombres reſtans.*

*Explication du donné.* Soyent donnez quelques nombres 6. 5. 2. *Explication du requis.* Il faut demonſtrer par ces nombres ce qui eſt propoſé au theoreme. *Demonſtration.* Prennons le multiple de quelque nombre des donnez; ſoit le triple du ſecond 5, faict 15, au meſme ajouſté tous les nombres 6. 5. 2. la ſomme ſera 28. Or dict le theoreme, que ceſte ſomme de 28, ſera egale au quadruple (car le premier multiple eſtoit triple, & le ſecond multiple doibt eſtre d'unité maieur, ergo quadruple) de la ſomme de 5 & 2 (à ſçavoir 5 qui deſſus avoit eſté multiplié, & 2 pour ſemblable ſubmultiple des nombres reſtans, c'eſt à dire du ſubquadruple de la ſomme de 6 & 2) qui eſt auſſi 28, ſelon le theoreme.

Et pourtant nous avons dict à la 27 queſtion, que le triple du ſecond, plus la ſomme de tous les trois, eſt egal au quadruple de la ſomme du ſecond nombre, & le $\frac{1}{4}$ des deux autres.

### *Autre exemple.*

Soyent autrefois quelques nombres tels: 2. 7. 8. 3. 5. & prenons le multiple d'un des meſmes, ſoit le ſeptuple du troiſieſme 8, faict 56; au meſme ajouſtez tous les nombres 2. 7. 8. 3. 5. la ſomme ſera 81. Or dict le theoreme, que ceſte ſomme de 81, eſt egale à l'octuple (car le premier multiple eſt ſextuple, & le ſecond multiple doibt eſtre d'unité maieur, ergo octuple) de la ſomme de 8 & 2 $\frac{1}{8}$ (à ſçavoir 8 qui avoit eſté multiplié cy deſſus, & 2 $\frac{1}{8}$ pour le ſemblable ſubmultiple des nombres reſtans, c'eſt à dire, le ſuboctuple de 17, qui eſt la ſomme de 2. 7. 3. 5.) car elle eſt auſſi 81.

Dont ſe pourroit conclure, en queſtions comme ſont la 27 & 28, que le ſeptuple du troiſieſme nombre, plus la ſomme de tous les nombres, eſt egal à l'octuple de la ſomme du troiſieſme nombre, & du $\frac{1}{8}$ des quatre autres. *Concluſion.* Le multiple doncques d'un nombre, plus la ſomme, &c. ce qu'il falloit demonſtrer.

## Queſtion XXVIII.

*Trouvons quatre nombres tels, que la ſomme du premier, & le $\frac{1}{3}$ des trois autres, ſoit egale à la ſomme du ſecond & le $\frac{1}{4}$ des trois autres: Item egale à la ſomme du troiſieſme, & le $\frac{1}{5}$ des trois autres: Item egale à la ſomme du quatrieſme, & le $\frac{1}{6}$ des trois autres.*

## Construction.

Soit le premier nombre requis 1 ① | $\frac{47}{90}$

Et le ſecond, troiſieſme, & quatrieſme enſemble quelque nombre Arithmetique comme 3 | 5

Ergo la ſomme du premier & le $\frac{1}{3}$ des trois autres eſt (ſelon la queſtion) egale à la ſomme du ſecond & le $\frac{1}{4}$ des trois autres, ergo la ſomme du ſecond & le $\frac{1}{4}$ des trois autres, eſt 1 ① + 1, ſon quadruple 4 ① + 4.

Doncques le quadruple de la ſomme du ſecond & le $\frac{1}{4}$ des trois autres eſt 4 ① + 4.

Mais le triple du ſecond plus la ſomme de tous les quatre nombres, eſt (par le precedent theoreme) egale au quadruple de la ſomme du ſecond & le $\frac{1}{4}$ des trois autres.

Ergo le triple du ſecond, plus la ſomme de tous les quatre nombres, eſt 4 ① + 4.

Des meſmes ſoubſtraict la ſomme de tous les quatre nombres, qui ſont le premier & ſecond en l'ordre, à ſçavoir 1 ① + 3, reſte pour le triple du ſecond nombre 3 ① + 1, deſquels le $\frac{1}{3}$ pour le ſecond nombre eſt 1 ① + $\frac{1}{3}$ | $\frac{77}{90}$

Mais la ſomme du premier & le $\frac{1}{3}$ des trois autres, eſt ſelon la queſtion, egale à la ſomme du troiſieſme & le $\frac{1}{4}$ des trois autres; Ergo la ſomme du troiſieſme nombre & le $\frac{1}{3}$ des trois autres, eſt 1 ① + 1, ſon quincuple 5 ① + 5.

Doncques le quincuple de la ſomme du troiſieſme & le $\frac{1}{3}$ des trois autres, eſt 5 ① + 5;

Mais le quadruple du troiſieſme plus la ſomme de tous les quatre nombres eſt (par le precedent theoreme) egale au quincuple de la ſomme du troiſieſme & la $\frac{1}{3}$ des trois autres;

Ergo le quadruple du troiſieſme, plus la ſomme de tous les quatre nombres, eſt 5 ① + 5.

Des meſmes ſoubſtraict la ſomme de tous les quatre qui ſont le premier & ſecond en l'ordre, à ſçavoir 1 ① + 3, reſte pour le quadruple du troiſieſme nombre 4 ① + 2, deſquels le $\frac{1}{4}$ pour le troiſieſme nombre 1 ① + $\frac{1}{2}$ | $\frac{92}{90}$

Mais la ſomme du premier & le $\frac{1}{3}$ des trois autres eſt (ſelon la queſtion) egale à la ſomme du quatrieſme & le $\frac{1}{6}$ des trois autres; Ergo la ſomme du quatrieſme nombre, & le $\frac{1}{6}$ des trois autres, eſt ① + 1, ſon ſextuple 6 ① + 6.

Doncques le ſextuple de la ſomme du quatrieſme, & le $\frac{1}{6}$ des trois autres eſt 6 ① + 6.

Mais le quincuple du quatrieſme plus la ſomme de tous les quatre nombres eſt (par le precedent theoreme) egale au ſextuple de la ſomme du quatrieſme & à $\frac{1}{6}$ des trois autres.

Ergo le quincuple du quatrieſme, plus la ſomme de tous les quatre nombres, eſt 6 ① + 6.

Des meſmes ſoubſtraict la ſomme de tous les quatre nombres, qui ſont le premier & ſecond en l'ordre, à ſçavoir 1 ① + 3, reſte



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

| | | |
|---|---|---|
| pour le quinceuple du quatrieſme nombre 5 ① + 3, deſquels le $\frac{1}{5}$ pour le quatrieſme nombre | 1 ① + $\frac{3}{5}$ | $\frac{101}{90}$ |
| La ſomme du premier ſecond troiſieſme & quatrieſme nombre (qui ſont le premier troiſieſme quatrieſme & cinequieſme en l'ordre) eſt | 4 ① + $\frac{49}{30}$ | $\frac{317}{90}$ |
| Egale à la ſomme du premier & ſecond en l'ordre | 1 ① + 3 | $\frac{317}{90}$ |

Leſquels reduicts 3 ① ſeront egales à $\frac{47}{30}$, & par le 67 probleme, 1 ① vaudra $\frac{47}{90}$.

Ie di, que $\frac{47}{90}$ $\frac{77}{90}$ $\frac{92}{90}$ $\frac{101}{90}$ ſont les quatre nombres requis. *Demonſtration.* Premierement la ſomme de $\frac{47}{90}$ & 1, eſt $\frac{137}{90}$ (à ſçavoir $\frac{47}{90}$ pour le premier nombre, & 1 pour le $\frac{1}{3}$ des trois autres nõbres, & eſt egale à la ſomme de $\frac{77}{90}$, & $\frac{2}{3}$ (à ſçavoir $\frac{77}{90}$ pour le ſecond nombre, & $\frac{2}{3}$ pour le $\frac{1}{4}$ des trois autres.) Au ſecond ladicte ſomme $\frac{137}{90}$, eſt auſſi egale à la ſomme de $\frac{92}{90}$, & $\frac{1}{2}$ (à ſçavoir $\frac{92}{90}$ pour le troiſieſme nombre, & $\frac{1}{2}$ pour le $\frac{1}{5}$ des trois autres nombres.) Au troiſieſme ladicte ſomme $\frac{137}{90}$, eſt auſſi egale à la ſomme de $\frac{101}{90}$ & $\frac{2}{5}$ (à ſçavoir $\frac{101}{90}$ pour le quatrieſme nombre, & $\frac{2}{5}$ pour le $\frac{1}{6}$ des trois autres nombres) ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

## Qvestion XXIX.

*Soyent donnez deux nombres 8 & 2. Il faut trouver un troiſieſme, qui multiplié par les donnez, donne l'un produict quarré, & l'autre produict ſon coſté.*

### Construction.

| | | |
|---|---|---|
| Soit le nombre requis | 1 ① | 2 |
| Qui multiplié par 8 donné, faict pour premier produict | 8 ① | 16 |
| Et multiplié ledict nombre requis par 2 donné, faict pour ſecond produict | 2 ① | 4 |
| Qui doibt eſtre la racine du premier produict, ergo ſon quarré | 4 ② | 16 |
| Eſt egal au ſecond en l'ordre | 8 ① | 16 |

Leſquels reduicts, 4 ① ſeront egales à 8, & par le 67 probleme 1 ① vaudra 2.

Ie di, que 2 eſt le nombre requis. *Demonſtration.* Multiplié 2 par 8, faict 16, & le meſme 2 multiplié par le 2 donné faict 4, qui eſt racine quarrée du quarré 16, ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

## Qvestion XXX.

*Trouvons deux nombres, deſquels la ſomme ſoit 6, & le produict des meſmes 8.*

### Construction.

| | | |
|---|---|---|
| Soit l'un nombre | 1 ① | 4 |
| Ergo l'autre | — 1 ① + 6 | 2 |
| Leur produict | — 1 ② + 6 ① | 8 |
| Egal à | 8 | |

Leſquels reduicts 1 ② ſera egale à 6 ① — 8, & par le 68 probleme, 1 ① vaudra 4.

Ie di, que 4 & 2 ſont les deux nombres requis. *Demonſtrat.* La ſomme de 4 & 2 eſt 6; Et le produict de 4 & 2 eſt 8, ſelon le requis, ce qu'il falloit demonſtrer.

### *Autre conſtruction de ceſte 30 queſtion ſelon Diophante, pour avoir à la fin ſimple quantité egale à ſimple quantité.*

| | | |
|---|---|---|
| Soit l'un nombre requis 1 ①, plus la moitie de la ſomme des nombres requis qui eſt 3, faict | 1 ① + 3 | 4 |
| Ergo l'autre nombre (puis que leur ſomme doibt eſtre 6) ſera | — 1 ① + 3 | 2 |
| Leur produict | — 1 ② + 9 | 8 |
| Egal au produict requis | 8 | |

Leſquels reduicts 1 ② ſera egale à 1, & par le 78 probleme, 1 ① vaudra 1.

Doncques 4 & 2 ſeront les nombres requis comme deſſus.

## Qvestion XXXI.

*Trouvons deux nombres, deſquels la ſomme ſoit 6, & la ſomme de leurs quarrez 20.*

### Construction.

| | | |
|---|---|---|
| Soit le premier nombre | 1 ① | 4 |
| Ergo le ſecond nombre | — 1 ① + 6 | 2 |
| Le quarré du premier nombre eſt | 1 ② | 16 |
| Le quarré du ſecond nombre | 1 ② — 12 ① + 36 | 4 |
| Somme des deux quarrés | 2 ② — 12 ① + 36 | 20 |
| Egal à | 20 | |

Leſquels reduicts 2 ② ſeront egales à 12 ① — 16, & par le 68 probleme, 1 ① vaudra 4.

Ie di, que 4 & 2 ſont les deux nombres requis. *Demonſtration.* La ſomme de 4 & 2 eſt 6, & le quarré de 4 eſt 16; auquel ajouſté le quarré de 2, qui eſt 4, la ſomme eſt 20, ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

### *Autre conſtruction de ceſte 31 queſtion, ſelon Diophante, pour avoir à la fin ſimple quantité egale à ſimple quantité.*

| | | |
|---|---|---|
| Soit le premier nombre requis 1 ①, plus la moitie de la ſomme des nombres requis, qui eſt 3, faict | 1 ① + 3 | 4 |
| Ergo le ſecond nombre (puis que leur ſomme doibt eſtre 6) ſera | — 1 ① + 3 | 2 |
| Le quarré du premier nombre | 1 ② + 6 ① + 9 | 16 |
| Le quarré du ſecond nombre | 1 ② — 6 ① + 9 | 4 |
| Sommes des deux quarrez | 2 ② + 18 | 20 |
| Egale à | 20 | |

Leſquels reduicts, 2 ② ſeront egales à 2, & par le 68 probleme, 1 ① vaudra 1.

Doncques 4 & 2, ſeront les deux nombres requis, comme deſſus.

## Qvestion XXXII.

*Trouvons deux nombres, deſquels la ſomme ſoit 6, & deſquels le quarré de l'un, excede au quarré de l'autre, en 12.*

### Construction.

| | | |
|---|---|---|
| Soit le premier nombre | 1 ① | 4 |
| Ergo le ſecond | — 1 ① + 6 | 2 |
| Le quarré du premier nombre | 1 ② | 16 |
| Du meſme ſoubſtraict le quarré du ſecond nombre, qui eſt | 1 ② — 12 ① + 36 | 4 |
| Reſte | 12 ① — 36 | 12 |
| Egales à | 12 | |

Leſquels reduicts, 12 ① ſeront egales à 48, & par le 67 probleme, 1 ① vaudra 4.

Ie di, que 4 & 2, ſont les deux nombres requis. *Demonſtration.* La ſomme de 4 & 2 eſt 6, & le quarré de 4 qui eſt 16, excede au quarré de 2 qui eſt 4, en 12, ſelon le requis, ce qu'il falloit demonſtrer.

*Autre*

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

### *Autre construction de ceste 32 question, selon Diophante.*

| | | |
|---|---|---|
| Soit le premier nombre requis 1 ①, plus la moitié de la somme des nombres requis qui est 3, faict | 1 ① + 3 | 4 |
| Ergo le second nombre | — 1 ① + 3 | 2 |
| Le quarré du premier nombre | 1 ② + 6 ① + 9 | 16 |
| Du mesme soubstraict le quarré du second nombre qui est | 1 ② — 6 ① + 9 | 4 |
| Reste | 12 ① | 12 |
| Egales à | 12 | |

Et par le 67 probleme 1 ① vaudra 1.

Doncques 4 & 2 seront les deux nombres requis, comme dessus.

### Question XXXIII.

*Trouvons deux nombres, desquels la difference soit 2, & le produict 8.*

Construction.

| | | |
|---|---|---|
| Soit le premier nombre | 1 ① | 2 |
| Ergo le second nombre | 1 ① + 2 | 4 |
| Leur produict | 1 ② + 2 ① | 8 |
| Egal à | 8 | |

Et par le 68 probleme 1 ① vaudra 2.

Je di, que 2 & 4 sont les nombres requis. *Demonstration.* La difference de 4 à 2 est 2, & le produict de 4 par 2 est 8, selon le requis; Ce qu'il falloit demonstrer.

### *Autre construction de ceste 33 question selon Diophante, pour avoir à la fin simple quantité egale à simple quantité.*

| | | |
|---|---|---|
| Soit le premier nombre 1 ①, plus la moitie de leur difference requise, qui est 1, faict | 1 ① + 1 | 4 |
| Ergo le second nombre, puis que leur difference doibt estre 2, sera | 1 ① — 1 | 2 |
| Leur produict | 1 ② — 1 | 8 |
| Egal au produict requis | 8 | |

Lesquels reduicts 1 ② sera egal à 9, & par le 78 probleme, 1 ① vaudra 3.

Doncques 4 & 2 seront les nombres requis comme dessus.

### Question XXXIV.

*Trouvons deux nombres en raison double, & que la somme de leurs quarrez, soit à la somme des mesmes nombres en raison quincuple.*

Construction.

| | | |
|---|---|---|
| Soit le premier nombre | 1 ① | 3 |
| Et le second nombre son double, sera | 2 ① | 6 |
| Leur somme | 3 ① | 9 |
| Le quarré du premier nombre | 1 ② | 9 |
| Le quarré du second nombre | 4 ② | 36 |
| La somme des quarrez 5 ②, est quincuple au troisiesme en l'ordre; Ergo sa $\frac{1}{5}$ qui est | 1 ② | 9 |
| Est egale au troisiesme en l'ordre, qui est | 3 ① | 9 |

Lesquels reduicts 1 ① sera egale ou vaudra 3.

Je di, que 3 & 6 sont les deux nombres requis. *Demonstration.* Les nombres 6 & 3 sont en raison double, & la somme de leurs quarrez 45 (à sçavoir 36 & 9) est en quincuple raison à la somme de 6 & 3, selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

### Question XXXV.

*Trouvons deux nombres en raison triple, & que la somme de leurs quarrez aye à la difference des nombres, raison quincuple.*

Construction.

| | | |
|---|---|---|
| Soit le premier nombre | 1 ① | 1 |
| Et le second nombre son triple, sera | 3 ① | 3 |
| Leur difference est | 2 ① | 2 |
| Le quarré du premier nombre | 1 ② | 1 |
| Le quarré du second nombre | 9 ② | 9 |
| La somme des quarrez 10 ②, est quincuple au troisiesme en l'ordre. ergo sa $\frac{1}{5}$ qui est | 2 ② | 2 |
| Est egale au troisiesme en l'ordre, qui est | 2 ① | 2 |

Lesquels reduicts 2 ① seront egales à 2, & par le 67 probleme, 1 ① vaudra 1.

Je di, que 1 & 3 sont les deux nombres requis. *Demonstration.* 3 & 1 sont en raison triple, & la somme de leurs quarrez (qui sont 9 & 1) est 10, qui obtient à 2 (difference d'entre 3 & 1) raison quincuple, selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

### Question XXXVI.

*Trouvons deux nombres en raison triple, & que la difference de leurs quarrez, soit à la somme des mesmes nombres en raison quadruple.*

Construction.

| | | |
|---|---|---|
| Soit le premier nombre | 1 ① | 2 |
| Et le second nombre son triple, sera | 3 ① | 6 |
| Leur somme | 4 ① | 8 |
| Le quarré du premier nombre | 1 ② | 4 |
| Le quarré du second nombre | 9 ② | 36 |
| Difference des quarrez 8 ②, est quadruple au troisiesme en l'ordre, ergo son $\frac{1}{4}$ qui est | 2 ② | 8 |
| Est egal au troisiesme en l'ordre | 4 ① | 8 |

Lesquels reduicts 2 ① seront egales à 4, & par le 67 probleme 1 ① vaudra 2.

Je di, que 2 & 6 sont les nombres requis. *Demonstrat.* 6 & 2 sont en raison triple, & la difference de leurs quarrez 32 (à sçavoir de 36 & 4) est quadruple à la somme de 6 & 2, selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

### Question XXXVII.

*Trouvons deux nombres en raison triple, & que la difference de leurs quarrez aye a la difference des nombres raison quadruple.*

Construction.

| | | |
|---|---|---|
| Soit le premier nombre | 1 ① | 1 |
| Et le second nombre son triple, sera | 3 ① | 3 |
| Leur difference | 2 ① | 2 |
| Le quarré du premier nombre | 1 ② | 1 |
| Le quarré du second nombre | 9 ② | 9 |
| Difference des quarrez 8 ②, est quadruple au troisiesme en l'ordre, ergo son $\frac{1}{4}$ qui est | 2 ② | 2 |
| Est egal au troisiesme en l'ordre, qui est | 2 ① | 2 |

Lesquels reduicts 2 ① seront egales à 2, & par le 67 probleme, 1 ① vaudra 1.

Je di, que 1 & 3 sont les deux nombres requis. *Demonstration.* 3 & 1 sont en raison triple, & 8 difference de leurs quarrez, à sçavoir de 1 & 9, obtient raison quadruple, à 2 difference des nombres 3 & 1, selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

## QVESTION XXXVIII.

*TRouvons deux nombres en raiſon triple tels, que le quarré du moindre, aye au maieur nombre, raiſon double.*

CONSTRVCTION.

| | | |
|---|---|---|
| Soit le moindre nombre | 1 ① | 6 |
| Et le maieur nombre ſon triple, ſera | 1 ① | 18 |
| Le quarré du moindre nombre 1 ②, eſt double au maieur nombre, ergo ſa moitie qui eſt | $\frac{1}{2}$ ② | 18 |
| Eſt egale au maieur nombre | 3 ① | 18 |

Leſquels reduicts $\frac{1}{2}$ ① ſera egale à 3, & par le 67 probleme, 1 ① vaudra 6.

Je di, que 6 & 18 ſont les nombres requis. *Demonſtration.* 18 & 6 ſont en raiſon triple, & le quarré 36 du moindre nombre 6 obtient au maieur nombre 18, raiſon double ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

## QVESTION XXXIX.

*TRouvons deux nombres en raiſon triple tels, que le quarré du moindre nombre, aye au moindre nombre raiſon double.*

CONSTRVCTION.

| | | |
|---|---|---|
| Soit le moindre nombre | 1 ① | 2 |
| Et le maieur nom ſon triple, ſera | 3 ① | 6 |
| Le quarré du moindre nombre 1 ②, eſt double au moindre nombre, ergo ſa moitie qui eſt | $\frac{1}{2}$ ② | 2 |
| Eſt egale au moindre nombre | 1 ① | 2 |

Leſquels reduicts $\frac{1}{2}$ ① ſera egale à 1, & par le 67 probleme, 1 ① vaudra 2.

Je di, que 2 & 6 ſont les deux nombres requis. *Demonſtrat.* 6 & 2 ſont en raiſon triple, & le quarré 4 du moindre nombre 2, obtient au meſme moindre nombre raiſon double, ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

### ANNOTATION D'A. G.

*C'eſte queſtion eſt fort mal propoſée, & veux bien croire qu'elle a eſté adjouſtée de quelque ignorant, car la deuxieſme condition n'eſt pas liée n'y conjoincte, ce qui pourra ſervir d'advertiſſement de n'en point faire des telles.*

## QVESTION XL.

*TRouvons deux nombres en raiſon triple tels, que le quarré du moindre, aye a la ſomme des nombres raiſon double.*

CONSTRVCTION.

| | | |
|---|---|---|
| Soit le moindre nombre | 1 ① | 8 |
| Et le maieur nombre ſon triple, ſera | 3 ① | 24 |
| Leur ſomme | 4 ① | 32 |
| Le quarré du moindre nombre 1 ②, eſt double à la ſomme des nombres 4 ①, ergo | 1 ② | 64 |
| Eſt egale au double de 4 ①, qui eſt à | 8 ① | 64 |

Leſquels reduicts 1 ① ſera egale ou vaudra 8.

Je di, que 8 & 24 ſont les deux nombres requis. *Demonſtration.* Les nombres 24 & 8 ſont en raiſon triple, & le quarré 64 du moindre nombre 8, eſt double à 32, qui eſt la ſomme des 24 & 8, ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

## QVESTION XLI.

*TRouvons deux nombres en raiſon triple tels, que le quarré du moindre nombre, aye a la difference des nombres raiſon double.*

CONSTRVCTION.

| | | |
|---|---|---|
| Soit le moindre nombre | 1 ① | 4 |
| Et le maieur nombre ſon triple ſera | 3 ① | 12 |
| Leur difference eſt | 2 ① | 8 |
| Le quarré du moindre nombre 1 ②, eſt double à la difference 2 ①, ergo | $\frac{1}{2}$ ② | 8 |
| Eſt egale à la difference des nombres | 2 ① | 8 |

Leſquels reduicts $\frac{1}{2}$ ① ſera egale à 2, & par le 67 probleme 1 ① vaudra 4.

Je di, que 4 & 12 ſont les deux nombres requis. *Demonſtrat.* 12 & 4 ſont en raiſon triple, & le quarré 16 du moindre nombre 4, eſt 8 (difference de 4 & 12) en raiſon double, ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

NOTA. Ce qui eſt mis pour 42 queſtion, eſt appendice des precedentes ſonnant ainſi:

*PAr meſme maniere on trouvera deux nombres de raiſon donnée, ainſi que le quarré du maieur, au moindre nombre ſoit raiſon requiſe. Item deux nombres de raiſon donnée, ainſi que le quarré du maieur, au meſme maieur ſoit raiſon requiſe. Item deux nombres de raiſon donnée, ainſi que le quarré du maieur, obtienne à la ſomme des nombres, raiſon requiſe. Et au dernier deux nombres de raiſon donnée, ainſi que le quarré du maieur, à la difference des nombres, ſoit raiſon requiſe.*

## QVESTION XLIII.

*SOyent donnez deux nombres 3 & 2; Il faut trouver leur troiſieſme nombre tel, que la ſomme de chaſques deux nombres multipliée par le troiſieſme, donnent trois produicts d'egaux exces: deſquels produicts celuy de 3, par la ſomme des deux autres, ſoit le maieur; Et le produict de 2, par les deux autres, le moyen; Et le produict du nombre requis, par les deux autres, le moindre.*

CONSTRVCTION.

| | | |
|---|---|---|
| Soit le nombre requis | 1 ① | $\frac{3}{2}$ |
| Au meſme ajouſté le 2 donné, faict pour la ſomme des deux nombres 1 ① + 2, qui multipliée par le troiſieſme nombre 3, donne produict | 3 ① + 6 | $\frac{21}{2}$ |
| Puis ajouſté au nombre requis 1 ①, le 3 donné, faict pour la ſomme de deux nombres 1 ① + 3, qui multipliée par le troiſieſme nombre 2, donne produict | 2 ① + 6 | $\frac{18}{2}$ |
| Puis ajouſtez les nombres donnez 3 & 2, faict pur la ſomme de deux nombres 5, qui multipliée par le troiſieſme (qui eſt le premier en l'ordre) donne produict | 5 ① | $\frac{15}{2}$ |
| Doncques le maieur produict eſt 3 ① + 6, le moyen 2 ① + 6, le moindre 5 ①; Mais de trois nombres d'egal exces, le double du moyen eſt egal à la ſomme des extremes, & le moyen eſt icy 2 ① + 6, ergo ſon double | 4 ① + 12 | 18 |
| Eſt egal à la ſomme des extremes, c'eſt à dire à la ſomme de 3 ① + 6 & 5 ①, qui ſont 8 ① + 6 | | 18 |

Leſquels reduicts 4 ① ſeront egales a 6, & par le 67 probleme, 1 ① vaudra $\frac{3}{2}$.

Je di, que $\frac{3}{2}$ ſont le nombre requis. *Demonſtration.* Multipliant $\frac{7}{2}$, ſomme de 2 & $\frac{3}{2}$, par le troiſieſme nombre 3, le produict eſt $\frac{21}{2}$; Puis multipliant $\frac{9}{2}$, ſomme de $\frac{3}{2}$ & 3, par le troiſieſme nombre 2, le produict eſt $\frac{18}{2}$; Puis multipliant 5, ſomme de 3 & 2, par le troiſieſme nombre $\frac{3}{2}$, le produict eſt $\frac{15}{2}$; Or ces trois produicts ont egaux exces, car le maieur excede au moyen en $\frac{3}{2}$, auſſi excede le moyen au moindre en $\frac{3}{2}$; Item le produict de 3, par les deux autres, eſt le maieur; Et le produict de 2 par les deux autres eſt le moyen; Et le produict du nombre requis $\frac{3}{2}$, par les deux autres, eſt le moindre ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

SECOND

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

SECOND LIVRE

# D'ALGEBRE

DE

# DIOPHANTE D'ALEXANDRIE;

*Traduict en langue Françoise & expliqué par* SIMON STEVIN *de Bruges.*

## QVESTION I.

*TRouvons deux nombres, desquels la somme de leurs quarrez, aye a la somme des nombres raison decuple.*

CONSTRVCTION.

| | | |
|---|---|---|
| Soit le moindre nombre | 1① | 6 |
| Et le maieur quelque autre, soit | 2① | 12 |
| Somme des nombres | 3① | 18 |
| Le quarré du moindre | 1② | 36 |
| Le quarré du maieur | 4② | 144 |
| Somme des quarrez | 5② | 180 |
| Egale au decuple de la somme des nombres troisiesme en l'ordre, qui est à | 30① | 180 |

Lesquels reduicts 5① seront egales à 30, & par le 67 probleme, 1① vaudra 6.

Je di, que 6 & 12 sont les nombres requis. *Demonstration.* La somme des quarrez des nombres 6 & 12 est 180, qui obtient à 18, somme des nombres, raison decuple, selon le requis, ce qu'il falloit demonstrer.

## QVESTION II.

*TRouvons deux nombres, desquels la difference, obtienne à la difference de leurs quarrez raison subsextuple.*

CONSTRVCTION.

| | | |
|---|---|---|
| Soit le moindre nombre | 1① | 2 |
| Et le maieur quelque autre nombre, soit | 2① | 4 |
| Leur difference | 1① | 2 |
| Le quarré du moindre nombre | 1② | 4 |
| Le quarré du maieur nombre | 4② | 16 |
| Difference des quarrez | 3② | 12 |
| Egale au sextuple de la difference des nombres troisiesme en l'ordre, qui est à | 6① | 12 |

Lesquels reduicts 3① seront egales à 6, & par le 67 probleme, 1① vaudra 2.

Je di, que 2 & 4 sont les nombres requis. *Demonstration.* La difference 2 (d'entre les nombres 2 & 4) obtient à la difference 12 (d'entre leurs quarrez 16 & 4) raison subsextuple, selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

## QVESTION III.

*TRouvons deux nombres tels, que leur produict aye à leur somme raison sextuple.*

CONSTRVCTION.

| | | |
|---|---|---|
| Soit le moindre nombre | 1① | 9 |
| Et le maieur quelque nombre, soit | 2① | 18 |
| Leur somme | 3① | 27 |
| Le produict du moindre & majeur | 2② | 162 |
| Egal au sextuple de la somme des nombres | 18① | 162 |

Lesquels reduicts 2① seront egales à 18, & par le 67 probleme 1① vaudra 9.

Je di, que 9 & 18 sont les deux nombres requis. *Demonstration.* 162 (qui est le produict de 9 & 18) obtient à 27 (qui est la somme de 9 & 18) raison sextuple, selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

## QVESTION IV.

*TRouvons deux nombres, desquels la somme de leurs quarrez obtienne à la difference des nombres, raison decuple.*

CONSTRVCTION.

| | | |
|---|---|---|
| Soit le moindre nombre | 1① | 2 |
| Et le maieur quelque autre nombre, soit | 2① | 4 |
| Leur difference | 1① | 2 |
| Le quarré du moindre nombre | 1② | 4 |
| Le quarré du maieur nombre | 4② | 16 |
| Somme des quarrez | 5② | 20 |
| Egale au decuple de la difference des nombres troisiesme en l'ordre, qui est à | 10① | 20 |

Lesquels reduicts, 5① seront egales à 10, & par le 67 probleme, 1① vaudra 2.

Je di, que 2 & 4 sont les deux nombres requis. *Demonstration.* 20 (somme des quarrez des nombres 2 & 4) obtient à 2 (qui est difference des nombres 2 & 4) raison decuple, selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

## QVESTION V.

*TRouvons deux nombres tels, que la difference de leurs quarrez, aye à la somme des nombres, raison sextuple.*

CONSTRVCTION.

| | | |
|---|---|---|
| Soit le moindre nombre | 1① | 6 |
| Et le maieur quelque autre nombre, soit | 2① | 12 |
| Leur somme est | 3① | 18 |
| Le quarré du moindre | 1② | 36 |
| Le quarré du maieur | 4② | 144 |
| Difference des quarrez | 3② | 108 |
| Egale au sextuple de la somme des nombres troisiesme en l'ordre, qui est à | 18① | 108 |

Lesquels traduicts 3① seront egales à 18, & 1① par le 67 probleme, vaudra 6.

Je di, que 6 & 12 sont les deux nombres requis. *Demonstration.* 108 (qui est la difference des quarrez de 6 & 12) obtient à 18 (qui est la somme des nombres 6 & 12) raison sextuple, selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

## QVESTION VI.

*TRouvons deux nombres, desquels la difference 2, & la difference de leurs quarrez 22.*

CONSTRVCTION.

| | | |
|---|---|---|
| Soit le moindre nombre | 1① | $4\frac{1}{2}$ |
| Ergo le maieur nombre | 1①+2 | $6\frac{1}{2}$ |
| Le quarré du moindre nombre | 1② | $\frac{81}{4}$ |
| Le quarré du maieur nombre | 1②+4①+4 | $\frac{169}{4}$ |
| Difference des quarrez | 4①+4 | 22 |
| Egale à la difference des quarrés requise | 22 | |

Lesquels reduicts 4① seront egales à 18, & par le 67 probleme, 1① vaudra $4\frac{1}{2}$.

Je di, que $4\frac{1}{2}$ & $6\frac{1}{2}$ sont les deux nombres requis. *Demonstration.* La difference de $4\frac{1}{2}$ & $6\frac{1}{2}$ est 2, & la



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

difference de leurs quarrez (qui sont $\frac{81}{4}$ & $\frac{169}{4}$) est 22, selon le requis ; ce qu'il falloit demonstrer.

### Question VII.

Nota. Si l'on considere bien la 7 question, le sens se trouve tel.

*Trouvons deux nombres desquels la difference 2, & la difference de leurs quarrez 16.*

Laquelle estant semblable à la precedente 6 question nous n'en ferons point de construction.

### Question VIII.

*Partons un nombre quarré à sa racine commensurable, comme 16, en deux semblables quarrez.*

#### Construction.

| | |
|---|---|
| Soit le premier quarré $1\,②$ | $\frac{256}{25}$ |
| Ergo le second quarré $-1\,①+16$ | $\frac{144}{25}$ |
| Egal à quelque quarré à sa racine commensurable, pour le costé duquel on posera quelques $①-\sqrt{16}$; Soit $2\,①-4$, & le quarré sera $4\,②-16\,①+16$ | $\frac{144}{25}$ |

Lesquels reduicts $5\,①$ seront egales à 16, & par le 67 probleme $1\,①$ vaudra $\frac{16}{5}$.

Ie di que $\frac{256}{25}$ & $\frac{144}{25}$, sont les deux quarrez requis. *Demonstration.* La somme de $\frac{256}{25}$ & $\frac{144}{25}$, est 16. Item la racine de $\frac{256}{25}$ est $\frac{16}{5}$; & la racine de $\frac{144}{25}$ est $\frac{12}{5}$, qui sont à leurs quarrez commensurables, selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

Nota. Il est notoire qu'on pourra trouver par ceste 8 question, des infiniz triangles rectangles divers, desquels chasque costé sera nombre Arithmetique. Par exemple ; Si l'on pose l'un costé contenant l'angle droict, la racine des susdictes $\frac{256}{25}$, qui est $\frac{16}{5}$, & l'autre costé la racine des $\frac{144}{25}$, qui est $\frac{12}{5}$, l'hypothenuse sera 4.

### Question IX.

Ceste 9 question, est la mesme que la 8, mais elle se fera ici par autre construction telle.

#### Construction.

| | |
|---|---|
| Soit le costé du premier quarré $1\,①$ | $\frac{16}{5}$ |
| Et le costé du second quarre, soit de quelques ① moins $\sqrt{16}$, soit $2\,①-4$ | $\frac{12}{5}$ |
| Ergo le premier quarré $1\,①$ | $\frac{256}{25}$ |
| Et le second quarré $4\,②-16\,①+16$ | $\frac{144}{25}$ |
| Somme des quarrez $5\,②-16\,①+16$ | 16 |
| Egale à 16 | |

Lesquels reduicts $5\,①$ seront egales à 16, & par le 67 probleme, $1\,①$ vaudra $\frac{16}{5}$.

Doncques $\frac{256}{25}$ & $\frac{144}{25}$, seront les deux quarrez requis, comme dessus.

### Question X.

*Partons un nombre composé de deux nombres quarrez à leurs racines commensurables, comme 13 composé de 9 & 4; En deux autres semblables quarrez.*

#### Construction.

| | |
|---|---|
| Soit le costé du premier quarré, de quelques ① plus la racine de l'un quarré donné 4, comme $1\,①+2$ | $\frac{18}{5}$ |
| Et le costé du second quarré, soit de quelques ① moins la racine de l'autre quarré donné, comme $2\,①-3$ | $\frac{1}{324}$ |
| Ergo le premier quarré $1\,②+4\,①+4$ | $\frac{324}{25}$ |
| Et le second quarré $4\,②\,12\,①+9$ | $\frac{1}{25}$ |
| Somme des quarrez $5\,②-8\,①+13$ | 13 |
| Egale à 13 | |

Lesquels reduicts $5\,①$ seront egales à 8, & par le 67 probleme, $1\,①$ vaudra $\frac{8}{5}$.

Ie di que $\frac{324}{25}$ & $\frac{1}{25}$, sont les deux quarrez requis. *Demonstration.* Les deux quarrez $\frac{324}{25}$ & $\frac{1}{25}$, font ensemble 13, & la racine de $\frac{324}{25}$ est $\frac{18}{5}$, & la racine de $\frac{1}{25}$ est $\frac{1}{5}$, lesquels racines sont à leurs quarrez commensurables, selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

### Question XI.

*Trouvons deux nombres quarrez à leurs racines commensurables, tels que leur difference soit 60.*

#### Construction.

| | |
|---|---|
| Soit le costé du premier quarré $1\,①$ | $8\frac{1}{2}$ |
| Et le costé du second quarre $1\,①$, & plus quelque nombre moindre que $\sqrt{60}$ (dont la raison appert en la derniere egaleté) soit $1\,①+3$ | $11\frac{1}{2}$ |
| Ergo le premier quarré $1\,②$ | $72\frac{1}{4}$ |
| Et le second quarré $1\,②+6\,①+9$ | $132\frac{1}{4}$ |
| Difference des quarrez $6\,①+9$ | 60 |
| Egale à la difference requise 60 | |

Lesquels reduicts $6\,①$ seront egales à 51, & par le 67 probleme, $1\,①$ vaudra $8\frac{1}{2}$.

Ie di que $72\frac{1}{4}$ & $132\frac{1}{4}$ sont les deux quarrez requis. *Demonstration.* La difference des deux quarrez $72\frac{1}{4}$ & $132\frac{1}{4}$ est 60, & la racine de l'une est $8\frac{1}{2}$, & de l'autre $11\frac{1}{2}$, qui sont à leurs quarrez commensurables, selon le requis ; ce qu'il falloit demonstrer.

## NOTE DV QVARRE DE DOVBLE EGALETE.

Nous parlerons en aucunes questions suivantes du quarré de double egaleté, pourtant avant qu'y venir nous descrirons sa Definition & Invention en ceste sorte :

### Definition.

*Estant deux quantitez, à l'une desquelles il faut poser estre egal quelque quarré, tel que sa valeur, ensemble la valeur de l'autre quantité, soyent quarrez à leurs racines commensurables: Alors iceluy quarré posé, s'appelle quarré de double egaleté.*

### Explication.

Soyent par exemple deux quantitez, l'une $1\,①+1$, l'autre $1\,①+6$, & le quarré posé, egal à $1\,①+1$ soit 4; D'ou s'ensuit que $1\,①+6$, vaudra semblable quarré 9 (car $1\,①+1$ vallant 4, là $1\,①$ vaut 3) Doncques 4 est quarré de double egaleté; Nommé ainsi, par ce qu'il est quarré, egal à $1\,①+1$, & sur cela il cause encore egaleté, entre $1\,①+6$ & semblable quarré 9.

## DE L'INVENTION DV QVARRE DE DOVBLE EGALETE.

Et pour declarer son invention nous poserons deux quantitez, la moindre $1\,①+1$, & la maieure $1\,①+6$, desquelles il faut trouver le quarré de double egaleté, egal premierement à la moindre (car on peut egaler le quarré de double egaleté au moindre, ou au maieur, comme l'on veut; nous dirons doncques premierement du moindre, puis du maieur.)

On soubstraira la moindre quantité proposée $1\,①+1$ de la maieure $1\,①+6$, reste 5; puis on prendra quelques deux nombres, desquels le produict soit 5, à sçavoir egal à ladicte reste, soit l'un 5, l'autre 1 (car leur produict

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

produict est 5) leur difference 4 (difference par ce que c'est du moindre que nous cherchons, car quand on le cherche du majeur, il faut prendre leur somme) sa moitié 2, son quarré, pour le quarré de double egalete egal à la moindre quantité proposée, est 4.

La demonstration est, que la moindre quantité 1① + 1 vallant 4, la 1① vaudra 3; Mais 1① vallant 3, la maieure quantité 1① + 6 vaudra 9, qui est semblable quarré. Doncques 4, selon la definition ci dessus, est leur quarré de double egaleté.

Mais pour trouver le quarré de double egaleté, egal à la maieure quantité proposée 1① + 6, on aioustera les susdictes 5 & 1, font 6, sa moitié 3, son quarré, pour le quarré de double egaleté requis egal au maieur proposé, est 9, dont la demonstration est notoire par la precedente.

### AVTRE EXEMPLE.

Soient autre fois deux quantitez desquelles il faut trouuer le quarré de double egaleté egal au moindre, tels; le maieur 4② + 15①, le moindre 4② — 1① — 4.

On soubstraira la moindre quantité de la maieure, reste 16① + 4. Puis on prendra quelque deux nombres desquels le produict soit 16① + 4, à sçavoir egal à icelle reste, soit l'vn 4① + 1, l'autre 4, (car leur produict est 16① + 4) leur difference 4① — 3, sa moitié 2① — $\frac{3}{2}$, son quarré (pour le quarré de double egaleté requis, egal au moindre proposé) est 4② — 6① + $\frac{9}{4}$.

La demonstration est, qu'estant 4② — 6① — $\frac{9}{4}$ egales à 4② — 1① — 4, alors 1① vaudra $\frac{1}{4}$, & le quarre de double egaleté 4② — 6① + $\frac{9}{4}$, vaudra quarré à sa racine commensurable 1. Item 4② + 15① vaudront semblable quarré 25.

Mais pour trouver le quarré de double egaleté egal au maieur, on aioustera les susdictes 4① + 1 & 4, font 4① + 5, sa moitié 2① + $\frac{1}{2}$, son quarré (pour le quarré de double egaleté requis egal au maieur nombre proposé 4② + 15①) est 4② + 10① + $\frac{25}{4}$. Dont la demonstration sera semblable à la precedente.

### EXCEPTION.

Quant à ce que nous avons dict ci dessus (comme au premier exemple de l'invention du quarré de double egaleté) qu'on trouvera quelques deux nombres desquels le produict soit 5, il faut considerer que tous nombres combien leur produict fust 5, n'en seront pas propres ne fust que lon vouluſt dire la solution estre — ou 0, qui n'estant pas l'intention de Diophante, faut qu'ils soient de la qualité comprinse en la reigle descripte par Xylandre telle:

### REIGLE.

*ON trouvera deux nombres, desquels le produict soit egal à la difference des deux nombres donnez, mais par telle condition, que le quarré de la moitié de leur difference, soit maieur que le moindre nombre Arithmetique donné, ou, ce qui est le mesme, que le quarré de la moitié de leur somme, soit maieur que le maieur nombre Arithmetique donné.*

Dont la cause est notoire par les operations, comme nous en dirons plus amplement à la note de la suivante 12 question.

### QVESTION XII.

*TRouvons un nombre, qui aioustè à 3, puis à 2, les sommes soient quarrez à leurs racines commensurables.*

### CONSTRVCTION.

| | |
|---|---|
| Soit le nombre requis 1① | $\frac{97}{64}$ |
| Lequel aioustè à 3, la somme est 1① + 3 | $\frac{289}{64}$ |
| Et ledict nombre requis aioustè à 2, la somme est 1① + 2 | $\frac{225}{64}$ |
| Or chasque de ces deux sommes doibt estre egale à quelque quarré à sa racine commensurable, il faut doncques trouver un quarré de double egaleté, soit par position de 4 & $\frac{1}{4}$ (pour les deux nombres desquels le produict est egal à la difference de 1① + 3 & 1① + 2) desquels le quarré de double egaleté, egal au moindre 1① + 2, est par la precedente note | $\frac{225}{64}$ |

Lesquels reduicts 1① sera egale ou vaudra $\frac{97}{64}$.

Je di, que $\frac{97}{64}$ est le nombre requis. *Demonstration.* Aioustant $\frac{97}{64}$ à 3, faict quarré $\frac{289}{64}$, sa racine $\frac{17}{8}$. Item aioustè $\frac{97}{64}$ à 2, faict quarré $\frac{225}{64}$, sa racine $\frac{15}{8}$; ce sont doncques quarrez à leurs racines commensurables, selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

NOTA. Si au lieu des deux nombres 4 & $\frac{1}{4}$, on euſt prins 5 & $\frac{1}{5}$ (desquels le produict est aussi 1) le nombre requis, qui satisfaict aussi à la question, euſt alors esté $\frac{24}{25}$, & ainsi d'infiniz autres.

Mais si au lieu des deux nombres 4 & $\frac{1}{4}$, on euſt prins 2 & $\frac{1}{2}$ (desquels le produict est aussi 1) le nombre requis, qui satisferoit aussi à la question (si l'on vouluſt solver par —) seroit — $\frac{33}{16}$, lequel aioustè au 3, faict quarré $\frac{225}{256}$, & aioustè au 2, faict quarré $\frac{9}{16}$, qui sont quarrez selon le requis.

## AVTRE CONSTRVCTION SANS QVARRE DE DOVBLE EGALETE.

| | |
|---|---|
| Posons le nombre requis tel, que l'aioustant à 2 la somme soit tel quarré, soit 1② — 2 | $\frac{97}{64}$ |
| Au mesme si on aioustе 2, sera quarré selon la question, & si au mesme nombre requis, on aioustе 3, la somme sera 1② + 1 | $\frac{289}{64}$ |
| Laquelle somme doibt estre valeur de nombre quarré selon la question, doncques elle est egale à quelque tel quarré: Or pour le trouver, on fingera son costé 1① moins quelque nombre Arithmetique, duquel le quarre soit maieur que le 1 de 1② du second en l'ordre, dont la raison apparoiſt en la reduction, soit tel costé finge 1① — 4, ergo son quarré 1② — 8① + 16 | $\frac{289}{64}$ |
| Est egal au second en l'ordre, qui est 1② + 1 | $\frac{289}{64}$ |

Lesquels reduicts 8① seront egales à 15, & par le 67 probleme 1① vaudra $\frac{15}{8}$.

Doncques $\frac{97}{64}$ sera le nombre requis comme dessus.

### QVESTION XIII.

*TRouvons un nombre, lequel soubstraict de 9, & puis de 21, les restes soient quarrez à leurs racines commensurables.*

### CONSTRVCTION.

| | |
|---|---|
| Si lon soubstraict — 1② + 9, de 9, il y en restera 1② valeur de quelque quarré selon la question, posons doncques que le nombre requis soit — 1② + 9 | $8\frac{3}{4}$ |
| Le mesme soubstraict de 21, reste 1② + 12 | $12\frac{1}{4}$ |
| Laquelle reste doit estre valeur de nombre quarré selon la question, doncques elle est egale à quelque tel quarré: Or pour le trouver fingeons que son costé soit 1①, | |



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

moins quelque nombre Arithmetique, duquel le quarré ſoit maieur que le 12 du ſecond en l'ordre; dont la raiſon apparoiſt en la reduction, ſoit tel coſté fingé 1 ① —4, ſon quarré egal au ſecond en l'ordre, eſt $1②-8①+16$ | $12\frac{1}{4}$

Leſquels reduicts $8①$ ſeront egales à 4, & par le 67 probleme, $1①$ vaudra $\frac{1}{2}$.

Je di, que $8\frac{3}{4}$ eſt le nombre requis. *Demonſtration.* Soubſtrayons $8\frac{3}{4}$, de 9, reſte $\frac{1}{4}$, ſa racine $\frac{1}{2}$. Puis ſoubſtrayons ledict nombre $8\frac{3}{4}$, de 21, reſte $12\frac{1}{4}$, ſa racine $\frac{7}{2}$, ce ſont doncques quarrez à leurs racines commenſurables, ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

## QVESTION XIV.

*TRouvons un nombre, duquel ſoubſtraict 6, & puis 7, que les reſtes ſoient quarrez à leurs racines commenſurables.*

### CONSTRVCTION.

Soit le nombre requis $1①$ | $\frac{121}{16}$
Du meſme ſoubſtraict 6, reſte $1①-6$ | $\frac{25}{16}$
Et dudict nõbre requis ſoubſtraict 7, reſte $1①-7$ | $\frac{9}{16}$
Or chaſque de ces deux reſtes doibt eſtre egale à quelque quarré qui eſt à ſa racine commenſurable, il faut doncques trouver un quarré de double egaleté, ſoit par poſition de 2 & $\frac{1}{2}$ (pour les deux nombres deſquels le produict eſt egal à la difference de $1①-6$ & $1①-7$) Deſquels le quarré de double egaleté egal au moindre $1①-7$, eſt par la note devant la 12 queſtion | $\frac{9}{16}$

Leſquels reduicts $1①$ ſera egale ou vaudra $\frac{121}{16}$.

Je di, que $\frac{121}{16}$ eſt le nombre requis. *Demonſtration.* De $\frac{121}{16}$ ſoubſtraict 6, reſte quarré $\frac{25}{16}$, ſa racine $\frac{5}{4}$. Item deſdictes $\frac{121}{16}$ ſoubſtraict 7, reſte $\frac{9}{16}$, ſa racine $\frac{3}{4}$; ce ſont doncques quarrez à leurs racines commenſurables, ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

## AVTRE CONSTRVCTION SANS QVARRE DE DOVBLE EGALETE.

Poſons le nombre requis tel, qu'en ſoubſtrayant 6, la reſte ſoit quarré, ſoit $1②+6$ | $\frac{121}{16}$
Si du meſme on ſoubſtraict 6, la reſte ſera quarré ſelon la queſtion; Et ſi du meſme nombre requis on ſoubſtraict 7, la reſte ſera $1②-1$ | $\frac{9}{16}$
Laquelle reſte doibt eſtre valeur de quelque nombre quarré ſelon la queſtion, doncques elle eſt egale à quelque tel quarré. Or pour le trouver, on fingera ſon coſté $1①$ moins quelque nombre Arithmetique duquel le quarré ſoit maieur que —1 ſecond en l'ordre, dont la raiſon appert en la reduction; ſoit tel coſté fingé $1①-2$, ergo ſon quarré $1②-4①+4$ | $\frac{16}{16}$
Eſt egal au ſecond en l'ordre $1②-1$ | $\frac{9}{16}$

Leſquels reduicts, $4①$ ſeront egales à 5, & par le 67 probleme, $1①$ vaudra $\frac{5}{4}$, & le nombre requis ſera comme deſſus $\frac{121}{16}$.

## QVESTION XV.

*PArtons 20 en deux parties, puis trouvons un nombre quarré à ſa racine commenſurable, lequel aiouſté à chaſcune partie, face ſemblables quarrez.*

### CONSTRVCTION.

On prendra quelques deux nombres, tels que la ſomme de leurs quarrez n'excede point au 20, dont la raiſon apparoiſtra en la reduction; ſoient 2 & 3, puis à 2 aiouſté $1①$, faict $1①+2$ pour quelque coſté duquel le quarré ſera $1②+4①+4$, du meſme ſoubſtraict un quarré qui eſt $1②$, reſte pour l'une partie de 20 requiſe $4①+4$ | $\frac{68}{10}$
Puis au aiouſté $1①$, faict $1①+3$ pour quelque coſté duquel le quarré ſera $1②+6①+9$. du meſme ſoubſtraict un quarré qui eſt $1②$ reſte pour l'autre partie de 20 requiſe $6①+9$ | $\frac{132}{10}$
Somme des deux parties $10①+13$ | 20
Egale à 20

Leſquels reduicts $10①$ ſeront egales à 7, & par le 67 probleme $1①$ vaudra $\frac{7}{10}$.

Je di que $\frac{68}{10}$ & $\frac{132}{10}$ ſont les parties de 20 requiſes, & $\frac{49}{100}$ le quarré requis. *Demonſtration.* La ſomme de $\frac{68}{10}$ & $\frac{132}{10}$ eſt 20, ce ſont doncques les parties de 20. Item la racine de $\frac{49}{100}$ eſt $\frac{7}{10}$, c'eſt doncques quarré à ſa racine commenſurable. Puis ajouſtons $\frac{49}{100}$ à $\frac{68}{10}$ faict $\frac{729}{100}$, ſa racine $\frac{27}{10}$. Item ledict quarré $\frac{49}{100}$ à ajouſté aux $\frac{1320}{100}$, faict $\frac{1369}{100}$, ſa racine $\frac{37}{10}$; ce ſont doncques quarrez à leurs racines commenſurables, ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

## QVESTION XVI.

*PArtons 20 en deux parties, puis trouvons un nombre quarré à ſa racine commenſurable, & du meſme ſoubſtraict chaſcune partie de 20, que les reſtes ſoient ſemblables quarrez.*

### CONSTRVCTION.

Soit la racine du nombre requis $1①+$ quelque nombre Arithmetique duquel le quarré n'excede point à 20, dont la raiſon apparoiſtra en la reduction, ſon quarré pour le quarré requis $1②+4①+4$ | $\frac{625}{36}$
Or il eſt notoire, que ſi du meſme on ſoubſtraict les $4①+4$, que la reſte $1②$ ſera valeur de nombre quarré à ſa racine commẽſurable: mais ſi on en ſoubſtraict $2①+3$, la reſte ſera $1②+2①+1$, qui (veu que ſa racine eſt $1①+1$) ſera auſſi valeur de quarré à ſa racine commenſurable; Doncques pour l'une partie de 20, poſons $4①+4$ | $\frac{76}{6}$
Et pour l'autre partie de 20, poſons $2①+3$ | $\frac{44}{6}$
Or quelle de ces deux parties on ſoubſtraict du quarré premier en l'ordre, il eſt notoire que la reſte ſera valeur de quarré ſelon la queſtion: Reſte maintenant que leur ſomme, qui eſt $6①+7$ | $\frac{120}{6}$
Soit egale à 20

Leſquels reduicts $6①$ ſeront egales à 13, & par le 67 probleme $1①$ vaut $\frac{13}{6}$.

Je di que $\frac{76}{6}$ & $\frac{44}{6}$ ſont les deux parties de 20 requiſes. Item, que $\frac{625}{36}$ eſt le quarré requis. *Demonſtration.* La ſomme de $\frac{76}{6}$ & $\frac{44}{6}$ eſt 20, ce ſont doncques les deux parties de 20. Item la racine de $\frac{625}{36}$, eſt $\frac{25}{6}$, c'eſt doncques quarré à ſa racine commenſurable. Puis ſoubſtraict $\frac{76}{6}$ du quarré $\frac{625}{36}$, la reſte eſt quarré $\frac{169}{36}$, duquel la racine $\frac{13}{6}$. Item ſoubſtraict $\frac{44}{6}$ du meſme quarré $\frac{625}{36}$, la reſte eſt $\frac{361}{36}$, duquel la racine eſt $\frac{19}{6}$, qui ſont à leurs racines commenſurables, ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

QVE-

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

## Question XVII.

*Trouvons deux nombres en raison triple tels, que chascun ajousté à nombre quarré à sa racine commensurable comme 9, les sommes soyent semblables quarrez.*

### Construction.

| | |
|---|---|
| On prendra 1 ① + la racine de 9 qui est 3, son quarré 1 ② + 6 ① + 9, du mesme soubstraict le quarré donné 9, reste pour le moindre nombre requis 1 ② + 6 ① | 1080 |
| Son triple pour le majeur nombre requis 3 ② + 18 ① | 3240 |
| Au mesme ajousté (selon la question) 9, la somme est 3 ② + 18 ① + 9 | 3249 |
| Egale à quelque quarré duquel le costé soit binomie dissioinct, duquel le premier nom soit d'autant des ①, que leur potence quarré soit plus que 3 ② du troisiesme en l'ordre, & que le second nom, soit la racine de 9 donnée. la raison de ces choses apparoistra en la reduction; Soit tel binomie 2 ① — 3, son quarré sera 4 ② — 12 ① + 9 | 3249 |

Lesquels reduicts 1 ① sera egale à 30.

Je di, que 1080 & 3240 sont les nombres requis. *Demonstration.* Les 3240 sont en raison triple aux 1080. Item ajousté 9 à 3240, faict quarré 3249, sa racine 57. Item ajousté 9 à 1080 faict quarré 1089, sa racine 33; ce sont doncques quarrez à leurs racines commensurables, selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

## Question XVIII.

*Trouvons trois nombres tels, que donnant le premier sa $\frac{1}{5}$ plus 6 au second: Le second sa $\frac{1}{6}$ plus 7 au troisiesme: le troisiesme sa $\frac{1}{7}$ plus 8 au premier: Qu'alors ils soyent tous egaux.*

Voila les motz selon Diophante, mais pour les mieux accommoder à conformité de la construction, nous mettrons la mesme question autre fois ainsi:

*Trouvons trois nombres tels, que de la somme du second & la $\frac{1}{4}$ du premier plus 6, soubstraict la $\frac{1}{6}$ du second + 7; Item de la somme du troisiesme & la $\frac{1}{6}$ du second plus 7, soubstraict la $\frac{1}{7}$ du troisiesme plus 8; Item de la somme du premier & la $\frac{1}{7}$ du troisiesme plus 8, soubstraict la $\frac{1}{5}$ du premier plus 6: Les trois restes soyent egales.*

### Construction.

| | |
|---|---|
| Soit le premier nombre requis 5 ① | $\frac{90}{7}$ |
| Et le second soit 6 ① | $\frac{108}{7}$ |
| La somme du second nombre & la $\frac{1}{5}$ du premier & 6 est 7 ① + 6, des mesmes soubstraict la $\frac{1}{6}$ du second + 7, reste pour premiere reste requise 6 ① — 1 | $\frac{101}{7}$ |
| Ergo la troisiesme reste, egale à la premiere, selon la question est aussi 6 ① — 1 | $\frac{101}{7}$ |
| Or estant trouvées ces deux restes, ensemble le premier & second nombre, il faut par les mesmes trouver le troisiesme nombre en ceste sorte: Au reste 6 ① — 1 ajousté 1 ①, pour la $\frac{1}{5}$ du premier & + 6, la somme est 7 ① + 5, & des mesmes soubstraict le premier nombre requis 5 ① & plus 8, reste pour la $\frac{1}{7}$ du troisiesme nombre requis 2 ① — 3; ergo son sextuple pour le troisiesme nombre requis est 14 ① — 21 | $\frac{105}{7}$ |
| Or estant trouvez les trois nombres requis, il faut que la seconde reste que nous trouverons par les mesmes, soit aussi (comme le troisiesme en l'ordre) 6 ① — 1. Il faut donc (selon la question) de la somme du troisiesme nombre 14 ① — 21 & $\frac{1}{6}$ du second, qui est 1 ①, & 7, laquelle somme est 15 ① — 14, soubstraire la $\frac{1}{7}$ du troisiesme nombre, qui est 2 ① — 3 & + 8, reste pour seconde reste requise 13 ① — 19 | $\frac{101}{7}$ |
| Egale à la premiere reste requise 6 ① — 1 | $\frac{101}{7}$ |

Lesquels reduicts 7 ① seront egales à 18; & par le 67 probleme 1 ① vaudra $\frac{18}{7}$.

Je di, que $\frac{90}{7}$ $\frac{108}{7}$ $\frac{105}{7}$ sont les trois nombres requis. *Demonstration.* De $\frac{168}{7}$ (qui est la somme du second $\frac{108}{7}$, & la $\frac{1}{5}$ du premier $\frac{18}{7}$ plus 6) soubstraict $\frac{67}{7}$ (somme de $\frac{18}{7}$ pour la $\frac{1}{6}$ du second nombre, & 7) reste $\frac{101}{7}$. Item de $\frac{172}{7}$ (somme du troisiesme nombre $\frac{105}{7}$, & la $\frac{1}{6}$ du second nombre $\frac{18}{7}$, & 7) soubstraict $\frac{71}{7}$ (somme de $\frac{15}{7}$ pour la $\frac{1}{7}$ du troisiesme nombre, & 8) reste aussi $\frac{101}{7}$. Item de $\frac{161}{7}$ (somme du premier nombre $\frac{90}{7}$, & la $\frac{1}{7}$ du troisiesme nombre $\frac{15}{7}$ & 8) soubstraict $\frac{60}{7}$ (somme de $\frac{18}{7}$ pour la $\frac{1}{5}$ du premier, & 6) reste aussi $\frac{101}{7}$. Les trois restes doncques sont egales, selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

## Question XIX.

### Nota.

CEste 19 question est semblable à la precedente 18, discordant seulement en cela, que l'on demande icy que la somme des trois nombres requis soit 80; Dont la solution de Diophante n'est pas bonne. Xylander l'a voulu amender, mais il y a de l'erreur en sa solution aussy bien qu'en celle de Diophante. Nous experimenterons l'operation par postposées quantitez selon que Son Excellence l'a calculé, comme il en a faict de mesme en plusieurs questions de celles qui ont besoing de Theoreme.

*Partons 80 en trois nombres tels, que de la somme du second & $\frac{1}{5}$ du premier plus 6, soubstraict la $\frac{1}{6}$ du second plus 7: Puis de la somme du troisiesme, & la $\frac{1}{6}$ du second plus 7, soubstraict la $\frac{1}{7}$ du troisiesme plus 8: Puis de la somme du premier & $\frac{1}{7}$ du troisiesme plus 8, soubstraict $\frac{1}{5}$ du premier plus 6, que les trois restes soyent egales.*

*Premiere partie de l'operation.*

Son Excellence a pour le premier nombre, ou pour la premiere partie requise de 80 mis 1 ①.

Quant à la deuxiesme, veu qu'il y auroit quelque difficulté, & qu'il requiereroit beaucoup d'imagination, de la mettre en telles parties, comme la premiere en faict 1 ①, ou de le trouver par quelque autre practique, il mettoit pour icelle deuxiesme partie 1 *sec.* ①.

Ce qui estant ainsi, le troisiesme sera necessairement de — 1 ① — 1 *sec.* ① + 80.

Or avec ces trois nombres suivi le contenu de la question, à sçavoir de la somme du second nombre & $\frac{1}{5}$ du premier + 6, soubstraict la $\frac{1}{6}$ du second + 7, il y demeure pour premiere reste $\frac{1}{6}$ *sec.* ① + $\frac{1}{5}$ ① — 1.

Puis de la somme du troisiesme nombre, & la $\frac{1}{6}$ du second + 7, soubstraict la $\frac{1}{7}$ du troisiesme + 8, il y demeure pour deuxiesme reste — 6 ① — $\frac{23}{42}$ *sec.* ① + $\frac{471}{7}$.

Les susdites deux restes doivent estre egales, selon le contenu de la question. parquoy il les reduisoit, suivant la reigle, & trouvoit finalement

1 *sec.* ① *Egale à* — $\frac{111}{160}$ + 45.

*Deuxies-*

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

*Deuxieſme partie de l'operation.*

Or ayant ainſi trouvé que la 1 *ſec.* ① miſe pour le deuxieſme nombre, ou partie deuxieſme en l'ordre, eſt egale en quantitez premierement poſées avec $-\frac{111}{160}$ ① $+45$, il a recommencé une nouvelle operation, entierement de quantitez premierement poſées, comme s'enſuit:

Pour premier nombre ou premiere partie requiſe de 80 ſoit poſé 1 ①.

Pour le ſecond nombre $-\frac{111}{160}$ ① $+45$.

Pour mettre maintenant le troiſieſme, on faut ſçavoir la valeur de $-1$ *ſec.* ①, eſtant au nombre du troiſieſme en l'ordre de la premiere operation, laquelle ſe trouve, diſant, 1 *ſec.* ① vaut $-\frac{111}{160}$ ① $+45$, combien $-1$ *ſec.* ①? vient $\frac{111}{160}$ ① $-45$; cela mis au lieu de la ſuſdite $-1$ *ſec.* ①, & l'adjouſtant avec les autres deux $-1$ ① & $+80$, alors pour le troiſieſme nombre ou partie requiſe de 80 viendra $-\frac{49}{160}$ ① $+35$.

Or avec ces trois nombres ſuivi le contenu de la queſtion, à ſçavoir de la ſomme du deuxieſme nombre, & la $\frac{1}{3}$ du premier $+6$, ſoubſtraict la $\frac{1}{6}$ du deuxieſme $+7$, il y demeure pour premiere reſte $-\frac{121}{320}$ ① $+\frac{73}{2}$.

Et ainſi ſe trouvera la deuxieſme reſte auſſi de $-\frac{121}{320}$ ① $+\frac{73}{2}$.

Et la troiſieſme reſte de $-\frac{121}{160}$ ① $+7$.

Or doncques eſtant ceſte troiſieſme reſte egale à chaſcune des deux precedentes, à ſçavoir $\frac{121}{160}$ ① $+7$, egale avec $-\frac{121}{320}$ ① $+\frac{73}{2}$, il les a reduit ſuivant la reigle, & trouvoit finalement 1 ① valoir ou faire $\frac{9440}{363}$, pour la premiere partie: Et les $\frac{111}{160}$ ① $+45$ faire $\frac{2786}{363}$, pour la deuxieſme partie; & les $-\frac{49}{160}$ ① $+35$ faire $\frac{9814}{363}$, pour la troieſieſme partie.

*Demonſtration.* Les ſuſdits trois nombres ſont enſemble 80, comme parties integrantes d'iceux 80, & quand on en fait ſelon le contenu de la queſtion, on trouve les trois reſtes requiſes egales, chaſcune de $\frac{2680}{363}$, comme il appartient. *Concluſion.* Nous avons donc parti 80 en trois nombres tels, que de la ſomme du ſecond, &c.

## Qvestion XX.

*TRouvons trois nombres quarrez à leurs racines commenſurables, & tels que la difference du maieur au moyen ſoit triple à la difference du moyen au moindre.*

### Construction.

| | |
|---|---|
| Soit le moindre quarré requis 1② | $\frac{25}{4}$ |
| Et le coſté du moyen ſoit 1 ① plus quelque nombre comme , ſon quarré pour le moyen quarré ſera 1②$+2$①$+1$ | $\frac{49}{4}$ |
| La difference du moindre quarré au moien, eſt 2① $+1$, ſon triple 6①$+2$, qui ajouſté au moyen quarré (à fin que le majeur quarré excede au moyen le triple de la difference du moyen au moindre) faict pour le majeur quarré 1②$+8$①$+4$ | $\frac{121}{4}$ |
| Egal à quelque quarré fingé, duquel le coſté ſoit 1 ① & plus quelque nombre Arithmetique. Mais tel que les ① & nombre Arithmetique de tel quarré, n'excedent pas (chaſcun à ſon eſpece) les 8①$+4$, mais que l'un excede & que l'autre ſoit excedé, dont la raiſon appert en la reduction; ſoit tel coſté 1①$+3$, ſon quarré 1②$+6$①$+9$ | $\frac{121}{4}$ |

Leſquels reduicts 2 ① ſeront egales à 5, & par le 67 probleme 1 ① vaudra $\frac{5}{2}$.

Je di que $\frac{25}{4}$. $\frac{49}{4}$. $\frac{121}{4}$. ſont les trois nombres requis. *Demonſtration.* Que les nombres $\frac{25}{4}$. $\frac{49}{4}$. $\frac{121}{4}$. ſont quarrez à leurs racines commenſurables, eſt manifeſte. Item la difference 18 du majeur quarré au moyen, eſt triple à la difference 6 du moyen au moindre. ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

## Qvestion XXI.

*TRouvons deux nombres tels, que le premier avec le quarré du ſecond; Item le ſecond, avec le quarré du premier, ſoyent quarrez à leurs racines commenſurables.*

### Construction.

| | |
|---|---|
| Soit le premier nombre requis 1① | $\frac{3}{13}$ |
| Ergo le quarré du premier nombre 1② | $\frac{9}{169}$ |
| Le ſecond nombre ſoit tel, qu'aiouſté au quarré du premier nombre, donne pour ſomme un quarré ſelon la queſtion, lequel ſe trouve en ceſte ſorte: on prendra le quarré de 1 ① plus quelque nombre Arithmetique, ſoit 1, deſquels le quarré eſt 1② $+2$①$+1$, des meſmes on prendra pour ſecond nombre requis (car à 2①$+1$, ajouſté le quarré du premier nombre 1②, faict 1② $+2$①$+1$, qui aura valeur conforme à la queſtion, veu que ſa racine eſt 1①$+1$) les 2①$+1$ | $\frac{39}{13}$ |
| Son quarré pour quarré du ſecond nombre 4②$+4$①$+1$ | $\frac{361}{169}$ |
| Somme du premier nombre, & du quarré du ſecond nombre, eſt 4②$+5$①$+1$ | $\frac{400}{169}$ |
| Egale à quelque quarré ſelon la queſtion, lequel ſe fingera tel, qu'il en puiſſent ſortir des termes egaux convenables, qui ſera duquel le coſté 2 ①, & encore quelque nombre Arithmetique tel que les ① & nombre Arithmetique n'excedent pas (chaſcun à ſon eſpece) les 5①$+1$, mais que l'un excede, & que l'autre ſoit excedé, comme $-2$ (dont la raiſon appert en la reduction) le quarré ſera 4②$-8$①$+4$ | $\frac{400}{169}$ |

Leſquels reduicts 13 ① ſeront egales à 3, & par le 67 probleme 1 ① vaudra $\frac{3}{13}$.

Je di, que $\frac{3}{13}$ & $\frac{39}{13}$ ſont les deux nombres requis. *Demonſtration.* Le premier nombre $\frac{3}{13}$, avec le quarré du ſecond $\frac{361}{169}$, faict quarré $\frac{400}{169}$, ſa racine $\frac{20}{13}$. Item le ſecond nombre $\frac{39}{13}$, avec le quarré du premier $\frac{9}{169}$, faict quarré $\frac{256}{169}$, ſa racine $\frac{16}{13}$; ce ſont doncques quarrez à leurs racines commenſurables, ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

## Qvestion XXII.

*TRouvons deux nombres Arithmetiques tels, que le moindre ſoubſtraict, du quarré du majeur, & le maieur du quarré du moindre, les reſtes ſoyent quarrez à leurs racines commenſurables.*

### Construction.

| | |
|---|---|
| Soit le moindre nombre 1①, & plus quelque nombre Arithmetique comme 1①$+1$ | $\frac{9}{5}$ |
| Ergo le quarré du moindre nombre 1②$+2$①$+1$ | $\frac{64}{25}$ |
| Le majeur nombre ſoit tel, que le meſme ſoubſtraict du quarré du moindre, il y en reſte un quarré ſelon la queſtion, lequel nombre ſera touſiours les ① & nombre Arithmetique du quarré du premier nombre (car les meſmes ſoubſtraicts dudict quarré, reſtera encore 1②, | |

de la-

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

| | |
|---|---|
| de laquelle la valeur ſera quarré ſelon la queſtion) qui ſoit $2①+1$ | $\frac{11}{5}$ |
| Son quarré pour quarré du ſecond nombre $4②+4①+1$ | $\frac{121}{25}$ |
| Puis ſoubſtraict le moindre nombre du quarré du ſecond nombre, reſte $4②+3①$ | $\frac{81}{25}$ |
| Egal a quelque quarré ſelon la queſtion, lequel on fingera tel, qu'il y en puiſſent ſortir termes egaux convenables, qui ſera prenant quelques ① deſquels le quarré ſoit plus que $4②$ (dont là raiſon appert en la reduction) ſoyent $3①$, ſon quarré $9②$ | $\frac{81}{25}$ |

Leſquels reduicts $5①$ ſeront egales à $3$, & par le 67 probleme $1①$ vaudra $\frac{3}{5}$.

Je di, que $\frac{8}{5}$ & $\frac{11}{5}$ ſont les deux nombres requis. *Demonſtration.* Le moindre nombre $\frac{8}{5}$, ſoubſtraict du quarré du majeur nombre $\frac{121}{25}$, reſte quarré $\frac{81}{25}$, ſa racine $\frac{9}{5}$. Item le maieur nombre $\frac{11}{5}$, ſoubſtraict du quarré du moindre nombre $\frac{64}{25}$, reſte $\frac{9}{25}$, ſa racine $\frac{3}{5}$. Ce ſont doncques quarrez à leurs racines commenſurables ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

## Qvestion XXIII.

*TRouvons deux nombres Arithmetiques tels, que le quarré de chaſcun, ajouſté à la ſomme des deux nombres, la ſomme ſoit quarré à ſa racine commenſurable.*

### Construction.

| | |
|---|---|
| Soit le moindre nombre $1①$ | $\frac{1}{4}$ |
| Ergo le quarré du moindre nombre $1②$ | $\frac{1}{16}$ |
| Or pour trouver le majeur nõbre, on prendra la potence quarrée de quelque ① plus quelque nombre Arithmetique, ſoit de $1①+1$, ſon quarré $1②+2①+1$, du meſme ſoubſtraict $1②+1①$, pour le moindre nombre & ſon quarré (car ainſi la ſomme du quarré du premier nombre, & des deux nombres $1②+2①+1$, vaudra nombre quarré ſelon la queſtion, veu que ſon coſté eſt $1①+1$) reſte pour le majeur nombre $1①+1$ | $\frac{1}{4}$ |
| Son quarré pour quarré du maieur nombre $1②+2①+1$ | $\frac{25}{16}$ |
| Somme du quarré du majeur nombre & des deux nombres requis eſt $1②+4①+2$ | $\frac{49}{16}$ |
| Egal à quelque quarré, que l'on fingera tel qu'il y en ſortent termes egaux convenables comme ſouventesfois a eſté dict ci deſſus, ſoit duquel le coſté $1①-2$, ergo le quar. $1②-4①+4$ | $\frac{49}{16}$ |

Leſquels reduicts $8①$ ſeront egales à $2$, & par le 67 probleme $1①$ vaudra $\frac{1}{4}$.

Je di, que $\frac{1}{4}$ & $\frac{5}{4}$ ſont les deux nombres requis. *Demonſtration.* Du moindre nombre $\frac{1}{4}$, le quarré eſt $\frac{1}{16}$, qui aiouſté à $\frac{1}{4}$ & $\frac{5}{4}$, faict quarré $\frac{25}{16}$, ſa racine $\frac{5}{4}$. Item du majeur nombre $\frac{5}{4}$, le quarré eſt $\frac{25}{16}$, qui ajouſté a $\frac{1}{4}$ & $\frac{5}{4}$, faict quarré $\frac{49}{16}$, ſa racine $\frac{7}{4}$; ce ſont doncques quarrez à leurs racines commenſurables ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

## Qvestion XXIV.

*TRouvons deux nombres Arithmetiques tels, que du quarré de chaſcun, ſoubſtraict la ſomme des deux nombres, les reſtes ſoyent quarrez à leurs racines commenſurables.*

### Construction.

| | |
|---|---|
| Soit le moindre nombre requis $1①$ | $\frac{5}{2}$ |
| Ergo le quarré du moindre nombre $1②$ | $\frac{25}{4}$ |
| Or pour trouver le maieur nombre, on prendra le quarré de quelque ①, plus quelque nombre Arithmetique, ſoit de $1①+1$, ſon quarré eſt $1②+2①+1$, du meſme ſoubſtraict $1②+1①$, pour le moindre nombre & ſon quarré (car ainſi aviendra, que du quarré du majeur nombre, qui ſera $1③+2①+1$, ſoubſtraict les deux nombres requis, qui ſont enſemble $2①+1$, reſtera $1②$, de laquelle la valeur ſera quarré conforme à la queſtion) reſte pour majeur nombre requis $1①+1$ | $\frac{7}{2}$ |
| Son quarré pour quarré du maieur nombre $1②+2①+1$ | $\frac{49}{4}$ |
| Puis du quarré du moindre nombre, ſoubſtraict la ſomme des deux nombres requis $2①+1$, reſte $1②-2①-1$ | $\frac{1}{4}$ |
| Egal à quelque quarré, que l'on fingera tel, qu'il y en ſortent termes egaux convenables, ſoit duquel le coſté $1①-3$, ergo le quarré $1②-6①+9$ | $\frac{1}{4}$ |

Leſquels reduicts, $4①$ ſeront egales à $10$, & par le 67 probleme, $1①$ vaudra $\frac{5}{2}$.

Je di, que $\frac{5}{2}$ & $\frac{7}{2}$ ſont les deux nombres requis. *Demonſtration.* Du quarré du moindre nombre requis $\frac{25}{4}$, ſoubſtraict la ſomme des deux nombres $\frac{5}{2}$ & $\frac{7}{2}$ qui eſt $\frac{24}{4}$, reſte quarré $\frac{1}{4}$, ſa racine $\frac{1}{2}$. Item du quarré du majeur nombre $\frac{49}{4}$, ſoubſtraict ladicte ſomme $\frac{24}{4}$, reſte $\frac{25}{4}$, ſa racine $\frac{5}{2}$; ce ſont doncques quarrez à leurs racines commenſurables ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

## Qvestion XXV.

*TRouvons deux nombres Arithmetiques tels, que le quarré de leur ſomme, aiouſté à chaſcun nombre: Les ſommes ſoyent quarrez à leurs racines commenſurables.*

### Construction.

| | |
|---|---|
| Soit la ſomme des quarrez $1②$ | $\frac{1}{121}$ |
| Et le moindre nombre requis ſoit tel, qu'ajouſte à la ſomme des quarrez, la ſomme ſoit quarré ſelon le requis, ſoit $3②$ | $\frac{3}{121}$ |
| Et le majeur nombre ſoit auſſi tel, qu'ajouſté à la ſomme des quarrez (qui eſt le premier en l'ordre) la ſomme ſoit quarré ſelon le requis, ſoit $8②$ | $\frac{8}{121}$ |
| La ſomme des deux nombres requis eſt $11②$, ſon quarré $121④$ | $\frac{1}{14641}$ |
| Egal au premier en l'ordre $1②$ | $\frac{121}{121}$ |

Leſquels reduicts $121②$ ſeront egales à $1$, & par le 78 probleme, $1①$ vaudra $\frac{1}{11}$.

Je di, que $\frac{3}{121}$ & $\frac{8}{121}$ ſont les deux nombres requis. *Demonſtration.* La ſomme des deux nombres $\frac{3}{121}$ & $\frac{8}{121}$, eſt $\frac{11}{121}$, ſon quarré $\frac{121}{14641}$, au meſme aiouſté le moindre nombre $\frac{3}{121}$, faict quarré $\frac{1484}{14641}$, ſa racine $\frac{22}{121}$. Item audict quarré $\frac{121}{14641}$, aiouſté le majeur nombre $\frac{8}{121}$, faict quarré $\frac{1089}{14641}$, ſa racine $\frac{33}{121}$, ce ſont doncques quarrés à leurs racines commenſurables ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

## Qvestion XXVI.

*TRouvons deux nombres Arithmetiques tels, que du quarré de leur ſomme, ſoubſtraict chaſcun nombre, les reſtes ſoyent quarrez à leurs racines commenſurables.*

### Construction.

On prendra quelque nombre quarré à ſa racine commenſurable, ſoit 16, puis on choiſira

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

choisira quelques deux nombres qui soubstraicts de 16, donnent pour restes semblables quarrez, soyent 7 & 12. Ces trois nombres nous serviront au propost comme s'ensuit : Posons pour le quarré de la somme des nombres requis 16 ② | $\frac{256}{361}$
Et le moindre nombre requis 7 ② | $\frac{111}{361}$
Et le majeur nombre requis 12 ② | $\frac{192}{361}$
La somme des nombres requis est 19 ②, son quarré 361 ② | $\frac{256}{361}$
Egal au premier en l'ordre 16 ② | $\frac{256}{361}$

Lesquels reduicts 361 ② seront egales à 16, & par le 78 probleme 1 ① vaudra $\frac{4}{10}$.

Ie di, que $\frac{111}{361}$ & $\frac{192}{361}$ sont les deux quarrez requis. *Demonstration.* La somme des deux nombres requis est $\frac{304}{361}$, son quarré $\frac{256}{361}$, du mesme soubstraict le moindre nombre requis $\frac{111}{361}$, reste quarré, $\frac{144}{361}$, sa racine $\frac{12}{19}$. Item du mesme quarré $\frac{256}{361}$, soubstraict le majeur nombre requis $\frac{192}{361}$, reste quarré $\frac{64}{361}$, sa racine $\frac{8}{19}$. Ce sont doncques quarrez à leurs racines commensurables selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

## QVESTION XXVII.

*TRouvons deux nombres Arithmetiques tels, que chascun avec le produict des deux nombres, soit quarré à sa racine commensurable, & que la somme des deux racines soit 6.*

### CONSTRVCTION.

Soit le premier nombre requis 1 ① | $\frac{37}{27}$
Et le second nombre sera tel, que le mesme multiplié par le premier, & au produict ajousté le premier, la somme soit quarré selon la question, doncques le second nombre soit 4 ① — 1 | $\frac{121}{27}$
Car ainsi sera le produict du premier & second 4 ② — 1 ①, auquel ajousté le premier nombre 1 ①, sera quarré selon la question, à sçavoir pour premier quarré 4 ②, sa racine quarrée 2 ① | $\frac{74}{27}$
Puis au produict du premier & second nombre 4 ② — 1 ① ajoustant le second nombre faict pour second quarré 4 ② + 3 ① — 1 | $\frac{7744}{729}$
Or puis que la racine du premier quarré est 2 ①, la racine du second quarré (car leur somme doibt estre 6 selon la question) sera — 2 ① + 6, desquels le quarré egal au second quarré, est 4 ② — 24 ① + 36 | $\frac{7744}{729}$

Lesquels reduicts, 27 ① seront egales à 37, & par le 67 probleme 1 ① vaudra $\frac{37}{27}$.

Je di, que $\frac{37}{27}$ & $\frac{121}{27}$ sont les deux nombres requis. *Demonstration.* Le produict des deux nombres $\frac{37}{27}$ & $\frac{121}{27}$ est $\frac{4477}{729}$, au mesme ajousté le premier nombre $\frac{37}{27}$ faict quarré $\frac{5476}{729}$, sa racine $\frac{74}{27}$. Item audict produict $\frac{4477}{729}$, ajousté le second nombre $\frac{121}{27}$, faict quarré $\frac{7744}{729}$, sa racine $\frac{88}{27}$. Item la somme des racines $\frac{74}{27}$ & $\frac{88}{27}$ est 6 selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

## QVESTION XXVIII.

*TRouvons deux nombres Arithmetiques tels, que chascun soubstraict de leur produict, les restes soyent nombres quarrez à leurs racines commensurables; Et que la somme de leurs racines soit 5.*

### CONSTRVCTION.

Soit le premier nombre 1 ① | $\frac{26}{17}$
Et le second nombre sera tel, que multiplié par le premier, & du produict soubstraict le premier, le reste soit quarré selon la question, doncques le second nombre soit 4 ① + 1 | $\frac{121}{17}$
Car ainsi sera le produict du premier & second, 4 ② + 1 ①, duquel soubstraict le premier nombre 1 ①, la reste est quarré selon la question; à sçavoir pour premier quarré 4 ②, sa racine pour racine du premier quarré 2 ① | $\frac{52}{17}$
Puis du produict du premier & second nombre 4 ② + 1 ①, soubstraict le second nombre requis 4 ① + 1, reste pour second quarré 4 ② — 3 ① — 1 | $\frac{1089}{289}$
Or puis que la racine du premier quarré est 2 ①, la racine du second quarré (car leur somme doibt estre 5 selon la question) sera — 2 ① + 5, desquels le quarré egal au second quarré, est 4 ② — 20 ① + 25 | $\frac{1089}{289}$

Lesquels reduicts 17 ① seront egales à 26, & par le 67 probleme 1 ① vaudra $\frac{26}{17}$.

Je di, que $\frac{26}{17}$ & $\frac{121}{17}$ sont les deux nombres requis. *Demonstration.* Le produict des deux nombres $\frac{26}{17}$ & $\frac{121}{17}$, est $\frac{3146}{289}$, du mesme soubstraict le premier nombre $\frac{26}{17}$, reste quarré $\frac{2704}{289}$, sa racine $\frac{52}{17}$. Item du dict produict $\frac{3146}{289}$, soubstraict le second nombre $\frac{121}{17}$, la reste est quarré $\frac{1089}{289}$, sa racine $\frac{33}{17}$. Item la somme des racines $\frac{52}{17}$ & $\frac{33}{17}$ est 5 selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

### NOTA.

Xylander se dict avoir amendé aux propositions suivantes quelques erreurs du texte Grecq, mais il semble qu'il y deffaut encore quelque chose, nous declarerons le texte de Diophante de mot à mot comme s'ensuit.

## QVESTION XXIX.

*TRouvons deux nombres quarrez tels, que leur produict ajousté à chascun d'iceux nombres les sommes soient quarrez.* Soit l'un des quarrez que l'on cherche 1 Q, l'autre 1, à sçavoir quarré, leur produict sera 1 Q, le mesme aiousté à chascun doibt faire quarré. la chose doncques est demenée jusques a la; qu'il nous faut trouver quel quarré avec unité face quarré. Posons que le quarré que je cherce soit le produict des mesmes 1 Q, auquel si on ajouste 1, faict 1 Q + 1, egal à quarré. Ie finge quarré duquel le costé 1 N — 2, le mesme (à sçavoir 1 Q + 4 — 4 N) s'egale à 1 Q + 1, & 1 N vaut $\frac{3}{4}$, & les nombres sont $\frac{9}{16}$ & $\frac{16}{16}$, desquels le produict avec unité est quarré.

Or à ce produict si l'on ajouste aussi l'autre, il faut qu'il face quarré, lequel produict estant $\frac{9}{16}$, nous les proposerõs tous en quarrez, qui est leur sedecuple 9 Q + 9. Le mesme doncques est egal à quarré. ie finge quarré duquel le costé 3 N — 4, le mesme est 9 Q + 16 — 24 N, & 1 N faict $\frac{7}{24}$, & l'un sera $\frac{336}{576}$, & l'autre $\frac{49}{576}$, & font ce que l'on requeroit.

## QVESTION XXX.

*TRouvons deux nombres quarrez tels, que de leur produict soubstraict chascun nombre, la reste soit quarré.* Or si je pose autre fois l'un 1 Q, l'autre 1; Leur produict sera 1 Q, & faut aussi que soubstraict 1, la reste soit quarré. la chose doncques est demenée jusques à la, qu'il faut trouver quelque quarré, duquel soubstraict unité, demeure quarré, le mesme est $\frac{25}{16}$. duquel soubstraict unité, à sçavoir $\frac{16}{16}$, reste quarre $\frac{9}{16}$. Prenons leur sedecuple

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

ple. Je pose doncques l'un 1 Q, l'autre 25, desquels le produict est quarré. Mais de ces 25 Q, soubstraict 25, reste 25 Q — 25. qui s'egale à quelque quarré; Je finge le quarre du coste 1 N — 4, lequel quarré est 1 Q + 16 — 8 N, & s'egale à 25 Q — 25, & se faict le nombre $\frac{17}{8}$. Doncques l'un nombre sera $\frac{289}{94}$, & l'autre $\frac{100}{64}$, ce qui satisfaict au requis.

## Question XXXI.

*Trouvons deux nombres tels, qu'a leur produict ajousté leur somme, & dudict produict soubstraict leur somme, que somme & reste soyent quarrez à leurs racines commensurables.*

### Construction.

Il est premierement à noter comme pour theoreme qu'a la somme des quarrez de deux nombres Arithmetiques quelconques, ajousté le double de leur produict, ou de ladicte somme, soubstraict ledict double de leur produict; que la somme & reste seront quarrez à leurs racines commensurables. Soyent par exemple 2 & 3, la somme de leurs quarrez est 13, à laquelle ajousté le double du produict de 2 & 3, qui est 12, faict 25. le mesme 12 soubstraict de 13, reste 1. Doncques comme dict est, la somme (qui est 25) & reste (qui est 1) sont quarrez à leurs racines commensurables

| | |
|---|---|
| Pourtant posons le cas que le produict des nombres requis soit 13 ②; & que le premier nombre requis soit 1① | $\frac{91}{6}$ |
| Ergo le second nombre requis (à fin que leur produict soit 13 ②) sera 13① | $\frac{91}{6}$ |
| Leur produict 13② | $\frac{637}{36}$ |
| Si on ajouste aux mesmes (selon le theoreme ci dessus) 12②, ou si des mesmes on soubstraict 12②, la somme & reste seront quarrez selon la question, doncques 12② | $\frac{91}{4}$ |
| Seront egales à la somme du premier & second nombre 14① | $\frac{9}{6}$ |

Lesquels reduicts 12① seront egales à 14, & par le 67 probleme 1① vaudra $\frac{7}{6}$.

Je di, que $\frac{7}{6}$ & $\frac{91}{6}$ sont les deux nombres requis. *Demonstration.* Le produict de $\frac{7}{6}$ & $\frac{91}{6}$, est $\frac{637}{36}$, au mesme ajousté la somme de $\frac{7}{9}$ & $\frac{91}{6}$, qui est $\frac{98}{6}$, faict $\frac{2233}{36}$, duquel la racine $\frac{49}{6}$. Item dudict produict $\frac{637}{36}$, soubstraict lesdictes $\frac{98}{6}$, reste quarre $\frac{49}{36}$, sa racine $\frac{7}{6}$; ce sont doncques quarrez à leurs racines commensurables selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

## Question XXXII.

*Trouvons deux nombres Arithmetiques desquels la somme soit quarré à sa racine commensurable, & tels qu'a leur produict ajousté leur somme, & du mesme produict soubstraict leur somme; Somme & reste soyent semblables quarrez.*

### Construction.

Il est premierement à noter comme pour theoreme (qui est semblable au theoreme de la precedente 31 question) que le double du produict de deux nombres, ajousté aux deux quarrez des nombres, ou soubstraicts des mesmes quarrez, que somme & reste seront quarrez à leurs racines commensurables. Soyent par exemple deux nombres 4 & 2, leur produict est 8, le double 16, qui ajousté aux deux quarrez des nombres, qui sont 16 & 4, la somme est 36; Ou si on soubstraict les mesmes 16 desdicts quarrez 20, reste 4. Doncquez comme dict est, la somme (qui est 36) & la reste (qui est 4) sont quarrez à leurs racines commensurables.

| | |
|---|---|
| Pourtant posons le cas que la somme des deux nombres requis soit 20②, & que le premier nombre requis soit 2① | $\frac{6}{4}$ |
| Ergo le second nombre (à fin que le produict de leurs quarrez soit 20②) sera 10① | $\frac{30}{4}$ |
| La somme de leurs quarrez 20② | $\frac{136}{16}$ |
| Si on ajouste aux mesmes, 16②, ou si des mesmes on soubstraict 16②, la somme & reste seront (par le theoreme cy dessus) quarrez selon la question, doncques 16② | 9 |
| Seront egales à la somme du premier & second nombre, qui est 12① | 9 |

Lesquels reduicts 16① seront egales à 12, & par le 67 probleme 1① vaudra $\frac{3}{4}$.

Je di, que $\frac{6}{4}$ & $\frac{30}{4}$, sont les deux nombres requis. *Demonstration.* La somme des nombres $\frac{6}{4}$ & $\frac{30}{4}$, est quarré $\frac{36}{4}$, sa racine $\frac{6}{2}$. Item le produict de $\frac{6}{4}$ & $\frac{30}{4}$, est $\frac{180}{4}$; au mesme ajousté ladicte somme $\frac{36}{4}$, la somme est quarré $\frac{324}{16}$, sa racine $\frac{18}{4}$, Item dudict produict $\frac{180}{16}$, soubstraict ladicte somme $\frac{36}{4}$, reste quarré $\frac{36}{16}$, sa racine $\frac{6}{4}$; ce sont doncques quarrez à leurs racines commensurables selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

## Question XXXIII.

*Trouvons trois nombres Arithmetiques tels, que le quarré du premier, ajousté au second; Et le quarré du second, ajousté au troisiesme; Et le quarré du troisiesme, ajousté au premier, les sommes soyent semblables quarrez.*

### Construction.

| | |
|---|---|
| Soit le premier nombre requis 1① | $\frac{7}{57}$ |
| Puis il faut noter comme pour theoreme que tout nombre Arithmetique excedant le double de un autre en 1, & ajousté au quarré du moindre nombre, faict quarré à sa racine commensurable. Soit par exemple 2, & son double plus 1 est 5, doncques 5 ajousté au quarré de 2 qui est 4, faict 9, quarré à sa racine commensurable. Qui estant ainsi s'ensuit qu'on pourra mettre pour le second nombre requis, le double du premier plus 1, le second nombre doncques sera 2①+1 | $\frac{71}{57}$ |
| Et pour mesme raison le troisiesme nombre sera le double du second plus 1, à sçavoir 4①+3 | $\frac{199}{57}$ |
| Et ainsi au quarré du premier nombre qui est 1②, ajousté le second nombre, faict quarré selon la question 1②+2①+1 | $\frac{4096}{3249}$ |
| Item au quarré du second nombre, qui sera 4②+4①+1, ajousté le troisiesme nombre, faict quarre 4②+8①+4 | $\frac{16384}{3249}$ |
| Puis au quarré du troisiesme nombre, qui sera 16②+24①+9, ajousté le premier nombre, faict 16②+25①+9 | $\frac{40000}{3249}$ |
| Egales à quelque quarré selon la question, lequel on fingera tel, qu'il y en peuvent sortir egaux termes convenables, soit duquel le coste 4①—4, son quarré 16②—32①+16 | $\frac{40000}{3249}$ |

Lesquels reduicts 57① seront egales à 7, & par le 67 probleme 1① vaudra $\frac{7}{57}$.

Je di, que $\frac{7}{57}$ & $\frac{71}{57}$ & $\frac{199}{57}$ sont les trois nombres requis. *Demonstration.* Le quarré du premier nombre $\frac{7}{57}$ est $\frac{49}{3249}$, au mesme ajousté le second nombre $\frac{71}{57}$, faict quarré $\frac{4096}{3249}$, sa racine $\frac{14}{57}$. Item le quarré du second nombre $\frac{71}{57}$, est $\frac{5041}{3249}$. au mesme ajousté le troisiesme $\frac{199}{57}$, faict quarre $\frac{16384}{3249}$, sa racine $\frac{128}{57}$. Item le quar-



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

le quarré du troiſieſme nombre $\frac{120}{37}$, eſt $\frac{196\,01}{3249}$, au meſme ajouſté le premier nombre $\frac{7}{57}$, faict quarré $\frac{40000}{3249}$, ſa racine $\frac{200}{57}$. Ce ſont doncques quarrez à leurs racines commenſurables ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

## QVESTION XXXIV.

*TRouvons trois nombres Arithmetiques tels, que du quarré du premier ſoubſtraict le ſecond, Item du quarré du ſecond, ſoubſtraict le troiſieſme; Item du quarré du troiſieſme, ſoubſtraict le premier, les trois reſtes ſoyent quarrez à leurs racines commenſurables.*

### CONSTRVCTION.

| | |
|---|---|
| Soit le premier nombre requis $1\,①+1$ | $\frac{16}{9}$ |
| Puis il faut noter comme pour theoreme, que tout nombre Arithmetique d'unité moindre que le double d'un autre nombre, & du quarré du moindre, ſoubſtraict le majeur nombre, la reſte eſt nombre quarré à ſa racine commenſurable. Soit par exemple 3, puis 5, qui eſt d'unité moindre que le double dudict 3, puis ſoubſtraict 5 du quarré de 3, qui eſt 9, reſte quarré 4, à ſa racine commenſurable. Qui eſtant ainſi, s'enſuit qu'on pourra mettre pour le ſecond nombre requis, le double du premier moins 1, le ſecond nombre doncques ſera $2\,①+1$ | $\frac{23}{9}$ |
| Et pour meſme raiſon le troiſieſme nombre ſera le double du ſecond moins 1, à ſçavoir $4\,①+1$ | $\frac{37}{9}$ |
| Et ainſi du quarré du premier nombre, qui eſt $1\,②+2\,①+1$, ſoubſtraict le ſecond nombre, reſte quarré $1\,②$ | $\frac{40}{81}$ |
| Item du quarré du ſecond nombre, qui eſt $4\,②+4\,①+1$, ſoubſtraict le troiſieſme nombre, reſte quarré $4\,②$ | $\frac{196}{81}$ |
| Puis du quarré du troiſieſme nombre, qui eſt $16\,②+8\,①+1$, ſoubſtraict le premier nombre, reſte $16\,②+7\,①$ | $\frac{1225}{81}$ |
| Egal à quelque quarré ſelon la queſtion, lequel ſe fingera tel, qu'il y en peuvent ſortir termes egaux convenables, ſoit duquel le coſté $5\,①$, ſon quarré $25\,②$ | $\frac{1225}{81}$ |

Leſquels reduicts $9\,①$ ſeront egales à $7$, & $1\,①$ par le 67 probleme vaudra $\frac{7}{9}$.

Je di, que $\frac{16}{9}\ \frac{23}{9}\ \frac{37}{9}$ ſont les trois nombres requis. *Demonſtration.* Le quarré du premier nombre $\frac{16}{9}$ eſt $\frac{256}{81}$, du meſme ſoubſtraict le ſecond nombre $\frac{23}{9}$, reſte quarré $\frac{49}{81}$, ſa racine $\frac{7}{9}$. Item le quarré du ſecond nombre $\frac{23}{9}$, eſt $\frac{529}{81}$, du meſme ſoubſtraict le troiſieſme nombre $\frac{37}{9}$, reſte quarré $\frac{196}{81}$, ſa racine $\frac{14}{9}$. Item le quarré du troiſieſme nombre $\frac{37}{9}$, eſt $\frac{1396}{81}$, du meſme ſoubſtraict le premier nombre $\frac{16}{9}$, reſte quarré $\frac{1225}{81}$, ſa racine $\frac{35}{9}$. Ce ſont doncques quarrez à leurs racines commenſurables ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

## QVESTION XXXV.

*TRouvons trois nombres Arithmetiques tels, que le quarré de chaſcun, ajouſté à la ſomme des trois nombres: la ſomme ſoit quarré à ſa racine commenſurable.*

### CONSTRVCTION.

Il faut premierement noter comme pour theoreme, que le quarré de la moitié de la difference du diviſeur & quotient de nombres Arithmetiques, aiouſte au nombre à diviſer, donne pour ſomme un quarré à ſa racine commenſurable. Soit par exemple 7 nombre à diviſer, & diviſeur 3, le quotient ſera $2\frac{1}{3}$, la difference du quotient & diviſeur eſt $\frac{2}{3}$, ſa moitié $\frac{1}{3}$, ſon quarré $\frac{1}{9}$, ajouſté à 7, faict quarré $\frac{64}{9}$, à ſa racine $\frac{8}{3}$ commenſurable, ſelon le theoreme.

Or à fin de preparer par ce theoreme nombres propres ſervans à la conſtruction, prennons pour nombre à diviſer 12, & trois diviſeurs quelconques 1. 2. 3. doncques par le theoreme, la moitié de la difference procedant de nombre à diviſer 12, & diviſeur 1, ſera $\frac{11}{2}$. Item ſemblable difference procedant de 12 & 2 ſera 2, & de 12 & 3 ſera $\frac{1}{2}$. Eſtant doncques $\frac{11}{2}$ & 12 nombres conformes à la queſtion, à ſçavoir tels que le quarré de $\frac{11}{2}$, ajouſté à 12, donne pour ſomme un quarré ſelon la queſtion, & ainſi des autres deux nombres, s'enſuit que $\frac{11}{2}$ & 2 & $\frac{1}{2}$ & 12, ſont nombres ſervant à noſtre propos en ceſte ſorte:

| | |
|---|---|
| Soit le premier nombre requis $\frac{11}{2}\,①$ | $\frac{11}{3}$ |
| Et le ſecond nombre $2\,①$ | $\frac{4}{3}$ |
| Et le troiſieſme $\frac{1}{2}\,①$ | $\frac{1}{3}$ |
| Somme des trois nombres $8\,①$ | $\frac{16}{3}$ |
| Egale à $12\,②$ | $\frac{36}{3}$ |

Leſquels reduicts $3\,①$ ſeront egales à 2, & par le 67 probleme $1\,①$ vaudra $\frac{2}{3}$.

Je di, que $\frac{11}{3}\ \frac{4}{3}\ \frac{1}{3}$ ſont les trois nombres requis. *Demonſtration.* La ſomme des trois nombres eſt $\frac{16}{3}$, à la meſme ajouſté $\frac{121}{9}$ (quarré du premier nombre $\frac{11}{3}$) faict quarré $\frac{169}{9}$, ſa racine $\frac{13}{3}$. Item à ladicte ſomme $\frac{16}{3}$, ajouſté $\frac{16}{9}$ (quarré du ſecond nombre $\frac{4}{3}$) faict quarré $\frac{64}{9}$. Item à ladicte ſomme $\frac{16}{3}$, ajouſté $\frac{1}{9}$ (quarré du troiſieſme nombre $\frac{1}{3}$) faict quarré $\frac{49}{9}$, ſa racine $\frac{7}{3}$; ce ſont doncques quarrez à leurs racines commenſurables ſelon le requis; ce qu'il faut demonſtrer.

## QVESTION XXXVI.

*TRouvons trois nombres Arithmetiques tels, que du quarré de chaſcun ſoubſtraict la ſomme des trois nombres, la reſte ſoit quarré à ſa racine commenſurable.*

### CONSTRVCTION.

Premierement il faut noter comme pour theoreme, que le nombre à diviſer, ſoubſtraict du quarré de la moitié de la ſomme du diviſeur, & le quotient de nombres Arithmetiques, donne pour reſte un quarré à ſa racine commenſurable. Soit par exemple 7 nombre à diviſer & diviſeur 3, le quotient ſera $2\frac{1}{3}$, ſomme du quotient $2\frac{1}{3}$ & diviſeur 3, eſt $5\frac{1}{3}$, ſa moitié $\frac{8}{3}$, ſon quarré $\frac{64}{9}$, du meſme ſoubſtraict 7, reſte quarré $\frac{1}{9}$, à ſa racine $\frac{1}{3}$ commenſurable ſelon le theoreme.

Or à fin de preparer par ce theoreme nombres propres ſervans à la conſtruction, prennons pour nombre à diviſer 12, & trois diviſeurs quelconques 1. 2. 3. Doncques par le theoreme, la moitié de la ſomme procedant de nombre à diviſer 12, & diviſeur 1, ſera $\frac{13}{2}$. Item ſemblable ſomme procedante de 12 & 2, ſera 4. Item ſemblable ſomme procedante de 12 & 3 ſera $\frac{7}{2}$. Eſtant doncques $\frac{13}{2}$ & 12 nombres conformes à la queſtion, à ſçavoir que le quarré de $\frac{13}{2}$, ſoubſtraict de 12, donne pour reſte un quarré ſelon la queſtion, & ainſi des autres deux nombres, s'enſuit que $\frac{13}{2}$ & 4 & $\frac{7}{2}$ & 12, ſont nombres ſervant à noſtre propos en ceſte ſorte:

| | |
|---|---|
| Soit le premier nombre requis $\frac{13}{2}\,①$ | $\frac{91}{12}$ |
| Le ſecond nombre $4\,①$ | $\frac{52}{12}$ |
| Et le troiſieſme nombre $\frac{7}{2}\,①$ | $\frac{49}{12}$ |
| Somme des trois nombres $14\,①$ | $\frac{168}{12}$ |
| Egale à $12\,②$ | $\frac{144}{12}$ |

Leſ-

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

Lesquels reduicts 12 ① seront egales à 14, & par le 67 probleme 1 ① vaudra $\frac{7}{6}$.

Je di, que $\frac{91}{12}$ $\frac{56}{12}$ $\frac{49}{12}$ sont les trois nombres requis. *Demonstration.* Le quarré du premier nombre $\frac{91}{12}$, est $\frac{8281}{144}$, du mesme soubstraict la somme des trois nombres $\frac{91}{12}$ $\frac{56}{12}$ $\frac{49}{12}$, qui est $\frac{196}{12}$, reste quarré $\frac{1932}{144}$, sa racine $\frac{77}{12}$. Item le quarré de $\frac{56}{12}$ est $\frac{3136}{144}$, du mesme soubstraict ladicte somme $\frac{196}{12}$, reste quarré $\frac{784}{144}$, sa racine $\frac{28}{12}$. Item le quarré de $\frac{49}{12}$, est $\frac{2401}{144}$, du mesme soubstraict ladicte somme $\frac{196}{12}$, reste quarré $\frac{49}{144}$, sa racine $\frac{7}{12}$; ce sont doncques quarrez à leurs racines commensurables selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

---

# TROISIESME LIVRE D'ALGEBRE DE DIOPHANTE D'ALEXANDRIE;

*Traduict en langue Françoise & expliqué par* SIMON STEVIN *de Bruges.*

## QVESTION I.

*TRouvons trois nombres Arithmetiques tels, que le quarré de chascun, soubstraict de la somme des trois nombres, la reste soit semblable quarré.*

### CONSTRVCTION.

| | | |
|---|---|---|
| Soit le premier nombre requis | 1 ① | $\frac{85}{125}$ |
| Et le second nombre de ① autant qu'on veut, soyent | 2 ① | $\frac{170}{125}$ |
| Le quarré du premier nombre est | 2 ② | $\frac{7225}{15625}$ |
| Le quarré du second nombre est | 4 ② | $\frac{28900}{15625}$ |
| Somme des quarrez, laquelle on posera aussi pour somme des nombres requis (car ainsi sera satisfaict aux deux premiers nombres requis) est | 5 ② | $\frac{36125}{15625}$ |
| Puis divisant 5 ②, en deux quarrez selon la question, à sçavoir 1 ② & 4 ②, il faut diviser les mesmes 5 ② autrefois en deux quarrez, par la 10 question du 2 livre, soit en $\frac{121}{25}$ ② & $\frac{4}{25}$ ②. | | |
| Puis posons le troisiesme nombre estre racine de $\frac{4}{25}$ ② qui est | $\frac{2}{5}$ ① | $\frac{54}{125}$ |
| Son quarré (qui soubstraict de la somme des nombres 5 ② 5^e en l'ordre, reste 121 ①, qui est quarré selon la question) sera | $\frac{4}{25}$ ② | $\frac{1156}{15625}$ |
| Doncques la somme des trois nombres (qui sont le premier second & sixiesme en l'ordre) qui est | $3\frac{2}{5}$ ① | $\frac{289}{125}$ |
| Est egale à la somme des nombres cinquiesme en l'ordre, qui est | 5 ② | $\frac{289}{125}$ |

Lesquels reduicts 5 ① seront egales à $3\frac{2}{5}$, & par le 67 probleme 1 ① vaudra $\frac{17}{25}$.

Ie di, que $\frac{85}{125}$ $\frac{170}{125}$ $\frac{34}{125}$ sont les trois nombres requis. *Demonstration.* Le quarré du premier nombre $\frac{85}{125}$, est $\frac{7225}{15625}$, le mesme soubstraict de $\frac{289}{125}$ (qui est la somme des trois nombres requis $\frac{85}{125}$ $\frac{170}{125}$ $\frac{34}{125}$) reste quarré $\frac{28900}{15625}$, sa racine $\frac{170}{125}$. Item le quarré du second nombre $\frac{170}{125}$, est $\frac{28900}{15625}$, le mesme soubstraict de ladicte somme $\frac{289}{125}$, reste quarré $\frac{7225}{15625}$, sa racine $\frac{85}{125}$. Item le quarré du troisiesme nombre $\frac{34}{125}$, est $\frac{1156}{15625}$, le mesme soubstraict de ladicte somme $\frac{289}{125}$, reste quarré $\frac{14969}{15625}$, sa racine $\frac{187}{125}$. Ce sont doncques quarrez à leurs racines commensurables selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

## QVESTION II.

*TRouvons trois nombres Arithmetiques tels, que le quarré de leur somme, aioustè à chascun nombre, les sommes soyent semblables quarrez.*

### CONSTRVCTION.

| | | |
|---|---|---|
| Soit la somme des nombres requis | 1 ① | $\frac{1}{26}$ |
| Son quarré pour quarré de la somme des trois nombres requis, sera | 1 ② | $\frac{1}{676}$ |
| Puis on posera les nombres requis tels, que chascun aioustè au quarré de leur somme, les sommes soyent quarrez selon la question. soit le premier nombre requis | 3 ② | $\frac{3}{676}$ |
| Et le second nombre soit | 8 ② | $\frac{8}{676}$ |
| Et le troisiesme nombre (car aioustant à chascun nombre le quarré de leur somme 1 ②, ce seront 4 ②, & 9 ②, & 16 ②, quarrez conformes à la question) soit | 15 ② | $\frac{15}{676}$ |
| Somme des trois nombres requis (qui sont le troisiesme quatriesme & cinquiesme en l'ordre) est | 26 ② | $\frac{1}{26}$ |
| Egale à la somme des trois nombres premier en l'ordre | 1 ① | $\frac{1}{26}$ |

Lesquels reduicts 26 ① seront egales à 1, & par le 67 probleme 1 ① vaudra $\frac{1}{26}$.

Je di, que $\frac{3}{676}$ $\frac{8}{676}$ $\frac{15}{676}$ sont les trois nombres requis. *Demonstration.* La somme des trois nombres requis est $\frac{1}{26}$, son quarré $\frac{1}{676}$, au mesme aioustè le premier nombre $\frac{3}{676}$, faict quarré $\frac{4}{676}$, sa racine $\frac{2}{26}$. Item audict quarré $\frac{4}{676}$, aioustè le second nombre $\frac{8}{676}$, faict quarré $\frac{9}{676}$, sa racine $\frac{3}{26}$. Item audict quarré $\frac{1}{676}$, aioustè le troisiesme nombre $\frac{15}{676}$, faict quarré $\frac{16}{676}$, sa racine $\frac{4}{26}$; Ce sont doncques quarrez à leurs racines commensurables selon la question; ce qu'il falloit demonstrer.

## QVESTION III.

*TRouvons trois nombres Arithmetiques tels, que du quarré de leur somme soubstraict chascun nombre, les trois restes soyent semblables quarrez.*



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

CONSTRVCTION.

| | |
|---|---|
| Soit la ſomme des trois nombres requis 4 ① | $\frac{8}{17}$ |
| Son quarré pour quarré des trois nombres requis 16 ② | $\frac{64}{289}$ |
| Puis on poſera les nombres requis tels, que chaſcun ſoubſtraict du quarre de leur ſomme ſecond en l'ordre, les reſtes ſoyent quarrez ſelon la queſtion, ſoit le premier nombre 7 ② | $\frac{28}{289}$ |
| Et le ſecond nombre 12 ② | $\frac{48}{289}$ |
| Et le troiſieſme nombre (car chaſcun nombre ſoubſtraict du quarré de leur ſomme 16 ②, les reſtes ſeront 9 ②, & 4 ②, & 1 ②, quarrez conformes à la queſtion) ſoit 15 ② | $\frac{60}{289}$ |
| Somme des trois nombres requis (qui ſont le troiſieſme & quatrieſme & cincquieſme en l'ordre) eſt 34 ② | $\frac{8}{17}$ |
| Egale à la ſomme des trois nombres premier en l'ordre 4 ① | $\frac{8}{17}$ |

Leſquels reduicts 17 ① ſeront egales à 2, & par le 67 probleme, 1 ① vaudra $\frac{2}{17}$.

Je di, que $\frac{28}{289}$, $\frac{48}{289}$, $\frac{60}{289}$, ſont les trois nombres requis. *Demonſtration.* La ſomme des trois nombres requis eſt $\frac{8}{17}$, ſon quarré $\frac{64}{289}$, du meſme ſoubſtraict le premier nombre $\frac{28}{289}$, reſte quarré $\frac{36}{289}$, ſa racine $\frac{6}{17}$. Item dudict quarre $\frac{64}{289}$, ſoubſtraict le ſecond nombre $\frac{48}{289}$, reſte quarré $\frac{16}{289}$, ſa racine $\frac{4}{17}$. Item dudict quarré $\frac{64}{289}$, ſoubſtraict le troiſieſme nombre $\frac{60}{289}$, reſte quarré $\frac{4}{289}$, ſa racine $\frac{2}{17}$; ce ſont doncques quarrés à leurs racines commenſurables ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

QVESTION IV.

*TRouvons trois nombres Arithmetiques tels, que le quarré de leur ſomme, ſoubſtraict de chaſcun nombre, les trois reſtes ſoyent ſemblables quarrez.*

CONSTRVCTION.

| | |
|---|---|
| Soit la ſomme des trois nombres requis 1 ① | $\frac{1}{17}$ |
| Son quarré pour quarré de la ſomme des trois nombres 1 ② | $\frac{1}{289}$ |
| Puis on poſera les nombres requis tels, que de chaſcun ſoubſtraict le quarre de la ſomme des nombres, qui eſt 1 ② ſecond en l'ordre, les reſtes ſoyent quarrez ſelon la queſtion; Soit le premier nombre 2 ② | $\frac{2}{289}$ |
| Et le ſecond nombre 5 ② | $\frac{5}{289}$ |
| Et le troiſieſme nombre requis (car de chaſcun nombre ſoubſtraict le quarre de la ſomme qui eſt 1 ②, les reſtes ſeront 1 ②, & 4 ②, & 9 ②, qui ſont quarrez conformes à la queſtion) ſoit 10 ② | $\frac{10}{289}$ |
| Somme des trois nombres requis (qui ſont le troiſieſme quatrieſme & cincquieſme en l'ordre) eſt 17 ② | $\frac{1}{17}$ |
| Egale à la ſomme des trois nombres premier en l'ordre, qui eſt 1 ① | $\frac{1}{17}$ |

Leſquels reduicts 17 ① ſeront egales à 1, & par le 67 probleme 1 ①, vaudra $\frac{1}{17}$.

Ie di, que $\frac{2}{289}$ $\frac{5}{289}$ $\frac{10}{289}$, ſont les trois nombres requis. *Demonſtration.* La ſomme des trois nombres $\frac{2}{289}$ $\frac{5}{289}$ $\frac{10}{289}$ eſt $\frac{1}{17}$, & ſon quarré eſt $\frac{1}{289}$, qui ſoubſtraict du premier nombre $\frac{2}{289}$, reſte quarré $\frac{1}{289}$, ſa racine $\frac{1}{17}$. Item du ſecond nombre $\frac{5}{289}$, ſoubſtraict ledict quarré $\frac{1}{289}$, reſte quarré $\frac{4}{289}$, ſa racine $\frac{2}{17}$. Item du troiſieſme nombre $\frac{10}{289}$, ſoubſtraict ledict quarré $\frac{1}{289}$, reſte quarré $\frac{9}{289}$, ſa racine $\frac{3}{17}$. Ce ſont doncques quarrez à leurs racines commenſurables ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

QVESTION V.

*TRouvons trois nombres deſquels la ſomme ſoit quarré à ſa racine commenſurable, & tels que chaſques deux nombres excedent au troiſieſme en ſemblable quarré.*

CONSTRVCTION.

| | |
|---|---|
| Soit la ſomme des nombres requis, le quarré de 1 ① + 1 qui eſt 1 ② + 2 ① + 1 | 81 |
| Poſons maintenant que le premier & ſecond nombre, excedent au troiſieſme en quelque quarré ſelon la queſtion, ſoit en 1 | 1 |
| Or eſtant cognue la ſomme des trois nombres, & l'exces du premier & ſecond au troiſieſme, doncques par le theoreme cy deſſoubs, le troiſieſme nombre requis ſera $\frac{1}{2}$ ② + 1 ① | 40 |
| Poſons maintenant que le ſecond & troiſieſme nombre excedent au premier autre fois en quelque quarré ſelon la queſtion, ſoit en 1 ② | 64 |
| Or eſtant cognue la ſomme des trois nombres, & l'exces du ſecond & troiſieſme au premier, doncques par le theoreme cy deſſoubs le premier nombre requis ſera 1 ① + $\frac{1}{2}$ | $\frac{17}{2}$ |
| Puis la ſomme du troiſieſme & premier nombre requis, qui eſt $\frac{1}{2}$ ② + 2 ① + $\frac{1}{2}$, ſoubſtraict de la ſomme des trois nombres, qui eſt le premier en l'ordre, reſte pour le ſecond nombre requis $\frac{1}{2}$ ② + $\frac{1}{2}$ | $\frac{65}{2}$ |
| Reſte maintenant que le premier & troiſieſme, excedent au ſecond en quarré ſelon la queſtion, mais la ſomme du premier & troiſieſme nombre, qui eſt $\frac{1}{2}$ ② + 2 ① + $\frac{1}{2}$, excede au ſecond nombre qui eſt $\frac{1}{2}$ ② + $\frac{1}{2}$, en 2 ① | 16 |
| Les meſmes doncques ſont egales à quelque quarré ſelon la queſtion, ſoit à 16 | 16 |

Et par le 67 probleme 1 ① vaudra 8.

Je di, que $\frac{17}{2}$ $\frac{65}{2}$ $\frac{80}{2}$ ſont les trois nombres requis. *Demonſtration.* La ſomme des trois nombres $\frac{17}{2}$ $\frac{65}{2}$ $\frac{80}{2}$ eſt quarré 81, ſa racine 9. Item la ſomme du premier & ſecond nombre $\frac{82}{2}$, excede au troiſieſme nombre $\frac{80}{2}$ en quarré $\frac{2}{2}$, ſa racine 1. Item la ſomme du ſecond & troiſieſme nombre qui eſt $\frac{145}{2}$, excede au premier nombre $\frac{17}{2}$, en quarré $\frac{128}{2}$, ſa racine 8. Item la ſomme du troiſieſme & premier nombre qui eſt $\frac{97}{2}$, excede le ſecond $\frac{65}{2}$, en quarré $\frac{32}{2}$, ſa racine 4; Ce ſont doncques quarrez à leurs racines commenſurables ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

THEOREME

DE XYLANDRE.

*SOubſtraict l'exces de deux nombres au troiſieſme, de la ſomme des trois nombres: la moitie du reſte ſera le troiſieſme nombre.*

*Explication du donné.* Soyent donnez quelques trois nombres 2. 3. 4. *Explication du requis.* Il faut par iceux nombres demonſtrer ce qui eſt propoſé au theoreme. *Demonſtration.* Si on ſoubſtraict 1 (qui eſt l'exces du premier & ſecond au troiſieſme) de 9 (qui eſt la ſomme des trois nombres) reſte 8, la moitie eſt 4, le troiſieſme nombre propoſé.

Or s'enſuit par ce theoreme, qu'eſtant la ſomme des trois

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

trois nombres 1 ② + 2 ① + 1, & l'exces du premier & second au troisiesme, qui est 1, que le troisiesme nombre sera $\frac{1}{2}$ ② + 1 ①, comme dict est en la construction de la precedente question. Car de 1 ② + 2 ① + 1 (qui est la somme des trois nombres) soubstraict 1 (qui est l'exces du premier & second au troisiesme) reste 1 ② + 2 ①, ergo sa moitie pour le troisiesme nombre sera $\frac{1}{2}$ ② + 1 ①. *Conclusion.* Soubstraict doncques l'exces des deux nombres au troisiesme, de la somme des trois nombres: La moitie du reste, sera le troisiesme nombre; ce qu'il falloit demonstrer.

## Question VI.

Ceste vi. question est la mesme que la precedente v. mais elle se fera ici par autre construction telle:

### Construction.

On trouvera premierement trois nombres quarrez à leurs racines commensurables, & desquels la somme soit semblable quarré. Soyent 4. 9. 36. desquels la somme quarré 49. Or estant cogneuz ces trois nombres & leur somme, la reste se peut faire par la precedente 5 question, ou bien par le precedent theoreme disant: si la somme des trois nombres est 49, & le premier & second excedassent le troisiesme en 4: Ergo le troisiesme sera 22 $\frac{1}{2}$. Item, si le second & troisiesme excedassent le premier en 9; Ergo le premier sera 20. Item si le troisiesme & premier excedassent le second en 36; Ergo le second sera 6 $\frac{1}{2}$; Dont la demonstration sera semblable à la demonstration de la precedente 5 question.

## Question VII.

*Trouvons trois nombres, desquels la somme soit quarré à sa racine commensurable, & que la somme de chasque deux, soit semblable quarré.*

### Construction.

| | |
|---|---|
| Soit la somme des trois nombres, le quarré de 1 ① + 1 qui est 1 ② + 2 ① + 1 | 441 |
| Et soit la somme du premier & second 1 ② | 400 |
| Ergo le troisiesme nombre sera 2 ① + 1 | 41 |
| Soit la somme du second & troisiesme, le quarré de 1 ① — 1, qui est 1 ② — 2 ① + 1 | 361 |
| Laquelle somme soubstraicte de la somme des trois nombres premier en l'ordre, reste pour le premier nombre requis 4 ② | 80 |
| Or la somme du premier & second nombre second en l'ordre, est 1 ②, de la mesme soubstraict le premier nombre 4 ①, reste pour le second nombre requis 1 ② — 4 ① | 320 |
| Reste maintenant que le troisiesme & premier nombre, qui font ensemble 6 ① + 1 | 121 |
| Soient egal à quelque quarré, lequel on fingera tel, qu'il y en sorte convenable egaleté, soit le quarré de 11, à sçavoir 121 | |

Lesquels reduicts 6 ① seront egales à 120, & par le 67 probleme, 1 ① vaudra 20.

Je di, que 80. 320. 41. sont les trois nombres requis. *Demonstration.* La somme de 80. 320. 41 est quarré 441, sa racine 21. Item, la somme du premier & second, est quarré 400, sa racine 20. Item la somme du second & troisiesme, est quarré 361, sa racine 19. Item la somme du troisiesme & premier est quarré 121, sa racine 11. Ce sont doncques quarrez à leurs racines commensurables selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

## Question VIII.

Ceste 8 question est la mesme que la precedente 7, & differe quasi seulement en cela, que la ou Diophante en la 7 a posé 121, il pose en la 8 question 36, d'ou la solution pour les trois nombres requis sera, $\frac{840}{36}$. $\frac{281}{36}$. $\frac{416}{36}$.

## Question IX.

*Trouvons trois nombres d'egal exces, desquels chasques deux soyent quarrez à leurs racines commensurables.*

### Construction.

On trouvera premierement trois nombres quarrez d'egal exces; Et desquels la moitie de leur somme soit majeur qu'aucun des mesmes nombres (car l'experience demonstre que ce seroit autrement travaille à l'impossible, ne fust que l'on voulust solver par —) Soit le premier le quarré de 1 ① qui est 1 ②

Et le second soit le quarré de 1 ① + 1 qui est 1 ② + 2 ① + 1

Leur exces est 2 ① + 1, qui ajousté au second nombre, faict pour le troisiesme 1 ② + 4 ① + 2

Egal à quelque quarré, que l'on fingera tel qu'il y en sorte convenable egaleté, soit le quarré de 1 ① — 8, qui est 1 ② — 16 ① + 64

Lesquels reduicts 20 ① seront egales à 62, & par le 67 probleme, 1 ① vaudra $\frac{31}{2}$. Et les trois nombres requis seront tels $\frac{961}{100}$ $\frac{1681}{100}$ $\frac{2401}{100}$. Et delaissant les denominateurs nous pouvons dire que ce sont 961. 1681. 2401. car ce sont trois quarrez d'egal exces, & desquels la moitie de leur somme est majeure qu'aucun desdicts nombres selon qu'il estoit proposé.

Or estant trouvez ces trois nombres il faut maintenant par les mesmes venir au requis; c'est que l'on trouvera trois nombres tels, que la somme du premier & second soit 961, & que la somme du second & troisiesme 2401. Et la somme du troisiesme & premier 1681. Et est chose claire qu'alors on aura le requis. Or pour y avenir,

| | |
|---|---|
| Soit la somme des trois nombres requis 1 ① | 2521 $\frac{1}{2}$ |
| De la mesme soubstraict la somme du premier & second nombre, qui soit 961, reste pour le troisiesme 1 ① — 961 | 1560 $\frac{1}{2}$ |
| Et de ladicte somme des trois nombres requis, autrefois soubstraict la somme du second & troisiesme, qui soit 2401, reste pour le premier 1 ① — 2401 | 120 $\frac{1}{2}$ |
| Et de ladicte somme des trois nombres, autrefois soubstraict la somme du troisiesme & premier nombre, qui soit 1681, reste pour le second nombre 1 ① — 1681 | 840 $\frac{1}{2}$ |
| La somme des trois nombres requis, qui sont second troisiesme & quatriesme en l'ordre, est 3 ① — 5043 | 2521 $\frac{1}{2}$ |
| Egale à la somme des trois nombres premier en l'ordre + 1 ① | 2521 $\frac{1}{2}$ |

Lesquels reduicts 2 ① seront egales a 5043, & par le 67 probleme, 1 ① vaudra 2521 $\frac{1}{2}$.

Je di, que 120 $\frac{1}{2}$. 840 $\frac{1}{2}$. 1560 $\frac{1}{2}$ sont les trois nombres requis. *Demonstration.* L'exces du second au premier: Item du troisiesme au second, est 720, ils sont doncques d'egal exces. Item la somme du premier & second est quarré 961, sa racine 31; Item la somme du second & troisiesme est quarré 2401, sa racine 49; Item la somme du troisiesme & premier est quarré 1681, sa



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

racine 41. Ce ſont doncques quarrez à leurs racines commenſurables ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

## QVESTION X.

*TRouvons trois nombres tels, que chaſques deux ajouſtez à 3, facent quarré à ſa racine commenſurable, & que la ſomme des trois nombres avec ledict 3, ſoit ſemblable quarré.*

### CONSTRVCTION.

| | |
|---|---|
| Prenons premierement quelque quarré, comme le quarré de 1①+2, qui eſt 1②+4①+4; du meſme ſoubſtraict 3, la reſte pour le premier & ſecond nombre requis (car ſi on y ajouſte 3, il ſera quarré ſelon la queſtion) eſt 1②+4①+1 | 222 |
| Et de meſme ſorte prenons le quarré de 1①+3, qui eſt 1②+6①+9, du meſme ſoubſtraict 3, la reſte pour le ſecond & troiſieſme nombre requis (car ſi on y ajouſte 3, il ſera quarré ſelon la queſtion) eſt 1②+6①+6 | 253 |
| Et de meſme ſorte prenons le quarré de 1①+4, qui eſt 1②+8①+16, du meſme ſoubſtraict 3, la reſte pour la ſomme des trois nombres requis (car ſi on y aiouſte 3, il ſera quarré ſelon la queſt.) eſt 1②+8①+13 | 286 |
| De la meſme ſomme, ſoubſtraict la ſomme du premier & ſecond, premier en l'ordre, reſte pour le 3 nombre requis 4①+12 | 64 |
| Puis de ladicte ſomme troiſieſme en l'ordre, autrefois ſoubſtraict la ſomme du ſecond & troiſieſme, ſecond en l'ordre, reſte pour le premier nombre requis 2①+7 | 33 |
| Lequel premier nombre ſoubſtraict de la ſomme du premier & ſecond nombre, premier en l'ordre, reſte pour le ſecond nombre requis 1②+2①—6 | 189 |
| Somme du troiſieſme & premier nombre, qui ſont le quatrieſme & cincquieſme en l'ordre, eſt 6①+19, auquel ajouſté 3, faict 6①+22 | 100 |
| Qui doibt eſtre quarré ſelon la queſtion, il ſera doncques egal à quelque quarré que l'on fingera tel, qu'il y en ſorte convenable egaleté, ſoit 100 | |

Leſquels reduicts 6① ſeront egales à 78, & par le 67 probleme 1① vaudra 13.

Je di, que 33. 189. 64. ſont les trois nombres requis. *Demonſtration.* Aux deux nombres 33. & 189. ajouſté 3, la ſomme eſt quarré 225, ſa racine 15. Item aux deux nombres 189, 64. ajouſté 3, faict quarré 256, ſa racine 16. Item aux deux nombres 64. 33, ajouſté 3, faict quarré 100, ſa racine 10. Item aux trois nombres 33. 189. 64. ajouſté 3. faict quarré 289, ſa racine 17. Ce ſont doncques quarrez ſelon la queſtion; ce qu'il falloit demonſtrer.

## QVESTION XI.

*TRouvons trois nombres tels, que de la ſomme de chaſques deux ſoubſtraict 3, la reſte ſoit quarré à ſa racine commenſurable, & que la ſomme deſdicts trois nombres ſoubſtraict duduct 3, la reſte ſoit ſemblable quarré.*

### CONSTRVCTION.

| | |
|---|---|
| Prenons premierement quelque quarré, comme le quarré de 1①, qui eſt 1②, au meſme ajouſté 3, la ſomme pour le premier & ſecond nombre (car ſi l'on en ſoubſtraict 3, la reſte ſera quarré ſelon la queſtion) eſt 1②+3 | 103 |
| Et de meſme ſorte prenons le quarré de 1①+1, qui eſt 1②+2①+1, au meſme ajouſté 3, la ſomme pour le ſecond & troiſieſme nombre (car ſi on en ſoubſtraict 3, la reſte ſera quarré ſelon la queſtion) eſt 1②+2①+4 | 124 |
| Et de meſme ſorte prenons le quarré de 1①+2, qui eſt 1②+4①+4, au meſme ajouſté 3, faict pour la ſomme des trois nombres requis (car ſi on en ſoubſtraict 3, la reſte ſera quarré ſelon la queſtion) eſt 1②+4①+7 | 147 |
| De la meſme ſomme ſoubſtraict la ſomme du premier & ſecond nombre premier en l'ordre, reſte pour troiſieſme nombre requis 4①+4 | 44 |
| Puis de ladicte ſomme troiſieſme en l'ordre, autrefois ſoubſtraict la ſomme du ſecond & troiſieſme nombre ſecond en l'ordre, reſte pour le premier nombre 2①+3 | 23 |
| Lequel premier nombre ſoubſtraict de la ſomme du premier & ſecond nombre premier en l'ordre, reſte pour le 2 nombre 1②—2① | 80 |
| Somme du troiſieſme & premier nombre quatrieſme & cincquieſme en l'ordre, eſt 6①+7 des meſmes ſoubſtraict 3, reſte 6①+4 | 64 |
| Qui doibt eſtre quarré ſelon la queſtion, il eſt doncques egal à quelque quarré, que l'on fingera tel qu'il y en ſorte convenable egaleté, ſoit 64 | |

Lequels reduicts 6① ſeront egales à 60, & par le 67 probleme, 1① vaudra 10.

Je di, que 23. 80. 44 ſont les trois nombres requis. *Demonſtration.* De la ſomme des deux nombres 23. 80. qui eſt 103, ſoubſtraict 3, reſte quarré 100, ſa racine 10. Item de la ſomme des deux nombres 80. 44, qui eſt 124, ſoubſtraict 3, reſte quarré 121, ſa racine 11. Item de la ſomme des deux nombres 44. 23, qui eſt 67, ſoubſtraict 3, reſte quarré 64, ſa racine 8. Item de la ſomme des trois nombres 23. 80. 44, qui eſt 147, ſoubſtraict 3, reſte quarré 144, ſa racine 12. Ce ſont doncques quarrez à leurs racines commenſurables ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

NOTA. Quant aux operations de ceſte 12 enſemble de la 13 queſtion ſuivante, j'en ſuis de la meſme opinion qu'eſt Xylandre; a ſçavoir qu'elles ne ſont pas algebraiques, c'eſt à dire ſelon les legitimes reigles d'algebre, parquoi nous deſcrirons les meſmes motz de Diophante en ceſte ſorte.

## QVESTION XII.

L'ON *requiert trois nombres tels, qu'au produict de chaſques deux ajouſté quelque nombre donné, la ſomme ſoit quarré.* Soit le nombre donné 12, ſi on ſoubſtraict le meſme de quelque quarré, facilement appert que la reſte eſt le produict du premier & ſecond; parce qu'au meſme aiouſté 12, la ſomme ſera quarré. Je ſoubſtrairai 12, de quelque quarré, ſoit de 25, reſte 13, qui eſt le produict du premier & ſecond, ſoit le premier 13 N, le ſecond 1 N, à fin que leur produict ſoit 13 Q. Puis je ſoubſtrairai 12 de quelque autre quarré, à fin que j'aie le produict du ſecond & troiſieſme. Ie les ſoubſtrairai de 16, reſte 4. Ergo le produict du ſecond & troiſieſme eſt 4, mais eſtant le ſecond 1 N, le troiſieſme ſera 4 N, leur produict 4 Q. Reſte maintenant que le produict du troiſieſme

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

sieſme & premier plus 12, ſoit quarré, le produict eſt 52 Q. Doncques 52, Q + 12, vallent un quarré. Or ſeroit l'equation facile, ſi 13, qui eſt au lieu du premier des produicts 13 Q, fuſt quarré: Lequel n'eſtant pas ainſi, la choſe eſt demenée juſques à la, qu'il faut trouver deux nombres, deſquels le produict ſoit quarré, & d'avantage chaſcun ajouſté à 12, face quarré. Mais ſi au lieu de ces nombres, je trouve des quarrez, les meſmes donneront produict quarré.

Eſtant doncques trouvez des quarrez tels, qu'a chaſcun ajouſté 12, les ſommes ſoyent quarrez, l'equation ſera achevée. Or 4 & $\frac{1}{4}$, ſont quarrez tels, qu'a chaſcun ajouſté 12, les ſommes ſont quarrez. Leſquels eſtant ainſi trouvez, je me refere à ce que je fiz au premier: je metts le premier nombre 4 N, le ſecond 1 N, le troiſieſme $\frac{1}{4}$ N; Reſte maintenant que au produict du premier & troiſieſme ajouſté 12, la ſomme ſoit quarré. Le produict du troiſieſme & premier eſt 1 Q. Ergo 1 Q + 12 s'egale à quelque quarré, lequel je finge duquel le coſté 1 N + 3, qui ſera 1 Q + 6 N + 9, & 1 N, faict 3. Et eſt ſatisfaict au requis.

## QVESTION XIII.

*L'On requiert trois nombres tels, que du produict de chaſques deux ſoubſtraict quelque nombre donné, la reſte ſoit quarré.*

Soit le nombre donné 10. Or eſtant le produict du premier & ſecond celuy duquel ſoubſtraict 10 donne reſte quarré, j'aiouſtera 10 à quelque quarré à fin de le trouver. Soit le quarré 4; Ergo le produict du premier & ſecond 14. Soit le premier 14, le ſecond ſera 1. Conſtituons autrefois en nombres ceux deſquels le produict ſera 14 quarrez, ſoit le premier 14 N, le ſecond 1 N. Puis j'aiouſte à un autre quarré 10, pour avoir le produict du ſecond & troiſieſme, ſoit celuy quarré 9. Ergo le produict du ſecond & troiſieſme eſt 19 Q. Reſte maintenant que le produict du premier & troiſieſme plus 10, ſoit quarré. Ergo 266 — 10 ſont egales à quarré. Or pour les raiſons que j'ay demonſtré en la precedente propoſition, la choſe eſt demenée juſques à la, qu'il faut trouver deux quarrez, deſquels de chaſcun ſoubſtraict 10, la reſte ſoit quarré; qui ſera facile, ſi cherchez le quarré, duquel ſoubſtraict 10, reſte quarré. Certes ſi à quelque nombre on ajouſte 1, & qu'on multiplie la moitie de la ſomme en ſoy, & que de tel quarré on ſoubſtraict le nombre premier poſé, la reſte ſera auſſi quarré. J'aiouſte 1 a 10, la moitie eſt 5 $\frac{1}{2}$, ſi de ſon quarré 30 $\frac{1}{4}$, je ſoubſtraicts 10, reſte quarré 20 $\frac{1}{4}$ duquel la racine 4 $\frac{1}{2}$. Je poſe maintenant le premier eſtre 30 $\frac{1}{4}$, le dernier 1, & ſera neceſſaire que de 1 Q, ſoubſtraict 10, la reſte ſoit quarré. Ergo 1 Q — 10 s'egale à quarré. Ie finge ſon coſté 1 ① — 2, ſon quarré ſera 1 ② + 4 — 4 N, & 1 N faict 3 $\frac{1}{2}$. Ergo le troiſieſme que je poſois 1 Q, ſera 12 $\frac{1}{4}$, le premier 30 $\frac{1}{4}$, deſquels ſoubſtraict de chaſcun 10, reſte quarré. Ie viens maintenant à ce que je cherchois au premier & je poſe les nombres tels: le premier 30 $\frac{1}{4}$, le deuxieſme 1 N, le troiſieſme 12 $\frac{1}{4}$ N; Reſte maintenant que le produict du troiſieſme & premier 370 $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{16}$ moins 10, ſoit egal à quarré, & à fin que les quarrez ſoyent entiers, multiplions les par 16, & ainſi 5929 Q — 160 s'egaleront au quarré du coſté 77 N — 2, qui eſt 5929 Q + 4 — 308 N. Et 1 N ſera $\frac{1}{17}$. Et je poſois le premier 30 $\frac{1}{4}$, celuy ſera 1244, le deuxieſme 1, celuy ſera 77, le troiſieſme 12 $\frac{1}{4}$, le meſme ſera 502 $\frac{1}{4}$. Et eſt ſatisfaict au requis.

## QVESTION XIV.

*TRouvons trois nombres, deſquels le produict de chaſques deux avec le troiſieſme, ſoit quarré à ſa racine commenſurable.*

### CONSTRVCTION.

| | | |
|---|---|---|
| Soit le produict du premier & ſecond nombre avec le troiſieſme, le quarré de 1 ① + 3 qui eſt | 1 ② + 6 ① + 9 | 16 |
| Du meſme prenons pour le troiſieſme nombre le | 9 | 9 |
| Ergo le produict du premier & ſecond ſera | 1 ② + 6 ① | 7 |
| Et ſoit le premier | 1 ① | 1 |
| Ergo (à fin que le produict du premier & ſecond nombre ſoit 1 ② + 6 ①) le ſecond nombre ſera | 1 ① + 6 | 7 |
| Et le produict du ſecond & troiſieſme (qui ſont le ſecond & cincquieſme en l'ordre) eſt 9 ① + 54, au meſme ajouſté le premier nombre 1 ① faict | 10 ② + 54 | 64 |
| Et le produict du troiſieſme & premier (qui ſont le ſecond & quatrieſme en l'ordre) eſt 9 ①, au meſme ajouſté le ſecond nombre 1 ① + 6 faict | 10 ① + 6 | 16 |
| Or chaſcun des deux precedens nombres (à ſçavoir le ſixieſme & ſeptieſme en l'ordre) eſt egal à quelque quarré à ſa racine commenſurable, il faut doncques trouver un quarré de double egaleté. Soit par poſition de 12 & 4 (pour les deux nombres deſquels le produict 48, eſt egal à la difference de 10 ① + 54, à 10 ① + 6) deſquels le quarré de double egaleté egal au maieur propoſé 10 ① + 54, eſt (par la note devant la 12 queſtion du ſecond livre) | 64 | 64 |

Leſquels reduicts 10 ① ſeront egales à 10, & par le 67 probleme 1 ① vaudra 1.

Je di, que 1. 7. 9. ſont les trois nombres requis. *Demonſtration.* Le produict de 1 & 7 eſt 7, au meſme ajouſté 9, faict quarré 16, ſa racine 4. Item le produict de 7 & 9, eſt 63, au meſme ajouſté 1, faict quarré 64, ſa racine 8. Item le produict de 9 & 1 eſt 9, au meſme ajouſté 7, faict quarré 16, ſa racine 4. Ce ſont doncques quarrez à leurs racines commenſurables ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

## QVESTION XV.

*TRouvons trois nombres tels, que du produict de chaſque deux, ſoubſtraict le troiſieſme, la reſte ſoit quarré à ſa racine commenſurable.*

### CONSTRVCTION.

| | | |
|---|---|---|
| Soit le premier nombre requis | 1 ① | $\frac{1}{1}$ |
| Et le ſecond nombre | 1 ① + 4 | $\frac{25}{1}$ |
| Leur produict eſt | 1 ② + 4 ① | $\frac{100}{16}$ |
| Du meſme ſoubſtraict le troiſieſme nombre, la reſte doibt eſtre quarré ſelon la queſtion. Poſons doncques que le troiſieſme (à fin que ſoubſtraict 4 ① de 1 ② + 4 ① reſte quarré 1 ②) ſoit | 4 ① | $\frac{20}{4}$ |
| Le produict du ſecond & troiſieſme nombre eſt 4 ② + 16 ①, du meſme ſoubſtraict le premier 1 ①, reſte | 4 ② + 15 ① | $\frac{400}{16}$ |
| Le produict du troiſieſme & premier eſt 4 ②, duquel ſoubſtraict le ſecond nombre 1 ① + 4, reſte | 4 ② — 1 ① — 4 | 1 |



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

Or chaſcun des deux precedens nombres, à ſçavoir le cincquieſme & ſixieſme en l'ordre, eſt egal à quelque quarré à ſa racine commenſurable, il faut donc trouver un quarré de double egaleté; Soit par poſition de 4① + 1, & 4 (pour les deux nombres deſquels le produict 16① + 4, eſt egal à la difference de 4② + 15① à 4② — 1① — 4) deſquels le quarré de double egaleté egal au maieur propoſé, à ſçavoir à 4② + 15①, eſt (par la note devant la 12 queſtion du ſecond livre) 4② + 10① + $\frac{25}{4}$ | $\frac{400}{16}$

Leſquels reduicts 5① ſeront egales à $\frac{25}{4}$, & par le 67 probleme 1① vaudra $\frac{5}{4}$.

Je di, que $\frac{1}{4}$ $\frac{21}{4}$ $\frac{20}{4}$ ſont les trois nombres requis. *Demonſtration.* Du produict de $\frac{5}{4}$ & $\frac{21}{4}$, qui eſt $\frac{105}{16}$, ſoubſtraict $\frac{20}{4}$, reſte quarré $\frac{25}{16}$, ſa racine $\frac{5}{4}$. Item du produict de $\frac{21}{4}$ & $\frac{20}{4}$, qui eſt $\frac{420}{16}$, ſoubſtraict $\frac{1}{4}$, reſte quarré $\frac{400}{16}$, ſa racine $\frac{20}{4}$. Item du produict de $\frac{20}{4}$ & $\frac{1}{4}$, qui eſt $\frac{20}{4}$, ſoubſtraict $\frac{21}{4}$, reſte quarré $\frac{4}{4}$, ſa racine 1. Ce ſont doncques quarrez à leurs racines commenſurables ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

## QVESTION XVI.

*TRouvons trois nombres tels, que le produict de chaſques deux avec le quarré du troiſieſme, ſoit quarré à ſa racine commenſurable.*

### CONSTRVCTION.

| | |
|---|---|
| Soit le premier nombre requis 1① | $\frac{9}{73}$ |
| Et le ſecond nombre ſoit 4① + 4 | $\frac{328}{73}$ |
| Le troiſieſme, à fin que le produict du ſecond & troiſieſme, plus le quarré du premier (qui font quarré 1② + 4① + 4, ſa racine 1① + 2.) Item le produict du premier & ſecond, plus le quarré du troiſieſme (qui font quarré 4② + 4① + 1, duquel la racine 2① + 1) ſoyent quarrez ſelon la queſtion, ſera 1 | 1 |
| Le produict du premier & troiſieſme, eſt 1①, au meſme ajouſté le quarré du ſecond, qui eſt 16② + 32① + 16, faict 16② + 33① + 16 | $\frac{108241}{5329}$ |
| Egal à quelque quarré, que l'on fingera tel qu'il y en ſorte convenable egaleté, ſoit duquel le coſte 4① — 5, ſon quarré 16② — 40① + 25 | $\frac{108241}{5329}$ |

Leſquels reduicts 73① ſeront egeles à 9, & par le 67 probleme 1① vaudra $\frac{9}{73}$.

Je di, que $\frac{9}{73}$. $\frac{328}{73}$. 1 ſont les trois nombres requis. *Demonſtration.* Le produict de $\frac{9}{73}$, & $\frac{328}{73}$, eſt $\frac{2952}{5329}$, au meſme ajouſté le quarré de 1, faict quarré $\frac{8281}{5329}$, ſa racine $\frac{91}{73}$. Item le produict de $\frac{328}{73}$ & 1, eſt $\frac{328}{73}$, au meſme ajouſté le quarré de $\frac{9}{73}$, qui eſt $\frac{81}{5329}$, faict quarré $\frac{24025}{5329}$, ſa racine $\frac{155}{73}$. Item le produict de 1 & $\frac{9}{73}$ eſt $\frac{9}{73}$, au meſme ajouſté le quarré de $\frac{328}{73}$, qui eſt $\frac{107584}{5329}$, faict quarré $\frac{108241}{5329}$, ſa racine $\frac{329}{73}$. Ce ſont doncques quarrez à leurs racines commenſurables ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

## QVESTION XVII.

*TRouvons trois nombres tels, que le produict de chaſques deux, avec la ſomme des meſmes deux nombres, ſoit quarré à ſa racine commenſurable.*

### CONSTRVCTION.

| | |
|---|---|
| Puis que le produict de deux quarrez comme 4 & 9, deſquels les racines ſont d'unité differens, ajouſté à leur ſomme, faict quarré à ſa racine commenſurable par le ſuivant theoreme; Poſons le premier nombre 4 | 4 |
| Et le ſecond nombre (à fin que leur produict avec leur ſomme ſoit quarré ſelon la queſtion) ſoit 9 | 9 |
| Soit la troiſieſme 1① | 28 |
| Le produict du ſecond & troiſieſme 9① avec leur ſomme, ſera 10① + 9 | 289 |
| Et le produict du troiſieſme & premier 4①, avec leur ſomme ſera 5① + 4 | 144 |
| Or chaſcun des deux precedens nombres (à ſçavoir le quatrieſme & cincquieſme en l'ordre) eſt egal à quelque quarré à ſa racine commenſurable, il faut doncques trouver un quarré de double egaleté. Soit par poſition de 1① + 1 & 5 (pour les deux nombres deſquels le produict 5① + 5, eſt egal à la difference du quatrieſme & cincquieſme en l'ordre) deſquels le quarré de double egaleté, egal au maieur propoſé 10① + 9, eſt (par la note devant la 12 queſtion du ſecond livre) $\frac{1}{4}$② + 3① + 9 | 289 |

Leſquels reduicts $\frac{1}{4}$① ſera egale à 7, & par le 67 probleme, 1① vaudra 28.

Je di, que 4. 9. 28. ſont les trois nombres requis. *Demonſtration.* Le produict de 4 & 9 eſt 36, auquel ajouſté la ſomme de 4 & 9 qui eſt 13, faict quarré 49, ſa racine 7. Item le produict de 9 & 28 eſt 252, auquel ajouſté la ſomme de 9 & 28 qui eſt 37, faict quarré 289, ſa racine 17. Item le produict de 28 & 4 eſt 112, auquel ajouſté la ſomme de 28 & 4, qui eſt 32, faict quarré 144, ſa racine 12. Ce ſont doncques quarrez à leurs racines commenſurables ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

### THEOREME.

*SI deux nombres Arithmetiques fuſſent d'unité differens, le produict de leurs quarrez avec la ſomme de leurs quarrez, ſera quarré à ſa racine commenſurable.*

*Explication du donné.* Soyent deux nombres deſquels la difference unité, comme 2 & 3. *Explication du requis.* Il faut demonſtrer par les meſmes le requis du theoreme. *Demonſtration.* Les quarrez de 2 & 3 ſont 4 & 9, leur produict 36, & la ſomme de 4 & 9 eſt 13, qui ajouſté à 36, faict 49, ſa racine 7 à ſon quarré commenſurable ſelon le theoreme. *Concluſion.* Si doncques deux nombres Arithmet. &c. ce qu'il falloit demonſtrer.

## QVESTION XVIII.

CEſte XVIII. queſtion eſt la meſme que la precedente XVII. Et differe ſeulement en la conſtruction qui ſera icy telle:

### CONSTRVCTION.

| | |
|---|---|
| Soit le premier nombre | 1① |
| Et le ſecond nombre | 3 |
| L'eur produict 3① ajouſté à leur ſomme, faict 4① + 3 | |
| Egal à quelque quarré à ſa racine commenſurable, ſoit | 25 |

Leſquels reduicts. 4① ſeront egales à 22, & par le 67 probleme 1① vaudra $\frac{11}{2}$. Nous avons doncques trouvez deux nombres, le premier $\frac{11}{2}$, le ſecond 3, ſatisfaiſans à la premiere partie du requis, à ſçavoir que leur produict avec leur ſomme, monte quarré 25 à ſa racine commenſurable, doncques la precedente operation aura ſeulement ſervie, pour l'invention deſdicts deux nombres,

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

nombres, parquoy ce qui s'enſuit eſt operation particuliere, comme ſi nous commencions du premier.

| | |
|---|---|
| Soit le premier nombre requis | $\frac{11}{2}$ |
| Et le ſecond | 3 |
| Et le troiſieſme | 1 ① |
| Produict du ſecond & troiſieſme nombre, qui eſt 3 ①, aiouſté à leur ſomme faict | 4 ① + 3 |
| Produict du troiſieſme & premier nombre qui eſt $\frac{11}{2}$ ①, aiouſté à leur ſomme, faict | $\frac{13}{2}$ ① + $\frac{11}{2}$ |

Or chaſcun des deux precedens nombres, à ſçavoir quatrieſme & cincquieſme en l'ordre, eſt egal à quelque quarré à ſa racine commenſurable, d'ou s'enſuiveroit d'achever l'operation par quelque quarré de double egaleté; mais tel quarré ſervant au propos ne ſe peut icy trouver, car on verra par experience que l'un des egaux termes auroit deux quantitez, deſquels ne ſuccederoit pas le requis. La raiſon de ceſt accident eſt, que les propoſez n'ont point entre eux telle raiſon, comme de quarré à ſa racine commenſurable, à quarré à ſa racine commenſurable. La raiſon de quarré à quarré dont nous parlons, s'entend quand le nombre explicant leur raiſon, eſt ſemblable quarré; Comme la raiſon de 36 à 9, eſt quadruple, & 4 (qui eſt le nombre explicant icelle raiſon) eſt auſſi tel quarré. Et tous deux nombres deſquels le quotient eſt tel quarré, comme de 27 & 3 le quotient eſt 9, s'appellent nombres en telle raiſon, comme de quarré à ſa racine commenſurable, à quarré à ſa racine commenſurable. Doncques tout ce que nous avons faict juſques icy, eſt comme pour rien, car il appert qu'il fault que les deux nombres, auſquels on trouve le quarré de double egalete, ayent raiſon de quarré à quarré comme deſſus dict eſt.

Et Diophante a faict la precedente operation, ſeulement pour demonſtrer la cauſe, pourquoy il faut trouver en la ſuivante vraye operation, deux nombres ayans ladicte raiſon de quarré à quarré.

| | |
|---|---|
| Soit le premier nombre requis | 1 ① \| $\frac{3}{10}$ |
| Et le ſecond nombre (à fin que nous aions nombres en raiſon comme ledict quarré à quarré) ſera par le ſuivant theoreme ſon quadruple plus 3, qui eſt | 4 ① + 3 \| $\frac{42}{10}$ |
| Leur produict 4 ② + 3 ① aiouſté à leur ſomme 5 ① + 3, faict | 4 ② + 8 ① + 3 \| $\frac{576}{100}$ |
| Egal à quelque quarré que l'on fingera tel qu'il y en ſorte convenable egaleté, ſoit duquel la racine 2 ① — 3, le quarré ſera | 4 ② — 12 ① + 9 \| $\frac{576}{100}$ |

Leſquels reduicts 20 ① ſeront egales à 6, & par le 67 probleme 1 ① vaudra $\frac{3}{10}$, pour le premier nombre, & le ſecond ſera $\frac{42}{10}$.

La precedente operation doncques aura ſeulement ſervi pour l'invention deſdicts deux nombres; parquoy ce que s'enſuit ſera operation particuliere comme ſi nous commencions du premier.

| | |
|---|---|
| Soit le premier nombre | $\frac{3}{10}$ \| $\frac{3}{10}$ |
| Et le ſecond nombre | $\frac{42}{10}$ \| $\frac{420}{100}$ |
| Et le troiſieſme ſoit | 1 ① \| $\frac{10}{10}$ |
| Le produict du ſecond & troiſieſme nombre qui eſt $\frac{42}{10}$ ①, aiouſté à leur ſomme, qui eſt 1 ① + $\frac{42}{10}$, faict $\frac{52}{10}$ ① + $\frac{42}{10}$, egal à quelque quarré à ſa racine commenſurable, ſoit 25, leur produict (ceſte multiplication icy par 25 & deſſoubs par 100 ſe faict pour venir à convenable egaleté comme apparoiſtra par la reduction) qui neceſſairement eſt ſemblable quarré ſera | 130 ① + 105 \| 196 |
| Le produict du troiſieſme & premier nombre, qui eſt $\frac{3}{10}$ ①, aiouſté à leur ſomme 1 ① + $\frac{3}{10}$, faict $\frac{13}{10}$ ① + $\frac{3}{10}$, egales à quelque quarré, ſoit 100, leur produict qui neceſſairement eſt ſemblable quarré, ſera | 130 ① + 30 \| 121 |
| Or chaſcun des deux precedens nombres, à ſçavoir le quatrieſme & cincquieſme en l'ordre, eſt egal à quelque quarré à ſa racine commenſurable, il faut doncques trouver un quarré de double egalete. Soit par poſition de 15 & 5 (pour les deux nombres deſquels le produict 75, eſt egal à la difference de 130 ① + 105, & 130 ① + 30) deſquels le quarré de double egaleté, egal au moindre propoſé, à ſçavoir à 130 ① + 30, eſt (par la note devant la 11 queſtion du ſecond livre) | 121 \| 121 |

Leſquels reduicts 130 ① ſeront egales a 91, & par le 67 probleme, 1 ① vaudra $\frac{7}{10}$.

Je di, que $\frac{3}{10}$ $\frac{42}{10}$ $\frac{7}{10}$ ſont les trois nombres requis. *Demonſtration.* Le produict de $\frac{3}{10}$ & $\frac{42}{10}$, eſt $\frac{126}{100}$, au meſme ajouſté la ſomme de $\frac{3}{10}$ & $\frac{42}{10}$ qui eſt $\frac{45}{10}$, faict quarré $\frac{576}{100}$, ſa racine $\frac{24}{10}$. Item le produict de $\frac{42}{10}$ & $\frac{7}{10}$, qui eſt $\frac{294}{100}$, au meſme ajouſté la ſomme de $\frac{42}{10}$ & $\frac{7}{10}$, qui eſt $\frac{49}{10}$, faict quarré $\frac{784}{100}$, ſa racine $\frac{28}{10}$. Item le produict de $\frac{7}{10}$ & $\frac{3}{10}$ eſt $\frac{21}{100}$, au meſme ajouſté la ſomme de $\frac{7}{10}$ & $\frac{3}{10}$, qui eſt $\frac{10}{10}$, faict quarré $\frac{121}{100}$, ſa racine $\frac{11}{10}$. Ce ſont doncques quarrez à leurs racines commenſurables ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

NOTA. Quant à ce que Xylandre dict ces motz, *Cur autem ſolutio non procedat, culpa eſt, quod tertium primo æqualem ſtatuit; Cum fieri nullo modo poſsit ut in ſe multiplicatus aliquis numerus, &c.* Mais la ſolution procede bien, & ce qui a faict abuſer Xylandre eſt, qu'il n'a pas faict diſtinction entre l'operation de la 1 ①, reſpondante au premier nombre requis, & l'operation de la 1 ① reſpondante au troiſieſme nombre requis; Car la premiere poſition de 1 ① reſpondante au premier nombre, eſtoit pour l'invention des $\frac{3}{10}$ & $\frac{42}{10}$, leſquels trouvez (comme auſſi il eſt diſtinctement annoté ci deſſus) nous ne prenons plus d'egard en l'operation ſuivante à icelle 1 ①, mais en ſon lieu ſeulement ſur $\frac{3}{10}$. De ſorte que combien que la 1 ① reſpondante au premier nombre & la 1 ① reſpondante au troiſieſme nombre, ſont en une meſme queſtion, toutesfois y applicant convenable diſtinction, ne ſont pas d'une meſme valeur. Le meſme a auſſi abuſé ou Diophante ou (ce que je croierois pluſtoſt) quelqu'un qui de ſon authorité l'aura mis à la fin de ladicte queſtion, à ſçavoir que le premier nombre ſeroit egal au troiſieſme, ce qui faict une fauſſe ſolution.

## THEOREME.

*SI un nombre fuſt le quadruple plus 3 d'un autre, puis ajouſté à chaſcun nombre 1: Les ſommes auront entre elles telle raiſon comme de quarré à ſa racine commenſurable, à quarré à ſa racine commenſurable.*

*Explication du donné.* Soit 2, & ſon quadruple plus 3 qui eſt 11. *Explication du requis.* Il faut par les meſmes demonſtrer le contenu du theoreme. *Demonſtration.* Ajouſtons 1 au 2 donné, faict 3. Item 1 a 11, faict 12. Or 12 & 3 ſont en raiſon quadruple, qui eſt comme de quarré à quarré ſelon le theoreme. *Concluſion.* Si doncques un nombre, &c. ce qu'il falloit demonſtrer.

QVE-

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

## QVESTION XIX.

*TRouvons trois nombres tels, que du produict de chasques deux soubstraict la somme des mesmes deux nombres, la reste soit quarré à sa racine commensurable.*

### CONSTRVCTION.

Estant cest exemple semblable au precedent, & tel en soubstraction comme le precedent en addition, s'ensuit que voulant imiter la seconde construction du precedent, nous ne pourrons pas prendre pour le premier nombre 1 ①, ny pour le second quelque nombre, que voulons, comme 3 ou 4, mais il nous faudra prendre ceux desquels procedent nombres aians entre eux ladicte raison de quarre à quarré.

| | |
|---|---|
| Soit le premier nombre $1①+1$ | $\frac{13}{8}$ |
| Et le second nombre, (à fin que nous aions nombres en ladicte raison de quarré à quarre) sera par le suivant theoreme son quadruple moins 3, qui est $4①+1$ | $\frac{28}{8}$ |
| Leur produict est $4②+5①+1$, duquel soubstraict leur somme $5①+2$, reste $4②-1$ | $\frac{9}{16}$ |
| Egale à quelque quarré à sa racine commensurable, que l'on fingera tel, qu'il y en sorte convenable egalete, soit duquel la racine $2①-2$, son quarré est $4②-8①+4$ | $\frac{9}{16}$ |

Lesquels reduicts, $8①$ seront egales à 5, & par le 67 probleme, $1①$ vaudra $\frac{5}{8}$, & le premier nombre sera $\frac{13}{8}$ & le second $\frac{28}{5}$. Nous avons doncques trouvé le premier & second nombre, satisfaisans à la premiere partie du requis; à sçavoir que de leur produict soubstraict leur somme, reste quarré $\frac{36}{64}$, sa racine $\frac{6}{8}$. Doncques la precedente operation aura seulement servi, pour l'invention desdicts deux nombres, parquoi ce qui s'ensuit sera operation particuliere; comme si nous commençames du premier.

| | |
|---|---|
| Soit le premier nombre $\frac{13}{8}$ | $\frac{13}{8}$ |
| Et le second nombre $\frac{20}{8}①$ | $\frac{20}{8}$ |
| Et le troisiesme nombre $1①$ | 3 |
| Le produict du second & troisiesme est $\frac{20}{8}①$, du mesme soubstraict leur somme qui est $1①+\frac{28}{8}$, reste $\frac{20}{8}①-\frac{28}{8}$, egal a quelque quarré, soit 4, leur produict, qui necessairement est semblable quarre, sera $10①-14$ | 16 |
| Le produict du troisiesme nombre & premier, est $\frac{13}{8}①$, du mesme soubstraict leur somme $1②-\frac{13}{8}$, reste $\frac{5}{8}①-\frac{13}{8}$, egal à quelque quarré, soit 16, leur produict qui necessairement est semblable quarré, sera $10①-26$ | 4 |
| Or chascun des deux precedens nombres, à sçavoir le quatriesme & cinequiesme en l'ordre, est egal à quelque quarré à sa racine commensurable, il faut doncques trouver un quarré de double egaleté; Soit par position de 2 & 6 (pour les deux nombres desquels le produict est egal à la difference de $10①-14$, & $10①-26$) desquels le quarré de double egaleté, egal au majeur proposé $10①-14$, est (par la note devant la 12 question du 2 livre) | 16 |

Lesquels reduicts, $10①$ seront egales à 30, & par le 67 probleme, $1①$ vaudra 3.

Je di, que $\frac{13}{8}$ $\frac{28}{8}$ & 3 sont les trois nombres requis. *Demonstration.* Le produict de $\frac{13}{8}$ & $\frac{28}{8}$, est $\frac{364}{64}$, du mesme soubstraict la somme de $\frac{13}{8}$, & $\frac{28}{8}$, qui est $\frac{41}{8}$, reste quarré $\frac{36}{64}$, sa racine $\frac{6}{8}$; Item le produict de $\frac{28}{8}$ & 3, est $\frac{84}{8}$, du mesme soubstraict la somme de $\frac{28}{8}$ & 3, qui est $\frac{52}{8}$, reste quarré 4, sa racine 2. Item le produict de 3 & $\frac{13}{8}$, est $\frac{39}{8}$, du mesme soubstraict la somme de 3 & $\frac{13}{8}$, qui est $\frac{37}{8}$, reste quarre $\frac{1}{4}$, sa racine $\frac{1}{2}$; Ce sont doncques quarrez à leurs racines commensurables selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

### THEOREME.

*SI un nombre fust le quadruple moins 3 d'un autre, puis soubstraict de chascun nombre 1, les restes auront entre elles telle raison, comme de quarré à sa racine commensurable, à quarré à sa racine commensurable.*

*Explication du donné.* Soit 6, & son quadruple moins 3 qui est 21. *Explication du requis.* Il faut par les mesmes demonstrer le contenu du theoreme. *Demonstration.* Soubstrayons 1 de 6 reste 5; Item 1 de 21 reste 20; & 20 & 5 sont en raison quadruple, qui est comme de quarré à quarré selon le theoreme. *Conclusion.* Si doncques un nombre fust le quadruple, &c. ce qu'il falloit demonstrer.

## QVESTION XX.

*TRouvons deux nombres tels, qu'a leur produict ajousté chascun des nombres, ou tous deux les nombres, la somme soit quarré à sa racine commensurable.*

### CONSTRVCTION.

| | |
|---|---|
| Soit le premier nombre requis $1①$ | $\frac{65}{224}$ |
| Et le second nombre son quadruple moins 1 (car ainsi avient par le suivant theoreme, que le moindre nombre aiousté au produict des deux nombres, la somme sera quarré selon la quest.) qui est $4①-1$ | $\frac{36}{224}$ |
| Leur produict est $4②-1①$, au mesme aiouste le second nombre $4①-1$, faict $4②+3①-1$ | $\frac{10404}{50176}$ |
| Et audict leur produict $4②-1①$, aiousté la somme des deux nombres qui est $5①-1$, faict $4②+4①-1$ | $\frac{24964}{50176}$ |
| Or chascun des deux precedens nombres, à sçavoir le troisiesme & quatriesme en l'ordre, est egal à quelque quarré à sa racine commensurable, il faut doncques trouver un quarré de double egaleté. Soit par posirion de $4①$ & $\frac{1}{4}$ (pour les deux nombres desquels le produict $1①$ est egal à la difference du troisiesme & quatriesme en l'ordre) desquels le quarré de double egaleté, egal au maieur proposé à sçavoir à $4②+4①-1$, est (par la note devant la 12 question du second livre) $4②+\frac{1}{2}①+\frac{1}{64}$ | $\frac{24964}{50176}$ |

Lesquels reduicts $3\frac{1}{2}①$ seront egales à $\frac{65}{64}$, & par le 67 probleme, $1①$ vaudra $\frac{65}{224}$.

Je di, que $\frac{65}{224}$ $\frac{36}{224}$ sont les deux nombres requis. *Demonstration.* Le produict de $\frac{65}{224}$ & $\frac{36}{224}$, est $\frac{2340}{50176}$, au mesme aiousté le premier nombre $\frac{65}{224}$, faict quarré $\frac{16900}{50176}$, sa racine $\frac{130}{224}$. Item audict produict $\frac{2340}{50176}$, aiousté le second nombre $\frac{36}{224}$, la somme est quarré $\frac{10404}{50176}$, sa racine $\frac{102}{224}$. Item audict produict $\frac{2340}{50176}$, aiousté la somme des nombres $\frac{65}{224}$ & $\frac{36}{224}$, qui est $\frac{101}{224}$, la somme est quarré $\frac{10201}{50176}$, sa racine $\frac{101}{224}$. Ce sont doncques quarrés à leurs racines commensurables selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

THEO-

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

### THEOREME.

*SI le nombre explicant la raiſon de deux nombres, fuſt quarré à ſa racine commenſurable moins* 1: *Le produict d'iceux deux nombres, avec le moindre nombre, ſera ſemblable quarré.*

*Explication du donné.* Soit 3, & ſon quadruple moins 1 (qui eſt raiſon ſelon le theoreme) eſt 11. *Explication du requis.* Il faut par les meſmes demonſtrer le contenu du theoreme. *Demonſtration.* Le produict de 3 & 11 eſt 33, auquel aiouſté le moindre nombre 3, faict quarré 36 à ſa racine 6 commenſurable. *Concluſion.* Si doncques le nombre explicant la raiſon, &c. ce qu'il falloit demonſtrer.

### QVESTION XXI.

*TRouvons deux nombres tels, que de leur produict ſoubſtraict chaſcun des nombres, ou tous deux les nombres, la reſte ſoit quarré à ſa racine commenſurable.*

### CONSTRVCTION.

Soit le premier nombre $1\,① + 1$ | $\frac{9}{4}$

Et le ſecond nombre ſon quadruple moins 4 (car ainſi avient par le ſuivant theoreme, que le maieur nombre ſoubſtraict du produict des deux nombres, la reſte ſera quarré à ſa racine commenſurable) qui eſt $4\,①$ | $5$

Leur produict $4\,② + 4\,①$, du meſme ſoubſtraict le premier nombre $1\,① + 1$, reſte $4\,② + 3\,① - 1$ | $\frac{36}{4}$

Et dudict leur produict $4\,② + 4\,①$, ſoubſtraict la ſomme des deux nombres, qui eſt $5\,① + 1$, reſte $4\,② - 1\,① - 1$ | $\frac{16}{4}$

Or chaſcun des deux precedens nombres, à ſçavoir le troiſieſme & quatrieſme en l'ordre, eſt egal à quelque quarré à ſa racine commenſurable, il faut doncques trouver un quarré de double egalete; Soit par poſition de $4\,①$ & 1 (pour les deux nombres deſquels le produict $4\,①$, eſt egal à la difference du troiſieſme & quatrieſme en l'ordre) deſquels le quarré de double egaleté, egal au maieur propoſé à ſçavoir à $4\,② + 3\,① - ①$, eſt (par la note devant la 12 queſtion du ſecond livre) $4\,② + 2\,① + \frac{1}{4}$ | $\frac{16}{4}$

Leſquels reduicts $1\,①$ ſera egal ou vaudra $\frac{5}{4}$.

Je di, que $\frac{9}{4}$ & 5 ſont les deux nombres requis. *Demonſtration.* Le produict de $\frac{9}{4}$ & 5, eſt $\frac{45}{4}$, du meſme ſoubſtraict $\frac{9}{4}$, reſte quarré $\frac{36}{4}$, ſa racine $\frac{6}{2}$. Item dudict produict $\frac{45}{4}$ ſoubſtraict 5, reſte quarré $\frac{25}{4}$, ſa racine $\frac{5}{2}$. Item dudict produict $\frac{45}{4}$, ſoubſtraict la ſomme de $\frac{9}{4}$ & 5, qui eſt $\frac{29}{4}$, reſte quarré $\frac{16}{4}$, ſa racine $\frac{4}{2}$. Ce ſont doncques quarrez à leurs racines commenſurables ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

### THEOREME.

*SI le nombre explicant la raiſon de deux nombres, fuſt quarré à ſa racine commenſurable, moins le meſme nombre: Le produict des deux nombres moins le maieur des deux, ſera ſemblable quarré.*

*Explication du donné.* Soit 6, & ſon quadruple moins 4, (qui eſt raiſon ſelon le theoreme) eſt 20. *Explication du requis.* Il faut par les meſmes demonſtrer le contenu du theoreme. *Demonſtration.* Le produict de 6 & 20 eſt 120, duquel ſoubſtraict le maieur nombre 20, reſte quarré 100 à ſa racine 10 commenſurable. *Concluſion.* Si doncques le nombre explicant la raiſon, &c. ce qu'il falloit demonſtrer.

### QVESTION XXII.

*TRouvons quatre nombres tels, que chaſcun ou ajouſté, ou ſoubſtraict du quarré de la ſomme des quatre nombres, la ſomme ou reſte ſoit quarré à ſa racine commenſurable.*

### CONSTRVCTION.

Veu (par le ſuivant theoreme) qu'au quarré de l'hypothenuſe d'un triangle rectangle duquel les trois coſtez ſont nombres Arithmetiques, ajouſté le quadruple du nombre du triangle, ou ledict quadruple ſoubſtraict dudict quarré, la ſomme ou reſte eſt quarré à ſa racine commenſurable; S'enſuit qu'il nous faut trouver quatre tels triangles. Mais encore ainſi que leurs hypothenuſes ſoyent egales, car nous aurons alors nombres ſervans à noſtre propos. Prenons doncques quelques deux tels triangles, leſquels ſe trouvent par la note à la 8 queſtion du ſecond livre. Soyent 5. 4. 3. & 13. 12. 5. Mais ces deux triangles ont diverſes hypothenuſes, il faut donc par les meſmes trouver deux triangles d'une commune hypothenuſe, qui ſe peut faire ainſi: On multipliera les hypothenuſes 5 & 13, l'un par l'autre, faict 65: Puis on trouvera trois nombres, deſquels le premier 65, & entre eux en telle raiſon comme 5. 4. 3. qui ſeront pour le premier triangle 65. 52. 39. Puis on trouvera encore trois nombres deſquels le premier 65, & entre eux en telle raiſon comme 13. 12. 5. qui ſeront pour le ſecond triangle 65. 60. 25. Nous avons doncques deux triangles deſquels les hypothenuſes ſont egales. Or pour trouver les autres deux triangles à ladicte hypothenuſe 65, on diviſera (par la 10 queſtion du ſecond livre) le quarré de 65, deux fois en deux autres quarrez, que ne ſont les quarrez de 52 & 39, ou 60 & 25 (ce qui par ladicte 10 queſtion ſera poſſible; vrai eſt que l'on y demonſtre ſeulement une fois la partition d'un nombre compoſé de deux quarrez, en deux autres quarrez, mais veu que le quarré de 65 eſt nombre en deux manieres compoſé de deux quarrez, à ſçavoir des deux quarrez de 52 & 39, & des deux quarres de 60 & 25; S'enſuit qu'on pourra partir par ladicte 10 queſtion, ledict quarré de 65 deux fois en deux divers autres quarrez; & à mon advis Diophante a eu egard à ceſte raiſon, ſans qu'il en aye alieurs eſcript particulier theoreme comme eſtime Xylandre) Soit aux quarrez de 56 & 33, & aux quarrez de 63 & 16, de ſorte que le troiſieſme triangle ſera 65. 56. 33, & le quatrieſme 65. 63. 16. leſquels nous annotons pour plus grande evidence en ceſte ſorte:

| | |
|---|---|
| Premier triangle | 65. 52. 39. |
| Second triangle | 65. 60. 25. |
| Troiſieſme triangle | 65. 56. 33. |
| Quatrieſme triangle | 65. 63. 16. |

Or eſtant trouvez les nombres de ces quatre triangles, les meſmes nous ſerviront à l'operation en ceſte ſorte:

Soit la ſomme des quatre nombres requis $65\,①$

Son quarré $4225\,②$

Soit maintenant le premier nombre requis le quadruple de la ſuperfice du premier triangle, qui eſt le double du rectangle de $52\,①$ en $39\,①$ (car, par le ſuivant theoreme, le meſme ou ajouſté ou ſoubſtraict des $4225\,②$, la ſomme ou reſte ſera quarré ſelon la queſtion) faict $4056\,②$

Et par

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

Et par meſme raiſon, le double du produict de 60 ① par 25 ①, ſera pour le ſecond nombre 3000 ② — $\frac{12675000}{1630338\overline{24}}$

Et par meſme raiſon le double du produict de 56 ① par 33 ①, ſera pour le troiſieſme nombre 3696 ② — $\frac{17151600}{1630338\overline{24}}$

Et par la meſme raiſon le double du produict de 63 ① par 16 ① ſera pour le quatrieſme nombre 2016 ② — $\frac{8517600}{1630338\overline{24}}$

Somme du troiſieſme quatrieſme cinquieſme & ſixieſme en l'ordre, pour la ſomme des quatre nombres requis, eſt 12768 ② — $\frac{4225}{12768}$

Egale à la ſomme des quatre nombres requis premier en l'ordre, qui eſt 65 ① — $\frac{4225}{12768}$

Leſquels reduicts 12768 ① ſeront egales à 65, & par le 67 probleme, 1 ① vaudra $\frac{65}{12768}$.

Je di, que $\frac{17136600}{1630338\overline{24}}$. $\frac{12675000}{1630338\overline{24}}$. $\frac{15613600}{1630338\overline{24}}$. $\frac{8517600}{1630338\overline{24}}$, ſont les quatre nombres requis. *Demonſtration.* La ſomme de ces quatre nombres trouvez eſt $\frac{53944800}{1630338\overline{24}}$, qui vaut auſſi (car il eſt ſon premier rompu) $\frac{4225}{12768}$, ſon quarre $\frac{17850625}{1630338\overline{24}}$, au meſme aiouſté $\frac{17136600}{1630338\overline{24}}$, la ſomme eſt quarre $\frac{34987225}{1630338\overline{24}}$, ſa racine $\frac{5915}{12768}$. Item dudict quarré $\frac{17850625}{1630338\overline{24}}$, ſoubſtraict $\frac{17136600}{1630338\overline{24}}$, reſte quarre $\frac{714025}{1630338\overline{24}}$, ſa racine $\frac{845}{12768}$. Item audict quarré $\frac{17850625}{1630338\overline{24}}$, aiouſté $\frac{12675000}{1630338\overline{24}}$, la ſomme eſt quarre $\frac{30525625}{1630338\overline{24}}$, ſa racine $\frac{5525}{12768}$. Item dudict quarré $\frac{17850625}{1630338\overline{24}}$, ſoubſtraict $\frac{12675000}{1630338\overline{24}}$, reſte quarre $\frac{5175625}{1630338\overline{24}}$, ſa racine $\frac{2275}{12768}$. Item audict quarré $\frac{17850625}{1630338\overline{24}}$, aiouſté $\frac{15613600}{1630338\overline{24}}$, la ſomme eſt quarre $\frac{33464225}{1630338\overline{24}}$, ſa racine $\frac{5787}{12768}$. Item dudict quarré $\frac{17850625}{1630338\overline{24}}$, ſoubſtraict $\frac{15613600}{1630338\overline{24}}$, reſte quarre $\frac{2235025}{1630338\overline{24}}$, ſa racine $\frac{1495}{12768}$. Item audict quarré $\frac{17850625}{1630338\overline{24}}$, aiouſté $\frac{8517600}{1630338\overline{24}}$, la ſomme eſt quarré $\frac{26368225}{1630338\overline{24}}$; ſa racine $\frac{5135}{12768}$. Item dudict quarré $\frac{17850625}{1630338\overline{24}}$, ſoubſtraict $\frac{8517600}{1630338\overline{24}}$, reſte quarré $\frac{9333025}{1630338\overline{24}}$, ſa racine $\frac{3055}{12768}$. Ce ſont doncques quarrez à leurs racines commenſurables ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

NOTA. De meſme ſorte on pourra trouver non ſeulement qnatre nombres de la qualite de ceſte 22 queſtion, mais de multitude quelconque. Par exemple; pour trouver tels ſix nombres, on prendra trois triangles rectangles, ſoyent 5. 4. 3. & 13. 12. 5. & 65. 52. 39. Leſquels reduicts comme deſſus en triangles d'une commune hypothenuſe, qui ſera 4225 (à ſçavoir 65 multiplié par 13 faict 845, les meſmes multipliez par 5 ſont comme deſſus 4225) Puis on partira pour les raiſons que deſſus le quarré de 4225 trois fois en deux autres quarrez que ne ſont les quarrez, &c.

## THEOREME.

*AV quarré de l'hypothenuſe d'un triangle duquel les trois coſtez ſont nombres Arithmetiques, aiouſté le quadruple de la ſuperfice, ou ledict quadruple ſoubſtraict dudict quarré; La ſomme ou reſte ſera quarré à ſa racine commenſurable.*

*Explication du donné.* Soit un triangle rectangle duquel l'hypothenuſe 5, & les deux autres coſtez 4 & 3.

*Explication du requis.* Il faut par les meſmes demonſtrer le contenu du theoreme. *Demonſtration.* Le quarré de l'hypothenuſe 5 eſt 25, au meſme ajouſte 24, pour le quadruple de la ſuperfice du triangle, la ſomme eſt 49 à ſa racine 7 commenſurable. Ou ledict 24 ſoubſtraict de 25, reſte ſemblable quarré 1, ſelon le theoreme. *Concluſion.* Au quarré doncques de l'hypothenuſe, &c, ce qu'il falloit demonſtrer.

## QVESTION XXIII.

*PArtons 10 en deux parties, puis trouvons quelque quarré à ſa racine commenſurable, & tel que du meſme ſoubſtraict chaſcune partie de 10, la reſte ſoit ſemblable quarré.*

### CONSTRVCTION.

| | | |
|---|---|---|
| Le quarré requis, ſoit le quarré de 1 ① + 1 (qui eſt tel, que ſi on en ſoubſtraict 2 ① + 1, ou 4 ①, reſtera quarré ſelon la queſtion) qui eſt | 1 ② + 2 ① + 1 | $\frac{25}{4}$ |
| Doncques la premiere partie requiſe ſera | 2 ① + 1 | 4 |
| Et la ſeconde partie requiſe | 4 ① | 6 |
| Somme des deux parties | 6 ① + 1 | 10 |
| Egale à | 10 | |

Leſquels reduicts 6 ① ſeront egales a 9, & par le 67 probleme 1 ① vaudra $\frac{3}{2}$.

Je di, que 4 & 6 ſont les deux parties requiſes, & que $\frac{25}{4}$ eſt le quarre requis. *Demonſtration.* Que 4 & 6 ſont les deux parties de 10, eſt notoire. Puis ſoubſtraict 4 du quarré $\frac{25}{4}$, reſte quarré $\frac{9}{4}$, ſa racine $\frac{3}{2}$. Item ſoubſtraict 6 dudict quarré $\frac{25}{4}$, reſte quarre $\frac{1}{4}$, ſa racine $\frac{1}{2}$. Ce ſont doncques quarrez à leurs racines commenſurables ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

## QVESTION XXIV.

*PArtons 20 en deux parties, puis trouvons quelque quarré à ſa racine commenſurable, & tel qu'au meſme ajouſte chaſcune partie de 20, la ſomme ſoit ſemblable quarré.*

### CONSTRVCTION.

| | | |
|---|---|---|
| Le quarré requis ſoit le quarré de 1 ① + 1 (qui eſt tél, que ſi on l'ajouſte a 2 ① + 3, ou a 4 ① + 8, la ſomme ſera quarré ſelon la queſtion, car la racine de l'un ſera alors 1 ① + 2, & de l'autre 1 ① + 3) qui eſt | 1 ② + 2 ① + 1 | $\frac{25}{4}$ |
| Doncques la premiere partie requiſe ſera | 2 ① + 3 | 6 |
| Et la deuxieſme partie | 4 ① + 8 | 14 |
| Somme des deux parties | 6 ① + 11 | 20 |
| Egale à | 20 | |

Leſquels reduicts 6 ① ſeront egales a 9, & par le 67 probleme 1 ① vaudra $\frac{3}{2}$.

Je di, que 6 & 14 ſont les deux parties requiſes & que $\frac{25}{4}$ eſt le quarré requis.

*Demonſtration.*

Que 6 & 14 ſont les deux parties de 20, eſt notoire. Puis 6 ajouſté au quarre $\frac{25}{4}$, faict quarré $\frac{49}{4}$, ſa racine $\frac{7}{2}$. Item ajouſté 14 audict quarré $\frac{25}{4}$, faict quarré $\frac{81}{4}$, ſa racine $\frac{9}{2}$. Ce ſont doncques quarrez à leurs racines commenſurables ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

QVA-

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

# QVATRIESME LIVRE D'ALGEBRE DE DIOPHANTE D'ALEXANDRIE;

*Traduict en langue Françoise & expliqué par* SIMON STEVIN *de Bruges.*

### QVESTION I.

*PArtons 370 en deux cubes à leurs racines commensurables, & tels que la somme des racines soit 10.*

CONSTRVCTION.

| | |
|---|---|
| Soit la racine du premier cube $1①+5$ | 7 |
| Ergo la racine du second cube, à fin que leur somme soit 10, sera $-1①+5$ | 3 |
| Doncques le premier cube sera $1③+15②+75①+125$ | 343 |
| Et le second cube $-1③+15②-75①+125$ | 27 |
| Somme des deux cubes $30②+250$ | 370 |
| Egale à | 370 |

Lesquels reduicts 30 ② seront egales à 120, & par le 78 probleme 1 ① vaudra 2.

Je di, que 343 & 27 sont les deux cubes requis. *Demonstration.* Que 343 & 27 sont les deux parties de 370, est notoire; Et la racine cubique de 343 est 7, & de 27 est 3, desquelles racines la somme est 10. Ce sont doncques cubes à leurs racines commensurables selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

### QVESTION II.

*TRouvons deux nombres desquels la difference soit 6, & la difference de leurs cubes 504.*

CONSTRVCTION.

| | |
|---|---|
| Soit la racine du premier cube requis $1①+3$ | 8 |
| Ergo la racine du second cube, à fin que leur difference soit 6, sera $1①-3$ | 2 |
| Doncques le premier cube sera $1③+9②+27①+27$ | 512 |
| Et le second cube $1③-9②+27①-27$ | 8 |
| Difference des cubes $18②+54$ | 504 |
| Egale à | 504 |

Lesquels reduicts 18 ② seront egales a 450, & par le 78 probleme, 1 ① vaudra 5.

Je di, que 8 & 2, sont les deux nombres requis. *Demonstration.* La difference de 8 & 2 est 6. Item le cube de 8 est 512, & de 2 est 8, qui soubstraict de 512, reste 504 selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

### QVESTION III.

*MVltiplier par un quarré, & par son costé, un certain nombre: Ainsi que du costé provienne cube & du quarré le costé d'iceluy.*

CONSTRVCTION.

| | |
|---|---|
| Soit posé que le quarré fust $1②$ | $\frac{1}{16}$ |
| Ergo son costé $1①$ | $\frac{1}{4}$ |
| Item le nombre qu'ilz doivent multiplier soit un nombre cube, ayant pour denominateur $1①$, à sçovoir $\frac{8}{1①}$ | 32 |
| Lequel multiplié par $1②$ viendra $8①$ | 2 |
| Et par $1①$, viendra $8$ | |
| Or la question veut que $8①$ soit le costé & 8 le cube, parquoy $8①$ seront egales à | 2 |
| Lesquels reduicts $1①$ vaudra $\frac{1}{4}$. | |

Ie di, que $\frac{1}{16}$ est le quarré & $\frac{1}{4}$ son costé, & 32 le nombre qu'ils doivent multiplier. *Examen.* Le produict de 32 par $\frac{1}{16}$ est 2; & le produict du mesme 32 par $\frac{1}{4}$ est 8, cube dudit 2 selon le requis, ce qu'il falloit examiner.

### QVESTION IV.

*ADjouster à un quarré & à son costé un mesme nombre, tellement que le semblable symptome advienne.*

CONSTRVCTION.

| | |
|---|---|
| Soit iceluy quarré $1②$ | $\frac{1}{9}$ |
| Ergo son costé $1①$ | $\frac{1}{3}$ |
| Ausquels il faut adjouster tant de ②, qu'avec $1②$ (premier en l'ordre) facent quarré soit $3②$ | $\frac{1}{3}$ |
| Donc le mesme adjousté avec $1②$ sera quarré $4②$ | $\frac{4}{9}$ |
| Le mesme $3②$ adjousté avec $1①$ faict $3②+1①$ qui devoit estre le costé de $4②$ quatriesme en l'ordre, donc $3②+1①$ seront egales à $2①$ | $\frac{2}{3}$ |

Lesquels reduicts $1①$ vaudra $\frac{1}{3}$.

Je di, que $\frac{1}{9}$ sera le quarré & $\frac{1}{3}$ son costé, ausquels on doit adjouster $\frac{1}{3}$ à un chascun particulierement.

*Examen.* A $\frac{1}{9}$ quarré, & à $\frac{1}{3}$ son costé si on adjouste $\frac{1}{3}$ à un chascun d'iceux, viendra $\frac{4}{9}$ quarré, & $\frac{2}{3}$ son costé selon le requis, ce qu'il falloit examiner.

### QVESTION V.

*AIoustons à quelque quarré à sa racine commensurable puis à sa racine, un mesme nombre, qui avec la racine face quarré duquel la racine soit la somme du premier quarré, & le nombre à ajouster.*

CONSTRVCTION.

| | |
|---|---|
| Soit le quarré requis $1②$ | $\frac{9}{25}$ |
| Sa racine $1①$ | $\frac{3}{5}$ |
| Et pour le nombre à aiouster prenons quelques ②, desquelles le nombre de multitude soit à sa racine commensurable, comme $4②$ moins (à fin qu'aiouste à la racine cy dessus $1①$, la somme soit quarré selon la question) la racine $1①$ faict $4②-1①$ | $\frac{21}{25}$ |
| Auquel aiousté la racine $1①$, faict $4②$, sa racine $2①$ | $\frac{6}{5}$ |
| Egale à la somme du premier & troisiesme en l'ordre, qui est $5②-1①$ | $\frac{6}{5}$ |

Lesquels reduicts, $5①$ seront egales a 3, & par le 67 probleme $1①$ vaudra $\frac{3}{5}$.

Je di, que $\frac{9}{25}$ est le quarré & $\frac{21}{25}$ le nombre requis. *Demonstration.* Le quarré $\frac{9}{25}$ est à sa racine $\frac{3}{5}$ commensurable, & audict quarré $\frac{9}{25}$ aiousté le nombre $\frac{21}{25}$ donne somme $\frac{6}{5}$; Et à ladicte racine $\frac{3}{5}$, aiousté ledict nombre $\frac{21}{25}$, faict quarré $\frac{36}{25}$, sa racine $\frac{6}{5}$, egale à ladicte somme selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

### QVESTION VI.

*AIoustons à quelque cube puis à quelque quarré à leurs racines commensurables, un mesme semblable quarré, ainsi que les sommes soyent par mesme ordre semblable cube & quarré.*



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

CONSTRVCTION.

| | |
|---|---|
| Soit le cube requis 1 ③ | $\frac{4096}{343}$ |
| Et le premier quarré requis ſera de quelques ②, telles que leur nombre de multitude ſoit quarré à ſa racine commenſurable, ſoit 9 ② | $\frac{2304}{49}$ |
| Or puis qu'il faut trouver encore un autre quarré qui aiouſté à 9 ②, face quarré ſelon la queſtion, on prendra quelques deux nombres deſquels le produict 9, comme 1 & 9, le quarré de la moitie de leur difference eſt 16, qui aiouſté a 9, faict quarré ſelon la queſtion par le theoreme de la 35 queſtion du ſecond livre, Doncques 16 eſt nombre nous ſervant en l'operation, auquel appliqué ② ſera pour le ſecond quarré requis 16 ② | $\frac{4096}{6400}$ |
| Somme des deux quarrez 25 ② | $\frac{49}{32768}$ |
| Somme du cube & ſecond quarré 1 ③ + 16 ② | $\frac{343}{434}$ |
| Egale à quelque cube ſelon la queſtion, qui ſoit 8 ③ | $\frac{32768}{434}$ |

Leſquels reduicts 7 ① ſeront egales à 16, & par le 67 probleme 1 ① vaudra $\frac{16}{7}$.

Je di, que $\frac{4096}{343}$, eſt le cube, & que $\frac{2304}{49}$ $\frac{4096}{49}$ ſont les quarrez requis. *Demonſtration.* La racine cubique de $\frac{4096}{343}$ eſt $\frac{16}{7}$; Et la racine quarrée de $\frac{2304}{49}$ eſt $\frac{48}{7}$, Et la racine quarrée de $\frac{4096}{49}$ eſt $\frac{64}{7}$. Item la ſomme du cube $\frac{4096}{343}$, & du quarré $\frac{4096}{49}$, eſt cube $\frac{32768}{343}$, ſa racine $\frac{32}{7}$. Item la ſomme des deux quarrez $\frac{2304}{49}$ $\frac{4096}{49}$, eſt quarré $\frac{6400}{49}$, ſa racine $\frac{80}{7}$; Ils ſont doncques à leurs racines commenſurables ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

QVESTION VII.

*AIouſtons à quelque cube, & quarré, un meſme quarré, afin que le meſme ſymptome advienne mais par ordre renverſé.*

CONSTRVCTION.

Soyent iceux diſpoſez en ordre, premierement le cube, ſecondement le quarré, tiercement le quarré qu'il faut adjouſter à un chaſcun des precedens, comme s'enſuit.

*Cube. Quarré. Quarré à adjouſter.*

Et pource qu'en adjouſtant le deuxieſme & troiſieſme, la ſomme doit eſtre cube, ſoit icelle cube, à ſçavoir le premier. D'avantage puis que le premier eſt egal aux deux ſuivans, Il s'enſuit que le premier moins le dernier ſera le ſecond qui doibt eſtre quarré; mais le premier plus le dernier doibt faire auſſi un quarré, parquoy tant la ſomme, que la difference des extremes doit eſtre quarré. Or eſt il que, *A la ſomme des quarrez de deux nombres quelquonques, ſi on adjouſte, ou ſoubſtraict le double produict d'iceux, tant la ſomme que la difference ſeront quarrez*: Prenons donc deux nombres tels toutesfois que leur double produict ſoit quarre comme 1 ① & 2 ①; & ſoit 5 ② (la ſomme de leurs quarrez) pour le premier cy deſſus; & leur double produict 4 ② pour le troiſieſme, & 1 ② (leur difference) pour le ſecond; donc le ſecond auſſi le troiſieſme ſont quarrez. il reſte que le premier ſoit cube, parquoy 5 ② ſera egale à un cube ſoit à 1 ①, alors 1 ① vaudra 5.

Je di, que 125 cube, & 25 quarré, ſont les deux requis, & 100 le quarré à adjouſter.

*Examen.* La ſomme de 125 & 100 eſt quarré. Item la ſomme de 25 & 100 eſt cube, ſelon le requis, ce qu'il falloit trouver.

QVESTION VIII.

CEste queſtion eſt la meſme que la precedente 7e, ſeulement differe en l'operation qui ſera icy telle.

CONSTRVCTION.

| | |
|---|---|
| Il appert en la propoſition, qu'entre autres ſont requis deux quarrez à leurs racines commenſurables, deſquels la ſomme avec l'un des quarrez ſoit ſemblable quarré, il faut doncques premierement trouver tels deux quarrez en ceſte ſorte; Soit l'un quarré 1 ② | 16 |
| Et l'autre quarré | 4 \| 4 |
| Leur ſomme plus le premier quarré, eſt 2 ② + 4 | 36 |
| Egale à quelque quarré, que l'on fingera tel qu'il y en ſorte convenable egaleté, ſoit duquel la racine 2 ① — 2, ſon quarré | |
| 4 ② — 8 ① + 4 | 36 |

Leſquels reduicts, 2 ① ſeront egales à 8, & par le 67 probleme 1 ① vaudra 4. Et les deux quarrez ſeront 16 & 4; car leur ſomme 20 plus l'un quarré 16, faict quarré 36, comme il eſtoit propoſé. Doncques 16 & 4 ſont deux nombres que nous cherchions ſervans à noſtre propos, par leſquels nous commencerons autre operation telle:

| | |
|---|---|
| Soit l'un quarré 16 ② | 6400 |
| Et l'autre quarré à ajouſter 4 ② | 1600 |
| Leur ſomme pour le cube requis eſt 20 ② | 8000 |
| Egal à quelque cube, ſoit 1 ③ | 8000 |

Leſquels reduicts 1 ① ſera egale ou vaudra 20.

Je di, que 8000 eſt le cube, & que 6400. 1600 ſont les quarrez requis. *Demonſtration.* La racine du cube 8000 eſt 20, & la racine du quarré 6400, eſt 80, & du quarré 1600 eſt 40. Item la ſomme du cube 8000, & du quarré 6400, eſt quarré 14400, ſa racine 120. Item la ſomme du quarré 6400, & du quarré 1600, eſt cube 8000, ſa racine 20. Ils ſont doncques à leurs racines commenſurables; ce qu'il falloit demonſtrer.

QVESTION IX.

*AIouſtons à quelque cube à ſa racine commenſurable puis à ſa racine, un meſme nombre Arithmetique, tel que du cube procede autrefois ſemblable cube, & de l'autre ſon coſté.*

CONSTRVCTION.

| | |
|---|---|
| Soit le nombre requis | 1 ① |
| La racine du cube requis ſoit d'autant des ① qu'on voudra, ſoit de | 2 ① |
| Ergo ſon cube | 8 ③ |
| Puis ajouſté le nombre 1 ① à la racine 2 ①, faict pour la racine du cube que l'on requiert proceder de telle addition | 3 ① |
| Son cube | 27 ③ |
| Egal à la ſomme du nombre requis 1 ①, & du cube 8 ③, qui eſt | 8 ③ + ① 1 |

Leſquels reduicts 19 ② ſeront egales à 1, & par le 78 probleme, 1 ① vaudra $\sqrt{\frac{1}{19}}$. Or ſi cecy fuſt nombre Arithmetique ſelon la queſtion, la ſolution ſeroit bonne, mais il ne l'eſt pas, il faut doncques proceder d'autre ſorte, car on devra au lieu des 2 ① poſées cy deſſus à la volee, poſer quelques ① de certaine condition en ceſte ſorte: Puis que 19 ③ procedent par l'exces de 27 ③ a 8 ③, deſquels les racines ſont 2 ①, & 3 ①. Item procedant 3 ① (qui ſont cy deſſus quatrieſme en l'ordre) par l'addition de 1 ①, & plus quelques ① à plaiſir, comme cy deſſus 2 ① ſecond en l'ordre: Il appert qu'il nous faudra trouver deux nombres Arithmetiques,

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

ques, desquels la difference soit 1, & la difference de leurs cubes quelque quarré à sa racine commensurable.

| | |
|---|---|
| Soit le premier nombre 1① | 7 |
| Le second nombre sera 1①+1 | 8 |
| Le cube du premier nombre 1③ | 343 |
| Le cube du second 1③+3②+3①+1 | 512 |
| Difference des cubes 3②+3①+1 | 169 |
| Egale à quelque quarré que l'on fingera tel qu'il y en sorte convenable egalete, soit duquel la racine —2①+1, son quarré 4②—4①+1 | 169 |

Lesquels reduicts 1① sera egale ou vaudra 7 pour le premier nombre, & le second nombre sera 8; Car la difference de leurs cubes est quarré 169, à sa racine 13 commensurable. Doncques 7 & 8 sont deux nombres que nous cherchions, servans à nostre propos; nous commencerons doncques par les mesmes autre operation semblable à la premiere en ceste sorte:

| | |
|---|---|
| Soit le nombre requis 1① | $\frac{1}{13}$ |
| Et la racine du cube requis soit de 7① | $\frac{7}{13}$ |
| Ergo le cube 343③ | $\frac{343}{2197}$ |
| Puis ajousté le nombre 1① à la racine cubique 7①, faict pour la racine du cube que l'on requiert proceder de telle addition 8① | $\frac{8}{13}$ |
| Son cube 512③ | $\frac{512}{2197}$ |
| Egal à la somme du nombre requis 1① & du cube 343①, qui est 343③+1① | $\frac{512}{2197}$ |

Lesquels reduicts 169② seront egales a 4, & par le 78 probleme, 1① vaudra $\frac{1}{13}$.

Ie di, que $\frac{343}{2197}$ est le cube, & que $\frac{1}{13}$ est le nombre requis. *Demonstration.* La racine du cube $\frac{343}{2197}$ est $\frac{7}{13}$. Et ajousté le nombre $\frac{1}{13}$ au cube $\frac{343}{2197}$, la somme est cube $\frac{512}{2197}$, sa racine $\frac{8}{13}$. Item ajousté $\frac{1}{13}$, à la racine $\frac{7}{13}$, la somme est $\frac{8}{13}$, qui est aussi racine du cube $\frac{512}{2197}$. Ce sont doncques cubes à leurs racines commensurables selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

## QVESTION X.

*Aiouſtons à quelque cube à ſa racine commenſurable, puis à ſa racine, un meſme nombre Arithmetique tel, que de la racine procede ſemblable cube, & du cube ſon coſté.*

### CONSTRVCTION.

| | |
|---|---|
| Soit la racine du cube requis | 2① |
| Son cube sera | 8③ |
| Puis pour trouver le nombre requis, prenons quelque cube duquel la racine 3①, qui est 27③, du mesme soubstraict ladicte racine 2①, reste (car ainsi sera satisfaict au requis, en cela qu'ajousté le nombre requis à la racine cubique la somme soit cube) pour le nombre requis | 27③—2① |
| Or ajousté ce nombre 27③—2① à la racine cubique 2①, la somme est | 27③ |
| Sa racine | 3① |
| Egale à la somme du nombre 27③—2①, & du cube 8③, qui est | 35③—2① |

Lesquels reduicts 35② seront egales a 5, & par le 78 probleme 1① vaudra $\sqrt{\frac{1}{7}}$. Or si ceste racine fust à son quarré commensurable, la solution seroit bonne, mais elle ne l'est pas; il faut doncques proceder d'aultre sorte, car il nous faudra au lieu des 2① & 3① posées ci dessus à la volée, poser quelques ① de certaine condition en ceste sorte: Il appert qu'il est necessaire, que la somme des nombres de multitude des③ ci dessus 35, aie à la somme des nombres de multitude des① ou racines cubiques comme 5, telle raison comme de quarré à sa racine commensurable, a quarré à sa racine commensurable. mais ceste raison n'est pas de 35 a 5, il les faut doncques trouver en ceste sorte:

| | |
|---|---|
| Soit la somme des racines cubiques nombre Arithmetique quelconque comme | 2 |
| Et soit l'une racine | 1① |
| Ergo l'autre racine | —1①+2 |
| Ergo l'une cube | 1③ |
| Et l'autre cube | —1③+6②—12①+8 |
| Somme des deux cubes (laquelle obtient necessairement à la somme des racines, raison comme de quarré à quarré selon le requis) est | 6②—12①+8 |

Or puis que 2, & 6②—12①+8, ont ladicte raison de quarré a quarré, s'ensuit que leur quotient sera le quarré requis, lequel quotient est 3②—6①+4

Egal à quelque quarré que l'on fingera tel, qu'il y en sorte convenable egalete, soit duquel la racine —4①+2, son quarre 16②—16①+4

Lesquels reduicts, 13① seront egales a 10, & par le 67 probleme 1① vaudra $\frac{10}{13}$, pour l'une racine cubique, & l'autre racine cubique sera $\frac{16}{13}$. Car leur somme 2, obtient à la somme de leurs cubes $\frac{4096}{2197}$, ladicte raison de quarré à quarré. Doncques $\frac{10}{13}$ & $\frac{16}{13}$ sont les deux nõbres que nous cherchions, servans à nostre propos. Mais nous delaissons à cause de briefueté leurs nominateurs, & prenons la moitie des 10 & 16, à sçavoir 5 & 8, qui sont entre eux en la mesme raison, & par les mesmes nous commencerons autre operation semblable à la premiere en ceste sorte:

| | |
|---|---|
| Soit la racine du cube | 5① $\frac{1}{7}$ |
| Son cube sera | 125③ $\frac{125}{343}$ |
| Puis pour trouver le nombre requis, prenons le cube de 8①, qui est 512③, du mesme soubstraict lesdicts 5①, reste (car ainsi sera satisfaict au requis, en cela qu'ajousté ce nombre à la racine cubique, la somme soit cube) pour le nombre requis | 512③—5① $\frac{267}{343}$ |
| Or ajousté ce nombre 512③—5① à la racine cubique 5①, la somme est | 512③ $\frac{512}{343}$ |
| Sa racine | 8① $\frac{8}{7}$ |
| Egale à la somme du nombre 512③—5① & du cube 125③, qui est | 637③—5① $\frac{8}{7}$ |

Lesquels reduicts 637② seront egales a 13, & par le 78 probleme 1① vaudra $\frac{1}{7}$.

Ie di, que $\frac{125}{343}$ est le cube, & que $\frac{267}{343}$ est le nombre requis. *Demonstration.* La racine du cube $\frac{125}{343}$ est $\frac{5}{7}$; Et ajousté le nombre $\frac{267}{343}$ à la racine $\frac{5}{7}$, la somme est cube $\frac{512}{343}$, sa racine $\frac{8}{7}$. Item ledict nombre $\frac{267}{343}$, ajousté au cube $\frac{125}{343}$, la somme est $\frac{8}{7}$, qui est aussi racine du cube compose $\frac{512}{343}$. Ce sont doncques cubes a leurs racines commensurables selon le requis.

## QVESTION XI.

*TRouvons deux cubes à leurs racines commenſurables, & tels que leur ſomme ſoit egale à la ſomme de leurs racines.*

NOTA. L'on pourroit dire facilement pour solution que l'une cube est 1, & l'autre cube aussi 1, mais il nous faut expliquer la solution de Diophante.

### CONSTRVCTION.

| | |
|---|---|
| Soit la racine du premier cube | 2① |
| Et la racine du second cube | 3① |
| Ergo le premier cube | 8③ |
| Et le second cube | 27③ |
| Somme des cubes | 35③ |



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

| | |
|---|---|
| Egale a la ſomme des racines, qui eſt | 5 ① |

Leſquels reduicts 35 ② ſeront egales a 5, & par le 78 probleme, 1 ① vaut $\sqrt{\frac{1}{7}}$. Or ſi la meſme racine fuſt a ſon quarré commenſurable, la ſolution ſeroit bonne; mais elle ne l'eſt pas, il faut doncques proceder d'autre ſorte; car les racines cubiques comme ci deſſus 2 ① & 3 ① qui ſont poſees a la volee, il les faudra poſer par certaine condition comme s'enſuit: Il appert qu'il eſt neceſſaire de trouver deux nombres Arithmetiques tels, que la ſomme de leurs cubes diviſee par la ſomme de leurs racines, le quotient ſoit quarré à ſa racine commenſurable. Mais il eſt demonſtré à la 10e. queſtion precedente, que tels deux cubes ſont ceux, deſquels les racines ſont 5 & 8. il nous faut doncques par les meſmes commencer autre operation ſemblable à la precedente en ceſte ſorte:

| | | |
|---|---|---|
| Soit la racine du premier cube | 5 ① | $\frac{5}{7}$ |
| Et la racine du ſecond cube | 8 ① | $\frac{8}{7}$ |
| Ergo le premier cube | 125 ③ | $\frac{125}{343}$ |
| Et le ſecond cube | 512 ③ | $\frac{343}{343}$ |
| Somme des cubes | 637 ③ | $\frac{7}{7}$ |
| Egale à la ſomme des racines qui eſt | 13 ① | $\frac{13}{7}$ |

Leſquels reduicts 637 ② ſeront egales a 13, & par le 78 probleme, 1 ① vaudra $\frac{1}{7}$.

Ie di, que $\frac{125}{343}$ $\frac{512}{343}$ ſont les deux cubes requis. *Demonſtration.* La racine du cube $\frac{125}{343}$ eſt $\frac{5}{7}$; Et la racine du cube $\frac{512}{343}$ eſt $\frac{8}{7}$. ce ſont doncques cubes a leurs racines commenſurables. Item la ſomme des cubes eſt $\frac{13}{7}$, auſſi eſt $\frac{13}{7}$ la ſomme des racines ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

## Qvestion XII.

*TRouvons deux cubes à leurs racines commenſurables, & tels que leur difference ſoit egale à la difference de leurs racines.*

### Construction.

| | |
|---|---|
| Soit la racine du premier cube | 2 ① |
| Et la racine du ſecond cube | 3 ① |
| Ergo le premier cube | 8 ③ |
| Et le ſecond cube | 27 ③ |
| Difference des cubes | 19 ③ |
| Egale à la difference des racines qui eſt | 1 ① |

Leſquels reduicts 19 ② ſeront egales a 1, & par le 78 probleme, 1 ① vaudra $\sqrt{\frac{1}{19}}$. Or ſi la meſme racine fuſt à ſon quarré commenſurable, la ſolution ſeroit bonne, mais elle ne l'eſt pas, il faut doncques proceder d'autre ſorte; Car les racines cubiques ci deſſus 2 ① & 3 ① poſees a la volée, il les faudra prendre par certaine condition comme s'enſuit: Il appert qu'il eſt neceſſaire, que la difference des nombres comme ci deſſus 19, aye à la difference des nombres des racines comme 1, telle raiſon comme de quarte à ſa racine commenſurable, a quarré a ſa racine commenſurable; Mais ceſte raiſon n'eſt pas de 19 a 1; Il les faut doncques trouver en ceſte ſorte:

| | | |
|---|---|---|
| Soit la racine de l'une cube | 1 ① | 7 |
| Et la racine de l'autre cube | 1 ① + 1 | 8 |
| Ergo l'une cube | 1 ③ | 343 |
| Et l'autre cube | 1 ③ + 3 ② + 3 ① + 1 | 512 |
| Difference des cubes | 3 ② + 3 ① + 1 | 169 |
| Difference des racines | 1 | 1 |
| Or puis que la difference des cubes doibt avoir à la difference des racines, la raiſon de quarré a quarré, comme dict eſt; s'enſuit que leur produict doibt eſtre tel quarré qui eſt | 3 ② + 3 ① + 1 | 169 |
| Ergo il eſt egal a quelque ſemblable quarré, que l'on fingera tel qu'il y en ſorte convenable egaleté, ſoit duquel la racine — 2 ① + 1, ſon quarré | 4 ② − 4 ① + 1 | 169 |

Leſquels reduicts 1 ① ſera egale ou vaudra 7, pour l'une racine cubique, & l'autre racine ſera 8, car leur difference 1, obtient à la difference de leurs cubes 169, ladicte raiſon de quarre a quarré: Doncques 7 & 8 ſont les deux nombres que nous cherchions ſervans à noſtre propos, par leſquels nous commencerons autre operation ſemblable à la premiere en ceſte ſorte:

| | | |
|---|---|---|
| Soit la racine du premier cube | 7 ① | $\frac{7}{13}$ |
| Et la racine du ſecond cube | 8 ① | $\frac{8}{13}$ |
| Ergo le premier cube | 343 ③ | $\frac{343}{2197}$ |
| Et le ſecond cube | 512 ③ | $\frac{512}{2197}$ |
| Difference des cubes | 169 ③ | $\frac{169}{13}$ |
| Egale à la difference des racines, qui eſt | 1 ① | $\frac{13}{13}$ |

Leſquels reduicts 169 ② ſeront egales à 1, & par le 78 probleme 1 ① vaudra $\frac{1}{13}$.

Ie di, que $\frac{343}{2197}$ & $\frac{512}{2197}$ ſont les deux cubes requis. *Demonſtration.* La racine du cube $\frac{343}{2197}$ eſt $\frac{7}{13}$, Et la racine du cube $\frac{512}{2197}$ eſt $\frac{8}{13}$; ce ſont doncques cubes à leurs racines commenſurables. Item la difference des cubes $\frac{343}{2197}$ & $\frac{512}{2197}$ eſt $\frac{169}{2197}$, auſſi eſt $\frac{1}{13}$ la difference des racines $\frac{7}{13}$ & $\frac{8}{13}$, ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

## Qvestion XIII.

*TRouvons deux nombres Arithmetiques tels, que le cube du majeur ajouſte au moindre, ſoit egal au cube du moindre ajouſté au maieur.*

### Construction.

| | |
|---|---|
| Soit le moindre nombre requis | 2 ① |
| Et le majeur nombre | 3 ① |
| Ergo le moindre cube | 8 ③ |
| Et le majeur cube | 27 ③ |
| La ſomme du majeur cube & moindre nombre, eſt | 27 ③ + 2 ① |
| Egale a la ſomme du moindre cube & majeur nombre qui eſt | 8 ③ + 3 ① |

Leſquels reduicts 19 ② ſeront egales a 1, & par le 78 probleme, 1 ① vaudra $\sqrt{\frac{1}{19}}$. Or ſi la meſme racine fuſt nombre Arithmetique, la ſolution ſeroit bonne; mais elle ne l'eſt pas, il faut doncques proceder d'autre ſorte, car les racines cubiques ci deſſus 2 ① & 3 ① poſées à plaiſir, il les faudra poſer par certaine condition comme s'enſuit: Il appert qu'il eſt neceſſaire de trouver deux nombres Arithmetiques tels, que la ſomme du cube du maieur nombre & le moindre nombre diviſee par la ſomme du cube du moindre & le majeur nombre, le quotient ſoit quarré à ſa racine commenſurable: Mais il eſt demonſtré à la 12 queſtion precedẽte, que tels deux nombres ſont 7 & 8, il faut doncques par les meſmes commencer autre operation ſemblable à la precedente en ceſte ſorte:

| | | |
|---|---|---|
| Soit le moindre nombre requis | 7 ① | $\frac{7}{13}$ |
| Et le maieur nombre | 8 ① | $\frac{8}{13}$ |
| Ergo le moindre cube | 343 ③ | $\frac{343}{2197}$ |
| Et le maieur cube | 512 ③ | $\frac{512}{2197}$ |
| Somme du maieur cube & moindre nombre | 512 ③ + 7 ① | $\frac{1695}{2197}$ |
| Egale a la ſomme du moindre cube & maieur nombre, qui eſt | 343 ③ + 8 ① | $\frac{1695}{2197}$ |

Leſ-

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

Lesquels reduicts 169 ② seront egales a 1, & par le 78 probleme 1 ① vaudra $\frac{1}{13}$.

Je di, que $\frac{7}{13}$ & $\frac{8}{13}$ sont les nombres requis. *Demonstrat.* Le cube du maieur nombre $\frac{8}{13}$ est $\frac{512}{2197}$, & le cube du moindre nombre $\frac{7}{13}$, est $\frac{343}{2197}$: Puis aiousté le maieur cube $\frac{512}{2197}$ au moindre nombre $\frac{7}{13}$, la somme est $\frac{1695}{2197}$, qui est aussi la somme du moindre cube $\frac{343}{2197}$ & du maieur nóbre $\frac{8}{13}$, selon le requis; ce qu'il falloit demonstr.

## Question XIV.

*Trouvons deux nombres Arithmetiques tels, qu'a chascun, puis à leur somme, puis à leur difference aiousté 1, soyent tous quarrez à leurs racines commensurables.*

### Construction.

| | |
|---|---|
| Si de quelque quarré selon la question, on soubstraict 1, la reste sera le premier nombre. Soit quelque quarré duquel la racine est de quelques ① plus 1, comme 3 ① + 1, son quarré 9 ② + 6 ① + 1, du mesme soubstraict 1, reste pour le premier nombre requis 9 ② + 6 ① | 3024 |
| Or puis que nous voulons que le premier & second nombre plus 1, soit aussi quarré selon la question, il faut trouver un quarré qui aiousté aux 8 ② + 6 ①, face tel quarré. Parquoy suivant le theoreme cy dessoubs, on prendra quelques deux nombres desquels le produict est 9 ② + 6 ①; Soyent 9 9 ① + 6, & 1 ①, leur difference est 8 ① + 6, la moitie 4 ① + 3, son quarré 16 ② + 24 ① + 9 (lequel quarré aiousté a 9 ② + 6 ①, faict quarré selon la question 25 ② + 30 ① + 9, car sa racine est 5 ② + 3) dudict quarré soubstraict 1, reste pour le second nombre requis 16 ② + 24 ① + 8 | 5624 |
| La difference des deux nombres requis est 7 ② + 18 ① + 8, à la mesme aiousté 1, faict 7 ② + 18 ① + 9 | 2601 |
| Egal à quelque quarré selon la question; que l'on fingera tel, qu'il y en sorte convenable egaleté, soit duquel la racine — 3 ① + 3, son quarré 9 ② — 18 ① + 9 | 2601 |

Lesquels reduicts 2 ① seront egales a 36, & par le 67 probleme 1 ① vaudra 18.

Je di, que 3024 & 5624 sont les deux nombres requis. *Demonstration.* Aiousté 1 a 3024, faict quarré 3025, sa racine 55. Item aiousté 1 a 5624, faict quarré 5625, sa racine 75. Item aiousté 1 a la somme de 3024, & 5624, qui est 8648, faict quarré 8649, sa racine 93. Item aiousté 1 à la difference de 3025 & 5625, qui est 2600, faict quarré 2601, sa racine 51; ce sont doncques quarrez a leurs racines commensurables selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

### Theoreme.

*Au produict de deux nombres Arithmetiques, aiousté le quarré de la moitie de leur difference, faict quarré à sa racine commensurable.*

*Explication du donné.* Soyent deux nombres Arithmetiques 2 & 10. *Explication du requis.* Il faut demonstrer par les mesmes le contenu du theoreme. *Demonstration.* Le produict de 2 & 10 est 20, la difference de 2 & 10 est 8, sa moitie 4, son quarré 16, aiousté à 20, faict quarré 36, à sa racine 6 commensurable selon le theoreme. *Conclusion.* Au produict doncques de deux nombres, &c. ce qu'il falloit demonstrer.

## Question XV.

*Trouvons trois quarrez à leurs racines commensurables, & tels que leur somme soit egale à la somme de leurs trois differences.*

### Construction.

| | |
|---|---|
| Soit le moindre quarré 1 | 1 |
| Et le maieur quarré soit duquel la racine 1 ① + 1, le quarré 1 ② + 2 ① + 1 | $\frac{196}{25}$ |
| Or veu que les trois differéces des trois nombres requis, sont egales au mesmes trois nombres: Ergo le double de la difference du maieur & moindre, est egal aux mesmes trois nombres par le suivant theoreme. Prenons doncques la difference du maieur & moindre quarré, qui est 1 ② + 2 ①, le double pour la somme des trois quarrez requis, est 2 ② + 4 ① | $\frac{342}{25}$ |
| De la mesme soubstraict la somme du maieur & moindre quarré, qui est 1 ② + 2 ① + 2, reste pour le moyen quarré requis 1 ② + 2 ① — 2 | $\frac{121}{25}$ |
| Egal à quelque quarré selon la question, que l'on fingera tel, qu'il y sorte convenable egaleté, soit duquel la racine 1 ① — 4, son quarré 1 ② — 8 ① + 16 | $\frac{121}{25}$ |

Lesquels reduicts 10 ① seront egales à 18, & par le 67 probleme, 1 ① vaudra $\frac{9}{5}$.

Je di, que 1, $\frac{121}{25}$, $\frac{196}{25}$, sont les trois quarrez requis. *Demonstration.* La racine du quarré 1, est 1; Et la racine du quarré $\frac{121}{25}$, est $\frac{11}{5}$; Et la racine du quarré $\frac{196}{25}$, est $\frac{14}{5}$; ce sont doncques quarrez à leurs racines commensurables. Item les trois differences des quarrez sont $\frac{96}{25}$. $\frac{75}{25}$. $\frac{171}{25}$. la somme des mesmes $\frac{342}{25}$, est egale à la somme des trois quarrez trouvez, selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

### Theoreme.

*Si la somme des trois differences de trois nombres, fust egale à la somme de trois nombres: Le double de la difference du maieur & moindre nombre, sera aussi egal à la somme des trois nombres.*

*Explication du donné.* Soyent trois nombres 2. 10. 16, desquels les trois differences 8. 6. 14. sont telles, que leur somme 28 est egal à la somme des trois nombres qui est aussi 28. *Explication du requis.* Il faut demonstrer par les mesmes le contenu du theoreme. *Demonstration.* Le double de la difference du maieur 16, & du moindre 2 (laquelle difference est 14) est 28, egale à ladicte somme des trois nombres 2. 10. 16. selon le theoreme. *Conclusion.* Si doncques la somme des trois differences, &c. ce qu'il falloit demonstrer.

Nota. Pour facilement trouver trois nombres de la qualité de ce theoreme, comme sont 2. 10. 16, on posera quelques deux nombres pour le moindre & maieur, mais par telle condition, que le double de leur difference excede à leur somme, soyent 3 & 21, leur difference est 18, le double est 36, du mesme soubstraict 24, pour la somme de 21 & 3, reste pour le moyen nombre 12. Doncques les trois nombres 3, 12, 21, sont nombres de la qualité requise.

## Question XVI.

*Trouvons trois nombres tels, que le produict de la somme du premier & second par le troisiesme soit 35, & du second & troisiesme par le premier 27, & du troisiesme & premier par le second 32.*



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

CONSTRVCTION.

| | |
|---|---|
| Soit le troiſieſme nombre requis | 1 ① |
| Ergo la ſomme du premier & ſecond nombre, qui multiplié par le premier doibt faire 35 (laquelle on trouve diviſant 35 par 1 ① du troiſieſme nombre) ſera | $\frac{35}{1①}$ |
| Soit le premier | $\frac{10}{1①}$ |
| Ergo le ſecond | $\frac{25}{1①}$ |
| Et ainſi eſt ſatisfaict au premier poinct requis, reſte encore d'accõplir les deux autres, deſquels le premier eſt, que le produict de la ſomme du ſecond & troiſieſme (qui eſt $\frac{21}{1①}+\frac{1①}{1}$) par le premier nombre $\frac{10}{1①}$, ſoit 27; & tel produict (egal a 27) eſt $\frac{250}{1②}+\frac{10②}{1②}$ qui faict | $\frac{250}{1②}+25$ |

Or la difference de 27 a 32 eſt 5; Si doncques la difference de leurs egaux (qui ſont le cincquieſme & ſixieſme en l'ordre) fuſt auſſi 5, le tout euſt eſté bien faict. Mais elle ne l'eſt pas; car leur difference eſt 15, il faut doncques proceder d'autre ſorte comme s'enſuit: Il appert qu'on ne peut partir les $\frac{35}{1①}$ ſecond en l'ordre comme on veult, mais par telle condition que la difference du cincquieſme & ſixieſme en l'ordre ſoit 5. Pour à quoy advenir il appert qu'on devra prendre leſdictes deux parties troiſieſme & quatrieſme en l'ordre telles, que leur difference ſoit $\frac{5}{1①}$, qui ſeroit $\frac{15}{1①}$ & $\frac{20}{1①}$; il faut doncques par les meſmes commencer autre operation ſemblable à la precedente en ceſte ſorte:

| | | |
|---|---|---|
| Soit le troiſieſme nombre requis | 1 ① | 5 |
| Ergo la ſomme du premier & ſecond nombre, qui multiplié par le premier doibt faire 35, ſera | $\frac{35}{1①}$ | 7 |
| Le premier nombre ſera | $\frac{15}{1①}$ | 3 |
| Le ſecond nombre | $\frac{20}{1①}$ | 4 |
| Et ainſi eſt ſatisfaict au premier poinct requis, reſte encore d'accomplir les deux autres, deſquels le premier eſt, que le produict de la ſomme du ſecond & troiſieſme nombre $\frac{20}{1①}$ +1①, par le premier $\frac{15}{1①}$ ſoit 27; & tel produict egal à 27 eſt | $\frac{300}{1②}+15$ | 27 |
| Le dernier poinct requis eſt, que le produict de la ſomme du premier & troiſieſme $\frac{15}{1①}+1①$, par le ſecond $\frac{20}{1①}$, ſoit 32, & tel produict eſt | $\frac{300}{1②}+20$ | 32 |
| Egal à | 32 | |

Leſquels reduicts 12 ② ſeront egales a 300, & par le 78 probleme, 1 ① vaudra 5.

Je di, que 3. 4. 5. ſont les trois nombres requis. *Demonſtration.* La ſomme du premier 3 & ſecond 4, eſt 7, qui multipliée par le troiſieſme 5, faict 35. Item la ſomme du ſecond 4 & troiſieſme 5, eſt 9, qui multipliée par le premier 3 faict 27. Item la ſomme du troiſieſme 5 & premier 3 eſt 8, qui multipliée par le ſecond, faict 32 ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

QVESTION XVII.

*TRouvons trois nombres Arithmetiques deſquels la ſomme ſoit quarré à ſa racine commenſurable, & tels, que le quarré de chaſcun nombre, avec ſon nombre ſuivant, ſoit ſemblable quarré.*

CONSTRVCTION.

| | | |
|---|---|---|
| Poſons pour le ſecond nombre des ① quelconques, ſoit | 4 ① | 52 ② |
| Or puis que le quarré du premier nombre aiouſté au ſecond, doibt eſtre quarré ſelon la queſtion, s'enſuit qu'il faut trouver un quarré, qui aiouſté a 4 ①, face tel quarré. Prenons deux nombres deſquels le produict ſoit 4 ①, ſoyent 2 & 2 ①, leur difference 2 ① — 2, la moitie (car aiouſté ſon quarré à 4 ① fera quarré ſelon la queſtion par le theoreme de la 35 queſtion du 2 livre) pour le premier nombre requis eſt | 1 ① — 1 | 13 ② — 1 |
| Reſte maintenant de trouver le troiſieſme nombre tel, que le quarré du ſecond, aiouſté audict troiſieſme, ſoit ſemblable quarré, le meſme ſera trouvé, quand d'un quarré, on ſoubſtraict le quarré de 4 ①, qui eſt 16 ②: Poſons doncques quelque convenable racine comme 4 ① + 1, ſon quarré 16 ② + 8 ① + 1, du meſme ſoubſtraict 16 ②, reſte pour le troiſieſme nombre requis | 8 ① + 1 | 104 ② + 1 |
| Somme des trois nombres | 13 ① | 169 ② |
| Egale à quelque quarré ſelon la queſtion, que l'on fingera tel, qu'il y en ſorte convenable egaleté, ſoit duquel la racine 13 ①, ſon quarré | 169 ② | 169 ② |

Or 13 ① vallans 169 ②, la 1 ① vaudra 13 ②, laquelle valeur de 1 ① ainſi cognue ſeront ſemblablement cognuz (à ſçavoir en quantitez algebraiques) les valeurs des trois nombres requis, par leſquelles nous commencerons autre operation telle:

| | | |
|---|---|---|
| Le premier nombre cy deſſus 1 ① — 1 (veu que 1 ① vaut 13 ②) vaudra | 13 ② — 1 | $\frac{36621}{2704}$ |
| Et pour meſme raiſon le ſecond nombre qui cy deſſus eſt 4 ①, vaudra | 52 ② | $\frac{351300}{2704}$ |
| Et le troiſieſme nombre vaudra | 104 ② + 1 | $\frac{351304}{2704}$ |
| Somme des trois nombres, qui eſt quarré ſelon le requis, eſt | 169 ② | $\frac{731125}{2704}$ |
| Et ainſi eſt ſatisfaict aux 3 poincts requis, ſans toutesfois que la requiſe valeur d'une ① ſoit encore cognue. Reſte maintenant le quatrieſme poinct, qui eſt que le quarré du troiſieſme nõbre avec le premier nombre, ſoit auſſi quarré ſelon la queſtion. Or le quarré du troiſieſme nombre eſt 10816 ④ + 208 ② + 1, & le premier nombre eſt 13 ② — 1, leur ſomme eſt 10816 ④ + 221 ② qui ſont en inferieurs quantitez de meſme raiſon | 10816 ② + 221 | $\frac{100780851600}{731161}$ |
| Egales à quelque quarré, que l'on fingera tel, qu'il y en ſorte convenable egaleté. ſoit duquel la racine 104 ① + 1, ſon quarré | 10816 ② + 208 ① + 1 | $\frac{100780851600}{731161}$ |

Leſquels reduicts 208 ① ſeront egales à 220, & par le 67 probleme, 1 ① vaudra $\frac{55}{52}$.

Je di, que $\frac{36621}{2704}$, $\frac{351300}{2704}$, $\frac{351304}{2704}$, ſont les trois nombres requis. *Demonſtration.* La ſomme des trois nombres eſt quarré $\frac{731125}{2704}$, ſa racine $\frac{855}{52}$. Item le quarré du premier nombre $\frac{36621}{2704}$, eſt $\frac{1341097641}{731161}$, au meſme aiouſté le ſecond nombre $\frac{351300}{2704}$, la ſomme eſt quarré $\frac{1766436841}{731161}$, ſa racine $\frac{420029}{2704}$. Item le quarré du ſecond nombre $\frac{351300}{2704}$, eſt $\frac{247432900000}{731161}$, au meſme aiouſte le troiſieſme nombre $\frac{351304}{2704}$, la ſomme eſt

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

me eſt quarré $\frac{25600280016}{731161616}$, ſa racine $\frac{160004}{2704}$. Item le quarré du troiſieſme nõbre $\frac{317304}{2704}$, eſt $\frac{100681828416}{731161616}$, au meſme ajouſte le premier nombre $\frac{3662}{2704}$, la ſomme eſt quarré $\frac{10078085161600}{731161616}$, ſa racine $\frac{3177360}{2704}$. Ce ſont doncques quarrez à leurs racines commenſurables ſelon le requis : ce qu'il falloit demonſtrer.

## QVESTION XVIII.

*TRouvons trois nombres Arithmetiques, deſquels la ſomme ſoit quarré à ſa racine commenſurable, & tels que du quarré de chaſcun ſoubſtraict ſon nombre ſuivant, les reſtes ſoyent ſemblables quarrez.*

### CONSTRVCTION.

| | |
|---|---|
| Poſons pour le ſecond nombre des ① quelconques, ſoyent 4 ① | 52 ② |
| Or puis que du quarré du premier nombre requis, ſoubſtraict le ſecond, la reſte doibt eſtre quarré ſelon la queſtion, s'enſuit qu'il nous faut trouver un quarré, duquel ſoubſtraict 4 ②, la reſte ſoit tel quarré. Prenons deux nombres deſquels le produict ſoit 4 ①, ſoyent 2 & 2 ①, leur ſomme eſt 2 ① + 2, la moitie (car de ſon quarré ſoubſtraict 4 ①, reſtera quarré ſelon la queſtion, par le theoreme de la 36 queſtion du 2 livre) pour le premier nombre requis eſt 1 ① + 1 | 13 ② + 1 |
| Reſte maintenant de trouver le troiſieſme nombre tel, que ſoubſtraict du quarré du ſecond, la reſte ſoit ſemblable quarré, le meſme ſera trouvé, quand du quarré de 4 ①, qui eſt 16 ②, on ſoubſtraict quelque autre quarré. Poſons doncques quelque convenable racine comme 4 ① — 1, ſon quarré 16 ② — 8 ① + 1, qui ſoubſtraict de 16 ②, reſte pour le troiſieſme nombre requis 8 ① — 1 | 104 ② — 1 |
| Somme des trois nombres 13 ① | 169 ② |
| Egale a quelque quarré ſelon la queſtion, que l'on fingera tel, qu'il y en ſorte convenable egaleté, ſoit duquel la racine 13 ①, ſon quarré 169 ② | 169 ② |

Or 13 ① vallans 169 ②, la 1 ① vaudra 13 ②, laquelle valeur de 1 ① ainſi cognue, ſeront ſemblablement cognuz (à ſçavoir en quantitez algebraiques) les valeurs des trois nombres requis, par leſquels nous commencerons autre operation telle:

| | |
|---|---|
| Le premier nombre ci deſſus 1 ① + 1 (veu que 1 ① vaut 13 ②) vaudra 13 ② + 1 | $\frac{17\,0989}{10816}$ |
| Et pour meſme raiſon, le ſecond nombre qui deſſus eſt 4 ①, vaudra 52 ② | $\frac{640692}{10816}$ |
| Et le troiſieſme nombre vaudra 104 ② — 1 | $\frac{1270568}{10816}$ |
| Somme des trois nombres 169 ② | $\frac{1081249}{10816}$ |
| Et ainſi eſt ſatisfaict à trois poincts du requis, ſans toutesfois que la requiſe valeur de 1 ① ſoit cognue. Reſte maintenant le quatrieſme poinct qui eſt, que du quarré du troiſieſme nombre ſoubſtraict le premier, la reſte ſoit quarré ſelon la queſtion. Or le quarré du troiſieſme nombre eſt 108 16 ④ — 208 ② + 1, du meſme ſoubſtraict le premier nombre, qui eſt 13 ① + 1, reſte 10816 ④ — 221 ② qui ſont en inferiures quantitez de meſme raiſon 10816 ② — 221 | $\frac{1308771600}{10816}$ |
| Egales a quelque quarré, que l'on fingera tel, qu'il y en ſorte convenable egaleté, ſoit duquel la racine 104 ① — 1, ſon quarré 10816 ② — 208 ① + 1 | $\frac{1308771600}{10816}$ |

Leſquels reduicts 208 ① ſeront egales a 222, & par le 67 probleme, 1 ① vaudra $\frac{111}{104}$.

Je di, que $\frac{170989}{10816}$, $\frac{640692}{10816}$, $\frac{1270568}{10816}$, ſont les trois nombres requis. *Demonſtration.* La ſomme des trois nombres eſt quarré $\frac{2082249}{10816}$, ſa racine $\frac{1443}{104}$. Item le quarré du premier nombre eſt $\frac{29237238121}{1169851850}$, du meſme ſoubſtraict le ſecond nombre $\frac{640692}{10816}$, reſte quarré $\frac{223071113449}{1169851850}$, ſa racine $\frac{149357}{10816}$. Item le quarré du ſecond nombre $\frac{640692}{10816}$, eſt $\frac{410486238864}{1169851850}$, du meſme ſoubſtraict le troiſieſme nombre $\frac{1270568}{10816}$, reſte quarré $\frac{396743775376}{1169851850}$, ſa racine $\frac{629876}{10816}$. Item le quarré du troiſieſme nombre $\frac{1270568}{10816}$, eſt $\frac{1614343042624}{1169851850}$, du meſme ſoubſtraict le premier nombre $\frac{170989}{10816}$, reſte quarré $\frac{1612409625609}{1169851850}$, ſa racine $\frac{1269840}{10816}$. Ce ſont doncques quarrez à leurs racines commenſurables ſelon le requis ; ce qu'il falloit demonſtrer.

## QVESTION XIX.

*TRouvons deux nombres Arithmetiques tels, que le cube du premier ajouſté au ſecond, la ſomme ſoit cube à ſa racine commenſurable : Item le quarré du ſecond nombre ajouſté au premier, la ſomme ſoit quarré à ſa racine commenſurable.*

### CONSTRVCTION.

| | |
|---|---|
| Soit le premier nombre | 1 ① |
| Son cube | 1 ③ |
| Le ſecond nombre (à fin que le cube du premier ajouſté au ſecond nombre, ſoit cube ſelon la queſtion) ſoit | — 1 ③ + 8 |
| Le quarré du ſecond nombre | 1 ⑨ — 16 ③ + 64 |
| Auquel ajouſté le premier nombre, faict | 1 ⑨ — 16 ③ + 1 ① + 64 |
| Egal a quelque quarré, que l'on fingera tel, qu'il y en ſorte convenable egaleté, ſoit duquel la racine 1 ③ + 8, ſon quarré | 1 ⑨ + 16 ③ + 64 |

Leſquels reduicts 32 ② ſeront egales à 1, & par le 67 probleme, 1 ① vaudra $\sqrt{\frac{1}{32}}$. Or ſi la meſme racine fuſt à ſon quarré commenſurable, la ſolution ſeroit bonne ; Mais elle ne l'eſt pas ; il faut doncques proceder d'autre ſorte, car le cube 8 poſé ci deſſus à la volée, il le faudra poſer par cartaine condition comme s'enſuit : Il appert que ces 32 nous viennent de deux fois 16, procedant chaſcune de double multiplication de 8 par 1 ; Et par conſequent leſdicts 32 procedent auſſi de quadruple poſition de 8 : D'ou il eſt manifeſte qu'il nous faut trouver un nombre cubique au lieu de 8, tel que ſon quadruple ſoit quarré à ſa racine commenſurable.

| | | |
|---|---|---|
| Poſons que tel nombre ſoit | 1 ③ | 64 |
| Son quadruple | 4 ③ | 256 |
| Egal a quelque convenable quarré ſoit | 16 ② | 256 |

Leſquels reduicts 4 ① ſeront egales a 16, & par le 67 probleme, 1 ① vaudra 4. Et le nombre requis (au lieu de 8, de la precedente operation) ſera 64. Car c'eſt cube ſelon le requis, & ſon quadruple 256 eſt quarré ſelon le requis ; nous en ferons doncques autre operation ſemblable à la precedente en ceſte ſorte:



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

Soit le premier nombre 1①
Son cube 1③
Le second nombre (à fin que le cube du premier, adiousté au second, face cube selon la question) soit $-1③+64$
Son quarré $1⑨-128③+4096$
Auquel adiousté le premier nombre, faict $1⑨-128③+1①+4096$
Egal a quelque quarré que l'on fingera tel, qu'il y sorte convenable egaleté, soit duquel la racine $1③+64$, son quarré $1⑨+128③+4096$

$\frac{1}{16}$ $\frac{1}{4096}$ $\frac{262143}{4096}$ $\frac{68718952449}{16777216}$ $\frac{68720001025}{16777216}$ $\frac{68720001025}{16777216}$

Lesquels reduicts 256② seront egales a 1, & par le 78 probleme, 1① vaudra $\frac{1}{16}$.

Je di, que $\frac{1}{16}$ & $\frac{262143}{4096}$, sont les deux nombres requis. *Demonstration.* Le cube du premier nombre $\frac{1}{16}$ est $\frac{1}{4096}$, qui adiousté au second nombre $\frac{262143}{4096}$, faict cube $\frac{262144}{4096}$, sa racine $\frac{64}{16}$. Item le quarré du second nombre $\frac{262143}{4096}$, est $\frac{68718952449}{16777216}$, qui adiousté au premier nombre $\frac{1}{16}$, faict quarré $\frac{68720001025}{16777216}$, sa racine $\frac{262145}{4096}$. Ce sont doncques cube & quarré, a leurs racines commensurables selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

## Question XX.

*Trouvons operation algebraique telle, que pour la valeur de 1① posant nombre Arithmetique quelconque, nous aions trois nombres tels, qu'au produict de chasques deux adiousté 1, la somme soit quarré à sa racine commensurable.*

### Construction.

Soit le produict du premier & second nombre requis, le quarré de① quelconque plus 1, comme $1①+1$, qui est $1②+2①+1$, des mesmes soubstraict 1 (car ainsi adviendra que luy adiousté 1, il sera quarré selon la question) reste pour ledict produict $1②+2①$

Et soit le second nombre requis 1①
Ergo le premier nombre (puis que leur produict est $1②+2①$) sera $1①+2$

Et de mesme sorte nous trouverons le troisiesme nombre requis, posant pour le produict du second & troisiesme nombre le quarré de① quelconques plus 1, comme de $3①+1$ qui est $9②+6①+1$, des mesmes soubstraict 1 (car ainsi adviendra, que luy adiousté 1, il sera quarré selon la question) reste pour ledict produict $9②+6①$

Mais le second est 1①; Ergo le troisiesme (puis que le produict du second & troisiesme est $9②+6①$) sera $9①+6$

Reste maintenant que le produict du troisiesme & premier $+1$, soit quarré selon la question, mais le produict du troisiesme nombre $9①+6$, & du premier $1①+2$, est $9②+24①+12$, au mesme adiousté 1, faict $9②+24①+13$

Or si le mesme nombre eust racine selon la question, le requis seroit trouvé, mais il ne l'a point, il faut doncques proceder d'autre sorte. Il appert, que si le double du produict de la racine de 9, par la racine de 13, fust egal au moyen 24 (car alors ledict nombre auroit racine selon la question) nous aurions le requis. Il appert aussi que le 13 doibt estre quarré à sa racine commensurable, pour lequel trouver, il faut considerer d'ou procede tel 13, à sçavoir de la multiplication de 2 par 6 & plus 1. Item que le 2 procede de deux fois multiplié 1 par 1. Item que le 6 procede de deux fois multiplié 3 par 1. Ergo le 13 procede du quadruple de 3 (à sçavoir des 3① au quatriesme en l'ordre) il nous faudra doncques au lieu desdicts 3①, trouver tel nombre, qui avec son quadruple plus 1, face quarré selon la question. Prenons deux nombres desquels la difference 1①, comme $1①+1$, & $2①+1$, leur produict $2②+3①+1$, son quadruple $8②+12①+4$, difference de deux nombres 1①, son quarré 1② adiousté audict quadruple, faict par le suyvant theoreme, quarré selon la question $9②+12①+4$, car sa racine est $3①+2$. Doncques il nous faudra au lieu de $3①+1$ quatriesme en l'ordre, prendre $2①+1$, & selon les mesmes nous commencerons autre operation semblable à la precedente en ceste sorte:

Soit le produict du premier & second nombre requis, le quarré de① quelconques plus 1, comme $1①+1$, qui est $1②+2①+1$, des mesmes soubstraict 1 (car ainsi adviendra que luy adiousté 1, il sera quarré selon la question) reste pour ledict produict $1②+2①$

Soit le second nombre requis 1①
Ergo le premier nombre (puis que leur produict est $1②+2①$) sera $1①+2$

Et de mesme sorte nous trouverons le troisiesme nombre requis, posant pour le produict du second & troisiesme nombre (non pas① quelconques comme en la precedente operation; mais comme dessus dict est, nombre tel, que sa difference à la premiere position $1①+1$, soit 1①) pour les raisons que dessus, le quarré de $2①+1$, qui est $4②+4①+1$, du mesme soubstraict 1 (car ainsi adviendra que luy adiousté 1, il sera quarré selon la question) reste pour ledict produict $4②+4①$

Mais le second nombre est 1①, ergo le troisiesme (puis que le produict du second & troisiesme est $4②+4①$) sera $4①+4$

Le produict du troisiesme nombre $4①+4$, & du premier $1①+2$, est $4②+12①+8$, au mesme adiousté 1, faict quarré selon la question (car sa racine est $2①+3$) $4②+12①+9$

Lequel estant tel quarré il ne requiert point d'egaleté.

Ie di, que la valeur de 1① est nombre Arithmetique quelconque selon le requis. *Demonstration.* La valeur de 1① soit 2; Ergo le premier nombre 4, le second 2, le troisiesme 12. Mais que les mesmes satisfont au requis, se demonstre ainsi: Le produict de 4 & 2, est 8, plus 1 faict quarré 9, sa racine 3. Item le produict de 2 & 12 est 24, plus 1, faict quarré 25, sa racine 5. Item le produict de 12 & 4, est 48, plus 1, faict quarré 49, sa racine 7, selon le requis.

*Autre demonstration.*

Soit maintenant de 1① la valeur 3. Ergo le premier nombre 5, le second 3, le troisiesme 16, mais que les mesmes satisfont aussi au requis, se demonstre ainsi: Le produict de 5 & 3 est 15, plus 1, faict quarré 16, sa racine 4. Item le produict de 3 & 16 est 48, plus 1, faict quarré 49, sa racine 7. Item le produict de 16 & 5, est 80, plus 1, faict quarré 81, sa racine 9. Ce sont doncques quarrez à leurs racines commensurables selon le requis; Et semblable sera la demonstration de nombre Arithmetique (posé pour la valeur de 1①) quelconque.

THEO-

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

### Theoreme.

*Av quadruple du produict de deux nombres Arithmetiques, ajoustè le quarré de leur difference, faict quarré à sa racine commensurable.*

*Explication du donné.* Soyent deux nombres 2 & 5. *Explication du requis.* Il faut demonstrer par les mesmes le contenu du theoreme. *Demonstration.* Le produict de 2 & 5, est 10, son quadruple 40, leur difference 3, son quarré 9, aioustè à 40, faict quarré 49, à sa racine 7 commensurable. D'ou s'ensuit que si l'on pose les deux nombres differens en unité, que l'on trouvera un nombre, qui avec son quadruple plus 1, fera quarré comme estoit requis à la construction de la precedente 20 question. Soyent par exemple deux nombres desquels la difference est 1, comme 2 & 3, leur produict est 6, son quadruple 24, leur difference 1, son quarré 1, aioustè a 24, faict quarré selon le theoreme 25. *Conclusion.* Si doncques au quadruple, &c. ce qu'il falloit demonstrer.

### Question XXI.

*TRouvons quatre nombres Arithmetiques tels, qu'au produict de chasques deux, aioustè 1, la somme soit quarré à sa racine commensurable.*

### Construction.

| | |
|---|---|
| On trouvera les trois nombres par la precedente 20 question, qui est pour le premier $1①$ | $\frac{1}{16}$ |
| Et le second $1①+2$ | $\frac{33}{16}$ |
| Et le troisiesme $4①+4$ | $\frac{68}{16}$ |
| Or il faut que le produict du quatriesme & premier plus 1, soit quarré selon la question; On posera doncques pour la racine de tel quarré, des ① quelconque plus 1, soit $3①+1$, son quarré $9②+6①+1$, du mesme soubstraict 1 (car ainsi adviendra, que luy ajoustant 1, il sera quarré selon la question) reste pour ledict produict $9②+6①$ | $\frac{105}{256}$ |
| Mais le premier nombre est $1①$, Ergo le quatriesme (puis que tel produict de quatriesme & premier nombre est $9②+6①$) sera $9①+6$ | $\frac{105}{16}$ |
| Reste maintenant que le produict du quatriesme & second plus 1, soit quarré selon la question, mais tel produict est $9②+24①+12$, auquel aioustè 1, faict $9②+24①+13$ | $\frac{3721}{256}$ |
| Egal à quelque quarré, que l'on fingera tel qu'il y en sorte convenable egaleté, soit duquel la racine $3①-4$, son quarré $9②-24①+16$ | $\frac{3721}{256}$ |

Lesquels reduicts, $48①$ seront egales 23, & par le 67 probleme $1①$ vaudra $\frac{1}{16}$.

Ie di, que $\frac{1}{16}\ \frac{33}{16}\ \frac{68}{16}\ \frac{105}{16}$ sont les quatre nombres requis. *Demonstration.* Le produict de $\frac{1}{16}$ & $\frac{33}{16}$, est $\frac{33}{256}$, au mesme aioustè 1, faict quarré $\frac{289}{256}$, sa racine $\frac{17}{16}$. Item le produict de $\frac{1}{16}$ & $\frac{68}{16}$, est $\frac{68}{256}$, au mesme aioustè 1, faict quarré $\frac{324}{256}$, sa racine $\frac{18}{16}$. Item le produict de $\frac{1}{16}$ & $\frac{105}{16}$, est $\frac{105}{256}$, au mesme aioustè 1, faict quarré $\frac{361}{256}$, sa racine $\frac{19}{16}$. Item le produict de $\frac{33}{16}$ & $\frac{68}{16}$ est $\frac{2244}{256}$, au mesme aioustè 1, faict quarré $\frac{2500}{256}$, sa racine $\frac{50}{16}$. Item le produict de $\frac{33}{16}$ & $\frac{105}{16}$, est $\frac{3465}{256}$, au mesme aioustè 1, faict quarré $\frac{3721}{256}$, sa racine $\frac{61}{16}$. Item le produict de $\frac{68}{16}$ & $\frac{105}{16}$, est $\frac{7140}{256}$, au mesme aioustè 1, faict quarré $\frac{7396}{256}$, sa racine $\frac{86}{16}$. Ce sont doncques quarrez à leurs racines commensurables selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

### Question XXII.

*TRouvons trois nombres Arithmetiques proportionaux tels, que la difference de chasques deux soit quarré à sa racine commensurable.*

### Construction.

| | |
|---|---|
| Soit le premier nombre $1①$ | |
| Et le second nombre (à fin qu'il excede au premier en quarré selon la question) soit $1①+4$ | |
| Et le troisiesme (à fin qu'il excede au second en quarré selon la question) soit $1①+13$ | |

Or la difference du troisiesme & premier est 13, laquelle doibt estre quarré selon la question, mais elle ne l'est pas, il faut doncques proceder d'autre sorte. Il appert que 13 est nombre composé de deux quarrez 9 & 4, parquoy il nous faut trouver deux tels quarrez, desquels la somme soit semblable quarré. Soyent 9 & 16, leur somme est quarré 25 à sa racine commensurable. Et par les mesmes nous ferons autre operation semblable à la precedente en ceste sorte:

| | |
|---|---|
| Soit le premier nombre requis $1①$ | $\frac{81}{7}$ |
| Le second nombre $1①+9$ | $\frac{144}{7}$ |
| Le troisiesme nombre $1①+25$ | $\frac{256}{7}$ |
| Or de ces trois nombres chasques deux sont different en quarré selon la question, Reste maintenant qu'ils soyent aussi proportionels, mais de trois nombres proportionels le produict des extremes est egal au quarré du moyen, doncques le produict des extremes $1①$ & $1①+25$ qui est $1②+25①$ | $\frac{20736}{49}$ |
| Est egal au quarré du moyen $1①+9$, qui est $1②+18①+81$ | $\frac{20736}{49}$ |

Lesquels reduicts, $7①$ seront egales à 81, & par le 67 probleme $1①$ vaudra $\frac{81}{7}$.

Je di, que $\frac{81}{7}\ \frac{144}{7}\ \frac{256}{7}$ sont les trois nombres requis. *Demonstration.* Comme $\frac{81}{7}$ à $\frac{144}{7}$, ainsi $\frac{144}{7}$ à $\frac{256}{7}$; ergo ils sont proportionaux. Item la difference de $\frac{81}{7}$ à $\frac{144}{7}$ est quarré 9, sa racine 3, Item la difference de $\frac{144}{7}$ à $\frac{256}{7}$, est quarré 16, sa racine 4. Item la difference de $\frac{256}{7}$ à $\frac{81}{7}$, est 25, sa racine 5; ce sont doncques quarrez à leurs racines commensurables selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

### Question XXIII.

*TRouvons trois nombres Arithmetiques tels, que chasque nombre aioustè au solide desdictes trois nombres la somme soit quarré à sa racine commensurable.*

Nota. Nombre solide de trois nombres, est le produict des deux multiplié par le troisiesme, comme de 3. 4. 5. le solide est 60, par ce que 3 fois 4 faict 12, le mesme multiplié par 5 faict nombre solide 60. Qui est appellé solide, parce que le solide rectangle duquel la hauteur 3, largeur 4, longueur 5, aura grandeur 60.

### Construction.

| | |
|---|---|
| Soit le solide des trois nombres $1②+2①$ | |
| Et le premier nombre (à fin qu'aioustè 1 au solide, face quarre selon le requis) soit | 1 |
| Et pour avoir le second nombre, on soubstraira (à fin que le solide avec le second nombre, face aussi quarré selon la question) le solide $1②+2①$ de quelque quarré, soit duquel la racine $1①+3$, | |

son

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

son quarré 1 ②+6①+9, du mesme soubstraict ledict solide, reste pour le second nombre requis 4①+9

Or pour avoir le troisiesme nombre, prenons le produict du premier & second nombre, qui est 4①+9, par lequel divisé ledict solide, donne quotient pour le troisiesme nombre requis $\frac{1②+6①}{4①+9}$ (car, par exemple, divise un solide 24 procedant de 2.3.4, par le produict de quelques deux nombres, comme de 2 & 3, qui est 6, le quotient 4 est necessairement le troisiesme nombre 3; Et le mesme s'entendra en nombres algebraiques) Mais tel quotient aura valeur au respect des autres nombres qui ne sera point nombre Arithmetique. Il faut doncques proceder d'autre sorte. Il appert qu'au lieu des 4①+9 il nous faut trouver tel nombre de mesme qualité, ainsi que par le mesme divise 1②+2①, le quotient soit quelque ①, desquelles la valeur soit nombre Arithmetique. Veu doncques qu'il faut diviser le solide 1②+2①, par le scond nombre qui en la precedente operation est 4①9, il est notoire que pour avoir le quotient de quelques ①, qu'il faut que le 1 (de 1②) au 4 (des 4①) aye telle raison, comme le 2 (des 2①) au 9 (car autrement il seroit impossible de parvenir à telle division) Il appert aussi par alterne raison, que comme 1 à 2, ainsi faudroit estre 4 à 9; Mais 1 est la moitie de 2, ergo le nombre qui viendra au lieu de 4, faut estre la moitie du nombre qui viendra au lieu du 9. Item le nombre qui viendra au lieu de 9, est necessairement quarré à sa racine commensurable; Ergo au lieu de 4 & 9, il nous faut trouver deux nombres tels, que l'un soit quarré comme dict est, & l'autre sa moitie, & encore procedans d'antecedens nombres qualifiez comme les antecedens, desquels procedent les 4 & 9; Mais qu'elles sont les qualitez de ces antecedens, c'est que l'un procede du double de quelque certain nombre moins 2 (car 4 procede du double de 3 moins 2) l'autre du quarré d'icelui certain nombre (car 9 procede du quarré desdicts 3.) Il nous faut doncques (au lieu de 3) trouver un nombre tel, que de son double soubstraict 2, la reste soit la motie du quarré d'iceluy nombre.

Soit le nombre requis 1①
Son double moins 2 est 2①—2
Egal a la moitie du quarré du nombre requis, qui est $\frac{1}{2}$·②

Lesquels reduicts, 1② sera egale à 4①—4, & par le 68 probleme, 1① (pour le nombre requis au lieu de ③) vaudra 2, car son double moins 2, est la moitie du quarré du nombre requis 2, doncques au lieu ou nous avons ci dessus mis 3, il faudra mettre 2, c'est à dire au lieu des 3① au troisiesme en l'ordre, il faudra mettre 2①; Et nous ferons par les mesmes autre operation semblable à la precedente en ceste sorte.

Soit le solide des trois nombres 1②+2①
Et le premier nombre (à fin qu'ajousté au solide face quarré selon la question) soit 1
Et pour avoir le second nombre, on soubstraira (à fin que le solide avec le second nombre, face aussi quarré selon la question) le solide 1②+2①, non pas d'un quarré duquel la racine 1①+3 comme à la premiere operation, mais pour les raisons que dessus, du quarré de 1①+2, qui est de 1②+4①+4, reste pour second nombre requis 2①+4

Or pour avoir le troisiesme nombre, prenons le produict du premier & second 2①+4, qui est 2①+4, par lequel divise le solide, donne quotient pour le troisiesme nombre $\frac{1}{2}$①

La somme du solide & troisiesme nombre, est 1②+2$\frac{1}{2}$①

Egale a quelque quarré, que l'on fingera tel qu'il y en sorte convenable egaleté, soit duquel la racine 2①, son quarre 4②

Lesquels reduicts 3① seront egales à 2$\frac{1}{2}$; & par le 67 probleme, 1① vaudra $\frac{7}{6}$.

Je di, que 1, $\frac{68}{12}$, $\frac{1}{12}$, sont les trois nombres requis. *Demonstration*. Le solide des trois nombres 1, $\frac{68}{12}$, $\frac{5}{12}$, est $\frac{340}{144}$, au mesme aiousté le premier nombre 1, faict quarre $\frac{484}{144}$, sa racine $\frac{22}{12}$. Item audict solide $\frac{340}{144}$, aiousté le second nombre $\frac{68}{12}$, faict quarré $\frac{11556}{144}$, sa racine $\frac{34}{12}$. Item audict solide $\frac{340}{144}$, aiousté le troisiesme nombre $\frac{5}{12}$ faict quarré $\frac{400}{144}$, sa racine $\frac{20}{12}$. Ce sont doncques quarrez à leurs racines commensurables selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

## QVESTION XXIV.

*TRouvons trois nombres Arithmetiques tels, que chascun soubstraict du solide desdictes trois nombres, la reste soit quarré à sa racine commensurable.*

### CONSTRVCTION.

| | |
|---|---|
| Soit le premier nombre requis 1① | $\frac{17}{8}$ |
| Et le solide des trois nombres (à fin que du mesme soubstraict le premier, la reste soit quarré selon la question) soit 1②+1① | $\frac{425}{64}$ |
| Or pour trouver le produict du second & troisiesme nombre, nous diviserons le solide par le premier nombre (car par exemple, le solide de 24 procedant de 2.3.4, divisé par le premier 2, le quotient 12 est necessairement produict des deux autres, à sçavoir de 3 & 4, le mesme s'entendra en nombres Algebraiques) donne quotient pour ledict produict du second & troisiesme 1①+1 | $\frac{25}{8}$ |
| Soit le second nombre requis 1 | 1 |
| Ergo le troisiesme (puis que le produict du troisiesme & second est 1①+1) sera 1①+1 | $\frac{25}{8}$ |
| Reste maintenant que du solide soubstraict le second nombre, puis le troisiesme, les restes soyent quarrez selon la question. Mais soubstraict le second nombre 1 du solide 1②+1①, reste 1②+1①+1 | $\frac{161}{64}$ |
| Item soubstraict le troisiesme 1①+1, dudict solide, reste 1②—1 | $\frac{225}{64}$ |
| Or chascun des deux precedens nombres, à sçavoir le sixiesme & septiesme en l'ordre, est egal à quelque quarré à sa racine commensurable, il faut doncques trouver un quarré de double egaleté. Soit par position de 2① & $\frac{1}{2}$ (pour les deux nombres desquels le produict 1①, est egal à la difference du sixiesme au septiesme en l'ordre) desquels le quarré de double egaleté, egal au moindre nombre 1②—1, est (par la note de la 12 question du 2 livre) 1②—$\frac{1}{2}$①+$\frac{1}{16}$ | $\frac{225}{64}$ |

Lesquels reduicts $\frac{1}{2}$① sera egale à $\frac{17}{16}$, & par le 67 probleme, 1① vaudra $\frac{17}{8}$.

Je di, que $\frac{17}{8}$. 1. $\frac{25}{8}$ sont les trois nombres requis. *Demonstration*. Le solide des trois nombres $\frac{17}{8}$. 1. $\frac{25}{8}$, est $\frac{425}{64}$, duquel soubstraict le premier nombre $\frac{17}{8}$, reste quarre $\frac{289}{64}$, sa racine $\frac{17}{8}$. Item dudict solide $\frac{425}{64}$, soubstraict le second nombre 1, reste quarré $\frac{361}{64}$, sa racine $\frac{19}{8}$. Item dudict solide $\frac{425}{64}$, soubstraict le troisiesme nombre $\frac{25}{8}$, reste quarré $\frac{225}{64}$, sa racine $\frac{15}{8}$. Ce sont doncques

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

doncques quarrez à leurs racines commensurables; selon le requis. ce qu'il falloit demonstrer.

## Question XXV.

*Partons 6 en deux parties telles, que leur produict soit cube à sa racine commensurable, & luy defaillant sa racine.*

### Construction.

Soit la premiere partie $1①$
Ergo la seconde partie $-1①+6$
Leur produict $-1②-6①$
Egal à quelque cube luy defaillant sa racine; fingeons la racine du cube quelques ① moins 1, soit $2①-1$
Son cube $8③-12②+6①-1$
Du mesme soubstraict sa racine, reste pour le cube luy deffaillant sa racine $8③-12②+4①$
Egal au produict des deux nombres requis troisiesme en l'ordre, qui est $-1②+6①$

Lesquels reduicts $8②$ seront egales à $11①+2$, & par le 63 probleme, $1①$ vaudra $\sqrt{\frac{184}{239}}-\frac{11}{16}$. Or si la mesme valeur de $1①$ fust à son quarré commensurable, nous aurions le requis, mais elle ne l'est pas, il faut doncques proceder d'autre sorte. Il appert que si aux termes reduicts, n'y eust point venu des ①, mais que l'egalité s'eust rencontré seulement entre ① & ⓪, nous aurions le requis; Or pour l'avoir ainsi, il faut considerer d'ou precedent les 4 ① sixiesme en l'ordre, & appert que du triple de 2 ① quatriesme en l'ordre, moins les mesmes deux primes: Ergo elles procedent du double de 2 ① quatriesme en l'ordre; Il faut doncques trouver une multitude de ① (au lieu desdictes 2 ①) de laquelle le double (veu qu'elles s'egalent à 6 ① troisiesme en l'ordre) soit 6 ①; La mesme sera 3 ①, ergo au lieu de 2 ①, quatriesme en l'ordre, il faudra mettre 3 ①, & nous ferons par les mesmes autre operation semblable à la precedente en ceste sorte:

| | |
|---|---|
| Soit la premiere partie $1①$ | $\frac{26}{27}$ |
| Ergo la seconde partie $-1①+6$ | $\frac{136}{27}$ |
| Leur produict $-1②+6①$ | $\frac{3136}{729}$ |
| Egal à quelque cube auquel deffaut sa racine, fingeons la mesme non pas $2①-1$ comme à la premiere operation, mais pour les raisons que dessus $3①-1$ | $\frac{51}{27}$ |
| Son cube $27③-27②+9①-1$ | $\frac{132651}{19683}$ |
| Du mesme soubstraict sa racine, reste pour le cube luy deffaillant sa racine $27③-27②+6①$ | $\frac{3136}{729}$ |
| Egal au produict des deux nombres requis troisiesme en l'ordre, qui est $-1②+6①$ | $\frac{3136}{729}$ |

Lesquels reduicts $27①$ seront egales à 26, & par le 67 probleme $1①$ vaudra $\frac{26}{27}$.

Je di, que $\frac{26}{27}$. $\frac{136}{27}$ sont les deux nombres; item que $\frac{132651}{19683}$ est le cube requis. *Demonstration*. Que les deux nombres $\frac{26}{27}$. $\frac{136}{27}$, sont les deux parties integrantes de 6; est notoire. Item leur produict est $\frac{3136}{729}$, qui est cube $\frac{132651}{19683}$, luy deffaillant sa racine $\frac{51}{27}$, Car soubstravant racine $\frac{51}{27}$, de cube $\frac{132651}{19683}$, reste comme dessus $\frac{3136}{729}$, selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

## Question XXVI. A. Gir.

*Partons 4 en trois nombres tellement que leur solide soit cube, dont la racine soit egale à la somme de leur trois intervalles.*

### Construction.

Soyent iceux entendus estre disposez par ordre, assavoir aux extremitez le maieur & le mineur; & soit le solide de trois parties (pource que ce doit estre un cube) $8③$
Son coste $2①$
Egal aux trois Intervales; Or pource que quand trois nombres sont disposez de tel ordre, les trois Intervales sont ensemble double à l'Intervale des extremes, donc la moitié de $2①$ qui est $1①$, sera l'Interval des extremes, soit donc le moindre extreme, quelque nombre algebraique $2①$
Ergo le maieur extreme $3①$
Et le moyen, (afin que leur solide soit $8③$) sera $1\frac{1}{3}①$, que s'il eust este plus grand que $2①$, la question seroit soudee; or il vient de la division de 8 par le produict de 2 & 3 (qui devoyent differer de l'unité) parquoy nous en sommes revenus là qu'il faut trouver deux nombres (au lieu des 2.3.) differens de l'unité, telz que leur produict diviſant 8, le quotient soit entre iceux assavoir majeur au moindre, & moindre au majeur. A ceste fin soit $1①$ le mineur, ergo le maieur $1①+1$. que si on divise 8 par leur produicts $1②+1①$, viendra le moyen $\frac{8}{1②+1①}$ qui doit estre entre $1①$ & $1①+1$ & doit exceder $1①$, mais l'exces doit estre moindre que l'unité, que si on luy adjouste l'unité il sera maieur à $1①+1$; soit à iceluy donc adjousté l'unité, & les deux mis en denomination de $1②+1①$, alors $1②+1①-8$ sera maieur à $1③+2②+1①$, & reduicts 8 sera maieur à $1③+1②$ (formons un cube quadrinome algebraique ayant $1③+1②$, iceluy aura son coste $1①+\frac{1}{3}$) mais le cube de $1①+\frac{1}{3}$ est aussi maieur à $1③+1②$; & si on veut egaler 8 au cube de $1①+\frac{1}{3}$, les costez seront egaux, assavoir $2$ à $1①+\frac{1}{3}$, & $1①$ vaudra $\frac{2}{3}$. parquoy les trois nombres seront $\frac{4}{3}$, $\frac{9}{5}$, $\frac{8}{3}$. lequels multipliez par 15 (quand il licite comme icy, pour eviter les fractions) viendra 25, 27, 40; qui sont trois nombres dont leur solide est cube ayant sa racine egale aux trois intervales d'iceux, que si leur somme estoit 4, la question seroit resoute; il faut donc diviser 4 en trois nombres proportionnaux aux mesmes, ce qui est tresfacil, voire mesme sans algebre par le 15 probleme, & seront iceux $\frac{25}{23}$, $\frac{27}{23}$, $\frac{40}{23}$. dont la preuve est manifeste, qu'ils sont les parties de 4, & que leur solide est cube, ayant sa racine egale aux trois Intervales d'iceux selon le requis, ce qu'il falloit faire.

## Question XXVII.

*Trouvons deux nombres tels, que chascun ajousté à leur produict, la somme soit cube à sa racine commensurable.*

### Construction.

| | |
|---|---|
| Soit le premier nombre de quelques ① telles que son nombre de multitude soit cube à sa racine commensurable soit $8①$ | $\frac{112}{13}$ |
| Le second nombre sera tel, que multiplié par le premier, & au produict ajousté le premier, la somme soit cube selon la question soit $1②-1$ | $\frac{27}{169}$ |
| Leur produict $8③-8①$ | $\frac{3024}{2197}$ |
| Au mesme ajousté le second nombre, faict $8③+1②-8①-1$ | $\frac{3375}{2197}$ |
| Egal à quelque cube, que l'on fingera tel, qu'il y en sorte convenable egalité, soit duquel la racine $2①-1$, son cube $8③-12②+6①-1$ | $\frac{3375}{2197}$ |

Lesquels

Lesquels reduicts 13① seront egales a 14, & par le 67 probleme, 1① vaudra $\frac{14}{13}$.

Ie di, que $\frac{112}{13}\ \frac{27}{169}$, sont les deux nombres requis. *Demonstration.* Le produict de $\frac{112}{13}$ & $\frac{27}{169}$, est $\frac{3024}{2197}$, au mesme aioustè le premier nombre $\frac{112}{13}$ faict cube $\frac{1906624}{2197}$, sa racine $\frac{28}{13}$. Item audict produict $\frac{3024}{2197}$, ajoustè $\frac{27}{169}$, la somme est cube $\frac{3357}{2197}$, sa racine $\frac{15}{13}$; Ce sont doncques cubes à leurs racines commensurables selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

## Question XXVIII.

*Trouvons deux nombres tels, que chascun soubstraict de leur produict, la reste soit cube à sa racine commensurable.*

### Construction.

| | |
|---|---|
| Soit le premier nombre quelques ① telles, que leur nombre de multitude soit cube à sa racine commensurable & plus 1, soit $8①+1$ | $\frac{125}{13}$ |
| Le second nombre sera tel, que multiplie par le premier, & du produict soubstraict le second, la reste soit cube selon la question, soit tel second nombre $1②$ | $\frac{196}{169}$ |
| Leur produict $8③+1②$ | $\frac{24500}{2197}$ |
| Du mesme soubstraict le premier, reste $8③+1②-8①-1$ | $\frac{3375}{2197}$ |
| Egal à quelque cube, que l'on fingera tel, qu'il y en sorte convenable egaleté, soit duquel la racine $2①-1$, son cube $8③-12②+6①-1$ | $\frac{3375}{2197}$ |

Lesquels reduicts 13① seront egales a 14, & par le 67 probleme 1① vaudra $\frac{14}{13}$.

Ie di, que $\frac{125}{13}\ \frac{196}{169}$ sont les deux nombres requis. *Demonstration.* Le produict de $\frac{125}{13}$ & $\frac{196}{169}$ est $\frac{24500}{2197}$, duquel soubstraict le premier $\frac{125}{13}$, reste cube $\frac{3375}{2197}$, sa racine $\frac{15}{13}$. Item du mesme produict $\frac{24500}{2197}$, soubstraict le second nombre $\frac{196}{169}$, reste cube $\frac{2197}{2197}$, sa racine $\frac{28}{13}$. Ce sont doncques cubes à leurs racines commensurables selon le requis, ce qu'il falloit demonstrer.

## Question XXIX.

*Trouvons deux nombres Arithmetiques tels, qu'ajoustez à leur produict, puis soubstraict de leur produict, somme & reste soyent cubes à leurs racines commensurables.*

### Construction.

Soit le cube procedant des deux nombres ajoustez à leur produict, 64

Et le cube procedant des deux nombres soubstraicts de leur produict soit 8

Leur difference qui est le double de la somme des deux nombres, par le suivant theoreme, est 56, sa moitie pour la somme des deux nombres requis est 28

Or parce que le produict ajousté aux deux nombres faict 64, s'ensuit (car soubstraict 28 de 64 reste 36) que leur produict est 36

Reste doncques de trouver deux nombres tels, que leur somme soit 28, & leur produict 36; les mesmes se trouvent par la 30 question du premier livre, toutesfois à cause des nombres qui se rencontrent en l'operation, nous mettrons leur construction autrefois en ceste sorte:

| | |
|---|---|
| Soit le maieur nombre requis | $1①+14$ |
| Ergo le moindre | $-1①+14$ |
| Leur produict | $-1②+196$ |
| Egal au produict donné | 36 |

Lesquels reduicts 1② sera egale à 160, & par le 78 probleme, 1① vaudra $\sqrt{160}$. Et les nombres cherchez seront $14+\sqrt{160}$, & $14-\sqrt{160}$. Or si ces deux nombres fussent Arithmetiques, nous aurions le requis; mais ils ne sont pas, dont est la cause, que le 160 n'est point quarré à sa racine commensurable. Il faut doncques considerer d'ou procedent ces nombres, à fin que nous trouvions autres semblables, qui au lieu de 160 donnent quarré comme dict est. Premierement la difference de 160, & 196, est 36, & les 196 sont le quarré de 14, qui est la moitie de 28, qui est la moitie de 56; Doncques 196 est le quarré du quart de 56; Mais 56 est la difference des deux cubes 64 & 8. Item 36 est la moitie de la somme des mesmes cubes; Il appert donc, qu'au lieu de 64 & 8, il nous faut trouver deux autres semblables cubes tels, que du quarré du quart de leur difference, soubstraict la moitie de la somme des cubes, la reste soit quarré à sa racine commensurable, pour lesquels trouver:

| | |
|---|---|
| Soit la racine du maieur cube | $1①+1$ |
| Et la racine du moindre cube soit | $1①-1$ |
| Ergo le maieur cube | $1③+3②+3①+1$ |
| Et le moindre cube | $1③-3②+3①-1$ |
| Leur difference $6②+2$, son quart | $\frac{3}{2}②+\frac{1}{2}$ |
| Son quarré | $\frac{9}{4}①+\frac{3}{2}②+\frac{1}{4}$ |
| Du mesme soubstraict la moitie de la somme des cubes, qui est $1③+3①$, reste | $\frac{9}{4}④-1③+\frac{3}{2}②-3①+\frac{1}{4}$ |
| Qui convertiz en entiers de mesme raison les multipliant par 4, faict | $9④-4③+6②-12①+1$ |
| Egal à quelque quarré, que l'on fingera tel, qu'il y en sorte convenable egalete, soit duquel la racine $3②-6①+1$, le quarré est | $9④-36③+42②-12①+1$ |

Lesquels reduicts 32① seront egales à 36, & par le 67 probleme, 1① vaudra $\frac{9}{8}$. Ergo les deux cubes cherchez au lieu de 64 & 8, seront $\frac{4913}{512}$, & $\frac{1}{512}$, par lesquelles il nous faut commencer autre operation semblable à la premiere en ceste sorte:

| | |
|---|---|
| Soit le cube procedant des deux nombres aioustez à leur produict | $\frac{4913}{512}$ |
| Et le cube procedant des deux nombres soubstraicts de leur produict soit | $\frac{1}{512}$ |
| Leur difference qui est le double de la somme des deux nombres par le theoreme suivant, est $\frac{4912}{512}$, sa moitie pour la somme des deux nombres requis | $\frac{2456}{512}$ |
| Or parce que le produict aiousté aux deux nombres faict $\frac{4913}{512}$, s'ensuit (car soubstraict $\frac{2456}{512}$ de $\frac{4913}{512}$ reste $\frac{2457}{512}$) que leur produict sera | $\frac{2456}{512}$ |

Reste doncques de trouver deux nombres Arithmetiques tels, que leur somme soit $\frac{2456}{512}$, & leur produict $\frac{2457}{512}$, en ceste sorte:

| | | |
|---|---|---|
| Soit le maieur nombre requis | $1①+\frac{1228}{512}$ | $\frac{1228}{512}$ |
| Ergo le moindre nombre | $-1①+\frac{1228}{512}$ | $\frac{1228}{512}$ |
| Leur produict | $-1②+\frac{1507984}{262144}$ | $\frac{1257984}{262144}$ |
| Egal au produict donné | $\frac{2457}{512}$ | |

Lesquels reduicts 1② sera egale à $\frac{2500000}{262144}$, & par le 78 probleme 1① vaudra $\frac{500}{512}$.

Je di, que $\frac{1228}{512}\ \frac{728}{512}$ sont les deux nombres requis. *Demonstrat.* Le produict de $\frac{1228}{512}$ & $\frac{728}{512}$, est $\frac{1257984}{262144}$, au mesmes aioustez lesdicts deux nombres (desquels deux nombres la somme est $\frac{2456}{512}$) faict cube $\frac{25153456}{262144}$, sa racine $\frac{156}{64}$. Item dudict produict $\frac{1257984}{262144}$, soubstraict ladicte somme des deux nombres $\frac{2456}{512}$, reste cube

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

cube $\frac{1728}{262144}$, sa racine $\frac{8}{64}$. Ce sont doncques cubes à leurs racines commensurables selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

THEOREME.

*Deux nombres ajoustez à leur produict, puis soubstraicts de leur produict: La difference de somme & reste sera double aux deux nombres.*

*Explication du donné.* Soyent deux nombres quelconques 2 & 3. *Explication du requis.* Il faut par les mesmes demonstrer le contenu du theoreme. *Demonstration.* Les deux nombres 2 & 3, ajoustez à leur produict 6, faict 11, & du mesme produict 6, soubstraict lesdicts nombres 2 & 3, reste 1. Or la difference de somme 11 & reste 1, est 10, qui est double selon le theoreme, aux deux nombres 2 & 3. *Conclusion.* Deux nombres doncques ajoustez, &c. ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION XXX.

CEste question est la mesme que la 29 precedente, mais elle differe en l'operation qui sera ici telle:

CONSTRVCTION.

| | |
|---|---|
| Veu (par le suyvant theoreme) que le quarré à sa racine commensurable, divisé en deux parties desquelles l'une soit sa racine, & au produict des deux parties aioustez les mesmes deux parties: la somme sera cube selon la question: Posons le quarré de 1 ① qui est | 1 ② $\frac{256}{49}$ |
| Et que l'une partie pour l'un nombre requis soit sa racine | 1 ① $\frac{16}{7}$ |
| Ergo l'autre partie pour l'autre nombre requis sera | 1 ② — 1 ① $\frac{144}{49}$ |
| Produict des deux parties | 1 ③ — 1 ② $\frac{2304}{343}$ |
| Au mesme ajousté les deux parties, faict cube | 1 ③ $\frac{4096}{343}$ |
| Et dudict produict 1 ③ — 1 ②, soubstraict la somme des deux parties reste | 1 ③ — 2 ② $\frac{512}{343}$ |
| Egale a quelque cube, que l'on fingera tel, qu'il y en sorte convenable egaleté, soit duquel la racine $\frac{1}{2}$ ①, son cube | $\frac{1}{8}$ ③ $\frac{512}{343}$ |

Lesquels reduicts $\frac{7}{8}$ ① seront egales a 2, & par le 67 probleme, 1 ① vaudra $\frac{16}{7}$.

Ie di, que $\frac{16}{7}$ $\frac{144}{49}$ sont les deux nombres requis. *Demonstration.* Le produict de $\frac{16}{7}$ & $\frac{144}{49}$, est $\frac{2304}{343}$, au mesmes ajousté lesdicts deux nombres (desquels deux nombres la somme est $\frac{256}{49}$) faict cube $\frac{4096}{343}$, sa racine $\frac{16}{7}$. Item dudict produict $\frac{2304}{343}$, soubstraict ladicte somme des deux nombres $\frac{256}{49}$, reste cube $\frac{512}{343}$, sa racine $\frac{8}{7}$. Ce sont doncques cubes à leurs racines commensurables selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

THEOREME.

*Le quarré à sa racine commensurable divisé en deux parties desquelles l'une soit sa racine, & au produict des deux parties ajoustés les mesmes deux parties: Donne pour somme un cube à sa racine commensurable.*

*Explication du donné.* Soit donné quarré à sa racine commensurable 9. *Explication du requis.* Il faut par le mesme 9 demonstrer le contenu du theoreme. *Demonstration.* Les deux parties de 9, desquelles l'une soit sa racine, sont 3 & 6, leur produict 18, au mesme ajousté 3 & 6, font cube selon le theoreme 27, à sa racine 3 commensurable. *Conclusion.* Le quarré doncques à sa racine commensurable divisé en deux parties, &c. ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION XXXI.

*TRouvons quatre nombres quarrez à leurs racines commensurables, & tels, qu'a leur somme ajousté la somme de leurs racines, le tout soit 12.*

CONSTRVCTION.

Les quatre quarrez que nous cherchons, avec leurs racines, font ensemble 12, & si nous ajoustons au mesmes encore quatre fois $\frac{1}{4}$ faict 13, qui (par le suivant theoreme) contiendront quatre quarrez selon la question, & tels que de chascune de leurs racines soubstraict $\frac{1}{2}$, resteront les quatre racines des quatre quarrez requis. Reste doncques de partir 13 en quatre tels quarrez: Lequel se fera premierement en deux, soyent en 4 & 9, & puis chascun quarré (par la 8e question du second livre) en deux autres; ceux de 4 soyent $\frac{64}{25}$ & $\frac{36}{25}$; Et de 9 soyent $\frac{144}{25}$ & $\frac{81}{25}$. Or les quatre racines de ces quatre quarrez sont $\frac{8}{5}$, $\frac{6}{5}$, $\frac{12}{5}$, $\frac{9}{5}$, puis de chascune desdictes racines soubstraict $\frac{1}{2}$, resteront $\frac{11}{10}$, $\frac{7}{10}$, $\frac{19}{10}$, $\frac{13}{10}$, desquels les quarrez pour les quatre quarrez requis, sont $\frac{121}{100}$, $\frac{49}{100}$, $\frac{361}{100}$, $\frac{169}{100}$.

*Demonstration.* Les racines des quatre quarrez $\frac{121}{100}$, $\frac{49}{100}$, $\frac{361}{100}$, $\frac{169}{100}$, sont $\frac{11}{10}$, $\frac{7}{10}$, $\frac{19}{10}$, $\frac{13}{10}$, lesquelles ajoustées à leurs quarrez, font en somme 12, selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

THEOREME.

*AV quarré à sa racine commensurable, ajousté sa racine plus $\frac{1}{4}$ faict semblable quarré: Et de sa racine soubstraict $\frac{1}{2}$ reste racine du premier quarré.*

*Explication du donné.* Soit le quarré à sa racine commensurable 4. *Explication du requis.* Il faut par le mesme demonstrer le contenu du theoreme. *Demonstration.* Au quarré 4, aiousté sa racine 2 plus $\frac{1}{4}$, faict quarré selon le theoreme 6 $\frac{1}{4}$, sa racine $\frac{1}{2}$, de laquelle soubstraict $\frac{1}{2}$, reste 2, qui est racine du premier quarré 4 selon le theoreme. *Conclusion.* Au quarré doncques à sa racine commensurable, &c. ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION XXXII.

*TRouvons quatre nombres quarrez à leurs racines commensurables, & tels que de leur somme soubstraict la somme de leurs racines, la reste soit 4.*

CONSTRVCTION.

Les quatre quarrez que nous cherchons moins leurs racines font 4, & si nous aioustons au mesmes encore quatre fois $\frac{1}{4}$ faict 5, qui (par le suivant theoreme) contiendront quatre quarrez selon la question, & tels qu'a chascune de leurs racines aiousté $\frac{1}{2}$, elles seront les quatre racines des quatre quarrez requis. Reste doncques de partir 5 en quatre tels quarrez: Lequel se fera premierement en deux quarrez comme 1 & 4, puis chascun quarré (par la 8 question du second livre) autre fois en deux semblables quarrez; celles de 1 soyent $\frac{16}{25}$, $\frac{9}{25}$, & de 4 soyent $\frac{64}{25}$, $\frac{36}{25}$. Or les quatre racines de ces quatre quarrez sont $\frac{4}{5}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{8}{5}$, $\frac{6}{5}$. Puis à chascune racine aiousté $\frac{1}{2}$, font $\frac{13}{10}$, $\frac{11}{10}$, $\frac{21}{10}$, $\frac{17}{10}$. Desquels les quarrez pour les quatre quarrez requis, sont $\frac{169}{100}$, $\frac{121}{100}$, $\frac{441}{100}$, $\frac{289}{100}$.

*Demonstration.* Les racines des quatre quarrez $\frac{169}{100}$, $\frac{121}{100}$, $\frac{441}{100}$, $\frac{289}{100}$, sont $\frac{13}{10}$, $\frac{11}{10}$, $\frac{21}{10}$, $\frac{17}{10}$, desquelles la somme $\frac{62}{10}$ soubstraicte de la somme des quarrez, qui est $\frac{1020}{100}$, reste 4 selon le requis: ce qu'il falloit demonstrer.



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

THEOREME.

*DV quarré à sa racine commensurable, soubstraict sa racine, & au reste aiousté $\frac{1}{4}$, faict semblable quarré. Et à sa racine aiousté $\frac{1}{2}$, la somme sera racine du premier quarré.*

*Explication du donné.* Soit le quarré à sa racine commensurable 9. *Explication du requis.* Il faut par le mesme demonstrer le contenu du theoreme. *Demonstration.* Du quarré 9, soubstraict sa racine 3, reste 6, au mesme aiousté $\frac{1}{4}$, faict semblable quarré $6\frac{1}{4}$, sa racine $\frac{1}{2}$, à laquelle aiousté $\frac{1}{2}$, faict 3, qui est racine du premier quarré 9 selon le theoreme. *Conclusion.* Du quarré doncques à sa racine commensurable, &c. ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION XXXIII.

*PArtons 1 en deux parties telles, qu'a l'une aiousté 3, & à l'autre 5, le produict des sommes soit quarré à sa racine commensurable.*

CONSTRVCTION.

Soit la premiere partie $1①$
Ergo la seconde partie $-1①+1$
A la premiere partie aiousté 3, la somme est $1①+3$
Et à la seconde partie aiouste 5, la somme est $-1①+6$
Produict des deux sommes $-1②+3①+18$
Egal à quelque quarre, soit duquel la racine $2①$, son quarre $4②$

Lesquels reduicts $1②$ sera egale à $\frac{3}{4}①+\frac{18}{5}$, dont l'invention de $1①$ selon le 68 probleme (laquelle invention nous mettrons icy au long; nous descrirons aussi nombres entiers & rompuz pour numerateurs des rompuz selon la maniere de Diophante, pour les raisons qui en apres apparoistront) est telle:

Le nombre des ① donnees $\frac{3}{5}$
Sa moitie $2\frac{1}{2}$
Son quarré $2\frac{1}{4}$
Le nombre Arithmetique donné $\frac{90}{25}$
Somme du troisiesme & quatriesme en l'ordre $92\frac{1}{4}$
Sa racine quarrée $\sqrt{92\frac{1}{4}}$
Somme du 2 & sixiesme en l'ordre $\sqrt{92\frac{1}{4}}+1\frac{1}{2}$

Or ceste valeur de $1①$ seroit la premiere partie requise, mais ce n'est point nombre Arithmetique selon la question, il faut doncques au lieu de $4②$ du quarré, trouver autre quarré tel, qu'en invention de la valeur de $1①$, le nombre au lieu de $92\frac{1}{4}$ soit quarré à sa racine commensurable. Mais tel $92\frac{1}{4}$ (nous delaissons le nominateur 25 parce que c'est quarré selon le requis) procede de l'addition de 90 & $2\frac{1}{4}$, & les 90 procedent de la multiplicatiõ de 18 par 5, & 5 procede du quarré 4 plus 1, il faut doncques trouver autre semblable quarré & 1, tels que leur somme multipliée par 18, & au produict aiousté $2\frac{1}{4}$, la somme soit (au lieu de $92\frac{1}{4}$) semblable quarre.

Soit le mesme le quarré de $1①$ qui est $1②$
Et plus 1, faict $1②+1$
Multiplié par 18, faict $18②+18$
Aux mesmes aiousstez $2\frac{1}{4}$, faict $18②+20\frac{1}{4}$ qui sont en nombres entiers de mesme raison $72②+81$
Egal à quelque quarre, que l'on fingera tel, qu'il y en sorte convenable egalete soit duquel la racine $8①+1$, son quarré $64②+144①+81$

Lesquels reduicts $8①$ seront egales à 144, & par le 67 probleme $1①$ vaudra 18, & $1②$ premier en l'ordre pour le quarré que nous cherchions, vaudra 324.

Il faut doncques au lieu de $4②$ en la construction, mettre $324②$ en ceste sorte:

| | |
|---|---|
| Soit la premiere partie $1①$ | $\frac{6}{25}$ |
| Ergo la seconde partie $-1①+1$ | $\frac{19}{25}$ |
| Puis à la premiere partie aiousté 3, la somme est $1①+3$ | $\frac{81}{25}$ |
| Et à la seconde partie aiousté 5, la somme est $-1①+6$ | $\frac{144}{25}$ |
| Produict des 2 sommes, est $-1②+3①+18$ | $\frac{11664}{625}$ |
| Egal non pas à $4②$ comme dessus, mais pour les raisons susdictes, a $324②$ | $\frac{11664}{625}$ |

Lesquels reduicts, $1②$ sera egale à $\frac{3}{325}①+\frac{18}{325}$, & par le 67 probleme, $1①$ vaudra $\frac{6}{25}$.

Ie di, que $\frac{6}{25}$, $\frac{19}{25}$, sont les deux nombres requis. *Demonstration.* Que $\frac{6}{25}$ & $\frac{19}{25}$ sont les deux parties integrãtes de 1, est manifeste. Item à $\frac{6}{25}$ aiousté 3 faict $\frac{81}{25}$. Puis aiousté 5, faict $\frac{144}{25}$, lesquels $\frac{81}{25}$ & $\frac{144}{25}$, multipliez donnent produict quarré $\frac{11664}{625}$, à sa racine $\frac{108}{25}$ commensurables selon le requis, ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION XXXIIII.

CEste question est la mesme que la precedente, mais elle differe en l'operation qui sera ici telle:

CONSTRVCTION.

| | |
|---|---|
| Soit l'une partie $1①$ moins le nombre 3 qu'il luy faut aiouster, faict $1①-3$ | $\frac{21}{41}$ |
| Ergo la seconde partie sera $-1①+4$ | $\frac{20}{41}$ |
| Puis aiouste 3 à la premiere partie donne somme $1①$ | $\frac{144}{41}$ |
| Et aiousté 5 à la seconde partie, donne somme $-1①+9$ | $\frac{225}{41}$ |
| Le produict des deux sommes est $-1②+9①$ | $\frac{32400}{1681}$ |

Egal à quelque quarre, fingeons qu'il soit de $2①$, qui est $4②$; Lesquels reduicts $5①$ seront egales à 9, & par le 67 probleme, $1①$ vaudra $\frac{9}{5}$, & par consequent la premiere partie requise seroit $\frac{9}{5}$ moins 3, mais Diophante ne faict point de solution par $-$; Il appert doncques, que la valeur de $1①$ doibt estre maieure que 3 & moindre que 4; Il nous faudra doncques finger autre quarré que de $4②$. Or pour le trouver, considerons d'ou nous procedent ces $\frac{9}{5}$; Et appert que de la division de 9 par 5, mais 5 procede du nombre quarré 4 plus 1, il nous faut doncques diviser 9 par semblable quarré $+1$, ainsi que le quotient soit maieur que 3, & moindre que 4. Or trouvons premierement quarré $+1$ qui donne precisement quotient 4, en ceste sorte: Si 9 divisé par quarré $+1$, donne quotient 3, c'est chose claire que le quarré $+1$ estoit 3, duquel soubstraict 1, reste quarré 2. Item si 9 divisé par quarre $+1$, donne quotient 4, c'est notoire que le quarré $+1$, estoit $2\frac{1}{4}$, duquel soubstraict 1, reste le quarré $1\frac{1}{4}$; il appert doncques que le quarré au lieu des $4②$ fingez, doibt estre moindre que 2, & maieur que $1\frac{1}{4}$. Mais pour facilement parvenir au mesmes nous convertirons les deux nõmbres 2 & $1\frac{1}{4}$ en autres rompuz ayans commun quarré, comme 64; Et 2 vaudra $\frac{128}{64}$; & $1\frac{1}{4}$ vaudra $\frac{80}{64}$. Puis prenons quelque tel quarré, moindre que $\frac{128}{64}$, &

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

$\frac{128}{64}$, & maieur que $\frac{80}{64}$, comme $\frac{100}{64}$ qui vaut $\frac{25}{16}$, le meſme ſera le quarré que nous fingerons au lieu des ſuſdicts 4 ②. Nous dirons donc que leſdictes $-1\,②+9\,①$ ſont egales a $\frac{25}{16}\,②$ | $\frac{32400}{1681}$

Leſquels reduicts $\frac{41}{16}$ ① ſeront egales à 9, & par le 67 probleme, 1 ① vaudra $\frac{144}{41}$.

Je di, que $\frac{21}{41}$ $\frac{20}{41}$ ſont les deux parties requiſes. *Demonſtration.* Que $\frac{21}{41}$ & $\frac{20}{41}$, ſont les deux parties integrantes de 1, eſt manifeſte. Item à $\frac{21}{41}$, aiouſté 3, faict $\frac{144}{41}$. Item à $\frac{20}{41}$ aiouſté 5, faict $\frac{225}{41}$, leſquels $\frac{144}{41}$ & $\frac{225}{41}$ multipliez, donnent produict quarré $\frac{32400}{1681}$, à ſa racine $\frac{180}{41}$ commenſurable, ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

## QVESTION XXXV.

### *Tranſlatée de mot à mot.*

*PArtons le nombre donné en trois nombres, ainſi qu'au produict du premier & ſecond ou ajouſté ou ſoubſtraict le troiſieſme, qu'il ſoit quarré.* Soit le nombre donné 6; Et poſons la troiſieſme partie 1 N; Et le ſecond d'unité d'avantage ſoit 2: Ergo le premier ſera 1 — 1 N; Reſte maintenant qu'au produict du ſecond & premier, ou ajouſte ou ſoubſtraict le troiſieſme, qu'il ſoit quarré. Et avient double egaleté, car 8 — 1 N, s'egalent à quarré, & 8 — 3 N, s'egalent à quarré? Mais il n'eſt point rationel, parce que la raiſon des nombres n'eſt point comme de quarré à quarré: mais le premier nombre eſt en unité moindre que le ſecond, & ſemblablement ſont trois nombres majeurs que le ſecond. La choſe donc eſt demenée juſques à la, qu'il faut trouver un nombre au ſecond tel, comme celuy qui l'excede en unité à unité nombre quarré, ſoit celuy qu'on requiert 1 N, & celuy qui luy eſt maieur en unité ſera 1 N + 1, & qui eſt en unité moindre 1 N — 1. Nous voulons que ces nombres aient la raiſon comme quarré à quarré, ſoit 54 à 1, comme 1 N — 1 à 4, ſont 4 N — 4, & 1 N + 1 à 1. Et ces nombres expoſez ſont entre eux en telle raiſon comme quarré à quarré. Or donc 4 N — 4, s'egale à 1 N + 1, faict 1 N 5. Je poſe donc le ſecond 5. Mais le troiſieſme eſt 1 N. Ergo le premier eſt 3 — 1 N: Reſte maintenant qu'au produict du premier & ſecond, ſi bien aiouſté comme ſoubſtraict le troiſieſme, face quarré: Mais le produict du premier & ſecond avec le troiſieſme eſt 6 5 — 2 N, egal à quarré. Et du meſme ſoubſtraict le troiſieſme 6 5 — 6 * tous par 9, font 6 5 — 70 N egales à quarré: Et 6 5 — 24 N egales à quarré. Et multipliant egalement les nombres de l'un par 4, faict 260 — 24 N, egales à quarré: Et 6 5 — 24 N, egales à quarré. Or je prens leur intervalle 195; Et je poſe deux nombres deſquels le produict ſoit 195, qui ſont 13 & 15, la moitie de leur intervalle en ſoy, s'egale au moindre quarré, faict 1 N 8. Or venons aux poſez, le premier ſera 5, le ſecond 5, le troiſieſme 8; Et la demonſtration eſt manifeſte.

## QVESTION XXXVI.

*TRouvons deux nombres Arithmetiques tels, que le ſecond donnant quelque ſa partie au premier, la ſomme ſoit en raiſon triple au reſte. Item donnant le premier ſemblable ſa partie au ſecond, la ſomme ſoit quincuple au reſte.*

### CONSTRVCTION.

| | |
|---|---|
| Soit le ſecond nombre requis $1\,① + 1$ | $\frac{13}{7}$ |
| Sa partie requiſe ſoit 1 | 1 |
| Ergo le premier nombre (à fin que ſoubſtraict 1 du ſecond & aiouſté au premier, la ſomme ſoit triple au reſte) ſera $3\,① - 1$ | $\frac{8}{7}$ |
| Reſte maintenant que donnant le premier nombre ſemblable ſa partie au ſecond, que la ſomme ſoit quincuple au reſte. Or par le ſuivant theoreme la ſomme de ceſte ſomme & reſte, eſt ſeſcuple au reſte; Mais la ſomme de ceſte ſomme & reſte (car elle eſt la meſme que la ſomme du premier & ſecond nombre) eſt $4\,①$, ergo quelque nombre auquel de $4\,①$ obtient raiſon ſeſcuple, ſera la reſte qui demeure du premier, la meſme ſera $\frac{2}{3}\,①$ | $\frac{10}{21}$ |
| Ergo la partie que le premier nombre donnera au ſecond (car ſoubſtraict $\frac{2}{3}\,①$ du premier nombre il y reſtera autant) ſera $\frac{7}{3}\,① - 1$ | $\frac{5}{3}$ |
| Reſte maintenant que les meſmes $\frac{7}{3}\,① - 1$, ſoyent telle partie du premier nombre $3\,① - 1$, comme 1 du ſecond nombre $1\,① + 1$. Il faut doncques qu'ils ſoyent proportionaux. Ergo le produict des extremes $\frac{7}{3} - 1$, & $1\,① + 1$, qui eſt $\frac{7}{3}\,② + \frac{4}{3}\,① - 1$ | $\frac{8}{9}$, |
| Sera egal au produict des moyens $3\,① - 1$ par 1 qui eſt $3\,① - 1$ | $\frac{8}{7}$ |

Leſquels reduicts $\frac{7}{3}\,①$ ſeront egales à $\frac{4}{3}$, & par le 67 probleme $1\,①$ vaudra $\frac{5}{7}$.

Ie di, que $\frac{8}{7}$ $\frac{12}{7}$ ſont les deux nombres requis & que ſuperquinpartiente ſeptieſmes (c'eſt comme de $\frac{12}{7}$ à 1, ou comme de 12 à 7 eſt la raiſon requiſe de chaſque nombre à ſa partie qu'il donne à l'autre. *Demonſtration.* Donnant le ſecond nombre $\frac{12}{7}$, ſa partie à laquelle il eſt en raiſon ſuperquinpartiente ſeptieſmes, à ſçavoir 1, au premier nombre $\frac{8}{7}$, la ſomme $\frac{15}{7}$, ſera triple à la reſte $\frac{5}{7}$. Item donnant le premier nombre $\frac{8}{7}$, ſa partie à laquelle il eſt en raiſon ſuperpartient ſeptieſmes, à ſçavoir $\frac{3}{3}$, au ſecond nombre $\frac{12}{7}$, la ſomme $\frac{20}{21}$, ſera quincuple à la reſte $\frac{10}{21}$ ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

### THEOREME.

*LE nombre explicant la raiſon de la ſomme de deux nombres au moindre nombre, ſera d'unité maieur que le nombre explicant la raiſon du maieur au moindre.*

*Explication du donné.* Soyent deux nombres 15 & 3. *Explication du requis.* Il faut par les meſmes demonſtrer le contenu du theoreme. *Demonſtration.* Le nombre 6 explicant la raiſon ſeſcuple de 18 (qui eſt la ſomme de 15 & 3) au moindre nombre 3, eſt d'unité maieur que le nombre 5 explicant la quincuple raiſon de 15 à 3 ſelon le theoreme. *Concluſion.* Le nombre doncques explicant la raiſon, &c. Ce qu'il falloit demonſtrer.

## QVESTION XXXVII.

*TRouvons operation algebraique telle, que pour la valeur de $1\,①$ poſant nombre Arithmetique quelconque; nous aions deux nombres tels, que leur produict avec leur ſomme ſoit 8.*

### CONSTRVCTION.

| | |
|---|---|
| Soit le premier nombre requis | $1\,①$ |
| Et le ſecond ſoit quelque nombre Arithmetique comme | 3 |
| Leur produict | $3\,①$ |
| Somme du premier & ſecond nombre & de leur produict | $4\,① + 3$ |
| Egal a | 8 |

Leſquels reduicts $4\,①$ ſeront egales à 5, & par le 67 proleme $1\,①$ vaudra $\frac{5}{4}$, mais cecy ne ſatisfaict point au requis. Il faut doncques conſiderer, d'ou $1\,①$ vient à valoir $\frac{5}{4}$, & appert que pour la diviſion de 5 par 4; Mais le 5 eſt l'exces de 8 à 3, & 4 excede au ſecond



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

nombre 3 en 1; d'ou s'enſuit que le nombre qu'on poſera pour le ſecond, ſoubſtraict du nombre donné 8, & la reſte diviſé par nombre d'unité maieur que le ſecond, alors le quotient ſera le premier nombre.

Soit donc le ſecond nombre $1①-1$

Lequel ſoubſtraict de 8, reſte $-1①+9$, laquelle diviſee par nombre d'unité maieur que le ſecond nombre, qui ſera par $1①$, donne quotient pour le premier nombre requis $\frac{-1①+9}{1①}$

Doncques le premier nombre ſera $\frac{-1①+9}{1①}$, & le ſecond $1①-1$, deſquels je di la valeur de $1①$ eſtre nombre Arithmetique quelconque. *Demonſtration.* La valeur de $1①$ ſoit 2; ergo le premier nombre ſera $\frac{7}{2}$, & le ſecond ſera 1, leur produict $\frac{7}{2}$, auquel aiouſté la ſomme de $\frac{7}{2}$ & 1, faict 8, ſelon le requis.

*Autre demonſtration.* La valeur de $1①$, ſoit maintenant $\frac{1}{2}$; Ergo le premier nombre ſera 17, & le ſecond $-\frac{1}{2}$, leur produict $-\frac{17}{2}$, au meſme aiouſté la ſomme de 17 & $-\frac{1}{2}$, faict comme deſſus 8. Et ſemblable ſera la demonſtration de nombre Arithmetique (poſé pour la valeur de $1①$) quelconque.

## QVESTION XXXVIII.

*TRouvons trois nombres Arithmetiques tels, que le produict du premier & ſecond avec leur ſomme ſoit 8; Et le produict du ſecond & troiſieſme avec leur ſomme ſoit 15; Et le produict du troiſieſme & premier avec leur ſomme ſoit 24.*

### CONSTRVCTION.

| | |
|---|---|
| Poſons le premier & ſecond nombre requis par la doctrine de la precedente 37 queſtion (car ainſi ſera ſatisfaict à une partie du requis) donc le premier ſera $\frac{-1①+9}{1①}$ | $\frac{11}{4}$ |
| Et le ſecond ſera $1①-1$ | $\frac{7}{5}$ |
| Or puis que le produict & ſomme du ſecond & troiſieſme eſt 15, ergo par le ſuivant theoreme (car du produict du ſecond & troiſieſme avec leur ſomme, qui en tout eſt 15, ſoubſtraict le ſecond nombre $1①-1$, reſte $-1①+16$, qui diviſé par nombre d'unité maieur que ledict ſecond nombre, qui ſera par $1①$, donne quotient $\frac{16-1①}{1①}$) le troiſieſme nombre ſera $\frac{-1①+16}{1①}$ | $\frac{17}{3}$ |
| Le produict du premier & troiſieſme nombre eſt $\frac{17①-1①^2+144}{1①}$, au meſme aiouſté la ſomme du premier & troiſieſme qui eſt $\frac{-1①^2+17①+144}{1①}$ faict $\frac{-1①^2+144}{1①}$ | 24 |
| Egal a | 24 |

Leſquels reduicts $25②$ ſeront egales à 144, & par le 78 probleme, $1①$ vaudra $\frac{12}{5}$.

Je di, que $\frac{11}{4}$, $\frac{7}{5}$, $\frac{17}{3}$, ſont les trois nombres requis. *Demonſtration.* Le produict du premier $\frac{11}{4}$, & ſecond $\frac{7}{5}$, eſt $\frac{77}{20}$, au meſme aiouſté la ſomme de $\frac{11}{4}$, & $\frac{7}{5}$, qui eſt $\frac{81}{20}$, faict 8. Item le produict du ſecond $\frac{7}{5}$, & troiſieſme $\frac{17}{3}$, eſt $\frac{119}{15}$, au meſme aiouſté la ſomme de $\frac{7}{5}$ & $\frac{17}{3}$ qui eſt $\frac{106}{15}$, faict 15. Item le produict du troiſieſme $\frac{17}{3}$, & premier $\frac{11}{4}$, eſt $\frac{187}{12}$, au meſme aiouſté la ſomme de $\frac{17}{3}$ & $\frac{11}{4}$, qui eſt $\frac{19①}{12}$, faict 24 ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

NOTA. Quant à ce que Diophante dict, qu'il eſt neceſſaire que chaſcun des trois nombres requis ſoit d'unité moindre que quarré (car tels ſont les nombres 8. 15. 24) cela s'entend pour par ceſte operation en ſçavoir donner ſolution, comme appert en l'egaleté. Quant au reſte, il eſt par autre voye poſſible d'en donner ſolution par nombres quelconques. Par exemple; ſi les nombres requis au lieu de 8. 15. 24. fuſſent 14. 23. 39. nous pourrions dire, que la ſolution eſt 4. 2. 7. & ainſi d'infiniz autres. Et ſemblable avertiſſement ſe peut auſſi appliquer à la 40e queſtion ſuivante.

### THOREME.

*DV produict de deux nombres avec leur ſomme, ſoubſtraict l'un nombre, & la reſte diviſe par nombre d'unité maieur que le nombre ſoubſtraict; donne pour produict l'autre nombre.*

*Explication du donné.* Soyent deux nombres 2 & 6. *Explication du requis.* Il faut par les meſmes demonſtrer le contenu du theoreme. *Demonſtration.* Le produict de 2 & 6 eſt 12, qui avec leur ſomme 8, faict 20, duquel ſoubſtraict l'un nombre 2, reſte 18; lequel diviſe par nombre d'unité maieur que 2, qui eſt par 3, donne quotient 6, qui eſt l'autre nombre ſelon le theoreme. *Concluſion.* Du produict doncques de deux nombres, &c. ce qu'il falloit demonſtrer.

## QVESTION XXXIX.

*TRouvons deux nombres algebraiques tels, que pour la valeur de $1①$ poſant nombre Arithmetique quelconque; nous aions deux nombres tels, que de leur produict ſoubſtraict leur ſomme, la reſte ſoit 8.*

### CONSTRVCTION.

Soit le premier nombre $1①$

Le ſecond ſoit quelque nombre Arithmetique, comme 3

Leur produict eſt $3①$, duquel ſoubſtraict leur ſomme qui eſt $1①+3$, reſte $2①-3$

Egal a 8

Leſquels reduicts $2①$, ſeront egales à 11, & par le 67, probleme, $1①$ vaudra $\frac{11}{2}$. Mais ceci ne ſatisfaict point au requis. Il nous faut doncques conſiderer d'ou que $1①$ vient à valoir $\frac{11}{2}$, & appert que pour la diviſion de 11 par 2, mais 11 eſt la ſomme de 3 & 8, & 2 eſt unité moindre que le ſecond nombre 3. D'ou s'enſuit, que poſant pour le ſecond nombre requis, nombre Arithmetique quelconque, & luy ajouſtant le nombre donné 8, & leur ſomme diviſée par nombre d'unité moindre que le ſecond, alors le quotient ſera le premier nombre.

Soit donc le ſecond nombre $1①+1$

Lequel aiouſté à 8, faict $1①+9$, qui diviſé par nombre d'unité moindre que le ſecond nombre, qui ſera par $1①$, donne quotient pour le premier nombre requis $\frac{1①+9}{1①}$

Doncques le premier ſera $\frac{1①+9}{1①}$, & le ſecond $1①+1$, deſquels je di, que la valeur de $1①$ eſt nombre Arithmetique quelconque. *Demonſtration.* La valeur de $1①$ ſoit 2. Ergo le premier nombre ſera $\frac{11}{2}$. Et le ſecond nombre ſera 3, leur produict $\frac{33}{2}$, duquel ſoubſtraict la ſomme de $\frac{11}{2}$ & 3, qui eſt $\frac{17}{2}$, reſte 8, ſelon le requis.

*Autre demonſtration.* La valeur de $1①$ ſoit maintenant $\frac{1}{2}$. Ergo le premier nombre ſera 19, & le ſecond nombre ſera $\frac{3}{2}$, leur produict $\frac{57}{2}$, duquel ſoubſtraict la ſomme de 19 & $\frac{3}{2}$, qui eſt $\frac{41}{2}$, reſte 8 ſelon le requis. Et ſemblable ſera la demonſtration de nombre Arithmetique (poſé pour valeur de $1①$) quelconque.

## QVESTION XL.

*TRouvons trois nombres Arithmetiques tels, que du produict du premier & ſecond ſoubſtraict leur ſomme, la reſte ſoit 8; Et du produict du ſecond & troiſieſme ſoubſtraict leur ſomme, la reſte ſoit 15; Et du produict du troiſieſme & premier ſoubſtraict leur ſomme, la reſte ſoit 24.*

CON-

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

CONSTRVCTION.

Posons le premier & second nombre requis par la doctrine de la precedente 39 question (car ainsi sera satisfaict à une partie du requis) doncques le premier nombre sera $\frac{1①+5}{1①}$ — $\frac{19}{4}$

Et le second nombre $1① + 1$ — $\frac{17}{5}$

Or puis que du produict du second & troisiesme, soubstraict leur somme, la reste est 15, ergo par le suivant theoreme (car à 15 qui est le produict du second & troisiesme nombre moins leur somme, ajousté le second nombre $1① + 1$, faict $1① + 16$, qui diviſé par $1①$, qui est nombre d'unité moindre que ledict second nombre, donne quotient $\frac{1①+16}{1①}$) le troisiesme nombre sera $\frac{1①+16}{1①}$ — $\frac{23}{3}$

Le produict du troisiesme & premier nombre est $\frac{1①+1①+16}{1①}$, duquel soubstraict la somme du mesme troisiesme & premier qui est $\frac{2①+23①}{1①}$, reste $\frac{-1①+16}{1①}$ — 24

Egal a 24

Lesquels reduicts 25② seront egales à 144, & par le 78 probleme, $1①$ vaudra $\frac{12}{5}$.

Ie di, que $\frac{19}{4}, \frac{17}{5}, \frac{23}{3}$, sont les trois nombres requis. *Demonstration.* Le produict du premier $\frac{19}{4}$ & second $\frac{17}{5}$ est $\frac{323}{20}$, duquel soubstraict la somme de $\frac{19}{4}$ & $\frac{17}{5}$ qui est $\frac{263}{20}$, reste 8. Item le produict du second $\frac{17}{5}$ & troisiesme $\frac{23}{3}$, est $\frac{391}{15}$, du mesme soubstraict la somme de $\frac{17}{5}$ & $\frac{23}{3}$, qui est $\frac{216}{15}$, reste 15. Item le produict du troisiesme $\frac{23}{3}$ & premier $\frac{19}{4}$, est $\frac{437}{12}$, duquel soubstraict la somme de $\frac{23}{3}$ & $\frac{19}{4}$, qui est $\frac{149}{12}$, reste 24 selon le requis, ce qu'il falloit demonstrer.

THEOREME.

*DV produict de deux nombres soubstraict leur somme, & au reste ajousté l'un nombre, & la somme diviſée par nombre d'unité moindre que le nombre ajousté, donne pour quotient l'autre nombre.*

*Explication du donné.* Soyent deux nombres 3 & 7.

*Explication du requis.* Il faut par les mesmes demonstrer le contenu du theoreme. *Demonstration.* Le produict de 3 & 7 est 21, duquel soubstraict leur somme 10, reste 11, auquel ajousté l'un nombre 3, faict 14, qui diviſé par nombre d'unité moindre que ledict nombre ajousté 3, qui est par 2, donne quotient 7, qui est l'autre nombre selon le theoreme. *Conclusion.* Du produict doncques de deux nombres, &c. Ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION XLI.

*TRouvons deux nombres algebraiques tels, que pour la valeur de $1①$ mettant nombre Arithmetique quelconque, Que nous aions deux nombres tels, que leur produict aye à leur somme raiſon triple.*

CONSTRVCTION.

Soit le premier nombre $1①$

Le second nombre soit quelque nombre Arithmetique comme 5

Leur produict $5①$, doibt estre triple à leur somme $1① + 5$; Ergo le triple de $1① + 5$, qui est $3① - 15$

Est egal a $5①$

Lesquels reduicts $2①$ seront egales à 15, & par le 67 probleme, $1①$ vaut $\frac{15}{2}$: Mais ceci ne satisfaict point au requis, il nous faut doncques considerer d'ou c'est que $1①$ vient à valoir $\frac{15}{2}$, & appert que pour la diviſion de 15 par 2; mais 15 viennent du second nombre, multiplié par le nombre explicant la raiſon requiſe, & 2 sont la difference du second & du nombre explicant ladicte raiſon; D'ou s'ensuit, que pour le second nombre requis, posant nombre quelconque, & multipliant le mesme par 3, qui est le nombre explicant ladicte raiſon, & diviſant le produict par l'exces du second au nombre explicant la raiſon requiſe, le quotient sera le premier nombre requis.

Soit le second nombre $1①$

Qui multiplié par 3 faict $3①$, qui diviſe par $1① - 3$ (qui est l'exces du second nombre à 3) donne quotient pour le premier nombre requis $\frac{3①}{1①-3}$

Doncques le premier nombre sera $\frac{3①}{1①-3}$, le second $1①$; desquels je di, que la valeur de $1①$ est nombre Arithmetique quelconque. *Demonstration.* La valeur de $1①$ soit 4; Ergo le premier nombre sera 12, & le second sera 4, leur produit 48, qui obtient à la somme de 12 & 4, raiſon triple selon le requis. *Autre demonstration.* La valeur de $1①$ soit autrefois 3; Ergo le premier nombre sera (contemplation novelle) $\frac{9}{0}$, & le second sera $\frac{3}{1}$, leur produict $\frac{27}{0}$; qui à la somme de $\frac{9}{0}$ & $\frac{3}{1}$, qui est $\frac{9}{0}$, obtient raiſon triple, selon le requis. Mais que la somme de $\frac{9}{0}$ & $\frac{3}{1}$ est $\frac{9}{0}$, se demonstre par nostre acoustumée methode d'addition du 10e probleme ainsi:

$$\frac{9}{0} \times \frac{3.}{1.} \quad \begin{matrix} 0 \\ 9 \\ 9 \\ 0 \end{matrix}$$

*Autre demonstration.*

Soit finalement la valeur de $1①$ (pour autrefois contempler quelque rare qualité des nombres) 2; Ergo le premier nõbre sera $\frac{6}{-1}$; Et le second nombre sera $\frac{2}{1}$: leur produict $\frac{12}{-1}$, qui à la somme de $\frac{6}{-1}$ & $\frac{2}{1}$ qui est $\frac{4}{-1}$, obtient raiſon triple selon le requis. Mais que la somme de $\frac{6}{-1}$ & $\frac{2}{1}$, est $\frac{4}{-1}$, se demonstre comme dessus; ce qu'il falloit demonstrer.

QVESTION XLII.

*TRouvons trois nombres tels, que le produict du premier & second, aye à leur somme raiſon triple; Et que le produict du second & troisiesme, aye à leur somme raiſon quadruple; Et que le produict du troisiesme & premier aye à leur somme raiſon quincuple.*

CONSTRVCTION.

Posons le premier & second nombre requis par la doctrine de la precedente 41 proposition (car ainsi sera satisfaict à une partie du requis) doncques le premier nombre sera $\frac{3①}{1①-3}$ — $\frac{360}{31}$

Et le second sera $1①$ — $\frac{120}{23}$

Et le troisiesme, lequel se trouve aussi par ladicte 41 question (à sçavoir en multipliant la $1①$ du second nombre par 4, la ou ci dessus on l'a multiplié par 3) soit $\frac{4①}{1①-4}$ — $\frac{120}{7}$

Et ainsi sera satisfaict à deux parties du requis; Reste maintenant que le produict du premier & troisiesme qui est $\frac{12①}{1①^2-7①+12}$ aye à leur somme qui est $\frac{7①^2-84①}{1①^2-7①+12}$, raiſon quincuple; ergo le quincuple de ceste somme qui est $\frac{35①^2-420①}{1①^2-7①+12}$ — $\frac{43200}{317}$

Est egal audict produict $\frac{12①^2}{1①^2-7①+12}$ — $\frac{43200}{317}$

Lesquels reduicts $23①$ seront egales a 120, & par le 67 probleme $1①$ vaudra $\frac{120}{23}$.

Ie di, que $\frac{360}{31}, \frac{120}{23}, \frac{120}{7}$, sont les trois nombres requis. *Demonstration.* Le produict de $\frac{360}{31}$ & $\frac{120}{23}$, est $\frac{43200}{1173}$, qui est le triple de la somme de $\frac{360}{31}$ & $\frac{120}{23}$, laquelle est $\frac{14400}{1173}$. Item le produict de $\frac{120}{23}$ & $\frac{120}{7}$, est $\frac{14400}{161}$, qui est le quadruple de la somme de $\frac{120}{23}$ & $\frac{120}{7}$, laquelle



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

laquelle eſt $\frac{3600}{161}$. Item le produict de $\frac{120}{7}$ & $\frac{360}{51}$, eſt $\frac{43200}{357}$, qui eſt quincuple à la ſomme de $\frac{120}{7}$ & $\frac{360}{51}$, qui eſt $\frac{8640}{357}$. ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

## QVESTION XLIII.

*TRouvons trois nombres tels, que le produict du premier & ſecond ſoit à la ſomme des trois nombres triple; Et le produict du ſecond & troiſieſme, à la ſomme des trois nombres quadruple, & le produict du troiſieſme & premier, à la ſomme des trois nombres quincuple.*

### CONSTRVCTION.

Soit la ſomme des trois nombres 15, ergo ſon triple pour le produict du premier & ſecond, ſera 45. Poſons doncques pour le ſecond nombre 1①

Ergo le premier (puis que leur produict eſt 45) ſera $\frac{45}{1(1)}$

Or le quadruple de la ſomme des trois nombres pour le produict du ſecond & troiſieſme, eſt 60, & le ſecond eſt 1①, ergo le troiſieſme ſera $\frac{60}{1(1)}$

Le produict du troiſieſme & premier $\frac{2700}{1(1)}$

Egal au quincuple de la ſomme des trois nombres 75.

Leſquels reduicts 75② ſeront egales à 2700, & par le 78 probleme, 1① vaudra 6. D'ou enſuit que le premier ſera $7\frac{1}{2}$ le ſecond 6 & le troiſieſme 10. Or la ſolution ſeroit bonne ſi la ſomme de ces trois nombres fuſt 15, mais elle ne l'eſt pas, car ils montent $23\frac{1}{2}$. Nous uſerons doncques ces trois nombres trouvez en autre telle operation:

| | |
|---|---|
| Soit le premier nombre requis $7\frac{1}{2}$① | $\frac{705}{60}$ |
| Le ſecond 6① | $\frac{564}{60}$ |
| Et le troiſieſme 10① | $\frac{600}{60}$ |
| | $\frac{940}{60}$ |
| Le produict du premier & ſecond 45② doibt eſtre triple à la ſomme des trois nombres qui eſt $23\frac{1}{2}$①, ergo le $\frac{1}{3}$ de 45② qui eſt 15② | $\frac{2209}{60}$ |
| Eſt egal à la ſomme des trois nombres $23\frac{1}{2}$① | $\frac{2209}{60}$ |

Leſquels reduicts 15① ſeront egales à $23\frac{1}{2}$, & par le 67 probleme, 1① vaudra $\frac{47}{30}$.

Je di, que $\frac{705}{60}$, $\frac{564}{60}$, $\frac{940}{60}$, ſont les trois nombres requis. *Demonſtration.* Le produict de $\frac{705}{60}$ & $\frac{564}{60}$, qui eſt $\frac{397620}{3600}$, eſt triple à la ſomme des trois nombres $\frac{2209}{60}$ ou $\frac{132540}{3600}$. Item le produict de $\frac{564}{60}$ & $\frac{940}{60}$ qui eſt $\frac{530160}{3600}$, eſt quadruple à ladicte ſomme $\frac{132540}{3600}$. Item le produict de $\frac{940}{60}$ & $\frac{705}{60}$, qui eſt $\frac{662700}{3600}$, eſt quincuple à ladicte ſomme $\frac{132540}{3600}$ ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

## QVESTION XLIIII.

*TRouvons trois nombres tels, que leur ſomme multipliée par le premier, le produict ſoit triangle, & par le ſecond, quarré à ſa racine commenſurable, & par le troiſieſme, cube à ſa racine commenſurable.*

NOTA. Ils appellent nombres trianglaires nombres entiers comme ceux ci: 3. 6. 10. 21, &c. à cauſe que 3 ou 6 ou 10 poinct, mis en ordre comme ci deſſoubs, ſont

. quelque figure triangulaire
. . equilaterale. Le premier tri-
. . . angle en l'ordre ſe dict 1, le
. . . . ſecond 3, le troiſieſme 6, &
ainſi en infini des autres.

### CONSTRVCTION.

Soit la ſomme des trois nombres 1②

Le produict de la ſomme des trois nombres & le premier ſoit triangle 6, ergo le premier nombre $\frac{6}{1(2)}$

Le produict de la ſomme des trois nombres & le ſecond, ſoit quarré 4, ergo le ſecond $\frac{4}{1(2)}$

Le produict de la ſomme des trois nombres & le troiſieſme, ſoit cube 8, ergo le troiſieſme $\frac{8}{1(2)}$

Et ainſi eſt ſatisfaict au requis, en tant que le produict procedant de la ſomme des trois nombres 1② multiplié par le premier, ſera triangle 6, & par le ſecond, ſera quarré 4, & par le troiſieſme, ſera cube 8. Reſte maintenant que la ſomme de ces trois nombres qui eſt $\frac{18}{1(2)}$

Soit egale à la ſomme des trois nombres premier en l'ordre qui eſt 1②

Leſquels reduicts 1④ ſera egale à 18, & par le 78 probleme 1① vaudra ω 18, laquelle ne nous ſert point a propos, mais il eſt neceſſaire que nous aions en ſon lieu nombre Arithmetique. Il nous faut donc conſiderer d'ou procede ceſte ω 18, à fin que par ſemblable moyen nous trouvons le nombre ſervant a propos. Or il appert que 18 eſt la ſomme de triangle 6 & quarré 4 & cube 8, parquoy il faut au lieu de 6. 4. 8. trouver autre triangle quarré & cube tels, que leur ſomme ſoit quarte quantité à ſa racine commenſurable.

| | |
|---|---|
| Soit ladicte ſomme des trois nombres 1④ | 6561 |
| Et pour le quarré requis, poſons le quarré de 1②—1 (la cauſe de telle poſition apparoiſtra ci deſſoubs) qui eſt 1④—2②+1 | 6400 |
| Le meſme ſoubſtraict de la ſomme des trois nombres 1④, reſte pour le cube & triangle requis 2②—1, des meſmes poſons pour le cube requis 8 | 8 |
| Ergo reſte pour le triangle requis 2②—9 | 153 |
| Et ainſi eſt la ſomme du triangle quarré & cube 1④, egale à la dicte ſõme premiere en l'ordre. Or multipliant le triangle 2②—9, par 8, & au produict ajouſté 1, faict par le ſuivant theoreme quarré ſelon la queſtion, qui eſt 16②—71 | 1225 |
| Egal a quelque quarré que l'on fingera tel, qu'il y en ſorte convenable egaleté, ſoit duquel la racine 4①—1, ſon quarré 16②—8①+1 | 1225 |

Leſquels reduicts 8① ſeront egales à 72, & par le 67 probleme 1①, vaudra 9, & le triangle 153, le quarré 6400, le cube 8. Doncques au lieu de triangle 6, quarré 4, & cube 8, cy deſſus qui ne nous ſervoyent pas a propos nous prendrons triangle 153, quarré 6400, & cube 8 (car leur ſomme eſt quarte quantité 5661, ſa racine 9) par les meſmes nous commencerons autre operation ſemblable à la premiere en ceſte ſorte:

| | |
|---|---|
| Soit la ſomme des trois nombres 1② | 81 |
| Le produict de la ſomme des trois nombres & le premier, ſoit triangle 153, ergo le premier nombre ſera $\frac{153}{1(2)}$ | $\frac{153}{81}$ |
| Le produict de la ſomme des trois nombres & ſecond ſoit quarré 6400, ergo le ſecond $\frac{6400}{1(2)}$ | $\frac{6400}{81}$ |
| Le produict de la ſomme des trois nombres & le troiſieſme ſoit cube 8, ergo le troiſieſme $\frac{8}{1(2)}$ | $\frac{8}{81}$ |
| Et ainſi eſt ſatisfaict au requis, entant que le produict 1②, procedant de la ſomme des trois nombres 1② multiplié par le premier, ſera triangle 153, & par le ſecond ſera quarré 6400, & par le troiſieſme ſera cube 8. Reſte maintenant que la ſomme de ces trois nombres qui eſt $\frac{5661}{1(2)}$ | 81 |

Soit

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

Soit egale a la ſomme de ces trois nombres premiere en l'ordre, qui eſt | 1② | 81

Leſquels reduicts 1④ ſera egale à 6561, & par le 78 probleme, 1① vaudra 9.

Je di, que $\frac{153}{81}$, $\frac{6400}{81}$, $\frac{8}{81}$, ſont les trois nombres requis. *Demonſtration.* La ſomme des trois nombres $\frac{153}{81}$, $\frac{6400}{81}$, $\frac{8}{81}$, eſt 81. laquelle multipliée par le premier nombre $\frac{153}{81}$, donne produict & triangle dixſeptieſme en l'ordre 153. Item ladicte ſomme 81, multipliée par le ſecond nombre $\frac{6400}{81}$, donne produict quarré 6400, ſa racine 8. Item ladicte ſomme 81 multipliée par le troiſieſme nombre $\frac{8}{81}$, donne produict cube 8, ſa racine 2 ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

### THEOREME.

*NOmbre triangulaire multiplié par 8, & plus 1, faict quarré à ſa racine commenſurable.*

*Explication du donné.* Soit donné nombre triangulaire 6. *Explication du requis.* Il faut par le meſme demonſtrer le contenu du theoreme. *Demonſtration.* Le nombre triangulaire 6, multiplié par 8, faict 48, & plus 1, faict quarre 49, à ſa racine 7 commenſurable ſelon le requis. *Concluſion.* Nombre doncques triangulaire multiplié par 8, & plus 1, faict quarré à ſa racine commenſurable; ce qu'il falloit demonſtrer.

## QVESTION XLV.

*TRouvons trois nombres Arithmetiques tels, que l'exces du maieur au moien, aye à l'exces du moien au moindre raiſon triple, & que chaſques deux nombres facent quarré à ſa racine commenſurable.*

### CONSTRVCTION.

La ſomme du moindre & moien nõbre ſoit quarré 4

Ergo le moien nombre ſera plus grand que 2, car ſi nous le mettions 2, le moindre ſeroit auſſi 2, qui eſt abſurd, ſoit donc le moien nombre requis 1① + 2

Ergo le moindre nombre — 1① + 2

L'exces du moien au moindre eſt 2①, & l'exces du maieur au moien doibt eſtre ſon triple, il ſera donc 6①, au meſme aiouſté le moien, faict pour le maieur nombre requis 7① + 2

Somme du moien & maieur nombre, egal a quelque quarré, eſt 8① + 4

Somme du maieur & moindre nombre, egal à quelque quarré, eſt 6① + 4

Or chaſcun des deux precedens nombres, à ſçavoir le cincquieſme & ſixieſme en l'ordre, eſt egal à quelque quarré, ſelon la queſtion, il faut doncques trouver un quarré de double egaleté, ſoit par poſition de $\frac{1}{2}$① & 4 (pour les deux nombres deſquels le produict 2①, eſt egal à la difference des 8① + 4 a 6① + 4) deſquels le quarré de double egaleté egal au moindre propoſé 6① + 4, eſt (par la note devant la 12e queſtion du ſecond livre) $\frac{1}{16}$② — 1① + 4

Leſquels reduicts $\frac{1}{16}$① ſera egale à 7, & par le 67 probleme 1① vaudra 112. Ergo le moindre nombre, qui deſſus eſt — 1① + 2, ſeroit 2 moins 112, laquelle ſolution de moins ils eſtiment abſurd. S'enſuit donc qu'il ſera neceſſaire, que la valeur de la ſomme du maieur & moindre, laquelle eſt cy deſſus 6① + 4, ſoit moindre que 16, & par conſequent, il eſt neceſſaire que la valeur de 1① ſoit moindre que 2, car eſtant 2, les 6① + 4 vaudroyent 16. Nous ne pouvons donc venir à ſolution par le quarré de double egaleté; parquoy il faut trouver la valeur de 1① d'autre ſorte. Premierement conſiderons que nous avons trois ſommes 8① + 4; & 6① + 4; & 4; procedans de trois nombres de qualité du ſuivant theoreme; à ſçavoir deſquels l'exces du moien au moindre, obtient à l'exces du maieur au moien raiſon ſubtriple, d'ou s'enſuit que la raiſon de l'exces 8① + 4 à 6① + 4 ſera ſubtriple à l'exces de 6① + 4 à 4, mais leſdictes trois ſommes vallent quarrez ſelon la queſtion. Nous ſommes donc venuz juſques à la, qu'il nous faut trouver trois quarrez tels, que l'exces du maieur au moien, ſoit le tiers de l'exces du moien au moindre, & d'avãtage que le moindre ſoit 4, & le moien moindre que 16, & la valeur de 1① moindre que 2.

Soit le moindre quarré 4

Et la racine du moien quarré ſoit 1① + 2, ſon quarré pour le moien quarré requis ſera 1② + 4① + 4

L'exces du moien quarré au moindre quarre eſt 1② + 4①, & l'exces du maieur au moien, doibt eſtre ſon tiers; il ſera donc $\frac{1}{3}$② + $\frac{4}{3}$①, lequel aiouſté au moien faict pour le maieur quarré $\frac{4}{3}$② + $\frac{16}{3}$① + 4, leſquels reduicts en entiers de meſme raiſon, les multipliant par 9, à fin qu'il devienne autrefois quarré, font 12② + 48① + 36, egales à quelque quarré. Mais à fin d'avoir moindres nombres de meſme raiſon nous les pouvons partir par 4, car ainſi ſera le quotient ſemblable quarré, faict pour le maieur nombre requis 3② + 12① + 9

Egal à quelque quarré, que l'on fingera tel, qu'il y en ſorte convenable egaleté, ſoit duquel la racine — 5① + 3 (le 3 eſt pour rencontrer au 9, & les — 5① ſont à fin que la valeur de 1① ſoit moindre que 2, car l'experience demonſtrera que au lieu de 5① poſant 4①, ou 3①, ou 2①, que la valeur de 1① viendra maieure que 2, mais poſant 5①, ou 6①, ou 7①, &c. la valeur de 1①, ſera, comme appert cy deſſoubs, moindre que 2) ſon quarré 25② — 30① + 9

Leſquels reduicts 22① ſeront egales à 42, & par le 67 probleme 1① vaudra $\frac{21}{11}$, qui ſont moindres que 2. Ergo le moien quarré qui cy deſſus 1② + 4① + 4, vaudra $\frac{1849}{121}$, & cecy eſt le nombre que nous chercions au lieu du quarré de double egaleté. Doncques les 6① + 4 (auſquels fiſmes egaleté par ledict quarré de double egaleté) ſont egales a $\frac{1849}{121}$. Mais à fin que le tout ſoit plus clair, nous deſcrirons la premiere operation autrefois en ceſte ſorte:

| | | |
|---|---|---|
| La ſomme du moindre nombre & moien ſoit quarré | 4 | 4 |
| Ergo le moien nombre | 1① + 2 | $\frac{2817}{726}$ |
| Ergo le moindre nombre | — 2① + 2 | $\frac{87}{726}$ |
| Et le maieur nombre | 7① + ② | $\frac{11007}{726}$ |
| Somme du maieur & moindre | 6① + 4 | $\frac{1849}{121}$ |
| Egale à | $\frac{1849}{121}$ | |

Leſquels reduicts 6① ſeront egales à $\frac{1849}{121}$, & par le 67 probleme, 1① vaudra $\frac{1365}{726}$.

Je di, que $\frac{11007}{726}$, $\frac{2817}{726}$, $\frac{87}{726}$, ſont les trois nombres requis. *Demonſtration.* L'exces du maieur nombre $\frac{11007}{726}$, au moyen $\frac{2817}{726}$, qui eſt $\frac{8190}{726}$, obtient à l'exces du moyen $\frac{2817}{726}$, au moindre $\frac{87}{726}$, qui eſt $\frac{2730}{726}$, raiſon triple. Item la ſomme de $\frac{11007}{726}$, & $\frac{2817}{726}$, eſt quarré $\frac{2304}{121}$, ſa racine $\frac{48}{11}$. Item la ſomme de $\frac{2817}{726}$ & $\frac{87}{726}$, eſt quarré 4, ſa racine 2; Item la ſomme de $\frac{87}{726}$ & $\frac{11007}{726}$ eſt quarré $\frac{1849}{121}$, ſa racine $\frac{43}{11}$. Ce ſont doncques quarrez à leurs racines commenſurables ſelon le requis; ce qu'il falloit demonſtrer.

### THEOREME.

*EStant trois nombres, la raiſon de l'exces du moien au moindre, à l'exces du maieur au moien, eſt egale à la raiſon de l'exces de la ſomme du maieur & moien, à la ſomme du maieur & moin-*



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

*& moindre, à l'exces de la somme du maieur & moindre, à la somme du moien & moindre.*

*Explication du donné.* Soyent trois nombres 14. 5. 2. *Explication du requis.* Il faut demonstrer par les mesmes le contenu du theoreme. *Demonstration.* La somme du maieur & moien est 19, & du maieur & moindre 16, & du moien & moindre 7. Or la raison de 3 (qui est l'exces de 5 à 2) à 9 (qui est l'exces de 14 à 5) est subtriple; Aussi est subtriple la raison de 3 (qui est l'exces de 19 à 16) à 9 (qui est l'exces de 16 à 7) selon le theoreme. *Conclusion.* Estant doncques trois nombres, la raison de l'exces, &c. ce qu'il falloit demonstrer.

## Question XLVI.

*Trouver trois nombres Arithmetiques tels, que l'exces du quarré du maieur, au quarré du moien, soit à l'exces du moien au moindre, en raison triple, & que chasques deux nombres facent quarré à sa racine commensurable.*

### Construction.

La somme du maieur & moien nombre requis soit quarré tel $16\,②$

Ergo le maieur sera plus grand que $8\,②$. car si nous le mettions $8\,②$; le moien seroit aussi $8\,②$, qui seroit absurd, soit donc le maieur nombre requis $8\,② + 2$

Ergo le moien sera $8\,② - 2$

Or puis que la somme du maieur & moien, excede la somme du moindre & maieur, ergo la somme du moindre & maieur sera moindre que $16\,②$, & maieure que $8\,②$, soit donc la somme du moindre & maieur, quarré tel $9\,①$

Ergo (puis que le maieur est $8\,② + 2$) le moindre sera $1\,② - 2$

Et ainsi est satisfaict à deux poincts requis, qui sont, que la somme du maieur & moien $16\,②$, item la somme du maieur & moindre $9\,②$, sont quarrez selon la question. Reste maintenant que l'exces du quarré du maieur au quarré du moien aye à l'exces du moien au moindre, raison triple. Or l'exces du moien nombre au moindre est $7\,②$

Le quarré du maieur est $64\,④ + 32\,② + 4$

Le quarré du moien est $64\,④ - 32\,② + 4$

L'exces du quarré du maieur, au quarré du moien, est $64\,②$, & doibt seulement estre $21\,②$, à sçavoir le triple de $7\,②$, qui sont l'exces du moien nombre au moindre. Il nous faut doncques au lieu de l'exces $64\,②$ trouver autre exces de mesme qualité, qui soit $21\,②$. Parquoy considerons d'ou procedent ces 64, & appert que du double du produict de 8 par 2, prins deux fois, il faut donc au lieu de 2 trouver autre nombre tel, que le double de sa multiplication par 8, prins deux fois, soit 21. Pour lequel trouver, prenons le double de 8 deux fois, faict 32. par le mesme divisons 21, donne (au lieu de 2) quotient $\frac{21}{32}$. qui est le nombre duquel le double de sa multiplication par 8 prins deux fois, fera 21. Il nous faudra donc au lieu de $8\,② + 2$, poser $8\,② + \frac{21}{32}$, & par les mesmes achever autre operation semblable à la precedente en ceste sorte:

| | |
|---|---|
| La somme du maieur & moien nombre soit quarré tel $16\,②$ | $\frac{1702544}{331776}$ |
| Et le maieur pour la raison que dessus, soit $8\,② + \frac{21}{32}$ | $\frac{2069000}{331776}$ |
| Ergo le moien sera $8\,② - \frac{21}{32}$ | $\frac{2633544}{331776}$ |
| Or puis que la somme du maieur & moien, excede la somme du moindre & maieur, ergo la somme du moindre & maieur sera moindre que $16\,②$, & maieure que $8\,②$, soit la somme du moindre & maieur quarré tel $9\,②$ | $\frac{3207681}{331776}$ |
| Ergo (puis que le maieur est $8\,② + \frac{21}{32}$) le moindre sera $1\,② - \frac{21}{32}$ | $\frac{138681}{331776}$ |
| Et ainsi est satisfaict à deux poincts requis, qui sont, que la somme du maieur & moien $16\,②$, item la somme du maieur & moindre $9\,②$, sont quarrez selon la question. Reste maintenant que l'exces du quarré du maieur, au quarré du moien, aie à l'exces du moien au moindre, raison triple. Or l'exces du moien au moindre est $7\,②$ | $\frac{2494863}{331776}$ |
| Le quarré du maieur est $64\,④ + \frac{21}{2}\,② + \frac{441}{1024}$ | $\frac{941876100000}{110075314176}$ |
| Le quarré du moien est $64\,④ - \frac{21}{2}\,② + \frac{441}{1024}$ | $\frac{693551399936}{110075314176}$ |
| L'exces donc du quarré du maieur, au quarré du moien, est $21\,②$, qui est triple à l'exces du moien nombre au moindre 7 ②. Reste maintenant que la somme du moien & moindre soit quarré selon la question, la mesme est $9\,② - \frac{21}{16}$ | $\frac{2772225}{331776}$ |
| Egale à quelque quarré, que l'on fingera tel, qu'il y en sorte convenable egaleté, soit duquel la racine $3\,① - 6$, son quarré $9\,② - 36\,① + 36$ | $\frac{2772225}{331776}$ |

Lesquels reduicts $36\,①$ seront egales à $37\frac{5}{16}$, & par le 67 probleme, $1\,①$ vaudra $\frac{597}{576}$.

Je di, que $\frac{2069000}{331776}$, $\frac{2633544}{331776}$, $\frac{138681}{331776}$, sont les trois nombres requis. *Demonstration.* Le quarré du maieur nombre $\frac{2069000}{331776}$, est $\frac{941876100000}{110075314176}$, & le quarré du moien nombre $\frac{2633544}{331776}$, est $\frac{693551399936}{110075314176}$, l'exces du maieur quarré, au quarré du moien, est $\frac{248320700064}{110075314176}$, le mesme est triple à l'exces du moien nombre $\frac{2633544}{331776}$, au moindre nombre $\frac{138681}{331776}$, qui est $\frac{2494863}{331776}$, mais à fin que cela soit encore plus clair, convertons ce dernier exces en fraction de nominateur egal au nominateur de l'exces des quarrez, qui sera en multipliant son numerateur & nominateur par 331776, sera $\frac{827356/6688}{110075314176}$, qui est apertement le tiers du susdict exces des quarrez. Item la somme de $\frac{2069000}{331776}$ & $\frac{2633544}{331776}$, est quarré $\frac{1702544}{331776}$, sa racine $\frac{2388}{576}$. Item la somme de $\frac{2633544}{331776}$ & $\frac{138681}{331776}$, est quarré $\frac{2772225}{331776}$, sa racine $\frac{1665}{576}$. Item la somme de $\frac{138681}{331776}$ & $\frac{2069000}{331776}$, est quarré $\frac{3207681}{331776}$, sa racine $\frac{1791}{576}$. Ce sont doncques quarrez à leurs racines commensurables selon le requis; ce qu'il falloit demonstrer.

### Nota.

Si nous avons descript quelques calculations, apres le 69 probleme fol. 70, de la qualité de celles ausquelles la premiere difference est encore imparfaicte (de laquelle imperfection nous avons dict fol. 71) il vous souviendra qu'elles sont mises à causes de facilité pour exemple, faisans autant en leur lieu comme les autres.

CINC-

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

# CINCQVIESME LIVRE D'ALGEBRE DE DIOPHANTE D'ALEXANDRIE;

*Traduict en langue Françoise & expliqué par* ALBERT GIRARD, *Samielois.*

## QVESTION I.

*TRouvons trois nombres proportionaux, tels que si d'un chascun d'iceux, l'on soubstraict 12, chacque reste soit aussi quarré.*

### CONSTRVCTION.

Il faut trouver premierement quelque quarré duquel osté le nombre donné 12 le reste soit quarré, ce qui est facil par l'onsiesme question du second livre, & est $42\frac{1}{4}$.

Soit donc, pour l'un extreme $42\frac{1}{4}$
L'autre extreme $1\,②$
Ergo le moyen $6\frac{1}{2}\,①$

$42\frac{1}{4}$ | $\frac{1302121}{10816}$ | $\frac{4693}{208}$

Quoy faict, il reste seulement que d'un chascun d'iceux soubstraict le nombre donné 12, la reste soit quarré. Partant $1\,② - 12$ sera egal à quelque quarré; aussi sera pareillement $6\frac{1}{2}\,① - 12$; & par la note qui suit la 11e question du 2e livre, il sera facil de les trouver, car leur difference est $1\,② - 6\frac{1}{2}\,①$ si l'on veut, lequel est le produict de $1\,①$ & de $1\,① - 6\frac{1}{2}$, la moitie de leur difference est $3\frac{1}{4}$, son quarré est $\frac{169}{16}$ qui est egal au moindre $6\frac{1}{2}\,① - 12$ | $\frac{169}{16}$

Lesquels reduicts, $1\,①$ vaudra $\frac{361}{104}$.

Je di, que $42\frac{1}{4}$, $\frac{4693}{208}$, & $\frac{1302121}{10816}$ sont les trois nombres requis. *Demonstration.* De $42\frac{1}{4}$ si on en oste 12; il restera $30\frac{1}{4}$; qui est quarré, car sa racine est $5\frac{1}{2}$; Puis si de $\frac{4693}{208}$ l'on oste 12; il restera $\frac{169}{16}$ qui est aussi quarré, sa racine $\frac{13}{4}$. finalement de $\frac{1302121}{10816}$ si on en oste 12, il restera $\frac{1369}{10816}$, qui est quarré, sa racine estant $\frac{37}{104}$. Iceux trois nombres sont aussi proportionaux selon le requis, ce qu'il falloit demonstrer.

## QVESTION II.

*TRouvons trois nombres proportionaux; tels qu'a un chascun d'iceux estant adiousté un nombre donné 20, chascune somme soit nombre quarré à sa racine commensurable.*

### CONSTRVCTION.

Il faut premierement trouver quelque quarré auquel adiousté le nombre donné 20, la somme soit quarré, & sera 16.

Soit donc pour l'un extreme 16
Et l'autre $1\,②$
Ergo le moyen sera $4\,①$

16

Il reste maintenant que à un chascun d'iceux estant adiousté 20; la somme soit quarré; or à 16 par la construction si on adiouste 20, la somme sera quarré: Item $1\,② + 20$ est aussi egal à un quarré, comme aussi $4\,① + 20$, & par la note apres l'onsiesme question du deuxiesme livre, on resout cecy ainsi; leur interval est $1\,② - 4\,①$, si l'on veut (en supposant que $1\,②$ soit maieure à $4\,①$) qui est produict de $1\,①$ & de $1\,① - 4$; dont la difference est 4, sa moitié 2, son quarré 4, qui doibt estre egal au susdict moindre supposé $4\,① + 10$, ce qui est impossible, car 4 devroit estre alors plus grand que 20: D'ou vient ce 4, il est quart de 16; parquoy ce 16 premier en l'ordre n'est pas propre à c'est effect; donc nous en sommes venus jusques à la que il faut trouver un quarré qui soit plus que quadruple de 20; & adiouste à 20 face quarré; c'est à dire qu'il faut trouver un quarré plus grand que 80; Mais 81 est un quarré plus grand que 80, donc si la racine du quarré que nous cerchons fust posé $1\,① + 9$
Son quarré seroit $1\,② + 18\,① + 81$
Auquel adiousté 20 fera $1\,② + 18\,① + 101$
Egal à quelque quarré, que l'on fingera tel qu'il en sorte convenable egaleté, soit iceluy dont la racine soit de $1\,① - 11$, son quarré est $1\,② - 22\,① + 121$
Et $1\,①$ vaudra $\frac{1}{2}$; alors ce $1\,① + 9$ vaudra $9\frac{1}{2}$; & partant le quarré que nous poserons au lieu du 16 susdict, sera le quarré de ce $9\frac{1}{2}$ qui est $90\frac{1}{4}$
Nous recommencerons donc par iceluy la construction; à tel fin soit l'un extreme $90\frac{1}{4}$
L'autre extreme $1\,②$
Ergo le moyen $9\frac{1}{2}\,①$

$90\frac{1}{4}$ | $\frac{16816}{23104}$ | $\frac{779}{304}$

Et faisant comme dessus nous trouverons que $\frac{361}{16}$ sera egal à $9\frac{1}{2}\,① + 20$ & $1\,①$ vaudra $\frac{41}{152}$

Je di, que $90\frac{1}{4}$, $\frac{779}{304}$, & $\frac{16816}{23104}$ seront les trois nombres requis. *Demonstration.* Car ils sont proportionaux par la 20. proposition du 7. livre d'Euclide; d'avantage si à $90\frac{1}{4}$ on adiouste 20; la somme $110\frac{1}{4}$ sera quarré, sa racine, $10\frac{1}{2}$; aussi à $\frac{779}{304}$ si on y adiouste 20, viendra $\frac{361}{16}$, sa racine $\frac{19}{4}$. Item à $\frac{16816}{23104}$ adiousté 20, viendra $\frac{4637761}{23104}$, dont sa racine $\frac{6817}{152}$. ce sont donc trois quarrez à leurs racines commensurables, selon le requis, ce qu'il falloit demonstrer.

## QVESTION III.

*TRouvons trois nombres tels, que si à un chascun d'iceux; aussi bien qu'aux produicts de chasque deux l'on adjouste un nombre donné 5, la somme soit quarré à sa racine commensurable.*

### CONSTRVCTION.

Par le suivant theoreme; si de deux quarrez prochains l'on oste quelque nombre donné, les deux nombres restans seront selon les conditions requises presentement. à sçavoir que si à un chascun d'iceux; aussi bien qu'a leur produict, on adiouste le nombre donné, la somme sera quarré, & si à ces deux on leur adjoinct un troisiesme qui soit d'unité moindre que le double de la somme

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

la ſomme des autres deux, alors on aura trois nombres tels qu'au produict de chaſque deux, ſi on adiouſte le nombre donné, la ſomme ſera quarré.

Soyent donc deux quarrez prochains dont l'un ſoit quarré de 1 ① + 3 aſſavoir 1 ② + 6 ① + 9

L'autre le quarré de 1 ① + 4 aſſavoir 1 ② + 8 ① + 16

Deſquels ſi on oſte le 5 donné, le premier ſera 1 ② + 6 ① + 4

L'autre pour le ſecond ſera 1 ② + 8 ① + 11

Leſquels ont les conditions requiſes, & pour trouver le troiſieſme, ſoit le double de la ſomme moins 1 du premier & ſecond (troiſieſme & quatrieſme en l'ordre) 4 ② + 28 ① + 29

Auquel aiouſté 5 ſera 4 ② + 28 ① + 34

Egal à un quarré, ſoit de 2 ① — 6 qui eſt 4 ② — 24 ① + 36

Et 1 ① vaudra $\frac{1}{26}$.

Ie dis que $\frac{28861}{676}$, $\frac{76441}{676}$, $\frac{203336}{676}$ ſont les trois nombres requis; *Demonſtration.* Si à $\frac{28861}{676}$ l'on adiouſte 5, la ſomme ſera quarre $\frac{62441}{676}$, ſa racine $\frac{249}{26}$. Item ſi à $\frac{76441}{676}$ l'on adiouſte 5, la ſomme ſera quarré $\frac{110225}{676}$, ſa racine $\frac{105}{26}$, finalement ſi à $\frac{203336}{676}$ l'on adiouſte 5, la ſomme ſera quarré $\frac{237216}{676}$, ſa racine $\frac{154}{26}$: D'avantage ſi au produict des deux premiers l'on adjouſte 5; la ſomme ſera quarre; dont la racine $\frac{4915}{676}$, & ainſi du reſte; ce qui eſt ſelon le requis.

THEOREME.

*SI de deux quarrez prochains, l'on oſte quelque nombre donné, de chaſcun en particulier: les deux nombres reſtans ſeront tels, que ſi à chaſcun d'eux, auſſi bien qu'à leur produict, on adjouſte le nombre donné, la ſomme ſera nombre quarré; Item ſi à ces deux reſtes, l'on adjoinct un troiſieme qui ſoit d'une unité moindre que le double de leur ſomme, alors on aura trois nombres, tels qu'au produict de chaſque deux ſi on adjouſte le donné, les ſommes ſeront nombres quarrez.*

*Explication du donné.* Soyent deux quarrez prochains, 25, & 36, (c'eſt à dire que leurs racines ne different que de l'unité) & 10 le nombre donné. *Explication du requis.* Il faut par les meſmes demonſtrer le Contenu du Theoreme. *Demonſtration.* Si on oſte 10, de 25 & de 36; les reſtes ſeront 15 & 26; leſquelz ſont chaſcun quarré à 10 pres: comme auſſi leur produict 390. D'avantage, ſi à 15, 26, l'on adioinct un troiſieſme, qui ſoit d'unité moindre que le double des deux enſemble, (aſſavoir, 81,) on aura trois nombres, 15, 26, 81, dont au produict de chacque deux ſi on adjouſte 10, les ſommes ſeront quarrez, 400, 1225, 2116, car, 20, 35, 46 ſont leurs racines. *Concluſion.* Si de deux quarrez prochains donc l'on oſte &c. ce qu'il falloit demonſtrer.

QVESTION IIII.

*TRouvons trois nombres, tels que ſi d'un chaſcun, auſſi du produict de chacque deux, l'on oſte le nombre donné 6: le reſte ſoit nombre quarré à ſa racine commenſurable.*

CONSTRVCTION.

Par le ſuivant Theoreme: Ie prens deux quarrez prochains: 1 ②, & 1 ② + 2 ① + 1, auquels

| | |
|---|---|
| I'adjouſte le nombre donné 6: alors le premier ſera 1 ② + 6 | $\frac{4993}{784}$ |
| Le ſecond, 1 ② + 2 ① + 7 | $\frac{6729}{784}$ |
| Deſquels le double de la ſomme moins l'unité eſt 4 ② + 4 ① + 25 | $\frac{22660}{784}$ |
| Reſte ſeulement que ſi on en oſte 6, alors le reſidu 4 ② + 4 ① + 19 | $\frac{17956}{784}$ |
| Doit eſtre egal à quelque quarré, dont le coſté ſoit 2 ① — 6: ſon quarré 4 ② — 24 ① + 36 | $\frac{17956}{784}$ |

Alors 1 ① vaudra $\frac{17}{28}$.

Ie dis que $\frac{4993}{784}$, $\frac{6729}{784}$, & $\frac{22660}{784}$, ſont les trois nombres requis. *Demonſtration.* Si à un chaſcun d'iceux l'on oſte 6, reſtera $\frac{289}{784}$, $\frac{2025}{784}$, & $\frac{17956}{784}$, qui ſont quarrez dont leurs racines ſont $\frac{17}{28}$ $\frac{43}{28}$ $\frac{134}{28}$: D'avantage ſi du produict de chacque deux l'on ſoubſtraict 6, les reſtes ſeront auſſi quarrez, ſelon le requis, ce qu'il falloit faire.

THEOREME.

*SI à deux quarrez prochains, l'on adjouſte quelque nombre donné; on aura deux certains nombres, auquels ſi on adjoinct pour troiſieſme, un nombre qui ſoit d'unité moindre que le double de leur ſomme, on aura trois nombres tels que ſi du produict de chacque deux, l'on ſoubſtraict le nombre donné, alors les trois reſtes ſeront nombres quarrez.*

*Explication du donné.* Soyent deux quarrez prochains 25 & 36: & 10 le nombre donné. *Explication du requis.* Il faut demonſtrer par iceux le contenu du theoreme. *Demonſtration.* Si à 25, & 36, l'on adjouſte 10, l'on aura deux nombres, 35 & 46, auſquels ſi on adjoinct un troiſieſme qui ſoit d'unite moindre que le double de la ſomme des ſuſdits 35 & 46, c'eſt 161, alors on aura trois nombres 35, 46, 161, tels que du produict de chaſque deux ſi on oſte 10, les trois reſtes ſeront quarrez 1600, 5625, 7396. leurs racines, 40, 75, 86. ſelon le theoreme. *Concluſion.* Si doncques à deux quarrez prochains, &c. ce qu'il falloit demonſtrer.

QVESTION V.

*TRouvons trois nombres quarrez à leurs racines commenſurables tels que ſi au produict de chacque deux l'on adjouſte les meſmes deux, ou le reſtant nombre, la ſomme ſoit quarré à ſa racine commenſurable.*

LEMME.

Il faut premierement entendre que ſi à deux nombres quarrez prochains, l'on prend un troiſieſme, qui ſoit 2, D'avantage que le double d'iceux enſemble, alors on aura trois nombres, tels qu'au produict de deux ſi l'on y adiouſte la ſomme des meſmes deux nombres, ou ſeulement le reſtant, la ſomme ſera quarré à ſa racine commenſurable.

EXPLICATION.

Soit par Exemple, 28, qui eſt deux d'avantage que la ſomme de deux quarrez prochains, 4, & 9: alors on aura trois nombres 28, 4, 9, tels qu'au produict de chacque deux (ſoit de 28 & de 4) 112, adjouſté les meſmes nombres 28, & 4, ſera 144, nombre quarré: ou bien audit 112 adiouſté le ſeul nombre reſtant 9, viendra 121 nombre quarré. & ainſi ſi on prend 28 & 9 viendra 252, auquel ſi on adjouſte 28 & 9 ou bien ſeulement 4, viendra 289 ou 256, qui ſont tous deux quarrez. pareillement le meſme s'entendra de 4 & 9. car ſi à 36 l'on adjouſte 4 & 9 ou bien 28: l'une ſomme ſera 49, l'autre 64, qui ſont auſſi quarrez, ſelon le theoreme. Venons maintenant à la conſtruction.

CONSTRVCTION.

Soit l'un quarré 1 ② + 2 ① + 1

L'autre quarré prochain 1 ② + 4 ① + 4

Le double de leur ſomme, & 2 d'avantage pour le dernier 4 ② + 12 ① + 12

Reſte ſeulement qu'il ſoit egal à un quarré, mais ſon quart doit auſſi eſtre egal à un quarré par les 1, 2, prop. du 9. d'Euclide, lequel eſt 1 ② + 3 ① + 3

Et ſoit iceluy le quarré de 1 ① — 3 qui eſt 1 ② — 6 ① + 9

Alors 1 ① vaudra $\frac{5}{9}$.

Ie dis que $\frac{25}{9}$, $\frac{64}{9}$ & $\frac{196}{9}$ ſont les trois nombres quarrez requis. *Demonſtration.* Qu'ilsſoyent quarrez, il apert, puis

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

puis que $\frac{1}{3}, \frac{8}{3}, \frac{24}{3}$ sont les costez d'iceux. Or le produict des deux premiers est $\frac{1600}{81}$, auquel adjousté $\frac{80}{9}$ les deux susdicts, ou $\frac{169}{9}$ le restant, les sommes seront $\frac{2401}{81}$ ou $\frac{2764}{81}$ qui sont quarrez, dont leurs racines sont $\frac{49}{9}$ & $\frac{42}{9}$, & ainsi du reste.

### Question VI.

*Trouvons trois nombres tels que si de quelqu'un que ce soit, l'on soubstraict 2, le nombre binaire le reste soit quarre; Aussi si du produict de deux tels qu'on voudra d'iceux, l'on oste la somme des mesmes deux, ou bien si l'on oste le nombre restant, que la reste soit un nombre quarré.*

### Construction.

Soyent trois nombres selon le Lemme de la precedente question à sçavoir, $1\,②$, & $1\,② + 2\,① + 1$, & $4\,② + 4\,① + 4$; or adiousto̅s 2 à un chascun d'iceux & viendra pour le premier $1\,② + 2$

L'autre $1\,② + 2\,① + 3$

Et le troisiesme $4\,② + 4\,① + 6$

On aura ce qu'on demande, hormis que le dernier moins 2, doit estre quarré, ou egal à un quarré. partant $4\,② + 4\,① + 4$ sera egal à un quarré, aussi sera pareillement son quart qui est $1\,② + 1\,① + 1$, soit au quarré de $1\,① - 2$ qui est $1\,② - 4\,① + 4$, alors $1\,①$ vaudra $\frac{3}{1}$.

Ie dis que $\frac{19}{25}, \frac{114}{25}, \frac{246}{25}$, seront les trois nombres requis, dont la *Demonstration* est evidente. Seulement est à noter qu'il ne faut que prendre, les trois nombres de solution de la precedente, & adjouster 2 à un chascun d'iceux, ce qui se fera sans Algebre; comme à $\frac{25}{9}\ \frac{64}{9}\ \frac{196}{9}$ de la precedente adjoustons 2, & viendra $\frac{43}{9}, \frac{82}{9}, \frac{214}{9}$ pour les trois nombres requis de ceste question.

### Question VII.

*Ceste prop. est un lemme à la suivante.*

*Trouver deux nombres tels, qu'à leur produict adjousté la somme de leurs quarrez, la somme soit nombre quarré.*

### Construction.

Soit l'un d'iceux $1\,①$

L'autre, nombre quelquoncque $1$

Leur produict $1\,①$

La somme des quarrez d'iceux deux nombres $1\,② + 1$

Somme du 3e & 4e en l'ordre $1\,② + 1\,① + 1$

Egal à un nombre quarré dont le costé soit $1\,① - 2$

$1\,② - 4\,① + 4$

Alors $1\,①$ vaudra $\frac{3}{5}$: & les deux nombres seront $\frac{3}{5}, \frac{5}{5}$, que si on oste la commune denomination (quand il est loisible comme icy) alors les nombres requis seront, 3 & 5. *Demonst.* Car à leur produict 15 si on adiouste 34 somme des quarrez, la somme 49 sera quarré. ce qu'il falloit demonstrer.

## ANNOTATION
### d'Alb. Gir.

*Si un triangle est faict de trois costez, tels que la somme des quarrez des deux Costez avec le produict d'iceux costez, sont ensemble egaux au quarré de la base, alors l'angle soustenu par la base est infailliblement de 120 degres. Et ceste question sert pour trouver trois tels costez symmetriques: que si le produict est osté de la somme des quarrez, & que le reste soit egal au quarré de la base, alors l'angle que la base soustient sera de 60 degres de necessité. Revenons à nostre Autheur.*

### Question VIII.

*Trouvons trois triangles rectangles, de superficies egales.*

### Construction.

Il faut trouver premierement deux nombres de la qualité de la precedente, 3, & 5, à sçavoir que la somme de leur produict & de leurs quarrez soit quarré, ou 7 est la racine de la somme susdite; Partant je forme trois triangles rectangles de deux nombres, l'un de 7 & 3, l'autre de 7 & 5, & l'autre de 7 & 8 (8 somme de 3 & 5) Et ces triangles seront 40, 42, 58, & 24, 70, 74. & 15, 112, & 113. Lesquels ont un chascun 840 de superfices.

### A. Gir.

*La maniere de former un triangle rectangle de deux nombres quelconques se faict ainsi: Leur double produict est pour l'un costé, La somme de leurs quarrez est pour l'Hypotenuse, & la difference des mesmes quarrez est pour l'autre costé restant.*

### Question IX.

*Trouvons trois nombres tels, que si du quarré de l'un d'iceux, l'on en oste, ou y adjouste le composé des trois, le provenu soit quarré.*

### Construction.

Quant au premier; il faut que son quarré soit tel que si l'on en oste, ou adjouste la somme des trois nombres, le provenu soit quarré. *Or en tout triangle rectangle, du quarré de l'hypotenuse, si on en oste, ou y adjouste, le quadruple de son aire, le provenu est quarré.* Donc ces trois nombres, seront Hypotenuses de triangles rectangles, & aussi la somme d'iceux trois nõbres sera le quadruple de l'aire de chascun triangle. Parquoy nous en sommes venu là, qu'il faut trouver trois triangles rectangles de superfices egales. Mais la precedente nous satisfera en cela, car l'un est 40, 42, 58, l'autre 24, 70, 74, & 15, 112, 113. Et recommenceant de nouveau, Ie poseray iceux par des nombres d'Hypotenuses, le premier sera $58\,①$

Le second $74\,①$

L'autre $113\,①$

La somme des trois est $245\,①$

Egale au quadruple de l'aire d'un triangle, or chascun faict $840\,②$, son quadruple sera $3360\,②$

Alors $1\,①$ vaudra $\frac{7}{9}$.

Ie dis que le premier sera $\frac{406}{96}$ & les deux autres $\frac{518}{96}$ & $\frac{791}{96}$. dont la *Demonstration* est manifeste.

### Question X.

*Trouvons trois nombres, lesquels estans multipliés deux à deux, les trois produicts soyent trois quarrez donnez, 4, 9, 16.*

### Construction.

Soit le premier $1\,①$

L'un des restans sera $\frac{4}{1\,①}$

Et l'autre $\frac{9}{1\,①}$

Il reste que le produict des deux derniers face 16. Mais ils produisent $\frac{36}{1\,①}$

Egal à $16$

Et $1\,①$ vaudra $1\frac{1}{2}$.

Parquoy les nombres requis seront $1\frac{1}{2}$, le second $2\frac{2}{3}$, & l'autre 6. Mais pour exposer cecy, $\frac{36}{1\,①}$ s'est egalé à 16, puis i'ay multiplié tout par $1\,②$, & alors 36 estoit egal à $16\,②$, parquoy $1\,②$ valoit $\frac{36}{16}$, dõt les racines denotoyẽt que $1\,①$ est egale à $\frac{6}{4}$; Mais ce numerateur 6, vient du produict des racines des 4, 9, donnez, & le nominateur 4, est le costé du 16 donné, partant quand il sera requi

qui

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

quis de trouver trois nombres, tels que les trois produicts de deux à deux soyent trois quarrez donnez, comme 4, 9, 16. Prenez alors le produict des costez de deux quarrez 4 & 9. & est 6. lequel divisez par le costé de l'autre 4. & sera $\frac{6}{4}$; par lequel divisez autrefois les deux quarrez premier pris, 4 & 9, & viendra $\frac{16}{6}$ & 6; & ces trois $\frac{6}{4}$, $\frac{16}{6}$, 6 seront les requis : ce qu'il falloit faire.

## Qvestion XI.

*Trouvons trois nombres, que si au produict de deux l'on adjouste ou soubstraict, la somme des trois, le provenu soit quarré.*

### Construction.

Il faudra derechef icy cercher trois triangles rectangles egaux (de superfices;) lesquels trouvez, soyent pris les quarrez des hypothenuses, sçavoir est, 3364, le second, 5476, & 12769. Quoy faict, soyent puis apres trouvez par la precedente trois nombres, dont les trois produicts de deux à deux, facent les quarrez cy dessus; lesquels avons posez pource que si à l'un d'iceux, quel il soit, est adiousté ou soubstraict 3360 (qui est quadruple de l'aire d'un chascun triangle) le provenu soit quarré. Parquoy nous les poserons selon la precedente, en y applicquant les quantitez ainsi; à sçavoir le premier sera $\frac{4292}{121}$ ①
Le second $\frac{4181}{29}$ ①
Le troisiesme $\frac{2277}{37}$ ①

Car estans multipliez deux à deux feront les quarrez susmentionez, reste maintenant qu'iceux ensemble soyent egaux à 3360 ②; & afin d'avoir tout en meme denomination, soyent reduicts à 121249. Le premier sera alors $\frac{4802116}{121249}$ ①
Le second $\frac{174807621}{121249}$ ①
Le troisiesme $\frac{107388729}{121249}$ ①
Leur somme $\frac{32824806}{121249}$ ①

Egale à 3360 ②; le tout multiplié par 121249 sera 32824806 ① egales à 407396640 ②. Alors 1 ① vaudra $\frac{32824806}{407396640}$; ou $\frac{78 \cdot 343}{9699920}$; & partant le premier fera $\frac{838395639}{3267631283}$, le second $\frac{27402740}{281 \cdot 97680}$, & le troisiesme $\frac{2361 \cdot 10 \cdot 11}{3188970}$: selon le propose.

## Qvestion XII.

*Partageons l'unité, en deux parties telles qu'a chascune adjoustée 6 les deux sommes soyent nombres quarrez.*

### Determinaison *si le donné fust entier.*

Il ne faut pas que le nombre donné soit impair. Mais que son double & 1 d'avantage, soit un nombre qui se puisse diviser en deux quarrez, la determinaison duquel deduiray comme s'ensuit.

### Alb. Gir. *Determinaison d'un nombre qui se peut diviser en deux quarrez entiers.*

I. Tout nombre quarré.
II. Tout nombre premier qui excede un nombre quaternaire de l'unité.
III. Le produict de ceux qui sont tels.
IV. Et le double d'un chascun d'iceux.

Laquelle determinaison n'estant faicte n'y de l'Autheur n'y des interpretes, servira tant en la presente & suivante comme en plusieurs autres.

### Construction.

Puis qu'à chascune des deux parties de l'unité, il faut adiouster 6, & qu'alors la somme soit quarré, il s'ensuit que la somme de ces deux quarrez là sera 13. Donc nous en sommes là qu'il faut partir 13 en deux quarrez, tels toutesfois que chascun soit plus grand que 6; & plus petit que 7; Pour à quoy parvenir, il est certain que leurs racines sont trespres de la racine de $6\frac{1}{2}$ (moitié de 13) lesquel $6\frac{1}{2}$ n'estant quarré, il faudra trouver un quarré au lieu d'iceluy, qui luy soit tresprochain, l'invention, duquel delaisserons à la fin de ceste question pour eviter confusion. & prendrons cependant $\frac{529}{81}$ nombre quarré; dont la racine est $\frac{23}{9}$; Or 13 se divise en deux quarrez, ayans leurs racines 3 & 2, lesquelles il faut adegaler audit $\frac{23}{9}$ ainsi que s'ensuit. On verra de combien 3 excede le meisme, & combien le meisme excede 2, delaissant la denomination, & y applicquans ①, viendra $3 - 4$ ① & $2 + 5$ ① pour les racines des quarrez requis, (ausquels toutesfois on n'est point du tout astreint comme nous verrons en un autre lieu, seulemẽt noter que 3 fois 4 doibt estre plus que 2 fois 5, à cause du signe moins) la somme de leurs quarrez est 41 ② $- 4$ ① $+ 13$ egale à 13; & 1 ① vaudra $\frac{4}{41}$; donc les racines cy dessus vaudront $2\frac{25}{41}$ & $2\frac{20}{41}$, & les quarrez seront $6\frac{1363}{1681}$ & $6\frac{3178}{1681}$, qui ont les conditions requises un chascun entre 6 & 7 & la somme 13. Quoy faict si l'on oste les 6, on aura $\frac{1363}{1681}$ & $\frac{3178}{1681}$ les parties de l'unité requises, car si on adjouste 6 à un chascun, la somme sera quarré.

Nous avons dit cy dessus que nous exposerions la maniere de trouver un quarré au lieu de $6\frac{1}{2}$ entre 6 & 7. certes $6\frac{1}{4}$ est tel, mais il n'est pas propre à la construction precedente, pource qu'il est un peu trop esloigné de cestuy-là; quant à Diophante il adjouste une condition non pas de necessité, mais pour facilité, à sçavoir de trouver (non seulement une fraction, mais) une fraction quarree, laquelle adjoustee à $6\frac{1}{2}$ face quarré; & pour entier fraction, & garder les conditions, comme aussi pour en avoir un tant plus asseuré, il prend le quadruple, (de meisme le sedecuple & infinis autres seroyent meilleurs, mais non pas si aisez) soit donc iceluy 26; & la fraction quarrée à adjouster $\frac{1}{1(1)}$, alors la somme sera $26 + \frac{1}{1(1)}$ egale à un quarré, lesquels autrefois multipliez par 1 ② viendra 26 ② $+ 1$ egal à un quarré, soit 5 ① $+ 1$ le costé d'iceluy, & 1 ① vaudra 10; & 1 ②, 100. donc la fraction quarré qu'il falloit ajouster à 26, sera $\frac{1}{100}$, & la fraction quarrée à $6\frac{1}{2}$ sera $\frac{1}{400}$, faisant un quarré dont la racine est $\frac{11}{20}$ qu'on pourroit prendre au lieu de $\frac{23}{9}$ cy dessus, & par consequent $3 -$ ① & $2 + 11$ ① pour les racines, &c.

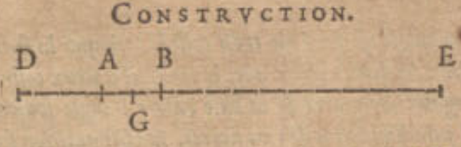
## Qvestion XIII.

*Partons l'unité en deux parties telles, qu'à l'une adjousté 2, & à l'autre 6, les sommes soyent nombres quarrez.*

### Determinaison.

Il faut que la somme des donnez avec l'unité facent un nombre qui se puisse diviser en deux quarrez. voyez la determinaison precedente : toutesfois l'autheur n'a resout sa question que quand 6, 2, & 1, font un quarré.

### Construction.




Soit AB, l'unité, D A le nombre binaire; & B E le senaire: Il faut diviser l'unité A B en G, tellement que D G & G E soyent nombres quarrez; alors D G sera entre les nombres 2 & 3; & G E entre 6 & 7.

Si l'on

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

Si l'on pose DG, 1 ② ; GE sera — 1 ② + 9 lequel doit estre egal à un quarré, ce qui seroit tresfacil à resoudre, mais il faut que 1 ② aye sa valeur entre 2 & 3, lequels termes n'estans quarrez nous prendrons en leur place $\frac{289}{144}$ & $\frac{361}{144}$ : parquoy 1 ① sera entre $\frac{17}{12}$ & $\frac{19}{12}$, que si on egalise — 1 ② + 9 au quarré de 3 — quelques ①, prises à la volée comme à 1 ② — 6 ① + 9, alors 1 ① vaudra 3, & 1 ②, sera egale à 9, qui n'est pas entre 2 & 3, & si on prend garde à la reduction on verra que le nombre des ① doit estre tel qu'estant multiplié par 6 (double de 3) & le produict divisé par son quarré plus 1, alors le quotient soit entre $\frac{17}{12}$ & $\frac{19}{12}$ ; Parquoy si l'on pose icelluy 1 ①, son sextuple 6 ① divisé par 1 ② + 1 viendra $\frac{6①}{1②+1}$ ayant sa valeur entre $\frac{17}{12}$ & $\frac{19}{12}$, alors 72 ① sera entre 17 ② + 17 & 19 ② + 19, or l'equation estant faicte au plus pres, 1 ① sera entre $\frac{66}{19}$ & $\frac{67}{17}$, ce qu'estant ainsi & $3\frac{1}{2}$ estãt entre les mesmes, nous egalerons — 1 ② + 9 au quarré de $3 - 3\frac{1}{2}$ ① qui est $12\frac{1}{4}$ ② — 21 ① + 9, & 1 ① vaudra $\frac{84}{53}$, son quarré $\frac{7056}{2809}$ pour DG, & finalement les parties requises AG, GB, de l'unité, seront $\frac{1438}{2809}$ & $\frac{1371}{2809}$.

*Demonstration.* 2 $\frac{1438}{2809}$ est quarré, sa racine $\frac{34}{53}$, aussi 6 $\frac{1171}{2809}$ est quarré, car sa racine est $\frac{135}{53}$, selon le requis.

## Question XIV.

*Partageons l'unité en trois portions telles, qu'à chascune d'icelles adjoustée 3 la somme soit quarré.*

### Determinaison.

Le nombre donné ne doit estre 2, n'y surpassant de 2 un nombre octonaire, comme 2, 10, 18, 26 &c. qui est une progression dont l'exces est 8.

### Construction.

Puis que les trois quarrez ensemble feront 10, & chascun d'iceux entre 3 & 4 : Il nous faudra adegaler les trois quarrez à $3\frac{1}{3}$ (tiers de 10) à sçavoir les trois racines, à la racine de $3\frac{1}{3}$, lequel n'estant quarré, nous prendrons un autre en la place comme $\frac{121}{36}$ qui est quarré, sa racine $\frac{11}{6}$ (la maniere de le trouver se peut voir en la fin de la 12 question precedente) Item 10 se divise en trois quarrez, premierement en 9 & 1, & puis 1 en deux autres, & sont $9, \frac{16}{25}, \frac{9}{25}$. dont leurs racines seront 3, $\frac{4}{5}$, $\frac{3}{5}$, lesquels il faut adegaler à $\frac{11}{6}$ (mettons le tout en denomination de trentiesmes) c'est $\frac{90}{30}, \frac{24}{30}, \frac{18}{30}$, qu'il faut adegaler à $\frac{55}{30}$, parquoy nous poserons les racines des trois quarrez, $3 - 55①, \frac{4}{5} + 31①$ & $\frac{3}{5} + 37①$, & la somme de leurs quarrez sera 3555 ② — 116 ① + 10 egales à 10, & 1 ① vaudra $\frac{116}{3555}$, & finalement les trois racines, & leurs quarrez trouvez, & puis de chascun estant soubstraict 3, on aura les trois parties de l'unité, à sçavoir, les fractions dont les numerateurs sont 228478, 141381, 134662, le commun denominateur est 505521. & la *Demonstration* est manifeste.

Nous traduisons adegalité ce que Diophante appelle παρισότητα, ensuivant les interpretes, ce n'est pas à dire egalité, mais un extreme approchement de quelque chose.

## Question XV.

*On requiert de faire trois parties de l'unité, avec telle condition, que la premiere augmentée de 2, la seconde de 3, & la troisiesme de 4, alors les sommes soyent nombres quarrez.*

A. Girard.

*La determinaison est telle que si on augmente la somme des trois nombres donnez de l'unite, (c'est icy 10,) elle doit estre un nombre divisible en trois quarrez ; or tous ceux qui se divisent en deux quarrez, se divisent aussi en trois ; Item il y a des nombres qui ne se peuvent diviser en trois quarrez comme, 7, 15, 23, 28 31, 39, &c. seulement ceux qui sont entre-deux ; item 3, 6, 11, 12, 14, 19, &c. ne se peuvent diviser en deux quarrez mais bien en trois ; Or tout nombre entier se peut diviser en quatre quarrez.*

### Construction.

Il faut diviser 10 en trois quarrez, dont le premier excede 2, le second 3, & le troisiesme 4 ; Pour à quoy parvenir je party 10 en deux quarrez tellement que l'un tombe entre 2 & 3, ce qui se fera par la construction de la 12 question precedente, & seront $\frac{1849}{841}, \frac{6561}{841}$, leurs racines $\frac{43}{29}$ & $\frac{81}{29}$, & auray desia un quarré requis à sçavoir $\frac{1849}{841}$ lequel escheoit entre les nombres 2 & 3 : duquel si on oste 2 on aura $\frac{167}{841}$ une des parties premierement requise de l'unité.

Il reste donc à partir l'autre quarré $\frac{6561}{841}$ en deux autres quarrez, ainsi que l'un tombe entre 3 & 4, ce qui se parfera par l'operation de la 13. question, ainsi que s'ensuit : Au lieu des termes 3 & 4, je prend deux quarrez entre iceux (toutesfois ne reiettans 4 pource qu'il l'est) comme $\frac{49}{16}$ & 4, dont $\frac{7}{4}$ & 2 sont leurs costez ; Quoy faict je pose que l'un des quarrez fust 1 ②, l'autre sera — 1 ② + $\frac{6561}{841}$ qu'il faut egaler à un quarré dont le costé soit $\frac{81}{29}$ — quelques ① ainsi que la valeur de 1 ① vienne entre $\frac{7}{4}$ & 2, & apres avoir pris quelque nombre de ① sans choix pour former la demande, finalemẽt on trouvera qu'il doit estre pris entre $2\frac{270}{403}$ & $2\frac{43}{116}$ ; soit dõc choisi quelqu'un à la volonté d'entre les mesmes comme $2\frac{3}{4}$, & partant $\frac{81}{29} - 2\frac{3}{4}$ ① sera posé estre la racine du quarré qu'on doit egaler à — 1 ② + $\frac{6561}{841}$, & 1 ① vaudra $\frac{7128}{39973}$ pour le costé du premier quarré, & $\frac{15057}{39973}$ pour le costé du second, & leurs quarrez estãs calculez, aussi du premier soubstraict 3, & de l'autre 4, ses restes seront les deux autres parties de l'unité, lesquelles avec la premiere trouvée de cy dessus feront les trois parties de l'unité selon le requis, $\frac{167}{841}$, $\frac{3444197}{15784729}$ & $\frac{9196102}{15784729}$, quant au premier si on le met en mesme denomination, le numerateur sera 3134423, desquelles choses la preuve est manifeste.

## Question XVI.

*Partons, 10, en trois nombres, que la somme de deux à deux soit quarré.*

### Construction.

Le maieur avec le moindre, doibt faire un quarré, aussi le maieur avec le moyen, & finalement le moyen avec le moindre. Or ce sont trois quarrez, d'avantage chascun nombre est ennumeré deux fois, donc ces trois quarrez là feront ensemble 20 ; Item pource que chasque deux font un quarré, il s'ensuit, que chascun d'iceux quarré sera moins que 10. Donc il faut diviser 20 en trois quarrez, chascun moindre que 10. Mais 20 est cõposé de deux quarrez, 16 & 4. Or si nous posons 4 estre l'un des quarrez requis : Il faudra puis apres diviser 16 en deux quarrez desquels un chascun d'iceux soit moindre que 10. (comme devant) & plus que 6. (pource que 10 & 6 font 16) soyent donc pris deux quarrez entre 6 & 10, comme 9 & $\frac{64}{9}$, dont les racines 3 & $\frac{8}{3}$ : Puis soit posé

l'un des quarrez requis 1 ②

Donc l'autre — 1 ② + 16

Et fingeons que sa racine soit 4 — tant de ① que 1 ① aye sa valeur entre 3 & $\frac{8}{3}$ soit iceluy $4 - \frac{22}{5}$ ①, alors 1 ① vaudra $\frac{480}{109}$ pour le costé d'un des quarrez requis, & partant l'autre sera $\frac{227}{109}$ ; donc les trois quarrez seront 4, $\frac{230400}{118981}$, & l'autre $\frac{2356725}{118981}$. lesquels un chascun estant soubstraict de 10 ; les trois restes seront 6, $\frac{432210}{118981}$ & $\frac{239914}{118981}$



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

pour les trois parties de 10 selon le requis, dont la demonstration est manifeste.

---

A. Girard.

*Icy l'autheur requiert un quarré dont la racine soit* $4 - \text{quelque nombre de } ① \text{ pour egaler à } -1②+16$, *tellement que la valeur de* $1①$ *soit entre* $3$ *&* $\frac{8}{3}$, *ce qui n'est pas si aisé qu'intelligible, & pour resoudre cecy soit* A, *le nombre des* ① *à sçavoir* $4 - A①$ *la racine du quarré requis, son quarré sera* $Aq② - A8① + 16$ *egal à* $-1② + 16$, *ostons de chasque coste* 16; *& adjoustons* $A8①$, *&* $1②$; *& le tout divisé par* $1①$ *puis encor par* $Aq + 1$, *alors* $1①$ *vaudra* $\frac{A8}{Aq+1}$, *mais* $1①$ *est entre* $3$ *&* $\frac{8}{3}$, *donc* A *sera entre* $\frac{3}{2} + \sqrt{\frac{5}{4}}$ *&* $\frac{4+\sqrt{7}}{3}$, *c'est en nombres rationaux entre* $\frac{5}{2}$ *&* $\frac{7}{3}$ *assez pres; & pour avoir incontinent un nombre entre iceux; ceste maniere est fort propre d'adjouster les numerateurs, aussi les denominateurs, & viendra* $\frac{12}{5}$, *parquoy la susdicte racine se pourra prendre de* $4 - \frac{12}{5}①$ *commodement. Autrement par le moyen du triangle rectangle* 20, 21, 29, *nous en trouverons en semblable qui aura son hypothenuse* 4, *& les quarrez des deux autres costez feront* 16, *& seront entre* 6 *&* 10, *iceux sont* $7\frac{119}{841}$, &, $8\frac{238}{841}$. *Il y a des triangles rectangles qui ont les costez de l'angle droict, seulement differens de l'unité, & ne serviront pas moins à plusieurs questions suivantes qu'a celle cy, & ont les angles aiguz assez pres de* 45 *degrez, car tant plus les nombres croissent & tant plus pres; je ne mettray qu'un costé de l'angle droict, le plus petit de deux, car l'autre sera aisé à trouver pource qu'il ne l'excede que de* 1 *seulement.*

| le moindre costé faisant l'angle droict | hypothenuse |
|---|---|
| 3 | 5 |
| 20 | 29 |
| 119 | 169 |
| 696 | 985 |
| 4059 | 5741 |
| 23660 | 33461 |
| 137903 | 195025 |
| 803760 | 1136689 |
| 4684659 | 6625109 |
| 27304196 | 38613965 |
| 159140519 | 225058681 |
| 927538920 | 1311738121 |
| 5406093003 | 7645370045 |
| 31509019100 | 44560482149 |

## Question XVII.

*Divisons* 10, *en quatre nombres tels que la somme de chasque trois d'iceux soit un nombre quarré.*

### Construction.

Puis que les trois nombres (commenceant par le premier & les deux suivans) font un quarré: Il se trouvera quatre tels quarrez; & les quatres y seront trois fois comprins. Parquoy il faudra diviser 30 en quatre quarrez dont chascun soit moindre que 10, ce qui se pourra resoudre comme s'ensuit. Si on rapporte l'equation au $\frac{1}{4}$ dudit 30 qui est $7\frac{1}{2}$ comme on a faict aux questions precedentes, & ayant trouvé les quatre quarrez, & ostez chascun de 10, on trouvera les parties de 10 requises: Voyla une maniere, mais si par cas fortuit on s'advisast que 30 fust composé des quatre quarrez 16, 9, 4, & 1, on pourroit choisir deux d'iceux qui sont moins que 10, comme 4 & 9: pour satisfaire en partie à la question, alors il restera encor 17 à diviser en deux quarrez (comme nous avons demonstré cy devant) tels que l'un soit plus que $8\frac{1}{2}$ & moins que 10; car ils doivent tous estre en particulier moins que 10: ce qu'ayant faict on les ostera de 10, alors on aura les autres parties de 10; comme par ces deux quarrez choisis 4 & 9 nous trouverons les nombres 6 & 1 ainsi se fera des autres.

---

A. Girard.

*L'Autheur monstre que deux chemins pour resoudre ceste question; quant au* $7\frac{1}{2}$ *n'estant point quarré on prendra en son lieu* $7\frac{9}{16}$ *quarré, sa racine* $\frac{11}{4}$; *d'avantage* 30, *se divise en quatre quarrez,* 16, 9, 4, 1; *leurs racines,* 4, 3, 2, 1, *lesquels il faut adegaler à* $\frac{11}{4}$; *en prenant* $1①$ *pour* $\frac{1}{4}$; *alors les quatres racines seront* $-5①+4$; $-1①+3$; $3①+2$, *&* $7①+1$; *la somme de leurs quarrez est* $84② - 20① + 30$ *egal à* 30, *&* $1①$ *vaudra* $\frac{5}{21}$; *les quatres racines estant trouvez, puis leurs quarrez, lesquels estans un chascun soubstraict de* 10, *on aura les quatre nombres requis* $\frac{1247}{441}, \frac{1161}{441}, \frac{1046}{441}, \frac{929}{441}$: *Quant à l'autre maniere, on peut prendre* 9 *&* 4 *pour deux des quarrez requis, & restera à partir* 17 *en deux quarrez lesquels il faut adegaler à la moitié de* 17 *ou a un quarré tresprochain d'iceluy* $8\frac{73}{144}$, *sa racine est* $\frac{35}{12}$; *&* 4, 1, *sont racines des quarrez faisant ensemble* 17; *& ces mesmes* 4, 1, *faut adegaler à* $\frac{35}{12}$ *en prenant* $1ⓦ$ *pour* $\frac{1}{12}$, *& les racines seront* $-13① + 4$ *&* $23① + 1$; *la somme de leurs quarrez egale à* 17 *&* $1①$ *vaudra* $\frac{29}{349}$, *mais il faut noter qu'on n'est point si fort assubjecti à* $-13① + 4$ *&* $23① + 1$, *car on peut bien prendre plus ou moins comme* $-12① + 4$ *&* $20① + 1$, *alors les quatre nombres seront (apres avoir esté chasque quarré de* 10) $\frac{681}{289}, \frac{186}{289}$, 1, 6, *dont la demonstration est manifeste, & en ceste derniere cy la* $1①$ *ne vaut que* $\frac{7}{68}$ *qui est une fraction plus aisée que* $\frac{29}{349}$.

## Question XVIII.

*Trouvons trois nombres tels, que si on adjouste un chascun d'iceux (quel il puisse estre) au cube de leur somme l'aggregat soit nombre cube.*

### Construction.

Soit pour la somme des trois nombres requis $1①$
Son cube sera $1④$
Alors les trois nombres requis seront $7③ 26③$ & $63③$

Car si à chascun d'iceux l'on adiouste $1③$ qui est le cube de $1①$ (la somme d'iceux,) il viendra un nombre cubicque, il reste seulement qu'iceux trois ensemble soyent egaux à $1①$; parquoy $96③$ seront egales à $1①$ & $1①$ vaudra $\sqrt{\frac{1}{96}}$; lequel estant radical, ne satisfaict pas totalement si bien à mon desseing qu'aux conditions requises, car je desire que ce soyent nombres absoluz, la cause est que 96 n'est nombre quarré; or il est la somme de trois nombres cubes (si un chascun avoit une unité d'avantage,) parquoy la question est reduite en une autre qui est, qu'il faut trouver trois nombres tels que si on adiouste l'unité à un chascun d'eux, alors ils soyent cubes; & aussi que la somme d'iceux nombres face un nombre quarré.

| | |
|---|---|
| Soit le costé du premier cube | $1③+1$ |
| Et du second | $-1①+1$ |
| Et du troisiesme | 1 |
| Leurs cubes seront | $1③+3②+3①+1$ |
| Et | $-1③+6②-12①+8$ |
| Et aussi | 8 |

Or

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

Or si on oste l'unité d'un chascun d'iceux on aura les trois nombres, dont la somme est $9\,②-9\,①+14$

Egale à un quarré dont la racine soit $3\,① - 4$; son quarré est $9\,②-24\,①+16$

Et $1\,①$ vaudra $\frac{2}{15}$, quoy faict les trois nombres de ceste seconde proposition seront propres pour les positions de la premiere, soit donc le premier $\frac{1518}{3375}\,③$

Le second $\frac{18577}{3375}\,③$

Et le troisiesme $7\,③$

Soit aussi leur somme posée comme devant $1\,①$

Egale à leur somme $\frac{43740}{3375}\,③$

Et $1\,①$ vaudra $\frac{1}{18}$.

Je di, que les trois nombres requis seront trois nombres rompuz, dont la commune denomination est 157464, & les trois numerateurs sont 1538, 18577, & 23625. *Demonstration.* Leur somme est $\frac{5}{18}$, son cube $\frac{125}{5832}$, lequel estant adjousté à un chascun des nombres requis, les sommes seront cubes, dont les costez sont $\frac{17}{54}$, $\frac{28}{54}$, & $\frac{30}{54}$. Ce qu'il falloit demonstrer.

## Qvestion XIX.

*Trouvons trois nombres, desquels si un tel que l'on voudra d'iceux est osté du cube de leur somme, que la reste soit cube.*

### Construction.

Soit la somme des trois nombres requis $1\,①$ & iceux soyent, $\frac{7}{8}\,③$, $\frac{26}{27}\,③$ & $\frac{63}{64}\,③$; il reste que leur somme soit egale à $1\,①$; & $\frac{4877}{1728}\,②$ sera egal à 1: mais 1 est nombre quarré, partant $\frac{4877}{1728}$ devroit aussi estre quarré; d'ou procede-il? c'est que trois cubes $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{27}$, $\frac{1}{64}$ ont estez soubstraicts de trois unitez; lesquels cubes un chascun est moindre que l'unité. Nous en sommes là doncques, qu'il faut trouver trois cubes dont un chascun soit moindre que l'unité, & leur somme soubstraicte de 3 le reste soit nombre quarré. Et pource que nous voulons avoir un chascun cube moindre que l'unité, si l'on les prenoit tous trois ensemble moindres que l'unité, il est certain qu'un chascun seroit de tant plus moindre que l'unité, tellement que le quarré restant sera maieur au nombre binaire. Soit ce quarré restant $2\frac{1}{4}$, parquoy $\frac{3}{4}$ sera la somme des trois cubes, donc diviſons $\frac{3}{4}$ en trois cubes, & pour mieux faire prenons $\frac{3}{4}$ en plus grand denominateur qui soit cubicque, & soit $\frac{162}{216}$, partant il faudra diviſer 162 en trois nombres cubicques. Or 162 est egal à 125 cube, & 37 diviſibile en deux cubes (pource qu'il est interval de deux cubes 64 & 27.) Il faut donc diviſer 37 en deux cubes; soit $1\,①-3$ le costé de l'un d'iceux, iceluy cube sera $1\,③-9\,②+27\,①-27$. pour trouver l'autre cube, posez le costé estre $4-$autant de $①$ que le cube aye ceste note $-27\,①$ afin qu'en l'adjoustant avec le susdict cube les $①$ s'evanouiſſent, & pour trouver cela prenons le cube de $4-1\,①$ viendra $-1\,③+12\,②-48\,①+64$; alors diviſez $27\,①$ par $48\,①$ viendra $\frac{9}{16}$ pour le nombre des $①$ requis: finalement $4-\frac{9}{16}\,①$ sera l'autre costé du cube; & son cube qui est $\frac{729}{4096}\,③+\frac{243}{64}\,②-27\,①+64$ adjousté avec l'autre feront ensemble $\frac{3367}{4096}\,③-\frac{333}{64}\,②+37$ egales à 37, & partant $1\,①$ vaudra $\frac{213}{3367}$: alors les deux cubes seront $\frac{1400771486031}{38170631863}$ & $\frac{3324179200}{38170631863}$ parties integrantes de 37, (dont leurs racines sont $\frac{1121}{3367}$ & $\frac{1480}{3367}$;) lesquelles adjoustez à l'autre cube 125 viendra 162 selon le requis, or ces trois cubes sont numerateurs de fractions, dont 216 est denominateur: lesquels ensembles vallent $\frac{3}{4}$, & soubstraicts de 3 restera $2\frac{1}{4}$ nombre quarré, selon ce qui estoit requis. & pour ne parler de fraction de fractions, les susdicts estants soubstraicts chascun de l'unité restera $\frac{68357489}{82448364824}$, & $\frac{8241614690409}{82448364824}$ & $\frac{91}{216}$, lesquelles sont propres à faire la position des le commencement mise, leur applicquants, $③$, en fin estants ostez de $1\,③$ (cube supposé de leur somme) les trois restes seront cubes; & suffira de comparer leur somme à $1\,①$ (car $1\,①$ est supposee estre leur somme) or leur somme est $2\frac{1}{4}\,③$ laquelle sera egale à $1\,①$; partant $1\,①$ vaudra $\frac{2}{3}$ & autant sera la somme des nombres requis, lesquels seront $\frac{8241614690409}{27826391187127}$ & $\frac{68357489547}{27826391187127}$, & $\frac{91}{729}$, lesquels si selon la question sont ostez du cube de leur somme $\frac{8}{27}$, les trois restes seront cubes.

---

### A. Girard.

*Diophante, comme les intrepretes le disent aussi, est tellement obscur en ce lieu qu'ils confessent n'y entendre rien mesme. le Sieur Gaspar Bachet dit (comme il se peut voir en la page 324 lin. 29. de son livre) que la suivante proposition luy est incognue, à sçavoir:*

Estans proposez deux cubes quelconques sans determinaison aucune, partir leur Interval en deux autres cubes.

Le plus petit des deux cubes donnez est plus ou moins de necessite que le moitié du maieur: si iceluy est plus que ladite moitié, alors il n'en faudra que trouver deux autres en leur place par la suivante.

Estans proposez deux cubes, trouver deux autres cubes de mesme interval que les donnez: mais il faut que le moindre cube donné soit plus que la moitié de l'autre.

Soyent B, M, nombres dont le cube de moindre soit plus que la moitie de l'autre. les costez des cubes requis sont ceux cy.

$$B\left\{\frac{2\,M\,\text{cub.} - B\,\text{cub.}}{B\,\text{cub.} + M\,\text{cub.}}\right. \quad \& \quad M\left\{\frac{B\,\text{cub.}\,2 - M\,\text{cub.}}{B\,\text{cub.} + M\,\text{cub.}}\right.$$

Que si il advenoit que le moindre cube soit encor plus que la moitié du maieur, alors au lieu de ceux la on en cercheroit des autres par ceste mesme reigle; mais i'estime qu'il sera moins que la moitié; finalement si le moindre cube donné, est moins que la $\frac{1}{2}$ du maieur cube, on fera alors la premiere propositiõ comme s'ensuit. soit M cub. moindre que la moitié de F cub. alors les racines des cubes seront ceux qui s'ensuivent, à sçavoir la racine d'un des cubes requis sera $\frac{F\,\text{in}\,(F\,\text{cub.} - M\,\text{cub.}\,2)}{F\,\text{cub.} + M\,\text{cub.}}$. & racine de l'autre cube sera $\frac{M\,\text{in}\,(F\,\text{cub.}\,2 - M\,\text{cub.})}{F\,\text{cub.} + M\,\text{cub.}}$. tellemẽt que s'il estoit requis comme dessus de partir 37 (interval ou difference de deux cubes 64 & 27) en deux cubes, on les trouveroit par ces deux figures premises, à sçavoir $\frac{64000}{753571}$ & $\frac{27818127}{753571}$; dont leurs racines sont $\frac{40}{91}$ & $\frac{303}{91}$ ce qui est plus aisé que cy dessus & en nombres plus petis: Notez aussi qu'il y a plusieurs pairs de cubes qui ont les intervals egaux, à fin qu'il ne semble à quelqu'un qu'il n'y en ait que deux paires, car par exemple les cubes de 12 & 10, de 9 & 1, de $\frac{944}{37}$ & $\frac{930}{37}$, de $\frac{307}{341}$ & $\frac{403}{341}$ ont l'interval de 728, & ainsi à l'infini. Item 8 & 6 sont racines de cubes ayans leurs sommes aussi 728. Mais quant à ce que le Sieur Bachet dit qu'il ne voit pas la raison pourquoy nostre Autheur prend plustost $2\frac{1}{4}$ que non pas $2\frac{7}{9}$ ou quelque autre: Ie respond que $\frac{2}{9}$ (l'exces de 3 sur le $2\frac{7}{9}$) se peut pareillement diviser en trois cubes veu qu'il faict $\frac{162}{729}$, or 162 se divise comme dessus en trois cubes &c. & ainsi en une infinité d'autres. Mais



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

pour mieux amplifier ceſte matiere ſoit pris (au lieu de 2 $\frac{1}{4}$) $2\frac{14}{25}$ qui eſt auſſi nõbre quarré, l'exces de 3 ſur iceluy eſt $\frac{11}{25}$ ou $\frac{440}{1000}$, le meſme ſe diviſe en trois cubes $\frac{216}{1000}, \frac{216}{1000}, \frac{8}{1000}$, parquoy les meſmes oſtez de l'unité, & applicques à ③, viendra $\frac{784}{1000}$③, $\frac{784}{1000}$③, $\frac{992}{1000}$③, avec leſquels on recommencera l'operation; & 1① vaudra $\frac{5}{8}$: parquoy $\frac{49}{256}, \frac{49}{256}$ & $\frac{62}{256}$ ſeront les trois nombres requis; dont la demonſtration eſt manifeſte.

## Qvestion XX.

*TRouver trois nombres tels, que ſi le cube de leur ſomme eſt ſoubſtraict d'un chaſcun d'iceux les reſtes ſoyent nombres cubes.*

### Construction.

Soit la ſomme des trois nombres requis 1①

Et les trois nombres ſoyent 2③, 9③, 28③, Il reſte ſeulement que leur ſomme 39③ ſoit egale à 1①, & 39② vaudront 1; Que ſi 39 fuſt nombre quarré la queſtion ſeroit ſoudée, ce qui n'eſtant ainſi, 39 eſtant la ſomme de trois cubes & du nombre ternaire: *Il faudra trouver trois nombres cubes, dont la ſomme d'iceux augmentée du nombre ternaire ſoit nombre quarré.* A c'eſt effect ſoit autrefois, 1① le coſté du premier cube, le coſte du ſecond —①+3, & le coſte du troiſieſme, nombre quelconque 1, la ſomme de leurs cubes augmentée de 3 ſera 9②—27①+31 egale au quarré de 3①—7, à fin d'avoir convenable egalité, & 1① vaudra $\frac{6}{5}$, qui ſera le coſté du premier cube, & $\frac{9}{5}$, 1, les coſtez des deux autres; & pour revenir à la premiere poſition, ſoit adjouſté 1 à chaſcun cube, & poſerons iceux au lieu des 2③, 9③ & 28③, & alors 1① vaudra $\frac{5}{117}$, & le reſte eſt manifeſte, car les trois nombres requis ſont fractions, dont les numerateurs ſont 341, 854, 250, & le commun denominateur eſt 4913; leur ſomme eſt $\frac{5}{17}$, du cube duquel ſi on ſoubſtraict les trois nombres ſuſdicts, les trois reſtes ſeront cubes veu que leurs racines ſeront 6, 9, 5 dixſeptieſmes.

## Qvestion XXI.

*TRouver trois nombres dont la ſomme ſoit nombre quarré, & tels que ſi au cube de ladite ſomme l'on adjouſte un chaſcun d'iceux les trois ſommes ſoyent nombres quarrez.*

### Construction.

Soit la ſomme des trois nombres requis un quarré comme 1②

Et le premier d'iceux 3⑥

Le ſecond 8⑥

Et le troiſieme 15⑥

Car au cube de leur ſomme eſtant adjouſté l'un d'iceux viendra un quarré. Il reſte ſeulement que leur ſomme qui eſt 26⑥ ſoit egale à leur preſuppoſée ſomme 1②, alors 26④ ſeront egales à 1. mais 26 n'eſtant pas tel que l'on en puiſſe tirer la racine de quarte quantité, comme on la peut extraire de 1, il ne ſatisfera pas à la queſtion; Il eſt la ſomme de trois nombres auſquels ſi on adjouſtoit l'unité ils ſeroyent quarrez. Il faut doncques trouver trois nombres un chaſcun de l'unité moins, qu'un quarré, & que leur ſomme ſoit nombre quarré-quarré.

Soyent iceux trois nombres 1④—2②, 1②+2①, & 1②—2①. car ſi à l'un d'iceux eſt adjouſté 1, il ſera quarré: & ſi leur ſomme eſt nombre quarré-quarré; Tellement que la queſtion eſt ſoudée en nombre indefinis; poſons que 1① ſoit 3 (car il eſt licite de choiſir) ces trois la ſeront 63, 15, 3, & par les meſmes recommençons l'operation, & poſons que la ſomme des trois ſoit comme devant 1②

Et le premier requis 63⑥

Le ſecond 15⑥

Et le troiſieſme 3⑥

Leur ſomme (à ſçavoir des trois) 81⑥

Egale à 1②, & 1① vaudra $\frac{1}{3}$. Ie dis que $\frac{63}{729}, \frac{15}{729}$ & $\frac{3}{729}$ ſeront les trois nombres requis. *Demonſtration.* Leur ſomme eſt $\frac{1}{9}$ nombre quarré, Item le cube de ladite ſomme eſt $\frac{1}{729}$; lequel adjouſté à un chaſcun d'iceux, viendra $\frac{64}{729}, \frac{16}{729}$ & $\frac{4}{729}$ trois nombres quarrez, car les racines d'iceux ſont $\frac{8}{27}, \frac{4}{27}$ & $\frac{2}{27}$ ſelon la queſtion.

## Qvestion XXII.

*L'Exemplaire eſt extremement deſpravé en ce lieu, & eſt aiſé à juger qu'il y a trois queſtions perdues, comme auſſi le Sieur Bachet l'a bien remarqué, tellement qu'il eſt plus expediẽt de la reſoudre ſelon qu'il ſemble que Diophante a faict autrefois, que non pas de s'arreſter a l'Imperfection du Texte.*

Partons 2 en trois parties, telles, qu'une chaſcune oſtée de 8 (cube de 2) le reſte ſoit quarré.

### Construction.

Chaſcune partie (eſtant moindre que 2) ſoubſtraicte de 8, le reſte ſera plus que 6, & moindre que 8. D'avantage les trois quarrez reſtans feront enſemble 22; car on oſte les trois parties qui ne font que 2, de trois fois 8. Ce qui eſtant ainſi, il faudra diviſer 22 en trois quarrez, un chaſcun plus que 6 & moindre que 8. ceſt à dire treſpres du tiers de 22, qui eſt $7\frac{1}{3}$ ou bien de $7\frac{18}{49}$ nõbre quarré treſprochain d'iceluy, ayant ſa racine $\frac{19}{7}$, de laquelle faut trouver trois nombres bien peu differens, dont la ſomme des quarrez ſoit 22: or puis que 22 ſe diviſe naturellement en trois quarrez de 3, 3, 2, nous poſerons les racines 3—2①; 3—2①; 2+5①; & egalerons la ſomme de leurs quarrez 33②—4①+22 à 22, alors 1① vaudra $\frac{4}{33}$, & les quarrez ſeront ces numerateurs 8281, 8281, 7396, dont 1089 eſt commun denomin. leſquels ſoubſtraicts de 8 on aura les trois nombres requis, parties integrantes de 2, à ſçavoir 431, 431, & 1316, en meſme denomination que deſſus 1089. dont la demonſtration eſt treſmanifeſte.

## Qvestion XXIII.

*DIviſer la partie d'un entier donnée en trois parties telles, que ſi d'une chaſcune l'on oſte le cube de leur ſomme, les trois reſtes ſoyent quarrez.*

### Construction.

Soit $\frac{1}{4}$ la partie, ou rompu donné lequel il faut diviſer ſelon le requis, tellement que ſi on oſte $\frac{1}{64}$ de chaſcune d'icelles, un chaſcun reſte ſoit quarré. Mais les reſtes enſemble, feront autant que ſi on oſtoit trois fois $\frac{1}{64}$ (c'eſt $\frac{3}{64}$) de $\frac{1}{4}$: donc les reſtes feront enſemble $\frac{13}{64}$, lequel il faut diviſer en trois quarrez, & quand on les aura trouvez, il faudra adjouſter $\frac{1}{64}$ à chaſcun, on aura les trois nõbres requis, ce qui eſt treſfacil, veu que 64 eſtant quarré il ne faudra que diviſer 13 en deux quarrez 9 & 4 puis 4 encor en deux quarrez $\frac{36}{25}$ & $\frac{64}{25}$, & a ces trois quarrez eſtant adjouſté $\frac{1}{64}$ on aura trois fractions 250, 61, 89 de commun denominateur 1600, pour les trois parties requiſes de $\frac{1}{4}$.

## Qvestion XXIV.

*TRouver trois quarrez, ainſi qu'à leur ſolide adjouſtant quelqu'un que ce ſoit d'iceux, la ſomme ſoit nombre quarré.*

Solide eſt le produict de trois nombres. Tranſlation de mot à mot.

CON-

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

CONSTRVCTION.

Soit le solide des trois nombres quarrez requis 1 ②

Puis soyent trouvez trois quarrez ausquels adjousté l'unité facent nombres quarrez, ce qui se peut faire par le moyen des triangles rectangles dissemblables. Car divisant le quarré d'un des costez qui faict l'angle droit, par le quarré de l'autre, le quotient sera tel qu'on le requiert. Partant apres en avoir trouvé trois tels quarrez, & leurs applicquant ②, on aura l'un $\frac{9}{25}$ ②

L'autre $\frac{144}{169}$ ②

Et le troisieme $\frac{64}{289}$ ②

Car si à l'un d'iceux on adjouste 1 ② (premier en l'ordre) la somme sera un quarré. Reste seulement que leur solide $\frac{14400}{318400}$ ⑥ soit egal à 1 ②; finalement viendra $\frac{14400}{318400}$ ④ egal à 1, & l'une racine sera egale à l'autre c'est à sçavoir $\frac{120}{220}$ ② egale à 1, mais si $\frac{120}{220}$ ② fust quarré, la question seroit soudée, Ce qui n'estant pas ainsi, nous en sommes venus là, qu'il faut trouver trois triangles rectangles, ainsi que le solide des perpendiculaires multiplié par le solide des bases, le produict soit quarré; (*le texte est icy mutile*) dont le costé soit le produict de la perpendiculaire & base d'un triangle rectangle.

Et si on divise le tout par le produict des costez qui font l'angle droit du triangle trouvé, le quotient sera un produict des costez qui font l'angle droit du second triangle, multiplié par le produict des costez qui font l'angle droit de l'autre triangle. Et si l'un d'iceux est posé estre 3, 4, 5. Nous en sommes venuz là qu'il faut trouver deux triangles rectangles tels, que le produict des costez qui font l'angle droit, multipliez par les costez faisans l'angle droit soit 12 ①; Et l'aire de l'aire 12, si 12 & 3; Ce qui est facil & semblable à cestuy-cy, 9, 40, 41, l'autre 5, 12, 13; Et ayant ainsi les trois triangles rectangles, nous recommencerons autrefois l'operation. Et poserons les trois quarrez requis, l'un 9, l'autre 25 & le troisiesme 81, & si leur solide est egalé à 1 ②, alors 1 ① sera rationelle. Parquoy les positions vaudront ****.

---

A. GIRARD.

*POur donner à entendre la solution de ceste question, je diray premierement comment il faut trouver un triangle rectangle de quelques deux nombres donnez. que ce soit; soyent donnez 2 & 3; il faut former un triangle rectangle tiré de ces nombres; la somme des quarrez 13 est pour l'hypothenuse; la difference des quarrez 5 est pour un costé faisant l'angle droict, & le double produict est pour l'autre, qui est une reigle generale tres-necessaire.*

*Il est necessaire de sçavoir aussi que si deux nombres se divisant font un quarré aussi en se multipliant feront un quarré. Or il falloit trouver trois triangles rectangles que le solide de leurs perpendiculaires estant divisé par le solide des bases le quotient soit quarré, partant ce n'est pas mal à poinct que au lieu de diviser l'autheur parle de multiplier en ceste endroict, comme il sera encor en la 32e. question suivante. Et pour trouver iceux triangles soit prins un triangle rectangle tel qu'on veut soit 3, 4, 5; & des deux nombres 5, 4, aussi 5 & 3; soyent formez deux autres triangles rectangles comme nous avons dict, tellement que les double-produicts soyent pour les bases à sçavoir 30 & 40; mais quand au premier triangle il n'importe; & aurez ainsi les trois triangles requis, 3, 4, 5, & 9, 40, 41 &, 16, 30, 34: avec lesquels on fera le commencement de ceste question. Ie diray encor que le produict des bases, (des 3 triangles construit comme dessus) est au produict des perpendiculaires comme quatre fois le quarré de l'hypotenuse du premier triangle, au quarré de sa perpendiculaire. Quant au texte il est tellement embrouillé & corrompu qu'on ne sçauroit paraphraser les reliques, si aisement que l'on diroit bien, neantmoins cela sera reservé pour ceux qui ont plus de loisir.*

QVESTION XXV.

*TRouver trois quarrez, tels que si de leur solide on oste un chascun d'iceux les restes soyent quarrez.*

CONSTRVCTION.

Soit le produict des trois (ou leur solide) 1 ②

Et soyent trouvez les quarrez requis, par les triangles rectangles, l'un de $\frac{16}{25}$, l'autre de $\frac{25}{169}$, & le troisiesme de $\frac{64}{289}$, donnant à un chascun le quantité ②; Quoy faict si on les soubstraicts particulairement de 1 ② les restes seront quarrez, & restera à esgaler seulement leur solide qui est $\frac{25600}{1221025}$ ⑥ à 1 ②; que si on divise l'un & l'autre par 1 ② alors on trouvera que $\frac{25600}{1221025}$ ④ seront egales à 1; mais l'unité est telle que l'on en peut extraire la racine de quarte quantité ce qu'on ne peut faire de l'autre. Parquoy nous en sommes là qu'il faudra trouver trois triangles rectangles tels que le solide des bases au solide des hypothenuses soit comme nombre qnarré à nombre quarré. (*Et pource que le texte est corrompu nous poursuivrons le reste selon qu'il devroit estre restitué*) soit à ceste effect 3, 4, 5, un triangle rectangle tel que le double de la base soit maieur à la perpendicle, & soit formé un triangle rectangle de 3 (qui est perpend. susnommée) & de 8 (qui est le double de la base) ce qui se fera selon qu'il a esté enseigné en la precedente note, & viendra 55, 48, 73 pour le deuxiesme triangle, & 48 soit base; & pour le troisiesme, soit pour l'hypothenuse le produict des autres hypothenuses 365, & la base soit le produict des deux bases moins le produict des deux perpend. & la perpend. soit la somme de deux produicts des perpend. & base alternativement, & viendra 364, 27, 365 le troisiesme triangle, & 27 base; & ceux cy satisferont au requis comme aussi, 4, 3, 5; 5, 12, 13, & 63, 16, 65, lesquels nous prendrons comme estans plus petits nombres, & divisant les quarrez des bases par les quarrez des hypothenuses, nous aurons trois quarrez avec lesquels nous recommencerons autresfois l'operation y applicquant ② ainsi: soit 1 ② le produict ou solide des trois quarrez; & les trois quarrez soyent $\frac{9}{25}$ ②, $\frac{144}{169}$ ②, $\frac{256}{4225}$ ②. Car si chascun d'iceux est osté de 1 ② resteront quarrez, puis apres leur solide $\frac{33177600}{1784100625}$ ⑥ est egal à 1 ②; à sçavoir $\frac{33177600}{1784100625}$ ④ egale à 1, & partant $\frac{5760}{6525}$ ① vaudront 1, c'est que 1 ① vaudra $\frac{6525}{5760}$; parquoy les trois quarrez requis seront $\frac{164}{64}$, $\frac{25}{4}$ & $\frac{4}{9}$. dont la demonstration est manifeste.

QVESTION XXVI.

*Translatée de mot à mot.*

*TRouvons trois quarrez, tels que leur solide soubstraict d'un chascun d'iceux les restes soyent quarrez.*

CONSTRVCTION.

Soit derechef leur solide 1 ②; & iceux se trouveront par le moyen des triangles rectangles. Et de là on reviendra en des accidens pareils aux precedentes: Si donc en la presente l'on s'aide des mesmes rectangles, & que nous posions les quarrez requis * l'un 25 ② l'autre 625 ② & le troisiesme 14784 ②. Car leur solide osté d'un chascun d'iceux faict un quarré. Il reste seulement que leur solide soit egal à 1 ②. & se trouve que 1 ① est maieure à 8, & est notoire. *

QVESTION XXVII.

*TRouvons trois quarrez, tels que si au produict de chasque deux l'on y adjouste l'unité la somme soit nombre quarré.*

CONSTRVCTION.

Pource que je cerche qu'au produict des deux premiers adjousté l'unité la somme soit quarrée, si on la



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

multiplie par le troisiesme qui est nombre quarré, le produict sera encor quarré. C'est autant que si l'on disoit que le produict (ou solide) des trois avec le troisiesme face quarré; & ainsi avec le premier & second. Ce qu'avons demonstré cy dessus (assavoir en la 24 question.) Donc les mesmes nombres soudent aussi ceste question.

### Question XXVIII.

*Trouvons trois quarrez, ainsi que si l'on soubstraict l'unité du produict de chaque deux, le reste soit quarré.*

Construction.

Multiplions le tout par le troisiesme, donc si du produict ou solide des trois, l'on soubstraict le troisiesme, le reste sera quarré; & du mesme solide si on en oste le premier ou second le reste sera semblablement quarré. Ce qui a esté demonstré cy dessus (en la 25e) Parquoy ces nombres là satisferont ceste question.

### Question XXIX.

*Trouvons trois quarrez, tels que si l'on soubstraict le produict de chaque deux de l'unité, le reste soit quarré.*

Construction.

Derechef si on multiplie le tout par le restant on en reviendra là qu'il faut trouver trois nombres, tels que si on oste leur solide de quelqu'un d'iceux quel il soit, le reste soit quarré. Cecy a esté demonstré. (en la 26e quest.)

### Question XXX.

*Trouver trois quarrez, tels qu'a la somme de chaque deux adjousté 15, la somme soit aussi quarré.*

Construction.

Soit l'un d'iceux quarré 9.

Il faut trouver donc les deux autres quarrez tels que chascun d'iceux avec 24 face quarré. & eux deux + 15 facent, quarré. Trouvons donc deux quarrez, ainsi qu'à un chascun adjousté 24 face nombre quarré. Prenons des nombres qui mesurent 24. & qu'iceux soyent les costez, qui font l'angle droict d'un triangle rectangle. soit selon $\frac{4}{1(1)}$, l'opposite sera 6①; leurs moitiés sont $\frac{2}{1(1)}$ & 3①: soit derechef (pour en avoir encor deux autres) selon $\frac{3}{1(1)}$, l'opposite sera 8①; & les moitiez d'iceux sont $\frac{3}{2(1)}$ & 4①. Partant soit l'un costé du quarré, l'interval entre $\frac{2}{1(1)}$ & 3① ; & soit l'autre coste, l'interval entre $\frac{3}{2(1)}$ & 4①. Car à chascun d'iceux quarrez adjousté 24 la somme sera un quarré; Il reste seulement qu'iceux ensemble adjoustez a 15 facent quarré; Mais c'est 25② — 9 + $\frac{25}{4(1)}$, le mesme sera egal à un quarré, & soit à 25②; alors 1① vaudra $\frac{5}{6}$. Partant les trois quarrez requis seront 9, $\frac{1}{100}$ & $\frac{529}{225}$; dont la demonstration est manifeste.

### Question XXXI.

*Trouver trois quarrez, tels que si de la somme de deux quelconques d'iceux l'on oste 13 le reste soit quarré.*

Construction.

Soit 25 l'un des quarrez requis; Il en faudra trouver deux autres, tellement qu'un chascun d'iceux avec 12 face quarré, mais d'iceux deux ensemble osté 13, le reste soit quarré. Soyent 3, 4, les deux costez faisans l'angle droict d'un triangle, & avec un chascun d'iceux soyent pris des opposites (selon la precedente produisans 12,) & pris la moitié, Alors le premier costé sera de l'interval qui est entre $\frac{3}{2}$① & $\frac{2}{1(1)}$; & l'autre costé de l'interval entre 2① & $\frac{3}{2(1)}$. Car si a chascun quarré on adjouste 12 la somme sera quarré. Reste que de leur somme si on oste 13 le reste soit quarré, parquoy 6$\frac{1}{4}$② — 25 + $\frac{25}{2(1)}$ sera egal à un quarré, soit à $\frac{25}{4(1)}$, alors 1① vaudra 2; & les trois quarrez requis seront, 25, 4, & 10$\frac{9}{16}$, lesquels sont tels que si on oste 13 de la somme de chasque deux les restes seront quarrez, selon le requis.

### Question XXXII.

*Trouver trois quarrez, tels que la somme de leurs quarrez soit quarré.*

Notez que c'est autant que si l'on proposoit trouver trois nombres dont la somme de leurs quarré-quarrez soit nombre quarré.

Construction.

| | |
|---|---|
| Soit un des nombres quarrez requis | 1② |
| Et les deux autres | 4. & 9. |
| La somme de leurs quarrez | 1④ + 97 |
| Egal à un quarré, soit iceluy dont 1② — 10 est le costé, partant iceluy sera | 1④ — 20② + 100 |

Et 20② vaudront 3: lesquels si leur produict fust quarré la question seroit resoute.

La chose est demenée jusques a là, qu'il faut trouver deux quarrez, & un certain nombre, tellement que de son quarré, estans soubstraicts les quarrez, des quarrez requis en un, le reste soit un nombre qui soit au double dudict certain nombre, comme quarre à nombre quarré. Soyent iceux quarrez 1②, l'autre 4; & le nombre arbitraire 1② + 4, du quarre duquel soubstraicts les quarrez des deux autres, restera 8② lequel doit estre à 2② + 8 (double de l'arbitraire) comme quarré à nombre quarré. Leurs moitiez, 4② à 1② + 4 seront comme quarré à quarré; mais 4② est quarré donc 1② + 4 sera egal à un quarré soit iceluy de 1① + 1, & 1① vaudra 1$\frac{1}{2}$; & les nombres quarrez requis seront 2$\frac{1}{4}$ & 4; & l'arbitraire $\frac{25}{4}$; lesquels quadruples seront 9, 16, & l'arbitraire 25. Avec lesquels on recommencera l'operation & poserons l'un des nombres quarrez requis comme dessus 1②

| | |
|---|---|
| L'autre | 9 |
| Et le troisiesme | 16 |
| La somme de leurs quarrez | 1④ + 337 |

Egal au quarré de 1② — 25, & 1① vaudra $\frac{12}{5}$; le reste est manifeste.

D'icy se forme une reigle, pour resoudre telles questions. *Prenez les quarrez des costez qui font l'angle droict d'un triangle rectangle, pour deux des nombres quarrez requis; Puis divisez leur produict par le quarré de l'hypotenuse & vous aurez le troisiesme.*

### Question XXXIII.

*Vn quidam fit un meslange de deux sortes de vins, dont l'un luy coustoit 8 sous le pot, l'autre seulement 5, en fin il y avoit du vin pour un certain nombre quarré de sous; tellement qu'au mesme adjoustant encor 60, la somme estoit derechef quarré, la racine duquel estoit la quantité des pots que le meslange contenoit, On demande combien il y avoit de pots des deux sortes de vins, & combien une chacune sorte de vin coustoit.*

Construction.

Soit posé le nombre des pots du meslange 1①

Ergo le pris total sera, 1② — 60

Il reste qu'iceluy soit egalé à quelque quarré dont le costé soit 1① — quelque ⊙; Davantage pource que 1① est le nombre des pots meslangez tant de 5 sous que de 8, le pris total (assavoir 1② — 60) vaudra plus que 5① & moins que 8①, & par consequent 1① vaudra plus que $\sqrt{66\frac{1}{4}} + 2\frac{1}{2}$ & moins que $\sqrt{76} + 4$: c'est en nombre rationnaux 10$\frac{127}{200}$, & 12$\frac{718}{1000}$ & assez pres entre 11 & 12. Il faudra aussi diviser le pris total 1② — 60, en deux nombres tels que la $\frac{1}{4}$ de l'un + la $\frac{1}{8}$ de l'autre soit 1① la somme des pots du meslange qui est entre 11 & 12. Aussi pour trouver le quarré auquel on veut esgaler 1② — 60, on en prendra cõme dict est la racine 1①

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

1 ① — quelque ◎ soit iceluy A; alors $\frac{Aq+60}{A1}$ sera egal à 1 ①, c'est à dire, qu'il faut trouver un quarré auquel adjousté 60 & diviſé par le double de ſa racine, le quotient ſoit entre 11 & 12; & ſoit iceluy poſé 1 ②, donc $\frac{1②q+60}{2①}$ aura ſa valeur entre 11 & 12; c'eſt a dire que 1 ② + 60 aura ſa valeur entre 22 ① & 24 ①, & 1 ① ſera entre 19 & 21, (aſſez pres) ſoit donc 20, alors on eſgalera 1 ② — 60 puis total au quarré de 1 ① — 20 qui eſt 1 ② — 40 ① + 400, quoy faict 1 ① vaudra $11\frac{1}{2}$ pour le nombre des pots du meſlange, auſſi 1 ② — 60 vaudra $72\frac{1}{4}$ pris total, lequel il faut diviſer en deux parties telles que la $\frac{1}{5}$ de la premiere avec la $\frac{1}{8}$ de l'autre ſoit $11\frac{1}{2}$. A ceſte fin ſoit 1 ① poſée eſtre la $\frac{1}{5}$ de la premiere partie, donc — 1 ① + $11\frac{1}{2}$ ſera la $\frac{1}{8}$ de l'autre; alors les parties ſeront 5 ① & — 8 ① + 92, leſquelles enſemble font — 3 ① + 92 egales à $72\frac{1}{4}$, & 1 ① vaudra $\frac{79}{12}$ nombre des pots de 5 ſous, parquoy $\frac{59}{12}$ ſera le nombre des pots de 8 ſous.

Je di, qu'il y a $11\frac{1}{2}$ pots de meſlange, à ſçavoir $\frac{79}{12}$ pots de 5 ſous, & $\frac{59}{12}$ pots à 8 ſous. *Demonſtration.* Le vin de 5 ſous le pot vaut $32\frac{11}{12}$ ſous, & l'autre de 8, vaut $39\frac{1}{3}$ ſous, dont la ſomme eſt le pris total $72\frac{1}{4}$ ou $\frac{289}{4}$ qui eſt quarré, ſa racine $\frac{17}{2}$. Item ſi à $72\frac{1}{4}$ l'on adjouſte 60, viendra $132\frac{1}{4}$ ou $\frac{529}{4}$ auſſi nombre quarré ſa racine eſtant $\frac{23}{2}$, ou $11\frac{1}{2}$ nombre des pots de vin meſlangé deſſuſdict, ſelon le requis & qu'il falloit demonſtrer.

---

SIXIESME LIVRE

# D'ALGEBRE

DE

# DIOPHANTE D'ALEXANDRIE;

*Traduict en langue Françoiſe & expliqué par* ALBERT GIRARD, *Samielois.*

## QVESTION I.

*TRouvons un triangle rectãgle, ainſi que ſi on oſte l'un ou l'autre coſté qui faict l'angle droict de l'hypothenuſe le reſte ſoit cube.*

### CONSTRVCTION.

Soit le triangle requis, celuy qui eſt formé de ces deux nombres, 1 ① & 3; L'hypothenuſe ſera 1 ② + 9; la perpend. 6 ①, & la baſe 1 ② — 9; & de l'hypotenuſe eſtant ſoubſtraict l'un des coſtez à ſçavoir 1 ② — 9 le reſte ſera 18 qui n'eſt pas cube. Mais d'ou vient il? c'eſt le double du quarré de 3. Il faut donc trouver un nombre, que ſon double quarré ſoit cube; ſoit iceluy 1 ① ſon double quarré eſt 2 ② egal à un cube ſoit à 1 ③ alors 1 ① vaudra 2. Ie reviens donc à former un triangle de 1 ① & 2 (non pas 3 comme deſſus) & l'hypothenuſe ſera 1 ② + 4 la perpend. 4 ①; la baſe, 1 ② — 4; de laquelle hypot. ſi on en oſte la baſe le reſte ſera cube 8; il reſte que de la meſme hypot. eſtant ſoubſtraicte la perpend. le reſte ſoit cube, à ſçavoir 1 ② — 4 ① + 4 egale à un cube, mais le meſme eſt le quarré de 1 ① — 2; donc ſi on egaliſe de ① — 2 à un cube on ſoudra la queſtion, ſoit iceluy egal à 8; 1 ① vaudra 10; quoy faict, ſoit formé un triangle de 10 & 2, alors l'hypothenuſe ſera 104; la perpend. 40 & la baſe 96; la demonſtration eſt manifeſte.

## QVESTION II.

*TRouver un triangle rectãgle, ainſi que l'hypotenuſe adjouſtée avec l'un des coſtez reſtans lequel on voudra, la ſomme ſoit cube.*

### CONSTRVCTION.

Si l'on forme un triangle de deux nombres comme en la precedente, il faudra trouver un quarré dont le double ſoit cube, iceluy ſera le quarré de 2, faiſons donc un triangle de 1 ① & de 2; & l'hypothenuſe ſera 1 ② + 4, l'un des coſtez faiſant l'angle droict 4 ①; & l'autre — 1 ② + 4. Il reſte que l'hypotenuſe avec le premier coſté face un cube, mais il eſt neceſſaire que la valeur de 1 ② ſoit moindre que 4 c'eſt à dire 1 ① moindre que 2, (autrement on n'explicqueroit pas — 1 ② + 4) & comme la precedente 1 ② + 4 ① + 4 eſtant quarré & egal à un cube, on eſgalera ſa racine quarrée 1 ① + 2, à un cube, qui ſoit moindre que 4, pour les meſmes raiſons, & plus que 2 puis que 1 ① + 2 eſt plus que 2; comme eſt $\frac{27}{8}$. ce qu'eſtant ainſi poſons 1 ① + 2 egal à $\frac{27}{8}$ & 1 ① vaudra $\frac{11}{8}$; parquoy le triangle requis ſera $\frac{133}{64}$, $\frac{352}{64}$ & $\frac{377}{64}$. La demonſtration eſt facile.

## QVESTION III.

*TRouver un triangle rectangle, tel qu'au nombre de ſon aire eſtant adjouſté le nõbre donné 5, la ſomme ſoit nõbre quarré.*

### CONSTRVCTION.

Soit poſé que le triangle requis ſoit d'une eſpece donnée à ſçavoir 3 ①, 4 ①, 5 ① alors l'aire + 5 ſera 6 ② + 5 egal à un quarré ſoit iceluy 9 ② partant 3 ② ſeront egales à 5, qui devroit eſtre comme quarré à nombre quarré comme les quantitez le demonſtrent. Il faudra donc trouver un triangle rectangle, & un nombre quarré, tellement que d'iceluy quarré eſtant ſoubſtraict l'aire du triangle, le reſte ſoit la $\frac{1}{3}$ partie d'un quarré (pource que 5 eſt donné.) Soit formé un triangle de 1 ① & $\frac{1}{1①}$, & l'aire ſera 1 ② — $\frac{1}{1①}$, ſoit pour la racine du quarré requis 1 ① + une fraction de ① de tant d'unitez que le double du nombre donné; c'eſt $\frac{10}{1①}$, le quarré ſera 1 ② + 20 + $\frac{100}{1②}$, duquel eſtant ſoubſtraict l'aire 1 ② — $\frac{1}{1②}$ reſtera $\frac{101}{1②}$ + 20: dont le quintuple eſt $\frac{101}{1②}$ + 100 egale à un quarré; le tout multiplié par 1 ② viendra 100 ② + 505 egales à un quarré, dont le coſté ſoit poſé de 10 ① + 5; & 1 ① ſera $\frac{24}{5}$. Venons aux poſitions, le triangle ſe formera de $\frac{24}{5}$ & $\frac{5}{24}$; & le coſté du quarré ſera $\frac{413}{60}$ ①, tellement qu'à l'aire du triangle eſtant adjouſté 5, on l'egalera à $\frac{170569}{3600}$ ②, le reſte eſt aſſez manifeſte.

## QVESTION IV.

*TRouver un triangle rectangle tel que ſi du nombre de ſon aire eſt ſoubſtraict 6, le reſte ſoit quarré.*

### CONSTRVCTION.

Soit iceluy triangle poſé comme deſſus, 3 ①, 4 ①, 5 ①; alors 6 ② — 6 ſeront egales à un quarré, ſoit à 4 ②; le tout parachevé. On ſera contrainct de trouver un triangle rectangle, & un nombre quarré tel, qu'eſtant ſoubſtraict de l'aire du triangle, & le reſte ſextuple ſoit un quarré. A ceſt effect ſoit formé un triangle de 1 ① & de $\frac{1}{1①}$. Auſſi le coſté du quarré requis ſoit 1 ① — une fraction denommée par ①, ayant pour numerateur la moitié du nombre donné qui ſera $\frac{1}{1②}$, ſon quarré (à ſçavoir de 1 ① — $\frac{1}{1①}$) ſera 1 ② — 6 + $\frac{1}{1②}$ lequel eſtant ſoubſtraict de l'aire 1 ② — $\frac{1}{1①}$ reſtera 6 — $\frac{1}{1②}$ lequel ſextuplé & encor multiplié par 1 ② viendra 36 ② — 60 egal à un



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

quarré, soit fingé le costé d'iceluy 6 ① — 2 alors 1 ① vaudra $\frac{8}{3}$. Ce qu'estant ainsi on reviendra à former le triangle de $\frac{8}{3}$ & $\frac{3}{8}$, & le costé du quarré $\frac{37}{24}$, pour recommencer les positions au lieu de celles qui estoyent prises à la volée, car le triangle se posera $\frac{4177}{576}$ ①, $\frac{4013}{576}$ ①, 2 ①, dont l'aire diminuée du nombre donné 6 sera $\frac{2813}{576}$ ② — 6 egal au quarré de $\frac{37}{24}$ ① qui est $\frac{1396}{567}$ ② & alors 1 ① vaudra $\frac{8}{7}$, & sera le triangle rectangle $\frac{425}{504}$ ①, $\frac{2013}{504}$ ①, $\frac{16}{7}$, dont la demonstration est facile.

## Question V.

*Trouvons un triangle rectangle, tel que le nombre de son aire estant soubstraict d'un nombre donné comme de 10 le reste soit quarré.*

### Construction.

Soit posé derechef que le triangle rectangle soit 3 ①, 4 ①, 5 ①, alors 10 — 6 ② seront egales à un quarré, parquoy on en reviendra là, qu'il faudra trouver un triangle rectangle, & un nombre quarré, ainsi que la somme de l'aire d'iceluy triangle & dudict nombre quarré estant multipliée par 10 face quarré. A ceste effect soit formé un triangle rectangle de 1 ① & $\frac{1}{100}$ & le costé du quarré 5 ① + $\frac{1}{100}$, & ainsi le composé de l'aire & du quarré sera 26 ② + 10, lequel decuplé sera 260 ② + 100, egal à un quarré, & pour avoir des plus petits nombres soit divisé les mesmes par 4 (nombre quarré) viendra 65 ② + 25 egales à un quarré dont le costé soit fingé estre 8 ① + 5, & 1 ① vaudra 80; donc on formera le triangle de 8 & $\frac{5}{8}$ & sera 2 ① $63\frac{63}{64}$ ①, $64\frac{1}{64}$ ②, & le costé du quarré $\frac{32081}{80}$ ①, & le reste sera aisé à poursuivre.

## Question VI.

*Trouvons un triangle rectangle tel qu'au nombre de l'aire d'iceluy y adjousté l'un des costez qui font l'angle droict la somme soit 7.*

### Construction.

Soit derechef posé que le triangle soit d'une espece donnée, 3 ①, 4 ①, 5 ①; alors 6 ② + 3 ① seront egales à 7; mais en reduisant c'este equation au quarré de la moitié de 3 (des 3 ①) quand l'on y adjouste 6 fois 7 la somme n'est quarré ce qui seroit toutesfois necessaire. Parquoy il faut trouver un triangle rectangle tel qu'au quarré de la moitié d'un des costez qui font l'angle droict estant adjousté sept fois l'aire la somme soit quarré. A ceste fin soit 1 ① & 1, les costez qui font l'angle droict, alors 3 $\frac{1}{2}$ ① + $\frac{1}{4}$ seront egaux à un quarré, toutesfois multiplions le par 4, viendra 14 ① + 1 egales à quarré. D'avantage il faut que le triangle supposé soit rationel parquoy 1 ② + 1 sera egal à un quarré (à sçavoir pour le quarré de l'hypothenuse) & par la note de double egaleté apres l'onsieme question du 2e livre, on fera ainsi, ayans deux nombres qu'on veut egaler à nombres quarrez; leur interval 1 ② — 14 ① se peut mesurer par 1 ① & 1 ① — 14 dont le quarré de leur differencé est 49, egal au moindre, à sçavoir à 14 ① + 1, & 1 ① vaudra $\frac{24}{7}$. Retournant donc à faire les positions les costez faisans l'angle droict soyent $\frac{24}{7}$ ① & 1 ① ou bien pour eviter les fractions le tout par 7, viendra 24 ① & 7 ① & partant l'hypothenuse 25 ①; d'avantage à l'aire 84 ② adjousté 7 ① viendra 84 ② + 7 ① egales à 7, & 1 ① vaudra $\frac{1}{4}$, d'ou procedera l'invention du triangle requis 6, $\frac{7}{4}$, $\frac{25}{4}$. La Demonstration est facile.

## Question VII.

*Trouver un triangle rectangle tel que si on soubstraict l'un des costez qui faict l'angle droict du nombre de l'aire d'iceluy, le reste soit 7.*

### Construction.

Que si derechef l'on presuppose que le triangle requis soit d'une espece donnée, on deduira le tout tellement qu'il faudra trouver un triangle rectangle dont le quarré de la moitié d'un des costez faisant l'angle droict adjoinct au septuple de l'aire face un quarré. iceluy est trouvé assavoir 7, 24, 25, avec lequel recommenceant les positions & conduisant l'operation selon les conditions 84 ② — 7 ① seront egales à 7; & 1 ① vaudra $\frac{1}{3}$, & par consequent le triangle rectangle sera $\frac{7}{3}$, 8, $\frac{25}{3}$. la demonstration est aisée.

## Question VIII.

*Trouvons un triangle rectangle, tellement, qu'a l'aire d'iceluy soyent adjoustez les deux costez faisans l'angle droict, la somme soit 6.*

### Construction.

Apres avoir supposé que le triangle soit d'une espece donnée: On deduira le tout à ce qu'il soit necessaire de trouver un triangl. rect. ainsi que le quarré de la moitié de la somme des deux costez faisans l'angle droict, adjoinct au sextuple de l'aire face un nombre quarré. Posons derechef qu'un d'iceux costez soit 1 ① & l'autre 1; alors $\frac{1}{4}$ ② + $\frac{7}{2}$ ① + $\frac{1}{4}$ sera egal à un quarré; multiplions le par 4; alors 1 ② + 14 ① + 1 seront egales à un quarré, aussi 1 ② + 1 pareillement (quarré de l'hypotenuse) & par la susdite note du quarré de double egaleté apres l'onzieme quest. du 2. livre on prendra l'interval 14 ① lequel estant mesuré par 2 ① & 7. dont le quarré de la moitie de leur difference est 1 ② + $12\frac{1}{4}$ — 7 ① egal à 1 ② + 1 & 1 ① vaudra $\frac{45}{28}$: & le triangle sera $\frac{45}{28}$, 1, $\frac{53}{28}$. Le tout multiplié par 28 on aura 45 ①, 28 ①, 53 ①; dont l'aire avec les deux costez faisans l'angle droit sera 630 ② + 73 ① egal à 6, & 1 ① sera rationelle assavoir $\frac{1}{18}$, parquoy les deux costez seront $\frac{14}{9}$ & $\frac{1}{9}$ & l'hypotenuse $\frac{53}{18}$. *Demonstration.* L'aire est $\frac{35}{18}$ à laquelle adjoustée la somme des costez faisant l'angle droict, le tout sera 6 selon le requis.

## Question IX.

*On requiert un triangle rectangle, ainsi que du nombre de l'aire estant soubstraict la somme de costez faisant l'angle droict le reste soit 6.*

### Construction.

Ayant premierement supposé que le triang. soit d'une espece donnée, on viendra requerir à en trouver un dont le quarré de la moitié de la somme des deux costez faisans l'angle droict, adjoinct au sextuple de l'aire d'iceluy, face quarré. Le mesme a esté desia demonstré cy devant, & est 28, 45, 53. Ausquels appliquez ①, à la fin 630 ② — 73 ① seront egales à 6. & 1 ② vaudra $\frac{6}{35}$; & iceluy triangle sera $\frac{24}{5}$, $\frac{54}{7}$, $\frac{318}{35}$.

## Question X.

*Trouver un triangle rectangle, que la somme de l'hypotenuse, d'un autre costé, & de l'aire soit 4.*

### Construction.

Apres avoir supposé que le triangle soit d'une espece donnée, il sera besoing d'en trouver un autre tel que le quarré (de la moitié de la somme de l'hypotenuse, & d'un autre costé,) avec le quadruple de l'aire face quarré. A ceste fin soit formé un triangle rectangle de 1 ① & 1 ① + 1; & le quarré de la moitié de la somme de l'hypotenuse & d'un autre costé sera 1 ④ + 4 ③ + 6 ② + 4 ① + 1; & le quadruple de l'aire est 8 ③ + 12 ② + 4 ①; parquoy 1 ④ + 12 ③ + 18 ② + 8 ① + 1 sera egal à

un

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

un quarré, dont le costé soit fingé 1 ② + 6 ① — 1 : alors 1 ① vaudra $\frac{5}{4}$. On formera donc un triangle de $\frac{5}{4}$ & $\frac{9}{4}$ ou plustost (le tout quadruplé pour eviter les fractions) de 5 & 9. & puis (pour eviter les grands nombres) soit pris un semblable en moindre nombre, y adjoignant — 1 ; iceluy sera 28 ①, 45 ①, 53 ① ; & la somme de l'hypotenuse, & d'un autre costé, ensemble de l'aire sera 630 ② + 81 ① egale à 4 ; & 1 ① vaudra $\frac{4}{105}$, partant le triangle sera $\frac{212}{105}, \frac{15}{15}, \frac{12}{7}$. *Demonstration.* La somme de l'aire $\frac{96}{105}$ de l'Hypotenuse, & d'un autre costé $\frac{324}{105}$, est $\frac{420}{105}$ ou 4, selon le requis.

## Question XI.

*Il est requis de trouver un tel triangle rectangle que le nombre de son aire, diminué de l'Hypotenuse & de l'un des costez qui fait l'angle droit, le reste soit 4.*

### Construction.

Si nous posons que le triangle soit d'une espece donnée, nous en reviendrons là qu'il faudra chercher un triangle rect. tel qu'au quadruple de son aire adjousté le quarré de la moitié de la somme de l'hypotenuse & d'un autre costé, la somme soit nombre quarré. Ce qui a esté demonstré estre 28, 45, 53, auquels nombres estant applicquée ①, on trouvera que 630 ② — 81 ① seront egales à 4, & alors 1 ① vaudra $\frac{1}{6}$ : Le triangle requis sera $\frac{28}{6}, \frac{45}{6}, \frac{53}{6}$, ou $\frac{14}{3}, \frac{15}{2}$. dont la *Demonstration* est manifeste.

## Question XII.

*On requiert un triangle rectangle de telle qualité que l'interval des deux costez faisans l'angle droit, item le plus grand costé, Et finalement l'aire avec le plus petit costé soyent tous trois nombres quarrez.*

### Construction.

Soit formé un triangle rectangle de deux nombres, & soit assigné au plus grand costé d'à l'entour l'angle droict le double produict d'iceux. Il faudra donc trouver deux nombres tels que le double de leur produict soit quarré, Item que l'exces du susdict double produict, sur l'Interval de leurs quarrez soit aussi quarré. Or cela arrive tousiours quand les nombres sont en raison double. A ceste fin soit formé donc un triangle de 1 ① & 2 ①, lequel satisfera à deux conditions requises. Il reste seulement que l'aire avec le petit costé face un quarré. or c'est 6 ④ + 3 ②, lequel divisé par 1 ② viendra 6 ② + 3 egal encor à un quarré. Cerchons quelque nombre donc, qu'à 6 fois son quarré adjousté 3 la somme soit quarré. Or 1 est un tel nombre & autres infinis, donc le triangle rectangle requis, se formera de 1 & 2, & sera 3, 4, 5. & pour en trouver d'autres s'ensuit un

### Lemme.

*Si la somme de deux nombres donnez fust quarrée, On trouvera Infiniz quarrez, ainsi que l'un des nombres donnez multipliant un quarré, & au produict adjousté l'autre, la somme soit nombre quarré.*

*Demonstration.* Soyens 3 & 6, les nombres donnez, & l'on veut demonstrer qu'il est possible de trouver tant de quarrez que l'on voudra, qui multiplians 3 & au produict adjoustez 6, face quarré. Soit 1 ② + 2 ① + 1 un quarré requis, alors 3 ② + 6 ① + 9 seront egales à un quarré, ce qui se peut resoudre en une Infinité de façons, à cause que le ⊙ est quarré, & par exemple soit — 3 ① + 3 le costé du quarré fingé, & alors 1 ① vaudra 4, donc 5 sera le costé du quarré requis, & ainsi des autres.

Le Sieur Bachet au lieu de ce Lemme en demonstre un plus general, ainsi:

*De deux nombres donnez, si l'un divisé par un certain quarré, & au quotient adjoustant l'autre nombre donné, la somme soit nombre quarré, on trouvera une infinité d'autres quarrez qui seront de mesme qualité.*

## Question XIII.

*Trouver un triangle rectangle que le nombre de l'aire estant augmenté de l'un ou de l'autre costé qui faict l'angle droict, soit quarré.*

### Construction.

Soit presuppposé que le triangle, fust d'une espece donnée, 5 ① 12 ①, 13 ①, alors 30 ② + 12 ① seront egales à un quarré, soit à 36 ②, & 1 ① vaudra 2, mais il falloit aussi que 30 ② + 5 ① fust nombre quarré, ce qui n'estant ainsi, il nous faudra trouver un quarré, au lieu de 36. duquel soubstraict 30 le reste divisant 12, puis aussi par le quarré du quotient multiplant 30, auquel produict adjousté 5 fois le susdit quotient, la somme soit nombre quarré. a ceste fin soit posé 1 ② le quarré requis, duquel ostant 30, restera 1 ② — 30 ; lequel divisant 12 viendra une fraction algebraique à sçavoir le numerateur 12 & le denominateur 1 ② — 30, dont le quarré sera 144 pour le numeration & 1 ④ — 60 ② + 900 le denominateur ; lequel quarré multiplié par 30, & y adjoustant le quintuple de la premiere mentionée fraction algebraique, viendra 60 ② + 2520 ayant pour denominateur 1 ④ — 60 ② + 900 egal à un quarré, mais le denominateur estant quarré il ne restera seulement que d'egaler le numerateur 60 ② + 2520, à un quarré, c'est à dire qu'à 60 fois un quarré adjoustant 2520, la somme doit estre un nombre quarré. Et si en formant le triangle, nous eussions eu esgard, qu'à 60 estant adjousté 2520, face un quarré, la question eust esté soudée, (car il eust esté facil d'egaler 60 ② + 2520 à un quarré, la 1 ① eust valu 1,) Mais 60 est le produict des costez faisans l'angle droict, aussi 2520 (par le suyvant theoreme) est le solide, de l'interval des costez faisans l'angle droict, & du plus grand de ces deux là, & de l'aire : La chose est parvenue à tel poinct, qu'il faudra trouver un triangle rectangle tel qu'au produict des deux costez de l'angle droict, adjousté le solide, de l'Interval des mesme, & du plus grand des deux, & de l'aire, face un quarré. or en ce binome conjoinct, les noms ont commune hauteur c'est le plus grand des costez faisans l'angle droict, & le mesme binome estant requis estre quarré, si on le divise par un quarré, le quotient doit estre aussi quarré, donc si on presuppose ce plus grand costé estre un quarré, & divisant le binome par iceluy, la question en sera plus facile. Car il faudra seulement que la somme du moindre costé, & du produict, de l'aire par l'interval des costez faisans l'angle droict, soit un quarré ; Mais si avec ce que le maieur costé est posé estre quarré l'on pose encor que l'interval des costez faisans l'angle droit soit l'unité, le reste sera tant plus facil : car il faudra seulement que la somme du moindre costé & de l'aire soit quarré. or la precedente question estant cela mesme elle nous fournira d'un tel triagle qui est 3, 4, 5, & de semblables, auquels nõbres applicquans ①, alors en suyvant les conditions de la question, 6 ② + 4 ① aussi 6 ② + 3 ①, serõt un chascun egal à un quarré. mais si nous resoudõs la maieure equation (à sçavoir 6 ② + 4 ① egales à un quarré) comme dessus, alors 1 ① sera $\frac{4}{1(q)-6}$, dont le quarré est $\frac{16}{1(q)-12(q)+36}$ ; lequel sextuplé & puis y adjousté trois fois le costé à sçavoir $\frac{12}{1(q)-6}$ en les mettant en mesme denomination, la somme sera $\frac{12(q)+36}{1(q)-12(q)+36}$ qui doit estre egal à un quarré, & le denominateur l'estant, il restera que 12 ② + 24 soit egal à un quarré ; c'est à dire que si

un quarré

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

un quarré (à cauſe de ②) multiplie 12, & puis on y adjouſte 24, la ſomme ſoit quarré, ce qui ſe parfera par le precedent lemme, & eſt 25, donc 1 ② vaudra 25, & 1 ①, 5; & partant voulans egaler 6 ② + 4 ① à un quarré, iceluy ſera 25 ②, & 1 ① vaudra $\frac{4}{19}$: Et finalement le triangle cerché ſera $\frac{12}{19}, \frac{16}{19}, \frac{20}{19}$, dont la *Demonſtration* eſt manifeſte.

Notez que Diophante rencontre fortuitement que 12 + 24 font un quarré pour de là venir au Lemme precedent; ce qu'a tresbien remarqué le Sieur Bachet, lequel auſſi a explicqué & faict le ſuivant Theoreme ſur ce qui a eſté cité cy deſſus, & eſt tel. *De deux nombres inegaux, auſſi un troiſieſme donnez; ſi on multiplie le troiſieſme par le quarré du maieur des deux, le produict ſera egal au ſolide des trois donnez, & au ſolide du maieur des deux de l'interval des meſmes, & du troiſieſme donné.*

## QVESTION XIV.

*TRouvons un triangle rectangle, que ſoubſtraict l'un de deux qu'on voudra qui ſont l'angle droict du nombre de l'aire, le reſte ſoit quarré.*

### CONSTRVCTION.

Si derechef l'on poſe que le triangle ſoit d'une eſpece donnée comme en la precedente; on viendra à la fin à requerir un triangle ſemblable à 3, 4, 5, auſquels à c'eſt effect applicquez ①, ſeront 3 ①, 4 ①, 5 ①, parquoy 6 ② — 4 ①, ſeront egales à un quarré; lequel eſtant moindre que 6, on verra quel il puiſſe eſtre que 1 ② ſera egale à 4 ayant pour denomination l'exces de ce 6 ſur ledit quarré. Lequel quatré eſtant donc poſé 1 ② & la valeur trouvée, 6 ② — 3 ① devra eſtre pareillement trouvé quarré; Or 1 ② ſextuplé eſt 96 ayant denominateur 1 ④ — 12 ② + 36; & le triple du coſté eſt 12 ayant denominateur — 1 ② + 6 c'eſt — 12 ② + 72 en meſme denominateur que deſſus, lequel oſté de 96 reſtera 12 ② + 24 ayant meſme denominateur 1 ④ — 12 ② + 36, laquelle eſtant quarrée, il reſtera que 12 ② + 24 ſoit egal à un quarré, or 1 ② vaut 1. Ce qu'eſtant ainſi je poſeray 6 ② — 4 ① egales à 1 ②, alors 1 ① vaudra $\frac{4}{5}$, & le triangle requis ſera $\frac{12}{5}, \frac{16}{5}, 4$.

Que ſi on ne ſe veut ſervir de l'unité en egalant 12 ② + 24, à un quarré ou bien (en ayant pris le $\frac{1}{4}$) 3 ② + 6; on ſe ſervira du lemme qui eſt apres la precedente 12 queſtion, mais il faut avoir eſgard à — 1 ② + 6 cy deſſus, c'eſt que 1 ② eſt moindre que 6; Il faut donc trouver un quarré moindre que 6, lequel multiplié par 3 (des 3 ②) & y adjouſte 6, face quarré. A ceſte fin ſoit 1 ① + 1 la racine d'iceluy; donc 3 ② + 6 ① + 9 ſera egal à un quarré dont la racine ſoit autrefois 3 — quelques ①, qu'il faut determiner ainſi: Puis que le quarré requis doibt eſtre moindre que 6 (prenons $\frac{484}{81}$ quarré au lieu de 6) ſa racine $\frac{22}{9}$ ſera maieure à 1 ① + 1 (racine ſuppoſée du quarré requis) donc 1 ① ſera encor moindre que $\frac{13}{9}$, donc 3 ② + 6 ① + 9, s'egalera au quarré de 3 — tant de ① que la valeur de 1 ① ſoit moindre que $\frac{22}{9}$; pour à quoy parvenir, on les prendra premierement à la volée pour pouvoir former une queſtion, & trouvera-on que le nombre des ſuſdictes ① doibt exceder (environ) $5\frac{1}{13}$, ſoit donc 3 — 6 ①, au quarré duquel s'eſgalera 3 ② + 6 ① + 9, & 1 vaudra $\frac{14}{11}$, donc les 1 ① + 1 vaudront $\frac{25}{11}$, & partant le quarré requis ſera $\frac{625}{121}$ pour la valeur de 1 ② (des 3 ② + 6, ou, 12 ② + 24,) ce qu'eſtant faict on egalera les 6 ② — 4 ① (du commencement) à $\frac{625}{121}$ ②, & 1 ① vaudra $\frac{484}{101}$; par ainſi le triangle requis ſera $\frac{1452}{101}, \frac{1936}{101}, \frac{2420}{101}$, dont l'examen eſt manifeſte.

## QVESTION XV.

*TRouver un triangle rectangle, tel que ſi on ſoubſtraict l'hypothenuſe ou un coſté faiſant l'angle droict de l'aire, le reſte ſoit quarré.*

L'exemplaire eſtant ſi mutile qu'il n'eſt facil de diviner ce qui eſt perdu, nous poſerons la Conſtruction telle que Diophante ſemble l'avoir voulu effectuer apres beaucoup d'inquiſitions.

### CONSTRVCTION.

Soit formé un triangle rectangle de deux nombres plans ſemblables, 1, 4, & le requis ſoit de la meſme eſpece à ſçavoir 8 ①, 15 ①, 17 ①: (dont le 8 ſoit le double produict des ſuſdicts, 1, 4;) alors 60 ② — 17 ① & 60 ② — 8 ① ſeront un chaſcun egal à un quarré: & ſi on veut egaler 60 ② — 8 ① à un quarré (ayant la quantité ②;) on en viendra là, de requerir un nombre quarré abſolu moindre que 60, tellement que ſoubſtraict de 60, & le reſte diviſant 8, puis le quarré dudit quotient multiplié par 60, & du produict ſoubſtraict 17 fois ledit quotient, le reſte ſoit quarré. Soit iceluy quarré 1 ②, (pour l'abſolu requis) & ſoubſtraict de 60, &c. viendra $\frac{136\,①\,①\,-\,4320}{1\,④\,-\,120\,②\,+\,3600}$ egales à un quarré, & puis que le denominateur eſt quarré, il ne faudra que prendre le numerateur 136 ② — 4320, & l'eſgaler à un quarré, ce qui eſt facil (*par la Demonſtration du Sr. Bachet*) en prenant 1 ② valoir 36 (ce 36 eſt le produict de ces trois à ſçavoir 4, 1, & le quarré de la difference des meſmes, or iceux ſont les nombres plans ſemblables de cy deſſus) par ainſi 36 ſera le quarré requis, alors 60 ② — 8 ① s'eſgalera à 36 ②, & 1 ① vaudra $\frac{1}{3}$, & finalement le triangle requis ſera $\frac{8}{3}, \frac{15}{3}, \frac{17}{3}$. *Examen.* L'aire eſt $\frac{20}{3}$; de laquelle oſtez $\frac{17}{3}$ ou $\frac{8}{3}$ reſtera 1 ou 4 nombres quarrez ſelon le requis.

L'autheur du commencement a poſé 3 ①, 4 ①, 5 ① pour le triangle requis, & conclud peu apres que 15 ② — 36 eſt egal à un quarré, ce qu'il dict eſtre une equation impoſſible pource que 15 ne ſe diviſe en deux quarrez, (par ce que nous avons determiné en la 15 queſtion du 5e livre precedent,) toutesfois la demonſtration de ce qu'il conclud eſt telle; ſoit 15 ② — quarré, egal à quelque quarré; rempliſſons le —, alors ſera 15 ② egale à la ſomme de deux quarrez, ce qui eſt impoſſible. Finalement il commence à la volée le plus ſouvent ſes poſitions; que ſi elles ne ſont idoines, à tout le moins il y recognoiſt les determinaiſons des poſitions; & ſe ſert auſſi icy de ceſte precaution; que ſi on forme un triangle rectangle de deux nombres quelconques, l'hypothenuſe & le coſté qui eſt double produict d'iceux, ſont tels que leur ſomme auſſi leur difference ſont nombres quarrez. Item que la ſomme, auſſi la difference de l'hypotenuſe & de l'autre coſte ſont double-quarrez. Item ſi les deux nombres formans ſont plans ſemblables, le coſté faict de leur double produict, multipliant la difference des deux coſtez reſtans, faict quarré.

## QVESTION XVI.

*SI un certain quarré, multipliant l'un de deux nombres donnez, & l'autre donné eſtant ſoubſtraict dudict produict face quarré; alors on trouvera encor un autre quarré plus grand que le premier pris, qui ſera le meſme.*

### CONSTRVCTION.

Soyent donnez deux nombres 3, 11, & qu'un certain quarré (je prens) du coſté 5, multipliant 3, & du produict oſté 11, face quarré du coſté 8. Il faut trouver encor

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

encor un quarré maieur à 25 faisant le mesme. Soit le costé du quarre requis 1 ① + 5, & iceluy sera 1 ② + 10 ① + 25 du triple, duquel osté 11, restera 3 ② + 30 ① + 64 egal à un quarré qu'on fingera tel qu'il en sorte une egaleté convenable, soit le costé d'iceluy — 2 ① + 8 ; alors 1 ① vaudra 62, & partant 4489 sera le quarré requis (dont la racine est 67) lequel satisfera au requis.

## Qvestion XVII.

*On requiert un triangle rectangle ainsi que l'Hypotenuse, ou un des deux costez restans, adjoustè à l'aire face quarré.*

### Construction.

Si nous posons qu'iceluy soit d'une espece donnée, à la fin nous serons contraincts de le determiner, & d'en chercher un tel & un nombre quarré maieur à l'aire, ainsi que le quarré multipliant le produict de l'Hypotenuse & d'un costé de l'angle droict, & de cela soubstraict le solide Comprins de l'aire, & du susdict costé de l'angle droit, & de l'Interval de l'hypotenuse sur le mesme coste, face quarré. Soit donc formé un triangle de 4 & 1 ; & soit 36 le quarré. Mais iceluy n'est maieur au nombre de l'aire. Or nous avons deux nombres à sçavoir 136 (produict de l'Hypotenuse 17 & d'un autre costé 8) & 4320 (solide Comprins de l'aire 60, & d'un costé faisant l'angle droit 8, & de 9, exces de l'Hypot. sur le mesme coste) Et pource qu'un certain quarré à sçavoir 36 multipliât 136, & du produict soubstraict 4320, reste un nõbre quarré, nous avons un moyen par la precedente de trouver un quarré maieur à 36 faisant le mesme, voire une infinité, mais 676 en est un, posons donc le triangle rectangle 8 ①, 15 ①, 17 ①, & ainsi 60 ② + 8 ① vaudront 676 ②, alors 1 ① vaudra $\frac{1}{77}$, partant le triangle requis sera $\frac{8}{77}, \frac{15}{77}, \frac{17}{77}$. *Demonstration.* L'aire est $\frac{60}{5929}$, à laquelle estant adjouste ou l'Hypotenuse, ou le premier costé, feront les quarrez $\frac{1369}{5929}$ & $\frac{196}{5929}$ dont les racines sont $\frac{37}{77}$ & $\frac{14}{77}$ selon le requis.

## Qvestion XVIII.

*On requiert un triangle rectangle, tel que la ligne coupante l'un des angles aiguz en deux parties egales, soit rationelle.*

### Construction.

Soit posé que la bissecante (c'est à dire la ligne qui coupe l'angle en deux egalement,) soit 5 ①, & l'un segment de la base 3 ①, & la perpendicle 4 ① ; soit preallablement posé que la base fust un nombre ternaire je prend 3, alors l'autre segment de la base, — 3 ① + 3, mais puis que l'angle est coupé en deux egalement & que la perpendicle est en raison sesquitierce à la partie de la base qui luy est adjoincte, alors (par ce qui resulte de la 3e. P. 6. d'Euclide, en concluant alternativement) l'Hypotenuse sera en raison sesquitierce à l'autre partie de la base, mais ceste partie là est — 3 ① + 3, donc l'Hypotenuse sera — 4 ① + 4, Il reste seulement que son quarré qui est 16 ② — 32 ① + 16, soit egal aux quarrez des deux autres costez, lesquels font ensemble 16 ② + 9, alors 1 ① vaudra $\frac{7}{32}$, le reste est facil ; que si on multiplie le tout par 32 (pour cause des fractions) on aura la perdend. 28 ; la base 96, & l'Hypotenuse 100 ; & la bissecante 35. ce qu'il falloit faire.

---

### Alb. Gir.

*En algebre litterale soit premierement pris un triangle rectangle quelconque dont K soit le plus petit costé : G, l'autre, & F, Hypotenuse : & pour trouver le triangle requis, soit donné Fq à l'Hypotenuse (à sçavoir en nombres.) Et le double produict de K, G, pour la base, & la difference des quarrez de G, K à sçavoir G q — K q pour la perpendicle ; alors le triangle estant ainsi trouvé qui sera aussi rectangle, la bisecante sera le produict de la susdicte perpendicle G q — K q par fraction $\frac{F}{E}$, & quant au segmens de la base, on multipliera pour eux l'Hypotenuse F q & la perpendicle par $\frac{K}{E}$.*

## Qvestion XIX.

*Il est requis de trouver un triangle rectangle, ainsi que la somme de l'aire & hypotenuse face quarré, aussi que le circuit soit un nombre cube.*

### Construction.

Posons que l'aire soit 1 ①, & l'Hypotenuse soit — 1 ① + quelque ◎ quarre, soit — 1 ① + 16 ; D'avantage le produict des costez faisans l'angle droict sera 2 ① (puis que l'aire est posé 1 ①) mais le mesme est produict de 1 ① & 2, parquoy si l'un des costez est posé 2, l'autre sera 1 ①, & le circuit 18 qui n'est pas cube. Mais ce 18 la est somme d'un quarre, 16, & de 2. Il faut donc trouver un quarré lequel avec le binaire 2 face un cube : A ceste fin soit 1 ① + 1 la racine de ce quarré requis, & la racine du cube 1 ① — 1 ; le quarré sera 1 ② — 2 ① + 1 & le cube 1 ③ — 3 ② + 3 ① — 1, auquel cube, sera egal ledit quarré + 2, à sçavoir 1 ② + 2 ① + 3 ; alors 1 ③ + 1 ① sera egale à 4 ② + 4, & par ainsi 1 ① vaudra 4 ; (car si 1 ① vaut 4, multipliant le tout par 1 ②, 1 ③ vaudra 4 ②, & partant 1 ③ + 1 ① vaudront 4 ② + 4 comme devant.) Cela estant ainsi 5 sera le costé du quarré, & 3 du cube ; & iceux seront 25, 27 ; En changeant dont la supposition faite au commencement, nous poserons bien l'aire 1 ① & les deux costez 2, 1 ①, comme dessus, mais l'Hypotenuse — ① + 25 ; Il reste seulement que le quarré de l'Hypotenuse 1 ② — 50 ① + 625 soit egal à la somme des quarrez des deux autres costez qui est 1 ② + 4, & 1 ① vaudra $\frac{625}{50}$ donc le triangle rectangle requis sera 2, 12 $\frac{21}{50}$, & 12 $\frac{29}{50}$. *Demonstration.* L'aire 12 $\frac{21}{50}$, & l'Hypotenuse 12 $\frac{29}{50}$, font ensemble 25, qui est quarre ; Item le circuit est 27, qui est cube selon le requis.

## Qvestion XX.

*L'On requiert un triangle rectangle, tel que l'Hypotenuse adjoustée avec l'aire face cube ; Et que le circuit soit nombre quarré.*

### Construction.

Si nous posons pareillement que le nombre de l'aire soit 1 ① ; & l'Hypotenuse — 1 ① + quelque ◎ cubicque, on en viendra là, qu'il faudra trouver quelque cube auquel adjouste le binaire 2, face quarré. Soit la racine du cube requis 1 ① — 1, alors le cube + 2 sera 1 ③ — 3 ② + 3 ① + 1 egal à quelque quarré dont le costé soit 1 $\frac{1}{2}$ ① + 1, alors 1 ① vaudra $\frac{24}{4}$, & $\frac{17}{4}$ sera le costé du cube $\frac{4913}{64}$. Parquoy posons derechef 1 ① pour l'aire, & $\frac{4913}{64}$ — 1 ① pour l'Hypotenuse, 2 la base, 1 ① la perpendiculaire ; & puis apres avoir egalé le quarré de l'Hypotenuse aux deux quarrez des deux autres costez, nous trouverons la valeur de 1 ① rationelle, à sçavoir $\frac{6288\,64}{24131185}$ pour l'aire, aussi pour l'un des costez la base 2, & l'Hypotenuse $\frac{118467134609}{134373840}$. *Demonstration.* L'hypotenuse adjoustée à l'aire sera le cube $\frac{4913}{64}$, & le circuit est $\frac{5041}{64}$ nombre quarré, car $\frac{71}{8}$ est sa racine, selon le requis.

## Qvestion XXI.

*Il faut trouver un certain triangle rectangle ainsi que la somme de l'aire & d'un costé de ceux qui font l'angle droict soit un nombre quarré, & que le circuit soit nombre cube.*

Con-

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

CONSTRVCTION.

Soit formé un triangle, de quelque nombre indefini, & d'un autre qui l'excede de l'unité; soyent donc iceux 1 ① & 1 ① + 1; partant la perpendicle sera 2 ① + 1, la base 2 ② + 2 ①, & l'hypothenuse 2 ② + 2 ① + 1. Reste que leur somme (c'est à dire le circuit) soit cube, & que la somme de l'aire & d'un costé faisant l'angle droict face un quarré; Or le circuit est 4 ② + 6 ① + 2 egal à un cube. Iceluy aussi est composé, car 4 ① + 2 le mesure par 1 ① + 1; parquoy si on divise un chascun costé par 1 ① + 1 on aura le circuit 4 ① + 2 egal à un cube. Il reste donc que l'aire avec un des costez qui font l'angle droict soit quarré, mais l'aire est $\frac{2①+1①}{1①+1}$ & l'un des costez de l'angle droict est $\frac{2①}{1①+1}$ leur somme est $\frac{2①+2①+1}{1①+1}$ (ou 2 ① + 1) egal à un quarré, mais 4 ① + 2 est egal à un cube, & cestuy-cy est double de cestuy-là, parquoy nous en sommes venuz là qu'il faut trouver un cube qui soit double à un quarré, tel est 8 double à 4; alors 4 ① + 2 seront egales à 8; & 1 ① vaudra 1 $\frac{1}{2}$. Ie di, que $\frac{8}{4}$, $\frac{25}{5}$, $\frac{17}{5}$ est le triangle requis, la demonstration en est facile.

NOTA.

Notez que l'on peut trouver d'autres nombres que 8 & 4, à sçavoir que le cube soit double au quarré, voire mesme en telle raison qu'on vaudroit comme enseigne le Sieur Bachet en la premiere du sixiesme de nostre Autheur, par une telle reigle, *Divisez le denominateur de la raison donnée, par quelque cube, le quotient sera le costé du quarré requis.* Exemple, si on veut un cube qui soit double à un quarré, il faut diviser 2 par quelque cube, comme par 1, 8, 27, viendra 2, $\frac{1}{4}$, $\frac{2}{27}$ dont leurs quarrez sont 4, $\frac{1}{16}$, $\frac{4}{729}$ desquels les doubles seront cubes à sçavoir 8, $\frac{1}{8}$, $\frac{8}{729}$, mais en la question il falloit que le cube soit plus que 2, alors au lieu de diviser 2 par 1, 8 ou 27 il le faudra diviser par $\frac{1}{8}$ ou $\frac{1}{27}$ ou $\frac{8}{27}$; & ainsi on aura 512 cube, double à 256 quarré, &c.

QVESTION XXII.

*IL faut trouver un certain triangle rectangle ainsi que l'aire avec l'un des costez, faisant l'angle droict, face cube; mais le circuit soit nombre quarré.*

CONSTRVCTION.

Si nous usons icy de semblable discours comme en la precedente, nous en reviendrons là qu'il faudra trouver un quarré egal à 4 ① + ②; & un cube egal à 2 ① + 1; & par consequent il faudra trouver un quarré double à un cube, c'est 16, 8; ou infiniz autres comme 1024 & 512 &c. soit 16, & 8; alors 4 ① + 2 seront egales à 16; & 1 ① vaudra 3 $\frac{1}{2}$; & le triangle sera $\frac{16}{9}$, $\frac{63}{9}$, $\frac{65}{9}$. Dont la demonstration est manifeste.

QVESTION XXIII.

*TRouvons un triangle rectangle, ainsi que le circuit d'iceluy soit nombre quarré, & le mesme avec l'aire soit un nombre cubicque.*

CONSTRVCTION.

Soit formé un triangle rectangle de 1 ① & 1, iceluy sera 2 ①, & 1 ② — 1, & l'hypothenuse 1 ② + 1, leur somme pour le circuit est 2 ② + 2 ① egales à un quarré, & 1 ③ + 2 ② + 1 ① egales à un cube. Quant à 2 ② + 2 ① il est aisé de l'egaler à un quarré, car si on divise le binaire 2, par un quarré — 2, on aura la valeur de 1 ①, laquelle doibt estre telle que 1 ③ + 2 ② + 1 ① soit cube, c'est à dire que son cube + 2 fois son quarré + soymesme soit cube. Or comme il a esté dit 1 ① est 2 divisé par 1 ② — 2, alors son cube est 2 fois son quarré + soymesme sera une fraction dont le numerateur est 2 ④ & le denominateur le cube de 1 ② — 2, lequel denominateur estant cubicque, il faudra seulement egaler 2 ④ à un cube, lequel estant divisé par un cube 1 ③, le quotient 2 ① devra encor estre egalé à un cube, & 1 ① vaudra un demy cube. soit 8 le cube, alors 1 ① vaudra 4; dont le quarré est 16; auquel applicqué ② sera 16 ② (le quarré lequel on cerche pour egaler le susdict 2 ③ — 2 ①) & 1 ① vaudra $\frac{1}{4}$; mais l'un costé du triangle cy dessus est 1 ② — 1 qui seroit alors moins que rien. Parquoy la chose est reduicte en tel poinct qu'il faut trouver un cube, ainsi que le quarre de sa moitié soit (non pas 16 comme dessus mais) entre 2 & 4, (car qu'il doive estre plus que 2, il appert en ce que 2 ② + 2 ① estant egale à quelques ②, le nombre de ces ② doibt estre maieur à 2 des 2 ②; pareillement qu'il doive estre moindre que 4, il est evident en ce que si ledict 2 ② + 2 ① estoit egal à 4 ② ou d'avantage, alors 1 seroit egal à 1 ① ou d'avantage, c'est à dire 1 ① vaudroit 1 ou quelque chose de moindre, mais 1 ① doibt estre d'avantage que 1 à cause des 1 ② — 1 cy dessus mentionnées, partant ledict nombre de ② doibt estre entre 2 & 4) soit donc iceluy cube 1 ③; le quarré de sa moitié sera $\frac{1}{4}$ ⑥ ayant sa valeur entre 2 & 4, & partant 1 ⑥ entre 8 & 16, mais tel est $\frac{729}{64}$. Ergo 1 ③ vaudra $\frac{27}{8}$ pour le cube requis: Posons donc (au lieu de 2 ① egales à 8 comme cy devant) 2 ① egales à $\frac{27}{8}$ alors 1 ① vaudra $\frac{27}{16}$, dont le quarré est $\frac{729}{256}$ (au lieu de 16 cy dessus;) auquel applicqué ② sera $\frac{729}{256}$ ② pour egaler à 2 ② + 2 ①, & 1 ① vaudra finalement $\frac{512}{217}$ (pour resoudre les premiers positions) alors 1 ③ — 1 costé faisant l'angle droict du triangle sera quelque chose (car selon la precedente solution il estoit moins que rien) & le triangle sera, 309233, 215055, 222208, ausquels comme numerateurs, on doibt submettre le commun denominateur 47089: dont la demonstration est plus facile que breve.

QVESTION XXIV.

*CErchons un triangle rectangle de telle qualité que le circuit soit cube, & le mesme adjoustè à l'aire face un quarré.*

CONSTRVCTION.

Il faut premierement premediter qu'estans deux nombres donnez, comment on trouveroit un triangle rectangle que son circuit soit l'un des nombres donnez, & son aire, l'autre. A cest effect soyent deux nombres donnez 12 & 7; à sçavoir 12 pour le circuit, & 7 pour l'aire. Cela estant ainsi le double de l'aire est 14 pour le produict des costez faisans l'angle droict; soyent iceux costez $\frac{1}{1①}$ & 14 ① lesquels satisfont à l'une condition, & pource que le circuit est, 12, l'hypothenuse sera — 14 ① + 12 — $\frac{1}{1①}$. Or son quarré (par la 47 p. 1 d'Euclide) qui est 196 ② — 336 ① + 172 — $\frac{24}{1①}$ + $\frac{1}{1①}$ doibt estre egal aux deux quarrez des autres costez, qui sont ensemble 196 ② + $\frac{1}{1①}$, alors 172 ① vaudront 336 ② + 24; laquelle equation (comme elle doibt estre rationelle) ne se pourra faire, si 336 fois 24 osté du quarré de la moitié de 172, n'est un nombre quarré: Or 172 est somme du quarré du circuit, & du quadruple de l'aire, & 336 fois 24 est le produict de l'octuple quarré du circuit, par l'aire; tellement que si tels nombres fussent donnez, la question se resoudroit facilement. Soit 1 ① l'aire; & le circuit soit un nombre cube & quarré tout ensemble à sçavoir 64; & afin de constituer le trian-

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

le triangle par les choſes ja mentionnées; il faut que le quarré de la moitié de la ſomme, du quarré de 64, & de 4①; moins l'octuple produict du quarré du circuit, & de l'aire 1①, ſoit egal à un quarré. C'eſt 4② + 4194304 — 24576① dont le quart eſt 1② — 6144① + 1048576 encor egal à un quarré. Mais 1① + 64 eſt auſſi egal a un quarré, & par la note du quarré de double egaleté apres l'onzieſme queſt. du 2. (ayant premierement multiplié 1① + 64 par un quarré 16384 afin d'avoir les ⊙ des deux parties egaux, & au lieu de 1① + 64 on aura 16384① + 1048576;) l'on parachevera facilement le reſte.

### Qvestion XXV.

*TRouvons un triangle rectangle, ainſi que le quarré de l'hypotenuſe, ſoit un quarré avec ſa racine; Item le meſme eſtant diviſe par l'un coſté faiſant l'angle droict, face un nombre cubique plus ſon coſté.*

### Construction.

Soit l'un coſté à l'entour de l'angle droict 1①, l'autre 1②, par ainſi le quarré de l'hypotenuſe ſera la ſomme d'un quarré avec ſa racine; & le meſme eſtant diviſé par l'un des ſuſdits coſtez 1①, fera 1③ + 1① (c'eſt un cube avec ſa racine;) Il reſte ſeulement que 1④ + 1② ſoit egalé à un quarré, lequel diviſé par 1②, 1③ + 1 ſera encor egal à un quarré; ſoit au quarré de 1① — 2 (qui eſt 1② — 4① + 4,) alors 1① vaudra $\frac{3}{4}$; & le triangle requis ſera $\frac{3}{4}, \frac{9}{16}, \frac{15}{16}$. *Demonſtration.* Le quarré de l'hypotenuſe $\frac{225}{256}$ contient un quarré $\frac{81}{256}$ avec ſa racine $\frac{9}{16}$ (ou $\frac{144}{256}$,) le meſme quarré de l'hypotenuſe, eſtant diviſé par l'un des coſtez $\frac{3}{4}$, viendra $\frac{75}{64}$, qui contient le cube $\frac{27}{64}$ avec ſa racine $\frac{3}{4}$, ou $\frac{48}{64}$; ſelon le requis.

### Qvestion XXVI.

*L'On requiert un triangle rectangle, ainſi que l'un coſté faiſant l'angle droict ſoit cube, & l'autre un cube moins ſa racine; & l'hypotenuſe ſoit un cube avec ſa racine.*

### Construction.

Soit poſée l'hypotenuſe 1③ + 1①; & l'un des autres coſtez 1③ — 1①, parquoy l'autre coſté ſera neceſſairement 2②. Il reſte ſeulement que le meſme 2③, ſoit egalé à un cube, ſoit iceluy cube 1③, alors 1① vaudra 2. Ie dis que le triangle rectangle requis ſera 6, 8, 10, ce qui eſt manifeſte.

---

A. Girard.

*VOila en ſomme les ſix livres d'Algebre de Diophante laquelle a donné entrée en l'Algebre generale ou pluſtoſt à l'Analytique, par laquelle ſe parfaict ce probleme des problemes qui ſe prononce.* Reſoudre tout Probleme quelconque propoſé.

*Devant que de mettre fin à c'eſte œuvre j'ay bien voulu mettre quelques applications regulieres, qui ne ſont pas de peu d'effect, en la reſolution de pluſieurs propoſitions, & ſoit poſé* B, *plus grand que* D: *& notez que deux lettres joinctes enſemble ſans l'intervention d'aucun poinct ou autre marque, ſignifie le produict des meſmes.*

*S'enſuivent quelques applications regulieres, de quelques binomes, ou ſi l'on veut multiplications dont le multiplicateur & le produict ſont binomes: Et faut noter que les noms de chaſcun multin. ſont continuellement proportionaux, dont les extremes ſont puiſſances de telle denominateur de quantité, qu'il y a de noms moins un.*

## Premiere maniere.

| Produicts. | Multiplicateurs. | |
|---|---|---|
| *Binomes conjoincts & diſjoincts.* | *Binome conjoinct.* | *Multinomes conjoincts & diſjoincts.* |
| Bq — Dq. | B + D | B — D. |
| Bcub + Dcub. | | Bq — BD + Dq. |
| Bqq — Dqq. | | Bc — BqD + BDq — Dc. |
| Bcq + Dcq. | | Bqq — BcD + BqDq — BDc + Dqq. |
| Bcc — Dcc. | | Bcq + BqqD + BcDq + BqDc + BDqq — Dcq. |
| &c. | | &c. |

## Seconde maniere.

| Produicts. | Multiplicateurs. | |
|---|---|---|
| *Binomes diſjoincts.* | *Binome diſjoinct.* | *Multinomes conjoincts.* |
| Bq — Dq | B — D | B + D. |
| Bc — Dc | | Bq + BD + Dq. |
| Bqq — Dqq | | Bc + BqD + BDq + Dc. |
| Bcq — Dcq | | Bqq + BcD + BqDq + BDc + Dqq. |
| Bcc — Dcc | | Bcq + BqqD + BcDq + BqDc + BDqq + Dcq. |
| &c. | | &c. |

*Conſtitutions de quelques triangles en nombres rationaux.*

| Subtendentes. | Coſtez comprenans l'angle. | |
|---|---|---|
| Bq + Dq. | Bq — Dq. | BD 2. quand l'angle eſt 90 degrez. |
| BD3 + Dq3 + Bq. | BD2 + Bq. *ou bien* BD2 + Dq3. | BD4 + Dq3 + Bq. quand l'angle eſt de 60 degrez. |
| BD5 + Dq3 + Bq. | BD2 + Bq. | BD2 + Dq3. quand l'angle eſt de 120 degrez. |
| | *Autrement.* | |
| Bq + BD + Dq | BD 2 + Dq *ou bien* Bq — Dq. | BD 2 + Bq. de 60 degrez. |
| Bq + BD + Dq | BD2 + Dq | Bq — Dq. de 120 degrez. |

Puiſque je ſuis entré en la matiere des nombres rationaux j'adjouſteray encor deux ou trois particularitez non encor par cy devant practiquées, comme d'expliquer les radicaux extremement pres, par certains nombres



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

bres à ce plus aptes & idoines que les autres, tellement que si l'on entreprenoit les mesmes choses par des autres nombres ce ne seroit sans grandement augmenter le nombre des characteres; & pour exemple soit proposé d'explicquer par des rationaux la raison des segmens de la ligne coupée en la moyenne & extreme raison, soit faicte une telle progression 0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, &c. dont chasque nõbre soit egal aux deux precedens, alors deux nombres pris immediatemẽt denotteront la mesme raison, comme 5 à 8 ou 8 à 13 &c. & tant plus grands, tant plus pres, comme ces deux 59475986 & 96234155, tellement que 13, 13, 21 constituent assez precisement un triangle Isosceles ayant l'angle du pentagone; Item pour l'extraction de la racine quarrée des nombres non quarrez, comme la racine de 2 cest $\frac{577}{408}$, voulez vous plus pres $\frac{1393}{985}$; & ainsi en l'infini comme on pourroit prendre des si grands nõbres qu'on voudroit; la racine de 10 est $3\frac{53353}{328776}$, biẽ pres, car son quarré est $\frac{1}{10\,80\,92\,16\,58\,176}$ trop, qui est une chose de nulle estime, comme d'autre coste en la disme le quarré de 163574218751 ⑦ est tres-pres de 2675652504 ①, mais combien s'enfaut il? seulement $1_{(19)}$, en somme la maniere de remettre en petits nombres une raison explicquée par grands nombres, & ayans tres-pres la mesme vigueur, & sous un mesme genre, cõme le, 7 à 22 d'Archimedes, & pour ne point passer les limites nous mettrõs icy la fin, advertissant le lecteur qu'il ne se mescontente s'il n'a trouvé des fleurs de Retorique en un Iardin là ou le chef du discours n'a nullement esté labouré, laissant les mesmes là ou on les doibt cercher.

*Fin de vi livres de Diophante d'Alexandrie.*

---

# TABLE DES CHOSES PRINCIPALES DE LA precedente Arithmetique, selon l'ordre qu'elles sont descriptes.


*Le premier livre d'Arithmetique des definitions.* Fol. 1
*Premiere partie des definitions de l'Arithmetique & dès nombres Arithmetiques.* 1
*Premiere definition de l'Arithmetique.* 1
*Seconde definition du nombre en general.* 1
*Que l'unité est nombre.* 1
3. 4. 5. *Des characteres par lesquelles on denote les nombres, & de leurs significations.* 3
6. *Du nombre Arithmetique.* 3
7. *Du nombre entier.* 3
8. *Des nombres entre eux premiers.* 3
9. *Des nombres entre eux composez.* 3
10. *Du nombre rompu.* 3
11. *Du numerateur de rompu.* 3
12. *Du nominateur de rompu.* 4
13. *Du rompu premier.* 4
*Seconde partie des definitions des nombres Geometriques.* 4
*Description du fondament des nombres Geometriques.* 4
14. *Definition de commencement de quantité.* 5
15. *De prime quantité.* 5
16. *De seconde quantité.* 5
17. *De tierce quantité.* 5
18. *De quarte quantité, & autres ensuyvantes.* 5
*Que dignitez ou denominateurs des quantitez ne sont pas necessairement nombres entiers, mais potentiellement nombres rompuz & nombres radicaux quelconques.* 6
19. *Du nombre algebraique entier.* 6
20. *Du nombre algebraique rompu.* 6
21. *Des quantitez entre elles premieres.* 6
22. *Des quantitez entre elles composez.* 6
23. *Du rompu algebraique premier.* 6
24. *Des quantitez continues en l'ordre.* 6
25. *De la superieure quantité.* 6
26. *Du multinomie algebraique.* 6
27. *Des quantitez primitives & derivatives.* 6
28. *Des postposees quantitez.* 7
29. *De la racine.* 7
*Que racine est vocable convenable à l'art.* 7
30. *Des racines de racines.* 7
31. *Du nombre Geometrique.* 8
*Que nombres quelconques peuvent estre nombres quarrez, cubiques, &c. Item que racine quelconque est nombre.* 8
*Que la quinte quantité ne se doibt point nommer sursolidum ou plus long d'un costé.* 9
*Qu'il n'y a nulz nombres absurds, irrationels, irreguliers, inexplicables, ou sourds.* 9
*De la difference entre prime quantité & racine.* 10
32. *Des racines algebraiques.* 10
33. *De la signification du nombre devant ou derriere la marque de quantité.* 10
34. *Du signe de separation entre le nombre radical & la quant.* 10
35. *Que toute quantité s'appelle la potence de sa racine.* 11
36. *Des signes de plus & moins.* 11
37 *Des nombres commensurables.* 11
38. *Des nombres incommensurables.* 11
39. *Du multinomie radical en general.* 11
40. *Du binomie & trinomie radical, &c.* 11
41. *Du nom de multinomie.* 11
42. *Du multinomie conjoinct.* 12
43. *Du multinomie disjoinct.* 12
44. *Du multinomie en partie conjoinct & en partie disjoinct.* 12
45. 46. 47. 48. 49. 50. 51. 52. 53. 54. 55. 56. *des douze especes des binomies.* depuis 12. à 13
57. *Du binomie conjoinct & disjoinct respondans.* 14
*Troisiesme partie des definitions, des effects des nombres procedans de leur comparaison, qui est de la raison, & proportion Arithmetique, & de leurs dependances.* 14
58. *Definition du terme Arithmetique.* 14
59. *De la raison Arithmetique.* 14
60. *De la raison binaire, ternaire, &c.* 15
61. *De la raison d'egaleté.* 15
62. *De la raison d'inegaleté.* 15
63. *De la raison commensurable.* 15
64. *De la raison d'inegaleté majeure.* 15
65. *De la raison superparticuliere.* 15
66. *De la raison superpertiente.* 15
67. *De la raison multiple.* 15
68. *De la raison multiple superparticuliere.* 15
69. *De la raison multiple superpartiente.* 15
70. *De la raison d'inegaleté mineure.* 15
71. *De la raison incommensurable.* 15
72. *De la raison transformée.* 15
73. *De la raison renversé.* 15
74. *De la raison perturbée.* 16
75. *Des raisons egales.* 16
76. *De la proportion.* 16
77. *De la proportion binaire, ternaire, &c.* 16
78. *De la proportion continue.* 16
79. *De la proportion discontinue.* 16
80. *Des termes homologues.* 16
81. *De la proportion transformée.* 16
82. *De la proportion renversé.* 17
83. *De*


Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

83. De la proportion alterne. 17
84. De la proportion perturbée. 17
85. De la multiple raison qu'il y a de la comparaison du premier terme au troisiesme & à chascun des suyvans, à la comparaison du premier au second. 17
Quatriesme partie des definitions, des effects des nombres procedans de leur computation rationelle, comme Ajouster, Soubstraire, Multiplier, & Diviser, & leurs dependances. 17
86. Definition de l'Ajouster. 17
87. Des nombres à ajouster. 17
88. De la somme. 17
89. Du soubstraire. 17
90. Du nombre duquel on soubstraict. 17
91. Du nombre à soubstraire. 17
92. De la reste. 17
93. Du multiplier. 17
94. Du nombre à multiplier. 18
95. Du multiplicateur. 18
96. Du produict. 18
97. Du diviser. 18
98. Du nombre à diviser. 18
99. Du diviseur. 18
100. Du quotient. 18
Cincquiesme partie des definitions, des effects des nombres procedans de leur computation proportionelle. 18
101. Definition de la reigle de trois. 18
102. De la reigle de proportionelle partition. 18
103. De la reigle des faux. 18
De la signification des vocables, Probleme, Theoreme, & Hypothese. 18
Briefue collection des propres characteres qu'on usera en ceste Arithmetique. 19
Le second livre d'Arithmetique de l'operation. 20
Premiere partie de l'operation des nombres Arithmetiques. 20
Premiere distinction des quatre numerations des nombres Arithmetiques entiers. 20
1, 2, 3, 4 probleme de leur: Addition. 20; Soubstraction. 20; Multiplication. 20; Division. 21
Seconde distinction des quatre numerations des nombres Arithmetiques rompus & d'autres cõputations à icelles appartenãtes. 21
5, 6, 7, 8 probleme de leur: Invention de la plus grande commune mesure. 21; Invention du premier rompu. 21; Invention d'un rompu egal à entier & rõpu donné. 22; Invention des unitez qu'il y a en un rompu donné. 22
9 Reduction à un commun denominateur. 22
10, 11, 12, 13 probleme de leur: Addition. 22; Soubstraction. 22; Multiplication. 23; Division. 23
Troisiesme distinction de la reigle de trois des nombres Arithmetiques. 24
14. Probleme de trois termes donnez trouver le quatriesme proportionel. 24
Quatriesme distinction de la reigle de proportionelle partition des nombres Arithmetiques. 24
15. Probleme de la partition d'un nombre Arithmetique donné en parties proportionelles à nombres donnez. 24
Cincquiesme distinction de la reigle de faux des nombres Arithmetiques. 24
16. Probleme d'une fauſe position. 24
17. Probleme de deux faulſes positions. 25
Seconde partie de l'operation des nombres radicaux. 25
Premiere distinction des extractions des racines des nombres simples. 25
18. Probleme des extractions des racines des nombres simples. 25
Deuxiesme distinction des quatre numerations, de racines entieres simples, & d'autres computations à icelles appartenantes. 32
19, 20, 21, 22, 23, 24, 25 Probleme de leur: Reduction en racines d'une meſme eſpece. 32; Invention de commensurance ou incommensurance. 32; Invention de raiſon. 33; Multiplication. 33; Diviſion. 34; Addition. 35; Soubſtraction. 37
Troiſieſme diſtinction des quatre numerations de multinomies radicaux entiers. 39
26, 27, 28, 29 probleme de leur: Multiplication. 40; Diviſion. 40; Addition. 41; Soubſtraction. 41
Quatrieſme diſtinction des quatre numerations de multinomies radicaux rompuz. 42
30, 31, 32, 33, 34 probleme de leur: Multiplication. 42; Diviſion. 42; Addition. 42; Soubſtraction. 42; Invention du maieur. 43
Cincquieſme diſtinction de l'invention des douze eſpeces de binomies & autres computations y appartenantes. 43
35e. 36. 37. Des inventions de quelques deux nombres ſervans à la conſtruction du probleme ſuivant. 43
38. De l'invention des douze eſpeces de binomies. 43
Sixieſme diſtinction des extractions des racines de multinomies radicaux. 44
39. Probleme des extractions de racines des multinomies radicaux. 44
Septieſme diſtinction des quatre numerations des racines de multinomies radicaux. 50
40, 41, 42, 43 Probleme de leur: Multiplication. 50; Diviſion. 50; Addition. 50; Soubſtraction. 51
Huictieſme diſtinction de la reigle de trois des nombres radicaux, & de l'invention de moyens proportionels. 51
44 Probleme de leur invention de quatrieſme terme proportionel. 51
45 De l'invention des moyens proportionels. 52
Neufieſme diſtinction de la reigle de proportionelle partition des nombres radicaux. 52
46 Probleme de la partition d'un nombre radical donné, en parties proportionelles a nombres donnez. 52
Dixieſme diſtinction de la reigle de faux des nõbres radicaux. 52
47 Probleme d'une fauſe poſition. 52
48 Probleme de deux faulſes poſitions. 52
Troiſieſme partie de l'operation des nombres Algebraiques. 53
Premiere diſtinction des quatre numerations des nombres Algebraiques entiers. 53
49, 50, 51, 52 probleme de leur: Multiplication. 54; Diviſion. 54; Addition. 55; Soubſtraction. 55
Deuxieſme diſtinction des quatre numerations des nõbres Algebraiques rompuz, & d'autres cõputations à icelles appartenãtes. 56
53, 54, 55, 56, 57, 58, 59, 60 probleme de leur: Invention de la plus grande commune meſure. 56; Invention du premier rompu. 56; Invention d'un rompu egal à entier & rõpu donné. 56; De leur reduction à un commun denominateur. 56; Multiplication. 57; Diviſion. 57; Addition. 57; Soubſtraction. 57




Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

*Troiſieſme diſtinction des extractions de racines des nombres Algebraiques.* 57
61 *Probleme des extractions de racines des nombres Algebraiques.* 57
*Quatrieſme diſtinction des quatre numerations des poſtpoſees quantitez.* 60
62 } *probleme de leur* { *Multiplication.* 60
63 } { *Diviſion.* 60
64 } { *Addition.* 61
65 } { *Soubſtraction.* 61
*Cincquieſme diſtinction de la reigle de trois des quantitez.* 61
*Aux problemes de ceſte diſtinction, precedent* 10 *reigles de la reduction.* 65
66 } *Probleme de l'invention de quatrieſme terme proportionel eſtant le premier* { ① ① } *& le ſecond* { ⓪ } 65
67 { ① } { ⓪ } 66
68 { ② } { ①⓪ } 66
69 { ③ } { ①⓪ } 70
70 { ③ } { ②⓪ } 74
71 { ③ } { ②①⓪ } 78
72 { ④ } { ①⓪ } 81
73 { ④ } { ②①⓪ } 82
74 { ④ } { ③⓪ } 83
75 { ④ } { ③①⓪ } 85
76 { ④ } { ③②⓪ } 86
77 { ④ } { ③②①⓪ } 87
78 *Probleme de l'invention du quatrieſme terme proportionel, eſtant le premier & ſecond quelques quantitez derivatives des primitives compoſez de* ④③②①⓪. 89
79 *Probleme de l'invention du quatrieſme terme proportionel, eſtant le premier poſtpoſée quantité de ſimple nom, point multipliée ou diviſée, le ſecond de poſitives quantitez quelconques, le troiſieſme poſtpoſee quantité de la meſme progreſſion que celle du premier terme.* 90
80. *Probleme de l'invention du quatrieſme terme proportionel, eſtant le premier poſitive quantité quelconque multipliée ou diviſée par poſtpoſée. Le ſecond de poſitives quantitez quelconques. Le troiſieſme de la meſme progreſſion que la poſtpoſée quantité du premier terme.* 90
*Sixieſme diſtinction de la reigle de faux des nombres algebraiques, dicte algebre.* 93
81. *Probleme de la reigle d'Algebre. fol.* 93. *declarée par* 27 *exemples, & par les ſix premiers livres de Diophante; dont le premier commence fol.* 103. *& contient* 43. *queſtions. Le ſecond, fol.* 113. *& contient* 36. *queſtions. Le troiſieſme, fol.* 123. *& contient* 24. *queſtions. Le quatrieſme, fol.* 133. *& contient* 46. *queſtions. Le cincquieſme commence fol.* 153. *& contient* 33. *queſtions. Le ſixieſme commence fol.* 163. *& contient* 26. *queſtions.*

# TABLE
## DES CHOSES PRINCIPALES DE LA precedente Arithmetique ſelon l'ordre de l'ABC.

A.

Aouſter quoy 17
Ajouſter nombres Arithmetiques entiers. 20
Ajouſter nombres Arithmetiques rompuz. 22
Ajouſter racines ſimples. 35
Ajouſter multinomies radicaux entiers. 41
Ajouſter multinomies radicaux rompuz. 42
Ajouſter racines de multinomies radicaux. 50
Ajouſter nombres Algebraiques entiers. 55
Ajouſter nombres Algebraiques rompuz. 57
Ajouſter poſtpoſées quantitez. 61
Arithmetique quoy. 1

B.

Binomie & trinomie radical, &c. quoy. 11
Binomie conjoinct & diſioinct reſpondans. 14
Briefve collection des propres characteres qu'on uſera en ceſte Arithmetique. 19

C.

Cincquieſme livre de Diophante. 153
Commencement de quantité quoy. 5
Commenſurance ou incommenſurance des nombres ſe trouve. 32
Commune meſure des nombres Arithmetiques ſe trouve. 21
Commune meſure des quantitez ſe trouve. 56

D.

Difference entre prime quantité & racine. 10
Diviſer quoy. 18
Diviſer nombres Arithmetiques entiers. 21
Diviſer nombres Arithmetiques rompuz. 25
Diviſer racines ſimples. 34
Diviſer multinomies radicaux entiers. 40
Diviſer multinomies radicaux rompuz. 42
Diviſer racines de multinomies radicaux. 50
Diviſer nombres algebraiques entiers. 54
Diviſer nombres algebraiques rompuz. 57
Diviſer poſtpoſees quantitez. 60
Diviſeur quoy. 18
Douze eſpeces de binomies quoy. depuis 12. à 13. Leurs conſtructions. 43

E.

Extraire racines. 25
Extraire racines de multinomies radicaux. 44
Extraire racines algebraiques. 57

F.

Fondament des nombres Geometriques, 4

H.

Hypotheſe quoy. 19

I.

Invention de la plus grande commune meſure des nombres Arithmetiques. 21
Invention du premier rompu Arithmetique. 21
Invention d'un rompu egal à entier & rompu donné. 22
Invention des unitez qu'il y a en un rompu donné. 22
Invention de commenſurance ou incómenſurance. 32
Invention de la raiſon de racines. 35
Invention du majeur multinomie. 45
Invention des douze eſpeces de binomies. 43

Inven-

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

Invention de la plus grande commune meſure des nombres algebraiques. 56
Invention du premier rompu des nombres algebraiques. 56
Invention d'un rompu egal à entier & rompu donné en nombres algebraiques. 56
Inventeurs des reigles de trois algebraiques. 62
Imperfection de la premiere difference du 69 probleme. 71

M.

MAjeur multinomie radical ſe trouve. 43
Moyens proportionnels ſe trouve. 52
Multinomie algebraique quoy. 6
Multinomie comme binomie, trinomie, &c. quoy. 11
Multinomie conjoinct quoy. 12
Multinomie diſioinct quoy. 12
Multinomie en partie conjoinct & en partie diſioinct. 12
Multinomie radical quoy. 11
Multiplicateur quoy. 18
Multiplier quoy. 17
Multiplier nombres Arithmetiques entiers. 20
Multiplier nombres Arithmetiques rompuz. 23
Multiplier racines ſimples. 33
Multiplier multinomies radicaux entiers. 40
Multiplier multinomies radicaux rompuz. 42
Multiplier racines de multinomies radicaux. 50
Multiplier nombres algebraiques entiers. 54
Multiplier nombres algebraiques rompuz. 57
Multiplier poſtpoſees quantitez. 60

N.

NOmbre en general quoy. 1
Nombre Arithmetique quoy. 3
Nombre entier quoy. 3
Nombres entre eux premiers quoy. 3
Nombres entre eux compoſez quoy. 3
Nombre rompu quoy. 3
Nombre geometrique quoy. 8
Nombres quelconques peuvent eſtre nombres quarrez, cubiques, &c. Item racine quelconque eſt nombre. 8
Nombre algebraique entier quoy. 6
Nombre algebraique rompu quoy. 6
Nombres commenſurables quoy. 11
Nombres incommenſurables quoy. 11
Nombre à ajouſter quoy. 17
Nombre duquel quoy. 17
Nombre à ſoubſtraire quoy. 17
Nombre à multiplier quoy. 18
Nombre à diviſer quoy. 18
Nom de multinomie quoy. 11
Nominateur de rompu quoy. 4
Numerateur de rompu quoy. 3
Nuls nombres ſont abſurds irrationels inexplicables ou ſours. 9

O.

ORigine de la conſtruction d'extraction de racine des douze binomies. 147
Origine d'extraction de racine quarrée de multinomie. 48. 49.
Origine d'extraction de racine algebraique. 57
Origine de la conſtruction de l'invention du valeur de 1① quand ② eſt egale à ①◎. fol. 69. Item quand ③ eſt egale à +①+◎. fol. 72. Item quand ③ eſt egale à −①+◎. fol. 72. Item quand ③ eſt egale à +①−◎. fol. 73. Item quand ③ eſt egale à ②◎. fol. 76. Item quand ③ eſt egale à ②①◎. fol. 80. Item quand ④ eſt egale à ①◎. fol. 82. Item quand ④ eſt egale à ②①◎. 83. Item quand ④ eſt egale à ③◎. fol. 84. Item des quantitez derivatives. fol. 89. Item des poſtpoſees quantitez. 91

P.

PLus grande commune meſure des nombres Arithmetiques ſe trouve. 21
Potence de nombre quoy. 11
Premier livre de Diophante. 103
Premier rompu ſe trouve. 21
Probleme quoy. 18
Produict quoy. 18
Proportion quoy. 16
Proportion binaire, ternaire, &c. quoy. 16
Proportion continue quoy. 16
Proportion diſcontinue quoy. 16
Proportion transformée quoy. 16
Proportion renverſée quoy. 17
Proportion alterne quoy. 17
Proportion perturbée quoy. 17

Q.

QUinte quantité ne ſe doibt point nommer ſurſolidum ou plus long d'un coſté. 9
Quantité prime, ſeconde, tierce, &c. quoy. 5
Quantitez entre elles premieres quoy. 6
Quantitez entre elles compoſees quoy. 6
Quantitez continues en l'ordre quoy. 6
Quantité ſuperieure quoy. 6
Quantitez primitives quoy. 6
Quantitez derivatives quoy. 6
Quantitez poſtpoſees quoy. 7
Quotient quoy. 18
Quarré de double egaleté quoy. 114
Quatrieſme livre de Diophante. 133
Quatrieſme proportionel de nombres Arithmetiques ſe trouve. 24
Quatrieſme proportionel des nombres radicaux ſe trouve. 51
Quatrieſme proportionel des nombres algebraiques ſe trouve. depuis 61. à 90

R.

RAcine de quantité quoy. 7
Racine eſt vocable convenable à l'art. 7
Racine de racine quoy. 7
Racine algebraique quoy. 10
Raiſon Arithmetique quoy. 14
Raiſon binaire, ternaire, &c. quoy. 15
Raiſon d'egaleté quoy. 15
Raiſon d'inegaleté quoy. 15
Raiſon commenſurable quoy. 15
Raiſon d'inegaleté majeure quoy. 15
Raiſon ſuperparticuliere quoy. 15
Raiſon ſuperpartiente quoy. 15
Raiſon multiple quoy. 15
Raiſon multiple ſuperparticuliere quoy. 15
Raiſon multiple ſuperpartiente quoy. 15
Raiſon de moindre inegaleté quoy. 15
Raiſon incommenſurable quoy. 15
Raiſon transformée quoy. 15
Raiſon renverſée quoy. 15
Raiſon perturbée quoy. 16
Raiſons egales quoy. 16
Raiſon des racines ſe trouve. 33
Reduction algebraique. 62
Reduire diverſes fractions Arithmetiques à un commun denominateur. 22



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

Reduire diverſes fractions algebraiques à un commun denominateur. 56
Reduire diverſes eſpeces de racines en une meſme eſpece. 32
Reigle de trois quoy. 18
Reigle de trois des nombres Arithmetiques. fol. 24. & des nombres radicaux. fol. 51. & des nombres algebraiques. depuis 61. à 90
Reigle de proportionelle partition quoy. 18
Reigle de proportionelle partition des nombres Arithmetiques. fol. 24. & des nombres radicaux. 52
Reigle des faux quoy. 18
Reigle des faux des nombres Arithmetiques. fol. 24. Des nombres radicaux. fol. 25. Des nombres algebraiques. depuis 93. à 152
Reſte quoy. 17
Rompu Arithmetique quoy. 3
Rompu Arithmetique premier quoy. 4
Rompu algebraique quoy. 6
Rompu Algebraique premier quoy. 6

S.

SEcond livre de Diophante. 113
Signification des vocables Probleme Theoreme Hypotheſe. 18
Signification du nombre devant ou derriere la marque de quantité. 10
Signe de ſeparation entre le nombre radical & la quantité. 10
Signes de plus & moins. 11
Six premiers livres d'Algebre de Diophante d'Alexandrie. 102
Sixieſme livre de Diophante. 163
Somme quoy. 17
Soubſtraire quoy. 17
Soubſtraire nombres Arithmetiques entiers. 20
Soubſtraire nombres Arithmetiques rompuz. 22
Soubſtraire racines ſimples. 37
Soubſtraire multinomies radicaux entiers. 41
Soubſtraire multinomies radicaux rompuz. 42
Soubſtraire racines de multinomies radicaux. 51
Soubſtraire nombres algebraiques entiers. 55
Soubſtraire nombres Algebraiques rompuz. 57
Soubſtraire poſtpoſées quantitez. 61
Solutions qu'on peut faire par moins. 77

T.

TErme Arithmetique quoy. 14
Termes homologues quoy. 16
Theoreme quoy. 18
Theoremes de la ſeconde partie de l'operation ſont. fol. 35. 37. 39. 40. 41. 51. & de la troiſieſme partie. fol. 53. 54. 70. 91. 92. 93. Et du premier livre de Diophante. 106. 109. & du troiſieſme livre de Diophante. 124. 128. 129. 130. 131. 132. & du quatrieſme livre de Diophante. 137. 141. 145. 146. 147. 148. 149. 151. & du cinquieſme livre de Diophante. 154
Toute quantité s'appelle la potence de ſa racine. 11
Troiſieſme livre de Diophante. 123

V.

VNité eſt nombre. 1
Vnitez qu'il y a au rompu donné, ſe trouvent. 22

FIN DE LA TABLE.

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

# LA PRACTIQVE D'ARIHMETIQVE

De Simon Stevin de Bruges.

## AV LECTEVR.

*VEu que l'efficace de l'ordre des disciplines eſt telle, que l'on apprent par icelle facilement & à plaiſir, ce qui autrement ne ſe faict qu'à grand labeur & ennuy; dequoy nous avons traicté en general en noſtre Dialectique; Il m'a ſemblé bon de dire icy en particulier de l'ordre de la Practique d'Arithmetique.*

*Or comme il eſt notoire par l'experience des autres facultez, comme és Droicts, Medicine, &c. que la Practique n'eſt pas le premier auquel doibt commencer l'apprentif; Mais à quelques fondamens generaux; ſans leſquels il beſoigneroit touſiours a taſtons, & jugeroit comme l'aueugle des coleurs, ſans pouvoir effectuer choſe digne de loüange: Ainſi faut il entendre le meſme de ceſte Practique d'Arithmetique; à ſçavoir qu'elle n'eſt pas le premier, auquel il doibt commencer; mais à ce qui eſt le fondament ſervant generalement à toutes operations, qui ſe rencontrent en icelle. Quant à ce qu'il en eſt aucuns d'autre opinion; leſquels (ignorans la Nature & vertu de l'ordre) prennent pour argument, que l'on faict ainſi double utilité, à ſçavoir, qu'on n'apprent pas ſeulement les computations des nombres, mais encore l'uſage des matieres auſquelles ils ſont appliquez: Certes ſi on le conſidere bien, cela ſe trouvera pluſtoſt double dommage, & autant comme ſi quelcun diſt, qu'il ſeroit utile a l'apprentif de Grammaire, d'apprendre quant & quant l'uſage d'icelle; cõme Dialectique, Rhetorique, ou quelques autres Facultez. Voyez encore qu'elles abſurditez s'enſuivent, quant quelcun apprent premieremẽt l'Addition de Livres, Solz & Deniers devant la Diviſion, la ou il faut diviſer la ſomme des deniers par 12. laquelle diviſion il ignore, & l'apprendra (veu que la Soubſtraction & Multiplication precedent) quelque temps apres: Ce qui ſont tenebres ſi obſcures pour leſdicts Apprentifs, qu'ils perdent ſouvent le courage & l'eſpoir de pouvoir comprendre la reſte. Pour doncques eviter ceſte & ſemblables abſurditez, il convient ſuivre la nature comme Guide aſſeurée; apprennant (comme deſſus eſt dict) premierement les fondamens generaux, qui ſont de nombres purs, abſtraicts de toutes matieres; leſquels nous avons deſcript ſelon noſtre pouvoir aux livres precedens. Mais veu que le but de pluſieurs perſonnes, n'eſt point de s'occuper es profondes ſpeculations Algebraiques, ains ſeulement en ce qui leur peut ſervir à leur traffique ou affaires; Tels (avant que venir à ceſte Practique) apprendront la premiere partie du precedent ſecond livre, comprennant ſeulement 17 petits & faciles Problemes; leſquels bien entenduz, l'on ſe trouvera muni d'un fondament, ſervant generalement pour l'expedition des conſtructions, qui ſe rencontrent en la Practique: De ſorte que le tout ne luy ſemblera que repetition des precedens.*

*Voyla, amy Lecteur, ce que nous voulions dire de ceſt ordre; ſi le trouvez entierement bon, vous le pouvez du tout ſuivre; ſinon, cueilles en le meilleur que vous pourrez; ou en faictes comme bon vous ſemblera, prennant de bonne part noſtre petit avertiſſement, & grande affection, touſiours inclinée pour vous faire ſervice.*

---

## ARGVMENT.

NOus diviſons la Practique d'Arithmetique en deux parties, à ſçavoir en Computations Rationelles (comme Ajouſter, Soubſtraire, Multiplier, & Diviſer) & Proportionelles. Des Rationelles, nous expliquerons celles d'argent, & des Raiſons. Des proportionelles la reigle de Trois, de Cincq, de Compagnie, d'Alligation, d'Intereſt, & des Faux. Ce que nous comprendrons autre fois pour plus grande evidence en telle Table:

- Ceſte Practique d'Arithmetique a deux parties.
  - Computations Rationelles.
    - d'Argent.
    - Des Raiſons.
  - Proportionelles
    - Trois.
    - Cincq.
    - Compaignie.
    - La reigle de
      - Alligation.
      - Intereſt.
      - Faux.

Et à la fin nous deſcrirons encore deux particuliers traictez. L'un de la Diſme, qui ſe pourroit dire par autre nom, *La Practique des Practiques*. L'autre des Incommenſurables Grandeurs.



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

# PREMIERE PARTIE DE LA PRACTIQVE D'ARITHMETIQVE DES QVATRE COMPVTATIONS RATIONELLES.

## Premiere distinction des quatre computations d'Argent.

ENTRE les diverſes eſpeces d'argent, qui ſont quaſi infinies, il y a une pour l'heure par Europe la plus generale, à ſçavoir de Livres, Sols, & Deniers. Et combien que la livre d'un païs eſt inegale à celle d'un autre, car d'autre veleur eſt la livre de Flandres, d'autre celle de Venize, de France, d'Angleterre, &c. Toutesfois telle raiſon qu'il y a de la livre à ſon ſolz, & du ſolz à ſon denier de l'un païs, la meſme y a il en chaſcun. Car tout ſolz eſt la vingtieſme part de ſa livre, & tout denier la douzieſme de ſon ſolz; d'ou s'enſuit que leur maniere de computation eſt par tout la meſme. nous prendrons doncques pour noz exemples ladicte plus generale eſpece, les computations de laquelle eſtant bien entendues, ſemblables computations ſeront auſſi notoires en eſpeces d'argent quelconques.

### De l'addition d'argent.

### PROBLEME I.

*Eſtant données diverſes parties d'argent: Trouver leur ſomme.*

*Explication du donné.* Soyent les parties d'argent données telles 22 ℔ 15 ß 8 ₰ & 27 ℔ 18 ß 11 ₰ & 34 ℔ 17 ß 10 ₰. *Explication du requis.* Il faut trouver leur ſomme. *Conſtruction.* On diſpoſera les parties données comme cy deſſoubs. Puis commençant aux deniers, on ajouſtera 10 & 11 & 8 font 29 ₰, leſquels diviſez par 12 (par 12 parce que 12 ₰ vallent 1 ß) donnent quotient 2 ß 5 ₰.

| ℔ | — | ß | — | ₰ |
|---|---|---|---|---|
| 22 | . | 15 | . | 8 |
| 27 | . | 18 | . | 11 |
| 34 | . | 17 | . | 10 |
| 85 | . | 12 | . | 5 |

Puis on mettra les 5 ₰ ſoubs les deniers, & on ajouſtera les 2 ß avec les autre ſolz, & monteront en tout 52 ß, leſquels diviſez par 20 (par 20 parce que 20 ß vallent 1 ℔) donnent quotient 2 ℔ 12 ß. Puis on mettra les 12 ß deſſoubs les ſols, & les 2 ℔ s'ajouſteront avec les autres livres, qui monteront enſemble (par le 1 probleme de l'Arithmetique) 85 ℔.

Je di, que 85 ℔ 12 ß 5 ₰ ſont la ſomme requiſe, dont la demonſtration eſt manifeſte par la demonſtration dudict premier probleme de l'Arithmetique.

NOTA. S'il y euſt en l'argent à ajouſter des rompuz, comme par exemple 2 ß 3 $\frac{1}{3}$ ₰, & 3 ß 4 $\frac{1}{2}$ ₰, On ajouſtera les rompuz $\frac{1}{3}$ & $\frac{1}{2}$, par le 10e. probleme de l'Arithmetique feront $\frac{5}{6}$ ₰, & toute la ſomme ſera 5 ß 7 $\frac{1}{6}$ ₰. Et ainſi d'autres ſemblables.

### COROLLAIRE.

L'addition de toutes autres eſpeces d'argent, eſt notoire par le precedent. Prennons pour exemple Ducatz, Reaux (deſquels les 11 font un ducat) & Maravedis (deſquels les 34 font un real) en ceſte maniere:

La ou la ſomme de Maravedis ſe diviſoit par 34, donnant quotient 2 reaux, reſtant 20 Maravedis, leſquels 2 reaux comptez avec les autres, font 29, leſquels diviſez par 11, donnent quotient 2 ducats, reſtant 7 reaux, leſquels 2 ducats comptez avec les autres font 1504 ducatz, de ſorte que la deſirée ſomme eſt 1504 Ducatz, 7 Reaux, 20 Maravedis.

| Duc. | | Rea. | | Mar. |
|---|---|---|---|---|
| 235 | . | 9 | . | 27 |
| 583 | . | 10 | . | 29 |
| 684 | . | 8 | . | 32 |
| 1504 | . | 7 | . | 20 |

Et ſemblablement eſt manifeſte par les precedens, l'addition d'eſpeces de matiere quelconque. Par exemple de pois, comme livres & onces, deſquelles les 16 ſont une livre, dont l'exemple s'en peut donner ainſi:

La ou la ſomme des onces 39, ſe diviſe par 16, donnant quotient 2 ℔, & reſtant 7 onces, leſquels 2 ℔ comptez avec les autres, font enſemble 123 ℔, de ſorte que la ſomme requiſe eſt 123 ℔ 7 onces. Et ainſi de tous autres.

| Livres | | Onces |
|---|---|---|
| 23 | . | 13 |
| 42 | . | 11 |
| 56 | . | 15 |
| 123 | . | 7 |

*Concluſion.* Eſtant doncques donnees diverſes parties d'argent. Nous avõs trouvé leur ſomme; ce qu'il falloit faire.

### De la ſoubſtraction d'argent.

### PROBLEME II.

*Eſtant donnée partie d'argent de laquelle on ſoubſtraict & partie d'argent à ſoubſtraire: Trouver leur reſte.*

*Explication du donné.* Quelcun doibt 78 ℔ 17 ß 5 ₰, ſur quoy il a payé 24 ℔ 19 ß 8 ₰. *Explication du requis.* Il faut trouver combien qu'il doibt encore de reſte. *Conſtruction.* On mettra les nombres donnez en ordre comme cy deſſoubs. Puis pour lever 8 ₰ de 5 ₰, par ce qu'il eſt impoſſible, on empruntera 1 ß des 17 ß, qui vaut 12 ₰, leſquels ajouſtez aux 5 ₰, font 17 ₰, des meſmes ſoubſtraicts 8 ₰, reſtent 9 ₰, leſquels on mettra ſoubs les deniers; Puis pour lever 19 ß de 16 ß (nous diſons de 16 ß, par ce que des 17 ß à eſté emprunté 1 ß) par ce qu'il eſt impoſſible, on empruntera 1 ℔ des 8 ℔, qui vaut 20 ß, leſquels ajouſtez aux 16 ß font 36 ß, des meſmes ſoubſtraicts 19 ß, reſtẽt 17 ß, leſquels on mettra ſoubs les ſolz.

| ℔ | . | ß | . | ₰ |
|---|---|---|---|---|
| 78 | . | 17 | . | 5 |
| 24 | . | 19 | . | 8 |
| 54 | . | 17 | . | 9 |

Puis venant aux livres on dira 4 de 7 (nous diſons 4 de 7, par ce que des 8 ℔ à eſté emprunté 1 ℔) reſte 3 ℔, & 2 de 7 reſte 5. Je di, que 53 ℔ 16 ß 9 ₰ eſt la reſte requiſe, dont la demonſtration eſt manifeſte par celle du ſecond probleme de l'Arithmetique.

*Concluſion.* Eſtant doncques donnée partie d'argent de laquelle on ſoubſtraict, & partie d'argent à ſoubſtraire, nous avons trouvé la reſte; Ce qu'il falloit faire.

NOTA. S'il y euſt en l'argent donné des rompuz, comme par exemple 5 ß 2 $\frac{1}{2}$ ₰ à ſoubſtraire de 12 ß 4 $\frac{2}{3}$ ₰, on ſoubſtraira $\frac{1}{2}$ ₰ de $\frac{2}{3}$ ₰ par le 11 probleme de noſtre Arithmetique, & reſtera $\frac{1}{10}$ ₰, & la reſte ſera 7 ß 2 $\frac{7}{10}$ ₰, & ainſi d'autres ſemblables.



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

De la multiplication d'Argent.

PROBLEME III.

*ESTant donné argent à multiplier & multiplicateur: Trouver leur produict.*

*Explication du donné.* Soit donné argent à multiplier 23 ℔ 3 ß 2 ₰ & multiplicateur 5. *Explication du requis.* Il faut trouver leur produict. *Construction* 1.

On convertira premierement tout l'argent donné en deniers, en ceste sorte:

On multipliera 23 ℔ par autant, qu'il y a des solz en 1 ℔ qui est par 20, monte (par le 3 probleme de nostre Arithmetique) 460 ß, ausquels ajoustez les 3 ß donnez, font 463 ß, les mesmes multipliez par autant qu'il y a des derniers en 1 ß, qui est par 12, font 5556 ₰, & aux mesmes ajoustez 2 ₰ donnez, font pour tout l'argent donné, & converti en derniers 5558. Puis on multipliera les mesmes par le multiplicateur donné 5, faict 27790 ₰. Mais comment on pourra autre fois convertir ces 27790 ₰ en livres & solz, il sera demonstré à la 2 note, du quatriesme probleme suyvant.

| |
|---|
| 23 ℔ 3 ß 2 ₰ |
| 20 |
| 463 ß |
| 12 |
| 926 |
| 4632 |
| 5558 ₰ |
| 5 |
| 27790 ₰ |

Je di que 27790 ₰ est le produict requis, dont la demonstration est manifeste par celle du 3 probleme de l'Arithmetique. *Construction* 2. L'on pourroit autrement multiplier 2 ₰ par 5 font 10 ₰ puis 3 ß par 5 font 15 ß puis 23 ℔ par 5 font 11 ℔ de sorte que 115 ℔ 15 ß 10 ₰ seroit le produict requis vallant le mesme que le produict cy dessus 27790 ₰. *Conclusion.* Estant doncques donné argent à multiplier, & multiplicateur: Nous avons trouvé leur produict; Ce qu'il falloit faire.

NOTA. S'il y eust aux donnez des rompuz, comme par exemple 3 ß 8 $\frac{1}{3}$ ₰ à multiplier par 2 $\frac{1}{2}$, on convertira les 3 ß 8 ₰ en deniers, par le 3 probleme cy dessus, font (avec le $\frac{1}{3}$ ₰) 44 $\frac{1}{3}$ ₰. Puis on multipliera 44 $\frac{1}{3}$ par 2 $\frac{1}{2}$ font (par le 12 probleme de l'Arithmetique) pour le requis 110 $\frac{5}{6}$ ₰, Et ainsi des autres semblables.

De la division d'Argent.

PROBLEME IV.

*ESTant donné argent à diviser, & diviseur: Trouver leur quotient.*

*Explication du donné.* Soit donné argent à diviser 13 ℔ 7 ß 8 ₰ & diviseur 5. *Explication du requis.* Il faut trouver leur quotient. *Construction* 1. On reduira les 13 ℔ 7 ß 8 ₰ tous en deniers, par la maniere du precedent 3 probleme, font 3212 ₰; les mesmes diviſez par le diviseur 5, donne quotient (par le 4. probleme de l'Arithmetique) 642 $\frac{2}{5}$ ₰. Mais comment on pour la autrefois reduire ces 642 $\frac{2}{5}$ ₰ en livres solz & deniers, sera declaré à la 2. note cy dessoubs.

Je di que 642 $\frac{2}{5}$ ₰ est le quotient requis, dont la demonstration est manifeste par celle du 4 probleme de l'Arithmetique. *Construction* 2. Autrement on peut diviser les 13 ℔ par 5, donnent quotient 2 ℔, reste 3 ℔, qui vallent 60 ß, aux mesmes ajoustez les 7 ß, font 67, lesquels diviſez par 5, donnent quotient 13 ß, reste 2 ß qui vallent 24 ₰, ausquels ajoustez 8 ₰, font 32 ₰, les mesmes diviſez par 5, donnent quotient 6 $\frac{2}{5}$ ₰. De sorte que 2 ℔ 13 ß 6 $\frac{2}{5}$ ₰ seroit le quotient requis vallant le mesme que le quotient cy dessus 642 $\frac{2}{5}$ ₰.

*Conclusion.* Estant doncques donné argent à diviser & diviseur; Nous avons trouvé leur quotient; Ce qu'il falloit faire.

NOTA I.

S'il y eust aux donnez des rompuz comme par exemple 4 ß 2 $\frac{1}{2}$ ₰, à diviser par 3 $\frac{1}{3}$, On convertira les 4 ß 2 ₰ en deniers par le precedent 3 probleme, font (avec le $\frac{1}{2}$ ₰) 50 $\frac{1}{2}$ ₰. Puis on diviſera 50 $\frac{1}{2}$ par 3 $\frac{1}{3}$ & donnent quotient (par le 13 probleme de nostre Arithmetique) pour le requis 15 $\frac{3}{20}$ ₰, & ainsi des autres semblables.

NOTA II.

Pour reduire deniers, par exemple 698 ₰, en livres solz & deniers, il les faut diviser par 12, donnent quotient 58 ß, reste 2, qui sont 2 ₰: puis pour convertir les 58 ß en livres, on les pourroit diviser par 20, & donnent quotient 2 ℔, reste 18, qui sont 18 ß, mais à cause de briefveté & comme par reigle generale, on coupe le dernier charactere 8, par quelque ligne, disant, la moitie de 5 sont 2 ℔, reste 1, lequel mis devant le 8, faict 18 ß, de sorte que les 698 ₰ convertiz, font 2 ℔ 18 ß 2 ₰. Et la disposition des characteres de l'operation, est telle:

NOTA III.

Pour sçavoir la valeur d'un rompu de livre, par exemple de $\frac{24}{35}$ ℔, il faut multiplier le nominateur 23 par 20, faict 480, les mesmes diviſez par le nominateur 35, donnent quotient 13 ß, restent 25, les mesmes multipliez par 12, font 300, lesquels autrefois diviſez par 35, donnent quotient 8 $\frac{4}{7}$ ₰. De sorte que les $\frac{24}{35}$ ℔, vallent 13 ß 8 $\frac{4}{7}$ ₰.

| |
|---|
| xx (2 |
| 698 (5 (8 |
| xxx 2 . 18 . 2 |
| x |

## Deuxiesme distinction des quatre computations des Raisons.

IL y a controverse entre les Autheurs Mathematiciens (& principalement entre les Commentateurs de la cinquiesme definition du 5 livre d'Euclide) touchant les computations des Raisons: Car ce que les aucuns appellent Addition & Soubstraction des Raisons, les autres veulent que ce soit Multiplication, & Division, les autres disent que c'est matiere obscure & confuse. Mais cõme il advient à plusieurs autres disciplines, esquelles l'on cognoit & entend la nature des principes plus parfaictement, quand on vient à la Pratique d'icelles: Ainsi nous deviennent les proprietez des computations des Raisons plus notoires par leur usage: Comme entre autres la Theorie de la Musique (dont nous descriprons alieurs un traicté particulier.) La reigle de Compaignie (que nous declarerons cy apres.) Quelques demonstrations de Ptolemee en sa Grande Composition, &c. Pourtant celuy qui requiert la solide intelligence de ces computations des Raisons, se peut exercer esdictes operations.

Quant à ce que quelcun me pourroit demander, pourquoy nous ne les avons pas mis en la precedente Arithmetique: Je luy respons, que icelles computations sont de purs nombres, & que la Raison (comme il apparoistra plus amplement à la multiplication des Raisons suyvante) n'est point nombre, ains subject (comme les autres matieres auquel s'applique le nombre, parquoy leur lieu n'y estoit pas.

Mais à fin de declarer aucunes qualitez de la Raison, par quelque sa similitude à ligne, nous en descrirons (avant que venir aux problemes) quelque Theoreme tel:

THEOREME.

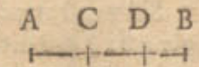
*LA Raison Arithmetique, coupée par termes, reçoit des qualitez semblables aux qualitez de la ligne coupée par lignes.*

*Explication du donné.* Soit la Raison de 12 à 3, coupée par quelques termes 4 & 2 en ceste sorte 12, 4, 2, 3.

Puis

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

Puis ſoit la ligne AB, coupée par lignes aux poincts CD. *Explication du requis.* Il faut demonſtrer par les meſmes le contenu du Theoreme.




*Demonſtration.*

Premiere qualité.

Comme toutes les parties de la ligne AB, comme AC, CD, DB, ſont lignes; Ainſi toutes les parties de la Raiſon 12 à 3, comme 12 à 4, & 4 à 2, & 2 à 3, ſont Raiſons, à ſçavoir Triple, Duple, Subſeſquialtere.

Seconde qualité.

Comme la ligne AB, eſt egale à toutes ſes parties AC, CD, DB; Ainſi eſt la Raiſon de 12 à 3 (qui eſt quadruple) egale à toutes ſes parties 12 à 4, & 4 à 2, & 2 à 3, car Raiſon Triple, Duple, & Subſeſquialtere, ſont auſſi enſemble (comme il apparoiſtra par le cincquieſme probleme) Raiſon quadruple.

Troiſieſme qualité.

Quand de la ligne AB, ſe coupe la ligne DB, il y reſte la ligne AD; Ainſi quand de la Raiſon 12 à 3, ſe coupe la Raiſon de 2 à 3, il y reſte encore la raiſon de 12 à 2, car de Raiſon Quadruple, ſoubſtraict Raiſon Subſeſquialtere, Reſte (comme il apparoiſtra par le 6e probleme) Raiſon Sextuple. Nous pourrions deſcrire pluſieurs exemples ſemblables, ne fuſt que les precedens ſemblent ſuffire au propoſt. *Concluſion.* La Raiſon doncques Arithmetique coupée, &c. Ce qu'il falloit demonſtrer.

De l'addition des Raiſons.

Probleme V.

*Estant données Raiſons Arithmetiques à ajouſter: Trouver leur ſomme.*

*Explication du donné.* Soyent donnez deux Raiſons duples, qui eſt *Raiſon* $\frac{2}{1}$, & *Raiſon* $\frac{2}{1}$. *Explication du requis.* Il faut trouver leur ſomme. *Conſtruction.* On multipliera les $\frac{2}{1}$ par les $\frac{2}{1}$ faict pour ſolution (par le 12e probleme de l'Arithmetique) $\frac{4}{1}$. Ajouſtant doncques (car addition des Raiſons ne requiert autre operation que la multiplication des rompuz) Raiſon duple, à Raiſon duple, donne ſomme *Raiſon* $\frac{4}{1}$, ceſt Raiſon quadruple. *Demonſtration.* Les demonſtrations Arithmetiques ne ſe font pas touſiours par nombres, mais par matiere à l'intention, la plus commode, ce qui eſt ſouvent par grandeurs, nous en prendrons maintenant les ſons ou voix. Or il eſt à ſçavoir, que comme noſtre entendement comprend par la veue, que deux aulnes de quelque eſtouffe, ſont le double de une aulne; Ainſi comprend l'entendement par l'ouye, que l'inferieur ſon ou terme de l'octave Muſicale, eſt le double du ſuperieur: Et ſemblablement que l'inferieur terme de la decimequinte, eſt quadruple à ſon ſuperieur, voire les corps inanimez le teſmoignent, en cela qu'ils obſervent entre eux la raiſon de leurs ſons, comme toute la corde du luc, faict à ſa moitie (qui ſont comme de 2 à 1) le ſon de 2 à 1, qui eſt l'octave, & ainſi de toutes ſes autres parties; De ſorte que les deux termes de l'octave, ſont en Raiſon double & de la decimequinte Raiſon quadruple. Mais deux octaves font une decimequinte; Ergo deux raiſons doubles, font enſemble une Raiſon quadruple, ce qu'il nous falloit demonſtrer.

Et par les precedens s'entendra, que *Raiſon* $\frac{3}{2}$ ajouſtée à *Raiſon* $\frac{4}{3}$, faict *Raiſon* $\frac{2}{1}$, c'eſt à dire en ſons, que la quinte avec la quarte, faict l'octave, & ainſi des autres. *Concluſion.* Eſtant doncques données Raiſons Arithmetiques à ajouſter, nous avons trouvé leur ſomme; ce qu'il falloit faire.

De la ſoubſtraction des Raiſons.

Probleme VI.

*Estant donnée Raiſon de laquelle on ſoubſtraict, & Raiſon à ſoubſtraire: Trouver leur reſte.*

*Explication du donné.* Soit donné Raiſon de laquelle il faut ſoubſtraire quadruple, qui eſt *Raiſon* $\frac{4}{1}$, & à ſoubſtraire Duple, qui eſt *Raiſon* $\frac{2}{1}$. *Explication du requis.* Il faut trouver leur reſte. *Conſtruction.* On diviſera les $\frac{4}{1}$ par les $\frac{2}{1}$ faict pour ſolution $\frac{2}{1}$ (car ſoubſtraction des Raiſons ne requiert autre operation que diviſion des rompuz) qui eſt Raiſon duple. *Demonſtration.* Nous comprennons par l'ouye (comme il a eſté dict à la demonſtration du 5e probleme) que les deux termes de l'octave muſicale, ſont en Raiſon double, & de la decimequinte en Raiſon quadruple, Mais ſoubſtraict l'octave de la decimequinte, il y reſte encore une octave, qui eſt de Raiſon double. Ergo ſoubſtraict Raiſon double, de Raiſon quadruple; Reſte encore Raiſon double, ce qu'il falloit demonſtrer.

Et par les precedens s'entendra, que de *Raiſon* $\frac{3}{2}$ ſoubſtraict *Raiſon* $\frac{4}{3}$, reſte *Raiſon* $\frac{9}{8}$, c'eſt à dire en ſons, que de la quinte ſoubſtraict la quarte, reſte la ſeconde, de laquelle les termes ſont en *Raiſon* $\frac{9}{8}$, & ainſi des autres. *Concluſion.* Eſtant doncques donnée Raiſon de laquelle on ſoubſtraict, & Raiſon à ſoubſtraire, Nous avons trouvé leur reſte; ce qu'il falloit faire.

De la multiplication des Raiſons.

Il eſt vulgaire que l'on dit que deux Raiſons ne reçoivent point entre eux la multiplication, ce qui eſt vray, mais il nous faut demonſtrer la cauſe par tel theoreme.

Theoreme.

*Que tout multiplicateur eſt nombre.*

*Explication du donné.* Soyent trois aulnes de drap, à 2 eſcuz l'aulne, le produict deſquels ſe dict communement 6 eſcuz, pour la valeur des 3 aulnes. *Explication du requis.* Il faut demonſtrer qu'il eſt impoſſible de multiplier 2 eſcuz par trois aulnes. *Demonſtration.* Poſons le cas que deux eſcuz, multipliez par 3 aulnes, montent 6 eſcuz; Puis multiplions 2 eſcuz par 3, c'eſt à dire prennons 2 eſcuz trois fois, & le produict ſera auſſi 6 eſcuz. Or produicts egaux ayans quantitez à multiplier egales, ont auſſi multiplicateurs egaux; Doncques nombre 3 ſera egal à 3 eſcuz, ce qui eſt abſurd, veu que l'eſcu eſt autre eſpece de quantité que n'eſt nombre. Doncques n'eſtant nombre 3 pas egal à 3 eſcuz, s'enſuit que 2 aulnes multipliées par 3 eſcuz, ne donnent pas le meſme produict que 2 aulnes multipliées par nombre 3, qui eſt 6 eſcuz. Il eſt auſſi notoire qu'ils ne donnent produict maieur n'y moindre que 6 eſcuz, parquoy il eſt manifeſte qu'ilz ne donnent aucun produict ou que c'eſt impoſſible de multiplier 2 aulnes par 3 eſcuz. Et le meſme ſe demonſtrera de multiplicateur de matiere quelconque n'eſtant point nombre. *Conſtruction.* Tout multiplicateur doncques eſt nombre; ce qu'il falloit demonſtrer.

Or

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

Or ayant demonstré par ce Theoreme, que tout multiplicateur (combien que le semblable n'avient point à Addition, Soubstraction ou Division des autres matieres) doibt estre nombre; Estant aussi notoire, que Raison n'est pas nombre, mais la mutuelle habitude des nombres; S'ensuit que la raison ne se pourra multiplier par Raison, mais bien par nombre, comme nous en descrirons le probleme cy dessoubs.

Il y a aussi quelques difficultez notoires par ce Theoreme, qui semblent autrement assez obscures, Faisons en par exemple quelque Syllogisme en *Barbara* en ceste sorte:

*Quantitez egales multipliees par multiplicateurs egaux donnent produicts egaux:*

3 ℔ *multipliees par* 2 ℔, *Et* 60 ß *multipliez par* 40 ß, *sont quantitez egales multipliees par multiplicateurs egaux.*

*Ergo* 3 ℔ *multipliees par* 2 ℔ (*qui font* 6 ℔) *&* 60 ß *multipliez par* 40 ß (*qui font* 120 ℔) *donnent produicts egaux.*

Et par consequent 6 ℔ sont egaux à 120 ℔.

Mais la fauseté de l'assomption est notoire par ledict Theoreme, par ce que les 2 ℔ & 40 ß ne sont point multiplicateurs, veu que ce ne sont point nombres, & par consequent ce ne sont pas quantitez egales multipliees par multiplicateurs egaux.

Il est bien vray que nous nommons aucunefois telles matieres multiplicateurs, mais l'on se souviendra en tel endroict de la reigle, que

*L'absurd se concede à fin d'entendre plus facilement le vray.*

De la multiplication des Raisons.

PROBLEME VII.

*Estant donnée Raison à multiplier, & multiplicateur nombre Arithmetique entier: Trouver leur produict.*

*Explication du donné.* Soit donné à multiplier *Raison* $\frac{2}{3}$, qui est sesquialtere, & multiplicateur 4. *Explication du requis.* Il faut trouver leur produict. *Construction.* Le 3 (des $\frac{3}{2}$) se multipliera 4 fois (parce que multiplicateur est 4) en ceste sorte: 3 fois 3 font 9, & 3 fois 9 font 27, & trois fois 27 font 81: Et semblablement se multipliera le 2 (des $\frac{3}{2}$) 4 fois, disant, 2 fois 2 font 4, & 2 fois 4 font 8, & 2 fois 8 font 16, le mettant soubs le susdict 81 en ceste sorte $\frac{81}{16}$.

Je di que *Raison* $\frac{81}{16}$ (qui est quincuple sesquisesiesme) est le produict requis. *Demonstration.* Toute chose multipliée par 4, donne produict qui est egal à la somme de quatre telles choses, mais la somme de quatre Raisons sesquialteres est (par le 5 probleme) *Raison* $\frac{81}{16}$, ergo *Raison* $\frac{81}{16}$ est le vray produict requis.

L'on pourroit encore demonstrer le susdict en ceste sorte: Le produict à sçavoir *Raison* $\frac{81}{16}$ contient la *Raison* $\frac{3}{2}$ à multiplier, autant des fois qu'il y a unitez au multiplicateur 4 (car l'unité est en 4 quatre fois, aussi est la *Raison* $\frac{3}{2}$ quatre fois en *Raison* $\frac{81}{16}$ par le suyvant Probleme) Ergo *Raison* $\frac{81}{16}$ est par la 93 definition leur vray produict. La demonstration est encore notoire par la division; car la *Raison* $\frac{81}{16}$ divisée par le multiplicateur 4, donne quotient (par le 10 probleme) *Raison* $\frac{3}{2}$ qui est la raison à multiplier; Ergo, &c. Ce qu'il falloit demonstrer. *Conclusion.* Estant doncques donnée Raison à multiplier, & multiplicateur nombre Arithmetique entier, nous avons trouvé leur produict; ce qu'il falloit faire.

PROBLEME VIII.

*Estant donnée Raison à multiplier, & multiplicateur nombre Arithmetique rompu: Trouver leur produict.*

*Explication du donné.* Soit donné à multiplier *Raison* $\frac{4}{9}$ qui est subduple sesquiquarte; & multiplicateur nombre rompu $\frac{3}{2}$. *Explication du requis.* Il faut trouver leur produict. *Construction.* On multipliera la *Raison* $\frac{4}{9}$ par le numerateur du multiplicateur qui est 3 faict par le 7e probleme *Raison* $\frac{64}{729}$; la mesme se divisera par le nominateur du multiplicateur donné, à sçavoir par 2, & donne quotient (par le suyvant 10 probleme) & solution *Raison* $\frac{8}{243}$; dont la demonstration sera semblable à la precedente. *Conclusion.* Estant doncques donnee Raison, &c. ce qu'il falloit faire.

*De la division des Raisons.*

Il est bien vray que la communauté de la Division & Multiplication est si grande, que la qualité de l'un consiste au contraire de l'autre, toutesfois combien que la Raison ne peut estre multiplicateur (comme nous avons dict devant le 7 probleme) si est ce que la raison peut estre diviseur. Et si on le considere bien, il ne se trouvera par tout sinon que parfaicte coherence, & que ceste cy est en toutes ses parties, naturellement le vray contraire de celle la, comme le demonstrent aussi les preuves de l'une par l'autre. La raison pourquoy le diviseur peut estre quelque autre chose que nombre, est notoire par les grandeurs, ausquelles la ligne divisée par ligne, donne quotient nombre, mais divisée par nombre, donne quotient ligne.

Par exemple la ligne de 6 pieds, divisée par une ligne de 2 pieds, donne quotient 3; Et la ligne de 6 pieds, divisée par 3 donne quotient une ligne de deux pieds: Et ainsi des Raisons; dont il est notoire, que ceux-la s'abusent, disans que Raison ne se peut diviser par Raison. Mais à fin que le tout soit plus manifeste, nous descrirons des particuliers problemes desdictes diversitez.

PROBLEME IX.

*Estant donnée Raison à diviser & Raison diviseur: Trouver leur quotient.*

REIGLE GENERALE DES OPERATIONS DE CESTE DIVISION.

LE diviseur se soubstraira tant de fois de la Raison à diviser, jusques à ce qu'il y a reste, qui soit Raison egale, ou d'autre espece de Raison que la Raison à diviser: C'est à dire, si la Raison à diviser, fut Raison de majeure inegaleté, alors on soubstraira autant des fois le diviseur, jusques à ce que la reste soit Raison d'egaleté, ou Raison de moindre inegaleté; Mais si la Raison à diviser fut Raison de majeure inegaleté, alors on soubstraira autant des fois le diviseur, jusques à ce que la reste soit Raison d'egaleté, ou Raison de majeure inegaleté. Et par la multitude des soubstractions, se colligera le quotient, car chascune soubstraction denote unité. Nous donnerons de ces differences deux exemples comme s'ensuit.

Premier exemple auquel se rencontre reste d'egaleté.

*Explication du donné.* Soit donné à diviser *Raison* $\frac{8}{27}$ qui est subtriple superpartiente octaves. Et le diviseur *Raison* $\frac{2}{3}$, qui est subsesquialtere. *Explication du requis.* Il faut trouver leur quotient. *Construction.* On soubstraira *Raison* $\frac{2}{3}$ de *Raison* $\frac{8}{27}$, par le 6 probleme, & restera *Raison* $\frac{24}{81}$, laquelle est encore de la mesme espece que la Raison à diviser, à sçavoir de moindre inegaleté, parquoy il faut (selon l'avertissement de la reigle generale cy dessus)

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

dessus) autrefois de *Raison* $\frac{24}{14}$ soubstraire *Raison* $\frac{2}{3}$, & restera *Raison* $\frac{72}{108}$, laquelle est encore de la mesme espece que la Raison à diviser, à sçavoir de moindre inegaleté, parquoy il nous faut autrefois de *Raison* $\frac{72}{108}$ soubstraire *Raison* $\frac{2}{3}$ & restera *Raison* $\frac{216}{216}$, laquelle estant d'egaleté, nous avons le requis, à sçavoir que à cause des trois soubstractions nous comptons trois unitez pour quotient.

Je di, que 3 est le quotient requis. *Demonstrat.* Toute chose divisée, donne quotient qui est egal aux Fois que le diviseur se peut soubstraire de la chose à diviser. Mais le diviseur *Raison* $\frac{2}{3}$ se peut soubstraire 3 fois de *Raison* $\frac{8}{27}$, par le 6e probleme, doncques 3 est le vray quotient.

L'on pourroit encore demonstrer le susdict en ceste sorte: Le quotient 3 contient autant des fois l'unité que la *Raison* $\frac{8}{27}$ à diviser contient la *Raison* $\frac{2}{3}$ diviseur, c'est doncques (par la 96 definition de l'Arithmetique) le vray quotient.

La demonstration est encore notoire par la multiplication precedente, car multipliant le produict 3, par le diviseur *Raison* $\frac{2}{3}$, donne produict (par le 7e probleme) *Raison* $\frac{8}{27}$ qui est la raison à diviser, ergo, &c.

## Second exemple auquel se rencontre reste d'inegaleté.

*Explication du donné.* Soit donné à diviser *Raison* $\frac{10}{3}$, qui est triple de sesquitierce; Et le diviseur *Raison* $\frac{3}{2}$, qui est sesquialtere. *Explication du requis.* Il faut trouver leur quotient. *Construction.* On soubstraira *Raison* $\frac{3}{2}$ de *Raison* $\frac{10}{3}$ par le 6e probleme & restera *Raison* $\frac{20}{9}$, laquelle est encore de la mesme espece que la Raison à diviser, à sçavoir de maieure inegaleté; Il faut doncques de *Raison* $\frac{20}{9}$ autrefois soubstraire *Raison* $\frac{3}{2}$, & restera *Raison* $\frac{40}{27}$, laquelle est encore de la mesme espece que la Raison à diviser, à sçavoir de maieure inegaleté. Il nous faut doncques de *Raison* $\frac{40}{27}$ autrefois soubstraire *Raison* $\frac{2}{3}$ & restera *Raison* $\frac{80}{81}$, qui estant autre espece que la *Raison* donnée à diviser, je concluz que la derniere soubstraction n'est pas besoing, mais que la seconde soubstraction monstre que le quotient est 2 plus Raison $\frac{40}{27}$ divisée par *Raison* $\frac{3}{2}$, qui se peut descrire, comme les rompuz en ceste sorte:

Mais si on en voulut sçavoir quelle partie d'unité vaut le dict rompu on divisera autre fois le nominateur par le numerateur & de quotient 2 la reste se dira $\frac{1}{2}$ & de 3 se dira $\frac{1}{3}$, &c. Et s'il y restoit alors encore quelque chose, l'on procedera en la mesme comme des precedens. Dont la demonstration est assez notoire par les precedentes. *Conclusion.* Estant doncques donné Raison à diviser, & Raison diviseur, nous avons trouvé leur quotient; ce qu'il falloit faire.

$$2\ \frac{\text{Raison } \frac{40}{27}}{\text{Raison } \frac{3}{2}}$$

NOTA. Si la Raison à diviser fut de moindre inegalité, & que la premiere reste fut maieure Raison, que ladicte Raison à diviser le quotient sera de nombre infini. Comme *Raison* $\frac{1}{2}$, est cõtenue infinies fois en *Raison* $\frac{3}{1}$.

Et semblablement si la Raison à diviser fut de moindre inegaleté, & que la premiere reste fut moindre Raison, que ladicte Raison à diviser, le quotient sera de nombre infini, comme *Raison* $\frac{3}{1}$ est contenue infinies fois en *Raison* $\frac{1}{2}$.

### PROBLEME X.

*Estant donnée Raison à diviser, & diviseur nombre Arithmetique entier: Trouver leur quotient.*

*Explication du donné.* Soit donné à diviser *Raison* $\frac{81}{16}$ qui est quinceuple sesquiseisiesme, & diviseur 4. *Explication du requis.* Il faut trouver leur quotient. *Construction.* Il est notoire par le contraire da la division, qui est par la multiplication, que si le diviseur donné fut 2, qu'on faut extraire racine de ② (qui est racine quarrée) de chascun terme de la Raison à diviser. Mais si le diviseur donné fut 3, que l'on extraira racine de ③ qui est racine cubique; Et que pour 4, l'on extraira racine de ④, &c. Or le diviseur donné est 4, parquoy il nous faut extraire racine de ④ de chascun terme de la Raison donnée: Doncques la racine de ④ de 81 est 3, & de 16 est 2, lesquels 3 & 2 signifient que le quotient requis est *Raison* $\frac{3}{2}$ qui est sesquialtere: Dont la demonstration est manifeste par les demonstrations precedentes. *Conclusion.* Estant doncques donnée Raison à diviser, & diviseur nombre Arithmetique entier, nous avons trouvé leur quotient; ce qu'il falloit faire.

### PROBLEME XI.

*Estant donnée Raison à diviser, & diviseur nombre Arithmetique rompu: Trouver leur quotient.*

*Explication du donné.* Soit donné à diviser *Raison* $\frac{4}{6}$. Et diviseur nombre rompu $\frac{2}{3}$. *Construction.* On multipliera la *Raison* $\frac{4}{6}$ par le nominateur du diviseur, qui est 3, faict par le 7e probleme *Raison* $\frac{64}{729}$, la mesme se divisera par le numerateur 2 du diviseur donné, & donne quotient par le 10e probleme, *Raison* $\frac{8}{27}$, qui est subtriple superbipartiente octaves, pour le quotient requis; Dont la demonstration est notoire par les precedentes. *Conclusion.* Estant doncques donnée Raison à diviser, & diviseur nombre Arithmetique rompu, nous avons trouvé leur quotient; ce qu'il falloit faire.

*Fin de la premiere partie.*

---

# SECONDE PARTIE DE LA PRATIQVE D'ARITHMETIQVE DE LA COMPVTATION PROPORTIONELLE.

## Premiere distinction de la seconde partie de la Pratique d'Arithmetique qui est de la reigle de trois.

NOVS avons defini la Reigle de trois à la 101 definition de l'Arithmetique, mais il la faut icy entendre de nombres appliquez à matieres, comme apparoistra par les exemples suivans.

### EXEMPLE I. PAR ENTIERS.

*14 aulnes de drap, constent 5 ℔ 2 ß 3 ₰, combien coustеront 25 aulnes?*

### CONSTRVCTION.

On multipliera les 5 ℔ 2 ß 3 ₰ par les 25, font (par le precedent 3 probleme) 30675 ₰, les mesmes divisez par 14, donnent quotient 2191 $\frac{1}{14}$ ₰, qui vallent (par la 2 note du 4 probleme) 9 ℔ 2 ß $\frac{1}{14}$ ₰, & autant vaudront les 25 aulnes de drap.

### EXEMPLE II. PAR ROMPVS.

*2 $\frac{3}{4}$ aulnes de drap, coustent 4 ℔, combien coustent 3 $\frac{1}{3}$ aulnes?*

### CONSTRVCTION.

On multipliera les deux derniers termes comme 4 & 3 $\frac{1}{3}$ l'un par l'autre, donne produict (par le 12e probleme de l'Arithmetique) $\frac{40}{3}$, les mesmes se diviseront par

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

par le premier terme 2 $\frac{2}{4}$, & donnent quotient (par le 13e probleme de l'Arithmetique) $\frac{160}{33}$ lb, qui font 4 $\frac{28}{33}$ lb, & autant vaudront les 3 $\frac{1}{3}$ aulnes.

NOTA. Quant aux diverſes manieres d'operations qu'aucuns deſcrivent ſur ceſte reigle de trois par rompuz, à ſçavoir que ſelon la diſpoſition des rompuz, qui ſe rencontrent aux trois termes donnez, ils en font des diverſes reigles; elles ſont inutiles, veu que ce ſont des diverſes conſtructions (leſquelles ſans cauſer aucune briefveté, ne ſont que charges de la memoire) qui ſe peuvent faire par une ſeule & generale; à ſçavoir qu'on multiplie touſiours les deux derniers termes, l'un par l'autre, & que l'on diviſe le produict par le premier. Pourtant je conſeille à ceux qui veullent par intelligence des cauſes facilement calculer ou enſeigner la jeuneſſe en ceſte reigle de trois par rompuz, de ſuivre ceſte maniere; Ainſi enſeignée entre autres par Iherome Cardane, Michiel Stiffle, Nicolas Tartalle, Iuan Peris de Moya, Gemme Friſon, Cutebert Tonſtalle, &c. & que ils delaiſſent celle la.

## DV COMPENDIE DE LA REIGLE DE TROIS.

IL y a quelque vulgaire compendie en la reigle de trois, aſſez commode aux païs ou l'on compte par livres ſolz & deniers, duquel nous donnerons onze exemples, le premier par quelques ß & 1 ß, le ſecond par quelques ß & 2 ß, & ainſi par ordre des autres juſques à l'onzieſme. Quant aux lieux ou l'on n'uſe point telle eſpece, on pourra par ceſte maniere facilement faire un ordre propre pour les uſitees monnoies de chaſcun païs.

### EXEMPLE I.

*1 aulne vaut 7 ß 1 ß, combien vaudront 28 aulnes?*

CONSTRVCTION.

On multipliera le 28 par 7 ß, font 196; Puis par ce que 1 ß eſt la douzieſme partie d'un ſolz, on prendra la douzieſme partie de 28 qui eſt 2 le mettant ſoubs le 6, & par le 4 reſtant, ſe multipliera 1 ß, faict 4 ß, leſquels ſe mettront joignant le 2. Puis on ajouſtera ce qu'il y a entre les lignes, & le ſomme ſera 198 ß 4 ß, qui vallent pour ſolution 9 lb 18 ß 4 ß, dont la diſpoſition des characteres de l'operation eſt telle:

| | |
|---|---|
| 28 | |
| 7 | 1 |
| 196 | |
| 2 | 4 |
| 19(8 | 4 |
| 9.18 | 4 |

NOTA. Tel qu'a eſté l'ordre de l'operation du precedente exemple, auquel la valeur d'une choſe ameine avec ſoy 1 ß: Semblable ſera auſſi l'ordre des operations des dix exemples ſuivans, car on multipliera touſiours les choſes deſquelles on veut ſçavoir la valeur par les ſolz du valeur d'une choſe; Puis on prendra telle partie des choſes deſquelles on veut ſçavoir la valeur, quelle partie ſont les deniers (que la valeur d'une choſe ameine avec ſoy) d'un ſolz, comme pour 2 ß par ce que c'eſt le ſixieſme d'un ſolz, on prendra auſſi le ſixieſme des choſes deſquels on veut ſçavoir la valeur, & s'il y reſte quelque choſe, le meſme ſe multipliera par les 2 ß, & ainſi des autres, comme il ſera plus notoire par les exemples ſuivans.

### EXEMPLE II.

*1 piece d'argent vaut 3 ß 2 ß, combien vaudront 34 pieces?*

CONSTRVCTION.

On multipliera 34 par 3 ß, font 102; Puis par ce que 2 ß eſt la ſixieſme d'un ſolz, on prendra auſſi la ſixieſme de 34, qui eſt 5, reſte 4, le meſme multiplié par 2 ß, faict 8, leſquels ajouſté font 107 ß, 8 ß, qui vallent pour ſolution 5 lb 7 ß 8 ß, dont la diſpoſition des characteres de l'operation eſt telle:

| | |
|---|---|
| 34 | |
| 3 | 2 |
| 102 | |
| 5 | 8 |
| 10(7 | 8 |
| 5.7 | 8 |

### EXEMPLE III.

*1 aulne couſte 2 ß 3 ß, combien couſteront 27 aulnes?*

CONSTRVCTION.

On multipliera 27 par 2 ß, font 54; Puis par ce que 3 ß eſt le quart d'un ſolz, on prendra auſſi le quart de 27, qui eſt 6, reſte 3, le meſme multiplié par 3 ß, font 9, leſquels ajouſtez font 60 ß 9 ß, qui vallent pour ſolution 3 lb 0 ß 9 ß; dont la diſpoſition des characteres de l'operation eſt telle:

| | |
|---|---|
| 27 | |
| 2 | 3 |
| 54 | |
| 6 | 9 |
| 6(0 | 9 |
| 3.0 | 9 |

### EXEMPLE IV.

*1 aulne couſte 3 ß 4 ß, combien couſteront 38 aulnes?*

CONSTRVCTION.

On multipliera 38 par 3 ß, font 114; Puis, par ce que 4 ß eſt le tiers d'un ſolz, on prendra auſſi le tiers de 38, qui eſt 12, reſte 2, le meſme multiplié par 4 ß, faict 8, leſquels ajouſtez font 126 ß 8 ß, qui vallent pour ſolution 6 lb 6 ß 8 ß; dont la diſpoſition des characteres de l'operation eſt telle:

| | |
|---|---|
| 38 | |
| 3 | 4 |
| 114 | |
| 12 | 8 |
| 12(6 | 8 |
| 6.6 | 8 |

### EXEMPLE V.

*1 aulne couſte 3 ß 5 ß, combien couſteront 29 aulnes?*

CONSTRVCTION.

On multipliera 29 par 3 ß, font 87; Puis par ce que 5 ß ne meſure pas 1 ß, on beſoignera premierement par 3 ß, & puis par 2 ß; Or par ce que 3 ß eſt le quart d'un ſolz, on prendra auſſi le quart de 29, qui eſt 7, reſte 1, qui multiplié par 3 ß faict 3; Et de meſme ſorte on beſoignera par les 2 ß, leſquels eſtant la ſixieſme d'un ſolz, il faut prendre le ſixieſme de 29, qui eſt 4, reſte 5, qui multiplié par 2 ß, faict 10, leſquels ajouſtez font 99 ß 1 ß, qui vallent pour ſolution 4 lb 19 ß 1 ß, dont la diſpoſition des characteres de l'operation eſt telle:

| | |
|---|---|
| 29 | |
| 3 | 5 |
| 87 | |
| 7 | 3 |
| 4 | 10 |
| 9(9 | 1 |
| 4.19 | 1 |

### EXEMPLE VI.

*1 aulne couſte 2 ß 6 ß, combien couſteront 27 aulnes.*

CONSTRVCTION.

On multipliera 27 par 2 ß, font 54; Puis par ce que 6 eſt la moitie de un ſolz, on prendra auſſi la moitie de 27, qui eſt 13, reſte 1, le meſme multiplié par les 6 ß, font 6, leſquels ajouſtez font 67 ß 6 ß, qui vallent pour ſolution 3 lb 7 ß 6 ß; dont la diſpoſition des characteres de l'operation eſt telle:

| | |
|---|---|
| 27 | |
| 2 | 6 |
| 54 | |
| 13 | 6 |
| 6(7 | 6 |
| 3.7 | 6 |



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

### Exemple VII.

*1 aulne couſte 4 ß 7 §, combien couſteront 38 aulnes?*

#### Construction.

On multipliera 38 par 4 ß, font 152; Puis par ce que 7 § ne meſure pas 1 ß; On beſoignera premierement par 4 §, & puis par 3 §; Or par ce que 4 § eſt le tiers d'un ſolz, on prendra auſſi le tiers de 38, qui eſt 12, reſte 2, qui multiplié par 4 §, faict 8; Et de meſme ſorte on beſoignera par les 3 §, leſquels eſtant le quart d'un ß, on prendra auſſi le quart de 38, qui eſt 9, reſte 2, qui multiplié par 3 §, font 6, leſquels ajouſtez font 174 ß 2 §, qui vallent pour ſolution 8 ℔ 14 ß 2 §; dont la diſpoſition des characteres de l'operation eſt telle:

| | |
|---|---|
| 38 | |
| 4 | 7 |
| 152 | |
| 12 | 8 |
| 9 | 6 |
| 17 (4 | 2 |
| 8.14 | 2 |

### Exemple VIII.

*1 aulne couſte 2 ß 3 §, combien couſteront 32 aulnes?*

#### Construction.

On multipliera 32 par 2 ß, font 64; Puis, parce que 8 § ne meſure pas 1 ß, on beſoignera par 4 §, & 4 §; Or par ce que 4 § eſt le tiers d'un ſolz, on prendra auſſi le tiers de 32, qui eſt 10, reſte 2, lequel multiplié par 4 §, faict 8, les meſmes 10, 8 ſe mettront autrefois, à cauſe des autres 4 §, leſquels ajouſtez font 85 ß 4 §, qui vallent pour ſolution 4 ℔ 5 ß 4 §; dont la diſpoſition des characteres de l'operation eſt telle:

| | |
|---|---|
| 32 | |
| 2 | 8 |
| 64 | |
| 10 | 8 |
| 10 | 8 |
| 8 (5 | 4 |
| 4.5 | 4 |

### Exemple IX.

*1 aulne couſte 3 ß 9 §, combien couſteront 31 aulnes?*

#### Construction.

On multipliera 31 par 3 ß, font 93; Puis, par ce que 9 § ne meſure pas 1 ß, on prendra 3 § & 3 § & 3 §; Or par ce que 3 § eſt le quart d'un ſolz, on prendra auſſi le quart de 31, qui eſt 7, reſte 3, lequel multiplié par 3 §, font 9; Et les meſmes 7. 9 ſe mettront encore deux fois, à cauſe des autres 3 § & 3 §; Leſquels ajouſtez font 116 ß 3 §, qui vallent pour ſolution 5 ℔ 16 ß 3 §, dont la diſpoſition des characteres de l'operation eſt telle:

| | |
|---|---|
| 31 | |
| 3 | 9 |
| 93 | |
| 7 | 9 |
| 7 | 9 |
| 7 | 9 |
| 11 (6 | 3 |
| 5.16 | 3 |

### Exemple X.

*1 aulne couſte 2 ß 10 §, combien couſteront 35 aulnes?*

#### Construction.

On multipliera 35 par 2 ß, font 70; Puis, par ce que 10 § ne meſure pas 1 ß, on prendra 6 § & 4 §; Or par ce que 6 § eſt la moitié d'un ſolz, on prendra auſſi la moitié de 35, qui eſt 17, reſte 1, lequel multiplié par 6 §, faict 6, Et de meſme ſorte on beſoignera par les 4 §, leſquels eſtant le tiers d'un ſolz il faut prendre le tiers de 35, qui eſt 11, reſte 2, qui multiplié par 4 faict 8, leſquels ajouſtez font 99 ß 2 §, qui vallent pour ſolution 4 ℔ 19 ß 2 §; dont la diſpoſition des characteres de l'operation eſt telle.

| | |
|---|---|
| 35 | |
| 2 | 10 |
| 70 | |
| 17 | 6 |
| 11 | 8 |
| 9 (9 | 2 |
| 4.19 | 2 |

### Exemple XI.

*1 aulne couſte 3 ß 11 §, combien couſtent 37 aulnes?*

#### Construction.

On multipliera 37 par 3 ß, font 111; Puis, parce que 11 § ne meſure pas 1 ß, on prendra 4 § & 4 § & 3 §; Or par ce que 4 § eſt le tiers d'un ſolz, il faut prendre le tiers de 37, qui eſt 12, reſte 1, lequel multiplié par 4 §, faict 4, les meſmes 12, 4 ſe mettront autre fois à cauſe des autres 4 §; Puis par ce que 3 § eſt le quart de 1 ß, il faut prendre le quart de 37, qui eſt 9, reſte 1, lequel multiplié par 3 faict 3; leſquels ajouſtez font 144 ß 11 §, qui vallent pour ſolution, 7 ℔ 4 ß 11 ß. Dont la diſpoſition des characteres de l'operation eſt telle:

| | |
|---|---|
| 37 | |
| 3 | 11 |
| 111 | |
| 12 | 4 |
| 12 | 4 |
| 9 | 3 |
| 14 (4 | 11 |
| 7.4 | 11 |

Nota. Si la valeur d'une choſe fut de Livres ſolz & deniers par exemple:

*1 aulne couſte 3 ℔ 14 ß 6 §, combien couſteront 43 aulnes?*

On convertira les livres en ſolz & la queſtion ſera alors telle:

*1 aulne couſte 74 ß 6 §, combien couſteront 43 aulnes?*

Dont l'operation ſera ſemblable à celle du precedent 6e exemple ainſi:

Ceſte maniere eſt beaucoup plus facile, que d'operer ſans convertir les livres en ſolz, comme font les aucuns.

| | |
|---|---|
| 43 | |
| 74 | 6 |
| 172 | |
| 3011 | 6 |
| 2 | |
| 320 (3 | 6 |
| 160.3 | 6 |

## DE LA PROPORTION RENVERSE ET ALTERNE.

LEs exemples ſuivans, dependent de la renverſe ou alterne proportion des precedens.

### Exemple I.

*2 aulnes de toille couſtent 3 ß, combien des aulnes ſe donneront pour 6 ß?*

#### Construction.

On mettra les termes donnez en ordre, mais au lieu du terme incognu, on mettra 0, en ceſte ſorte:

Or pour trouver le troiſieſme terme incognu, on dira par la renverſe proportion de la 82 definition, 3 donne 3, combien 6? faict pour ſolution (par le precedent premier exemple) 4 aulnes; Ou autrement par alterne proportion de la 83 definition, 3 donnent 6, combien 2? faict comme deſſus 4 aulnes. Et ſemblable ſera l'operation quand le premier ou ſecond terme eſt incognu.

2 . 3 . 0 . 6

### Exemple II.

*200 ſoldats ont des vivres pour 2 mois, pour combien des ſoldats y aura ils des vivres pour 5 mois?*

#### Construction.

On dira par proportion renverſe 5 donnent 2, combien 200? faict pour ſolution (par le precedent 1 exemple) 80, & pour autant des ſoldats y aura il des vivres pour 5 mois.

Exem-

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

EXEMPLE III.

*Vallant le boisseau du froment 20 ß, alors l'on achate 4 livres du pain pour 1 ß, combien du pain se donnera pour 1 ß, vallant le boisseau du froment 16 ß.*

CONSTRVCTION.

On dira par proportion renverse, 16 donnent 4, combien 20? faict pour solution (par le precedent 1 exemple) 5 livres du pain qu'on aura alors pour 1 ß.

La demonstration des precedens exemples est manifeste par celle du 14e probleme de l'Arithmetique.

## Seconde distinction de la seconde partie de la Practique d'Arithmetique, qui est de la reigle de cincq.

DEFINITION.

*REigle de cincq, est celle par laquelle on trouve un cincquiesme terme, en telle raison au troisiesme, comme le produict du quatriesme & cincquiesme, au produict du premier & second.*

EXEMPLE I.

*3 enfouisseurs enfouent en 2 jours 5 verges, combien des verges enfoueront 6 enfouisseurs en 4. jours?*

CONSTRVCTION.

Si les cincq termes donnez ne fussent pas disposez en ordre comme cy dessus, il les faudroit ainsi mettre, disant, le produict du premier & second terme, donne le troisiesme, combien donnera le produict du quatriesme & cincquiesme? c'est à dire 6 (car autant est le produict du premier par le second, à sçavoir 3 par 2) donnent 5 (qui est le troisiesme terme) combien donnera 24? (car autant est le produict du quatriesme & cincquiesme terme, à sçavoir 6 par 4) faict pour solution 20 verges.

*Demonstration.*

Les deux parties des enfouisseurs sont en *Raison* $\frac{3}{6}$, & les deux parties des jours sont en *Raison* $\frac{2}{4}$; Mais ajoustant *Raison* $\frac{3}{6}$ à *Raison* $\frac{2}{4}$, donne somme par le 5e probleme de ceste practique d'Arithmetique, *Raison* $\frac{6}{24}$: Doncques comme 3 enfouisseurs & 2 jours, à 6 enfouisseurs & 4 jours, ainsi 6 à 24, de sorte que les quatre termes, sont maintenant convertiz en deux (vallans la mesme raison, que les deux raisons des quatre termes) desquels 6 est le premier, & 24 le troisiesme, & le moyen terme est le 5 donné; mais nous avons par ces trois termes 6. 5. 24. trouvé le quatriesme proportionel 20, doncques 20 est la vraye solution; Ce qu'il falloit demonstrer.

EXEMPLE II. DEPENDANT DE LA renverse ou alterne proportion du premier exemple.

*5 enfouisseurs enfouent en 2 jours 5 verges, en combien des jours enfoueront 6 enfouisseurs 20 verges.*

CONSTRVCTION.

On mettra les termes donnez en ordre, mais au lieu du terme requis on mettra o en ceste sorte:

| Enfouisseurs | | Jours | | Verges | | Enfouisseurs | | Jours | | Verges |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 3 | . | 2 | . | 5 | . | 6 | . | 0 | . | 20 |

Or si le produict du quatriesme & cincquiesme terme fut cognu, facilement se trouveroit le cincquiesme terme requis. Mais pour trouver ce produict, on multipliera le premier terme 3 par le second terme 2, faict 6. Doncques de quatre termes d'une binaire proportion, il y a cognu les trois, à sçavoir le premier 6, le second 5, & le quatriesme 20, leur troisiesme terme donc par reverse proportion (disant 5 donne 6 combien 20?) sera 24, pour le produict de 6 du quatriesme terme donné, par le cincquiesme terme incognu; Divisant doncques 24 par ledict 6, donne quotient & solution 4, pour le cincquiesme terme, lesquels 4 vallent 4 jours; Dont la demonstration est manifeste par celle du precedent premier exemple. Semblable sera l'invention de chascun des autres termes incognuz.

## Troisiesme distinction de la seconde partie de la practique d'Arithmetique qui est de la reigle de compagnie.

DEFINITION.

*REigle de compaignie est partition de quantité selon la raison donnée.*

EXEMPLE I.

*Trois Marchans font compaignie, desquels le premier à mis 2 ℔, le second 3 ℔, le troisiesme 4 ℔, & ont gaigné ensemble 5 ℔; Combien aura chascun pour sa proportionelle part, selon le capital qu'il a mis?*

CONSTRVCTION.

On partira les 5 ℔ en trois parties proportionelles aux nombres 2. 3. 4 par le 15 probleme de l'Arithmetique. Et viendra $1\frac{1}{9}$ ℔ pour le premier, & $1\frac{6}{9}$ ℔ pour le second, & $2\frac{2}{9}$ ℔ pour le troisiesme. Dont la demonstration est manifeste par celle dudict 15e probleme de l'Arithmetique.

EXEMPLE II. AVEC le temps.

*Deux marchans font compaignie, desquels le premier a mis 2 ℔ par 3 ans, le second 3 ℔ par 4 ans, & ont gaigné ensemble 5 ℔; Combien aura chascun pour sa proportionelle part, selon son argent & temps?*

*Construction.*

On multipliera l'argent de chascune personne par son temps, & le produict de la premiere personne sera 6, & de la seconde 12. Puis on partira le 5 en deux parties proportionelles aux nombres 6 & 12 par le 15 probleme de l'Arithmetique, & viendra $1\frac{12}{18}$ ℔ pour le premier, & $3\frac{6}{18}$ ℔ pour le second, dont la disposition des characteres de l'operation est telle:

| | Capitaux | | Annees | | Prouffit |
|---|---|---|---|---|---|
| Le premier | 2 | . | 3 produict 6 | . | $1\frac{12}{18}$ ℔ |
| Le second | 3 | . | 4 produict 12 | . | $3\frac{6}{18}$ ℔ |
| | | | 18 | | 5 |

*Demonstration.*

L'argent du premier à l'argent du second, obtient *Raison* $\frac{2}{3}$. Et le temps du premier au temps du second obtient *Raison* $\frac{3}{4}$. Mais ajoustant ces deux Raisons par le 5 probleme de ceste Practique, donnent somme



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

*Raison* $\frac{6}{12}$; doncques comme 6 à 12, ainsi l'argent & temps du premier, à l'argent & temps du second, mais comme 6 à 12, ainsi par la construction $1\frac{12}{18}$ ℔, à $3\frac{6}{18}$ ℔, qui sont aussi parties integrantes de 5 ℔. Ergo $1\frac{12}{18}$ ℔ & $3\frac{6}{18}$ ℔ sont les parties requises; Ce qu'il falloit demonstrer.

### Exemple III. avec le temps & autre condition.

*Deux marchans sont compaignie, desquels le premier a mis 4 ℔, par 5 ans, le second 6 ℔ par 7 ans, Et entre eux est quelque condition telle, que s'ils eussent mis sommes egales par temps egal, alors tirant le premier du prouffit 3, le second n'en tireroit que 2; Et ont gaigné ensemble 8 ℔; Combien aura chascun pour sa proportionelle part?*

### Construction.

On multipliera l'argent du premier par son temps, faict 20, le mesme se multipliera par le 3 de la condition, faict 60. Semblablement se multipliera l'argent du second par son temps, faict 42, le mesme multiplié par le 2 de la condition, faict 84: Puis on partira 8 en deux parties proportionelles à 60 & 84 par le 15 probleme de l'Arithmetique, & viendront $3\frac{48}{144}$ ℔ pour le premier, & $4\frac{96}{144}$ ℔ pour le second, dont la disposition des characteres de l'operation est telle:

| | Capitaux | Annees | Cõditions | | |
|---|---|---|---|---|---|
| Premier | 4 | 5 | 3 | produict 60 | $3\frac{48}{144}$ |
| Second | 6 | 7 | 2 | produict 84 | $4\frac{96}{144}$ |
| | | | | 144 | 8 |

### Demonstration.

L'argent du premier à l'argent du second, obtient *Raison* $\frac{4}{6}$, & le temps du premier au temps du second obtient *Raison* $\frac{5}{7}$. Et la condition du premier à celle du second *Raison* $\frac{3}{2}$. Or ces trois Raisons donnent somme (par le 5 probleme de ceste Practique) *Raison* $\frac{60}{84}$. Doncques comme 60 à 84, ainsi l'argent temps & condition du premier, à l'argent temps & condition du second; Mais comme 60 à 84, ainsi par la construction $3\frac{48}{144}$ ℔ à $4\frac{96}{144}$ ℔ qui sont deux parties integrantes de 8 ℔; Ergo $3\frac{48}{144}$ ℔ & $4\frac{96}{144}$ ℔, sont les parties requises, Ce qu'il falloit demonstrer.

### Exemple IV.

*Deux marchans sont compaignie, desquels le premier met 2 ℔, & apres 3 ans il met encore 4 ℔, laissant tout ceste argent encore en la compaignie 5 ans; le second met 8 ℔, & apres 7 ans reprent 6 ℔, laissant la reste de 2 ℔ encore en la compaignie 9 ans, & gaignent ensemble 10 ℔, Combien aura chascun pour sa proportionelle part?*

### Construction.

On multipliera chasque capitale somme par son tẽps. Or les 2 ℔, du premier y ont esté en tout 8 ans, doncques leur produict sera 16; Et les 4 ℔ du mesme premier y ont esté seulement 5 ans, doncques leur produict sera 20, ausquels ajouste le 18, donnent somme (respondant au premier) 36. Puis, les 8 ℔ du second y ont esté 7 ans desquels le produict est 56; Et la reste de 2 ℔ y a demeuré encore 9 ans, desquels le produict est 18, auquel ajousté le 56 faict 74, respondant au second marchand. Puis on partira le prouffit de 10 ℔ en deux parties proportionelles aux nombres 36 & 74 par le 15 probleme de l'Arithmetique, & viendront $3\frac{30}{110}$ ℔ pour le premier, & $6\frac{80}{110}$ ℔ pour le second; dont la demonstration sera semblable aux precedentes.

### Nota.

L'exemple suyvant depend de la renverse ou alterne proportion des exemples precedens.

### Exemple V.

*Deux marchans sont compaignie, & ont mis ensemble 4 ℔, & ont gaigné 5 ℔, & tirant le premier 2, le second en tiroit 3. Combien estoit la capitale somme de chascun?*

### Construction.

On partira les 4 ℔ en deux parties proportionelles aux nombres 2 & 3 par le 15 probleme de l'Arithmetique, & viendra $1\frac{3}{5}$ ℔ pour le capital du premier, & $2\frac{2}{5}$ ℔ pour le capital du second, dont la demonstration est manifeste par les precedentes. Nous pourrions descrire plusieurs differens exemples dependans de ladicte Renverse & alterne proportion, mais ils seront assez notoires à celuy qui aura entendu les precedens.

## Quatrieſme diſtinction de la ſeconde partie de la practique d'Arithmetique qui eſt de la reigle d'Alligation.

### Definition.

*Reigle d'Alligation est celle par laquelle on trouve une quantité de valeur requise, & composée de diverses quantitez de diverses valeurs.*

### Exemple I.

*Quelcun veut mesler 4 boisseaux du froment, à 9 ß le boisseau, parmi 5 boisseaux de seigle à 7 ß le boisseau. Combien vaudra le boisseau de telle mixtion?*

### Construction.

Tout le froment vaudra 36 ß, & toute la seigle vaudra 35 ß, lesquels ajoustez font 71 ß, les mesmes divisez par 9, à sçavoir la somme de 4 & 5 boisseaux, donnent quotient $7\frac{8}{9}$ ß, doncques le boisseau d'icelle mixture vaudra $7\frac{8}{9}$ ß.

### Demonstration.

Les boisseaux ainsi meslez à $7\frac{8}{9}$ ß le boisseau, vallent 71 ß, aussi vallent 71 ß les boisseaux separez. Ergo, &c. Ce qu'il falloit demonstrer.

Nota. L'on peut appliquer ceste exemple à toutes autres matieres qui se meslent ainsi comme choses liquides, metaux, & semblables, par exemple si la proposition eust esté de 4 marcqs d'or de 9 karatz, meslé parmi 5 marcqs d'or de 7 karatz, nous dirions de mesme sorte que telle mixtion est de $7\frac{8}{9}$ Karatz; Et ainsi de tous autres semblables.

### Exemple II.

*Quelcun a deux sortes de blez, la premiere de 2 ß le boisseau, la seconde de 7 ß le boisseau, & en veut faire 8 boisseaux chascun de 6 ß, Combien prendra il de chascune sorte?*

### Construction.

On disposera les deniers proposez en ceste sorte:

Puis on soubstraira 2 de 6, restent 4, lequel se mettra joignant le 7. Puis on soubstraira 6 de 7, reste 1, lequel se mettera pres le 2; Et la disposition des characteres sera alors telle: $6\frac{2}{7}$

Puis

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

Puis on diuisera 8 (à cause des 8 boisseaux proposez) en deux parties entre eux en telle raison comme 1 a 4 & seront (par le 15 probleme de nostre Arithmetique) $1\frac{1}{5}$ & $6\frac{2}{5}$, lesquels nombres signifient qu'on prendra $1\frac{1}{5}$ boisseau de 2 ß le boisseau, & $6\frac{2}{5}$ boisseaux de 7 ß le boisseau.

$6\frac{2 \cdot 1}{7 \cdot 4}$

DEMONSTRATION.

Les 8 boisseaux requis à 6 ß, vallent 48 ß, & autant vallent aussi les parties de la solution,

| | |
|---|---|
| car $1\frac{3}{5}$ boisseaux à 2 ß montent | $3\frac{1}{5}$ ß. |
| & $6\frac{2}{5}$ boisseaux à 7 ß montent | $44\frac{4}{5}$ ß. |
| Somme 8 boisseaux vallans | 48 ß |

ce qu'il falloit demonstrer.

NOTA.

L'on peut aussi appliquer ceste exemple à toutes autres matieres qui se meslent; Comme si la proposition eust esté de deux sortes d'or, la premiere de deux Karatz, la seconde de 7 Karatz, & qu'on en eust voulu faire une masse de 8 marcqs à 6 Karatz, nous dirions de mesme sorte pour solution, qu'on devroit prendre $1\frac{3}{5}$ marcqs de 2 Karatz, & $6\frac{2}{5}$ marcqs de 7 Karatz, & ainsi d'autres semblables.

EXEMPLE III.

*Vn maistre de monnoye a cincq sortes d'or, la premiere de 2 Karatz, la seconde de 3 Karatz, la troisiesme de 4, la quatriesme de 11, la cincquiesme de 12; Et veut faire une masse de 20 marcqs à 5 Karatz; Combien se prendra de l'or de chascune sorte?*

*Construction.*

On descrira les Karatz proposez de moinde valeur que l'or requis d'une part de quelque ligne; Et les sortes de majeure valeur que l'or requis d'autre part de ladicte ligne, & le 5 des 5 karats requis deuant la ligne en ceste sorte:

2
3
4
5
11
12

Puis on soubstraira 2 de 5, reste 3, qui se mettra joignant 11 ou 12 (car ceste proposition & semblables ou il y a à mesler plus de deux sortes, ont infinies diverses solutions) soit pres le 11; Puis on soubstraira 5 de 11, reste 6, le mesme se mettra joignant le charactere qui fut dernierement soubstraict, à sçavoir pres le 2; Puis on soubstraira 3 (à sçavoir 3 des 5 Karatz) de 5 reste 2, lequel se mettra joignant 11 ou 12, soit pres le 12; Puis on soubstraira 5 de 12 reste 7 le mettant joignant le charactere qui a esté dernierement soubstraict à sçavoir pres le 3; Puis on soubstraira 4 de 5 reste 1, lequel se mettra autre fois pres 11 ou 12 soit pres le 11; Puis on soubstraira 5 de 11, reste 6, lequel mis joignant le charactere qui a esté dernierement soubstraict, à sçavoir pres le 4, la disposition des characteres sera alors telle:

Puis on diuisera 20 (à cause de 20 marcqs requis en une masse) en cincq parties entre eux en telle raison comme 6. 7. 6. 4. 2 (le 4 procede de 3 & 1 qui correspondent à la quatriesme sorte d'or) & les parties requises (par le 15 probleme de l'Arithmetique) seront $4\frac{4}{5}$ marcqs de 2 karatz, & $5\frac{3}{5}$ marcqs de 3 karatz, & $4\frac{4}{5}$ marcqs de 4 karatz, & $3\frac{1}{5}$ marcqs de 11 karatz, & $1\frac{3}{5}$ marcq de 12 karatz; dont la demonstration depend de la precedente.

$\begin{matrix} 2 \cdot 6 \\ 3 \cdot 7 \\ 4 \cdot 6 \\ 5 \\ 11 \cdot 3 \cdot 1 \\ 12 \cdot 2 \end{matrix}$

## Cincquiesme distinction de la seconde partie de la Practique d'Arithmetique, qui est de la Reigle d'Interest.

PARCE que les comptes de l'Interest, sont calculations qui se rencontrent journellement aux affaires des Hommes, mais souvent si labourieuses que le prouffit que l'on en attend, ne compenseroit pas le temps & travail employé en icelles; Telles comptes se faisoyent communement a tastons. Mais puis apres quelques autres considerant la chose plus intentivement, ont preparé certaines tables pour ceste affaire, par lesquelles s fussent ostez telles difficultez. Ces tables estoyent en use par aucuns au païs bas; mais ceux qui les avoyent, les tenoyent cachez comme grand secret, & principalement la composition d'icelles estoit cognue à peu de personnes.

Or comme l'opinion gouvernante du monde, me fist croire que le prouffit commun se doibt preferer au particulier; je divulgois il y a environ deux annees quelque traicté particulier de l'Interest en nostre vulgaire langage Flameng, auquel nous declarames la construction & usage d'icelles tables. Nous convertirons le mesme traicté icy en François, corrigeant les fautes de la premiere impression, &, l'augmentant de quelques exemples là ou il viendra à poinct.

---

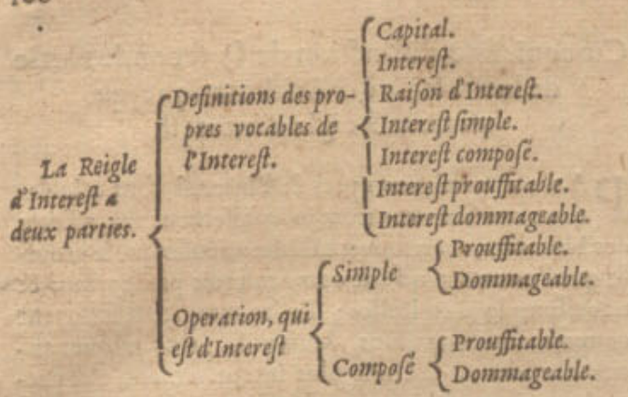
# LA REIGLE D'INTEREST AVEC SES TABLES CALCVLEES PAR SIMON STEVIN *de Bruges.*

ARGVMENT.

NOVS divisons la reigle d'Interest en deux parties, desquelles la premiere sera des Definitions; la seconde de l'Operation. Les definitions seront explications des propres vocables de ceste reigle; Comme, quelle chose est Capital, Interest, Raison d'Interest, Interest simple, Interest composé, Interest prouffitable, Interest dommageable. L'operation aura quatre propositions, desquelles la premiere sera d'Interest simple & prouffitable; La seconde d'Interest simple & dommageable, La troisiesme d'Interest composé & prouffitable, & en ceste proposition seront descriptes les tables ensemble la maniere de leur cõstruction; La quatriesme proposition sera d'Interest composé dommageable. Et en plus grande evidence nous comprennons l'argument succinctement en telle table:



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©




# PREMIERE PARTIE DE LA REIGLE D'INTEREST DES DEFINITIONS.

## Definition I.

*CApital eſt la ſomme, de laquelle on compte l'Intereſt.*

### Explication.

Comme par exemple quelcun donnant 16 ℔, à fin d'en recevoir 1 ℔ par an, alors les 16 ℔ s'appellent Capital. Ou quelcun eſtant devable 20 ℔, à payer en un an, & baille comptant 19 ℔ rabatant 1 ℔ pour intereſt, alors les 20 ℔ s'appellent Capital.

## Definition II.

*INtereſt eſt la ſomme que l'on compte de l'arrierage du capital pour quelque temps.*

### Explication.

Comme quand on dict, 12 pour 100 par an, c'eſt à dire 12 intereſt de 100 capital, pour un an de temps ; De ſorte que capital, intereſt, & temps, ſont trois ajoincts inſeparables; c'eſt que capital n'exiſte poinct ſinon en reſpect de quelque intereſt & temps: Item intereſt n'eſt ſinon que en reſpect de capital & temps.

## Definition III.

*LA Raiſon qu'il y a de l'intereſt au capital, nous l'appellons Raiſon d'intereſt.*

### Explication.

Comme la raiſon qu'il y a d'intereſt 12 à capital 100, ou d'intereſt 1, à capital 16, nous l'appellons en general Raiſon d'intereſt. Et eſt à conſiderer que la Raiſon d'intereſt ſe rencontre en la Pratique en double ſorte, deſquelles l'une a touſiours l'un de ſes termes certain, l'autre tous deux incertains. La raiſon d'intereſt qui a un terme certain, eſt en deux manieres, car ou le capital eſt touſiours une certaine ſomme à ſçavoir 100, & l'intereſt une incertaine ſomme, comme 9, ou 10, ou 11, &c. & ceſte raiſon d'intereſt s'appelle neuf pour cent, dix pour cent, &c. Ou au contraire, l'intereſt eſt touſiours une certaine ſomme à ſçavoir 1, & le capital incertain, comme 15 ou 16 ou 17, &c. & ceſte raiſon d'intereſt s'appelle au denier quinze, au denier ſeize, &c. La raiſon d'intereſt qui a ſes termes tous deux incertains, eſt, comme quand on dict (par exemple) 53 gaignent par an 4. De toutes leſquelles differences nous donnerons cy apres des exemples chaſcun en ſon lieu.

## Definition IV.

*INtereſt ſimple eſt celuy que l'on comte ſeulement du capital.*

### Explication.

Comme comptant 24 ℔ pour intereſt de capital 100 ℔ pour 2 ans, à raiſon de 12 pour 100 par an ; alors les meſmes 24 ℔ s'appellent intereſt ſimple. Ou eſtant quelcun devable 100 ℔ à payer à la fin de 2 ans, à raiſon de 12 pour 100 par an & qu'il paye argent comptant rabattant pour intereſt du capital ſeulement $21\frac{3}{7}$ ℔, alors les meſmes $21\frac{3}{7}$ ℔ s'appellent intereſt ſimple ; qui eſt en difference de l'intereſt compoſé duquel la definition eſt telle :

## Definition V.

*INtereſt compoſé eſt celuy, que l'on compte du capital enſemble de l'arrierage.*

### Explication.

Comme comptant $25\frac{11}{25}$ ℔, pour intereſt de 100 ℔ pour 2 ans à raiſon de 12 pour 100 par an, alors les meſmes $25\frac{11}{25}$ ℔ s'appellent Intereſt compoſé, & cela à cauſe que ſur la deuxieſme année, n'eſt pas ſeulement compté intereſt du capital 100 ℔, mais par deſſus des meſmes eſt encore compte intereſt de 12 ℔ de puis la fin de la premiere année, juſques au bout de la ſeconde, montant $1\frac{11}{25}$ ℔. De ſorte que ceſt intereſt compoſé, eſt ſur deux annees plus grand que ſon ſimple de $1\frac{11}{25}$ ℔. Ou eſtant quelcun devable à payer au bout de deux ans 100 ℔, & paye argent comptant $79\frac{243}{298}$ ℔, rabatant $20\frac{55}{196}$ ℔ pour intereſt compoſé à raiſon de 12 pour 100 par an, lequel intereſt compoſé eſt moindre que ſon ſimple; Parquoy il eſt à conſiderer que nous l'appellons intereſt compoſé, non pas ſelon la quantité pour laquelle on l'appelleroit pluſtoſt intereſt diſioinct, ou diminué, mais en reſpect de la qualité de l'operation, en laquelle nous avons egard à deux intereſts.

### Corollaire.

S'enſuit neceſſairement que de tout premier terme auquel eſt eſcheu intereſt, ne ſe pouvoir compter intereſt compoſé, en quoy aucuns s'avoir abuſé ſera demonſtré en ſon lieu.

## Definition VI.

*INtereſt prouffitable eſt celuy, qu'on ajouſte au capital.*

### Explication.

Comme ayant 16 ℔ gaigné en un an 1 ℔, le debiteur debura pour capital & intereſt enſemble 17 ℔ ; parquoy nous appellons telle 1 ℔ (car c'eſt intereſt que l'on ajouſte au capital, & l'augmente) intereſt prouffitable.

## Definition VII.

*INtereſt dommageable eſt celuy, qu'on ſoubſtraict du capital.*

### Explication.

Comme eſtant quelcun devable en un an 16 ℔, il accorde de payer argent comptant, rabatant l'intereſt à raiſon du denier 16, montant $\frac{16}{17}$ ℔, de ſorte qu'il donne argent comptant $15\frac{1}{17}$ ℔. Or parce que $\frac{16}{17}$ ℔ ſont intereſt qu'on ſoubſtraict du capital, & le diminuent, nous l'appellons intereſt dommageable.

SECON-

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

# SECONDE PARTIE DE LA REIGLE D'INTEREST DE L'OPERATION.

## PROPOSITION I.

*ESTant declaré capital temps & raiſon d'intereſt ſimple & prouffitable : Trouver l'intereſt.*

NOTA. C'eſt à conſiderer que comme la diſcontinue proportion conſiſte en 4 termes, deſquels eſtant cognuz les trois, nous en trouvons le quatrieſme: Ainſi conſiſtent nos propoſitions d'intereſt en quatre termes, à ſçavoir capital, temps, raiſon d'intereſt, & intereſt, deſquels termes eſtant cognuz quelques trois nous trouvons par les meſmes, l'incognu quatrieſme: C'eſt à dire que par cognuz capital, temps, & raiſon d'intereſt, nous trouvons l'intereſt; Item par cognuz capital, temps, & intereſt, nous trouvons Raiſon d'intereſt: Item par cognuz capital, raiſon d'intereſt, & intereſt, nous trouvons le temps; Et au dernier par cognuz temps, raiſon d'intereſt, & intereſt, nous trouvons le capital. toutes leſquelles mutations ſont notoires par l'alterne & inverſe proportion des termes de la 82 & 83 definition de l'Arithmetique. Mais par ce que le terme incognu de l'intereſt (auquel on requiert ſouventesfois avoir ajouſté le capital) eſt le plus ſouvent requis en la Pratique, nous ferons les propoſitions ſur le meſme, donnant auſſi exemples à la fin de chaſcune propoſition, dependans de ladicte mutation de termes.

### EXEMPLE I.

*L'on veut ſçavoir combien que ſera le ſimple intereſt de* 224 lb *pour un an, à raiſon de* 12 *pour* 100 *par an.*

### CONSTRVCTION.

On trouvera par les trois termes donnez le quatrieſme requis diſant, 100 donnent 12 combien 224 lb ſont $26\frac{22}{25}$ lb.

Et de meſme ſorte on dira que 16 lb gaignent par an 1 lb, les 224 lb gaigneront par an 14 lb.

### EXEMPLE II.

27 lb *donnent pour 4 annees d'intereſt ſimple* 14 lb, *combien donnent* 320 lb *de 5 annees?*

### CONSTRVCTION.

Si les termes donnez ne fuſſent pas diſpoſés comme il appert, on les faudroit ainſi diſpoſer, diſant (par la reigle de cincq) le produict du premier & ſecond terme, donne le troiſieſme, combien donnera le produict du quatrieſme & cincquieſme? C'eſt à dire 108 (car autant eſt le produict du premier & ſecond terme, à ſçavoir de 27 & 4) donnent 14 (qui eſt le troiſieſme terme) combien donneront 1600? (car autant eſt le produict du quatrieſme & cincquieſme, à ſçavoir 320 par 5) faict $247\frac{13}{27}$ lb.

NOTA. Le precedent deuxieſme exemple, & ſemblables, ſe peuvent ſolver par autre maniere, en laquelle on beſoigne deux fois par la reigle de trois, mais ceſte maniere eſt plus briefve & commode.

### EXEMPLE III.

*Quelcun doibt argent comptant* 224 lb; *S'il payoit en* 4 *annees à chaſcun an le quart qui eſt* 56 lb, *combien payeroit il à chaſcune annee d'intereſt ſimple, à raiſon de* 12 *pour* 100 *par an?*

### CONSTRVCTION.

On verra quel capital on tient à chaſcune année, qu'on n'euſt pas tenu ſelon la premiere condition. Puis on trouvera par le precedent 1 exemple, l'intereſt de chaſcun capital, à chaſcune année, comme au bout du premier an; le capital eſt 224 lb, duquel l'intereſt monte pour un an $26\frac{22}{25}$ lb: Au bout du deuxieſme an (car l'on paye au premier an le quart de 224 lb) le capital ſera 168 lb, duquel l'intereſt pour un an eſt $20\frac{4}{25}$ lb: Au bout du troiſieſme an, le capital eſt 112 lb, duquel l'intereſt pour un an faict $13\frac{11}{25}$ lb: Au bout du quatrieſme an, le capital eſt 56 lb, duquel l'intereſt pour un an eſt $6\frac{18}{25}$ lb.

### EXEMPLE IV.

*Quelcun doibt payer en* 4 *ans* 224 lb, *à chaſcune annee le quart montant* 56 lb; *Combien faudra il payer d'intereſt ſimple, à* 12 *pour* 100 *par an, s'il payaſt leſdictes parties toutes enſemble, au bout du quatrieſme an?*

### CONSTRVCTION.

On verra quel capital on tient à chaſcun an qu'on ne tiendroit pas ſelon la premiere condition, & du meſme on comptera l'intereſt; Puis doncques qu'on euſt deu payer 56 lb au bout du premier an, ſelon icelle condition, leſquels on n'a point payé ſelon ceſte cy, il faudroit compter au bout du deuxieſme an, l'intereſt des meſmes 56 lb, montant $6\frac{18}{25}$ lb, Et pour ſemblable raiſon on devroit compter au bout du troiſieſme an l'intereſt de 112 lb, montant $13\frac{11}{25}$ lb, Et au bout du quatrieſme an, l'intereſt de 168 lb, montant $20\frac{4}{25}$ lb, leſquelles trois ſommes d'intereſt montant enſemble $40\frac{8}{25}$ lb, ſont l'intereſt ſimple, qu'il faudroit payer, au bout de 4 ans.

Ou autrement on pourroit chercher nombres proportionels, aux nombres de la queſtion en ceſte ſorte:

| | |
|---|---|
| 100 donnent au premier an | 0 |
| 100 donnent au ſecond an | 12 |
| 100 donnent au troiſieſme an | 24 |
| 100 donnent au quatrieſme an | 36 |
| Somme 400 | 72 |

Puis on dira 400 donnent 72, combien 224? faict comme deſſus $40\frac{8}{25}$ lb.

NOTA. Les trois exemples ſuivans dependent de l'alterne ou inverſe proportion de la propoſition.

### EXEMPLE V. AVQVEL EST requis Raiſon d'intereſt.

48 lb *donnent en* 3 *ans de ſimple intereſt prouffitable* 9 lb. *A combien eſt ce pour cent par an?*

### CONSTRVCTION.

On diſpoſera les termes comme dict eſt au precedent deuxieſme exemple en ceſte ſorte: 48 donnent en trois ans 9 lb, combien 100 lb en un an? faict (ſelon la doctrine du precedent 2 exemple) pour ſolution $6\frac{1}{4}$. pour cent.

### EXEMPLE VI. AVQVEL EST requis le temps.

*L'on veut ſçavoir en combien de temps* 260 lb *gaigneront* 187 lb 4 ß, *à raiſon de* 12 *pour* 100 *par an.*

### CONSTRVCTION.

On verra combien 260 lb gaignent par an, & ſe trouve par le 1 exemple $31\frac{1}{5}$ lb; Puis on diviſera 187 lb 4 ß,



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

lb 4 ß, par 31 $\frac{1}{3}$ lb, donne quotient pour ſolution 6 ans.

EXEMPLE VII, AVQVEL EST requis le capital.

*Quelcun reçoit* 187 lb 4 ß *ſi d'intereſt ſimple à raiſon de* 12 *pour* 100 *par an, & cela pour* 6 *ans, combien eſtoit le capital?*

CONSTRVCTION.

On verra combien 100 lb à raiſon de 12 pour 100 par an, gaignent en 6 ans, & ſe trouve 72 lb. Puis on dira, 72 viennent de 100, d'ou viendront 187 lb 4 ß? faict pour ſolution 260 lb.

DEMONSTRATION.

Telle raiſon qu'il y a au premier exemple de 100 à 12, telle y a il de 224 lb à 26 $\frac{22}{25}$ lb par la conſtruction; Ergo 26 $\frac{22}{25}$ lb ſont proportionelles avec les autres termes ſelon le requis. Et ſemblable ſera auſſi la demonſtration des autres exemples, laquelle nous paſſons outre à cauſe de briefveté.

CONCLVSION.

Eſtant doncques declaré capital temps, & raiſon d'intereſt ſimple & prouffitable: Nous avons trouvé l'intereſt; ce qu'il falloit faire.

PROPOSITION II.

*ESTant declaré capital, temps, & raiſon d'intereſt ſimple & dommageable: Trouver leur valeur.*

EXEMPLE I.

*Il y a* 300 lb *à payer en* 1 *an, combien vaudront elles en argent comptant, rabattant intereſt ſimple à raiſon de* 12 *pour* 100 *par an?*

CONSTRVCTION.

On ajouſtera 100 à ſon intereſt 12, font 112, diſant 112 viennent de 100, de combien viendront 300 lb? faict 267 $\frac{6}{7}$ lb.

EXEMPLE II.

*Il y a* 32 lb *à payer en* 3 *ans, combien vaudront les meſmes en argent comptant, rabattant l'intereſt au denier* 16 *par an?*

CONSTRVCTION.

On ajouſtera 16 à ſon intereſt de 3 ans, à ſçavoir à 3, font 19, diſant 19 viennent de 16, de combien viendront 32 lb? faict 26 $\frac{18}{19}$ lb.

EXEMPLE III.

*Il y a* 250 lb *à payer en* 6 *mois, combien vaudra ceſte ſomme argent comptant, rabattant au denier* 16 *par an?*

CONSTRVCTION.

On verra quelle partie que les 6 mois ſont de l'an, & ſe trouve $\frac{1}{2}$, pourtant on ajouſtera $\frac{1}{2}$ à 16, font 16 $\frac{1}{2}$; Puis on dira, 16 $\frac{1}{2}$, viennent de 16, de combien viendront 250 lb? faict 242 $\frac{14}{33}$ lb.

Item ſi leſdictes 250 lb euſſent eſté à payer en 3 mois, on diroit (par ce que 3 mois ſont le $\frac{1}{4}$ de l'An) 16 $\frac{1}{4}$ viennent de 16, de combien viendront 250 lb? faict 246 $\frac{2}{13}$ lb.

Mais ſi leſdictes 250 lb euſſent eſté à payer en 1 mois, on diroit (par ce que 1 mois eſt la $\frac{1}{12}$ de l'an) 16 $\frac{1}{12}$ viennent de 16, de combien viendront 250 lb?

Mais ſi leſdictes 250 lb euſſent eſté à payer en 7 ſepmaines, on diroit (par ce que 7 ſepmaines ſont $\frac{7}{52}$ de l'an) 16 $\frac{7}{52}$ viennent de 16, de combien viendront 250 lb?

Mais ſi leſdictes 250 lb euſſent eſté à payer en 134 jours, on diroit (par ce que 134 jours ſont $\frac{134}{365}$ de l'an) 16 $\frac{134}{365}$ viennent de 16 de combien viendront 250 lb?

De ſorte que en telles queſtions il faut touſiours veoir quelle partie de l'an eſt le temps propoſé, & puis comme deſſus.

EXEMPLE IV.

*Il y a* 320 lb *à payer en* 3 *ans & trois mois; combien vaudront elles argent comptant, rabattant intereſt ſimple au denier* 16 *par an?*

CONSTRVCTION.

On ajouſtera 16 à ſon intereſt 3 $\frac{1}{4}$ lb (3 $\frac{1}{4}$ lb à cauſe de 3 $\frac{1}{4}$ années) font enſemble 19 $\frac{1}{4}$; Puis on dira, 19 $\frac{1}{4}$ viennent de 16, de combien viendront 320 lb? faict 265 $\frac{7}{77}$ lb.

NOTA. Semblable ſera l'operation en toutes autres parties de l'an, qu'il y a par deſſus les ans entiers, comme l'on peut facilement colliger par le precedent troiſieſme exemple.

EXEMPLE V.

*Il y a* 230 lb *à payer au bout de* 5 *ans, Combien vaudront les meſmes argent comptant, rabatant en telle raiſon, comme eſt* 23 *capital à intereſt* 6, *& cela de* 3 *ans?*

CONSTRVCTION.

On verra premierement combien 6 lb d'intereſt de 3 ans, montent en un an, & ſe trouve 2 lb. Doncques ceſt intereſt eſt à raiſon de 2 pour 23 par an; Parquoy l'operation ſera ſemblable à la precedente du 2 exemple de ceſte propoſition en ceſte ſorte. On ajouſtera 23 à ſon intereſt de 5 ans, à ſçavoir 10 lb, font enſemble 33. Puis on dira, 33 viennent de 23, de combien viendront 230 lb? faict pour ſolution 160 $\frac{10}{33}$ lb.

EXEMPLE VI.

*Quelcun doibt* 600 lb *à payer au bout de* 4 *ans, & accorde avec ſon crediteur, de les payer en* 4 *payemens, à ſçavoir au bout du premier an un quart, & au ſecond an encore un quart, & au troiſieſme an encore un quart, & au quatrieſme an le dernier quart, rabatant intereſt ſimple à raiſon de* 12 *pour* 100 *par an, combien debura il payer à thaſcune année?*

CONSTRVCTION.

On verra quel argent on debourſe ſelon ceſte condition, que l'on n'euſt pas debourſé ſelon la premiere. Or doncques par ce que ſelon ceſte condition on paye en un an le quart de la ſomme montant 150 lb rabatant, &c. leſquelles on euſt premierement payé ſelon la premiere condition en 3 ans apres; S'enſuit qu'on verra combien 150 lb à payer en 3 ans, vallent argent comptant, & ſe trouve par le ſecond exemple de ceſte propoſition 110 $\frac{5}{7}$ lb, pour la premiere paye. Et pour ſemblable raiſon les 150 lb vaudront en argent comptant ſur 2 annees 120 $\frac{30}{31}$ lb, pour la ſeconde paye. Item les 150 lb vaudront argent comptant ſur 1 annee 133 $\frac{13}{14}$ lb, pour la troiſieſme paye; Mais parce que l'on paye la derniere paye en telle condition comme eſtoit la premiere, il n'y aura de la meſme aucun intereſt, & ſera de 150 lb.

EXEMPLE VII.

*Il y a* 324 lb *à payer en* 6 *ans, à ſçavoir* 54 lb *par an; Combien vaudront les meſmes en argent comptant, rabatant intereſt ſimple à raiſon de* 12 *pour* 100.

NOTA. Nous avions en la premiere impreſſion (ſans

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

(sans en faire particuliere demonstration) suivi en ceste exemple la maniere de quelques autres, mais depuis il m'a esté dict par quelcun qu'il y avoit de l'erreur, ce que trouvant veritable, nous l'avons corrigé, & en donnons maintenant construction telle:

### Construction.

On verra quel argent on debourse selon ceste condition, que l'on n'eust pas debourse selon la premiere. Or doncques par ce que selon ceste condition on debourse 54 ℔, qui estoient à paier en un an apres, s'ensuit qu'on verra combien les mesmes 54 ℔, à paier en un an, vallent argent comptant, & se trouve par le precedent premier exemple de ceste proposition 48 $\frac{3}{14}$ ℔. Et pour semblable raison autres 54 ℔ pour 2 annees, vaudront argent comptant 43 $\frac{17}{31}$ ℔. Et autres 54 ℔ pour 3 annees, vaudront 37 $\frac{12}{17}$ ℔. Et autres 54 ℔ pour 4 annees vaudront 36 $\frac{18}{37}$ ℔. Et autres 54 ℔ pour 5 annees, vaudront 33 $\frac{3}{4}$ ℔. Et autres 54 ℔ pour 6 annees vaudront 31 $\frac{17}{43}$ ℔. Et la somme desdictes six parties est pour solution 233 $\frac{23568\,47}{2347\,0796}$ ℔. Et l'abusee solution de la premiere impression estoit seulement 228 $\frac{12}{74}$ ℔.

### Nota.

Par ce que c'est operation labourieuse de faire pour chascun terme une particuliere computation comme cy dessus, principalement quand il y a beaucoup des annees, on pourra faire des tables par lesquelles on solvera telles questions par une seule operation, en ceste sorte:

Pour faire une table de 12 pour cent, on prendra quelque grand nombre duquel le premier charactere soit 1, & tous les autres 0, comme par exemple 10000000, que nous appellons racine de table. Disant 112 (à sçavoir capital 100 avec interest d'une annee) donnent 100, combien 10000000? faict 8928571, pour nombre respondant à la premiere année. Puis pour trouver le nombre respondant à deux années, on dira 124 (à sçavoir capital 100 avec interest de 2 ans) donnent 100, combien 10000000? faict 8064516, (nous ne prennons icy cure de la reste) les mesmes ajoustez à 8928571 font 16993087, pour nombre respondant à deux annees. Puis pour trouver le nombre respondant à trois ans, on dira 136 (à sçavoir capital 100 avec interest de 3 annees) donnent 100, combien 10000000? faict 7352941, le mesme ajouste à 16993087 faict 24346028 pour nombre respondant à trois ans. Et ainsi on procedera pour faire des annees, autant qu'on voudra que nous avons continué jusques à 8 termes en ceste sorte:

## Table d'interest simple dommageable, de 12 pour 100.

| | |
|---|---|
| 1. | 8928571 |
| 2. | 16993087 |
| 3. | 24346028 |
| 4. | 31102785 |
| 5. | 37352785 |
| 6. | 43166738 |
| 7. | 48601521 |
| 8. | 53703562 |

Or pour solver la question de ce 7e exemple par ceste table on multipliera la racine de la table 10000000, par les annees de la question, qui est par 6, font 60000000; Puis on dira 60000000 donent 43166738 (qui est le nombre respondant à six ans,) combien 324 ℔? faict pour solution comme dessus 233 $\frac{6023112}{6000000}$ ℔. Car l'autre estoit 233 ℔ 2 ß 0 $\frac{200176}{2347\,0796}$ ß, & ceste cy vaut 233 ℔ 2 ß 0 $\frac{11468\,80}{60\,000000}$ ß qui ont tant seulement quelque petite difference de nulle estime, à cause que l'extreme perfection n'est pas aux tables, pour les restes qu'on delaisse en la construction.

### Exemple VIII.

*Quelcun doibt à payer en 3 ans 260 ℔, & en 6 ans, apres encore 420 ℔; Combien vallent ces deux sommes ensemble argent comptant, rabatant interest simple à raison de 12 pour cent par an?*

### Construction.

Les 260 ℔ vaudront argent comptant selon le 2e exemple de ceste proposition 191 $\frac{9}{17}$ ℔, & les 420 ℔, vaudront argent comptant 201 $\frac{12}{13}$ ℔: Puis ajoustant 191 $\frac{3}{17}$ ℔, à 201 $\frac{12}{13}$ ℔, font 393 $\frac{233}{221}$ ℔, & autant vaut toute la debte en argent comptant.

### Exemple IX.

*Quelcun doibt 200 ℔ à payer en 5 ans; Combien vaudront elles en 2 ans, à interest simple de 10 pour 100 par an?*

### Construction.

L'on soubstraira 2 ans de 5 ans, reste 3 ans, ausquels lesdictes 200 ℔ vaudront (par le 2e exemple de ceste proposition) 153 $\frac{12}{13}$ ℔.

### Nota.

Nous avons corrigé en la construction de ce 9e & du suivant 10e exemple l'erreur de la premiere impression. Quant à ceux qui l'estiment pour bonne, disans que ces 200 ℔ valoyent passé 5 ans 133 $\frac{1}{3}$ ℔ les mesmes vallent en deux ans pour conclusion 160 ℔. Ils errent, comme nous faisons quand nous le fismes ainsi; Car je pourrois dire par mesme raison, 200 ℔ valoyent passé 1000 ans $\frac{200}{101}$ ℔, les mesmes vallent en 997 ans 199 $\frac{50}{101}$ ℔, de sorte qu'il y auroit à rabatre pour l'interest, seulement 50 $\frac{50}{101}$ ℔, mais selon l'autre compte 66 $\frac{2}{3}$ ℔; ce qui est absurd. Doncques ces 200 ℔ ne vallent pas d'avantage que 153 $\frac{11}{13}$ ℔, mais qu'ils ne vallent pas moins l'adversaire mesme le confesse, parquoy 153 $\frac{11}{13}$ ℔ sont la vraye solution.

### Exemple X.

*Quelcun doibt à payer en 3 ans 420 ℔, & en 6 ans apres 560 ℔; Combien vaudront ces deux parties ensemble à payer en deux ans, à interest simple de 10 pour 100 par an?*

### Construction.

Les 420 ℔ à payer en 3 ans, vallent en 2 ans par le precedent 9 exemple 381 $\frac{9}{11}$ ℔. Et les 560 ℔ à payer en 6 ans apres, qui est en 9 ans, vallent en 2 ans par ledict 9e exemple 329 $\frac{7}{17}$ ℔, lesquels avec lesdictes 381 $\frac{9}{11}$ ℔, font pour solution 711 $\frac{43}{187}$ ℔.

### Nota.

Les exemples suivans dependent de l'alterne ou inverse proportion de ceste proposition.

Exem-

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

### Exemple XI. avquel est requis raison d'interest.

*Pour 500 ℔ à payer au bout de 5 ans, on reçoit argent comptant 333 $\frac{1}{3}$ ℔, La demande est à combien l'on a rabatu pour cent d'interest simple.*

#### Construction.

On dira 333 $\frac{1}{3}$ ℔ viennent de 500 ℔, de combien viendront 100? faict 150 ℔, des mesmes on soubstraira pour reigle generale 100 ℔ reste 50 ℔, lesquelles divisées par 5 (5 des 5 ans) donne quotient 10; Ergo l'on avoit rabatu à raison de 10 pour 100.

### Exemple XII. avquel est requis le temps.

*Pour 400 ℔, on reçoit argent comptant 250 ℔, rabatant interest simple, à raison de 10 pour 100 an, La demande est pour combien de temps on a rabatu.*

#### Construction.

On dira 250 ℔ viennent de 400 ℔, de combien viendront 100 ℔? faict 160 ℔, des mesmes on soubstraira pour reigle generale 100 ℔, reste 60 ℔, les mesmes divisées par 10 (10 à cause de 10 pour 100) donnent quotient 6. Ergo l'on avoit rabatu pour 6 annees.

### Exemple XIII. avquel est requis le capital.

*Quelcun reçoit 666 $\frac{2}{3}$ ℔, & on luy avoit rabatu interest simple à 8 pour 100 par an, & cela pour 10 ans. Qu'el estoit le capital?*

#### Construction.

On ajoustera 100 à son interest de 10 ans qui est 80 ℔, font 180 ℔, disant 100 viennent de 180 ℔, de combien viendront 666 $\frac{2}{3}$ ℔? Faict pour capital 1200 ℔.

#### Demonstration.

Veu qu'il est dict au premier exemple de ceste proposition, que 300 à payer en un an, vallent argent comptant 267 $\frac{6}{7}$ ℔, rabatant interest simple à 12 pour 100 par an; S'ensuit que si on employast au mesme instant sur interest lesdictes 267 $\frac{6}{7}$ ℔ (à sçavoir comme devant, à 12 pour 100 par an) que les mesmes avec leur interest (si l'operation est bonne) deburoyent monter ensemble au bout de l'année 300 ℔.

Or doncques contant ledict interest selon la doctrine du premier exemple de la premiere proposition, il montera 32 $\frac{1}{7}$ ℔, lesquelles ajoustées à 267 $\frac{6}{7}$ ℔, font ensemble ladicte somme de 300 ℔, d'ou se conclud que l'operation est bonne.

Et semblables seront aussi les demonstrations des autres exemples de ceste proposition, lesquelles nous passons outre à cause de briefveté.

#### Conclvsion.

Estant doncques declaré capital, temps, & raison d'interest simple & dommageable; Nous avons trouvé leur valeur; ce qu'il falloit faire.

### Proposition III.

*Estant declaré capital, temps, & raison d'interest composé & prouffitable: Trouver combien monte le capital avec son interest.*

#### Nota.

Nous aurons mestier pour la solution des exemples de ceste proposition, des tables desqueiles a esté dict cy devant, parquoi nous en descrirons ici autant comme en la practique semblent communement necessaires, à sçavoir 16 tables la ou il y aura tousiours comparaison de l'interest au cent, desquelles la premiere sera de 1 pour 100, la seconde de 2 pour 100, & ainsi par ordre des autres jusques à la 16 table qui sera de 16 pour 100. Puis nous descrirons encore 8 tables, la ou il y aura tousiours comparaison de divers capitaux, à interest tousiours 1, desquelles la premiere sera du denier 15, la seconde du denier 16, & ainsi par ordre des autres jusques au denier 22, & chascune table sera de 30 annees ou termes.

## CONSTRVCTION DES TABLES.

Povr doncques venir à la construction de ces tables, il faut sçavoir que l'on y cherche nombres proportionaux aux nombres de la question: Pour lesquels trouver, on prendra au premier quelque grand nombre duquel le premier charactere soit 1, & les autres tous 0. I'ay prins pour ces tables (combien qu'on peut prendre plus ou moins) 10000000, que nous appellons racine des tables. Or voulant faire une table à raison de 1 pour 100, comme est la suivante premiere, on multipliera la racine des tables 10000000, par le capital 100, donne produict 1000000000, le mesme se divisera par la somme du capital & son interest, à sçavoir par 101 (car 100 est proposé capital, & 1 interest) le quotient sera 9900990 respondant au premier terme ou année; Quant au reste $\frac{10}{101}$ qui demeure apres la division, nous la delaissons par ce qu'elle est moindre que demi, mais quand telle reste est majeure que demi, on augmentera (comme est l'usage en la table des sinus & autres) le quotient de 1, car ainsi l'on demeure tousiours plus pres du requis. Or pour trouver le nombre respondant au deuxiesme an, on multipliera les 9900990 autrefois par 100, faict 990099000, le mesme se divisera autrefois par 101, le quotient sera 9802960, pour le deuxiesme an. Et de mesme sotte pour trouver le nombre du troisiesme an, on multipliera 9802960, autrefois par 100, faict 980296000, le mesme se divisera autrefois par 101, le quotient sera 9705900, mais par ce que la reste $\frac{100}{101}$, est maintenant majeure que demi, on augmentera pour les raisons que dessus le dernier charactere du quotient de 1, mettant 9705901 pour le troisiesme terme, & ainsi des autres termes, lesquels sont continuez en nos tables jusques à 30.

Semblable sera aussi la construction de toutes les autres tables, car comme l'on multiplie en la premiere tousiours par 100 & divise par 101, ainsi on multipliera en la seconde table (qui est de 2 pour 100) tousiours par 100, & on divisera par 102. Et en la troisiesme table, on multipliera tousiours par 100, & on divisera par 103, & ainsi des autres. Item la construction de la table du denier 15, est semblable aux precedentes; car on y multiplie

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

plie tousiours par 15, & on diuise par 16 (à sçauoir par 15 propose capital, avec son interest 1) Et ainsi en la table du denier 16, on multipliera tousiours par 16, & on diuisera par 17, & semblablement des autres : Ces tables ainsi preparees, il faut joignant les mesmes faire encore une colomne, laquelle servira pour interest composé, de parties qui sont à payer en continues annees, l'un an autant comme l'autre, comme les exemples des mesmes seront exhibez en son lieu, & la construction de ceste colomne est telle :

On mettra (pour la construction de celle de 1 pour 100) le 9900990 respondant au premier an ou terme, encore une fois joignant ledict premier terme, puis on ajoustera les deux nombres respondans aux deux premiers termes, comme 9900990 avec 9802960, font 19703950, le mesme se mettra aupres le deuxiesme an; Puis on ajoustera les trois nombres de la premiere colomne, respondans aux trois premiers termes, montent 29409851, & ainsi des autres. De sorte que le dernier nombre de ceste derniere colomne, sera la somme de tous les nombres de la colomne precedente.

Et ainsi on fera à chascune des autres tables, une telle derniere colomne, de sorte que chascune de ces tables aura trois colomnes, la premiere signifiant termes, comme annees, ou quart d'annees, ou semblables, & les autres deux servans pour solutions de questions, comme il apparoistra au suivant.

---

A. Girard.

*La composition de la derniere colomne est un peu difficile comme l'autheur l'a faict ; mais sera plus aisee si on faict comme s'ensuit en prenant la premiere table pour exemple.*

Je met le premier nombre de la 3e colomne, comme en la secõde colomne, assavoir 9900990, puis j'adjouste iceluy mesme avec le suyvant 9802960 (de la seconde colomne) viendra 19703950 ; lequel semblablement j'adjouste (apres l'avoir posé en son lieu competant) au suyvant 9705901 (de la seconde colomne) & viendra 29409851, & ainsi se feront les autres fort aiseement.

## S'ENSVIVENT LES TABLES D'INTEREST.

---

### Table d'Interest de 1 pour 100.

| | | |
|---|---|---|
| 1. | 9900990 | 9900990 |
| 2. | 9802960 | 19703950 |
| 3. | 9705901 | 29409851 |
| 4. | 9609803 | 39019654 |
| 5. | 9514656 | 48534310 |
| 6. | 9420451 | 57954761 |
| 7. | 9327179 | 67281940 |
| 8. | 9234831 | 76516771 |
| 9. | 9143397 | 85660168 |
| 10. | 9052868 | 94713036 |
| 11. | 8963236 | 103676272 |
| 12. | 8874491 | 112550763 |
| 13. | 8786625 | 121337388 |
| 14. | 8699629 | 130037017 |
| 15. | 8613494 | 138650511 |
| 16. | 8528212 | 147178723 |
| 17. | 8443774 | 155622497 |
| 18. | 8360172 | 163982669 |
| 19. | 8277398 | 172260067 |
| 20. | 8195444 | 180455511 |
| 21. | 8114301 | 188569812 |
| 22. | 8033961 | 196603773 |
| 23. | 7954417 | 204558190 |
| 24. | 7875660 | 212433850 |
| 25. | 7797683 | 220231533 |
| 26. | 7720478 | 227952011 |
| 27. | 7644038 | 235596049 |
| 28. | 7568354 | 243164403 |
| 29. | 7493420 | 250657823 |
| 30. | 7419228 | 258077051 |

### Table d'Interest de 2 pour 100.

| | | |
|---|---|---|
| 1. | 9803922 | 9803922 |
| 2. | 9611688 | 19415610 |
| 3. | 9423224 | 28838834 |
| 4. | 9238455 | 38077289 |
| 5. | 9057309 | 47134598 |
| 6. | 8879715 | 56014313 |
| 7. | 8705603 | 64719916 |
| 8. | 8534905 | 73254821 |
| 9. | 8367554 | 81622375 |
| 10. | 8203484 | 89825859 |
| 11. | 8042631 | 97868490 |
| 12. | 7884932 | 105753422 |
| 13. | 7730325 | 113483747 |
| 14. | 7578750 | 121062497 |
| 15. | 7430147 | 128492644 |
| 16. | 7284458 | 135777102 |
| 17. | 7141625 | 142918727 |
| 18. | 7001593 | 149920320 |
| 19. | 6864307 | 156784627 |
| 20. | 6729713 | 163514340 |
| 21. | 6597758 | 170112098 |
| 22. | 6468390 | 176580488 |
| 23. | 6341559 | 182922047 |
| 24. | 6217215 | 189139262 |
| 25. | 6095309 | 195234571 |
| 26. | 5975793 | 201210364 |
| 27. | 5858621 | 207068985 |
| 28. | 5743746 | 212812731 |
| 29. | 5631124 | 218443855 |
| 30. | 5520710 | 223964565 |

Table

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

## Table d'intereſt de 3 pour 100.

| | | |
|---|---|---|
| 1. | 9708738 | 9708738 |
| 2. | 9425959 | 19134697 |
| 3. | 9151417 | 28286114 |
| 4. | 8884871 | 37170985 |
| 5. | 8626088 | 45797073 |
| 6. | 8374843 | 54171916 |
| 7. | 8130916 | 62302832 |
| 8. | 7894093 | 70196929 |
| 9. | 7664168 | 77861093 |
| 10. | 7440940 | 85302033 |
| 11. | 7224214 | 92526247 |
| 12. | 7013800 | 99540047 |
| 13. | 6809515 | 106349562 |
| 14. | 6611180 | 112960742 |
| 15. | 6418621 | 119379363 |
| 16. | 6231671 | 125611034 |
| 17. | 6050166 | 131661200 |
| 18. | 5873948 | 137535148 |
| 19. | 5702862 | 143238010 |
| 20. | 5536759 | 148774769 |
| 21. | 5375494 | 154150263 |
| 22. | 5218926 | 159369189 |
| 23. | 5066918 | 164436107 |
| 24. | 4919338 | 169355445 |
| 25. | 4776856 | 174131501 |
| 26. | 4636948 | 178768449 |
| 27. | 4501891 | 183270340 |
| 28. | 4370768 | 187641108 |
| 29. | 4243464 | 191884572 |
| 30. | 4119868 | 196004440 |

## Table d'intereſt de 4 pour 100.

| | | |
|---|---|---|
| 1. | 9615385 | 9615385 |
| 2. | 9245562 | 18860947 |
| 3. | 8889963 | 27750910 |
| 4. | 8548041 | 36298951 |
| 5. | 8219270 | 44518221 |
| 6. | 7903144 | 52421365 |
| 7. | 7599177 | 60020542 |
| 8. | 7306901 | 67327443 |
| 9. | 7025866 | 74353309 |
| 10. | 6755640 | 81108949 |
| 11. | 6495808 | 87604757 |
| 12. | 6245969 | 93850726 |
| 13. | 6005739 | 99896465 |
| 14. | 5774749 | 105631214 |
| 15. | 5552643 | 111183857 |
| 16. | 5339080 | 116522937 |
| 17. | 5133731 | 121656668 |
| 18. | 4936280 | 126592948 |
| 19. | 4746423 | 131339371 |
| 20. | 4563868 | 135903239 |
| 21. | 4388335 | 140291574 |
| 22. | 4219553 | 144511127 |
| 23. | 4057262 | 148568389 |
| 24. | 3901213 | 152469602 |
| 25. | 3751166 | 156220768 |
| 26. | 3606890 | 159827658 |
| 27. | 3468163 | 163295821 |
| 28. | 3334772 | 166630593 |
| 29. | 3206512 | 169837105 |
| 30. | 3083185 | 172920290 |

## Table d'intereſt de 5 pour 100.

| | | |
|---|---|---|
| 1. | 9523810 | 9523810 |
| 2. | 9070295 | 18594105 |
| 3. | 8638376 | 27232481 |
| 4. | 8227025 | 35459506 |
| 5. | 7835262 | 43294768 |
| 6. | 7462154 | 50756922 |
| 7. | 7106813 | 57863735 |
| 8. | 6768393 | 64632128 |
| 9. | 6446089 | 71078217 |
| 10. | 6139132 | 77217349 |
| 11. | 5846792 | 83064141 |
| 12. | 5568373 | 88632514 |
| 13. | 5303212 | 93935726 |
| 14. | 5050678 | 98986404 |
| 15. | 4810170 | 103796574 |
| 16. | 4581114 | 108377688 |
| 17. | 4362966 | 112740654 |
| 18. | 4155206 | 116895860 |
| 19. | 3957339 | 120853199 |
| 20. | 3768894 | 124622093 |
| 21. | 3589423 | 128211516 |
| 22. | 3418498 | 131630014 |
| 23. | 3255712 | 134885726 |
| 24. | 3100678 | 137986404 |
| 25. | 2953027 | 140939431 |
| 26. | 2812407 | 143751838 |
| 27. | 2678483 | 146430321 |
| 28. | 2550936 | 148981257 |
| 29. | 2429463 | 151410720 |
| 30. | 2313774 | 153924494 |

## Table d'intereſt de 6. pour 100.

| | | |
|---|---|---|
| 1. | 9433962 | 9433962 |
| 2. | 8899964 | 18333926 |
| 3. | 8396192 | 26730118 |
| 4. | 7920936 | 34651054 |
| 5. | 7472581 | 42123635 |
| 6. | 7049605 | 49173240 |
| 7. | 6650571 | 55823311 |
| 8. | 6274124 | 62097935 |
| 9. | 5918985 | 68016920 |
| 10. | 5583948 | 73600868 |
| 11. | 5267875 | 78868743 |
| 12. | 4969893 | 83838436 |
| 13. | 4688390 | 88526826 |
| 14. | 4423009 | 92949835 |
| 15. | 4172650 | 97122485 |
| 16. | 3936462 | 101058947 |
| 17. | 3713643 | 104772590 |
| 18. | 3503437 | 108276027 |
| 19. | 3305129 | 111581156 |
| 20. | 3118046 | 114699202 |
| 21. | 2941553 | 117640755 |
| 22. | 2775050 | 120415805 |
| 23. | 2617972 | 123033777 |
| 24. | 2469785 | 125503562 |
| 25. | 2329986 | 127833548 |
| 26. | 2198100 | 130031648 |
| 27. | 2073679 | 132105327 |
| 28. | 1956301 | 134061628 |
| 29. | 1845567 | 135907195 |
| 30. | 1741101 | 137648296 |

Table

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

## Table d'intereſt de 7. pour 100.

| | | |
|---|---|---|
| 1. | 9345794 | 9345794 |
| 2. | 8734387 | 18080181 |
| 3. | 8162979 | 26243160 |
| 4. | 7628952 | 33872112 |
| 5. | 7129862 | 41001974 |
| 6. | 6663422 | 47665396 |
| 7. | 6227497 | 53892893 |
| 8. | 5820091 | 59712984 |
| 9. | 5439337 | 65152321 |
| 10. | 5083493 | 70235814 |
| 11. | 4750928 | 74986742 |
| 12. | 4440120 | 79426862 |
| 13. | 4149645 | 83576507 |
| 14. | 3878173 | 87454680 |
| 15. | 3624461 | 91079141 |
| 16. | 3387347 | 94466488 |
| 17. | 3165745 | 97632233 |
| 18. | 2958640 | 100590873 |
| 19. | 2765084 | 103355957 |
| 20. | 2584191 | 105940148 |
| 21. | 2415132 | 108355280 |
| 22. | 2257133 | 110612413 |
| 23. | 2109470 | 112721883 |
| 24. | 1971467 | 114693350 |
| 25. | 1842493 | 116535843 |
| 26. | 1721956 | 118257799 |
| 27. | 1609305 | 119867104 |
| 28. | 1504025 | 121371127 |
| 29. | 1405629 | 122776756 |
| 30. | 1313672 | 124090428 |

## Table d'intereſt de 9 pour 100.

| | | |
|---|---|---|
| 1. | 9174312 | 9174312 |
| 2. | 8416800 | 17951112 |
| 3. | 7721835 | 25312947 |
| 4. | 7084252 | 32397199 |
| 5. | 6499314 | 38896513 |
| 6. | 5962673 | 44859186 |
| 7. | 5470342 | 50329528 |
| 8. | 5018662 | 55348190 |
| 9. | 4604277 | 59952467 |
| 10. | 4224107 | 64176574 |
| 11. | 3875328 | 68051902 |
| 12. | 3555347 | 71607249 |
| 13. | 3261786 | 74869035 |
| 14. | 2992464 | 77861499 |
| 15. | 2745380 | 80606879 |
| 16. | 2518697 | 83125576 |
| 17. | 2310731 | 85436307 |
| 18. | 2119937 | 87556244 |
| 19. | 1944896 | 89501140 |
| 20. | 1784308 | 91285448 |
| 21. | 1636980 | 92922428 |
| 22. | 1501817 | 94424245 |
| 23. | 1377814 | 95802059 |
| 24. | 1264050 | 97066109 |
| 25. | 1159679 | 98225788 |
| 26. | 1063916 | 99289714 |
| 27. | 976079 | 100265793 |
| 28. | 895485 | 101161278 |
| 29. | 821546 | 101982824 |
| 30. | 753712 | 102736536 |

## Table d'intereſt de 8 pour 100.

| | | |
|---|---|---|
| 1. | 9259259 | 9259259 |
| 2. | 8573386 | 17832637 |
| 3. | 7938322 | 25770969 |
| 4. | 7350298 | 33121267 |
| 5. | 6805831 | 39927098 |
| 6. | 6301695 | 46228793 |
| 7. | 5834903 | 52063696 |
| 8. | 5402688 | 57466384 |
| 9. | 5002489 | 62468873 |
| 10. | 4631934 | 67100807 |
| 11. | 4288828 | 71389635 |
| 12. | 3971137 | 75360772 |
| 13. | 3676979 | 79037751 |
| 14. | 3404610 | 82442361 |
| 15. | 3152417 | 85594778 |
| 16. | 2918905 | 88513683 |
| 17. | 2702690 | 91216373 |
| 18. | 2502491 | 93718864 |
| 19. | 2317121 | 96035985 |
| 20. | 2145482 | 98181467 |
| 21. | 1986557 | 100168024 |
| 22. | 1839405 | 102007429 |
| 23. | 1703153 | 103710582 |
| 24. | 1576994 | 105287576 |
| 25. | 1460180 | 106747756 |
| 26. | 1352019 | 108099775 |
| 27. | 1251869 | 109351644 |
| 28. | 1159138 | 110510782 |
| 29. | 1073276 | 111584058 |
| 30. | 993774 | 112577832 |

## Table d'intereſt de 10 pour 100.

| | | |
|---|---|---|
| 1. | 9090909 | 9090909 |
| 2. | 8264463 | 17355372 |
| 3. | 7513148 | 24868520 |
| 4. | 6830135 | 31698655 |
| 5. | 6209214 | 37907869 |
| 6. | 5644740 | 43552609 |
| 7. | 5131582 | 48684191 |
| 8. | 4665075 | 53349266 |
| 9. | 4240977 | 57590143 |
| 10. | 3855434 | 61445677 |
| 11. | 3504940 | 64950617 |
| 12. | 3186309 | 68136926 |
| 13. | 2896645 | 71033571 |
| 14. | 2633314 | 73666885 |
| 15. | 2393922 | 76060807 |
| 16. | 2176293 | 78237100 |
| 17. | 1978448 | 80215548 |
| 18. | 1798589 | 82014137 |
| 19. | 1635081 | 83649218 |
| 20. | 1486437 | 85135655 |
| 21. | 1351306 | 86486961 |
| 22. | 1228460 | 87715421 |
| 23. | 1116782 | 88832203 |
| 24. | 1015256 | 89847459 |
| 25. | 922960 | 90770419 |
| 26. | 839055 | 91609474 |
| 27. | 762777 | 92372251 |
| 28. | 693434 | 93065685 |
| 29. | 630395 | 93696080 |
| 30. | 573086 | 94269166 |



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

## Table d'intereſt de 11 pour 100.

| | | |
|---|---|---|
| 1. | 9009009 | 9009009 |
| 2. | 8116224 | 17125233 |
| 3. | 7311914 | 24437147 |
| 4. | 6587310 | 31024457 |
| 5. | 5934514 | 36958971 |
| 6. | 5346409 | 42305380 |
| 7. | 4816585 | 47121965 |
| 8. | 4339266 | 51461231 |
| 9. | 3909249 | 55370480 |
| 10. | 3521846 | 58892326 |
| 11. | 3172834 | 62065160 |
| 12. | 2858409 | 64923569 |
| 13. | 2575143 | 67498712 |
| 14. | 2319949 | 69818661 |
| 15. | 2090044 | 71908705 |
| 16. | 1882923 | 73791628 |
| 17. | 1696327 | 75487955 |
| 18. | 1528223 | 77016178 |
| 19. | 1376777 | 78392955 |
| 20. | 1240340 | 79633295 |
| 21. | 1117423 | 80750718 |
| 22. | 1006687 | 81757405 |
| 23. | 906925 | 82664330 |
| 24. | 817050 | 83481380 |
| 25. | 736081 | 84217461 |
| 26. | 663136 | 84880597 |
| 27. | 597420 | 85478017 |
| 28. | 538216 | 86016233 |
| 29. | 484879 | 86501112 |
| 30. | 436828 | 86937940 |

## Table d'Intereſt de 12 pour 100.

| | | |
|---|---|---|
| 1. | 8928571 | 8928571 |
| 2. | 7971938 | 16900509 |
| 3. | 7117802 | 24018311 |
| 4. | 6355180 | 30373491 |
| 5. | 5674268 | 36047759 |
| 6. | 5066311 | 41114070 |
| 7. | 4523492 | 45637562 |
| 8. | 4038832 | 49676394 |
| 9. | 3606100 | 53282494 |
| 10. | 3219732 | 56502226 |
| 11. | 2874761 | 59376987 |
| 12. | 2566751 | 61943738 |
| 13. | 2291742 | 64235480 |
| 14. | 2046198 | 66281678 |
| 15. | 1826962 | 68108640 |
| 16. | 1631216 | 69739856 |
| 17. | 1456443 | 71196299 |
| 18. | 1300396 | 72496695 |
| 19. | 1161068 | 73657763 |
| 20. | 1036668 | 74694431 |
| 21. | 925596 | 75620027 |
| 22. | 826425 | 76446452 |
| 23. | 737879 | 77184331 |
| 24. | 658821 | 77843152 |
| 25. | 588233 | 78431385 |
| 26. | 525208 | 78956593 |
| 27. | 468936 | 79425529 |
| 28. | 418693 | 79844222 |
| 29. | 373833 | 80218055 |
| 30. | 333779 | 80551834 |

## Table d'Intereſt de 13 pour 100.

| | | |
|---|---|---|
| 1. | 8849558 | 8849558 |
| 2. | 7831467 | 16681025 |
| 3. | 6930592 | 23611527 |
| 4. | 6133188 | 29744715 |
| 5. | 5427600 | 35172315 |
| 6. | 4803186 | 39975501 |
| 7. | 4250607 | 44226108 |
| 8. | 3761599 | 47987707 |
| 9. | 3328849 | 51316556 |
| 10. | 2945884 | 54262440 |
| 11. | 2606977 | 56869417 |
| 12. | 2307059 | 59176476 |
| 13. | 2041645 | 61218121 |
| 14. | 1806765 | 63024886 |
| 15. | 1598907 | 64623793 |
| 16. | 1414962 | 66038755 |
| 17. | 1252179 | 67290934 |
| 18. | 1108123 | 68399057 |
| 19. | 980640 | 69379697 |
| 20. | 867823 | 70247520 |
| 21. | 767985 | 71015505 |
| 22. | 679633 | 71695138 |
| 23. | 601445 | 72296583 |
| 24. | 532252 | 72828835 |
| 25. | 471019 | 73299854 |
| 26. | 416831 | 73716685 |
| 27. | 368877 | 74085561 |
| 28. | 326440 | 74412001 |
| 29. | 288885 | 74700887 |
| 30. | 255650 | 74956517 |

## Table d'Intereſt de 14 pour 100.

| | | |
|---|---|---|
| 1. | 8771930 | 8771930 |
| 2. | 7694675 | 16466605 |
| 3. | 6749715 | 23216320 |
| 4. | 5920803 | 29137123 |
| 5. | 5193687 | 34330810 |
| 6. | 4555866 | 38886676 |
| 7. | 3996374 | 42881050 |
| 8. | 3505591 | 46386641 |
| 9. | 3075080 | 49463721 |
| 10. | 2697439 | 52161160 |
| 11. | 2366175 | 54527335 |
| 12. | 2075592 | 56602927 |
| 13. | 1820695 | 58423621 |
| 14. | 1597101 | 60020723 |
| 15. | 1400966 | 61421689 |
| 16. | 1228918 | 62650607 |
| 17. | 1077998 | 63728605 |
| 18. | 945612 | 64674217 |
| 19. | 829484 | 65503701 |
| 20. | 727618 | 66231319 |
| 21. | 638261 | 66869580 |
| 22. | 559878 | 67429458 |
| 23. | 491121 | 67920579 |
| 24. | 430808 | 68351387 |
| 25. | 377902 | 68729289 |
| 26. | 331493 | 69060782 |
| 27. | 290785 | 69351567 |
| 28. | 255073 | 69606638 |
| 29. | 223748 | 69830386 |
| 30. | 196270 | 70026656 |

Table

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

## Table d'Intereſt de 15 pour 100.

| | | |
|---|---|---|
| 1. | 8695652 | 8695652 |
| 2. | 7561437 | 16257089 |
| 3. | 6575163 | 22832252 |
| 4. | 5717533 | 28549785 |
| 5. | 4971768 | 33521553 |
| 6. | 4323277 | 37844830 |
| 7. | 3759371 | 41604201 |
| 8. | 3269018 | 44873219 |
| 9. | 2841614 | 47715843 |
| 10. | 2571847 | 50187690 |
| 11. | 2149432 | 52337122 |
| 12. | 1869073 | 54206193 |
| 13. | 1625279 | 55831472 |
| 14. | 1413286 | 57244758 |
| 15. | 1228944 | 58473702 |
| 16. | 1068647 | 59542349 |
| 17. | 929258 | 60471607 |
| 18. | 880050 | 61279657 |
| 19. | 702562 | 61982309 |
| 20. | 611002 | 62593811 |
| 21. | 531306 | 63124617 |
| 22. | 462005 | 63586622 |
| 23. | 401743 | 63988165 |
| 24. | 349342 | 64337707 |
| 25. | 303776 | 64641483 |
| 26. | 264153 | 64905636 |
| 27. | 229698 | 65135334 |
| 28. | 199737 | 65335071 |
| 29. | 173684 | 65508755 |
| 30. | 151030 | 65659785 |

## Table d'intereſt du denier 15.

| | | |
|---|---|---|
| 1. | 9375000 | 9375000 |
| 2. | 8789062 | 18164062 |
| 3. | 8239746 | 26403808 |
| 4. | 7724762 | 34128570 |
| 5. | 7241964 | 41370534 |
| 6. | 6789341 | 47159875 |
| 7. | 6365007 | 54524882 |
| 8. | 5967194 | 60492076 |
| 9. | 5594244 | 66086320 |
| 10. | 5244604 | 71330924 |
| 11. | 4916816 | 76247740 |
| 12. | 4609515 | 80857255 |
| 13. | 4321420 | 85178675 |
| 14. | 4051331 | 89230006 |
| 15. | 3798123 | 93028129 |
| 16. | 3560740 | 96588869 |
| 17. | 3338194 | 99927063 |
| 18. | 3129557 | 103056620 |
| 19. | 2933960 | 105990580 |
| 20. | 2750587 | 108741167 |
| 21. | 2578675 | 111319842 |
| 22. | 2417508 | 113737350 |
| 23. | 2266414 | 116003764 |
| 24. | 2124763 | 118128527 |
| 25. | 1991965 | 120120492 |
| 26. | 1867467 | 121987959 |
| 27. | 1750750 | 123738709 |
| 28. | 1641328 | 125380037 |
| 29. | 1538745 | 126918782 |
| 30. | 1442573 | 128361355 |

## Table d'intereſt de 16 pour 100.

| | | |
|---|---|---|
| 1. | 8620690 | 8620690 |
| 2. | 7431629 | 16052319 |
| 3. | 7406577 | 22458896 |
| 4. | 5522911 | 27981807 |
| 5. | 4761130 | 32741937 |
| 6. | 4104422 | 36847359 |
| 7. | 3538295 | 40385654 |
| 8. | 3050254 | 43435908 |
| 9. | 2629529 | 46065437 |
| 10. | 2266835 | 48332272 |
| 11. | 1954168 | 50286440 |
| 12. | 1684628 | 51971068 |
| 13. | 1452266 | 53423334 |
| 14. | 1251953 | 54675287 |
| 15. | 1079270 | 55754557 |
| 16. | 930405 | 56684962 |
| 17. | 802073 | 57477035 |
| 18. | 691442 | 58178477 |
| 19. | 596071 | 58774548 |
| 20. | 513854 | 59288402 |
| 21. | 442978 | 59731380 |
| 22. | 381878 | 60113258 |
| 23. | 329205 | 60442463 |
| 24. | 283797 | 60726260 |
| 25. | 244653 | 60970913 |
| 26. | 210908 | 61181821 |
| 27. | 181817 | 61363638 |
| 28. | 156739 | 91520377 |
| 29. | 135120 | 61655497 |
| 30. | 116483 | 61771980 |

## Table d'Intereſt du denier 16.

| | | |
|---|---|---|
| 1. | 9411765 | 9411765 |
| 2. | 8858132 | 18269897 |
| 3. | 8337065 | 26606962 |
| 4. | 7846649 | 34453611 |
| 5. | 7385081 | 41838692 |
| 6. | 6950664 | 48789356 |
| 7. | 6541801 | 55331157 |
| 8. | 6156989 | 61488146 |
| 9. | 5794813 | 67282959 |
| 10. | 5453942 | 72736901 |
| 11. | 5133122 | 77870023 |
| 12. | 4831174 | 82701197 |
| 13. | 4546987 | 87248184 |
| 14. | 4279517 | 91527701 |
| 15. | 4027781 | 95555482 |
| 16. | 3790853 | 99346335 |
| 17. | 3567862 | 102914197 |
| 18. | 3357988 | 106272185 |
| 19. | 3160459 | 109432644 |
| 20. | 2974550 | 112407194 |
| 21. | 2799576 | 115206770 |
| 22. | 2634895 | 117841665 |
| 23. | 2479901 | 120321566 |
| 24. | 2334024 | 122655590 |
| 25. | 2196728 | 124852318 |
| 26. | 2067509 | 176919827 |
| 27. | 1945891 | 128865718 |
| 28. | 1831427 | 130697145 |
| 29. | 1723696 | 132420841 |
| 30. | 1622301 | 134043143 |



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

## Table d'intereſt du denier 17.

| | | |
|---|---|---|
| 1. | 9444444 | 9444444 |
| 2. | 8919753 | 18364197 |
| 3. | 8424211 | 26788408 |
| 4. | 7956199 | 34744607 |
| 5. | 7514188 | 42258795 |
| 6. | 7096733 | 49355528 |
| 7. | 6702470 | 56057998 |
| 8. | 6330111 | 62388109 |
| 9. | 5978438 | 68366547 |
| 10. | 5646303 | 74012850 |
| 11. | 5332619 | 79345469 |
| 12. | 5036362 | 84381831 |
| 13. | 4756564 | 89138395 |
| 14. | 4492310 | 93630705 |
| 15. | 4242737 | 97873442 |
| 16. | 4007029 | 101880471 |
| 17. | 3784416 | 105664886 |
| 18. | 3574171 | 109239058 |
| 19. | 3375605 | 112614664 |
| 20. | 3188072 | 115802736 |
| 21. | 3010957 | 118813693 |
| 22. | 2843682 | 121657375 |
| 23. | 2685700 | 124343075 |
| 24. | 2536494 | 126879569 |
| 25. | 2395578 | 129275147 |
| 26. | 2262490 | 131537637 |
| 27. | 2136796 | 133674433 |
| 28. | 2018085 | 135692518 |
| 29. | 1905969 | 137598487 |
| 30. | 1800082 | 139398569 |

## Table d'intereſt du denier 19.

| | | |
|---|---|---|
| 1. | 9500000 | 9500000 |
| 2. | 9025000 | 18525000 |
| 3. | 8573750 | 27098750 |
| 4. | 8145072 | 35243812 |
| 5. | 7737809 | 42981621 |
| 6. | 7350919 | 50332540 |
| 7. | 6983373 | 57315913 |
| 8. | 6634204 | 63950117 |
| 9. | 6302494 | 70252611 |
| 10. | 5987369 | 76239980 |
| 11. | 5688001 | 81927981 |
| 12. | 5403601 | 87331582 |
| 13. | 5133421 | 92465003 |
| 14. | 4876750 | 97341753 |
| 15. | 4632912 | 101974665 |
| 16. | 4401266 | 106375931 |
| 17. | 4181203 | 110557134 |
| 18. | 3972143 | 114529277 |
| 19. | 3773536 | 118302813 |
| 20. | 3584859 | 121887672 |
| 21. | 3405616 | 125293288 |
| 22. | 3235335 | 128528613 |
| 23. | 3073568 | 131602191 |
| 24. | 2919890 | 134522081 |
| 25. | 2773895 | 137295976 |
| 26. | 2635200 | 139931176 |
| 27. | 2503440 | 142434616 |
| 28. | 2378268 | 144812884 |
| 29. | 2259355 | 147072239 |
| 30. | 2146387 | 149218626 |

## Table d'intereſt du denier 18.

| | | |
|---|---|---|
| 1. | 9473684 | 9473684 |
| 2. | 8975069 | 18448753 |
| 3. | 8502697 | 26951450 |
| 4. | 8055186 | 35006636 |
| 5. | 7631229 | 42637865 |
| 6. | 7229585 | 49867450 |
| 7. | 6849081 | 56716531 |
| 8. | 6488603 | 63205134 |
| 9. | 6147098 | 69352232 |
| 10. | 5823567 | 75175799 |
| 11. | 5517063 | 80692862 |
| 12. | 5226691 | 85919553 |
| 13. | 4951602 | 90871155 |
| 14. | 4690991 | 95562146 |
| 15. | 4444097 | 100006243 |
| 16. | 4210197 | 104216440 |
| 17. | 3988608 | 108205048 |
| 18. | 3778681 | 111983729 |
| 19. | 3579803 | 115563532 |
| 20. | 3391392 | 118954924 |
| 21. | 3212898 | 122167822 |
| 22. | 3043798 | 125211620 |
| 23. | 2883598 | 128095218 |
| 24. | 2731830 | 130827048 |
| 25. | 2588049 | 133415097 |
| 26. | 2451836 | 135866933 |
| 27. | 2322792 | 138189725 |
| 28. | 2200549 | 140390265 |
| 29. | 2084722 | 142474987 |
| 30. | 1975000 | 144449987 |

## Table d'intereſt du denier 20.

NOTA.

Ceſte Table eſt ſemblable à la precedente de 5 pour 100.

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

## Table d'intereſt du denier 21.

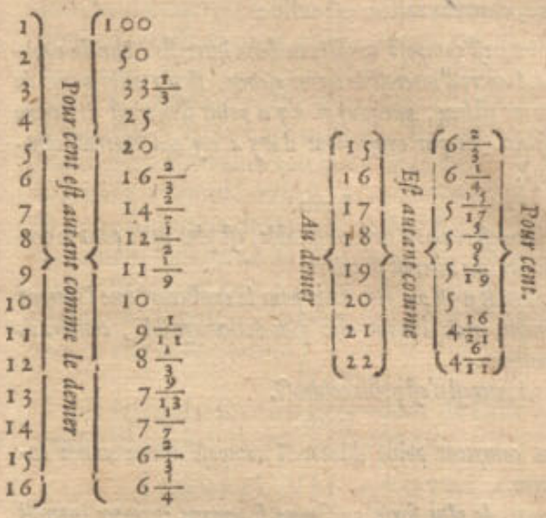
| | | |
|---|---|---|
| 1. | 9545455 | 9545455 |
| 2. | 9111571 | 18657026 |
| 3. | 8697409 | 27354435 |
| 4. | 8302072 | 35656507 |
| 5. | 7924705 | 43581212 |
| 6. | 7564491 | 51145703 |
| 7. | 7220650 | 58366353 |
| 8. | 6892439 | 65258792 |
| 9. | 6579146 | 71837938 |
| 10. | 6280094 | 78118032 |
| 11. | 5994635 | 84112667 |
| 12. | 5722152 | 89834819 |
| 13. | 5462054 | 95296873 |
| 14. | 5213779 | 100510652 |
| 15. | 4976789 | 105487441 |
| 16. | 4750571 | 110238012 |
| 17. | 4534636 | 114772648 |
| 18. | 4328516 | 119101164 |
| 19. | 4131765 | 123232929 |
| 20. | 3943958 | 127176887 |
| 21. | 3764687 | 130941574 |
| 22. | 3593565 | 134535139 |
| 23. | 3430221 | 137965360 |
| 24. | 3274302 | 141239662 |
| 25. | 3125470 | 144365132 |
| 26. | 2983403 | 147348535 |
| 27. | 2847794 | 150196329 |
| 28. | 2718346 | 152914678 |
| 29. | 2594788 | 155509466 |
| 30. | 2476843 | 157986309 |

## Table d'intereſt du denier 22.

| | | |
|---|---|---|
| 1. | 9565217 | 9565217 |
| 2. | 9149338 | 18714555 |
| 3. | 8751541 | 27466096 |
| 4. | 8371039 | 35837135 |
| 5. | 8007081 | 43844216 |
| 6. | 7658947 | 51503163 |
| 7. | 7325949 | 58829112 |
| 8. | 7007429 | 65836541 |
| 9. | 6702758 | 72539299 |
| 10. | 6411334 | 78950633 |
| 11. | 6143580 | 85083213 |
| 12. | 5865946 | 90949159 |
| 13. | 5610905 | 96560064 |
| 14. | 5366953 | 101927017 |
| 15. | 5133607 | 107060624 |
| 16. | 4910407 | 111971031 |
| 17. | 4696911 | 116667942 |
| 18. | 4492697 | 121160639 |
| 19. | 4297362 | 125458001 |
| 20. | 4110520 | 129568521 |
| 21. | 3931802 | 133500323 |
| 22. | 3760854 | 137261177 |
| 23. | 3597339 | 140858516 |
| 24. | 3440933 | 144299449 |
| 25. | 3291327 | 147590776 |
| 26. | 3148226 | 150739002 |
| 27. | 3011347 | 153750349 |
| 28. | 2880419 | 156630768 |
| 29. | 2755183 | 159385951 |
| 30. | 2635392 | 162021343 |

### NOTA.

Parce que toute raiſon d'intereſt que l'on explique par cent, eſt auſſi quelque intereſt qu'on peut expliquer par le denier d'autant, & au contraire; comme par exemple 5 pour 100, ſe peut auſſi dire au denier 20: nous declairerons les comparaiſons des intereſts comprins es tables precedentes en ceſte ſorte:




Eſtant doncques les tables ainſi preparées, nous deſcrirons maintenant les exemples ſervans à ceſta 3e propoſition, deſquels le premier eſt tel:

### EXEMPLE I.

*On veut ſçavoir combien montera le capital* 380 lb, *avec ſon intereſt compoſé & prouffitable de* 8 *années, à raiſon de* 11 *pour cent par an.*

### CONSTRVCTION.

On verra en la table de 11 pour 100, quel nombre correſpond au huictieſme an, & ſe trouve 4339266, parquoy on dira, 4339266 donnent 10000000 (leſquelles 10000000, ſont la racine des tables) combien 380 lb? Faict $875\frac{3142250}{4339266}$ lb.

NOTA I. Nous mettrons communement aux exemples ſuivans derriere les livres, leur rompu, ſans le convertir en premier rompu, ou ſans en extraire les 8 & 8, à fin que les ſolutions ſoyent ainſi plus claires, car il ſuffit de faire cela en la practique.

NOTA II. Si on vouluſt ſçavoir combien monte l'intereſt de ceſt exemple, on ſoubſtraira 380 lb de $875\frac{3142250}{4339266}$ lb, reſte $495\frac{3142250}{4339266}$ lb, pour l'intereſt de 8 annees, & ſemblablement ſe pourra faire en tous les exemples ſuivans.

### EXEMPLE II.

*On veut ſçavoir combien capital* 800 lb, *avec ſon compoſé & prouffitable intereſt au denier* 15 *par an, monteront en* $16\frac{1}{2}$ *années.*

### CONSTRVCTION.

On ajouſtera (à cauſe de demy an) $\frac{1}{2}$ à 15 (ces 15 ſont à cauſe du denier 15) ſont $15\frac{1}{2}$. Puis on multipliera 3560740 (qui eſt le nombre reſpondant au 16e an en la table du denier 15) par 15 donne produict 53411100, le meſme ſe diviſera par $15\frac{1}{2}$, donne quotient 3445877, qui eſt nombre reſpondant à $16\frac{1}{2}$ annees, & auroit ſon lieu en la table du denier 15, entre le 16e & 17 an, ſi la table fuſt faicte de demy en demy an. Puis on dira, 3445877 donnent 10000000, combien 800 lb? Faict $2321\frac{2119483}{3443877}$ lb.

Semblable ſera auſſi l'operation en toutes les autres



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

parties d'année, car s'il y euſt à quelques annees 3 mois, on beſoigneroit (par ce que 3 mois ſont le $\frac{1}{4}$ d'un an) avec $\frac{1}{4}$ comme nous avons faict cy deſſus avec $\frac{1}{2}$; Et ainſi des autres parties de l'année comme nous en avons traicté plus amplement au 3 exemple de la 2 propoſition.

Nota. Il y a des aucuns qui comptent intereſt compoſé de partie d'année. Ce que nous diſons ne ſe pouvoir faire, dont la raiſon eſt telle:

*Tout intereſt compoſé conſiſte en deux intereſts, l'un du capital, l'autre d'intereſt de terme eſcheu. Il n'y a icy point de terme eſcheu, parquoy il n'y a point d'intereſt de terme eſcheu. Et par conſequent il n'y a icy nul intereſt compoſé.*

Item.

*Tout intereſt compoſé & prouffitable, eſt plus utile pour le crediteur que intereſt ſimple.*

*Ceſt intereſt n'eſt pas plus utile pour le crediteur, que l'intereſt ſimple, mais au contraire plus dommageable, comme ils veullent.*

*Ergo tel intereſt n'eſt point compoſé.*

Item.

*Ils ne comptent point d'intereſt compoſé d'une année entiere.*

*Doncques de plus forte raiſon ne ſe pourra compter intereſt compoſé, de partie d'année.*

Nous concluons doncques qu'on ne peut compter intereſt compoſé de partie de terme, à ſçavoir partie de terme qui conſiſte ſeule, ſans aucun entier terme ou termes avec luy.

Exemple III.

*Quelcun doibt 1200 ℔, à payer au bout de 7 ans; Combien vaudront elles au bout de 23 ans, payant intereſt compoſé à 8 pour 100 par an?*

Construction.

On verra combien il y a des années de 7 à 23, ſe trouve 16; Puis on verra combien les 1200 ℔ vallent en 16 ans, faict par le 1 exemple de ceſte propoſition, 4111 $\frac{381545}{2918905}$ ℔.

Exemple IV.

*Quelcun doibt 800 ℔, à payer au bout de 3 ans, & encore 300 ℔, en 2 ans apres. Combien vaudront ces deux ſommes au bout de 15 ans, payant intereſt compoſé à 13 pour 100. par an?*

Construction.

On trouvera par le precedent 3 exemple, que les 800 ℔ vaudront 3467 $\frac{991031}{1598907}$ ℔, & que les 300 ℔ vaudrót 1018 $\frac{592674}{1598907}$ ℔, leſquelles deux ſommes montent enſemble 4485 $\frac{1583705}{1598907}$ ℔, pour la valeur deſdictes 800 ℔ & 300 ℔, au bout de 15 ans.

Exemple V.

*Quelcun doibt argent comptant 224 ℔; S'il payoit en 4 ans à chaſcune année le quart qui eſt 56 ℔, payant l'intereſt compoſé à 12 pour 100 par an; Combien faudroit il payer a chaſcune année?*

Construction.

On verra quel capital on tient à chaſcune année qu'on n'euſt pas tenu ſelon la premiere condition; Puis on trouvera l'intereſt de chaſcun capital à chaſcune année; Mais par ce que l'on doibt faire à chaſcune année une paye de capital, qui a ſeulement courru un an, s'enſuit par la note du precedent 2 exemple, qu'en ceſte & ſemblables conditions, combien qu'il y a accord d'intereſt compoſé, il eſt impoſſible de le compter. Parquoy ceſte queſtion doibt eſtre ſoluë par la maniere du troiſieſme exemple de la premiere propoſition. De ſorte que nous avons icy applicqué ceſt exemple, comme accident d'intereſt digne d'eſtre annoté.

Exemple VI.

*Quelcun doibt en 12 ans 5000 ℔, à ſçavoir à chaſcun an le $\frac{1}{12}$, qui eſt 416 ℔ 13 ß 4 ₰. Combien vaudront elles toutes enſemble au bout de 12 ans; payant intereſt compoſé au denier 15 par an.*

Nota.

La ſolution de ceſte & ſemblables queſtions d'intereſt prouffitable compoſé, ne ſe peut faire par la derniere colomne des precedentes tables comme l'on en ſolve ſemblables queſtions de dommageable intereſt compoſé, de la ſuivante 4e propoſition; & cela à cauſe que les nombres d'icelle colomne, ne ſont pas proportionaux pour l'une & l'autre eſpece d'intereſt, à ſçavoir prouffitable & dommageable. Si eſt ce qu'a icelle occaſion, j'avois calculé des tables comme les precedentes, ſervans à intereſt compoſé prouffitable; Mais avant l'edition de ce traicte, nous ſommes venus à la cognoiſſance de ſolution de ceſte queſtion, par autre maniere, à ſçavoir ſans en debvoir faire propres tables. Parquoy à fin que ce traicte ſeroit plus ſimple & que les diverſes tables ne cauſaſſent pluſtoſt confuſion, qu'au contraire facilité, nous ne les avons point deſcrites. Mais à fin que nous demonſtrerions (pour ceux qui d'aventure les voudroyent faire & uſer) leur conſtruction, proportion, & communauté, avec les precedentes, nous en deſcrirons icy une du denier 15.

Construction.

La conſtruction de ceſte table n'a autre difference des precedentes, ſinon que l'on y multiplie touſiours (au contraire des precedentes) par le maieur nombre, & on diviſe par le moindre. Comme en ceſte table du denier 15 le 10000000 eſt premierement multiplié par 16, & le produict eſt diviſé par 15, donnent quotient 10666667, pour la premiere année, lequel nombre autrefois multiplié par 16, & le produict diviſé par 15, donne le quotient de la ſeconde année, & ainſi des autres. Quant à la conſtruction de la derniere colomne, elle ſe faict par addition des nombres de la moyenne colomne, comme aux tables precedentes, excepté qu'on mettra icy ſur le premier an de la moyenne colomne, la racine des tables à ſçavoir 10000000, & la meſme encore une fois ſur la derniere colomne, joignant le premier an; Puis (pour ladicte conſtruction de la derniere colomne) on ajouſtera par ordre les nombres de la moyenne colomne, comme nous avons faict aux dictes tables precedentes, & comme appert clairement en la table ſuivante.

Table

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

## Table d'intereſt du denier 15.

| | 10000000 | |
|---|---|---|
| 1. | 10666667 | 10000000 |
| 2. | 11377778 | 20666667 |
| 3. | 12136297 | 32044445 |
| 4. | 12945383 | 44180742 |
| 5. | 13808409 | 57126125 |
| 6. | 14728970 | 70934534 |
| 7. | 15710901 | 85663504 |
| 8. | 16758194 | 101374405 |
| 9. | 17875514 | 118132699 |
| 10. | 19067215 | 136008213 |
| 11. | 20338363 | 155075428 |
| 12. | 21694254 | 175413791 |
| 13. | 23140538 | 197108045 |
| 14. | 24683241 | 220248583 |
| 15. | 26328790 | 244931824 |
| 16. | 28084043 | 271260614 |
| 17. | 29956313 | 299344657 |
| 18. | 31953401 | 329300970 |
| 19. | 34083628 | 361254371 |
| 20. | 36355870 | 395337999 |
| 21. | 38779595 | 431693869 |
| 22. | 41364901 | 470473464 |
| 23. | 44122561 | 511838365 |
| 24. | 47064065 | 555960926 |
| 25. | 50201669 | 603024991 |
| 26. | 53548447 | 653226660 |
| 27. | 57118343 | 706775107 |
| 28. | 60926233 | 763893454 |
| 29. | 64987982 | 824819683 |
| 30. | 69320514 | 889807665 |
| 31. | | 959128179 |

La proportionalité de ceſte table avec la precedente du denier 15, eſt telle: Si nous prennons de chaſcune table deux egales années, leurs nombres reſpondans en la moyenne colomne, ſeront proportionaux. Comme par exemple le 30 an de ceſte table, obtient telle raiſon à ſon premier an, comme le premier an de la precedente table, à ſon 30 an; c'eſt à dire cõme 69320514 à 10666667, ainſi 9375000 à 1442573, excepté quelque petite difference, procedant des reſtes qu'on delaiſſe en la conſtruction qui n'eſt icy de nulle eſtime. Item comme le 23 an de ceſte table, à ſon 5, ainſi le 5 an de la precedente table à ſon 23, & ainſi des autres.

Pour laquelle proportion, il s'enſuit, que nous pourrons autant faire par une table, comme par deux. Mais en la derniere colomne il n'y va point ainſi, car les nombres reſpondans ſur annees egales, ne ſont point proportionaux. Comme la 30 année de la derniere colomne de ceſte table, n'a point telle raiſon à ſa premiere année cõme la premiere année de la precedente table du denier 15, à ſa 30 année, ny au contraire, ny en aucune maniere ſe trouvent ces termes proportionaux; Ce qui fut occaſion que nous calculaſmes ces tables comme dict eſt cy deſſus.

Pour doncques ſolver la queſtion de ce 6 exemple, par ceſte table, on verra en la meſme que nombre reſponde en la derniere colõne ſur le 12 an & ſe trouve 175413791; Puis à cauſe de 12 ans, on prendra douze fois la racine des tables, à ſçavoir 10000000 faict 120000000, diſant 120000000 viennent de 175413791, de combien viendront 5000 ℔? faict 7308 $\frac{108055}{120000}$ ℔.

Reſte encore de ſolver ceſte queſtion par noz premieres tables que nous avons dict cy devant eſtre generales en ceſte ſorte.

*Conſtruction de ce VI Exemple.*

On verra combien les 5000 ℔ vallent en argent contant, ſelon la doctrine du 6 exemple de la ſuyvante 4 propoſition. Il eſt bien vray qu'il eſt requis en tout bon ordre qu'on beſoigne, la ou il eſt poſſible, par deſcription precedente, & point par ſuyvante, mais par ce que tes tables ſervent à ceſte propoſition & à la ſuyvante, qui eſt auſſi bien pour intereſt compoſé prouffitable, que pour dommageable, s'enſuit qu'il faut que ces deux propoſitions declairent l'une l'autre; Et par conſequent, qu'aucunes operations de ceſte propoſition s'enſeignent par le ſuyvant, & ſe trouve 3369 $\frac{6275}{120000}$ ℔, Puis on verra combien ceſte ſõme vaudra au bout de 12 ans & ſe trouve par le premier exemple de ceſte propoſition, 7308 $\frac{5024756}{5531418}$ ℔, qui eſt comme devant 7308 ℔ 18 ß 2 $\frac{153866}{921903}$ ß; il y a ſeulement difference de quelque petite partie de 1 ß de nulle eſtime, & cela à cauſe que l'extreme perfection (ce qui avient auſſi à la table des ſinus & pluſieurs autres) n'eſt pas aux tables.

NOTA.

Les exemples ſuyvans dependent de l'alterne ou inverſe proportion de ceſte propoſition.

EXEMPLE VII. AVQVEL EST requis raiſon d'intereſt.

*Quelcun doibt argent comptant* 400 ℔, *& preſente au bout de* 10 *annees* 1037 ℔, *à quelle raiſon d'intereſt compoſé ſeroit ce paye?*

CONSTRVCTION.

On dira 1037 ℔ donnent 10000000, combien 400 ℔? faict 3857281, le meſme nombre ſe cherchera au plus pres par toutes les tables, ſur le dixieſme an; & ſe trouve en la table de 10 pour 100, à ſçavoir 3855434. On dira doncques que la raiſon d'intereſt requiſe, eſt de 10 pour 100 quaſi, mais parce que 3855434 eſt un peu moins que 3857281, la raiſon d'intereſt requiſe ſera un peu moins que de 10 pour 100.

Mais pour une parfaicte ſolution de ceſte & ſemblables queſtions (combien qu'on pourroit approcher encore plus pres par proportionelle ſumption de table antecedente & table conſequente, comme l'on faict es tables Aſtrologiques & autres) il ſeroit neceſſaire d'avoir entre ſes tables, une de tel intereſt, comme celuy duquel il y a queſtion, autrement on ne peut exprimer la ſolution que par quaſi, ce qui ſuffit communement en la Practique.

EXEMPLE VIII. AVQVEL EST requis le temps.

*On veut ſçavoir combien de temps* 800 ℔ *courreront à raiſon d'intereſt compoſé prouffitable du denier* 17 *par an, pour valoir avec ſon intereſt* 2500 ℔.

CONSTRVCTION.

On dira 2500 ℔ donnent 10000000, combien 800 ℔? faict 3200000, le meſme ſe cherchera au plus pres & majeur en la table du denier 17, & ſe trouve 3375606 reſpondans ſur le 19 an, ergo les 800 ℔ courreront 19 annees, mais pour encore ſçavoir quelle partie d'année leſdictes 800 ℔ ont encore à courrir, on multipliera 3375606 par 17 (par 17 à cauſe du denier 17) donne produict 57385302, le meſme ſe diviſera par les 3200000 donne quotient 17 $\frac{2985302}{3200000}$ ℔, leſquels 17 on delaiſſera pour reigle generale, & on aura ſeulement egard au rompu, lequel nous ſignifie telle partie d'année que les 800 ℔



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

ont encore à courrir par dessus le 19 ans, à sçavoir en tout $19\frac{2}{3}\frac{985302}{200000}$ ans.

### Exemple IX. avquel est requis Capital.

*Quelcun reçoit 700 ℔ pour interest composé prouffitable, à raison de 13 pour 100 par an pour 9 annees; Combien estoit le capital?*

### Construction.

On verra en la table de 13 pour 100, quel nombre respond sur le 9 an, & se trouve 3328849, le mesme se soubstraira de 10000000, reste 6671151; Puis on dira, interest 6671151, tient capital 3328849, quel capital aura interest 700 ℔? faict $349\frac{1962601}{6671151}$ ℔.

### Demonstration.

La raison qu'il y a au premier exemple en ceste proposition, du comptant, à ce qui escherra en 8 ans apres, à interest composé prouffitable de 11 pour 100 par an (car telle est la condition dudict exemple) la mesme raison y a il de 4339166 à 10000000 par les tables; Et telle raison qu'il y a de 4339166 à 10000000, la mesme y a il de 380 ℔, à $875\frac{3142250}{4339166}$ ℔ par la construction; Ergo $875\frac{3142250}{4339166}$ ℔, est la vraye solution du premier exemple; Ce qu'il falloit demonstrer.

Semblable sera aussi la demonstration de tous les autres exemples, laquelle nous passons outre à cause de brieveté.

### Conclvsion.

Estant doncques declaré capital, temps & raison d'interest composé prouffitable; Nous avons trouvé la valeur du capital & l'interest; ce qu'il falloit faire.

## PROPOSITION IV.

*Estant declaré capital, temps, & raison d'interest composé dommageable: Trouver leur valeur.*

### Exemple I.

*Il y a 700 ℔ à payer au bout de 10 ans, Combien vaudront elles argent comptant, rabatant interest composé à raison de 12 pour 100 par an?*

### Construction.

On verra en la table de 12 pour 100, quel nombre correspond au 10 an, & se trouve 3219732, parquoy on dira, 10000000 donnent 3219732. Combien 700 ℔? faict $225\frac{381240}{1000000}$ ℔.

### Exemple II.

*Il y a 600 ℔ à payer en $13\frac{1}{2}$ ans; Combien vaudront elles argent comptant rabatant interest composé, de 14 pour 100 par an?*

### Construction.

On verra en la table de 14 pour 100, quel nombre correspond au 13 an; & se trouve 1820695, le mesme se multipliera par 100, donne produict 182069500, le mesme se divisera par 107 (à sçavoir par 100 & 7 a cause de $\frac{1}{2}$ année d'interest) donne quotient 1701584, lequel est nombre qui responderoit en la table au $13\frac{1}{2}$ an, si les tables fussent faictes de demi en demi an; Puis on dira, 10000000 donnent 1701584, combien 600 ℔? faict $102\frac{950400}{1000000}$ ℔.

Semblable sera aussi l'operation en toutes les autres parties d'annees, car s'il y eust à quelques entieres annees 3 mois, alors on diviseroit (par ce que trois mois sont $\frac{1}{4}$ d'année) par $103\frac{1}{4}$, & ainsi de toute autre partie d'année, Comme de ceste matiere est plus amplement traicté au troisiesme exemple de la seconde proposition.

### Exemple III.

*Quelcun doibt à payer en 5 ans 800 ℔, & en 4 ans apres encore 600 ℔; Combien vallent ces deux sommes argent comptant à interest composé de 15 pour 100 par an?*

### Construction.

Les 800 ℔ à payer en 5 ans, vaudront argent comptant par le premier exemple de ceste proposition $397\frac{74144}{100000}$ ℔; Et les 600 ℔ à payer en 9 ans, vaudront argent comptant par ledict 1 exemple, $170\frac{35744}{100000}$ ℔; Lesquelles deux sommes montent ensemble pour solution $568\frac{29888}{100000}$ ℔.

### Exemple IV.

*Quelcun doibt 2000 ℔ à payer au bout de 27 ans; Combien vaudront elles au bout de 9 ans, rabatant interest composé au denier 19?*

### Construction.

On soubstraira 9 ans de 27 ans reste 18 ans; Puis on verra combien 2000 ℔ vallent sur 18 ans, faict par le 1 exemple de ceste proposition $794\frac{4286}{10000}$ ℔.

### Exemple V.

*Quelcun doibt au bout de 4 ans 360 ℔, & accorde avec son crediteur de les payer en 4 payemens, a sçavoir au bout du premier an le $\frac{1}{4}$, & au deuxiesme an encore $\frac{1}{4}$, & au troisiesme an encore $\frac{1}{4}$, & au quatriesme an le dernier $\frac{1}{4}$, rabatant interest composé au denier 16; Combien debura il payer à chascune annee?*

### Construction.

On aviséra quels deniers on debourse selon ceste condition, qu'on ne debourseroit pas selon la premiere condition; Or doncques par ce que selon ceste condition on paye dans un an le quart de la somme, montant 90 ℔, en rabatant, &c. lesquelles on eust payé selon la premiere condition en trois ans apres; S'ensuit qu'on verra combien 90 ℔ à payer en 3 ans, vallent argent comptant; & se trouve par le 1 exẽple de ceste proposition $75\frac{33585}{1000000}$ ℔ pour la premiere paye. Et pour semblable raison on trouvera que 90 ℔ pour 2 ans, vaudront $79\frac{723188}{1000000}$ ℔, pour la seconde paye.

Et que 90 ℔ pour 1 an, vaudront $84\frac{12}{17}$ ℔ pour la troisiesme paye. Et par ce que la condition de la derniere paye, est la mesme que la premiere condition, il n'y aura aucun interest, mais sera de 90 ℔.

### Exemple VI.

*Il y a 324 ℔ à payer dans 6 ans, à sçavoir 54 ℔ par an; Combien vaudront elles argent comptant, rabatant interest compos: au denier 16 par an?*

### Nota.

La derniere colomne mise en chascune des precedentes tables, sert pour les questions comme ceste cy, à sçavoir ausquelles il y a payements sur continues annees, & l'une année autant comme l'autre. Or doncques à fin de colliger par noz tables nombres proportionaux aux nombres de la question, on multipliera tousiours la racine des tables 10000000, par autant des ans qu'il y a en la question, car le produict aura adonc telle raison au nombre respondant à l'année de la question, comme le capital de la question, au mesme capital avec son

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

ſon intereſt, comme le tout ſera plus clair par les exemples.

*Conſtruction.*

On verra en la table du denier 16, quel nombre correſpond ſur le 6 an, en la derniere colomne, & ſe trouve 48789356. Puis à cauſe de 6 ans, on multipliera 10000000 par 6 faict 60000000, diſant, 60000000 donnent 48789356, combien 324 ℔ ? faict 263 $\frac{27513744}{60000000}$ ℔.

NOTA.

Si la ſomme (au lieu des 324 ℔) euſt eſté de 330 ℔, à payer 54 ℔ par an, & à la ſeptieſme année encore 6 ℔, on trouveroit la valeur en argent comptant des 324 ℔ par la doctrine de ce ſixieſme exemple, & la valeur des 6 ℔ (qui ſont à payer en 7 ans) par la doctrine du premier exemple de ceſte propoſition, & leur ſomme ſeroit le requis.

EXEMPLE VII.

*Quelcun doibt* 800 ℔, *à ſçavoir au bout de 6 ans* 50 ℔, *& puis toutes les annees ſuivantes* 50 ℔, *qui s'eſtendra juſques à la 22 année; Combien vallent elles argent comptant payant intereſt compoſé au denier* 18 ?

CONSTRVCTION.

On verra combien que 800 ℔ vallent au commencement du ſixieſme an, ce qui eſt autant comme ſi l'on cherchoit combien telles 800 ℔ a payer en 16 ans vallent argent comptant, & ſe trouve par le precedent 6 exemple 521 $\frac{13152}{160000}$ ℔, & autant vallent les 800 ℔ au commencement du 6 an, ou (ce qui eſt le meſme) au bout du cinquieſme an; Puis on verra par le premier exemple de ceſte propoſition, combien les meſmes 521 $\frac{13152}{160000}$ ℔ ſur 5 ans, vallent argent comptant & ſe trouve pour ſolution 397 $\frac{1039613363802}{1600000000000}$ ℔.

NOTA.

Les exemples ſuyvans dependent de l'alterne ou inverſe proportion de ceſte propoſition.

EXEMPLE VIII. AVQVEL EST requis raiſon d'intereſt.

*Quelcun doibt au bout de* 17 *ans* 700 ℔, *& ſon crediteur le quite pour* 292 ℔ *argent comptant; La demande eſt à quelle raiſon d'intereſt compoſé il ſeroit rabatu.*

CONSTRVCTION.

On dira 700 ℔ donnent 10000000, combien 292 ℔? faict 4171429. Le meſme nombre ce cherchera au plus pres par toutes les tables ſur le 17 an; & ſe trouve en la table du denier 19, la ou il y a 4181203, parquoy on dira que ceſte raiſon d'intereſt eſt au denier 19 par an quaſi, mais parce que 4171429 eſt un peu moindre que 4181203 on dira que ce denier eſt un peu moindre que le denier 19, à ſçavoir le denier 18 avec quelque rompu.

Mais pour parfaicte ſolution de ceſte & ſemblables queſtions (combien qu'on pourroit approcher encore plus pres par proportionelle ſumption de la table antecedente & table conſequente, comme l'on faict es tables Aſtrologiques & autres) il ſeroit beſoing d'avoir entre ces tables une table de tel intereſt, comme celuy duquel il y a queſtion, autrement on ne peut exprimer la ſolution que par quaſi; Ce qui ſuffit communement en la practique.

EXEMPLE IX. AVQVEL EST requis le temps.

*Quelcun doibt à payer tout enſemble au bout de quelques certaines annees* 1400 ℔, *mais il les paye argent comptant* 107 ℔, *rabatant intereſt compoſé, à raiſon de* 13 *pour* 100 *par an, La demande eſt, en combien des annees eſtoyent à payer ces* 1400 ℔.

CONSTRVCTION.

On dira 1400 ℔ donnent 10000000, combien 107 ℔? faict 764286, le meſme nombre ſe cherchera au plus pres & majeur en la table de 13 pour 100; & ſe trouve 767985 reſpondant au 21 an. Ergo les 1400 ℔ eſtoyent à payer en 21 ans. Et pour trouver quelle partie d'année il y a encore par deſſus leſdicts 21 ans, on dira 764286 donnent 797985, combien 100? faict 100 $\frac{369900}{764286}$ ℔, des meſmes ſe ſoubſtraira pour reigle generale le 100, reſte $\frac{369900}{764286}$, la meſme reſte diviſée par 13 (par 13 à cauſe de 13 pour 100) faict $\frac{369900}{99357318}$, qui eſt la partie d'année qu'il y avoit encore par deſſus les 21 ans, à ſçavoir tout enſemble 21 $\frac{369900}{99357318}$ ans.

EXEMPLE X. AVQVEL EST requis capital.

*Quelcun recoit* 1100 ℔, *& on luy avoit rabatu intereſt compoſé au denier* 16 *par an, & ce pour* 18 *ans, Combien eſtoit le capital ?*

CONSTRVCTION.

On verra en la table du denier 16, quel nombre correſpond au 18 an; & ſe trouve 3357988; Puis on dira 3357988 viennent de 10000000, de combien 1100 ℔? faict pour capital & ſolution 3275 $\frac{2589000}{3357988}$ ℔.

EXEMPLE XI. AVQVEL EST requis capital.

*On rabat à quelcun* 2022 ℔ *pour intereſt compoſé de* 13 *annees, à raiſon de* 9 *pour* 100 *par an; Combien eſtoit le capital ?*

CONSTRVCTION.

On verra en la table de 9 pour 100, quel nombre correſpond au 13 an & ſe trouve 3261786, le meſme ſe ſoubſtraira de 10000000, reſte 6738214; Puis on dira, 67382144 tient capital 10000000, quel capital aura 2022 ℔? faict 3000 $\frac{53580000}{6738214}$ ℔.

NOTA.

Les 4 exemples ſuyvans ſe ſolvent par les dernieres colomnes des tables.

EXEMPLE XII. AVQVEL EST requis raiſon d'intereſt.

*Quelcun doibt* 33000 ℔ *à chaſcune année* 1500 ℔, *durant* 22 *ans; Et ſon crediteur le quite avec* 15300 ℔ *argent comptant; La demande eſt à quelle raiſon d'intereſt, cecy ſeroit rabatu.*

CONSTRVCTION.

On dira 33000 ℔ donnent 220000000 (à ſçavoir 10000000 multipliez par 22 ans) combien 15300 ℔? faict 102000000, le meſme nombre ſe cherchera au plus pres par toutes les tables en la derniere colomne ſur le 22 an, & ſe trouve en la table de 8 pour 100, la ou il y a 102007429, parquoy on dira que la raiſon de ceſt intereſt eſt de 8 pour 100 par an quaſi, mais parce que 102007429 eſt un peu d'avantage que 102000000, on dira que ceſte raiſon d'intereſt eſt un peu plus grande que

8 pour

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

8 pour 100, à ſçavoir 8 avec quelque petit rompu. Mais pour une parfaicte ſolution de ceſte & ſemblables queſtions, il ſeroit meſtier d'avoir entre ſes tables, une table de tel intereſt, comme eſt l'intereſt de la queſtion.

### Exemple XIII. avquel est requis le temps.

*Quelcun doibt* 324 lb *à payer en certaines années l'une autant comme l'autre, & paye argent comptant* 265 lb, *rabatant intereſt compoſé au denier* 16 *par an, La demande eſt en combien des années eſtoyent à payer ces* 324 lb.

### Construction.

On prendra quelque an en la table du denier 16, par exemple le huictieſme, & par le meſme 8 ſe multipliera 10000000, faict 80000000; Puis on dira 80000000 donnent 61488146 (qui eſt le nombre reſpondant au 8 an en la derniere colomne) combien 324 lb? Or ſi ce qu'il en ſortira fuſt preciſement 264 lb, on diroit que 324 lb eſtoyent à payer en 8 ans, mais il en vient beaucoup moins que 264 lb, parquoy il faut experimenter le ſemblable par moindres annees que par 8, & cela autant de fois, juſques à ce qu'on le trouve parfaictement, ou au plus pres qu'on peut, qui ſera en ceſt exemple au ſixieſme an, auquel les 324 lb vallent 263 $\frac{27751344}{60000000}$ lb, Ainſi doncques les 324 lb eſtoyent à payer en 6 ans; Et pour ſçavoir la partie d'année qu'il y a encore par deſſus les 6 ans, on ſoubſtraira 263 $\frac{27751344}{60000000}$ lb de 265 reſte 1 $\frac{32248656}{60000000}$ lb, des meſmes ſe trouvera le temps par le 9 exemple de ceſte propoſition & l'on aura le requis.

### Exemple XIV. avquel est requis capital.

*Quelcun doibt certaine ſomme à payer en* 6 *ans à ſçavoir à chaſcune année la ſixieſme partie de la meſme ſomme, & accorde avec ſon crediteur de la payer argent comptant rabatant intereſt compoſé au denier* 16, *& baille argent comptant* 263 lb, *combien eſtoit le capital?*

### Construction.

On verra en la table du denier 16, en la derniere colomne, quel nombre correſponde au 6 an, & ſe trouve 48789356; Puis on dira 48789356 viennent de 60000000 (à ſçavoir 10000000 multipliez par 6 ans) de combien viendront 263 lb; faict capital 323 $\frac{26038012}{48789356}$ lb.

### Exemple XV. avquel est requis le capital.

*Quelcun doibt certaine ſomme à payer en* 27 *ans, à ſçavoir à chaſcune année le* $\frac{1}{27}$ *de ladicte ſomme, Et accorde avec ſon crediteur, de les payer argent comptant, en rabatant* 4010 lb *pour intereſt compoſé à raiſon de* 14 *pour* 100 *par an, de combien eſtoit le capital?*

### Construction.

On verra en la table de 14 pour 100 quel nombre correſpond en la derniere colomne ſur le 27 an; & ſe trouve 66351565, le meſme ſoubſtraict de 270000000 (à ſçavoir 10000000 multipliez par 27) reſte 200648435; Puis on dira, 200648435 viennent de 270000000, de combien viendront 4010 lb? faict pour ſolution 5396 $\frac{1044710}{200648435}$ lb.

### Demonstration.

Veu qu'il eſt dict au premier exemple de ceſte propoſition, que 700 lb à payer au bout de 10 ans, vallent argent comptant 225 $\frac{38124}{100000}$ lb, rabatant intereſt compoſé à raiſon de 12 pour 100; S'enſuit que ſi on employe à intereſt au meſme inſtant leſdictes 225 $\frac{38124}{100000}$ lb à ſçavoir comme devant, à intereſt compoſé de 12 pour 100 par an, que la meſme ſomme, avec ſon intereſt (ſi l'operation eſt bonne) deburoyent monter enſemble au bout de 10 ans 700 lb; Mais trouvant ledict intereſt avec ſon capital, ſelon la doctrine du premier exemple de la troiſieſme propoſition il montera 700 lb, d'ou nous concluons que la conſtruction eſt bonne. Et ſemblable ſera auſſi la demonſtration des autres exemples de ceſte propoſition, laquelle nous paſſons outre à cauſe de briefveté.

### Conclvsion.

Eſtant doncques declaré capital, temps & raiſon d'intereſt compoſé dommageable, nous avons trouvé leur valeur; ce qu'il falloit faire.

## APPENDICE.

FInalement il m'a ſemblé bon de deſcrire quelque reigle generale pour cognoiſtre de 2 ou pluſieurs conditions propoſées, la plus prouffitable, & combien elle eſt meilleure que l'autre, car en cecy conſiſtera peut eſtre la principale utilité de ces tables, à cauſe qu'aucunes perſonnes trafiquans, propoſent journellement l'un à l'autre des conditions, deſquelles la meilleure eſt ſouvent incognue & à l'un & à l'autre.

Pour doncques declarer ceſte reigle en un mot, je di qu'on verra combien que chaſcune propoſe condition vaut argent comptant, en reſpect d'aucun propoſé intereſt, lequel ſe fera par quelque des precedens exemples, & la difference de ces ſommes comptantes, demonſtrera combien que l'une condition eſt meilleure que l'autre, ce qui ſera encore plus clair par les exemples.

### Exemple I.

*On veut ſçavoir combien* 2000 lb *argent comptant, ſeront meilleures au bout de ſept ans, payant intereſt compoſé à raiſon de* 4 *pour* 100 *par chaſcun quart d'année; Que les meſmes* 2000 lb *argent comptant, à payer au bout de ſept ans, à intereſt compoſé de* 16 *pour* 100 *par an.*

### Nota.

Ces conditions ſeroyent egales en intereſt ſimple, mais en intereſt compoſé la difference eſt grande comme apparoiſtra.

### Construction.

On verra en la table de 4 pour 100, combien 2000 lb argent comptant, montent avec leur intereſt au bout de 28 termes (car 28 tels termes font 7 ans) & ſe trouve par le 1 exemple de la 3 propoſition, 5997 $\frac{1372316}{3334772}$ lb; Puis on verra combien 2000 lb avec leur intereſt montent en 7 ans à raiſon de 16 pour 100 par an, & ſe trouve 5652 $\frac{15566605}{33382951}$ lb; Or ſoubſtraict 5652 $\frac{15566605}{33382951}$ lb de 5997 $\frac{1372316}{3334772}$ lb, reſte quaſi 345 lb, & autant monre l'intereſt de la premiere condition plus que l'intereſt de la derniere.

EXEM-

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

EXEMPLE II.

*Quelcun doibt* 32500 ℔, *à ſçavoir* 12000 ℔ *argent comptant, & 6500 ℔ en trois ans, & les* 14000 ℔ *reſtantes, ainſi: Au quatrieſme an* 500 ℔, *& puis à chaſcune année* 500 ℔, *juſques à la totale ſolution, qui durera* 28 *années. Et on luy preſente qu'il paye argent comptant* 6000 ℔, *& au bout de* 4 *ans encore* 5000 ℔, *& les* 21000 ℔ *reſtantes, en ceſte ſorte: au cinequieſme an* 3000 ℔, *& puis apres à chaſcune annee* 3000 ℔ *juſques à la totale ſolution, qui durera* 7 *ans. La demande eſt quelle condition ſoit la meilleure pour le crediteur, & combien qu'elle eſt meilleure que l'autre, poſant intereſt compoſé au denier* 16.

CONSTRVCTION.

*Calculation de la premiere condition.*

Les 12000 ℔ qui ſont à payer argent comptant, vallent argent comptant 12000 ℔.

Et les 6500 ℔ qui ſont à payer en 3 ans, vallent argent comptant par le 1 exemple de la 4 propoſition 5419 $\frac{9225}{10000}$ ℔.

Et les 14000 ℔, à payer chaſque année 500 ℔ durant 28 années, commençant depuis la quatrieſme annee juſques à la 32e année, vallent argent comptant par le 7e exemple de la 4e propoſition 5448 $\frac{4283045\,11\,95}{2800\,0000\,0000}$ ℔.

Leſquelles trois ſommes pour la valeur en argent comptant de la premiere condition, montent 22867 $\frac{6866045\,1\,195}{2800\,0000\,0000}$ ℔.

*Calculation de la ſeconde condition.*

Les 6000 ℔ qui ſont à payer argent comptant, vallent argent comptant 6000 ℔.

Et les 5000 ℔ qui ſont à payer au bout de 4 ans vallent argent comptant par le premier exemple de la 4e propoſition 3923 $\frac{3245}{10000}$ ℔.

Et les 21000 ℔ qui ſont à payer avec 3000 ℔ par an, durant 7 ans, à ſçavoir depuis la cinequieſme année juſques à la douzieſme, vallent argent comptant par le 7e exemple de la 4e propoſition 3024 $\frac{647\,52\,26\,00\,753}{7\,0000\,0000\,00}$ ℔.

Leſquelles trois ſommes pour la valeur en argent comptant de la ſeconde condition montent 22948 $\frac{12465\,16\,00\,751}{7\,0000\,0000\,00}$ ℔.

Ainſi doncques la deuxieſme condition (par ce qu'elle monte d'avanrage que la premiere) eſt meilleure pour le crediteur que la premiere. Or ſoubſtraict la comptante valeur de la premiere condition, de la comptante valeur de la deuxieſme condition, reſte 81 $\frac{1\,10\,81\,50\,10\,65}{28\,0000\,0000\,00}$ ℔, & d'autant eſt la deuxieſme condition meilleure pour le crediteur que la premiere; Laquelle ſolution, & ſemblables ſe rencontrans ſouvent en la practique, ne ſe pourroyent faire ſans le ſecours de ces tables, ſinon que par un labeur ineſtimable.

Ainſi doncques comme deſſus dict eſt, on cherchera touſiours en toutes autres ſemblables queſtions la comptante valeur de diverſes conditions, & leurs differences demonſtrent la plus prouffitable condition.

NOTA.

Si on euſt à calculer quelque queſtion plus que de 30 termes c'eſt à dire de plus de termes qu'il n'y a en noz tables, par exemple de 55 au denier 16; On verra de quels termes de ceux qui ſont en la table du denier 16, ſe compoſe 53, & ſe trouve entre autres de 30, & 23; Parquoy il faut dire: La racine des tables donne le nombre reſpondant en la moyenne colomne au 30 terme, combien donnera le nombre reſpondant en la moyenne colomne au 23 terme? Et ce qui en ſort ſera le nombre pour le 55e terme; C'eſt à dire qu'on dira, 10000000 donnent 1622302, combien 2479901? & ce qui en ſortira pour quatrieſme terme proportionel, ſera le requis. Et ſi quelcun en veut faire preuve il le pourra experimenter par quelques termes conſiſtans en la table.

Si quelcun euſt à ſolver quelque queſtion d'intereſt, & qu'il vouluſt facilement trouver en ce traicté ſemblable queſtion, pour faire ſa conſtruction conforme à icelle; Il conſiderera premierement, ſi la queſtion propoſée eſt d'intereſt compoſé ou ſimple, s'elle eſt d'intereſt ſimple, il faut chercher aux deux premieres propoſitions, mais du compoſé aux deux dernieres. Puis on verra s'elle eſt d'intereſt prouffitable, ou dommageable, car la premiere & troiſieſme propoſition ſont pour le prouffitable, mais la ſeconde & quatrieſme propoſition pour le dommageable. Puis on verra ſi l'on requiert cognoiſtre l'intereſt, ou quelque autre terme comme raiſon d'intereſt, temps, ou capital. Car les premiers exemples de chaſcune propoſition ſont de ceux auſquels eſt requis l'intereſt, mais les derniers exemples, pour les autres.

Item ſi quelcun euſt à calculer en petites ſommes, il pourroit omettre deux ou trois characteres des tables, les coupant vers la dextre, comme le ſemblable eſt auſſi en uſage en la table des Sinus, & pluſieurs autres, car cecy ne peut donner aucune difference d'eſtime ſur petites ſommes, voire ſouvent moindre, que le plus petit denier qui ſe forge, mais ſur grandes ſommes il ſeroit plus ſenſible, pourtant nous avons faict noz tables de grands nombres, ſervans ſi bien pour grandes & notables ſommes (comme ſont ſouventesfois les deniers de Bancquiers, Potentats, Provinces, & ſemblables) que pour les petites.

*Fin de la Reigle d'intereſt.*

## Sixieſme diſtinction de la ſeconde partie de la Practique d'Arithmetique, qui eſt de la reigle de faux.

*D'une fauſſe poſition.*

EXEMPLE I.

*Il y a trois aulnes de drap, deſquelles la premiere couſte les* $\frac{2}{1}$ *de la valeur des trois aulnes, & la ſeconde couſte les* $\frac{3}{7}$ *de la valeur des trois aulnes, & la troiſieſme couſte* 2 ℔; *Combien couſtoyent les trois aulnes?*

CONSTRVCTION.

Poſons le cas que les trois aulnes couſtent 1 ℔, doncques en tel reſpect la premiere aulne couſte $\frac{2}{1}$ ℔, & la ſeconde $\frac{3}{7}$ ℔, deſquelles la ſomme eſt $\frac{29}{35}$ ℔, les meſmes ſoubſtraictes de 1 ℔, reſte $\frac{6}{35}$ ℔, pour la valeur de la troiſieſme aulne. Or ſi la poſition euſt eſté vraye, il y euſt eu de reſte 2 ℔; Il faut doncques dire $\frac{6}{35}$ ℔, viennent de 1 ℔, de combien viendront 2 ℔? faict 11 $\frac{2}{3}$ ℔, & autant couſtent les trois aulnes.

DEMON-

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

DEMONSTRATION.

Les $\frac{2}{4}$ de 11 $\frac{2}{3}$ ℔, font 4 $\frac{2}{3}$ ℔, pour la premiere aulne, & les $\frac{3}{7}$ des mesmes 11 $\frac{2}{3}$ ℔, font 5 ℔, pour la seconde aulne, & la troisiesme aulne coste 2 ℔, lesquelles trois sommes, comme 4 $\frac{2}{3}$ ℔, & 5 ℔, & 2 ℔, font ensemble 11 $\frac{2}{3}$ ℔, comme dessus. Ergo, &c. Ce qu'il falloit demonstrer.

## *De deux fausses positions.*

EXEMPLE II.

*Trois aulnes de drap coustent* 11 ℔, *desquelles la seconde couste le double de la premiere plus* 2 ℔, *& la troisiesme aulne couste le triple de la premiere moins* 3 ℔; *Combien couste chascune aulne?*

CONSTRVCTION.

On posera pour la premiere aulne quelque quantité de livres à plaisir, soit 1 ℔, doncques la seconde aulne selon la proposition, couste 4 ℔, & la troisiesme 0 ℔; Or ces trois sommes montent 5 ℔, & doibuent monter 11 ℔; Doncques la premiere position de 1 vient trop peu ou moins que nous ne desirons 6, ce qu'on notera en ceste sorte:

1 moins 6

Puis on fera quelque autre position soit de 4 ℔, pour la premiere aulne, doncques selon la proposition la seconde couste 10 ℔, & la troisiesme 9 ℔, lesquelles trois sommes montent 23 ℔, & ne doibuent monter que 11 ℔, doncques la seconde position est trop, ou plus que nous ne desirons de 12 ℔, lesquelles on notera soubs la premiere position, & leur disposition sera alors telle:

1 moins 6
4 plus 12

Puis on multipliera par croix, & la reste s'achevera selon la doctrine du 17 probleme de l'Arithmetique & viendra 2 ℔ pour la premiere aulne, dont la disposition de l'operation achevée sera telle:

| | | | |
|---|---|---|---|
| 1 | moins | 6. | 24 |
| 4 | plus | 12. | 12 |
| | | 18. | 36 quotient 2. |

Or estant cognue la valeur de la premiere aulne, il est manifeste que la seconde (selon la proposition) couste 6 ℔, & la troisiesme 3 ℔.

*Demonstration.*

La seconde aulne de 6 ℔, est le double de la premiere aulne de 3 ℔, & la troisiesme aulne couste 2 ℔, desquelles la somme est 11 ℔ selon le requis.

EXEMPLE III.

*Il faut partir* 12 ℔ *en deux parties telles, que l'une avec le tiers de l'autre face* 9 ℔.

CONSTRVCTION.

Posons que l'une partie des 12 ℔ soit 9 ℔, & l'autre partie sera de 3 ℔, & aioustons aux 3 ℔ le tiers de 9 ℔, qui est aussi 3 ℔, & la somme sera 6 ℔, mais il doibt estre 9 ℔ selon la proposition, c'est doncques moins 3; parquoy la premiere position sera telle:

9 moins 3

Posons autrefois que l'une partie de 12 ℔ soit 6 ℔, & l'autre partie sera aussi de 6 ℔, aioustons à ces 5 ℔ le tiers des autres 6 ℔, qui est 2 ℔, & la somme sera 8 ℔, mais elle deburoit estre 9 ℔ selon la proposition, c'est doncques moins 1 ℔. Puis soubstrayant & divisant selon la reigle du 17 probleme de l'Arithmetique, vient quotient pour l'une partie 4 $\frac{1}{2}$ ℔, lesquelles soubstraictes de 12 ℔, reste 7 $\frac{1}{2}$ ℔ pour la seconde partie, & la disposition des characteres de l'operation achevée est telle:

| | | | |
|---|---|---|---|
| 9 | moins | 3 . | 18 |
| 6 | moins | 1 . | 9 |
| | | 2 . | 9 quotient 4 $\frac{1}{2}$. |

DEMONSTRATION.

Le tiers de l'une partie 4 $\frac{1}{2}$ ℔ est 1 $\frac{1}{2}$ ℔, qui aioustè à l'autre partie 7 $\frac{1}{2}$ ℔, la somme sera selon le requis 9 ℔.

EXEMPLE IV.

*Il y a trois aulnes de drap, desquelles la premiere avec la* $\frac{1}{2}$ *des deux autres couste* 10 ℔, *& la seconde avec le* $\frac{1}{3}$ *des deux autres couste* 10 ℔, *& la troisiesme avec le* $\frac{1}{4}$ *des deux autres couste* 10 ℔, *combien couste chascune aulne?*

CONSTRVCTION.

Posons que la premiere aulne couste 4 ℔, lesquelles soubstraictes de 10 ℔, reste 6 ℔, pour la moitie de la valeur de la seconde & troisiesme aulne; Parquoy la seconde & troisiesme aulne coustent 12 ℔, & la premiere 4 ℔, qui font ensemble 16 ℔, pour la valeur des 3 aulnes. Or pour sçavoir la valeur de la seconde & troisiesme aulne, il faut partir les 16 ℔ en deux parties telles, que l'une aioustee avec le $\frac{1}{3}$ de l'autre, face 10, & les parties seront (par le precedent 3 exemple) 7 ℔ pour la seconde aulne, & 9 ℔ pour la troisiesme & premiere aulne; Mais la premiere aulne est de 4 ℔ par l'hypothese, doncques la troisiesme sera de 5 ℔. Or la premiere & deuxiesme aulne ont leur valeur precisement selon la proposition, mais pas la troisiesme; car 5 avec le $\frac{1}{4}$ de la premiere & seconde aulne, ne faict que $\frac{21}{4}$ ℔, & doibt faire 10 ℔, C'est doncques moins $\frac{9}{4}$ ℔. Parquoy la premiere fausse position aura sa disposition de characteres telle:

4 . 7 . 5 . moins $\frac{9}{4}$

C'est à dire la premiere aulne 4 ℔, la seconde aulne 7 ℔, la troisiesme aulne 5 ℔, vient moins $\frac{9}{4}$ ℔.

Posons maintenant pour la premiere aulne 3 ℔, & faisons en comme de la precedente premiere position, viendra 3 . $\frac{13}{2}$ . $\frac{15}{2}$ moins $\frac{1}{8}$, lesquelles nous appliquerons à la premiere position en ceste sorte:

4 . 7 . 5 . moins $\frac{9}{4}$
3 . $\frac{13}{2}$ . $\frac{15}{2}$ . moins $\frac{1}{8}$

Ce faict, pour trouver la valeur de la premiere aulne, nous pouvons disposer les 4 & 3 respondans à la premiere aulne, ensemble les $\frac{9}{4}$ & $\frac{1}{8}$, comme s'il fust particuliere operation des faux en ceste sorte:

4 moins $\frac{9}{4}$
3 moins $\frac{1}{8}$

Or besoignant selon les reigles precedentes, viendra pour la valeur de la premiere aulne 2 $\frac{16}{17}$ ℔, dont la disposition est telle:

| | | | |
|---|---|---|---|
| 4 | moins | $\frac{9}{4}$ . | $\frac{27}{4}$ |
| 3 | moins | $\frac{1}{8}$ . | $\frac{1}{2}$ |
| | | $\frac{17}{8}$ . | $\frac{30}{8}$ quotient 2 $\frac{16}{17}$ ℔ |

Et

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

Et pour trouver la valeur de la seconde aulne, on mettra de mesme sorte en ordre 7 & $\frac{13}{2}$ respondans à la seconde aulne, & l'on besoignera comme devant, & se trouvera pour la seconde aulne $6\frac{8}{17}$ lb, desquels la disposition est telle:

| | | |
|---|---|---|
| 7 | moins | $\frac{9}{4}$ . $\frac{117}{8}$ |
| $\frac{13}{2}$ | moins | $\frac{1}{8}$ . $\frac{7}{8}$ |
| | | $\frac{17}{8}$ . $\frac{110}{8}$ quotient $6\frac{8}{17}$ lb. |

Et pour trouver la valeur de la troisiesme aulne, l'on mettra de mesme sorte en ordre 5 & $\frac{15}{2}$, respondans à la troisiesme aulne, & on besoignera comme devant, & se trouvera pour la troisiesme aulne $7\frac{11}{17}$ lb, desquels la disposition est telle:

| | | |
|---|---|---|
| 5 | moins | $\frac{9}{4}$ . $\frac{135}{8}$ |
| $\frac{15}{2}$ | moins | $\frac{1}{8}$ . $\frac{5}{8}$ |
| | | $\frac{17}{8}$ . $\frac{130}{8}$ quotient $7\frac{11}{17}$ lb. |

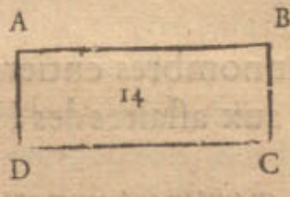
### Demonstration.

Au premier, la somme de la seconde aulne $6\frac{8}{17}$ lb, & de la troisiesme aulne $7\frac{11}{17}$ lb, est $14\frac{2}{17}$ lb, desquelles la moitie est $7\frac{1}{17}$ lb, les mesmes ajoustees à $2\frac{16}{17}$ lb de la premiere aulne, font 10 lb.

Au second, la somme de la premiere aulne $2\frac{16}{17}$ lb, & de la troisiesme aulne $7\frac{11}{17}$ lb, est $10\frac{10}{17}$ lb, desquelles le tiers est $3\frac{9}{17}$ lb, les mesmes ajoustées à $6\frac{8}{17}$ lb de la seconde aulne, font 10 lb.

Au troisiesme, la somme de la premiere aulne $2\frac{16}{17}$ lb, & de la seconde aulne $6\frac{8}{17}$ lb, est $9\frac{7}{17}$ lb, desquelles le quart est $2\frac{6}{17}$ lb, les mesmes aioustées à $7\frac{11}{17}$ lb, font 10 lb, comme il estoit requis.

### Exemple V.




*Il y a un quadrangle rectangle* A B C D, *duquel la superfice faict* 14, *& le coste* A B *est double au coste* A D, *la demande est de combien soit chascun desdicts costez.*

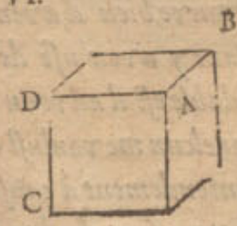
### Construction.

| | | |
|---|---|---|
| Soit A D. | 1 ① | ✓ 7 |
| Ergo A B son double | 2 ① | ✓ 28 |
| Mais multiplié A D par A B, donne la superfice A C, Doncques le produict desdictes | | |
| 1 ① par 2 ① qui est | 2 ② | 14 |
| Est egal à | | 14 |

Et par le 78 probleme de l'Arithmetique 1 ① vaudra ✓ 7.

Je di, que A D est ✓ 7, & A B ✓ 28. *Demonstration.* ✓ 28 est double à ✓ 7, par le 21 probleme de l'Arithmetique. Et multipliant A B ✓ 28 par A D ✓ 7, donne la vraye superfice A C 14; ce sont doncques les vrayes quantitez requises desdicts costez; ce qu'il falloit demonstrer.

### Exemple VI.




*Il y a un solide rectangle* A B C D, *duquel le contenu est* 192, *& comme* 4 *à* 3, *&* 3 *à* 2, *ainsi la hauteur* C D, *à la longueur* D A, *& la longueur* D A, *à la largeur* A B, *la demande est combien soit chascun desdicts costez.*

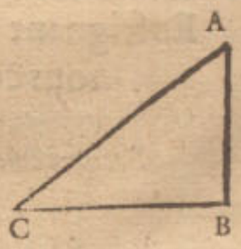
### Construction.

| | | |
|---|---|---|
| Soit C D | 4 ① | 8 |
| Ergo D A | 3 ① | 6 |
| Ergo A B | 2 ① | 4 |
| Mais multiplié C D par D A, & iceluy produict autrefois par A B, donne le solide A B C D; Doncques ledict produict de C D 4 ①, par D A 3 ①, faisant 12 ②, & le mesme autrefois multiplié par A B 2 ① qui faict | 24 ③ | 192 |
| Est egal à | 192 | |

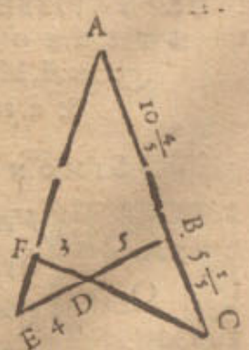
Et par le 78 probleme de l'Arithmetique 1 ① vaudra 2.

Je di, que C D est 8, & D A 6, & A B 4. *Demonstration.* Il y a telle raison de 8 à 6, & de 6 à 4, comme de 4 à 3, & de 3 à 2. Et multipliant C D 8, par D A 6, faict 48, le mesme par A B 4, faict le vray solide 192; ce sont doncques les vrayes quantitez requises desdicts costez; ce qu'il falloit demonstrer.

Nota. Il y a des aucuns qui descrivent & solvent plusieurs questions (& principalement des figures geometriques) par l'Algebre, lesquelles toutesfois se peuvent solver par reigle de trois ou autre calculation vulgaire; Mais à fin que la chose soit bien & utilement entendue, il convient sçavoir, que telles operations par Algebre, enseignent aucunement l'usage d'icelle reigle, mais quant au reste ce n'est pas l'operation que l'on usera en la practique, pour la plus cõmode, veu qu'elle est propre pour les questions, esquelles les termes donnez sont obscurement proposez, comme quand l'on cherche les costez incognuz des grandeurs par leurs superfices ou solides grandeurs cognues, comme au precedent 5e & 6e exemple, & semblables. Mais à fin que nous en parlions par exemple; Soit un triangle A B C, duquel la perpendiculaire A B soit 4 & la base B C 5, l'on veut sçavoir de combien soit l'hypothenuse A C. Or nous sçavons que la racine de la somme des deux quarrez de A B & B C, est le nombre de A C, pourtant ajoustant 25 & 16 (qui sont les quarrez de 5 & 4) font 41, sa racine pour A C est ✓ 41, & ceste operation est plus commode que par Algebre, en laquelle l'on finge & faict la mine que le notoire soit incogneu, ce qui est inutile.




Soit autrefois la figure du 12 *Cap. Lib.* 1 *magnæ construct. Ptol.* A B C D E F, de laquelle A C soit 16, & C D 7, & D F 3, & E D 4, & D B 5, Et on veut sçavoir le nombre de A B & B C. Or ayant Ptoleméé demonstré, que la raison de A C à A B, est composé de deux raisons, à sçavoir de la raison C F 10, à F D 3, & de la raison D E 4, à E B 9, il est manifeste que tous les termes necessaires sont cogneus pour operer sans Algebre. Car ajoustant lesdictes Raisons, à sçavoir *Raison* $\frac{10}{3}$ avec *Raison* $\frac{4}{9}$, donnent somme (par le 5e probleme à la 2e distinction de ceste Practique d'Arithmetique) *Raison* $\frac{40}{27}$; dõcques la raison de A C à A B, est comme de 40 à 27, par-






Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

quoy comme 40 à 27, ainſi A C à A B; diſant doncques 40 donnent 27 combien 16? faict pour A B 10 $\frac{4}{5}$, qui ſoubſtraict de 16, reſte pour B C $\frac{1}{5}$. Doncques A B eſt 10 $\frac{4}{5}$, & B C 5 $\frac{1}{5}$; Laquelle operation eſt beaucoup plus facile & commode, que par Algebre. Le meſme s'entendra de pluſieurs autres, comme pour trouver les cordes du circle, ſervant à la conſtruction des tables des Sinus, ce que les aucuns font (autrement que Ptolemée & Iehan de Montroial) par ladicte Algebre; Pourtant comme nous avons dict cy deſſus, l'on peut eſtimer que tels exemples enſeignent les operations d'icelle reigle (combien qu'il y a aſſez d'autre maniere propre) mais ils ne ſont pas commodes pour les uſer en la Practique, parce que l'on ſe propoſe ainſi inutilement, que la choſe cognue ſoit occulte. Et voyla la raiſon pourquoy nous n'avons point deſcript l'expedition de tels exemples par Algebre.

### Exemple VII.

*Il y a trois compaignons* A B C, *qui ont party entre eux certaine ſomme; Et la part de* C, *eſtoit egale à la part de* B; *avec le* $\frac{1}{3}$ *de* A; *Et la part de* B, *eſtoit egale à la part de* A, *avec la* $\frac{1}{5}$ *de* C; *& la part de* A, *eſtoit egale à* 4 ℔, *avec le* $\frac{1}{4}$ *de* B. *La demande eſt de combien eſtoit la totale ſomme & la part d'un chaſcun.*

### Construction.

L'on beſoignera ſelon la doctrine de la 23e queſtion du premier livre de Diophante, & ſe trouve pour ſolution que A avoit 6 ℔, & B 8 ℔, & C 10 ℔, qui font enſemble 24 ℔.

### Nota.

Nous pourrions icy deſcrire pluſieurs difficiles queſtions, appliquans à diverſes matieres les nombres des queſtions du 81 probleme de l'Arithmetique, comme nous avons faict en ceſte precedente 7e queſtion. Mais veu que celuy qui entendra leſdictes queſtions le pourra facilement faire par ſoymeſme, nous n'y conſommerons pas le temps.

*Fin de la reigle de Faux.*

## Septieſme diſtinction de la ſeconde Partie de la Practique d'Arithmetique, qui eſt de la Diſme.

---

# LA DISME,

Enſeignant facilement expedier par nombres entiers ſans rompuz, tous comptes ſe rencontrans aux affaires des Hommes.

*Premierement deſcripte en Flameng, & maintenant convertie en François, par* Simon Stevin *de Bruges.*

## AVX ASTROLOGVES, ARPENTEURS, MESVREVRS DE TAPISSERIE, GAVIEVRS, STEREOMETRIENS EN general, Maiſtres de monnoye, & à tous Marchans:

Simon Stevin *Salut.*

*QVelcun voyant la petiteſſe de ce livret, & la comparant à la grandeur de vous mes* Treshonnorez Seigneurs; *auſquels il eſt dedié, eſtimera peut eſtre noſtre concept abſurd; Mais s'il conſidere la Proportion, qui eſt, comme la petite quantité de ceſtui cy, à l'humaine imbecillité de ceux la, ainſi ſes grandes utilitez, à leurs hauts & ingenieux entendemens, ſe trouvera avoir faict comparaiſon des termes extremes, leſquels ne la permettent en converſion de proportion quelconque. Soit doncques le troiſieſme au quatrieſme. Mais que ſera ce proposé? d'aventure quelque invention admirable? non certes, mais choſe ſi ſimple qu'elle ne merite quaſi le nom d'invention, car comme l'homme ruſtique, & lourd, trouve bien d'aventure quelque grand treſor, ſans y avoir uſé de ſcience, tout ainſi le ſemblable eſt il advenu en ceſt affaire: Pourtant ſi quelcun me vouluſt eſtimer pour vanteur de mon entendement à cauſe de l'explication de ces vtilitez; ſans doubte il demonſtre, ou qu'il n'y a eu luy*

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

luy ny jugement, ny intelligence, de ſçavoir diſcerner les choſes ſimples des ingenieuſes, ou qu'il ſoit envieux de la proſperité commune; mais quoy qu'il en ſoit, il ne faut pas omettre l'utilité de ceſtui cy, pour l'inutile calomnie de ceſtuy la. Or comme le marinier ayant d'aventure trouvé quelque Iſle incognue, declare franchement au Roy toutes ſes richeßes, comme d'avoir beaux fruicts, precieux mineraux, plaiſantes contrees, &c. ſans que cela luy ſoit reputé pour philautie; ainſi nous parlerons icy librement de la Grande utilité de ceſte invention, je di Grande, voire plus Grãde que je n'eſtime qu'aucun de vous autres attende, ſans toutesfois me glorifier du mien.

Veu doncques que la matiere de ceſte DISME (la cauſe duquel nom ſera declarée par la ſuyvante premiere definition) eſt nombre, l'utilité des effects de laquelle, vous M^rs eſt aßés notoire par voz continuelles experiences, il ne ſera point meſtier d'en faire beaucoup de parolles; Car s'il eſt Aſtrologue, il ſçait que le monde eſt devenu par les computations Aſtronomiques (car elles enſeignent au Pilote l'elevation de l'Equateur, & du Pole, par le moyen de la table des declinations du Soleil, l'on deſcript par icelles la vraye longitude & latitude des lieux, &c.) vn paradis, abondant en pluſieurs lieux, de ce que toutesfois la terre n'y peut point produire. Mais comme le doux n'eſt jamais ſans l'amer, le travail de telles computations ne luy ſera point caché, à cauſe des labourieuſes multiplications, & diviſions, qui procedent de la ſoixantieſme progreſſion des Degrez, Minutes, Secondes, Tierces, &c. Mais s'il eſt Arpenteur, il ſçaura le grand benefice que le monde reçoit de ſa ſcience, par laquelle s'evitent pluſieurs difficultez & noiſes, qui s'eleveroyent journellement, à cauſe de l'incognue capacité des terres; outre cela il ne ignore pas (principalement celui auquel les affaires ſont grandes) les ennuieuſes multiplications, qui procedent des Verges, Pieds, & ſouvent Doigts, l'un par l'autre, qui n'eſt pas ſeulement moleſte, mais (combien toutesfois que le meſurer & autres choſes precedentes fuſſent bien expediees) ſouvent cauſe d'erreur, tendant au grand dommage de l'un ou de l'autre. Auſſi à la ruine de la bonne renommée de l'Arpenteur: Et ainſi des Maiſtres des monnoyes, Marchans, & chaſcun au ſien. Mais d'autant que ceux la ſont plus dignes, & les voies pour y parvenir plus labourieuſes, d'autant plus grande eſt ceſte diſcouverte DISME oſtant toutes ces difficultez; Mais comment? Elle enſeigne (a fin de dire beaucoup en un mot) d'expedier facilement ſans nõbres rompuz, tous comptes qui ſe rencontrent aux affaires des Humains: de ſorte que les quatre principes d'Arithmetique que l'on appelle Ajouſter, Soubſtraire, Multiplier & Diviſer par nombres entiers, pourront ſatisfaire à tel effect: Cauſant ſemblable facilité a ceux qui uſent des gettons. Or ſi par tel moyen ſera gaigné le precieux temps; Si par tel moyen ſera ſauvé, ce qui ſe perderoit autrement; Si par tel moyen ſera oſté labeur, noiſe, erreur, dommaige, & autres accidens communement ajoincts à ceux cy, je le mects volontiers à voſtre jugement.

Quant à ce que quelcun me pourroit dire, que pluſieurs inventions ſemblent bonnes au premier regard; Mais quand on s'en veut ſervir, l'on n'en peut rien effectuer, & comme il avient ſouvent aux chercheurs de forts mouvemens, qui ſemblent bons en petites preuves, mais aux grandes, ou a l'effect, ils ne vallent pas un feſtu: Nous luy reſpondons qu'il n'y a icy telle doubte, parce que l'experience s'en faict journellement en la choſe meſme; A ſçavoir par divers experts Arpenteurs Hollandois, auſquels nous l'avons declaré, leſquels (laiſſans ce qu'ils avoyent inventé chaſcun à ſa maniere, pour amoindrir le travail de leurs computations) l'uſent à leur grand contentement, & par tel fruict comme la Nature teſmoigne s'en devoir neceſſairement ſuivre: Le meſme aviendra à un chaſcun de vous autres mes Treshonnores Seig^rs qui feront comme eux. Vivez ce pendant en toute felicité.



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

## ARGVMENT.

LA Disme a deux parties, Definitions, & Operation. En la premiere partie se declarera par la premiere Definition, quelle chose soit Disme; Par la seconde, troisiesme & quatriesme, que signifie Commencement, Prime, Seconde, &c. & nombres de Disme.

En l'operation se declarera par quatre propositions, l'Addition, Soubstraction, Multiplication, & Division des nombres de Disme, Dequoy l'ordre se peut representer succinctement par telle table:

La Disme a deux parties.
- Definitions, comme quelle chose soit
  - Disme.
  - Commencement.
  - Prime, Seconde, &c.
  - Nombre de Disme.
- Operation de
  - l'Addition.
  - Soubstraction.
  - Multiplication.
  - Division.

A la fin du precedent sera encore appliqué une Appendice, declarant l'usage de la Disme par quelques exemples és choses.

---

## LA PREMIERE PARTIE DE LA DISME DES definitions.

### Definition I.

*Disme est une espece d'Arithmetique, inventée par la Disiesme progression, consistente es characteres des ciffres, par lesquels se descript quelque nombre, & par laquelle l'on depesche par nombres entiers sans rompuz, tous comptes se rencontrans aux affaires des hommes.*

### Explication.

Soit quelque nombre de mille cent & onze, descript par characteres des cyffres en ceste sorte 1111, ausquels appert que chasque 1 est la dixiesme part de son prochain charactere precedent. Semblablement en 2378, chasque unité du 8, est la dixiesme de chasque unité du 7. Et ainsi de tous les autres. Mais parce qu'il est convenable que les choses desquelles on veut traicter, ayent des noms, & que ceste maniere de computation est trouvée par consideration de telle dixiesme ou disme progression, voire qu'elle consiste entierement en icelle, comme apparoistra cy apres, nous nommons ce traicté proprement & convenablement la Disme, par la mesme on peut operer avec nombres entiers sans rompuz en tous les comptes se rencontrans en nos affaires, comme sera demonstré au suyvant.

### Definition II.

*Tout nombre entier proposé se dict* Commencement, *son signe est tel* ⓪.

### Explication.

Par exemple quelque nombre proposé de trois cens soixantequatre, nous le nommons trois cens soixantequatre Commencemens, les descrivant en ceste sorte 364⓪. Et ainsi de tous autres semblables.

### Definition III.

*Et chasque dixiesme partie de l'unité de commencement nous la nommons* Prime, *son signe est tel* ①; *& chasque dixiesme partie de l'unité de prime nous la nommons* Seconde, *son signe est tel* ②. *Et ainsi des autres chasque dixiesme partie, de l'unité de son signe precedent, tousiours en l'ordre un d'avantage.*

### Explication.

Comme 3①7②5③9④, c'est à dire 3 *Primes* 7 *Secondes* 5 *Tierces* 9 *Quartes*; & ainsi se pourroit proceder en infini. Mais pour dire de leur valeur, il est notoire, que selon ceste definition, lesdicts nombres font $\frac{3}{10}$ $\frac{7}{100}$ $\frac{5}{1000}$ $\frac{9}{10000}$, ensemble $\frac{3759}{10000}$. Semblablement 8⓪9①3②7③ vallent $8\frac{9}{10}\frac{3}{100}\frac{7}{1000}$, ensemble $8\frac{937}{1000}$. Et ainsi d'autres semblables. Il faut aussi sçavoir que nous n'usons en la Disme d'aucuns nombres rompuz, aussi que le nombre de multitude des signes, excepté ⓪, n'excede jamais le 9. Par exemple nous n'escrivons pas 7①12③, mais en leur lieu 8①2②, car ils vallent autant.

### Definition IV.

*Les nombres de la precedente seconde & troisiesme Definition se disent en general* Nombres de Disme.

*Fin des Definitions.*

---

## SECONDE PARTIE DE LA DISME DE L'OPERATION.

### PROPOSITION I, DE L'Addition.

*Estant donnez nombres de Disme à ajouster: Trouver leur somme:*

*Explication du donné.* Il y a trois ordres de nombres de Disme, desquels le premier 27⓪8①4②7③, le deuxiesme 37⓪8①7②5③, le troisiesme 875⓪7①8②1③.

*Explication du requis.* Il nous faut trouver leur somme. *Construction.* On mettra les nombres donnez en ordre comme ci joignant, les aioustant selon la vulgaire maniere d'aiouster nombres entiers, en ceste sorte:

| | ⓪ | ① | ② | ③ |
|---|---|---|---|---|
| | 2 | 7 | 8 | 4 | 7 |
| | 3 | 7 | 6 | 7 | 5 |
| 8 | 7 | 5 | 7 | 8 | 1 |
| 9 | 4 | 1 | 3 | 0 | 4 |

Donne somme (par le 1 probleme de l'Arithmetique) 941304, qui sont (ce que demonstrent les signes dessus les nombres) 941⓪3①0②4③. Ie di, que les mesmes sont la somme requise. *Demonstration.* Les 27⓪8①4②7③ donnez, font (par la 3e definition) $27\frac{8}{10}\frac{4}{100}\frac{7}{1000}$, ensemble $27\frac{847}{1000}$, & par mesme raison les 37⓪6①7②5③ vallent $37\frac{675}{1000}$, & les $8\frac{75}{100}$⓪7①8②4③ feront $875\frac{782}{1000}$, lesquels trois nombres, comme $27\frac{847}{1000}$, $37\frac{675}{1000}$, $875\frac{782}{1000}$, font ensemble (par le 10e probleme de l'Arith.) $941\frac{304}{1000}$, mais autant vaut aussi la somme 941⓪3①0②4③, c'est

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

c'eſt doncques la vraye Somme, ce qu'il falloit demonſtrer. *Concluſion.* Eſtant doncques donnez nombres de Diſme à ajouſter, nous avons trouvé leur Somme, ce qu'il falloit faire.

NOTA.

Si aux nombres donnez defalloit quelque ſigne de leur naturel ordre, on emplira ſon lieu par le diffaillant. Soyent par exemple les nombres donnez 8 ⓪ 5 ① 6 ②, & 5 ⓪ 7 ②, auquel dernier defaut le ſigne de l'ordre ①. L'on mettra en ſon lieu 0 ①, prennant alors comme pour nombre donné 5 ⓪ 0 ① 7 ②, les ajouſtant comme cy devant en ceſte ſorte :

| ⓪ | ① | ② |
|---|---|---|
| | 8 | 5 6 |
| | 5 | 0 7 |
| 1 | 3 | 6 3 |

Ceſt avertiſſement ſervira auſſi aux trois propoſitions ſuyvantes, la ou il faut touſiours emplir l'ordre des figures diffaillantes, comme nous avons faict en ceſt exemple.

## PROPOSITION II, DE LA SOVBSTRACTION.

*ESTant donné nombre de Diſme duquel on ſoubſtraict, & à ſoubſtraire : Trouver leur Reſte.*

*Explication du donné.* Soit le nombre duquel on ſoubſtraict 237 ⓪ 5 ① 7 ② 8 ③, & à ſoubſtraire 59 ⓪ 7 ① 4 ② 9 ③. *Explication du requis.* Il faut trouver leur reſte. *Conſtruction.* On mettra les nombres donnez en ordre cõme cy joignant, ſoubſtrayant ſelon la vulgaire maniere de ſoubſtraction par nombres entiers, en ceſte ſorte :

| ⓪ | ① | ② | ③ |
|---|---|---|---|
| 2 | 3 | 7 | 5 7 8 |
| | 5 | 9 | 7 3 9 |
| 1 | 7 | 7 | 8 2 9 |

Reſte (par le 2 probleme de l'Arithmetique) 177829 qui ſont (ce que denotent les ſignes par deſſus les nombres) 177 ⓪ 8 ① 2 ② 9 ③ ; Ie di que les meſmes ſont la reſte requiſe. *Demonſtration.* Les 237 ⓪ 5 ① 7 ② 8 ③, font (par la 3 definition de ceſte Diſme) 237 $\frac{5}{10}$, $\frac{7}{100}$, $\frac{8}{1000}$, enſemble 237 $\frac{578}{1000}$ ; Et par meſme raiſon les 59 ⓪ 7 ① 4 ② 9 ③ vallent 59 $\frac{749}{1000}$, leſquelles ſoubſtraicts de 237 $\frac{578}{1000}$, reſte (par le 10 probleme de l'Arithmetique) 177 $\frac{829}{1000}$. Mais autant vallent leſdictes 177 ⓪ 8 ① 2 ② 9 ③, c'eſt doncques la vraye Reſte ; ce qu'il falloit demonſtrer. *Concluſion.* Eſtant doncques donné nombre de Diſme duquel on ſoubſtraict, & à ſoubſtraire, nous avons trouvé leur reſte, ce qu'il falloit faire.

## PROPOSITION III, DE LA MVLTIPLICATION.

*ESTant donné nombre de Diſme à multiplier, & multiplicateur : Trouver leur produict.*

*Explication du donné.* Soit le nombre à multiplier 32 ⓪ 5 ① 7 ②, & multiplicateur 89 ⓪ 4 ① 6 ②. *Explication du requis.* Il faut trouver leur produict. *Conſtruction.* On mettra les nombres donnez en ordre comme cy joignant, multipliant ſelon la vulgaire maniere de multiplication par nombres entiers, en ceſte ſorte :

| ⓪ | ① | ② | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | | 3 | 2 | 5 | 7 |
| | | 8 | 9 | 4 | 6 |
| | 1 | 9 | 5 | 4 | 2 |
| | 1 | 3 | 0 | 2 | 8 |
| 2 | 9 | 3 | 1 | 3 | |
| 2 | 6 | 0 | 5 | 6 | |
| 2 | 9 | 1 | 3 | 7 | 1 2 2 |

⓪ ① ② ③ ④

Donne produict (par le 3 probleme de l'Arithmetique) 29137122. Or pour ſçavoir que ce ſont, on ajouſtera les deux derniers ſignes donnez, l'un ②, & l'autre auſſi ②, font enſemble ④, nous dirons donc que le ſigne du dernier charactere du produict ſera ④, lequel eſtant cogneu, tous les autres ſeront notoires, à cauſe de leur ordre continu : De ſorte que 2 9 1 3 ⓪ 7 ① 1 ② 2 ③ 2 ④ ſont le produict requis. *Demonſtration.* Le nombre donné à multiplier 3 2 ⓪ 5 ① 7 ②, faict (comme appert par la 3e definition de ceſte Diſme) 32 $\frac{5}{10}$, $\frac{7}{100}$, enſemble 32 $\frac{57}{100}$, & par meſme raiſon le multiplicateur 8 9 ⓪ 4 ① 6 ②, vaut 89 $\frac{46}{100}$, par le meſme multiplié ledict 32 $\frac{57}{100}$, donne produict (par le 11e probleme de l'Arithmetique) 2913 $\frac{7122}{10000}$ ; mais autant vaut auſſi ledict produict 2913 ⓪ 7 ① 1 ② 2 ③ 2 ④, c'eſt donc le vray produict, ce qu'il nous falloit demonſtrer. Mais pour dire maintenant la raiſon, pourquoy ② multipliée par ②, donne produict ④ (qui eſt la ſomme de leurs nombres) Item pourquoy ④ par ⑤ donne produict ⑨, & pourquoy ⓪ par ③, donne ③, &c. Prennons $\frac{2}{10}$ & $\frac{3}{100}$ (qui ſont par la 3e definition de ceſte Diſme 2 ① 3 ②) leur produict eſt $\frac{6}{10000}$, qui vallent par ladicte troiſieſme definition, 6 ③. Multipliant doncques ① par ②, le produict eſt ③, à ſçavoir un ſigne compoſé de la ſomme des nombres des ſignes donnez.

CONCLVSION.

Eſtant doncques donné nombre de Diſme à multiplier, & multiplicateur, nous avons trouvé leur Produict. ce qu'il falloit faire.

NOTA.

Si le dernier ſigne du nombre à multiplier fuſt inegal au dernier ſigne du multiplicateur ; par exemple l'un 3 ④ 7 ⑤ 8 ⑥, l'autre 5 ① 4 ②, l'on fera comme deſſus, & la diſpoſition des characteres de l'operation ſera telle:

| ④ | ⑤ | ⑥ | | |
|---|---|---|---|---|
| | 3 | 7 | 8 | |
| | | 5 | 4 | ② |
| | 1 | 5 | 1 | 2 |
| 1 | 8 | 9 | 0 | |
| 2 | 0 | 4 | 1 | 2 |

④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧

## PROPOSITION IV, DE LA DIVISION.

*ESTant donné nombre de Diſme à diviſer & diviſeur : Trouver leur Quotient.*

*Explication du donné.* Soit le nombre à diviſer 3 ⓪ 4 ① 4 ② 3 ③ 5 ④ 2 ⑤, & le diviſeur 9 ① 6 ②. *Explication du requis.* Il nous faut trouver leur quotient. *Conſtruction.* On diviſera les nombres donnez (omettant leurs ſignes) ſelon la vulgaire maniere de diviſer par nombres entiers ainſi :

Donne Quotient (par le 4e probleme de l'Arithmetique) 3587. Or pour ſçavoir que ce ſont, le dernier ſigne du diviſeur qui eſt ②, ſe ſoubſtraira du dernier ſigne du nombre à diviſer, qui eſt ⑤, reſte ③, pour le ſigne du dernier charactere du Quotient, qui eſtant ainſi cogneu, tous les autres ſeront auſſi manifeſtes, à cauſe de leur continu ordre, de ſorte que 3 ⓪ 5 ① 8 ② 7 ③, ſont le Quotient requis. *Demonſtration.* Le nombre donné à diviſer 3 ⓪ 4 ① 4 ② 3 ③ 5 ④ 2 ⑤, faict (comme appert par la troiſieſme definition de ceſte Diſme) 3 $\frac{4}{10}$ $\frac{4}{100}$ $\frac{3}{1000}$ $\frac{5}{10000}$ $\frac{2}{100000}$, enſemble 3 $\frac{44312}{100000}$, par lequel diviſé leſdicts 3 $\frac{44312}{100000}$, donne quotient (par le 13e probleme de l'Arithmetique) 3 $\frac{584}{1000}$, mais autant vaut ledict Quotient 3 ⓪ 5 ① 8 ② 7 ③, c'eſt donc le vray quotient. ce qu'il falloit demonſtrer. *Concluſion.* Eſtant doncques donné nombre de Diſme à diviſer, & diviſeur, nous avons trouvé leur Quotient, ce qu'il falloit faire.

| ⓪ | ① | ② | ③ |
|---|---|---|---|
| | | | 1 |
| | | 1 | 8 |
| | | 6 | 4 |
| | | 1 | 7 |
| 3 | 4 | 4 | 3 5 8 7 |
| | | 6 | 6 6 6 |
| | | | 6 6 6 |



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

NOTA 1. Si les signes du diviseur fussent plus hauts que les signes du nombre à diviser, l'on mettra joignant le nombre à diviser autant des 0 qu'on veut, ou autant qu'il sera mestier. Par exemple 7 ②, sont à diviser par 4 ⑤; je mects pres le 7 quelques 0 ainsi 7000, les divisant comme dessus en ceste sorte : Donne quotient 1750 ◎. Il avient quelques fois que le quotient ne se pourra expliquer par nombres entiers, comme 4 ①, divisees par 3 ②, en ceste sorte :

7 ② ; 4 ⑤ ; 7 0 0 0 (1 7 5 0 ◎

La ou il appert qu'il y en sortiront infinement des trois, restant tousiours $\frac{1}{3}$. En tel accident l'on peut approcher si pres, comme la chose le requiert, omettant le residu. Il est bien vray que 13 ◎ 3 ① $3\frac{1}{3}$ ②, ou 13 ◎ 3 ① 3 ② $3\frac{1}{3}$ ③, &c. seroit le parfaict requis, mais nostre intention est d'operer en ceste Disme, par nombres tous entiers. car nous voyons à ce qui se observe aux negoces des hommes, la ou on ne faict point compte de la millieſme partie d'une maille, d'un grain, &c. comme le semblable est souvent use par les principaux Geometriens & Arithmeticiens, en comptes de grande consequence : Comme Ptolemee & Iehan de Montroyal, n'ont pas descript leurs tables des arcs & chordes, ou des sinus, par l'extreme parfection (combien qu'il estoit possible de le faire par nombres multinomies) à cause que ceste imparfection (considerant la fin d'icelles tables) est plus utile que telle parfection.

1 ◎ 1 ① 1 ② (1 ◎ ① ②

4 0 0 0 0 0 0 0 (1 3 3 3

NOTA 2. Les extractions de toutes especes de racines, se peuvent aussi faire par ces nombres de Disme. Par exemple, pour extraire racine quarree de 5 ② 2 ③ 9 ④, l'on besoignera selon la vulgaire maniere d'extraction en ceste sorte :

Et la racine sera 2 ① 3 ②, car la moitie du dernier signe des nombres donnez, est tousiours le dernier signe de la racine; Pourtant si le dernier signe donné fust de nombre imper, l'on y ajoustera son signe prochain suyvant, & sera alors de nombre per, puis on extraira la racine comme dessus.

Semblablement en l'extraction de racine cubique, le tiers du dernier signe donné, sera tousiours le signe de la racine, & ainsi de toutes autres especes de racines.

*Fin de la Disme.*

---

# APPENDICE.

## PREFACE.

*PVis que nous avons descript cy devant la Disme, nous viendrons maintenant à l'usage d'icelle, demonstrans par 6 Articles, comment tous comptes se rencontrans aux affaires des hommes, se peuvent facilement expedier par icelle, commençant premierement (comme elles ont aussi esté premierement mises en œuvre) aux computations d'Arpenterie comme s'ensuit.*

## ARTICLE I, DES COMPVTATIONS DE L'ARPENTERIE.

L'ON nommera la verge aussi *Commencement*, qui est 1 ◎ la partissant en dix parties egales, desquelles chascune fera 1 ①, puis se partira chascune *Prime* autrefois en dix parties egales, desquelles chascune fera 1 ②, & si on requiert les divisions plus petites, on divisera chasque 1 ② autrefois en dix parties egales, & chascune vaudra 1 ③, procedant ainsi plus avant s'il fust besoing, mais quant à l'Arpenterie, les parties en *Secondes* sont assez petites, mais pour les choses qui requierent la mesure plus juste, comme toicts de plomb, Corps, &c. l'on y peut user des *Tierces*. Quant à ce que la plus part des Arpenteurs n'usent pas de verge ains une chaisne de trois, quatre, ou cincq verges, signans sur le baston de leur croix rectangulaire, quelques cincq ou six pieds avec leur doigts, le semblable se peut faire icy, car au lieu d'iceux cincq ou six pieds avec leurs doigts, l'on peut mettre six ou cincq *Primes* avec leurs *Secondes*.

Cecy estant ainsi preparé, l'on usera en mesurant de ces parties, sans prendre egard aux pieds ou doigts que contient la verge selon la coustume du païs, & ce qui se debura Ajouster, Soubstraire, Multiplier ou Diviser selon ceste mesure, se fera selon la doctrine des precedens exemples.

Par exemple, il faut ajouster quatre triangles, ou superfices de terre, desquelles la premiere 345 ◎ 7 ① 2 ②, La deuxieſme 872 ◎ 5 ① 3 ②, La troisieſme 615 ◎ 4 ① 8 ②, La quatrieſme 956 ◎ 8 ① 6 ②, les mesmes ajoustez selon la maniere declaree à la premiere proposition de ceste Disme en ceste sorte :

Leur somme sera 2790 ◎ ou verges 5 ① 9 ②, lesdictes verges parties selon la coustume, par autant qu'il y a des verges en un Arpent, on aura les arpens requis. Mais si l'on veut sçavoir combien de pieds & doigts font les 5 ① 9 ② (ce que l'Arpenteur ne fera qu'une fois, à la fin du compte qu'il livre aux proprietaires, cõbien que la plus part d'eux, estiment inutile d'y faire mention de pieds ou doigts) on verra sur la verge combien de pieds & doigts (qui sont marquez joignant les dixieſmes parties sur un autre costé de la verge) s'accordent aux mesmes.

| ◎ | ① | ② |
|---|---|---|
| 3 | 4 | 5 7 1 |
| 8 | 7 | 2 5 3 |
| 6 | 1 | 5 4 8 |
| 9 | 5 | 6 8 6 |
| 2 | 7 | 9 0 5 9 |

Au second, estant à soubstraire 57 ◎ 3 ① 2 ②, de 32 ◎ 5 ① 7 ②, l'on besoignera selon la seconde proposition de ceste Disme en ceste sorte :

| ◎ | ① | ② |
|---|---|---|
| 5 | 7 | 3 2 |
| 3 | 2 | 5 7 |
| 2 | 4 | 7 5 |

Et restent 24 ◎ ou verges 7 ① 5 ②.

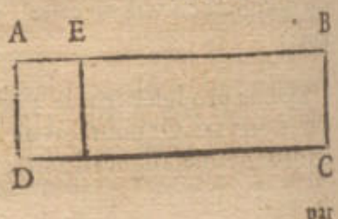
Au troisieſme, estant à multiplier (à cause des costez de quelque triangle ou quadrangle) 8 ◎ 7 ① 3 ②, par 7 ◎ 5 ① 4 ②, l'on sera selon la 3e proposition de ceste Disme en ceste sorte :

| ◎ | ① | ② |
|---|---|---|
| | 8 | 7 3 |
| | 7 | 5 4 |
| | 3 | 4 9 2 |
| 4 | 3 | 6 5 |
| 6 | 1 | 1 1 |
| 6 | 5 | 8 2 4 2 |

◎ ① ② ③ ④

Et donnent produict ou superfice 65 ◎ 8 ①, &c.

Au quatrieſme, Soit ABCD, quelque quadrangle rectangle, duquel il faut couper 367 ◎ 6 ①, & le costé AD faict 26 ◎ 3 ①, La demande est combien l'on mesurera depuis A vers B, pour couper (i'entens




par

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

par une ligne parallele avec A D) lesdictes 367 ⊙ 6 ①.

L'on partita 367 ⊙6①, par 26 ⊙3①, selon la quatrieſme propoſition de ceſte Diſme ainſi:

Donne quotient pour la requiſe longueur de A vers B, laquelle ſoit A E, 13 ⊙9①7②.

Et ſi l'on veut on pourra approcher plus pres (combien qu'il ne ſemble pas beſoing) par la premiere note de ladicte quatrieſme propoſition. Les demõſtrations de tous ces exemples ſont faictes cy devant en leurs propoſitions.

1
11
76
1898
4631
1947739 ⊙①②
3676900 (13 97
1633333
1666
11

## ARTICLE II, DES COMPTES DES MESVRES DE TAPISSERIE.

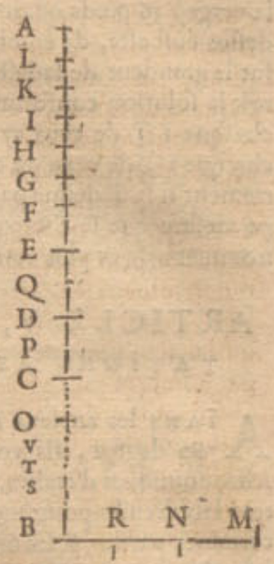
L'Avlne du meſureur de tapiſſerie, luy ſera 1⊙, laquelle il partira (ſur quelque coſté, la ou ne ſont par les partitions ſelon l'ordonnance de la ville) comme eſt faict cy deſſus de la verge de l'Arpenteur, à ſçavoir en 10 parties egales, deſquelles chaſcune ſera 1①, puis chaſque 1①, autrefois en dix parties egales, & chaſcune vaudra 1②, &c. Quant à leur uſage, veu que les exemples accordent en tous avec ce qui en eſt dict au premiere Article de l'Arpenterie, elle ſera par icelles aſſez notoire, de ſorte qu'il n'eſt pas meſtier d'en faire mention.

## ARTICLE III, DES COMPTES SERVANS A LA GAVIERIE & aux meſures de tous tonneaux.

Vne Ame (qui faict en Anvers 100 pots) ſera 1⊙, la meſme ſe diviſera en profondeur & longueur en 10 parties egales (à ſçavoir egales au reſpect du vin, non pas de la verge, de laquelle les parties de profondité ſont inegales) & chaſque partie ſera 1① contenant 10 potz, puis chaſque 1① en 10 parties egales, & chaſcune ſera 1②, vallant un pot. Puis chaſque 1② en dix parties egales, faiſant chaſcune 1③.

Or eſtant ainſi partie la verge, & voulant trouver le contenu du Tonneau, on multipliera & beſoignera comme au precedent premier article, qui eſtant aſſez manifeſte, nous n'en dirons icy point d'avantage.

Mais veu que ceſte dixieſme partition de la profondeur, n'eſt pas vulgaire, nous en declarerons cecy: Soit la verge A B une Ame, qui eſt 1⊙, diviſée (ſelon la couſtume) en poincts de profondeur comme ces dix C, D, E, F, G, H, I, K, L, A, faiſant chaſcune partie 1①, leſquelles il faut diviſer autrefois en 10 en ceſte ſorte: L'on diviſera premierement chaſque 1① en deux, ainſi: L'on tirera la ligne B M, à droictangle ſur A B, & egale à 1① B C, puis ſe trouvera (par la 13e propoſition du 6e livre d'Euclide) la ligne moyenne proportionelle entre B M, & ſa moitie qui ſoit B N, & coupant B O, egale à B N, & ſi N O, fuſt alors egale à B C, l'operation eſt bonne: Puis ſe notera la longueur N C, de B vers A, comme B P, laquelle eſtant egalle à N C, l'operation eſt bonne: Semblablement la longueur D N, depuis B juſques à Q, & ainſi des autres. Il reſte encore de partir chaſque longueur comme B O, & O C, &c. en cinc, ainſi: L'on trouvera entre B M & ſa dixieſme part, la ligne moyenne proportionelle qui ſoit B R, coupant B S, egale à B R; Puis ſe notera la longueur S R, de B vers A, comme B T, & ſemblablement la longueur T R, de B juſques à V, & ainſi des autres. Et ſemblablement ſe procedera pour diviſer B S, & S T, &c. en ③. Ie di, que B S, & S T, & T V, &c. ſont les deſirees②, ce qui ſe demonſtre ainſi:




Parce que B N eſt ligne moienne proportionelle (par l'hypotheſe) entre B M & ſa moitie; le quarré de B N (par la 17e propoſition du 6e livre d'Euclide) ſera egale au rectangle de B M & ſa moitie, mais iceluy rectangle eſt la moitie du quarré de B M, le quarré doncques de B N, eſt egal à la moitie du quarré de B M, mais B O eſt (par l'hypotheſe) egale à B N, & B C à B M, le quarré donc de B O, eſt egal à la moitie du quarré de B C. Et ſemblablement ſe demonſtrera que le quarré de B S, eſt egal à la dixieſme part du quarré B M, parquoy, &c. Nous avons faict la demonſtration briefve, parce que nous n'eſcrivons pas à Apprentifs, mais à Maiſtres.

## ARTICLE IV, DES COMPTES DE LA STEREOMETRIE EN GENERAL.

Il eſt bien vray que la gaujerie que nous avons declaré cy devant eſt Stereometrie (c'eſt à dire ſcience de meſurer les corps) mais conſiderant les diverſes partitions de la verge de l'un & l'autre, auſſi que ceſtuy-cy a telle difference de ceſtuy-la, comme genre à eſpece; ils ſe peuvent diſtinguer par bonne raiſon, car toute Stereometrie n'eſt pas Gaujerie. Pour donc venir à la choſe, le Stereometrien uſera de la meſure de ſa ville, comme verge ou aulne avec ſes dixieſmes partitions deſcrites au premier & ſecond article, l'uſage de laquelle (ſemblable a ce qui en eſt dict au precedent) eſt telle: Poſons qu'il y ait à meſurer quelque colomne quadranguliere rectanguliere, de laquelle la longueur 3①2③, largeur 2①4③, hauteur 2⊙ 3①5③; La demande eſt combien il y a de matiere. L'on multipliera ſelon la doctrine de la 4e propoſition de ce traicté, longueur par largeur, & leur produict autrefois par hauteur, en ceſte ſorte:

Et donne produict comme appert 1①8②4④8⑤.

Nota. Quelcun ignorant (car c'eſt à ceſtuy-la que nous parlons icy) les fondamens de la Stereometrie, pourroit penſer pourquoy l'on dict, que la grandeur de la colomne cy deſſus, n'eſt que de 1①, &c. veu qu'elle contient plus que 180 cubes, deſ-

①②
3 2
2 4
1 2 8
6 4
7 6 8 ④
2 3 5 ②
3 8 4 0
2 3 0 4
1 5 3 6
1 8 0 4 8 0
①②③④⑤⑥



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

quels la longueur de chaſque coſté eſt de 1 ①; Il ſçaura que le corps d'une verge n'eſt pas un corps de 10 ①, comme une verge en longueur, mais de 1000 ①, en reſpect dequoy 1 ① faict 100 cubes chaſcun de 1 ①; Comme le ſemblable eſt aſſez notoire aux Arpenteurs en ſuperfice; Car quand on dict 2 verges 3 pieds de terre, cela ne s'entend point 2 verges & trois pieds quarrez mais de 2 verges & (comptant 12 pieds pour la verge) 36 pieds quarrez. Pourtant ſi la demande cy deſſus euſt eſté, de combien de cubes chaſcun de 1 ① fut la grandeur de ladicte colomne, l'on accommoderoit la ſolution conforme au requis, conſiderant que chaſque 1 ① de ceux cy, faict 100 ① de ceux la, & chaſque 1 ② de ceux cy, 10 ① de ceux la, &c. Ou autrement ſi la dixieſme part de la verge eſt la plus grande meſure que le Stercometrien ſe propoſe, il la peut nommer 1 ◎, & puis comme deſſus.

## ARTICLE V, DES COMPVTATIONS ASTRONOMIQVES.

AIANS les anciens Aſtronomes parti le circle en 360 degrez, ils voyoient que les computations Aſtronomiques d'icelles, avec leurs partitions, eſtoyent trop laborieuſes, pourtant ils ont parti chaſque degré en certaines parties, & les meſmes autrefois en autant, &c. à fin de pouvoir par ainſi touſiours operer par nombres entiers, en choiſiſſans la ſoixantieſme progreſſion, parce que 60 eſt nombre meſurable par pluſieurs meſures entieres, à ſçavoir 1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30, mais ſi l'on peut croire l'experience (ce que nous diſons par toute reverence de la venerable antiquité & eſmeu avec l'utilité commune) certes la ſoixantieſme progreſſion n'eſtoit pas la plus commode, au moins entre celles qui conſiſtoyent potentiellement en la nature, ains la dixieſme qui eſt telle: Nous nommons les 360 degrez auſſi *Commencemens*, les denotans ainſi 360 ◎, & chaſcun degré ou 1 ◎ ſe diviſera en 10 parties egales, deſquelles chaſcune ſera 1 ①, puis chaſque 1 ① en 10 ②, & ainſi des autres, comme le ſemblable eſt faict par pluſieurs fois cy devant.

Or eſtant entendue ceſte partition, nous pourrions deſcrire ſelon ce qui à eſté promis, leur facile maniere de Aiouſter, Soubſtraire, Multiplier, & Diviſer, mais veu qu'elles n'ont aucune difference des quatre propoſitions precedentes, tel recit ne ſeroit que perdre le temps, pourtant nous les laiſſerons ſervir pour exemples de ceſt article; Y aiouſtant encore cecy; que nous uſerons de ceſte maniere de partition, en toutes les tables & comptes, ſe rencontrans en l'Aſtronomie, que nous eſperons de divulger, en noſtre vulgaire langue Germanique qui eſt la plus riche, la plus ornée, & la plus parfaicte langue de toutes langues, de la treſexquiſe ſingulierеté, de laquelle nous attendons de brief autre demonſtration plus abondante, que Pierre & Iehan en ont faict en la BEWYSKONST ou DIALECTIQVE nagueres divulgée.

## ARTICLE VI, DES COMPTES DES MAISTRES DES MONNOIES, Marchans & de tous eſtats en general.

AFIN de dire en brief & en general, la ſomme & contenu de ceſt article, faut ſçavoir qu'on partira toutes meſures, comme Longue, Humide, Seiche, Argent, &c. par la precedente dixieſme progreſſion & chaſque fameuſe eſpece d'icelles ſe nommera *Commencement*; comme Marc, *Commencement* des pois, par leſquels ſe poiſe l'or & l'argent; Livre, *Commencement* des autres pois communs; Livre de gros en Flandres, Livre Eſterlain en Angleterre, Ducat en Hiſpaigne, &c. *Commencement* de monnoye; Le plus haut ſigne du marc ſera ④, car 1 ④ peſera environ la moitie d'un Es d'Anvers, la ③ ſuffira pour le plus haut ſigne de la Livre de gros, veu que telle 1 ③ faict moins que le quart d'un ß.

Les ſoubdiviſions des pois, pour peſer toutes choſes, ſeront (au lieu de demilivre, quart, demiquart, once, demionce, eſterlin, grain, es, &c.) de chaſque ſigne 5, 3, 2, 1, c'eſt à dire, qu'apres la livre ou 1 ◎, ſuivera un pois de 5 ① (faiſant $\frac{1}{2}$ ℔) puis de 3 ①, puis de 2 ①, puis de 1 ①, & ſemblables ſoubdiviſions aura auſſi la 1 ① & autres ſuivans.

Nous eſtimons auſſi utile, que chaſque ſoubdiviſion voire de quelle matiere fuſt ſon ſubject, ſoit nommé *Prime, Seconde, Tierce, &c.* & cela à cauſe qu'il nous eſt notoire, que *Seconde* multipliée par *Tierce* donne produict *Quinte* (parce que 2 & 3 ſont 5 comme il eſt dict cy deſſus,) Item que *Tierce*, diviſée par *Seconde* donne quotient *Prime*, *&c.* ce qui ne ſe pourroit faire ſi proprement par autres noms; Mais quant on les veut nommer par diſtinction des matieres (comme l'on dict demie aulne, demie livre, demie pinte, &c.) nous les pouvons nommer Prime de Marc, Seconde de Marc, Seconde de Livre, Seconde d'Aulne, &c.

Mais à fin d'en donner exemple, poſons que 1 marc d'or vaut 36 ℔ 5 ① 3 ②, la demande eſt combien monteront 8 marcs 3 ① 5 ② 4 ③: L'on multipliera 3653 par 8354, donne produict par la 3 propoſition qui eſt auſſi la ſolution requiſe, 305 ℔ 1 ① 7 ② 1 ③. quant aux 6 ④ 2 ⑤, elles ne ſont icy de nulle eſtime.

Poſons autrefois que 2 aulnes 3 ①, couſtent 3 ℔ 2 ① 5 ②, La demande eſt combien couſteront 7 aulnes 5 ① 3 ②: On multipliera ſelon la couſtume, le dernier terme donné par le ſecond, & le produict ſe diviſera par le premier, c'eſt à dire, 753 par 325, faict 244725, qui diviſé par 23, donne quotient & ſolution 10 ℔ 6 ① 4 ②.

Nous pourrions donner autres exemples en toutes les vulgaires reigles d'Arithmetique, ſe rencontrans ſouvent es traffiques des hommes; Comme la reigle de Compaignie, d'Intereſt, de Change, &c. demonſtrans comment elles ſe peuvent toutes expedier par nombres entiers, auſſi ceſte facile operation par les gettons, mais veu qu'il eſt aſſez notoire par les precedens, nous n'en ferons point de mention.

Nous ſçaurions auſſi demonſtrer plus amplement, par comparaiſon de facheux exemples en rompuz, la grande difference de facilité, qu'il y a de ceux cy à ceux la, mais nous le paſſons outre à cauſe de briefveté.

AV dernier il nous faut encore dire de quelque difference qu'il il y a de ce 6e article, aux 5 articles precedens, c'eſt que chaſcune perſonne peut exercer pour ſoy meſme la dixieſme partition deſdicts precedens 5 articles, ſans qu'il ſera meſtier d'en eſtre donné par le Magiſtrat quelque ordre general, mais cela pas ainſi en ce dernier, car ſes exemples ſont vulgaires computations, qui ſe rencontrent à chaſque moment, auſquels il ſeroit convenable, que la ſolution ainſi trouvée fuſt d'un chaſcun acceptée pour bonne & legitime. Pourtant conſiderant ſa treſgrande utilité, ce ſeroit choſe louable, ſi quelcuns, comme ceux qui en attendent la plus grande commodité, ſolicitoyent de la faire

mettre

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

mettre en effect, à ſçavoir que joignant les vulgaires partitions qu'il y a maintenant des Meſures, Pois, & Argent (demeurant chaſque capitale meſure, Pois & Argent, en tous lieux immuable) l'on ordonnaſt encore legitimement par les Superieurs, la ſuſdicte dixieſme partition, à fin que chaſcun qui vouldroit la pourroit uſer.

Il avanceroit auſſi la choſe, ſi les valeurs d'argent, principalement de ce qui ſe forge de nouveau, fuſſent valuez ſur quelques *Primes, Secondes, Tierces, &c.*

Mais ſi tout cecy ne fuſt pas mis en œuvre, ſi toſt comme nous le pourrions ſouhaiter, il nous contentera premierement, qu'il fera du bien à nos ſucceſſeurs, car il eſt certain, que ſi les hommes futurs, ſont de telle nature comme ont eſté les precedens, qu'ils ne ſeront pas touſiours negligens en leur ſi grand avantage.

Au ſecond, ce n'eſt pas le plus abject ſçavoir à un chaſcun en particulier, qu'il luy eſt notoire, comment les hommes ſe peuvent delivrer eux meſmes à toute heure qu'ils vouldroyent, de tant & de ſi grands labeurs.

Au dernier, combien que l'effect de ce 6e Article n'apparoiſtra point, peut eſtre, en quelques temps, toutesfois un chaſcun pourra exercer les cinc precedens, comme il eſt notoire, qu'aucuns des meſmes ſont deſia mis en œuvre.

*Fin de l'Appendice.*

Huictieſme diſtinction de la Practique d'Arithmetique qui eſt de nombres incommenſurables appliquez à grandeurs.

---

# TRAICTE DES INCOMMENSVRABLES GRANDEVRS,

## Avec une Appendice de l'explication du dixieſme livre d'Euclide;

*Deſcript par* SIMON STEVIN *de Bruges.*

### AV LECTEVR.

*APres que nous avions veu & reveu le Dixieſme livre d'Euclide, traictant des Incommenſurables Grandeurs; auſſi leu & releu pluſieurs commentateurs ſur le meſme, deſquels aucuns le jugeoient pour la plus profonde & incomprehenſible matiere de la Mathematique, les autres que ce ſont propoſitions trop obſcures, & la croix des Mathematiciens; Et qu'outre cela je me perſuadois (quelle follie ne faict l'opinion commettre aux hommes?) d'entendre ceſte matiere par ſes cauſes, & qu'elle n'a en ſoy telles difficultez comme l'on eſtime vulgairement, je me ſuis addonné d'en deſcrire ce traicté.*

*Mais à fin que nous diſions premierement, d'ou les hommes ſont venuz à la cognoiſſance & exercice de ces Incommenſurables Grandeurs, faut ſçavoir, que comme beaucoup des theoremes des nombres ſe deſcrivent ſouvent par la cognoiſſance des grandeurs, leſquels theoremes nous ſeroyent difficiles, voire aucunefois impoſſibles de trouver par les ſimples nombres (comme ſe peut colliger entre autres par le cube avec ſes Corollaires devant le 69 probleme de noſtre Arithmetique) ainſi ſe trouvent au contraire ſouvent propoſitions des grandeurs, par le moyen des nombres, leſquelles propoſitions ne ſe pourroyent inventer par les ſeules grandeurs. Par exemple nous ſçavons que 1 eſt incommenſurable a √ 2, Mais comme 1 a √ 2, ainſi le coſté du quarré à ſa diagonale, parquoy le coſté du quarré eſt incommenſurable à ſa diagonale, ce qui nous ſeroit impoſſible de ſçavoir ſans les nombres. Doncques comme il y a des nombres entre eux incommenſurables, ainſi y a il des lignes entre elles incommenſurables; Mais il y a en la nature douze certaines eſpeces de nombres incommenſurables, qui s'appellent binomies, deſquelles l'on extraict douze racines de diverſes qualitez; Il y a doncques auſſi en la nature douze telles eſpeces de lignes, avec ſemblables racines, de la conſtruction & proprieté deſquelles, Euclide à deſcript ſon dixieſme livre. Laquelle raiſon d'ou les hommes ſont venuz à la cognoiſſance & exercice des incommenſurables grandeurs, nous avions propoſé de declarer. Mais veu que tout ceſt affaire eſt facile, & ſans difficulté, aux experts en la nature des nombres radicaux (la cognoiſſance deſquels eſt neceſſaire, veu que ſans la meſme l'on ſe tourmente en vain en ceſte matiere) il reſte encore de dire qu'elle eſt la cauſe de l'obſcurité dudict dixieſme livre: Il faut doncques ſçavoir, que les inventeurs des propoſitions du meſme, ſe propoſoyent nombres binomiaux, & par les qualitez qu'ilz trouvoyent en leurs noms (leſquelles qualitez ſont definies depuis la 45 definition, juſques à la 57 de noſtre Arithmetique) ils ont deſcript des lignes de ſemblable qualité: Outre ce, par les operations des extractions des racines des nombres binomiaux (qui ſont*

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

ſont deſcrites au 39 probleme de l'Arithmetique) ils ont colligé ſemblables extractions de racines d'icelles binomies lignes, & par les qualitez des racines de ceux-là, auſſi deſcript ſemblables qualitez de ceux cy. Par exemple ils ſe propoſoyent $\sqrt{6+2}$, qui eſt binomie cincquieſme, par la 49 definition de l'Arithmetique, d'ou ils voyoient que la ligne longue de $\sqrt{6+2}$ pieds, eſtoit binomie ligne cincquieſme de ſemblable qualité: Puis extrayant racine dudict binomie nombre, ſelon la doctrine du 5 exemple du 39 probleme la trouvoyent de $\sqrt{\text{bino.}\ 1\frac{1}{2}+\sqrt{\frac{1}{2}}}+\sqrt{\text{bino.}\ 1\frac{1}{2}-\sqrt{\frac{1}{2}}}$, d'ou ils cogneurent que la ligne de telle longueur eſtoit auſſi racine de ladicte binomie ligne, & pour les qualitez qu'ils voyoient en icelle racine de binomie nombre (qui ſont que le produict de ſes parties, comme $\sqrt{\text{bino.}\ 1\frac{1}{2}}+\sqrt{\frac{1}{2}}$, par $\sqrt{\text{bino.}\ 1\frac{1}{2}}-\sqrt{\frac{1}{2}}$, eſt nombre Arithmetique, à ſçavoir 1. Item que la ſomme des deux quarrez deſdictes deux parties, eſt racine de ſimple nom à ſon quarré incommenſurable, à ſçavoir $\sqrt{6}$, comme nous avons dict à la NOTA dudict 5 exemple du 39 probleme) ils concluoyent ſemblables qualitez en ceſte ſa reſpondante racine de binomie ligne: Or cecy leur eſtant ainſi notoire en toutes les douze eſpeces de binomies lignes, & de leurs racines, ils en ont deſcript diverſes propoſitions: Mais ils en ont detenu les nombres, qui leur avoyent eſté guide aſſeurée, pour comprendre parfaictement la proprieté d'icelles lignes, ſans leſquels nombres, ils ne pouvoient rien effectuer, & nous ont ainſi laiſſé ces lignes imparfaictes: Ie di imparfaictes, parce que les multinomies nombres ſont inſeparables de multinomies lignes, veu que nulle ligne n'eſt par ſoy multinomie, mais en reſpect de quelque multinomie nombre explicant ſa quantité, car une meſme ligne ſe peut dire en quelque ville de 5 pieds, laquelle ſera en une autre peut eſtre, de $4+\sqrt{2}$ pieds: De ſorte qu'il leur eſtoit beaucoup plus facile d'inventer & deſcrire ces lignes, qu'a autres entendre leurs propoſitions; De laquelle imparfection s'eſt inſuivi, que l'on n'a ſceu operer en ces lignes, ſelon ce qui eſtoit le but de leur deſcription, comme couper lignes proportionellement ſelon la raiſon donnée, non ſeulement de laquelle les termes ſont nombres Arithmetiques, comme veullent les exemples de la 9 propoſition du 6 livre d'Euclide, ne point ſatisfaiſans à la propoſition, mais de nombres radicaux & multinomies quelconques, & puis claire & parfaicte extraction de toutes racines des multinomies lignes, comme des nombres. Parquoy ces Mathematiciens ſemblent aucunement avoir leurs raiſons, confeſſans ne leur pouvoir animadvertir aucune utilité audict dixieſme livre, veu que l'on n'y traicte point abſoluement, mais le tout par maniere d'obſcurs enigmes, & cela à cauſe (comme nous avons dict) que les inſeparables nombres ne leur ſont pas ajoincts. Mais pourquoy les ont ils ainſi detenuz, plus que d'autres propoſitions Geometriques, ayans meſtier de nombres Arithmetiques? Certes je ne voy autre raiſon, ſinon qu'ils ne les tenoyent pas pour nombres, ains pour quantitez irrationelles, irregulieres, inexplicables, ſourdes, abſurdes, & pas dignes d'eſtre citées en propoſitions Mathematiques: Mais parce que nous avons refuté en ſon lieu ceſte irrationelle, irreguliere, inexplicable, ſourde & abſurde opinion, & que nous eſperons en temps oportun d'affermer plus amplement par la 4 theſe de noz theſes Mathematiques, que ces nombres ſont en parfection & excellence, un des grands Myſteres de la Nature, à la parfaicte comprehenſion duquel elle n'a voulu faire capable tous entendemens; Telle fauſſe perſuaſion n'a empeſché noſtre concept, ains au contraire, le vray ſentiment nous a (ſelon la nature du vray, duquel ne procede que vray) conduict à la cognoiſſance, de ce que nous cherchions, à ſçavoir de la generale deſcription deſdictes incommenſurables grandeurs, non pas ſeulement des douze binomies lignes & leurs racines, comme audict dixieſme livre, mais de millenomies lignes & de leurs racines de racines juſques en infini, comme apparoiſtra au traicté ſuivant Quant à ce que quelcun nous pourroit accuſer, d'avoir outrecuidéement meſpriſé le dixieſme livre d'Euclide, certes il pourroit juger ſelon les humeurs, mais pas ſelon la devotion, & humble affection que nous portons touſiours à la venerable antiquité, la diligence & travail de laquelle a deſcouvert à ſes ſucceſſeurs la fontaine de pluſieurs ſingulieretez; Car, à fin de confeſſer le vray, quelle choſe nous euſt eſmeu, de traicter des incommenſurables grandeurs, ſi leur devancement ne nous euſt pas enhorté, de cercher ceſte matiere à la ſource d'ou ils l'avoyent? peut eſtre que rien. Au ſecond, quand l'opinion de quelque perſonne, differe de celle d'un autre, comment pourroit il mieux manifeſter leur difference, que par equitables raiſons des diverſitez conſiſtentes en eux? Nous les laiſſerons doncques dire, parachevans ce pendant ſelon noſtre pouvoir, ce qui ſera utile à la commune. Mais (me dira quelcun) quelle peut eſtre l'utilité de ceſte matiere? veu que les choſes qui ſont à meſurer ou partir aux negoces des hommes, n'ont point de meſtier de ceſte extreme parfection, ſelon la raiſon des nombres radicaux propoſez, par ce que nous trouvons en leur lieu, nombres Arithmetiques ſi peu differens d'iceux radicaux, qu'il ne pourra monter partie viſible, voire es maieures matieres corporelles données. nous luy reſpondons, que l'on pourroit dire pareillement, pourquoy les operations de la Geometrie, comme les elemens d'Euclide, ſont faictes par l'extreme parfection? Mais comme cela ne ſemble pas digne de reſponce, à cauſe des abſurditez ſuivantes de ſon contraire (car telles parfaictes operations, donnent parfaictes intelligences, qui ſont cauſes des parfaicts & admirables effects que produict la Mathematique) ainſi de ceſtuy cy.

ARGV.

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

## ARGVMENT.

CE traicté aura deux parties, l'une de 3 definitions. L'autre de l'operation, contenant 3 problemes.

Apres le susdict suyvera une Appendice declarant sommairement le contenu du Dixiesme livre d'Euclide.

---

# PREMIERE PARTIE DES INCOMMENSVRABLES GRANDEVRS, QVI EST DES DEFINITIONS.

VEu que les plus propres definitions, sont celles qui expliquent le mieux l'essence du defini, & que l'incommensurance des grandeurs, est trouvée, & seulement notoire par les nombres, nous userons des nombres en ces definitions, comme le plus commode instrument à tel effect. Il est vray qu'Euclide en sa 2ª proposition du 10ª livre, dict ainsi: *Si de deux grandeurs inegales données, l'on coupe tousiours la moindre de la majeure, & que la reste ne mesure jamais sa grandeur precedente: Telles grandeurs sont incommensurables.* Mais combien ce theoreme est veritable, toutesfois nous ne pouvons cognoistre par telle experience, l'incommensurance de deux grandeurs proposées; Premierement parce qu'a cause de l'erreur de noz yeux & mains (qui ne peuvent parfaictement veoir & partir) nous jugerions à la fin, que tous grandeurs tant incommensurables que commensurables, fussent commensurables. Au second, encore qu'il nous fust possible, de soubstraire par action, plusieurs cent mille fois la moindre grandeur de la majeure, & le cõtinuer plusieurs milliers d'annees, toutesfois (estant les deux nombres proposez incommensurables) l'on travailleroit eternellement, demeurant tousiours ignorant, de cequi à la fin en pourroit encore advenir; Ceste maniere donc de cognition n'est pas legitime, ains position de l'impossible, à fin d'ainsi aucunement declarer, ce qui consiste veritablement en la Nature; ceste incommensurance doncques est seulement notoire par les nombres incommensurables; ce que Euclide sçachant forr bien, aussi que telle invention d'incommensurabilité n'estoit suffisante pour ses propositions suyvantes (car sa dixiesme proposition enseigne trouver grandeurs incommensurables par le moyen des nombres) il l'a expliqué à la 8ª proposition legitimement selon les nombres, & ainsi le ferons nous en ceste premiere partie des definitions comme s'ensuit.

### DEFINITION I.

*GRandeurs incommensurables sont celles, desquelles les nombres les explicans sont incommensurables.*

### DEFINITION II.

*Multinomie grandeur est celle, qu'on explique par multinomie nombre.*

### DEFINITION III.

*Binomie grandeur est celle, qu'on explique par binomie nombre; & Trinomie grandeur, qu'on explique par trinomie nombre, & ainsi par ordre des autres.*

### DEFINITION IV.

*Binomie ligne premiere est celle; qu'on explique par binomie nõbre premier; Et binomie ligne seconde qu'on explique par binomie nõbre second; Et ainsi par ordre des autres jusques à la douziesme.*

### DEFINITION V.

*Racine quarrée de ligne, est la ligne moyenne proportionelle entre la ligne donnée nombre expliquée, & la ligne respondante à l'unité de la donnée.*

*Fin de la premiere partie.*

---

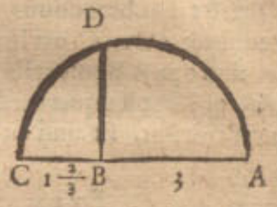
# SECONDE PARTIE DES INCOMMENSURABLES GRANDEVRS DE L'OPERATION.

### PROBLEME I.

*EStant donnée ligne droicte, & deux nombres: Trouver une ligne droicte en telle raison à la donnée, comme le nombre au nombre.*

### EXEMPLE I.

*Explication du donné.* Soit donné la ligne A B, & les nombres donnez √ 5 & 3. *Explication du requis.* Il faut trouver une ligne en telle raison à la A B, comme √ 5 à 3. *Construction.* On prendra les potences quarrees des nombres donnez, qui sont 9 & 5, puis on produira A B en C, ainsi que A B aye telle raison à B C, comme 9 à 5, puis se trouvera la ligne moyenne proportionelle entre A B, & B C, par la 13 proposition du 6e livre d'Euclide, qui soit B D.




Je di que B D est la ligne requise, ayant telle raison à la A B, comme √ 5 à 3. *Demonstration.* Posons que A B soit 3; Mais comme 9 à 5, ainsi (par la construction) A B 3 à B C, doncques B C, faict $1\frac{2}{3}$, mais le rectangle de A B 3, en B C $1\frac{2}{3}$ faict 5, pour le quarré de B D (car B D est moyenne proportionelle entre A B & B C par la construction) parquoy B D faict √ 5. Il y a doncques telle raison de B D, à A B, comme de √ 5 à 3, ce qu'il falloit demonstrer.

### NOTA I.

Si l'on voulut poser pour A B quelque autre nombre que 3, on viendra tousiours à la mesme demonstration. Posons par exemple pour A B 9, & B C fera 5, & B D √ 45, lesquels 9 & √ 45, sont en la mesme raison que 3 à √ 5, car divisant l'un & l'autre par le commun diviseur 3, viendra 3 & √ 5.

### NOTA II.

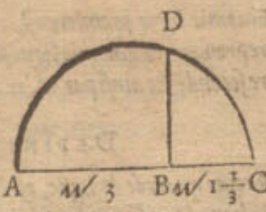
Si les nombres donnez fussent √ 5 & √ 10, l'operation seroit semblable à la precedente, car l'on produiroit A B en C, ainsi que A B eust telle raison à B C, comme 10 à 5, quarrez des nombres donnez, & puis comme dessus.

### EXEMPLE II.

*Explication du donné.* Soit donné la ligne A B, & nombres

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

bres donnez $\sqrt{2}$ & $\sqrt{3}$. *Explication du requis.* Il faut trouver une ligne en telle raiſon à la A B, comme $\sqrt{2}$ à $\sqrt{3}$. *Conſtruction.* On prendra les potences quarrees des nombres donnez, qui ſont $\sqrt{3}$ & $\sqrt{2}$, puis on produira A B en C, ainſi que A B aye telle raiſon à B C, comme $\sqrt{3}$ à $\sqrt{2}$ (qui ſe fera par le moyen du precedent premier exemple) puis on prendra la ligne moyenne proportionelle entre A B & B C, par la 13 propoſition du 6e livre d'Euclide qui ſoit B D.




Je di que B D eſt la ligne requiſe, ayant telle raiſon à la A B, comme $\sqrt{2}$ à $\sqrt{3}$. *Demonſtration.* Poſons que A B ſoit $\sqrt{3}$, mais comme $\sqrt{3}$ à $\sqrt{2}$, ainſi (par la conſtruction) A B $\sqrt{3}$, à B C, doncques B C faict $\sqrt{1\frac{1}{3}}$; Mais le rectangle de A B $\sqrt{3}$, en B C $\sqrt{1\frac{1}{3}}$ faict $\sqrt{2}$, egal au quarré de B D, parquoy B D fait $\sqrt{2}$; il y a doncques telle raiſon de B D à A B, comme de $\sqrt{2}$, à $\sqrt{3}$; ce qu'il falloit demonſtrer.

NOTA.

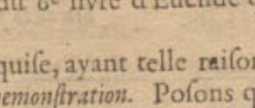
Si les nombres donnez fuſſent $\sqrt{2}$, & 4, l'operation ſeroit ſemblable à la precedente, car l'on produiroit A B en C (par le moyen du premier exemple) ainſi que A B euſt telle raiſon à B C, comme $\sqrt{2}$ a 16, qui ſont les quarrez des nombres donnez, & puis comme deſſus.

Mais ſi les nombres donnez fuſſent $\sqrt{3}$, & $\sqrt{5}$, l'on produiroit A B en C, ainſi que A B euſt telle raiſon à B C, comme $\sqrt{3}$ a 5, qui ſont les quarrez des nombres donnez, & puis comme deſſus.

Et ſi les nombres donnez fuſſent $\sqrt{3}$, & $\sqrt{6}$, l'on produiroit A B en C, par le moyen de ce ſecond exemple, ainſi que A B euſt telle raiſon à B C, comme $\sqrt{3}$, à $\sqrt{6}$, qui ſont les quarrez des nombres donnez, & puis comme deſſus. Et ainſi en racines de racines quelconques.

EXEMPLE III.

*Explication du donné.* Soit donné la ligne A B, & nombres donnez $\sqrt{10+\sqrt{15}+2}$, & $\sqrt{7}$. *Explication du requis.* Il faut trouver une ligne en telle raiſon à la A B, comme $\sqrt{10+\sqrt{15}+2}$, à $\sqrt{7}$.

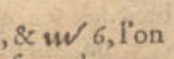



*Conſtruction.* On trouvera par le premier exemple la ligne C D, en telle raiſon à la A B, comme $\sqrt{10}$ à $\sqrt{7}$, ſemblablement D E en telle raiſon à la A B, comme $\sqrt{15}$, à $\sqrt{7}$, puis E F en telle raiſon à A B, comme 2 à $\sqrt{7}$.

Je di, que C F eſt la ligne requiſe, dont la demonſtration eſt manifeſte par la conſtruction.

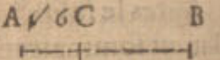
NOTA.

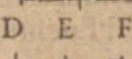
Mais s'il y euſt eu aux donnez quelque nom avec —, par exemple $\sqrt{10+\sqrt{15}-2}$, & $\sqrt{7}$, on trouveroit les noms comme deſſus, mais le dernier nom E F, ne ſe ajouſteroit pas à la C E comme deſſus, mais ſe couperoit de la meſme, comme en ceſte figure; de ſorte que C F ſeroit la ligne requiſe.




EXEMPLE IV.

*Explication du donné.* Soit donné la ligne A B, & les nombres donnez $\sqrt{3}+\sqrt{5}$, & $\sqrt{6}+\sqrt{7}+\sqrt{2}$. *Explication du requis.* Il faut trouver une ligne en telle raiſon à la A B, comme $\sqrt{3}+\sqrt{5}$, à $\sqrt{6}+\sqrt{7}+\sqrt{2}$. *Conſtruction.* Poſons que A B face $\sqrt{6}+\sqrt{7}+\sqrt{2}$, & coupons de la meſme quelque ſon nom (par le ſuyvant 2 probleme) qui ſoit A C, faiſant $\sqrt{6}$. Puis ſe trouvera la ligne D E, (par le 1 exemple) en telle raiſon à la A C, comme $\sqrt{3}$ à $\sqrt{6}$, puis la ligne E F, en telle raiſon à la A C, comme $\sqrt{5}$ à $\sqrt{6}$.

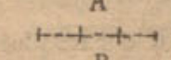



Je di que D F eſt la ligne requiſe, dont la demonſtration eſt manifeſte par les precedens.

EXEMPLE V.

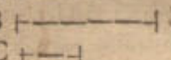
*Explication du donné.* Soit donné la ligne A & nombres donnez $\frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{\sqrt{5}+\sqrt{7}}$ & $\frac{\sqrt{2}+\sqrt{5}}{\sqrt{3}+\sqrt{6}}$. *Explication du requis.* Il faut trouver une ligne en telle raiſon à la A, cõme $\frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{\sqrt{5}+\sqrt{7}}$ à $\frac{\sqrt{2}+\sqrt{5}}{\sqrt{3}+\sqrt{6}}$. *Conſtruction.* On convertira les nombres rompuz donnez, en multinomies nombres entiers de la meſme raiſon des donnez, les multipliant par croix c'eſt à dire $\sqrt{3}+\sqrt{6}$ par $\sqrt{2}+\sqrt{3}$, faict $\sqrt{6}+\sqrt{12}+3+\sqrt{18}$. Puis $\sqrt{5}+\sqrt{7}$ par $\sqrt{2}+\sqrt{5}$, faict $\sqrt{10}+5+\sqrt{14}+\sqrt{35}$.




Puis ſe trouvera par le precedent 4e exemple la ligne B en telle raiſon à la A, comme $\sqrt{6}+\sqrt{12}+3+\sqrt{18}$, à $\sqrt{10}+5+\sqrt{14}+\sqrt{35}$. Je di que B eſt la ligne requiſe, dont la demonſtration eſt manifeſte.

EXEMPLE VI.

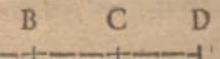
*Explication du donné.* Soit donné la ligne A, & nombres donnez $\sqrt{trimo.\sqrt{6}+\sqrt{5}+\sqrt{2}}$, & $\sqrt{3}+\sqrt{2}$. *Explication du requis.* Il faut trouver une ligne en telle raiſon à la A, comme $\sqrt{trimo.\sqrt{6}+\sqrt{5}+\sqrt{2}}$, à $\sqrt{3}+\sqrt{2}$. *Conſtruction.* On trouvera la ligne B, par le 4e exemple, en telle raiſon à la A, comme $\sqrt{6}+\sqrt{5}+\sqrt{2}$, à $\sqrt{3}+\sqrt{2}$. Puis on prendra la racine quarrée de ladicte B, par le ſuyvant 3e probleme laquelle ſoit C. Je di, que C eſt la ligne requiſe, dont la demonſtration eſt manifeſte.




*Concluſion.* Eſtant doncques donnée ligne droicte, & deux nombres, nous avons trouvé une ligne droicte en telle raiſon à la donnée, comme le nombre au nombre, ce qu'il falloit faire.

COROLLAIRE I.

Il eſt manifeſte par les precedens, comment l'on pourra faire une multinomie ligne, conforme au multinomie nombre donné, ſans preſcripte meſure. Par exemple, l'on veut faire quelque multinomie ligne de $\sqrt{6}+\sqrt{5}+\sqrt{7}$; Ie mects quelque ligne à plaiſir A B, poſant qu'elle valle $\sqrt{6}$, puis je trouve à la meſme, la ligne B C, par le 1 exemple, en telle raiſon à la A B, comme $\sqrt{5}$ à $\sqrt{6}$, puis C D, en telle raiſon à A B, comme $\sqrt{7}$ à $\sqrt{6}$, & la ligne A B C D, ſera la multinomie ligne conforme au nombre donné.

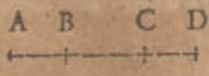



COROLLAIRE II.

Il eſt auſſi notoire, comment l'on pourra faire une multinomie ligne ſelon quelque ſon nom donné. Par exemple l'on veut faire une multinomie ligne de $\sqrt{5}+\sqrt{7}$

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

$\sqrt{7}+\sqrt{2}$, de laquelle le nom $\sqrt{5}$ est AB. L'on trouvera BC, en telle raison à AB, comme $\sqrt{7}$, à $\sqrt{5}$, puis CD, en telle raison à AB, comme $\sqrt{2}$, à $\sqrt{5}$.

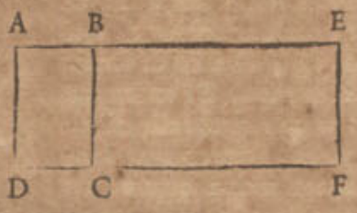



### Corollaire III.

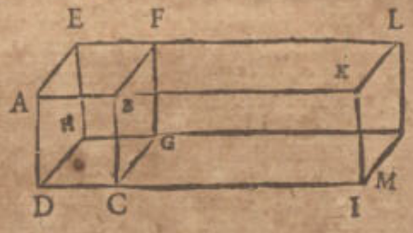
Il appert qu'on pourra faire une binomie ligne selon quelque mesure donnée. Ie prens que l'on euſt requis au 3 exemple une multinomie ligne de $\sqrt{10}+\sqrt{15}+2$, de telle longueur comme AB faict $\sqrt{7}$, & nous dirions que CF est la ligne requise.

### Corollaire IV.

Il est manifeste, comment on poutra faire une multinomie superfice, ou multinomie corps, conforme aux multinomies lignes des precedens trois Corollaires. Prennons en quelque exemple semblable à celuy du troisiesme Corollaire, & soit la mesure donnée le parallelogramme ABCD, duquel la superfice soit $\sqrt{3}$ & le multinomie nombre donné $\sqrt{8}+\sqrt{17}+4-\sqrt{7}$. On produira quelque costé comme AB, jusques en E, ainsi que BE, aie telle raison à la AB, comme $\sqrt{8}+\sqrt{17}+4-\sqrt{7}$, à $\sqrt{3}$, & puis l'on parfera le parallelogramme BEFC. Et est manifeste par la 1 proposition du 6 livre d'Euclide, que le mesme parallelogramme BEFC sera le parallelogramme requis.




Mais si la mesure donnée fust le parallelepipede ABCDEFGH, duquel la quantité fust $\sqrt{3}$, & le multinomie nombre donné $\sqrt{8}+\sqrt{17}+4-\sqrt{7}$, L'on produiroit quelque costé comme DC, jusques a I, ainsi que CI auroit telle raison a DC, comme $\sqrt{8}+\sqrt{17}+4-\sqrt{7}$, a $\sqrt{3}$, & puis l'on parferoit le parallelepipede BKICFLMG, & est manifeste par la 1 proposition du 6e livre, & la 25 proposition de 11 livre d'Euclide, que ledict parallelepipede seroit le requis.




### Probleme II.

*DE la ligne droicte donnée, couper partie requise.*

Nota. Ce probleme est la 9 proposition du 6 livre d'Euclide, la ou la requise partie aux exemples de la mesme, est tousiours expliquée par nombres Arithmetiques; Mais l'on peut aussi bien requirer partie à la ligne donnée incommensurable, que commensurable, nous descrirons doncques icy pour parfection d'icelle proposition, la maniere de couper partes incommensurables. *Explication du donné & requis.* Soit la ligne donnée AB, de laquelle il faut couper sa $\sqrt{\frac{1}{3}}$. *Construction.* On menera du point A, quelque ligne AC, faisant quelque angle BAC, posant que la mesme AC face $\sqrt{3}$, nominateur donné; puis l'on trouvera AD (par le precedent 1 probleme) en telle raison à AC, comme $\sqrt{1}$ numerateur donné, à $\sqrt{3}$ nominateur donné, puis se menera la ligne CB, & sa parallele DE. Je di que AE est la requise $\sqrt{\frac{1}{3}}$ de la donnée AB. *Demonstration.* La ligne AD a telle raison à la ligne AC, comme $\sqrt{1}$, à $\sqrt{3}$, par la construction; mais comme AD a AC, ainsi AE a AB, par la 12 proposition du 6 livre d'Euclide; Doncques AE a telle raison a AB, comme $\sqrt{1}$ a $\sqrt{3}$, parquoy AE est $\sqrt{\frac{1}{3}}$ de AB; ce qu'il falloit demonstrer. *Conclusion.* Nous avons doncques coupé partie requise de la ligne donnée; ce qu'il falloit faire.

### Nota I.

Si l'on euſt voulu couper de la ligne AB cy dessus, sa $\frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{\sqrt{7}+\sqrt{6}+\sqrt{5}}$, l'on diroit AC faire $\sqrt{7}+\sqrt{6}+\sqrt{5}$, & de la mesme se couperoit la ligne AD, faisant $\sqrt{2}+\sqrt{3}$, puis menant les paralleles CB & DE comme dessus, l'on auroit le requis.

Mais si l'on euſt voulu couper de ladicte ligne AB, sa $\frac{\sqrt{\text{bino}}\sqrt{5}+\sqrt{3}}{\sqrt{\text{trino}}\sqrt{6}+\sqrt{5}+\sqrt{2}}$, l'on diroit AC faire $\sqrt{\textit{trino}}.\sqrt{6}+\sqrt{5}+\sqrt{2}$, & de la mesme se couperoit la ligne AD, laquelle se trouveroit par le 6 exemple du premier probleme) faisant $\sqrt{\textit{bino}}.5+\sqrt{5}$, puis menant les paralleles CB & DE comme dessus, l'on auroit le requis.

### Nota II.

Il faut que le nominateur du nombre donné, soit tousiours majeur que le numerateur, par exemple si quelcun requiroit d'avoir coupé d'une ligne sa $\frac{3}{2}$, ou $\sqrt{\frac{5}{4}}$, ce seroit petition de l'impossible, veu que toute partie est moindre que son entier.

### Corollaire I.

Il est manifeste par ce probleme, comment l'on trouvera les noms de toute multinomie ligne donnée, par exemple de AB faisant $\sqrt{8}+3+\sqrt{15}+\sqrt{10}-\sqrt{5}$. Car l'on feroit quelque multinomie ligne (par le premier Corollaire du premier probleme) conforme au multinomie nombre donné, laquelle soit AC, les noms de laquelle soyent AD $\sqrt{8}$, DE 3, EF $\sqrt{15}$, FG $\sqrt{10}$, GC $\sqrt{5}$, puis on menera la ligne CB, & ses paralleles FK, EI, DH, de sorte que AH $\sqrt{8}$, HI 3, IK $\sqrt{15}$, KB $\sqrt{10}-\sqrt{5}$ seroyent les noms requis.

### Corollaire II.

Il est aussi notoire, comment l'on pourra couper toute superfice & corps, conforme à la maniere de section de la ligne AB, du precedent premier Corollaire, comme nous avons faict le semblable aux Corollaires du precedent premier probleme.

### Probleme III.

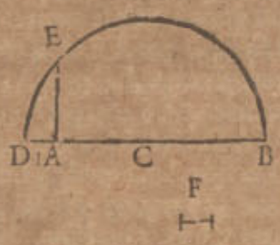
*ESTant donnée ligne nombre expliquée: Trouver sa racine quarrée.*

*Explication du donné.* Soit donnée la ligne AB, de laquelle la quantité soit $\sqrt{8}+\sqrt{15}+\sqrt{255}+4-\sqrt{80}$. *Explication du requis.* Il faut trouver sa racine quarrée. *Construction.* On coupera par le precedent 2 probleme, quelque nom de la ligne donnée AB, soit AG,



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

A C, respondant à √ 8. Puis on trouvera par le 1 probleme quelque ligne droicte en telle raison à la A C, comme 1 à √ 8, qui soit la ligne A D, Puis se trouvera par le 13 probleme du 6e livre d'Euclide, la ligne moyenne proportionelle entre D A & A B, qui soit A E. Je di que A E est la racine quarrée requise de A B. *Demonstration.* Veu que A E est la moyenne ligne proportionelle entre la ligne donnée A B, & la D A, respondante à l'unité de ladicte A B, s'ensuit par la precedente 5e definition, que A E est la racine quarrée de A B; ce qu'il falloit demonstrer. *Conclusion.* Estant doncques donné ligne nombre expliquée, nous avons trouvé sa racine quarrée, ce qu'il falloit faire.



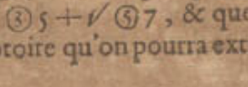

NOTA I.

Il est manifeste par ce probleme comment on trouvera de la ligne donnée toute racine quarrée de racine quarrée, jusques en infini; Par exemple, pour avoir la racine de racine de la ligne A B cy dessus, on trouvera la ligne moyenne proportionelle entre D A, & A E, qui soit F, doncques F est la racine quarrée de racine quarrée de A B. Et de mesme sorte se pourroit trouver la ligne moyenne proportionelle entre D A, & F, qui seroit racine de racine de racine, de A B, & ainsi on pourroit proceder en infini.

NOTA II.

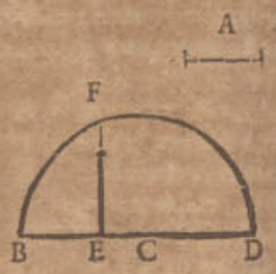
Quant aux extractions des racines cubiques, & autres operations des mesmes qui se rencontrent en nombres, nous les sçaurions legitimement imiter en grandeurs, si l'on sçeut trouver geometriquement deux lignes moyennes proportionelles entre deux lignes donnees, car racine cubique de ligne, c'est la consequente de deux lignes moyennes proportionelles, entre la ligne donnée, nombre expliquée, & la ligne respondãte à l'unité de la donnée. Vray est que si l'on se vouluſt contenter (comme a faict Archimede en sa description de la sphere & cylindre, & autres) des inventions de deux lignes moyennes proportionelles, par quelque maniere des inventions de Platon, Heron, Phylon Bysantin, Appollone, Diocle, Pappe, Spore, Menechme, Archite, Eratostene, ou Nicomede, l'on pourroit proceder de mesme ordre en racines cubiques, comme nous avons faict cy dessus en racines quarrees: Et le semblable s'entendra d'autres racines quelconques, comme de quinte, sexte quantité, &c. lesquelles se trouvent generalement par l'instrument d'Eratostene, mais nous n'en donnons point des exemples, parce qu'estant cognues telles racines, la reste est notoire par ce qui en est dict cy dessus.

Il est aussi à considerer, qu'estant composé quelque multinomie ligne de racines cubiques ou autres avec racines quarrees, ou nombre Arith. que l'on peut souvent parfaictement operer par icelles. Par exemple estant quelque multinomie ligne A B, de $\sqrt{7+\sqrt{5+\sqrt{③4}}}$, de laquelle soit cogneu le nom A C de $\sqrt{7}$, l'on peut aussi trouver les deux autres noms, car coupant de la C B, la ligne C D, en telle raison à le A C, comme $\sqrt{5}$ à $\sqrt{7}$, la reste D B sera le nom de $\sqrt{③4}$. Item si quelque multinomie ligne fust de $\sqrt{2+\sqrt{③5+\sqrt{⑤7}}}$, & que le nom $\sqrt{2}$ fust cogneu, il est notoire qu'on pourra extraire legitimement racine quarrée de telle ligne, & ainsi de plusieurs autres semblables.




NOTA III.

Nous avions promis au commencement de ce traicté, d'exhiber la maniere des constructions des douze binomies lignes avec leurs racines descrites au 10e livre d'Euclide, ce que nous avons abondamment faict aux trois precedens problemes, non seulement de binomies, mais de noms en multitude infinie; Toutesfois nous donnerons en plus grande evidence, encore un exemple propre de binomie ligne cincquiesme, par la construction de laquelle toutes les autres seront encore plus manifestes en ceste sorte: *Il y a quelque ligne* A, *faisant* $\sqrt{3}$, *l'on requiert une binomie ligne cincquiesme, divisée en ses noms, de* $\sqrt{12}+2$, *à sçavoir telle* $\sqrt{12}+2$, *comme* A *faict* $\sqrt{3}$; *Puis l'on veut que de telle binomie ligne s'extraict racine quarrée, & que la mesme racine soit divisée, en les parties de laquelle elle est composée.* L'on trouvera par le precedent premier probleme la ligne BC, en telle raison à la ligne A, comme $\sqrt{12}$ à $\sqrt{3}$, puis la ligne C D, en telle raison à la A, comme 2 a $\sqrt{3}$, & B C D, sera la binomie ligne requise. Puis se tirera sa racine par le 3 probleme, qui soit E F. Or à fin de diviser ceste racine E F en les parties de laquelle elle est cõposée, i'extrais premierement racine quarrée du nombre $\sqrt{12}+2$, qui est (par le 39 probleme de nostre Arithmetique) $\sqrt{bimo.\sqrt{3}+\sqrt{2}}+\sqrt{bimo.\sqrt{3}-\sqrt{2}}$. Il faut doncques que l'une partie de ceste ligne soit de $\sqrt{bimo.\sqrt{3}+\sqrt{2}}$, & l'autre $\sqrt{bimo.\sqrt{3}-\sqrt{2}}$, parquoy divisée la ligne E F, par le second probleme en G, ainsi que E G, aye telle raison à G F, comme $\sqrt{bimo.\sqrt{3}+\sqrt{2}}$, à $\sqrt{bimo.\sqrt{3}-\sqrt{2}}$, l'on aura le requis. Nous pourrions donner semblables exemples de toutes les autres onze binomies lignes, qui sont descrites audict 10e livre d'Euclide. Mais veu que le progres est en toutes le mesme, voire non pas seulement en ces 12 binomies lignes, mais en infinies autres, ce seroit inutile perdition de temps. Voila doncques ce que nous avions promis.




*Fin de la seconde partie.*

---

# APPENDICE DES INCOMMENSVRABLES GRANDEVRS.

*En laquelle est sommairement declaré, le contenu du Dixiesme Livre d'Euclide.*

COMBIEN qu'au precedent semble assez declaré, ce que nous avions conceu à descrire des Incommensurables Grandeurs; Toutesfois voyant que par solide fondament tout le Dixiesme livre d'Euclide (contenant selon Bartholome Zambert Venetien 118 propositions, desquelles les 94 sont Theoremes, & 24 Problemes) estoit manifeste au premier regard, j'en ay voulu descrire ceste Appendice.

DISTRI-

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

# DISTRIBVTION DES CXVIII. PROPOSITIONS DV X^e. *Livre d'Euclide, en tel ordre comme elles seront declarees en ceste Appendice.*

CONSIDERANT les qualitez des susdictes 118 propositions, nous les avons distingué en trois parties, lesquelles descrirons cy apres distinctement. La premiere partie contiendra 30 propositions telles 1^e. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10. 11. 12. 13. 14. 15. 16. 17. 18. 19. 20. 21. 22. 23. 24. 25. 26. 29. 30. 31. 32. & sont celles qui servent pour preparations des constructions & demonstrations des douze binomies lignes, & de leurs racines.

La seconde partie contiendra 17 propositions telles la 48^e. 49. 50. 51. 52. 83. 85. 86. 87. 88. 89. 90. 27. 28. 33. 34. 35. & sont tous problemes des constructions des douze binomies lignes & de leurs racines.

La troisiesme partie contiendra 71 propositions telles; la 36^e. 37. 38. 39. 40. 41. 73. 74. 75. 76. 77. 78. 42. 43. 44. 45. 46. 47. 79. 80. 81. 82. 83. 84. 54. 55. 56. 57. 58. 59. 91. 92. 93. 94. 95. 96. 114. 60. 61. 62. 63. 64. 65. 97. 98. 99. 100. 101. 102. 66. 67. 68 69. 70. 103. 104. 105. 106. 107. 116. 117. 108. 109. 110. 71. 72. 112. 113. 111. 115. 118. & sont tous theoremes demonstrans quelques proprietez des douze binomies lignes & de leurs racines.

---

# LA PREMIERE PARTIE DE L'APPENDICE.

LEs 30 propositions que nous avons comprins en ceste premiere partie, comme preparations des constructions & demonstrations des douze binomies lignes & de leurs racines sont (comme dessus dict est) la 1^e. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10. 11. 12. 13. 14. 15. 16. 17. 18. 19. 20. 21. 22. 23. 24. 25. 26. 29. 30. 31. 32. desmesmes la 1^e. 5. 6. 7. 8. 9. 11. 12. 13. 14. 15. 16. sont manifestes, & la plus part d'icelles consiste en communes sentences, comme par exemple la 12 proposition qui est telle:

*Grandeurs qui à une mesme grandeur sont commensurables, sont aussi entre elles commensurables.*

Quant aux propositions la ou il y a faict mention de nombres, comme ceste cincquiesme:

*Grandeurs commensurables, ont telle raison entre elles, comme nombre à nombre.*

Par les mots *comme nombre à nombre*, il faut entendre comme nombre Arithmetique à nombre Arithmetique. Car l'un des deux nombres incommensurables, n'y est pas tenu pour nombre, ce que nous avons refuté soubs la 3^ie definition de l'Arithmetique.

Quant aux autres propositions de ceste premiere partie, comme la 2^e. 3. 4. 10. 17. 18. 19. 20. 21. 22. 23. 24. 25. 26. 29. 30. 31. 32. la 2^e est telle:

*Si de deux grandeurs inegales donnees, on coupe tousiours la moindre de la majeure, & que la reste ne mesure jamais sa grandeur precedente; Telles grandeurs sont incommensurables.* Nous en avons dict cy devant, à sçavoir que c'est position de l'impossible, à fin que le possible s'entendroit plus facilement.

La troisiesme & quatriesme proposition sont problemes semblables à la precedente 2^e proposition, à sçavoir par lesquelles on enseigne l'invention de la commune mesure de deux & trois grandeurs commensurables, sans nombres, c'est à dire par l'impossible, à fin d'ainsi declarer aucunement le possible.

La 10^e proposition est telle:

*A la proposée ligne droicte, Trouver deux lignes droictes incommensurables, l'une en longueur seulement, l'autre aussi en potence.*

Or si on ajouste à l'explication de ceste proposition tous les propres nombres y diffaillans, la chose sera notoire.

Et semblablement seront notoires les propositions 17^e. 18. 29. 30. 31. 32.

La 19. proposition est telle:

*Le rectangle contenu soubs deux lignes rationelles en longitude commensurables selon aucune desdictes manieres, sera rationel.*

C'est à dire selon nostre maniere:

*Le rectangle contenu soubs deux lignes expliquees par nombres commensurables, selon aucune desdictes manieres, s'expliquera par nombre Arithmetique.*

Comme par exemple, si l'un costé d'un rectangle fust 2, & l'autre 3, qui sont commensurables, la superfice s'expliquera par 6, qui est nombre Arithmet. Ou bien, si l'un costé fust $\sqrt{3}$, & l'autre $\sqrt{12}$, qui sont commensurables par le 20^e probleme de l'Arithmetique, la superfice s'expliquera par 6, qui est aussi nombre Arithmetique. Ou si l'un coste fust $\sqrt{2}$ & l'autre $\sqrt{8}$, qui sont commensurables selon les conditions qui precedent à ladicte 19 proposition, la superfice s'expliquera par nombre Arithmetique 4.

## NOTA.

Il y a encore infiniz tels rectangles d'autres especes de lignes, pas comprins en ceste proposition. Par exemple le rectangle contenu soubs $\sqrt{8}$, & $\sqrt{32}$, sera 4. Item le rectangle contenu soubs $\sqrt{8}$, & $\sqrt{8192}$, sera 4, &c.

La 20^e proposition est la converse de la 19^e.

La 21^e proposition est telle:

*Le rectangle contenu soubs deux lignes droictes, desquelles les potences seulement sont commensurables, est irrationel, & la ligne le pouvant, est irrationelle, & s'appelle* linea media.

Comme si l'un costé d'un rectangle fust $\sqrt{3}$, & l'autre $\sqrt{2}$, (desquelles les potences seulement sont commensurables) la superfice (à sçavoir le produict de $\sqrt{3}$ & $\sqrt{2}$) sera $\sqrt{6}$. Et ledict rectangle converti en un quarré le mesme quarré aura son costé (qui est la ligne pouvant le rectangle) de $\sqrt{6}$, lequel costé ou laquelle ligne selon Euclide, est irrationelle, & l'appelle *linea media*.

## NOTA.

Nous mettons icy les noms de quelques lignes & superfices en Latin, parce qu'ils ne sont en François guieres en use, aussi qu'ils n'y semblent fort necessaires. Par exemple pour signifier la racine de douziesme binomie ligne, elle se dict *Cum medio medium totum efficiens.* Dont le sens est, que c'est une ligne au quarré moyen de laquelle ajousté le quarré moyen de quelque certaine autre ligne, sera l'entier rectangle moyen.

La 22^e proposition est la converse de la 21.

La 23^e proposition est telle:

*La ligne commensurable à* linea media *est aussi* linea media.

La demonstration (veu que les lignes sont en la



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

meſme raiſon que leurs nombres) eſt manifeſte par le 1 Corollaire du 2 theoreme apres le 43 probleme de l'Arithmetique.

La 24ᵉ propoſition eſt telle:

*Le rectangle comprins ſoubs deux* lineis mediis *en longitude commenſurables, s'appelle* rectanglum medium.

Comme ſi l'une *linea media* fuſt ✓2 & l'autre à luy commenſurable ✓32 (car elles ſont en double raiſon) la ſuperfice (car multipliant ✓2 par ✓32 faict ✓8) ſera ✓8, & telle ſuperfice s'appelle par Euclide *Rectangulum medium.*

La 25 propoſition eſt telle:

*Le rectangle comprins ſoubs deux* lineis mediis *deſquelles les potences ſeulement ſont commenſurables ſera* rectangulum raticinale *ou* medium.

Comme ſi l'une *linea media*, d'un rectangle fuſt ✓2, & l'autre ✓8 (deſquelles les potences ſont commenſurables, car elles ſont en raiſon double) la ſuperfice (car multipliant ✓2 par ✓8 faict 2) ſera 2, laquelle ſuperfice Euclide appelle *rationale*. Mais ſi l'une *linea media*, d'un rectangle fuſt ✓3, & l'autre ✓12 (deſquelles, les potences ſont auſſi commenſurables, car elles ſont en raiſon double) la ſuperfice (car multipliant ✓3 par ✓12 faict ✓6) ſera ✓6, laquelle ſuperfice Euclide appelle *Medium.*

La 26 propoſition eſt telle:

*Soubſtraict* mediale *de* mediali *la reſte ſera rectangulum irrationale.*

Soit quelque *mediale* ✓32, & ſoubſtrayons du meſme un *mediale* premierement à luy commenſurable, comme ✓2, & reſtera un rectangle de ✓18, qui (ſelon Euclide) eſt *irrationale.* Mais ſi de ✓32, on ſoubſtraict quelque rectangle à luy incommenſurable, comme ✓3, la reſte ſera rectangle de ✓32 — ✓3, lequel ſelon Euclide eſt auſſi *irrationale.*

# SECONDE PARTIE DE L'APPENDICE.

LEs 17 propoſitions que nous avons comprins en ceſte ſeconde partie qui ſont les problemes des conſtructions des douze binomies lignes & de leurs racines, ſont la 48ᵉ. 49. 50. 51. 52. 53. 85. 86. 87. 88. 89. 90. 27. 28. 33. 34. 35. Des meſmes la 48. 49. 50. 51. 52. 53. 85. 86. 87. 88. 89. 90. ſont des conſtructions des douze binomies lignes, qui ſeroyent faciles, ſi l'on y appliquoit par tout en bon ordre leurs nombres inſeparables: Mais veu que nous les avons deſcript cy devant par maniere plus briefve plus commode, & generale, & outre cela ſelon meſure donnée, ce qui ne ſe faict pas icy, nous n'expliquerons pas au long ces conſtructions.

Les propoſitions 27ᵉ. 28. 33. 34. 35. ſont les conſtructions ou inventions des parties, deſquelles ſe compoſent les racines des binomies lignes, à ſçavoir:

La 27. propoſition enſeigne l'invention de deux *lineis mediis*, leſquelles ajouſtees en une ligne droicte, toute la ligne ſera (par la 37 propoſition du 10ᵉ livre d'Euclide) *ex binis mediis prima*, que nous appellons racine de ſeconde binomie ligne. Mais ſi on ſoubſtraict une ligne egale à la moindre ligne, de la majeure, la reſte ſera (par la 74 propoſition du 10 d'Euclide) *mediæ apotome prima*, que nous appellons racine de huictieſme binomie ligne.

La 28 propoſition enſeigne l'invention de deux autres *lineis mediis*, leſquelles ajouſtees en une ligne droicte, toute la ligne ſera (par la 38 propoſition du 10 d'Euclide) *ex binis mediis ſecunda*, que nous appellons racine de troiſieſme binomie ligne. Mais ſi on ſoubſtraict une ligne egale à la moindre ligne, de la majeure, la reſte ſera (par la 75 propoſition du 10 d'Euclide) *mediæ apotome ſecundæ*, que nous appellons racine de neufieſme binomie ligne.

La 33 propoſition enſeigne l'invention de deux lignes, leſquelles ajouſtees en une ligne droicte, toute la ligne ſera (par la 39 propoſition du 10 d'Euclide) *linea major*, que nous appellons racine de quatrieſme binomie ligne. Mais ſi on ſoubſtraict une ligne egale à la moindre ligne, de la majeure, la reſte ſera (par la 76 propoſition du 10 d'Euclide) *linea minor*, que nous appellons racine de dixieſme binomie ligne.

La 34 propoſition enſeigne l'invention de deux lignes, leſquelles ajouſtees en une ligne droicte, toute la ligne ſera (par la 40 propoſition du 10 d'Euclide) *rationale mediumque potens*, que nous appellons racine de cinquieſme binomie ligne. Mais ſi on ſoubſtraict une ligne egale à la moindre, de la majeure, la reſte ſera (par la 77 propoſition du 10 d'Euclide) la ligne dicte *cum rationali medium totum efficiens*, que nous appellons racine de onzieſme binomie ligne.

La 35ᵉ propoſition enſeigne l'invention de deux lignes, leſquelles ajouſtees en une ligne droicte, toute la ligne ſera (par la 41 propoſition du 10 d'Euclide) *bina media potens*, que nous appellons racine de ſixieſme binomie ligne. Mais ſi on ſoubſtraict une ligne egale à la moindre de la majeure, la reſte ſera (par la 78 propoſition du 10 d'Euclide) la ligne dicte *cum medio medium totum efficiens*, que nous appellons racine de douzieſme binomie ligne.

## NOTA I.

Nous ne deſcrivons pas icy au long ces conſtructions des racines de binomies lignes, veu qu'elles ſe peuvent expedier plus facilement par le precedent traicté.

## NOTA II.

La racine de premiere & ſeptieſme binomie ligne, ne ſe deſcript pas cy deſſus, parce que ce ſont touſiours auſſi binomies lignes, la conſtruction deſquelles Euclide avoit deſcript aux precedens.

# TROISIESME PARTIE DE L'APPENDICE.

LEs 71 propoſitions que nous avons comprins en ceſte troiſieſme partie, qui ſont theoremes de quelques proprietez des 12 binomies lignes & de leurs racines, ſont la 36ᵉ. 37. 38. 39. 40. 41. 73. 74. 75. 76. 77. 78. 42. 43. 44. 45. 46. 47. 79. 80. 81. 82. 83. 84. 54. 55. 56. 57. 58. 59. 91. 92. 93. 94. 95. 96. 114. 60. 61. 62. 63. 64. 65. 97. 98. 99. 100. 101. 102. 66. 67. 68. 69. 70. 103. 104. 105. 106. 107. 116. 117. 108. 109. 110. 71. 72. 112. 113. 111. 115. 118. des meſmes les douze, à ſçavoir la 36. 37. 38. 39. 40. 41. 73. 74. 75. 76. 77. 78. demonſtrent, que ſi l'on compoſe & ſoubſtraict les lignes des propoſitions 27. 28. 33. 34. 35. comme nous avons dict à la precedente ſeconde partie de l'Appendice, que tels conjoincts & reſtes (y applicant encore la conſtruction d'une binomie ligne & d'un apotome qui ſont les racines de la premiere & ſeptieſme binomie ligne) ſeront les douze racines des douze binomies lignes, ce qui eſt notoire par ce que les lignes ſont en la meſme raiſon & qualité que leurs nombres.

Les propoſitions 42ᵉ. 43. 44. 45. 46. 47. 79. 80. 81. 82. 83. 84.

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

83.84. demonſtrent, que toutes les racines des douze binomies lignes, ne ſe peuvent diviſer en autre poinct, qu'au meſme la ou elles ſont diviſées, tellement qu'alors les deux parties de la ligne, façent enſemble quelque eſpece de racine de binomie ligne. Et pour le declater, nous deſcirons & expliquerons la 42 propoſition telle:

*La binomie ligne ſe diviſe ſeulement à un poinct en deux noms.*

Soit quelque binomie ligne AB, de $\sqrt{2}+\sqrt{7}$, & le poinct de la diviſion ſoit C, ainſi que AC faict $\sqrt{2}$, & CB $\sqrt{7}$. Puis ſoit D (s'il fuſt poſſible) quelque autre poinct, diviſant AB en deux noms;

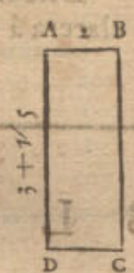
Doncques les nombres explicans les lignes AD & DB, ſeront autre binomie nombre, egal au binomie nombre donne, ce qui eſt contre le premier theoreme apres le 43 probleme de l'Arithmetique. Doncques la binomie ligne ſe diviſe ſeulement à un poinct en deux noms. Et ſemblable ſera la demonſtration des propoſitions 43e. 44.45.46.47.79.80.81.82.83.84.

A $\sqrt{2}$ C D $\sqrt{7}$ B
\+ — + + — +

La 54e propoſition eſt telle:

*Si quelque ſuperfice eſt continue ſoubs une ligne rationelle, & une binomie ligne premiere: La ligne pouvant telle ſuperfice, ſera binomie ligne.*

Soit la ſuperfice ABCD, contenue ſoubs la ligne rationelle (comme l'appelle Euclide) AB 2, & ſoubs la binomie ligne premiere AD $3+\sqrt{5}$, leur produict pour la ſuperfice ſera $6+\sqrt{20}$, duquel la racine (pour la ligne pouvant telle ſuperfice) eſt (par le 1 exemple du 39e probleme de l'Arithmetique) $\sqrt{5}+1$, qui eſt binomie ligne comme dict eſten la propoſition.




La raiſon de la conſequence du theoreme eſt notoire (veu que les grandeurs ſont entre elles en la meſme raiſon que leurs nombres) par le 2 theoreme apres le 43 probleme de l'Arithmetique, la ou il eſt demonſtré, que ſi on multiplie ou diviſe multinomie nombre par nombre Arithmetique, le produict ou quotient ſera multinomie nombre de meſme multitude de noms & de meſme ordre, comme le multinomie multiplié ou diviſé. Et ſemblable ſera la demonſtration des propoſitions 55e. 56.57.58.59.91.92.93.94.95.96.114.

Les propoſitions 60e. 61.62.63.64.65.97.98.99.100.101.102. ſont les converſes des douze precedentes.

La 66e. propoſition eſt telle:

*La ligne commenſurable à une binomie ligne, eſt auſſi binomie ligne & de meſme ordre.*

Soit binomie ligne AB $3+\sqrt{2}$, & une autre ligne comme CD, qui ſoit commenſurable à la AB, comme ſon double, & ſera de $6+\sqrt{8}$. Or que CD eſt du meſme ordre que AB, eſt manifeſte par la 4e definition du precedent traicté, car & l'une & l'autre eſt binomie ligne quatrieſme en l'ordre.

A $3+\sqrt{2}$ B  C  $6+\sqrt{8}$ D
\+ — + —  — — — — — — — —

Et ſemblable ſera la demonſtration des propoſitions 67e. 68.69.70.103.104.105.106.107.116.117.

La raiſon de la conſequence du theoreme eſt notoire par ledict 2 theoreme apres le 43 probleme de l'Arithmetique.

NOTA.

La 105e & 106e propoſitions ſont en noſtre exemplaire les meſmes, ce que ſont auſſi la 116e & 117e.

La 108 propoſition eſt telle:

*D'un rectangle* rationali, *ſoubſtraict un rectangle* medium, *la ligne pouvant la reſte ſera* Apotome, *ou* linea minor.

Soit d'un rectangle *rationali* 3, ſoubſtraict un rectangle *medium* $\sqrt{5}$, la reſte ſera une ſuperfice de $3-\sqrt{5}$, & la ligne pouvant ceſte ſuperfice (c'eſt à dire la racine quarrée de $3-\sqrt{5}$) ſera apotome, par le 7 exemple du 39 probleme de l'Arithmetique, parce que $3-\sqrt{5}$ eſt ſeptieſme binomie ligne. Mais ſi tel rectangle reſtant fuſt dixieſme binomie comme $5-\sqrt{12}$, c'eſt manifeſte que la racine du meſme ſera racine de dixieſme binomie ligne, qui eſt ſelon Euclide, *linea minor.*

NOTA.

La raiſon pourquoy la ligne pouvant la reſte, ne peut eſtre autre ligne que l'une de ces deux, eſt que ſoubſtraict *mediale* de *rationali*, il n'y peut reſter autre ſuperfice que celle de laquelle les nombres ſont ſeptieſme ou dixieſme binomie en l'ordre.

Et ſemblable ſera la demonſtration des propoſitions 109e. 110.71.72.

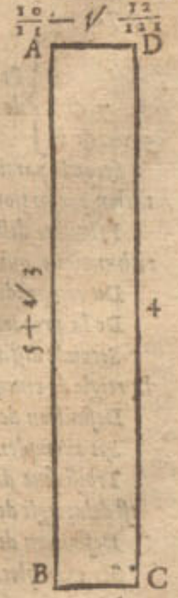
La 112e propoſition eſt telle:

*Quod ex rationali ad irrationalem eámque ex binis nominibus appoſitum latitudinem efficit apotomen, cujus nomina commenſurabilia ſunt nominibus ejus, quæ ex binis nominibus eſt, & in eadem ratione, & inſuper apotome quæ gignitur, eundem habebit ordinem ei quæ ex binis nominibus eſt.*

Le ſens eſt tel:

*Si le rectangle fuſt expliqué par nombre Arithmetique, & que l'un coſté fuſt binomie ligne conjoincte: l'autre coſté ſera binomie ligne diſioincte, de laquelle les noms ſeront commenſurables, aux noms de la conjoincte, & entre eux en la meſme raiſon comme les noms de la conjoincte & la diſioincte ſera telle en l'ordre des diſioinctes, comme la conjoincte en l'ordre des conjoinctes.*

Soit le rectangle ABCD, expliqué par nombre Arithmetique comme 4, & l'un coſté AB, ſoit binomie ligne conjoincte, à ſçavoir $5+\sqrt{3}$. Puis diviſant 4 par $5+\sqrt{3}$ donne quotient (par le 27 probleme de l'Arithmetique) pour la ligne AD, $\frac{10}{11}-\sqrt{\frac{12}{121}}$, laquelle AD, a toutes les conditions de la propoſition: Premierement elle eſt binomie ligne diſioincte: Au ſecond, ſes noms ſont commenſurables aux noms de la conjoincte AB, car le nom $\frac{10}{11}$, & 5, ſont tous deux nombres Arithmetiques, ergo commenſurables. Et le nom $\sqrt{\frac{12}{121}}$, eſt au nom $\sqrt{3}$, auſſi commenſurable, par le 20 probleme de l'Arithmetique, car ils ſont en telle raiſon comme 2 à 11: Au tiers, il y a telle raiſon (par le 21e probleme de l'Arithmetique) de 5 à $\sqrt{3}$, comme de $\frac{10}{11}$ à $\sqrt{\frac{12}{121}}$: Au quatrieſme AD eſt telle binomie ligne en l'ordre des diſioinctes, à ſçavoir l'onſieſme, comme AB, en l'ordre des conjoinctes, qui eſt la cincquieſme; Car la premiere binomie ligne ſe refere à la ſeptieſme, & la ſeconde à la huictieſme, &c.




Et ſemblable ſera la demonſtration de la 113e propoſition.

La 111e & 115 propoſition ſont manifeſtes.

La 118e propoſition (laquelle aucuns eſtiment de n'eſtre pas la propoſition d'Euclide) eſt telle:



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

*Il nous faut demonſtrer que la diagonale du quarré eſt incommenſurable au coſté.*

La demonſtration d'aucuns ſur ceſte propoſition, eſt eſtimée par quelques autres (combien qu'elle ſe faict par diverſes inductions & aſſez longues) pour debile, & pas fermement demonſtrant le requis. Sa legitime demonſtration eſt telle:

*Comme 1 à √ 2, ainſi tout coſté de quarré à la diagonale du meſme.*
*1 eſt à √ 2 incommenſurable:*
*Ergo le coſté eſt à la diagonale incommenſurable.*

Fin de l'Appendice.

---

# THESES MATHEMATIQVES.

THESE I.

*Que l'unité eſt nombre.*

THESE II.

*Que nombres quelconques peuvent eſtre nombres quarrez, cubiques, de quarte quantité, &c.*

THESE III.

*Que racine quelconque eſt nombre.*

THESE IV.

*Qu'il n'y a aucuns nombres abſurds, irrationels, irreguliers, inexplicables, ou ſourds.*

THESE V.

*Que nombres comme 1. 2. 3. ou 12. 10. 6. 4. & ſemblables, ne ſont pas proportion Arithmetique.*

THESE VI.

*Que nombres comme 2. 4. 8. ou 2. 3. 4. 6. & ſemblables ne ſont pas proportion Geometrique, mais Arithmetique.*

THESE VII.

*Que nombres comme 153. 144. 136. & ſemblables ne ſont pas proportion Harmonique.*

Nous avons traicté des ſuſdictes Theſes à la precedente Arithmetique, au commencement puis page 8. 9.

L'heure & lieu de leur expedition ſe declarera à temps oportun.

---

# TABLE DES CHOSES PRINCIPALES DE LA PRACTIQVE d'Arithmetique ſelon l'ordre qu'elles ſont deſcrites.


*Premiere partie de la Practique d'Arithmetique des quatre computations rationelles.* 176
*Premiere diſtinction des quatre computations d'Argent.* 176
1, 2, 3, 4 } Probleme de leur { *Addition* 176; *Soubſtraction* 176; *Multiplication* 177; *Diviſion.* 177
*Deuxieſme diſtinction des quatre computations des raiſons.* 177.
5, 6, 7 & 8, 9. 10. & 11 } Probleme de leur { *Addition* 178; *Soubſtraction* 178; *Multiplication* 179; *Diviſion.* 179. 180
*Seconde partie de la Practique d'Arithmetique de la computation proportionelle.* 180
*Premiere diſtinction de la ſeconde partie de la Practique d'Arithmetique, qui eſt de la reigle de trois.* 180
*Du compendie de la reigle de trois.* 181
*De la proportion renverſe & alterne.* 182
*Seconde diſtinction de la Practique d'Arithmetique, qui eſt de la reigle de cincq.* 183
*Definition de la reigle de cincq.* 183
*Ses exemples.* 183
*Troiſieſme diſtinction de la Practique d'Arithmetique, qui eſt de la reigle de compaignie.* 183
*Definition de la reigle de compaignie.* 183
*Ses exemples.* 183. 184
*Quatrieſme diſtinction de la ſeconde partie de la Practique d'Arithmetique, qui eſt de la reigle d'Alligation.* 184
*Definition de la reigle d'Alligation.* 184
*Ses exemples.* 184. 185
*Cincquieſme diſtinction de la ſeconde partie de la Practique d'Arithmetique, qui eſt de la reigle d'Intereſt.* 185
*Argument ſur la reigle d'Intereſt.* 185
*Premiere partie de la reigle d'Intereſt des definitions.* 186
1e *Definition du Capital.* 186
2 *Definition d'intereſt.* 186
3 *Definition de Raiſon d'Intereſt.* 186
4 *Definition d'Intereſt ſimple.* 186
5 *Definition d'Intereſt compoſé.* 186
6 *Definition d'Intereſt prouffitable.* 186
7 *Definition d'intereſt dommageable.* 186
*Seconde partie de la reigle d'Intereſt de l'operation.* 187
1e *Propoſition d'Intereſt ſimple & prouffitable.* 187
2 *Propoſition d'Intereſt ſimple & dommageable.* 188
3 *Propoſition d'Intereſt compoſé & prouffitable.* 190
*Conſtruction des Tables.* 190


*Table*

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

Table de 1 pour 100. 191
2 191
3 192
4 192
5 192
6 192
7 193
8 193
9 193
10 193
11 194
12 194
13 194
14 194
15 195
16 195
Table du denier 15 195
16 195
17 196
18 196
19 196
20 196
21 197
22 197
4 *Proposition d'Interest composé dommageable.* 200
*Appendice de la Reigle d'Interest.* 202
*Sixiesme distinction de la seconde partie de la Practique d'Arithmetique, qui est de la Reigle de faux.* 203
*Septiesme distinction de la seconde partie de la Practique d'Arithmetique, qui est de la Disme.* 206
*La Preface.* 206
*l'Argument.* 208
*La premiere partie de la Disme des Definitions.* 208
1 *Definition de la Disme.* 208
2 *Definition de Commencement.* 208
3 *Definition de la Prime, Seconde, &c.* 208
4 *Definition de Nombre de Disme.* 208
*Seconde partie de la Disme de l'operation.* 208
1 *proposition de* *Addition.* 208
2 *Soubstraction.* 209
3 *Multiplication.* 209
4 *Division.* 209
*Appendice de la Disme.* 210
*Art. 1. des computations de l'Arpenterie.* 210
*Art. 2. des comptes des mesureurs de Tapisserie.* 211
*Art. 3. des comptes servans à la Gaujerie & aux mesures de tous tonneaux.* 211
*Art. 4. des comptes de la Stereometrie en general.* 211
*Art. 5. des computations Astronomiques.* 212
*Art. 6. des comptes des maistres de monnoies, marchans & de tous estats en general.* 212
*Huictiesme distinction de la Practique d'Arithmetique, qui est de nombres incommensurables appliquez à grandeurs.* 213
*La Preface.* 213
*l'Argument.* 215
*Premiere partie des incommensurables grandeurs, qui est des definitions.* 215
1 *Definition des Incommensurables grandeurs.* 215
2 *Definition de multinomie grandeur.* 215
3 *Definition de Binomie grandeur.* 215
4 *Definition de Binomie ligne premiere, &c.* 215
5 *Definition de Racine quarrée de ligne.* 215
*Seconde partie des incommensurables grandeurs.* 215
*Appendice des incommensurables grandeurs.* 218


# TABLE

## DES CHOSES PRINCIPALES DE LA PRACTIQVE d'Arithmetique selon l'ordre de l'A B C.


A.

ADDITION d'argent. 176
Additions des Raisons. 178
Addition de Disme. 208
Appendice de la reigle d'Interest. 202
Appendice de la Disme. 210
Appendice des Incommensurables grandeurs. 218

B.

BInomie ligne quoy. 215
Binomie ligne premiere, seconde, &c. 215

C.

CApital quoy. 186
Commencement de Disme quoy. 208
Compendie de la reigle de trois. 181
Comptes de Disme de l'arpenterie. 210
Comptes de Disme des mesures de tapisserie. 211
Comptes de Disme servans à la gaujerie & aux mesures de tous tonneaux. 211
Comptes de Disme de la Stereometrie en general. 211
Computations de Disme Astronomiques. 212
Comptes de Disme des maistres des monnoies, marchãs & de tous estats en general. 212
Construction des Tables d'interest. 190

D.

DE partie de terme ne se peut compter interest composé. 198
Disme quoy. 208
Division d'Argent. 177
Division des raisons. 179.180
Division de Disme. 209

I.

INcommensurables grandeurs quoy 215
Interest quoy. 186
Interest simple quoy. 186
Interest composé quoy. 186
Interest prouffitable quoy. 186
Interest dommageable. 186


Multi-

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

M.

Multiplication d'argent. 177
Multiplication des raiſons. 179
Multiplication de Diſme. 209
Multinomie grandeur quoy. 215

N.

Nombre de diſme quoy. 208

P.

Prime de Diſme quoy. 208
Proportion renverſe & alterne. 182

R.

Racine quarrée de ligne quoy. 215
Raiſon d'Intereſt quoy. 186
Reigle de trois. 180
Reigle de cincq. 183
Reigle de compaignie. 183
Reigle d'Alligation. 184
Reigle d'Intereſt. 185
Reigle des Faux. 203

S.

Seconde de Diſme quoy. 208
Soubſtraction d'argent. 176
Soubſtraction des Raiſons. 189
Soubſtraction de Diſme.

T.

Theoremes. 177.178
Tables d'Intereſt, depuis fol. 191. 197.

FIN DE LA TABLE.

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

# DEVXIESME VOLVME
## TRAITANT DE LA
# COSMOGRAPHIE.

*Contenant* III *parties, assavoir,*

I. La Doctrine des Triangles,
II. La Geographie,
III. L'Astronomie.

*Et premierement de la*

## DOCTRINE DES TRIANGLES,

Divisée en quatre Livres, qui sont,

I. *De la Construction des Tables.* II. *Des Triangles Plans.*
III. *Des Triangles Spheriques.* IV. *Des Problemes Spheriques Celestes.*

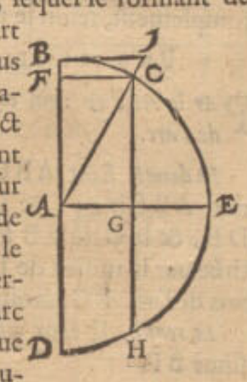
---

## PREMIER LIVRE
## DE LA COSMOGRAPHIE
### Qui est de la Construction des Sinus.

DEFINITION I.

*L'Arc d'un angle est partie d'un demi cercle entre les lignes de l'angle, descrit sur leur poinct de rencontre comme centre.*

SOIENT AB, AC, deux lignes de l'angle BAC, & sur leur rencontre A comme centre, soit avec AB comme raid, descrit l'arc BC, lequel estant plus petit qu'un demi cercle, & denotant la grandeur ou ouverture dudit angle BAC, s'appelle arc de l'angle, lequel se formant de trois façons, à sçavoir du quart d'un cercle, plus petit, ou plus grand, nous descrirons pour declaration d'icelui sur le susdit poinct A, le demi cercle BCD, tirant le raid AE à angle droit sur BA. Ce qu'estant ainsi, l'arc de l'angle BC, est plus petit que le quart d'un cercle, donnant l'ouverture d'un angle aigu BAC. L'arc de l'angle CD, est plus grand que le quart d'un cercle, donnant l'ouverture d'un angle obtus CAD. Et l'arc de l'angle BE, du quart d'un cercle, donnant l'ouverture d'un angle droit BAE.




---

ALBERT GIRARD.

*Sans ceux-là, il y a encor l'arc d'un angle renversé, ou angle convexe, qui est plus qu'un demicercle.*

DEFINITION II.

*SInus est une ligne droite tirée du bout de l'arc de l'angle à angles droits sur le diametre.*

Soit BC en la premiere definition l'arc d'un angle, premierement plus petit que le quart d'un cercle, à sçavoir de l'angle aigu BAC; du bout d'icelui arc (de l'angle) C, tombe la ligne droite CF, à angles droits sur le diametre BD, la mesme CF s'appelle en langue Arabique, Sinus. Et par les precedentes raisons il faut entendre que CF est aussi sinus de l'angle obtus CAD; car selon la definition elle est la ligne droite, du bout de l'arc (de l'angle) DC à angles droits sur le diametre BD, & nulle autre ligne droite de mesme longueur, ne peut tomber de C à angles droits sur BD, pour tenir l'angle CAD en ceste qualité. Il est aussi manifeste que AE est sinus de l'angle droit BAE.



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

### Definition III.

*Verſé eſt partie du diametre entre l'extremité du ſinus & de la circonference.*

---

### Alb. Girard.

*L'Autheur, & auſſi le premier traducteur avoyent eſcrit fleſche de ſinus (& aucunefois fleſche) au lieu de verſé qu'on appelle en Latin* ſinus verſus, *tellement que j'ay recorrigé ce mot tout par tout. Car ſoit (en la figure de la 2 prop. ſuivante) un arc propoſé* DGB, *alors ſon ſinus eſt* DE, *verſé* EB, *corde* DFB, *fleſche* FG, *ainſi que doreſenavant* EB *verſé, &* FG *fleſche, n'auront plus un meſme nom, comme il appartient és choſes differentes; tellement que* EB *eſt verſé de l'arc* DB, *mais fleſche, de l'arc double à* DB: *& en la figure precedente* FB *eſt verſé de l'arc* BC, *&* FD *de l'arc* CD.

### Definition IV.

*L'Arc de complement, eſt la difference entre un arc propoſé & le quart du cercle.*

Soit BC un arc propoſé, premierement plus petit que le quart du cercle BE: La difference entre eux deux comme CE, s'appelle arc de complement, à ſçavoir, arc du complement BC. Soit ſecondement CD un arc propoſé & plus grand que le quart du cercle DE: La difference entre eux deux, comme CE, s'appelle arc de complement, à ſçavoir, arc du complement de CD: & le meſme s'entendra de l'angle, en la ſuivante definition.

### Definition V.

*L'Angle de complement eſt la difference entre un angle propoſé & l'angle droit.*

### Definition VI.

*Le complement de demi cercle d'un arc, eſt un autre arc, qui joinct au ſuſdit, fait le demi cercle, appellé auſſi adjoinct.*

Soit BC l'arc propoſé, & joinct à icelui l'arc CD, tellemẽt qu'ils facent enſemble un demi cercle: L'arc conjoinct CD, s'appelle adjoinct ou complement de demi cercle de BC. Et par meſme raiſon BC eſt complement du demi cercle de DC: tellement que BC & CD ſont adjoincts l'un de l'autre.

### Definition VII.

*Tangente d'un angle, eſt la parallele de ſon ſinus, touchant d'un extreme la peripherie, & de l'autre extreme la ligne de l'angle prolongée.*

Soit CF ſinus de l'angle BAC, comme deſſus, & BI ſa parallele, touchant d'un extreme B la peripherie du cercle, & de l'autre extreme I, la ligne de l'angle AC prolongée. Cela eſtant ainſi, BI s'appelle tangente de l'angle BAC, d'autant qu'elle touche la peripherie au poinct B. Et par meſme raiſon eſt notoire, que BI eſt tangente de l'angle obtus CAD, car elle eſt, ſuivant la definition, parallele de FC ſinus du meſme angle obtus CAD, touchant d'un extreme B la peripherie en B, & de l'autre extreme I ſa ligne de l'angle AC, prolongée en I.

### Definition VIII.

*Secante eſt la ligne de l'angle produite juſques à la tangente.*

Comme AC, ligne angulaire de l'angle aigu CAB, ou de l'angle obtus CAD, produite juſques à I, à ſçavoir la ligne AI, s'appelle Secante, à cauſe qu'elle coupe la circonferẽce, à ſçavoir celle de l'angle CAB, ou CAD.

### Definition IX.

*Nous appellons lignes & angles cognus, dont la grandeur s'explique par nombre.*

### Notez.

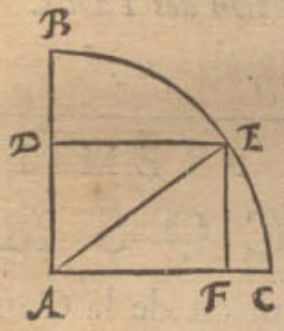
Juſques ici ayant defini les vocables propres de l'art, devant que venir aux propoſitions, nous donnerons un advertiſſement à l'apprentif de ceſte ſcience.

Il advient qu'aucunes perſonnes ſe ſervent des tables des ſinus tangentes & ſecantes, ſans entendre le fondement, ni la façon de leur compoſition; Or s'ils ſont bien, ou mal, quelqu'un s'en pourroit doubter. Mais veu que ſçavoir, eſt entendre la choſe par les cauſes, il ſemble meilleur d'entendre premierement la raiſon, pour ſçavoir ſur quoy l'uſage eſt fondé. Toutesfois on reſpond là deſſus, qu'un apprentif, regardant & cognoiſſant premierement un peu par l'uſage (qui eſt aiſé) les grandes choſes qui ſe font par ces tables, a plus d'envie & de reſolution d'en ſçavoir les raiſons, dont la comprehenſion eſt plus difficile; qu'il n'auroit ſi l'uſage luy eſtoit du tout incognu. Ce que conſiderant, ceux qui ſont de telle opinion ſe peuvent exercer premierement un peu en l'uſage, qui conſiſte principalement à trouver des termes incognus des triangles plats & ſpheriques, dont nous parlerons au ſecond & troiſieſme livres ſuivants.

## *S'enſuivent les Propoſitions.*

### Probleme. I. Proposition.

*Par un ſemidiametre (ou raid) & ſinus cognus: Trouver le ſinus de complement.*




*Le donné.* Soit ABC le quart d'un cercle, dont le raid AC fait 5, & DE ſoit un ſinus faiſant 4, & cela de l'angle DAE, duquel angle de complement eſt ſinus EF.

*Le requis.* Il faut trouver le nombre de ladite EF.

### Construction.

| | |
|---|---|
| Multiplié 5 (du raid) par ſoy, fait | 25. |
| Multiplié 4 (du ſinus DE) par ſoy, fait | 16. |
| Leſquels ſouſtrait des 25 premier en l'ordre, reſte | 9. |
| Sa racine quarrée pour la requiſe EF | 3. |

*Preparation.* Soit tirée AE. *Demonſtration.* Le quarré du raid AE 25, eſt egal aux deux quarrez de DE 16, & DA. Partant le quarré de DE 16, tiré du quarré de AE 25, reſte le quarré de DA 9, dont le coſté pour DA fait 3: Mais EF eſt egal à DA, & pource le complement EF fait 3. *Concluſion.* Nous avons donc par un raid & ſinus cognus, trouvé le ſinus de l'angle de complement, ſelon le requis.

### Probleme. II. Proposition.

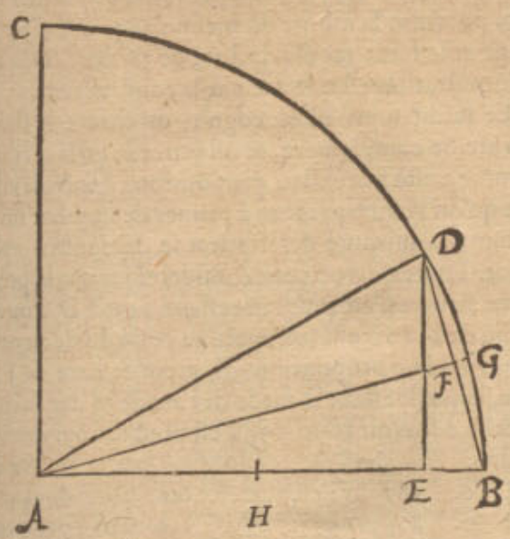
*Par le verſé & raid cognus: Trouver le ſinus de la moitié de l'arc.*

*Le donné.* Soit ABC le quart d'un cercle, dont le raid AB fait 24, & DB eſt un arc, dont le ſinus eſt DE, & le verſé EB fait 3. Apres, la droite AFG eſt tirée par le milieu de DB, tellement que BF eſt le ſinus de l'arc BG, moitié de DGB.

*Le requis.* Il faut trouver la longueur de ce meſme ſinus BF.

Con-

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©




CONSTRVCTION.

La moitié de AB 24 fait 12
Qui multiplié par le verſé EB faiſant 3
Vient 36
Dont la racine quarrée pour BF requiſe eſt 6

*Preparation.* Soit marqué le poinct H au milieu de AB.

*Demonſtration.* Veu que les deux triangles ABF & DBE, ſont tous deux rectangles, & ont en B un angle commun, il faut qu'ils ſoyent ſemblables, & pource de AB il y a telle raiſon à DB, que de FB à BE. Mais AB & DB ſont en meſme raiſon de leurs moitiez HB, BF, partant comme HB à BF, ainſi le meſme BF à BE, tellement que BF eſt moyenne proportionnelle entre HB & BE. Partant quand on multiplie, comme il a eſté fait en la conſtruction, le nombre de HB, (c'eſt la moitié de AB,) par le nombre de BE, & du produit la racine quarrée ſera pour le ſinus BF.

*Concluſion.* Nous avons doncques par le verſé & raid cognus, trouvé le ſinus de la moitié de l'arc, ſelon le requis.

---

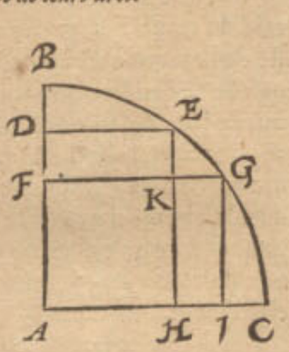
ALB. GIRARD.

*Soit* R *le raid*, C *corde d'un arc cognu*, A *la corde de la troiſieme partie de l'arc, alors* A *cube ſera egal à* R q A 3 — R q C.

PROBLEME. III. PROPOSITION.

*PAr le raid cognu, avec deux ſinus, & les ſinus de complement: Trouver la corde de la difference de leurs arcs.*

*Le donné.* Soit A B C le quart d'un cercle, dont le raid A C faict 10, & deux ſinus D E 6, F G 8, leurs ſinus de complement, comme E H, G I, par la premiere propoſition ſont 8 & 6, & l'arc E G eſt la difference des deux arcs BG, BE, & la droite E G leur corde.




*Le requis.* Il nous faut trouver la meſme corde E G.

CONSTRVCTION.

De F G 8
Souſtrait F K egale à D E 6
Reſte pour K G 2
Apres de E H 8
Souſtrait K H egale à G I 6
Reſte pour K E 2
Son quarré 4
Avec cela le quarré de K G 2, troiſieſme en l'ordre faiſant 4
Vient 8
Sa racine quarrée pour la requiſe E G, fait $\sqrt{8}$

*Demonſtration.* Veu que le triangle E K G eſt droit, dont les coſtez E K, K G, ſont chacun 2, il faut que le troiſieſme E G face $\sqrt{8}$, par la 47 propoſition du premier livre d'Euclide.

*Concluſion.* Nous avons donc par le raid cognu, avec deux ſinus, & leurs ſinus de l'arc de complement, trouvé la corde de la difference de leurs arcs, ſelon le requis.

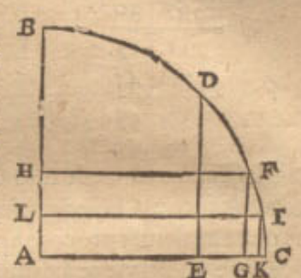
NOTEZ.

Juſques icy ſont deſcrites trois propoſitions ſervantes pour regles generales des operations ſuivantes, auſquelles le raid ſelon la maniere de *Regiomontanus* ſera finalement parti en 10000000. C'eſt auſſi à ſçavoir que pour eviter peine, nous avons prins les meſmes nombres de *Regiomontanus*, ſans rechercher par tout, ſi le compte en eſt juſte: Car ſon Excellence a ſeulement calculé autant d'exemples, qu'il ſuffiſoit pour ſolide intelligence de la choſe. Si par faute de l'Imprimeur, ou autrement, il s'y trouve quelque abus, on m'en excuſera, n'eſtant mon deſſein principal que de monſtrer & deſcrire la façon de la conſtruction de ces tables.

PROBLEME. IV. PROPOSITION.

*LE raid d'un cercle faiſant* 1000000000: *Trouver la longueur de tous les ſinus, & leurs ſinus de complement procedans de mediation de* 90 *degr. juſques à ce qu'on viene à primes de nombre impair.*

*Le donné.* Soit A B C le quart d'un cercle, dont le raid A C fait 1000000000. Or puis que le meſme raid eſt auſſi ſinus de l'arc B C de 90 degr. il ne m'eſt point beſoin de prendre la peine de cercher, mais je mets cõme ici deſſous.




| *Arc.* | *Sinus.* |
|---|---|
| 90 | 1000000000. |

Pour trouver le ſinus de la moitié de 90 degr. je marque D au milieu de B C, & tire D E à angle droit ſur A C, comme ſinus de l'arc D C faiſant 45 degr. Dont le nombre ſe trouve, ſuivant la doctrine de la ſeconde propoſition, multipliant la moitié de A C 500000000, par le verſé de A C 1000000000, fait 500000000000000000, ſa racine quarrée pour D E fait 707106782, cela adjouſté au ſuſdit ſinus de 90 deg. alors la diſpoſition en ſera comme ci deſſous.

| *Arcs.* | *Sinus.* |
|---|---|
| 90 0. | 1000000000. |
| 45 0. | 707106782. |

Apres je mets un poinct devant 90 deg. comme deſſus, ſignifiant que les meſmes 90 deg. ſont mediez.

Pour trouver maintenant le ſinus de la moitié de 45 degr. je marque F au milieu de D C, & tire F G à angle droit ſur A C, comme ſinus de l'arc F C faiſant 22 degr. 30 ①. Iceluy nombre ſe trouve comme le precedent par la 2 propoſition, multipliant 500000000 moitié du raid A C, par 292893218 du verſé E C, (qui fait autant ſouſtrayant A E, egale à E D 707106782, de A C 1000000000) vient 146446609000000000, dont la racine quarrée pour F G fait 382683432. Mais F G eſtant ainſi cognu, le ſinus de complement F H eſt manifeſte par la premiere propoſition, car du quarré



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

du raid, souſtrait le quarré de FG, la racine quarrée de la reſte, faiſant 923879533 eſt pour FH, ſinus de l'arc FB, faiſant 67 deg. 30 ①.

Ces deux arcs avec leurs ſinus adjouſtez avec les precedens, alors la diſpoſition en ſera comme ci deſſous.

| *Arcs.* | *Sinus.* |
|---|---|
| ·90. 0. | 1000000000. |
| ·45. 0. | 707106782. |
| 22. 30. | 382683432. |
| 67. 30. | 923879533. |

Apres je mets un poinct devant les 45 degrez, comme il ſe voit ici deſſus, ſignifiant que les 45 deg. ſont mediez.

Pour trouver maintenant le ſinus de la moitié de 22 degrez 30 ①, je marque I au milieu de FG, & tire IK à angle droit ſur AC, comme ſinus de IC, faiſant 11 degrez 15 ①, dont le nombre ſe trouve comme des precedens, car veu que AG eſt egal à la cognue HF faiſant 923879533, je ſouſtrais AG de AC, ce qui demeure, eſt pour le verſé GC, par lequel je trouve IK de 195090322, & leur arc de complement IB 78 degrez 45 ① ſinus de IL 980785280, le mettant pres les autres.

Et procedant ainſi continuellement par mediation juſques à ce qu'on viene par tout à primes de nombre non pair, la diſpoſition du quart du cercle de 90 deg. medié, avec les arcs de complemẽt, ſera comme ici deſſous.

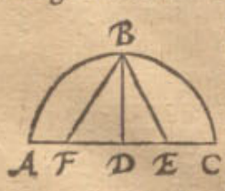
| *Arcs.* | *Sinus.* |
|---|---|
| ·90. 0. | 1000000000. |
| ·45. 0. | 707106782. |
| ·22. 30. | 382683432. |
| ·67. 30. | 923879533. |
| 11. 15. | 195090322. |
| 78. 45. | 980785280. |
| 33. 45. | 555570233. |
| 56. 15. | 831469612. |

*Concluſ.* Faiſant donc le raid d'un cercle 1000000000, nous avons trouvé la longueur de tous les ſinus, & leurs ſinus de complemẽt procedans de mediation de 90 deg. juſques à ce qu'on viene à primes de nombre non pair.

## Probleme. V. Proposition.

*Faiſant le raid d'un cercle* 1000000000 : *Trouver la longueur du ſinus de 36 degr. & auſſi le ſinus de complement, enſemble de tous les ſinus & les ſinus de complement procedant de mediation des meſmes 36 degr. juſques à ce qu'on viene à primes de nombre non pair.*

*Le donné.* Soit ABC un demi cercle, dont le raid DC fait 1000000000, & ſur le centre D, ſoit tiré le raid BD à angle droit ſur AC: Apres, le poinct E ſoit marqué au milieu de DC, & ſoit tirée EB: Puis apres le poinct F en la ligne AD, tellement que EF ſoit egale à EB, & de F ſoit tirée la droite vers B. Ce qui eſtant ainſi, BF eſt egale au coſté du pentagone regulier, au cercle dont le diametre AC, par la 9 propoſition du premier livre de Ptolemée. Parquoy la longueur de BF eſtant trouvée, nous avons la corde de 72 deg. dont la moitié eſt le ſinus de 36. degr.




*Le requis.* Il faut trouver la moitié de BF.

*Conſtruction.* DB faict 1000000000, au quarré duquel adjouſté le quarré de DE 500000000, & en extrait la racine, ſe trouve de 1118033988 pour BE. Mais FE icy deſſus eſt miſe egale à EB, parquoy FE fait auſſi autant. De la meſme ſouſtrait DE 500000000, reſte pour FD 618033988, le quarré duquel adjouſté au quarré de DB, & la racine quarrée tirée de la ſomme, vient pour BF 1175570504, comme corde de l'arc 72 deg. pourtant la moitié du meſme, à ſçavoir 587785252 eſt pour le ſinus requis de l'arc de 36 degr. Dequoy la demonſtration eſt notoire par la conſtruction.

Le ſuſdit ſinus eſtant cognu, on trouve le ſinus de ſon arc de complement, & on procede en la mediation comme a eſté fait en la 4 propoſition, à ſçavoir juſques à ce qu'on vienne par tout à primes de nombre nõ pair, comme la ſuivante deſcription le demonſtre apertement. Toutesfois on peut conſiderer icy que la premiere mediation n'eſt point neceſſaire, car FD trouvée ci deſſus de 618033988, eſt egale au coſté du decagone regulier par la 9 propoſition du premier livre de Ptolemée, laquelle eſtant la corde de l'arc de 36 deg. la moitié d'icelle, à ſçavoir 309016994 eſt pour le ſinus de 18 deg.

| *Arcs.* | *Sinus.* | *Arcs.* | *Sinus.* |
|---|---|---|---|
| ·36. 0. | 587785252. | ·40. 30. | 649448048. |
| ·54. 0. | 809016995. | ·49. 30. | 760405965. |
| ·18. 0. | 309016995. | 20. 15. | 346117057. |
| ·72. 0. | 951056515. | 69. 45. | 938191337. |
| · 9. 0. | 156434465. | 42. 45. | 678800745. |
| ·81. 0. | 987688340. | 47. 15. | 734322510. |
| · 4. 30. | 78459097. | ·31. 30. | 522498567. |
| ·85. 30. | 996917333. | ·58. 30. | 852640161. |
| 2. 15. | 39259815. | 15. 45. | 271440450. |
| 87. 45. | 999229047. | 74. 15. | 962455237. |
| ·27. 0. | 453990495. | 38. 15. | 619093951. |
| ·63. 0 | 891006525. | 51. 45. | 785316932. |
| ·13. 30. | 233445363. | 24. 45. | 418659737. |
| ·76. 30. | 972369920. | 65. 15. | 908143173. |
| 6. 45. | 117537397. | 29. 15. | 488621240. |
| 83. 15. | 993068457. | 60. 45. | 872496008. |

*Concluſ.* Faiſant donc le raid d'un cercle 1000000000, nous avons trouvé la longueur du ſinus de 36 degr. & auſſi le ſinus de ſon arc de complemẽt, enſemble de tous les ſinus, & les ſinus de leur arc de complement procedãt de mediation des meſmes 36 deg. juſques à ce qu'on viene à primes de nombre non pair, ſelon le requis.

## Probleme. VI. Proposition.

*Faiſant le raid d'un cercle* 1000000000 : *Trouver la longueur du ſinus de 30 degr. & le ſinus de ſon arc de complement, enſemble de tous les ſinus & les ſinus de leur arc de complement procedant de mediation des meſmes 30 degr. juſques à ce qu'on viene à primes de nombre impair.*

Veu que le coſté d'un exagone regulier eſt egal au raid du cercle faiſant 1000000000, & que le meſme coſté de l'exagone eſt la corde d'un arc de 60 deg. s'enſuit qu'elle fait auſſi 1000000000, & conſequemment le ſinus de l'arc de 30 degr. fait la moitié d'icelui, à ſçavoir 500000000, lequel eſtant cognu, on trouve le ſinus de ſon arc de complement, & on continue en la mediation d'icelui, cõme il a eſté fait en la 4 propoſition, à ſçavoir juſques à ce qu'on viene par tout à primes de nombre non pair, comme la ſuivante deſcription le demonſtre clairement.

| *Arcs.* | *Sinus.* |
|---|---|
| ·30. 0. | 500000000. |
| ·60. 0. | 876025403. |
| ·15. 0. | 258819045. |
| ·75. 0. | 965925817. |
| · 7. 30. | 130526192. |
| ·82. 30. | 991444862. |
| 3. 45. | 65403128. |
| 86. 15. | 997858923. |

*Arcs.*

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

| *Arcs.* | *Sinus.* |
|---|---|
| ·37. 30. | 608761430. |
| ·52. 30. | 793353340. |
| 18. 45. | 321439465. |
| 71. 15. | 946930130. |
| 41. 15. | 659345815. |
| 48. 45. | 751839807. |
| 26. 15. | 442288690. |
| 63. 45. | 896872742. |

*Conclus.* Faisant donc le raid d'un cercle 1000000000, nous avons trouvé la longueur du sinus de 30 degr. & le sinus de son arc de compl. &c.

## Probleme. VII. Proposition.

*Faisant le raid d'un cercle* 1000000000: *Trouver la longueur du sinus de* 12 *degr. aussi la longueur du sinus de son arc de complement, ensemble de tous les sinus, & les sinus de leurs arcs de complement, procedans de mediation des mesmes* 12 *degr. jusques à ce qu'on vienne à primes de nombre impair.*

Veu que par la 6 proposition est cognu le sinus de 30 deg. avec le sinus de son arc de complement, aussi par la 5 propositle sinus de 54 deg. avec le sinus de son arc de cõplement. S'ensuit que par la 3 proposition soit cognue la corde de l'arc de leur difference, faisant 24 deg. & se trouve de 415823384, dont la moitié pour le sinus requis de 12 deg. fait 207911692: Lequel estant cognu, on trouve le sinus de son arc de complement, & on continue la mediation, cõme a esté fait en la 4 proposition, à sçavoir jusques à ce qu'on vienne à primes de nombre impair, comme la suivante description le demonstre clairement.

| *Arcs.* | *Sinus.* | *Arcs.* | *Sinus.* |
|---|---|---|---|
| ·12. 0. | 207911692. | 12. 45. | 220697435. |
| ·78. 0. | 978147602. | 77. 15. | 975342320. |
| ·6. 0. | 104528463. | 35 15. | 577145190. |
| ·84. 0. | 994521895. | 54. 45. | 816641555. |
| ·3. 0. | 52335957. | ·24. 0. | 406736643. |
| ·87. 0. | 998629535. | ·66. 0. | 913545458. |
| ·1. 30. | 26176948. | ·34. 30. | 566406237. |
| ·88. 30. | 999657325. | ·55. 30. | 824126188. |
| 0. 45. | 13089622. | 17. 15. | 296541575. |
| 89. 15. | 999914327. | 72. 45. | 955019945. |
| ·39. 0. | 629320392. | 39. 45. | 639439003. |
| ·51. 0. | 777145962. | 50. 15. | 768841832. |
| ·19. 30. | 333806860. | 21. 15. | 394743857. |
| ·70. 30. | 942641492. | 66. 45. | 918791210. |
| 9. 45. | 169349503. | 32. 15. | 533614515. |
| 85. 15. | 985556058. | 57. 45. | 845727772. |
| ·42. 0. | 669130607. | ·33. 0. | 544639035. |
| ·48. 0. | 743144825. | ·57. 0. | 838670568. |
| ·21. 0. | 358367950. | ·16. 30. | 284015345. |
| ·69. 0. | 933580427. | ·73. 30. | 958897735. |
| ·10. 30. | 182235525. | 8. 15. | 141492622. |
| ·79. 30. | 983254908. | 81. 45. | 989651387. |
| 5. 15. | 91501618. | 27. 45. | 465614520. |
| 84. 45. | 995804928. | 62. 15. | 884987637. |
| ·43. 30. | 688354575. | ·28. 30. | 477158760. |
| ·46. 30. | 725374372. | ·61. 30. | 878817113. |
| 21. 45. | 370557437. | 14. 15. | 246153293. |
| 68. 15. | 928809553. | 75. 45. | 969230910. |
| 44. 15. | 697790460. | 36. 45. | 598324600. |
| 45. 45. | 716301943. | 53. 15. | 801253813. |
| 25. 30. | 430511097. | 30. 45. | 511293187. |
| 64. 30. | 902585285. | 59. 15. | 859406412. |

*Conclus.* Faisant donc le raid d'un cercle 1000000000, nous avons trouvé la longueur du sinus de 12 deg. aussi la longueur du sinus de son arc de complement, ensemble de tous les sinus & des sinus de leur arc de complement, procedans de mediation des mesmes 12 deg. jusques à ce qu'on vienne à primes de nõbre non pair, selon le requis.

### Notez.

Quand on assemble par ordre les sinus trouvez de la precedente 4, 5, 6, & 7 proposition, on trouve que de 45 à 45 ① on les a tresttous. Et pour en donner exemple plus manifeste, nous les mettons de suite en ceste façon.

| *Arcs.* | *Sinus.* | *Arcs.* | *Sinus.* |
|---|---|---|---|
| 0. 45. | 13089622. | 45. 45. | 716301943. |
| 1. 30. | 26176948. | 46. 30. | 725371372. |
| 2. 15. | 39259815. | 47. 15. | 734322510. |
| 3. 0. | 52335957. | 48. 0. | 743144825. |
| 3. 45. | 65403128. | 48. 45. | 751839807. |
| 4. 30. | 78459097. | 49. 30. | 760405965. |
| 5. 15. | 91501618. | 50. 15. | 768841832. |
| 6. 0. | 104528563. | 51. 0 | 777145962. |
| 6. 45. | 117537497. | 51. 45. | 785316932. |
| 7. 30. | 130526192. | 52. 30. | 793353340. |
| 8. 15. | 143492622. | 53. 15. | 801253813. |
| 9. 0. | 156434465. | 54. 0. | 809016995. |
| 9. 45. | 169349503. | 54. 45. | 816641555. |
| 10. 30. | 182235525. | 55. 30. | 824126188. |
| 11. 15. | 195090322. | 56. 15. | 831469612. |
| 12. 0. | 207911692. | 57. 0. | 838670568. |
| 12. 45. | 220697435. | 57. 45. | 845727772. |
| 13. 30. | 233445363. | 58. 30. | 852640163. |
| 14. 15. | 246153293. | 59. 15. | 859406412. |
| 15. 0. | 258819045. | 60. 0. | 866025403. |
| 15. 45. | 271440450. | 60. 45. | 872496008. |
| 16. 30. | 284015345. | 61. 30. | 878817113. |
| 17. 15. | 296541575. | 62. 15. | 884987637. |
| 18. 0. | 309016995. | 63. 0. | 891006525. |
| 18. 45. | 321439465. | 63. 45. | 896872742. |
| 19. 30. | 333806860. | 64. 30. | 902585285. |
| 20. 15. | 346117057. | 65. 15. | 908143173. |
| 21. 0. | 358367950. | 66. 0. | 913545458. |
| 21. 45. | 370557437. | 66. 45. | 918791210. |
| 22. 30. | 382683432. | 67. 30. | 923879533. |
| 23. 15. | 394743857. | 68. 15. | 928809553. |
| 24. 0. | 406736643. | 69. 0. | 933580427. |
| 24. 45. | 418659737. | 69. 45. | 938191337. |
| 25. 30. | 430511097. | 70. 30. | 942641492. |
| 26. 15. | 442288690. | 71. 15. | 946930130. |
| 27. 0. | 453990495. | 72. 0. | 951056515. |
| 27. 45. | 465614520. | 72. 45. | 955019945. |
| 28. 30. | 477158760. | 73. 30. | 958819735. |
| 29. 15. | 488521240. | 74. 15. | 962455237. |
| 30. 0. | 500000000. | 75. 0. | 965925827. |
| 30. 45. | 511293087. | 75. 45. | 969230910. |
| 31. 30. | 522498567. | 76. 30. | 972369920. |
| 32. 15. | 533614515. | 77. 15. | 975342320. |
| 33. 0. | 544639035. | 78. 0. | 978147602. |
| 33. 45. | 555570233. | 78. 45. | 980785280. |
| 34. 30. | 566406237. | 79. 30. | 983254908. |
| 35. 15. | 577145190. | 80. 15. | 985556058. |
| 36. 0. | 587785252. | 81. 0. | 987688340. |
| 36. 45. | 598324600. | 81. 45. | 989651387. |
| 37. 30. | 608761430. | 82. 30. | 991444861. |
| 38. 15. | 619093952. | 83. 15. | 993068457. |
| 39. 0. | 629320392. | 84. 0. | 994521895. |
| 39. 45. | 639439002. | 84. 45. | 995804928. |
| 40. 30. | 649448048. | 85. 30. | 996917335. |
| 41. 15. | 659345815. | 86. 15. | 997858923. |
| 42. 0. | 669130607. | 87. 0. | 998629535. |
| 42. 45. | 678800745. | 87. 45. | 999229037. |
| 43. 30. | 688354375. | 88. 30. | 999657323. |
| 44. 15. | 697790460. | 89. 15. | 999914327. |
| 45. 0. | 707106782. | 90. 0. | 1000000000. |



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

Or nous avons bien icy une table des sinus de 45 à 45 primes, mais d'autant que ni par mediation, ni par soustraction de la façon precedente, on peut trouver d'autres sinus que ceux là, finissant en primes entieres, nous declarerons par ce qui s'ensuit un autre moyen, descrivant premierement ce theoreme, qui nous servira à la demonstration.

---

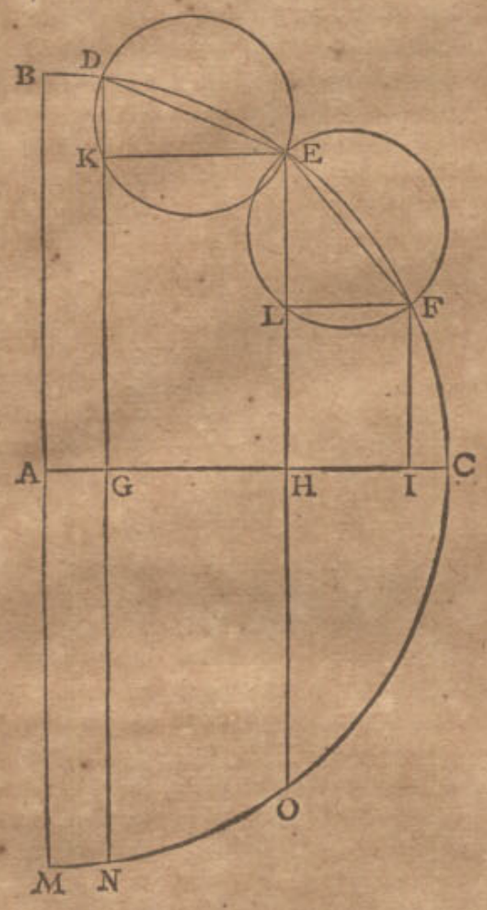
ALB. GIRARD.

*Par le moyen de l'epichareme que nous avons mis à la fin de la 2 propos. on pourroit venir de 15 à 15 primes, puis de 5 à 5.*

THEOREME. VIII. PROPOSITION.

*ESTant au quart d'un cercle des extremitez d'arcs egaux, tirées lignes perpendiculaires sur la base, les perpendiculaires plus proches de l'autre costé, comprennent les plus grandes parties de la base.*

*Le donné.* Soit ABC le quart d'un cercle, & là dedans deux arcs egaux DE, EF, de l'extremité desquels




soyent tirées les lignes perpendiculaires DG, EH, FI, sur la base AC. Et GH, HI, sont parties de la base comprinse entre les perpendiculaires.

*Le requis.* Il faut monstrer que la partie GH, plus proche du costé AB, est plus grande que la partie HI.

*Preparation.* Soyent tirées les cordes des deux arcs DE, EF, & sur les mesmes, comme diametres, sont descrits les cercles DKE, ELF. Apres, EK à angle droit sur DG, & FL à angle droit sur EH: Puis soit descrit le demicercle BCM, soyent aussi DG & EH produits jusques à N, & O, en l'arc CM.

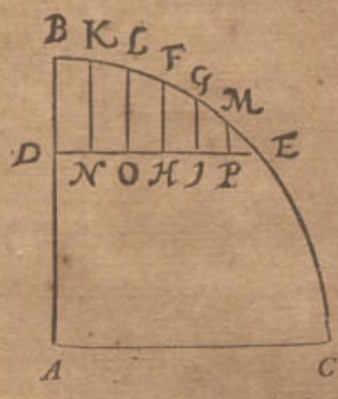
*Demonstration.* Veu que l'arc EN est plus grand que l'arc FO, s'ensuit que l'angle EDK est plus grand que l'angle FEL, & pource aussi l'arc EK est plus grand que l'arc FL, & consequemment sa corde KE plus grande que la corde LF, mais GH est egale à KE & HI à LF, parquoi GH est plus grande que HI.

*Conclusion.* Estant doncques au quart d'un cercle des exrremitez d'arcs egaux, tirées lignes perpendiculaires sur la base: Les perpendiculaires plus proches de l'autre costé comprennent les plus grandes parties de la base, ce qu'il nous falloit demonstrer.

PROBLEME. IX. PROPOSITION.

*FAisant le raid d'un cercle* 10000000000: *Trouver la longueur du sinus de 1 degr. & le sinus de son arc de complement, ensemble de tous les sinus, & des sinus de leur arc de complement procedant de mediation du mesme 1 degr. jusques à ce qu'on vienne à primes de nombre non pair.*

*Le donné.* Soit ABC le quart d'un cercle, dont le semidiametre AC fait 10000000000, & BE soit arc de 1 degr. 30 ①, duquel le sinus DE fait comme appert ci devant 26176948: Apres que BE face 45 ①, & BG 1 degr. puis FH & GI soyent tirées à angle droit sur DE. Ce qui estant ainsi, DH est sinus, ou bien egale au sinus de 45 ①, & DI sinus de 1 degr. Puis apres BF soit divisée en trois parties egales, par les poincts K, L, & l'arc GE en deux parties egales par le poinct M, & les lignes KN, LO, MP, soyent tirées à angle droit sur DE.




*Le requis.* Il nous faut trouver par ceci la longueur du sinus de 1 degr. & le sinus de son arc de complement, ensemble de tous les sinus & les sinus de leur arc de complement procedant de mediation du mesme 1 deg. jusques à ce qu'on viene à primes de nombre non pair, & ce d'un cercle dont le semidiametre 10000000.

CONSTRVCTION.

| | |
|---|---|
| DH est sinus de 45 ①, faisant comme appert ci dessus | 13089611. |
| Le tiers d'icelui est | 4363207. |
| Le mesme tiers est plus que n'appartient à OH, par la 8 proposition, & encores par des plus fortes raisons plus que n'appartient à HI. Ce qui estant ainsi, j'assemble ce tiers à DH 13089622 premier en l'ordre, & fait un nombre plus grand que n'appartient au sinus d'un degré DI de | 17452829. |
| Ce qui estant ainsi, je mets ici le sinus de DE 1 degr. 30 ①, faisant ci dessus | 26176948. |
| Du mesme soustrait DH 13089622 premier en l'ordre, reste pour HE | 13087326. |
| Le tiers d'icelui est | 4362442. |
| Le mesme tiers est moindre que n'appartient à HI par la 8 proposition. Ce qui estant ainsi, j'assemble ce tiers à DH 13089622 premier en l'ordre, & vient un nombre moindre que n'appartient au sinus d'un degr: DI. | 17452064 |

Mais au troisiesme de l'ordre est monstré que 17452829 est un nombre plus grand que n'appartient au mesme DI: parquoi DI est moindre que 17452829 & plus grand que 17452064. Ce qui estant ainsi, je dis, veu qu'en ceste table des arcs, nous cerchons seulement les raisons des sinus en grands nombres qui des vrais peuvent

differer

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

differer environ l'unité, & que 10000000 pour raid suffit au commun usage, je soustrais premierement du sinus entier 1000000000 les deux dernieres lettres, reste 10000000.

Puis apres les deux dernieres lettres de 17452829 troisiesme en l'ordre, reste 174528.

Semblablement les deux dernieres lettres de 17452064, reste 174520, ou d'autant que 1 davantage approche plus pres, reste di-je 174521.

Entre lesquels deux nombres, cõme 174528, 174521, neufiesme & dixiesme en l'ordre, est la longueur du sinus de 1 deg. du cercle, dont le raid fait 10000000. Ce qui estant ainsi, il est convenable de prendre pour le sinus requis de 1 deg. le nombre moyen entre deux, comme 174524.

*Pour trouver maintenant le sinus de l'arc de complement d'un degré, à sçavoir, de 89 deg.*

Je trouve par la premiere proposition que le sinus de l'arc de complement, de l'arc du susdit 17452829, (estant plus grand que n'appartient à 1 deg.) fait 999847688.

Je trouve aussi que le sinus de l'arc de complement du susdit 17452064, (estant plus petit que n'appartient à 1 deg.) fait 999847702.

Pour le sinus de 89 degr. dont le raid 1000000000 est plus grand que le premier nombre, & plus petit que le deuxiesme: Mais de chaque nombre soustrait les deux dernieres lettres, reste chacun (au raid 10000000) pour le sinus requis de 89 deg. 9998477.

*Pour trouver maintenant le sinus de* 30 ①.

Je soustrais les susdites 999847688 (estant moindre que n'appartient à 89 deg.) du raid 1000000000, demeure versé 152312: entre le mesme & 50000000, trouvé le nombre moyen proportionnel, vient un nombre (estant plus petit que n'appartient à 30 ①) de 8726363.

Secondement je soustrais les susdites 999847702 (estant plus grand que n'appartient à 89 deg.) du raid 1000000000, reste versé 152298: entre le mesme & 50000000, trouvé le nombre moyen proportionel, vient un nombre (estant plus grand que n'appartient à 30 ①) de 8726740.

Pourtant le sinus de 30 ① dont le raid 1000000000, est plus grand que le premier nombre, & plus petit que le second: Mais de chacun soustrait les deux dernieres lettres, l'un nombre demeure 87624, & l'autre 87267, entre lesquels est le sinus de 30 ① du cercle dont le raid 10000000: Ce qui estant ainsi, il est convenable de prendre pour le sinus requis de 30 ① un nombre moien entre ces deux, comme 87266 ou 87265 soit 87265.

Et procedant de la mesme façon avec les autres, on trouve le sinus de 89 deg. 30 ①, de 9999619.

Et le sinus de 15 ① 43632.

Tellement qu'alors me sont cognus les quatre premiers sinus de 15 ① à 15 ①, comme s'ensuit:

| | | | |
|---|---|---|---|
| 0. | 15. | 43632. |
| 0. | 30. | 87266. |
| 0. | 45. | 130896. |
| 1. | 0. | 174523. |

Pour trouver maintenant les sinus suivants de 15 ① à 15 ① jusques à la fin de la table, on y parviendroit par le moyen de trouver les sinus de leur arc de complement, & par mediation des quatre sinus precedents, jusques à ce qu'on vienne par tout à primes de nombre non pair: Mais veu que par la procedure des surplus il y a un chemin plus aisé, nous le declarerons cõme s'ensuit.

Soit entre le sinus cognu de 1 deg. & de 1 deg. 30 ①, c'est entre 174524 & 261769, à trouver le sinus de 1 deg. 15 ①. Pour à quoy parvenir, je mets aupres de chacun sinus le surplus qu'il excede son sinus suivant, comme ici dessous,

| | | | |
|---|---|---|---|
| 0. | 15. | 43632. | 43633. |
| 0. | 30. | 87265. | 43631. |
| 0. | 45. | 130896. | 43628. |
| 1. | 0. | 174524. |

Là ou se trouve que le deuxiesme surplus, est moins de deux que le premier, & le troisiesme de 3 moins que le deuxiesme. Or poursuivant ceste procedure, il faudra que le quatriesme surplus de 1 deg. 15 ① soit de 3 ou 4 moins que le troisiesme, soit 3: Mais le troisiesme surplus estoit 43628, doncques il faut que le quatriesme soit 43625. Or puis qu'il faut que le quatriesme surplus face autant, j'assemble le mesme à 174524 sinus de 1 deg. & vient le sinus de 1. deg. 15 ① 218149. Or je mets ces deux sinus aupres des autres, avec les surplus joignant les mesmes, & alors ma table sera advancée, comme ci dessous:

| | | | |
|---|---|---|---|
| 0. | 15. | 43632. | 43633. |
| 0. | 30. | 87265. | 43631. |
| 0. | 45. | 130896. | 43628. |
| 1. | 0. | 174524. | 43625. |
| 1. | 15. | 218149. | 43620. |
| 1. | 30. | 261769. |

Mais que ce sinus de un deg. 15 ① soit vray, ceci m'en sert encores de preuve: Le cinquiesme surplus, à sçavoir 43620, est plus petit de 5 que le quatriesme surplus, selon qu'il appartient.

Nostre table estant jusques ici, restent encores à trouver les sinus suivants de 15 ① à 15 ①, ausquels on peut proceder des surplus, & continuer comme dessus. Mais pour plus d'asseurance, nous declarerons une regle par laquelle se cognoit le surplus du dernier sinus au dessus le premier, des deux sinus incognus qu'on cerche entre deux cognus. Soyent pour exemple à mettre les deux sinus incognus de 1 deg. 45 ①, & de 2 deg. qu'il y faut venir entre les deux sinus cognus de 1 deg. 30 ①, & 2 deg. 15 ①. Pour trouver ici le surplus du sinus de 2 deg. par dessus celuy de 1 deg. 45 ①, je dis ainsi:

Le sinus de 2 deg. 15 ① fait 322598.
Duquel soustrait le sinus de 1 deg. 30 ① faisant 261769.
Reste 130829.
Dont la troisiesme part fait 43610.

Et d'autant faut il que soit le surplus des sinus de 2 deg. pardessus le sinus de 1 deg. 45 ①, comme il se voit aussi aux tables suivantes.

Continuant doncques de la façon precedente, on aura une table de 15 ① à 15 ①, en laquelle viennent tous les sinus & les sinus de leur arc de complement procedant de mediation d'un degré, jusques à ce qu'on viene à primes de nombre non pair.



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

*Conclusion.* Faisant donc le raid d'un cercle 10000000, nous avons trouvé la longueur du sinus de 1 deg. & le sinus de son arc de complement, ensemble de tous les sinus, & les sinus de leur arc de complement procedans de mediation du mesme 1 deg. jusques à ce qu'on viene à primes de nombre non pair, selon le requis.

## ASSEVRANCE SVR QVELQVE DOVBTE DE LA PRECEDENTE OPERATION, QVE QVELQV'VN POVRROIT RENCONTRER.

VEu qu'il pourroit advenir à quelqu'un, de vouloir recercher ce que j'ay recerché, & afin que du mesme recerché je retiene souvenance, nous en ferons quelque declaration. Il faut sçavoir doncques que je m'estois imaginé une maniere d'operation, par laquelle il n'eust pas esté besoin de perdre les deux dernieres lettres du raid, lesquelles on a perdu en ceste 9 proposition, pour à quoy parvenir, mon dessein estoit, de trouver des sinus d'arcs mediez, en continuant jusques à ce que le sinus trouvé fust la moitié du sinus du double de son arc. Lequel pour declarer par exemple, nous mettrons ici les sinus trouvez par continuelle mediation, commençant de 48 deg. jusques à ce qu'on viene à 45 ①, lesquels sont trouvez ci devant, comme ici dessous:

| degr. | ① | |
|---|---|---|
| 48. | 0. | 743144825. |
| 24. | 0. | 406736643. |
| 12. | 0. | 207911692. |
| 6. | 0. | 104528463. |
| 3. | 0. | 52335957. |
| 1. | 30. | 26176948. |
| 0. | 45. | 13089622. |

Là où il appert que chacun sinus suivant, est presque la moitié de son precedent, & tant plus qu'on procede avec telle mediation, dautant plus pres chacun est la moitié de son precedent: car 13089622 est plus pres la moitié de son precedent 26176948, que les mesmes 26176948, de son precedent 52335957, & ainsi consequemment avec les autres. Or donc cõtinuant avec telle mediation, j'ay trouvé le sinus de la moitié de 45 ①, qui est de $22\frac{1}{2}$ ①, & des autres moitiez, comme ici dessous:

| ① | |
|---|---|
| $22\frac{1}{2}$. | 6544959. |
| $11\frac{1}{4}$. | 3272537. |
| $5\frac{1}{8}$. | 1636306. |
| $2\frac{1}{16}$. | 818229. |
| $1\frac{1}{32}$. | 409167. |
| $\frac{45}{64}$. | 204939. |
| $\frac{45}{128}$. | 102469. |
| $\frac{45}{256}$. | 54772. |

Là où il appert que chacun n'approche point par ordre la moitié de son precedent, comme on l'eust bien pensé sans recerche de la chose, car 204934 est plus que la moitié de son precedent: Et 102469 est la moitié de son precedent, mais 54772 est derechef plus. Tellement que ces nombres sont faux, car les sinus de ces arcs n'ont pas telles longueurs.

Pour en declarer maintenant la cause, elle est telle. Tant que le versé est egal ou plus grand que 500000000, moitié du semidiametre avec lequel le versé se multiplie en chaque operation, tant il y a de la certitude jusques à la derniere lettre du sinus. Comme par exemple si le versé estoit de 500000000 egal à la moitié du raid, iceux deux nombres multipliez, & en tiré racine quarrée, elle feroit 500000000. Mais si le vray versé eust esté environ l'unité plus grand ou plus petit, comme il advient aux autres versés, prenons qu'il fust de 500000001, iceux multipliez avec 500000000, & de ce qui en vient tiré la racine quarrée, se trouve le plus pres aussi de 500000000, cõme devant: Et estant le versé encores plus grand, telle difference à plus forte raison sera encores plus petite qu'ici dessus. Tellement que quand (comme nous avons dit) le versé est egal ou plus grand que 500000000, il y a de la certitude jusques à la derniere lettre du sinus. Mais le versé estant plus petit, alors il y a de l'incertitude, lequel avec des plus petits & plus petits versés, devient de grand en plus grand. Lequel pour declarer par exemple, je dis ainsi; Alors que fut trouvé le susdit dernier nombre de 54772, le versé avoit esté 6, lequel multiplié avec 500000000, venoit 3000000000, dont la racine quarrée est les susdits 54772. Mais si le vray versé eust esté environ l'unité plus grand ou plus petit (comme il est à croire qu'il pouvoit estre) prenons le 5, & avec cela selon la reigle multipliant iceux 5 avec 500000000, vient 2500000000, dont la racine quarrée 50000 pour sinus, lequel differe beaucoup du premier trouvé 54772. Ceci estant ainsi, & veu qu'en tous les autres versés on n'a pas eu esgard à leur petitesse, il pourroit estre revoqué en doubte, si de cela n'est pas ensuivi incertitude des sinus aux precedentes operations. Or pour examiner ceci, & demonstrer que tout va seurement, je dis ainsi: Quand on cerchoit le sinus de 45 ①, on avoit le versé 342677, iceux multipliez avec 500000000, & de ce qui en vient tiré la racine quarrée, elle faisoit 13089633. Mais posons qu'elle soit comme ci dessus, selon ce que met *Regiomontanus*, 13089622. Mais si le vray versé eust esté environ l'unité plus grand ou plus petit, comme aussi on le peut estimer avoir este, je prens 1 plus petit, il fait doncques 342676, lesquels multipliez avec les 500000000, & de ce qui en vient extrait la racine quarrée, se trouve au plus pres de 13089614, dont les deux dernieres lettres 14, estant un autre nombre que les deux dernieres lettres 22 ou 23 ci dessus; il appert doncques que sur les deux dernieres lettres du sinus de 45 ①, il n'y avoit point de certitude. Mais les mesmes deux dernieres lettres pour d'autres raisons furent coupées en ceste 9 proposition, parquoi le reste des lettres, comme 130896, qui sont dedans la table, sont au plus pres le vray sinus du cercle, moyennant que le raid d'iceluy soit aussi accourci des deux dernieres lettres. Quant à ce que quelqu'un pourroit douter que le vray versé fut plus qu'unité plus petit que 342677, je prens 4 plus petit, à sçavoir de 342673, encores il ne donneroit changement d'unité entiere sur la troisiesme lettre 6, car iceux 342673 multipliez avec 500000000, & de ce qui en vient extrait la racine quarrée, elle fait 13089556. Or doncques par ceci n'estant pas advenu de faute sur le plus petit sinus de ceux qui estoyent trouvez, à sçavoir de 45 ①, à plus forte raison il n'y aura pas de faute sur tous les autres plus grands sinus, car les versés de leurs arcs de complement sont plus grands. On voit aussi ici, qu'il ne falloit pas seulement laisser les susdites deux dernieres lettres, à cause des raisons qui sont apparuës en l'operation de ceste 9 proposition, mais aussi à cause de ceste derniere raison.

ALB. GIRARD.

*Notez qu'au lieu de semidiametre, il faut entendre le raid qui est la mesme chose, comme aussi Ciceron au Timée de Platon, dit que le monde est fait en forme spherique, tellement que les raids du milieu, sont egaux aux extremitez. Or le Traducteur, comme plusieurs, erre en cecy, veu que le raid est devant & precede le diametre, & partant je l'ay recorrigé quasi par tout.*

PRO-

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

PROBLEME. X. PROPOSITION.

*AVx sinus precedens de 15 ① à 15 ① : Trouver les sinus defaillans de prime à prime.*

Nous avons trouvé en la 9 proposition que le sinus de 30 ① fait 87265, & de 15 ① 43632, où il est notoire que comme le sinus faisant 15 ①, est la moitié de l'arc de l'angle faisant 30 ①, ainsi est le sinus d'icelui 43632 aussi la moitié du sinus de cestui-ci 87265. Parquoi à plus forte raison (comme il se peut monstrer par la 8 proposition) 10 ① estant la troisiesme partie des mesmes 30 ①, ont un sinus estant aussi la troisiesme partie de 87265, à sçavoir 29088 : Et consequemment 5 ① estant la sixiesme partie de 30 ①, aura pour sinus la sixiesme partie de 87265, à sçavoir 14544. Tellement que je cognois maintenant les trois premiers sinus de 5 ① à 5 ①, à sçavoir de 5 ①, 10 ① & 15 ①. Or pour trouver les sinus de 20 ① & 25 ①, je mets les cognus & leurs surplus, comme s'ensuit :

| | | | |
|---|---|---|---|
| 0. | 5. | 14544. | 14544. |
| 0. | 10. | 29088. | 14544. |
| 0. | 25. | 43632. | 14544. |
| 0. | 20, | | |
| 0. | 25. | | |
| 0. | 30. | 87265. | |

Or suivant la susdite reigle des surplus de la 9 proposition, il est notoire qu'il faut que les 20 ① ayent un sinus 58177, & les 25 ① de 72721. Et continuant ainsi, on aura une table des arcs de 5 ① à ①, jusques à 90 deg.

Tellement qu'il y reste encores à trouver les sinus defaillans de prime à prime : Pour à quoy parvenir, je dis ainsi : Il est notoire ci dessus, que comme l'arc de l'angle faisant 5 ① est moitié de l'arc de l'angle faisant 10 ①, ainsi est le sinus d'icelui 14544, aussi la moitié du sinus de cestui-ci 29088. Pourquoi à plus forte raison (comme il se peut monstrer par la 8 proposition) 1 ①, estant la cinquiesme partie des 5 ①, aura un sinus estant aussi la cinquiesme partie de 14544, à sçavoir 2909, & consequemment 2 ① auront 5818. Apres 3 ① 8727 & 4 ① 11636.

Par les mesmes on pourra continuer par departition des surplus comme dessus. Toutesfois pour plus grande asseurance nous declarerons une reigle, par laquelle se trouve le surplus du troisiesme sinus par dessus le deuxiesme des quatre sinus incognus, qu'on cerche entre deux cognus.

Soyent pour exemple à mettre les quatre sinus incognus, qu'il faut qui viennent entre 87 deg. & 87 deg. 5 ①. Pour trouver ici le surplus du troisiesme sinus, cerche de 87 deg. 3 ①, par dessus le deuxiesme sinus cerche de 87 deg. 2 ①, je di ainsi :

| | |
|---|---|
| Le sinus de 87 deg. 5 ① fait | 9987045. |
| Duquel soustrait le sinus de 87 deg. faisant | 9986295. |
| Reste | 750. |
| Dont la cinquiesme partie fait | 150. |

Et autant faudra-il que soit le surplus du sinus de 87 deg. 3 ①, par dessus le sinus de 87 deg. 2 ①.

Les sinus estant ainsi descrits de prime à prime, la table des sinus sera parfaite.

*Conclusion.* Nous avons donc aux sinus precedents de 15 ① à 15 ①, trouvé les sinus defaillans de prime à prime, selon le requis.

---

ALB. GIRARD.

*On peut faire espreuve des sinus, ou en trouver qui ne sont trouvez, ainsi.*

Soyent premierement pris deux arcs qui font ensemble 120 degr. par regle : avec leurs sinus, comme s'ensuit :

| *Arcs.* | *Sinus.* |
|---|---|
| 80 deg. 34 ① | 9864770 |
| 39 deg. 26 ① | 6351800 |
| differ. 41 deg. 8 ① | 3512970 |
| moitié 20 deg. 34 ① | |

Tellement que de 20 deg. 34 ① on trouvera 35129. pour son sinus, & ainsi des autres : dont la demonstration est facile.

NOus eussions mis icy les Tables des sinus, &c. n'estoit que ce doit estre en manuel, plus commode qu'en fueille; or à ceste fin on se pourra servir de celles que j'ai fait imprimer de la 2. Edition : Comme aussi de la Trigonometrie qui suit apres les Tables dudit livret; mais afin de corriger les fautes d'impression qui y sont, on pourra cotter les pages par nombres, commençant derriere les Tables, tellement qu'il y aura 75 pages.

*Au 2. Cas des triangles rectangles Spher. au lieu de* P *notez* p *qui est la 25 page : Puis en la page 2. lisez triangle rectangle 13,14,15 : Page 67. effacez* P, *escrivez* B *(au diagramme.) Puis au sinus de 0 d.g. 57, lisez 1658 : Et puis les Tangentes suivantes de 48 deg. 14'. corrigez le 2, lisez 1 : Item de 51 deg. 30, & aux 3 consequentes, au lieu de 6 és mils, escrivez 5 : Les Tangentes de 84 deg. 1' & 2' sont transposées ; en la Tangente de 89 deg. 44'. ostez le 9, mettez 5 : Voila toutes les fautes que j'ay peu remarquer, qui sont peu au regard des autres impresions.*

## CONSTRVCTION DE LA Table des Tangentes.

PROBLEME. XI. PROPOSITION.

*TRouver la Tangente d'un arc proposé, lors que le raid est 10000000, & ce par computation.*

*Le donné.* Soit l'arc de 25 deg. & le raid comme dessus de 10000000. *Le requis.* Il faut trouver sa Tangente par computation. *Construction.* Le sinus de compl. de 25 deg. est 9063078, me donne le sinus mesme 4226183. combien 10000000 ? viendra 4663077 Tangente requise. *Demonstration.* En la figure de la 1 def. B C estant 25 deg. alors C F sera son sinus, & F A sinus de complement, parquoy A F à F C sera cõme le raid A B à la Tangente B I. *Conclusion.* Nous avons donc trouvé la Tangente d'un arc proposé, &c.

## CONSTRVCTION DE LA Table des Secantes.

PROBLEME. XII. PROPOSITION.

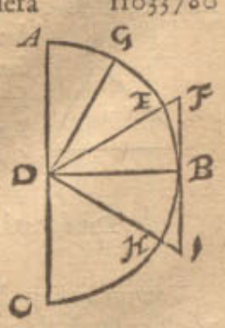
*TRouver la Secante d'un arc proposé, lors que le raid est 10000000, & ce par supputation.*

*Le donné.* Soit l'arc de 25 deg. & le raid comme dessus de 10000000. *Le requis.* Il faut trouver la Secante par supputation.

CONSTRVCTION.

| | |
|---|---|
| La Tangente de 25 deg. est | 4663077 |
| Le complement de 25 deg. est 65. deg. dont la moitié est 32 deg. 30 ① dont la Tang. est | 6370703 |
| La somme pour la Secante requise sera | 11033780 |

*Preparation.* Soit A B C demi-cercle, A B quadrant, B E les 25 deg. donnez, B F sa Tangente, & D F sa Secante, & G au milieu de A E arc de complement, soit B H egal à E G, & menée D H rencontrant le prolongement de F B en I, alors F I est composée de F B (tangente de 25 deg.) & de B I (tangente du demi complement, car B H est




moi-

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

moitié de A E) : Il faut demonſtrer que F I eſt egale à F D.

*Demonſtration.* L'angle I eſt egal à l'angle G D B, car ils ont des complemens egaux, comme l'angle B D I & A D G: mais ledit angle G D B eſt egal à F D I, à cauſe que G E & B H, ſont egaux & E B commun, donc F D I & I ſeront egaux, eſtant chacun egal à un meſme G D B: & partant F I ſera egale à F D: ce qu'il falloit demonſtrer.

*Concluſion.* Nous avons donc trouvé la Secante d'un arc propoſé, &c.

PROBLEME. XIII. PROPOSITION.

*TRouver le verſé d'un arc propoſé, & auſſi trouver l'arc d'un verſé propoſé lors que le raid eſt* 10000000.

En ceſte propoſition eſt beſoing aux moins exercés d'avoir une figure comme celle de la 1 def. devant ſoy: & ſoit que l'arc B C ſoit propoſé pour trouver B F; ou l'arc C D pour trouver F D, il faut paſſer par C E & F A; donc F A eſt ſinus de C E ou du complement de l'arc propoſé: & au contraire auſſi.

*Fin de la Conſtruction des Tables des Sinus, Tangentes & Secantes.*

---

# DEVXIESME LIVRE DE LA COSMOGRAPHIE

## Des Triangles Plats.

### Argument declaré par ceſte table.

- *Ce livre des triangles plats conſiſte en 8 propoſitions, entre leſquelles ſont*
  - *2 theoremes.*
    - *Le premier de la proportion entre les coſtez dextre, ſeneſtre, ſinus de l'angle ſeneſtre, ſinus de l'angle dextre, en la 1 propoſition.*
    - *Le deuxieſme, que par trois angles cognus, on ne ſçauroit trouver trois coſtez, en la 2 propoſition.*
  - *6 problemes, contenant l'intention du terme requis d'un triangle, par*
    - *deux termes cognus, comme un angle par deux angles, en la 3 propoſition.*
    - *trois termes cognus, leſquels ſont*
      - *meſlez d'angles avec coſtez, comme par*
        - *deux angles & un coſté, trouver le troiſieſme angle, & les autres deux coſtez, en la 4 propoſition.*
        - *un angle & deux coſtez, comprenant un*
          - *angle incognu, trouver les autres deux angles, & le troiſieſme coſté, en la 5 propoſition.*
          - *angle cognu trouver les autres deux angles & le troiſieſme coſté en la 6 propoſition.*
      - *tous*
        - *angles, pour trouver par iceux raiſon des trois coſtez, en la 7 propoſition.*
        - *coſtez, pour trouver par iceux les trois angles, en la 8 propoſition.*

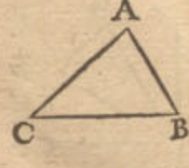
Apres le ſuſdit ſuivra encore une APPLICATION des Polygones plats.

# DEFINITIONS.

DEFINITION I.

*QVand on met quelque coſté d'un triangle deſſous comme baſe: L'angle, le ſinus, & le coſté qui ſont alors vers la main dextre, nous l'appellons angle dextre, ſinus de l'angle dextre, & coſté dextre. Mais ceux qui ſont vers la main ſeneſtre, angle ſeneſtre, ſinus d'angle ſeneſtre, & coſté ſeneſtre.*

SOIT le coſté B C du triangle A B C mis comme baſe, avec l'angle A en haut: Ce qui eſtant ainſi, l'angle qui eſt à la main dextre comme B, s'appelle angle dextre, le ſinus du meſme, ſinus de l'angle dextre, & le coſté A B, coſté dextre: Mais l'angle qui eſt à la main ſeneſtre, comme C, s'appelle angle ſeneſtre, le ſinus du meſme, ſinus de l'angle ſeneſtre, & le coſté A C, coſté ſeneſtre.

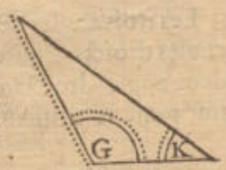



*Declaration des Signes dont on ſe ſervira ci apres.*

Veu qu'au lieu de beaucoup de mots, nous nous voulons ſervir de petites marques, à telle fin qu'il ſera dit ci deſſous, nous en ferons quelque declaration, comme s'enſuit: Tout triangle plat, comme auſſi porte le nom, a trois angles, & trois coſtez, faiſant en nombre enſemble ſix, leſquels nous appellons en general termes: Des meſmes on en donne touſiours trois cognus, pour trouver les trois autres incognus (horsmis quand par deux angles on cerche le troiſieſme angle.) Comme par deux angles cognus & un coſté cognu, on trouve le troiſieſme angle & les autres deux coſtez. Pareillement par deux coſtez cognus & un angle cognu, on trouve le troiſieſme coſté & les autres deux angles. Puis par trois angles cognus, on trouve raiſon des trois coſtez: Et par trois coſtez cognus, on trouve les trois angles. Or pour denoter brievement par certaine marque convenable ces termes cognus, il faut ſçavoir que R, premiere lettre du mot Recte, mis en un angle, ſignifie icelui eſtre rectangle: K, laquelle lettre eſt en Alleman la premiere du mot *Kleender*, c'eſt à dire plus petit, eſtant miſe aux figures ſuivantes (leſquelles ſont accommodées à la langue Allemande) en un angle, ſignifie que le meſme eſt plus petit qu'un angle droit, ou autrement que c'eſt un angle aigu: G, premiere lettre du mot Grand, ſignifie angle

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

angle plus grand qu'un rectangle, ou autrement angle obtus. Mais ces lettres K & G, miſes ſur les coſtez des triangles ſpheriques, ſignifient qu'ils ſont plus petits ou plus grands que 90 degr. La raiſon pourquoi nous prenons pluſtoſt les lettres G & K, ſignifiant plus petit & plus grand que O & A, qui ſignifieroyent obtus & aigu, c'eſt pource que les meſmes marques G & K, ſeroyent communes aux coſtez & angles des triangles ſpheriques: car on dit bien les coſtez eſtre plus grands ou plus petits que le quart d'un cercle, mais on ne les nomme point obtus ou aigus. Les coſtez poinctez ſans nombres, & les angles poinctez ſans les ſuſdites lettres R, K, G, ſont ceux leſquels on prend bien pour cognus, mais ſeulement par le poſé, qui eſt ſans declaration de leur grandeur, tellement que les poincts ſignifient nombres indefinis. Par ce moyen nous pouvons faire entendre en un moment, ce qui autrement requereroit beaucoup des paroles & longs propos. Comme par exemple, pour declarer ceſte figure ci jointe, il faudroit uſer de tous ces mots:




*Vn triangle plat, avec deux angles cognus, l'un aigu, l'autre obtus, & un coſté cognu à l'oppoſite de l'angle aigu cognu.*

Ceſte briefveté entre autres ſervira de beaucoup, & donnera grand avantage, quand par les termes cognus d'un triangle, on veut trouver les incognus: Car tels triangles ainſi marquez, s'aſſembleront ci apres comme en une table, appellée *Indice des Triangles plats*: D'autant que par la meſme on a une addreſſe, pour trouver incontinent en ce ſecond livre un ſemblable exemple qu'on veut ſuivre, ſans troubler les penſees d'aucunes des precedentes reigles: Lequel Indice des triangles plats ſera plus amplement deſcrit & declaré à la fin de ce livre.

Et ſi quelqu'un pour telles raiſons qu'ont eſté dites en la note apres la derniere definition du premier livre de la Fabrique des ſinus, ſe vouloit exercer en l'invention des termes incognus de triangles plats, ſans entendre premierement les raiſons & demonſtrations de la conſtruction, il pourroit commencer à l'uſage declaré par le meſme indice des triangles plats, enſemble l'uſage des polygones plats, deſcrits en l'Application derriere le meſme indice, ſuivant un exemple ſelon le requis du donné: Et entendant un peu ceſt uſage, puis apres il pourroit venir à l'inquiſition des cauſes.

## *Maintenant ſuivent les Propoſitions.*

### Theoreme. I. Proposition.

*Comme le coſté dextre d'un triangle plat au coſté ſeneſtre, ainſi le ſinus de l'angle ſeneſtre, au ſinus de l'angle dextre.*

D'autant que l'un des ſinus comparez, eſt d'un angle aigu, ou droit, ou obtus, nous en mettrons trois divers exemples.

---

Alb. Girard.

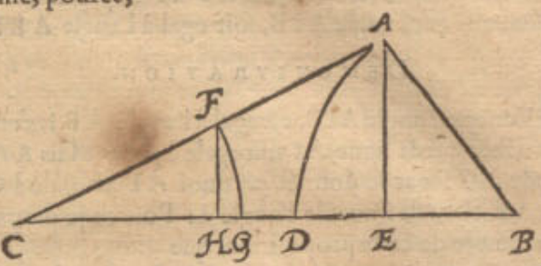
*On pourroit bien demonſtrer en 4 mots ceſte propoſition, & generalement par un Δ quelconque inſcrit dans un cercle.*

### 1. *Exemple là où les deux ſinus comparez ſont d'angles aigus.*

*Le donné.* Soit A B C un triangle plat, dont les angles comparez B, C, ſont tous deux aigus, & ſur le poinct B comme centre, ſoit deſcrit avec B A comme raid, l'arc A D, dont le ſinus ſoit A E, à angle droit ſur C B: Semblablement ſur le poinct C comme centre, ſoit deſcrit avec C F egale à A B comme raid, l'arc F G, dont le ſinus F H eſt auſſi à angle droit ſur C B. *Le requis.* Il faut demonſtrer que comme le coſté dextre A B, au coſté ſeneſtre A C, ainſi le ſinus de l'angle ſeneſtre F H, au ſinus de l'angle dextre A E.

Demonstration.

Veu qu'au triangle A C F ſont deux paralleles, à ſçavoir F H avec A E, s'enſuit que F C a telle raiſon à A E, comme F C à F H: Mais A B eſt egale à F C, par le donné, pource,

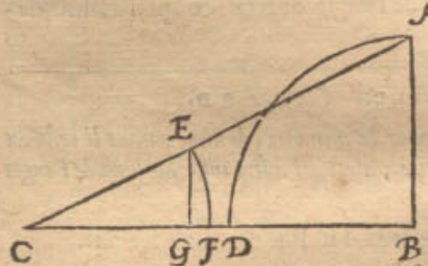



Comme A C à A E, ainſi A B à F H. Et par raiſon alterne,

Comme A B à A C, ainſi F H à A E.

### 2. *Exemple là où l'un des ſinus comparez eſt d'un rectangle.*

*Le donné.* Soit A B C un triangle plat, dont l'angle B eſt droit, & ſur le poinct B comme centre, ſoit deſcrit avec A B comme raid, l'arc A D, dont il faut que le ſinus ſoit A B: Semblablement ſur le poinct C commecentre, ſoit deſcrit avec C E egale à A B comme raid, l'arc E F, dont le ſinus eſt E G. *Le requis.* Il faut demõſtrer que comme le coſté dextre A B au coſté ſeneſtre A C, ainſi le ſinus de l'angle ſeneſtre E G, au ſinus de l'angle dextre A B, là où il faut noter qu'un meſme A B ci devant ſert pour coſté & ſinus.




Demonstration.

Veu qu'au triangle A B C ſont deux paralleles, comme E G avec A B, je dis,

Comme A C à A B, ainſi E C à E G.

Mais A B eſt egale à E C par le donné, pource,

Comme A C à A B, ainſi A B à E G.

Et par raiſon inverſe,

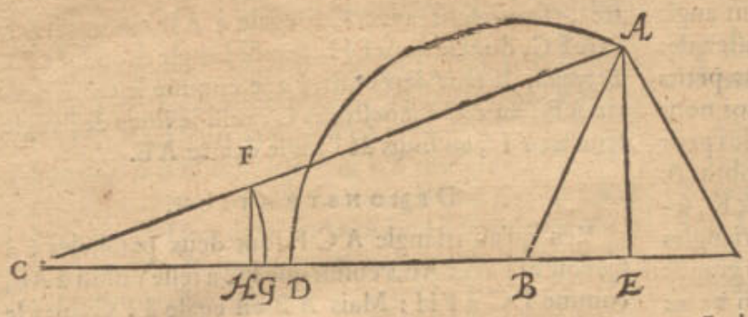
Comme A B à A C, ainſi E G à A B.

### 3. *Exemple là où l'un des ſinus comparez eſt d'un angle obtus.*

*Le donné.* Soit A B C un triangle plat, dont les angles de ſinus comparez ſont C, & A B C, deſquels l'angle A B C eſt obtus, & ſur le poinct B comme centre, ſoit deſcrit avec A B comme raid, l'arc A D, dont le ſinus ſoit A E, à angle droit ſur la produite C B: Semblablement ſur le poinct C comme centre, ſoit deſcrit avec C F egale à A B comme raid, l'arc F G, dont le ſinus F H vient auſſi à angle droit ſur C B. *Le requis.* Il faut demonſtrer que comme le coſté dextre A B, au coſté ſeneſtre A C, ainſi le ſinus de l'angle ſeneſtre F H, au ſinus de l'angle dextre A E.

Prepa-

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©




*Preparation.* Soit marqué A I ſur la produite C B, tellement que l'angle A I B, ſoit egal à l'angle A B I.

DEMONSTRATION.

Veu que l'angle A I B, eſt egal à l'angle A B I, s'enſuit qu'il faut que la ligne A I ſoit egale à A B: Mais A B eſt egale à C F par le donné, parquoi A I eſt egale à C F, & A E eſt auſſi ſinus de l'angle I: Pource je dis par le 1 exemple de ceſte propoſition, que

Comme le coſté dextre A I, du triangle A C I, au coſté ſeneſtre A C.

Ainſi le ſinus de l'angle ſeneſtre F H, au ſinus de l'angle dextre A E.

Mais A B eſt egale à A I, & A E eſt auſſi ſinus de l'angle A B C du triangle A B C, par le donné: Parquoi

Comme le coſté dextre A B, au coſté ſeneſtre A C,

Ainſi le ſinus de l'angle ſeneſtre F H, au ſinus de l'angle dextre A E.

*Concluſion.* Doncques comme le coſté dextre d'un triangle plat au coſté ſeneſtre, ainſi le ſinus de l'angle ſeneſtre, au ſinus de l'angle dextre: ce qu'il falloit demonſtrer.

---

ALB. GIRARD.

*Il eſt plus facile pour la memoire, de dire, comme le coſté au ſinus de l'angle oppoſite, ainſi un autre coſté au ſinus de l'angle oppoſite.*

THEOREME. II. PROPOSITION.

*VN triangle ayant trois coſtez incognus & trois angles cognus: On ne peut trouver par iceux les trois coſtez incognus.*

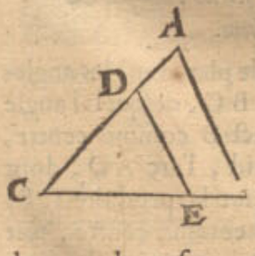
*Le donné.* Soit A B C un triangle, dont les trois coſtez ſont incognus, mais les trois angles cognus.

*Le requis.* Il faut demonſtrer, que par iceux on ne peut trouver les trois coſtez incognus.

*Preparation.* Soit tirée quelque ligne parallele avec un des trois coſtez, comme D E parallele avec A B.

DEMONSTRATION.

Le triangle D C E, eſt ſemblable au triangle A B C, parquoi les trois nombres donnez (quand il y en a aucuns) des trois angles, ſervent autant pour les trois angles du triangle D E C, que pour les trois angles du triangle A B C, & pour infinis autres triangles de telle qualité: par où il eſt notoire que des trois coſtez on ne peut donner certaine ſolution. Mais parce que la raiſon des coſtez demeure la meſme, on y peut trouver ſeulement la raiſon, comme en la 7 propoſition ſuivante.




*Concluſion.* Vn triangle doncques ayant trois coſtez incognus, & trois angles cognus, on ne peut trouver par iceux les trois coſtez incognus: ce qu'il falloit demonſtrer.

PROBLEME I. PROPOSITION III.

*EStant cognus du triangle plat les deux angles: Trouver le troiſieſme angle.*

Les deux termes cognus, dit en general, ſont de ceſte qualité.

*Le donné.* Soit A B C un triangle plat, dont l'angle B fait 50 deg. & C 60 deg.

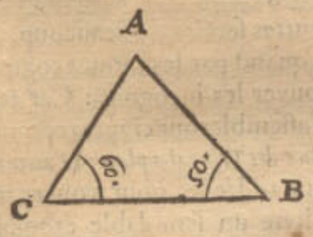
*Le requis.* Il faut trouver le troiſieſme angle A.

CONSTRVCTION.

J'aſſemble les 50 deg. & 60 deg. donnez, font 110 deg. leſquels ſouſtraits de 180 deg. reſte pour l'angle requis A 70 degr.

DEMONSTRATION.

Les trois angles de chaque triangle, ſont egaux à deux angles droicts: Pource les deux angles B, C, ſouſtrait des deux angles droicts, qui eſt de 180 deg. il faut que le reſte ſoit pour le troiſieſme angle A. Notez encore qu'un angle donné eſtãt droit, on peut pour briefveté ſouſtraire l'autre angle de 90 degr. le reſte eſt pour le troiſieſme angle. Soit pour exemple l'un de 90 degr. l'autre de 30 degr. je le ſouſtrais de 90 degr. reſte pour le troiſieſme angle 60 degr. ce qui, pour des raiſons cognuës, donne autant, qu'aſſemblant 90 avec 30, & iceux ſouſtraits de 180. deg.

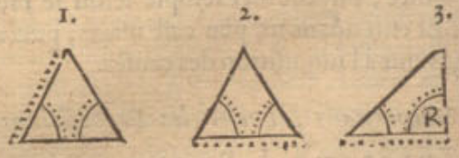



*Concluſion.* Eſtant donc cognus du triangle plat les deux angles, nous avons trouvé le troiſieſme angle, ſelon le requis.

PROBLEME II. PROPOSITION IV.

*EStant cognus du triangle plat deux angles & un coſté: Trouver le troiſieſme angle & les deux autres coſtez.*

Les trois termes cognus ſe rencontrent en ces trois diverſes façons.




NOTEZ.

L'invention des termes incognus d'un triangle, tant des ſpheriques que plats, ſe peut faire en beaucoup de ſortes: Mais nous n'uſerons à chaque exemple que d'une maniere, en choiſiſſant celle, laquelle quand nous deſcrivions ce traicté, nous ſembla la plus briefve & plus commode, non pas que nous depriſions le labeur utile de ceux qui ſur un meſme exemple mettent beaucoup de manieres, car on voit par là comment l'eſprit humain du temps paſſé a travaillé eſtrangement en ceſte matiere: Mais par ceci nous avons voulu declarer noſtre deſſein, qui eſt de viſer & tendre à ce qui eſt plus court, notoire & commode pour la practique. Et ſi quelqu'un outre cela, deſire la cognoiſſance de ces differences, il peut voir d'autres Autheurs qui en traictent, & faiſant ſon mieux taſcher de trouver des manieres encores plus courtes & notoires

que

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

que celles-ci. Il faut auſſi ſçavoir, qu'aux conſtructions ſuivantes tant des triangles ſpheriques que plats, nous ne venons à plus petites partitions des arcs, n'eſtoit pour quelques ſingulieres raiſons y declarées, qu'à ①.

A ceci nous nous ſervirons ſeulement de 10000 pour raid, lequel toutesfois eſt mis aux tables des ſinus, tangentes & ſecantes ſur 10000000, delaiſſant trois lettres du meſme raid, & auſſi de chaſque nombre des tables, car prennant plus de lettres, le compte en ſeroit plus faſcheux, ſans plus de ſeureté en la ſolution. Et prennant moins de lettres, il ſeroit bien plus aiſé, mais cauſeroit incertitude en la ſolution. Mais d'autant que ceci a eſté dit ſimplement ſans demonſtration, nous ferons la declaration des raiſons.

### *De la quantité des lettres qu'on doit donner au raid, en cerchant les termes incognus d'un triangle.*

POur donner doncques au raid en tous exemples occurrens ſa duë quantité de lettres, il faut ſçavoir que chaque moindre partition du raid, doit au plus pres eſtre egale à chaque moinde partition du quart du cercle avec laquelle on ſe propoſe de vouloir compter: Ou ſi le principal but tendoit aux lignes droites, qu'alors chaque moindre partition du quart du cercle, doit au plus pres eſtre egale à chaque moindre partition du raid, avec lequel on ſe propoſe de vouloir compter. Pour lequel declarer par exemple, ſoit le deſſein de ne point vouloir compter avec moindres partitions du quart du cercle que ①, comme il advient le plus ſouvent és comptes vulgaires: La demande eſt, quel nombre, ou combien de lettres on donnera au raid? Pour le ſçavoir, je voy combien de primes comprend le quart du cercle, ſe trouve 60 fois 90, qui eſt 5400 ①. Apres je dis, 11 donne 7, (en telle raiſon eſt fort pres l'arc du quart du cercle au raid, ſelon la demonſtration d'Archimede) combien 5400? Vient 3436. Parquoy le raid departi en 3436 partitions egales, chacune d'icelles ſera bien pres egale avec chaque partie du quart du cercle parti en 5400: Or afin de prendre pour le raid les lettres qui à ce nombre ſont les plus pres & majeurs, il faut qu'apertement ce ſoit 10000: Tellement que ceci eſt un nombre convenable du raid, avec lequel on peut operer juſques à primes du quart du cercle.

Mais ſi le deſſein eſtoit de vouloir avoir aſſeurance juſques au ②, la procedure eſt comme deſſus: Toutesfois nous le deſcrirons auſſi comme s'enſuit. Le quart d'un cercle à 324000 ②, avec icelles je dis, 11 donne 7, combien 324000? Vient 206182. Pource le raid parti en autant de parties, chacune d'icelles ſera bien pres egale à chaque portion du quart d'un cercle departi en 324000. Or afin de prendre maintenant pour le raid les lettres qui à ce nombre ſont les plus pres & majeurs, il faut que ce ſoit apertement 1000000. Tellement que ceci eſt un nombre convenable du raid, avec lequel on peut operer juſques à ② du quart d'un cercle.

Soit tiercement le deſſein de vouloir avoir aſſeurance juſques à ③: Je trouve que le quart d'un cercle a 19440000 ③, avec iceux je dis, 11 donne 7, combien 19440000? Vient 12370909. Pource le raid parti en autant de parties, chacune d'icelles ſera bien pres egale à chaque partie du quart d'un cercle parti en 19440000. Or afin de prendre pour le raid les lettres qui à ce nombre ſont les plus pres & majeurs, il faut que ce ſoit apertement 1000000000, mais le plus grand de la table n'eſt que de 10000000. Toutesfois en l'operation avec troiſieſmes on s'en pourroit aider, car combien que chaque portion du raid ſoit preſque double, à chaque portion du quart d'un cercle, ſi le faut il eſtimer ici pour petit different. Mais pour operer avec ces tables, dont le raid eſt 10000000, en quartes, le different ſeroit trop grand pour avoir ſuffiſante aſſeurance, car ſuivant la ſuſdite reigle, il faudroit avoir le raid de 1000000000.

Il eſt aſſez notoire, par le contraire de ce que nous avons dit juſques ici, comment au raid des parties de petiteſſe requiſe, on prendra des parties de degrez du quart d'un cercle ſelon ce qu'il appartient.

Nous avons parlé juſques ici ſans demonſtration: Mais pour en declarer par exemple les raiſons, ſoit A B C D un rectangle plat, dont le coſté A B ſoit meſuré avec des verges, comme la plus petite meſure, & ſoit trouvé de 12 verges, quant à la moitié ou tiers d'une verge qu'il y pourroit avoir plus ou moins, l'on n'en tient ici point de compte, veu que la verge par le poſé, eſt la plus petite meſure dont on ſe ſert: Mais le coſté A D ſe meſure, je prens, plus juſtement, comme juſques aux poulces, dont les 144 font une verge, & ſe trouve de 30 verges 1 poulce, qui eſt $30\frac{1}{144}$ verges: Maintenant ſuivant ce donné, le plan ſe trouve de $360\frac{1}{12}$ verges, Mais delaiſſant le rompu de $\frac{1}{144}$, le plan ſe trouve alors de 360 verges, laquelle ſolution differe ſeulement de la premiere $\frac{1}{12}$. Eſtant ceci entendu, je dis qu'il n'eſt point neceſſaire qu'on meſure A D ſi pres, ſi on ne meſure auſſi A B ſemblablement ainſi; car poſé que A B face $\frac{1}{2}$ verge plus ou moins que 12 (ce qui peut advenir couvertement, d'autant qu'on n'en tient point de compte) le plat ſera de $375\frac{25}{288}$, ou $345\frac{23}{288}$, qui eſt de 15 plus ou moins que la premiere ſolution, pource que ſert-il par grands & penibles comptes, de trouver $\frac{1}{12}$ davantage, là où couvertement il monte 15 plus ou moins? Par ceci on entend les raiſons, pourquoy la plus petite partition de l'un & de l'autre coſté, comme A B & A D, au plus pres doit convenir. Et conſequemment les raiſons, pourquoy les plus petites partitions de l'arc & du raid, à peu pres doivent eſtre de meſme grandeur, veu qu'en l'operation leurs parties ſe multiplient enſemble, comme ci deſſus A B avec A D.

### 1 *Exemple du 1 triangle de ceſte qualité.*

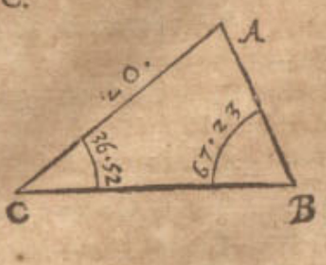
*Le donné.* Soit A B C un triangle plat, dont l'angle C fait 36 deg. 52 ①, & B 67 deg. 23 ①, & le coſté A C 20.

*Le requis.* Il faut trouver le troiſieſme angle A, & les autres deux coſtez A B, B C.

CONSTRVCTION.

*Invention de l'angle* A.

Veu qu'il y a deux angles cognus B, C, l'angle A ſe trouve par le 3 propoſition de 75 degr. 45.






Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

*Invention du costé* AB.

| | |
|---|---|
| Sinus de l'angle dextre B | 9231. |
| Donne sinus de l'angle seneſtre C | 6000. |
| Combien le costé seneſtre AC | 20? |
| Vient pour le costé requis AB | $12\frac{9228}{9231}$. |

*Invention du costé* BC.

| | |
|---|---|
| Premierement je cerche l'angle A, & le trouve par la 3 propoſition de | 75 deg. 45. |
| Apres je tourne AB deſſous comme baſe, diſant: Sinus de l'angle seneſtre B | 9231. |
| Donne le sinus de l'angle dextre A | 9692. |
| Combien AC costé dextre | 20? |
| Vient pour le costé requis BC | $20\frac{9230}{9231}$. |

DEMONSTRATION.

L'invention de l'angle A, eſt notoire par la conſtruction, & des deux costez AB, BC, eſt fondée ſur la premiere propoſition.

*2 Exemple du 2 triangle de ceſte qualité.*

Je trouve le troiſieſme angle par la 3 propoſition, & alors j'ay un triangle de la qualité du premier exemple, à ſçavoir avec deux angles cognus, & un costé cognu à l'oppoſite d'un des angles cognus, avec lequel ſe trouvent les termes incognus requis, ſelon la maniere d'icelui premier exemple.

*3 Exemple du 3 triangle de ceſte qualité.*

*Le donné.* Soit ABC un triangle plat, dont l'angle B eſt droit, C de 53 degr. 8 ①, & le costé entre deux BC 12.

*Le requis.* Il faut trouver le troiſieſme angle A, & les autres deux costez AB, AC.

CONSTRVCTION.

*Invention de l'angle* A.

Veu qu'il y a deux angles B, C, cognus, l'angle A ſe trouve par la 3 propoſition de 36 deg 52.

*Invention du costé rectangulaire* AB.

| | |
|---|---|
| Sinus du rectangle | 10000. |
| Donne tangente de l'angle oblique donné | 13335. |
| Combien CB | 12? |
| Vient pour la requiſe AB | $16\frac{2}{1000}$. |

*Invention de l'hypotenuſe* AC.

| | |
|---|---|
| Sinus du rectangle | 10000. |
| Donne ſecante de l'angle oblique donné | 16668. |
| Combien CB | 12? |
| Vient pour la requiſe AC | $20\frac{16}{10000}$. |

CONSEQVENCE.

Si quelque costé d'un rectangle, comme par exemple BC, faiſoit 10000, ainſi qu'aux comptes des cours celeſtes advient ſouvent, il eſt notoire que AB & AC ſe trouvent ſans qu'il faille faire aucun grand compte de multiplication, ou diviſion. Car la tangente de l'angle C, laquelle ſe trouve aux tables de 13335, eſt pour AB, & la ſecante du meſme angle faiſant 16668 eſt pour AC.

NOTEZ.

D'autant que quelqu'un pourroit penſer, pourquoy on ne cerche pas ici ceſte AB par la meſme reigle generale du 1 exemple, nous en declarerons la raiſon: Laquelle eſt, qu'ainſi par une multiplication on trouve le requis, là où autrement joignant la multiplication, il faut faire une diviſion, ce qui contre-noſtre deſſeing, ne ſeroit pas le plus court chemin.

DEMONSTRATION.

Si on prend CB pour raid du cercle faiſant 10000, & AB pour ſa tangente (pource que ſon angle C eſt de 52 degr. 8 ①) elle ſera 13335: Parquoi diſant CB 10000, qui eſt auſſi ſinus du rectangle, donne AB 13335, combien CB 12? ce qui en vient, à ſçavoir $16\frac{2}{1000}$, il faut qu'il ſoit pour AB, en telles parties que BC en fait 12. *Concluſion.* Eſtant doncques cognus du triangle plat deux angles & un costé, nous avons trouvé le troiſieſme angle, & les autres deux costez, ſelon le requis.

NOTEZ.

De trois termes incognus d'un triangle, eſtant un ou deux trouvez, on en a quatre ou cinq cognus, tellement que les trois cognus, par leſquels on cerche un autre incognu, ſe peuvent prendre alors en diverſes manieres: Mais veu qu'en la practique bien ſouvent on ne deſire qu'un terme, nous deſcrirons par tout, tant és triangles ſpheriques que plats, l'invention de chaque terme requis, tout ainſi que s'il n'y avoit que les trois donnez cognus, afin qu'en l'imitation on aye touſiours un exemple, comment on trouvera chaque terme requis.

PROBLEME. III. PROPOSITION. V.

*EStant cognus d'un triangle plat un angle & deux costez, comprenant un angle incognu: Trouver le troiſieſme costé, & les autres deux angles.*

Les trois termes cognus, dit en general, ſont de ceſte qualité.

1. NOTE.

LA reigle generale des operations eſt telle: On met le costé incognu comme baſe, & ſoit qu'on deſire l'angle d'enhaut, ou troiſieſme costé, on cerche premierement l'angle dextre, ou seneſtre, qui eſt incognu, diſant (ſi l'angle dextre eſtoit incognu) costé dextre, donne costé seneſtre, combien le ſinus de l'angle seneſtre? ce qui en vient eſt pour le ſinus de l'angle dextre, dont l'arc declare la grandeur d'icelui angle dextre: Mais ſi le nombre du ſuſdit ſinus qui ſe trouve en la table, doit eſtre pour un angle aigu, ou pour ſon complement de demicercle, qui eſt un angle obtus, cela en aucuns exemples eſt certain, en aucuns point: Tellement qu'eſtant incognu ſi l'angle dextre eſt aigu ou obtus, il y a deux ſolutions. Mais pour diſcerner les triangles de ſimple ou double ſolution, nous deſcrirons les deux reigles ſuivantes.

Du

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

## *Des deux reigles generales des triangles de ceſte propoſition.*

### I. Reigle.

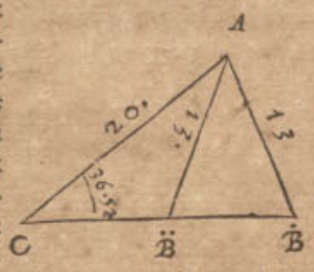
*Si le coſté cognu touchant l'angle cognu, eſtoit plus grand que l'autre cognu, & que l'angle incognu touchant le coſté incognu, eſtoit par l'operation trouvé oblique, il y aura deux ſolutions.*

### II. Reigle.

*Tous les autres triangles de ceſte propoſition n'ont qu'une concluſion.*

### Declaration.

Soit A B C un triangle plat, dont l'angle C fait 36 degr. 52 ①, le coſté A C 20, & A B 13, ce qui eſt un triangle de la qualité de la premiere reigle: En icelui on voit deux fois la lettre B, l'une avec un poinct deſſus comme B̈ : L'autre avec deux poincts de ceſte façon B̈, ce qui ſe fait à telle fin: Il eſt notoire que les trois termes cognus du triangle A B̈ C, ſont egaux avec les trois termes cognus du triangle A B̈ C: Mais les trois termes incognus d'un triangle, ſont inegaux avec les trois incognus de l'autre. Pource ſi quelqu'un ſans voir un triangle, diſoit ainſi: A B C eſt un triangle, dont l'angle C fait 36 deg. 52. le coſté A C 20, & B C 13. La demande eſt, de quelle grandeur ſont les trois termes incognus? Il eſt notoire qu'il eſt incertain ſi l'imagination du propoſant tend au triangle A B̈ C, ou au triangle A B̈ C. Voire encores que le triangle fuſt viſiblement marqué, ſi peut il advenir neantmoins, que le plus petit coſté A B cognu, approche ſi pres du rectangle, que par la veuë on ne peut juger s'il rend l'angle A B C aigu ou obtus. Et poſé que la veuë le pourroit diſcerner, encore n'eſt il point neceſſaire, que l'angle eſtant marqué obtus, le ſoit pourtant en effect, car ſouvent les circonſtances requerent le contraire, parce que quelquefois d'autres lignes ou grandeurs, pour eſtre à autres proportionnelles, ſeroyent trop inviſibles, comme ſouvent on le voit advenir aux propoſitions mathematiques. Ceci doncques eſt la raiſon pourquoi nous rencontrons des triangles avec double ſolution: Toutesfois s'il eſtoit expreſſement dit, ou qu'on ſçeuſt, comme advient ſouvẽt en la practique, que l'angle B fuſt aigu ou obtus, il n'y auroit alors qu'une ſolution. Juſques ici nous avons dit de la premiere reigle. Touchant la ſeconde, elle contient, que tous les autres triangles de ceſte propoſition n'ont qu'une ſolution: Les autres triangles ſont tels:




Premierement quand A C eſt plus grand que A B, & que joignant cela il eſt declaré que l'angle B eſt obtus.

Secondement quand A C eſt plus grand que A B, & que joignant cela il eſt declaré que l'angle B eſt aigu.

Tiercement que combien A C eſtant plus grand que A B, neantmoins l'angle B ſe trouve droit par la conſtruction.

Au quatrieſme quand A C eſt egal avec A B, car alors l'angle B eſt egal avec C.

Au cinquieſme quand A C eſt plus petit que A B, car alors l'angle B eſt aigu. Tous leſquels n'ont qu'une ſolution.

### 2. Note.

Il faut ſçavoir que pour avoir un exemple imitable à un triangle donné de la qualité de ceſte propoſition, on regarde s'il eſt de la premiere reigle; eſtant d'icelle, on ſuivra le premier exemple deſcrit ci deſſous: mais n'en eſtant point, alors le ſecond exemple.

### 1. *Exemple du triangle de la qualité de la premiere reigle.*

*Le donné.* Soit A B C ci deſſus un triangle plat, dont l'angle C fait comme il y a eſté dit 36 deg. 52 ①, le coſté A C 20, A B 13, & ceci ſans dire ſi l'angle B eſt aigu ou obtus: Ou autrement ſans qu'il ſoit declaré ſi l'intention tend ſur le triangle A B̈ C, ou A B̈ C. *Le requis.* Il faut trouver le troiſieſme coſté B C, & les autres deux angles A B C, C A B.

### 1. Operation ſur la premiere ſolution.

Je voy premierement que le coſté A C touchant l'angle cognu, eſt plus grand que le coſté A B, par où il peut eſtre de double ou ſeulement de ſimple ſolution: Pour ſçavoir maintenant lequel ce ſera des deux, il me faut trouver premierement l'angle A B C, comme s'enſuit.

#### *Invention de l'angle* A B C.

| | |
|---|---|
| Le coſté dextre A B | 13. |
| Donne coſté ſeneſtre A C | 20. |
| Combien le ſinus de l'angle ſeneſtre C | 6000. |
| Vient ſinus | 9231. |
| Lequel n'eſtant point ſinus du rectangle, le triangle ſera de double ſolution. Soit donc que du cõmencement l'intention ait eſté ſur le triangle A B̈ C, s'enſuit que le ſuſdit ſinus 9231 ſera pour l'angle aigu requis B̈, dont l'arc comme 1 ſolution eſt de | 67 deg. 23. |

#### *Invention de l'angle* C A B̈.

| | |
|---|---|
| Je trouve premierement l'angle B̈ comme deſſus de | 67 deg. 23. |
| A cela adjouſté l'angle C faiſant | 36 deg. 52. |
| Vient | 104 deg. 15. |
| Iceux ſouſtraits de | 180 deg. |
| Reſte pour l'angle requis C A B̈ de la premiere ſolution | 75 deg. 45. |

#### *Invention du coſté* B C.

| | |
|---|---|
| Je trouve premierement comme deſſus l'angle C A B̈ pour premiere ſolution de | 75 deg. 45. |
| Puis apres je tourne A C comme baſe, & dis, ſinus de l'angle dextre C | 6000. |
| Donne ſinus de l'angle ſeneſtre C A B̈ | 9693. |
| Combien le coſté ſeneſtre A B̈ | 13? |
| Vient pour le coſté requis B̈ C de la premiere ſolution | $21\frac{9}{6000}$. |

### 2. Operation ſur la deuxieſme ſolution.

#### *Invention de l'angle* A B̈ C.

| | |
|---|---|
| Je trouve premierement par la premiere operation de l'invention de l'angle ABC, l'angle B̈ de la premiere ſolution de | 67 deg. 23. |
| Iceux ſouſtraits de | 180 deg. |
| Reſte pour l'angle requis A B̈ C de la ſeconde ſolution | 112 deg. 37. |

#### *Invention de l'angle* C A B̈.

| | |
|---|---|
| Je trouve premierement par la premiere operation l'angle A B̈ C de la ſeconde ſolution, comme deſſus de | 112 deg. 37. |



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

| | |
|---|---|
| Auquel adjoufté l'angle C de | 36 deg. 52. |
| Vient | 149 deg. 29. |
| Iceux fouſtraits de | 180 deg. |
| Reſte pour l'angle requis C A B de la deuxieſme ſolution | 30 deg. 31. |

*Invention du coſté* B C.

| | |
|---|---|
| Je trouve premierement par la 2 operation l'angle C A B pour la ſeconde ſolution comme deſſus de | 30 deg. 31. |
| Puis apres je tourne A C comme baſe, & dis, le ſinus de l'angle dextre C | 6000 |
| Donne ſinus de l'angle ſeneſtre C A B | 5075 |
| Combien le coſté ſeneſtre A B | 13? |
| Vient pour le coſté B C requis de la ſeconde ſolution | $10\frac{5975}{6000}$ |

## 2. *Exemple des triangles de la qualité de la 2. reigle.*

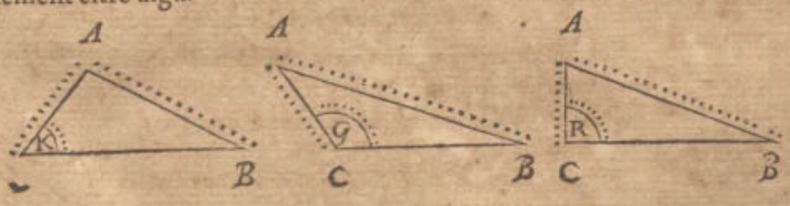
Si A C eſtoit plus grand que A B, & qu'avec cela l'angle B fuſt declaré eſtre obtus, on ſuit la ſuſdite ſeconde operation: En tous les autres triangles on ſuit la premiere operation: Entre leſquelles y a quelque briefveté au triangle dont A C eſt egal à A B; car il faut qu'alors l'angle B, ſoit egal à l'angle C, ſans faire aucune autre inquiſition.

DEMONSTRATION.

La demonſtration de la premiere reigle eſt notoire par la declaration faite ſous icelle: Touchant la ſeconde reigle, laquelle comprend cinq certaines eſpeces de triangles, comme il a eſté dit, la demonſtration des quatre premieres d'icelles, qui eſt n'avoir qu'une ſolution, n'ont point beſoin de declaration comme eſtant aſſez notoire.

Mais pour demonſtrer la cinquieſme eſpece, contenant, que quand A C eſt plus petit que A B, alors qu'il n'y a qu'une ſolution avec B aigu: Soit A B C un triangle plat, ſelon le contenu de la 2 reigle, à ſçavoir dont le coſté A C eſt plus petit que A B, & l'angle C ſoit aigu, obtus, ou droit, comme il advient.

*Le requis.* Il faut demonſtrer que l'angle B peut ſeulement eſtre aigu.




DEMONSTRATION.

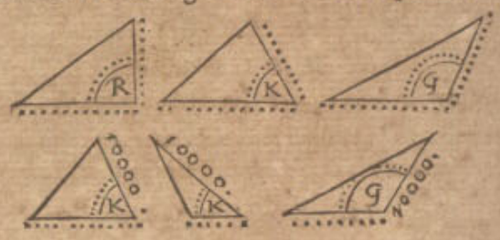
Si B eſtoit droit, ou obtus, il faudroit que C fuſt encores plus grand, pource que ſon coſté oppoſite eſt plus grand que le coſté oppoſite de B, & conſequemment trois angles A, B, C, ſeroyent plus grands que deux rectangles, ce qui eſtant impoſſible, B eſt ſeulement aigu. Touchant la demonſtration des operations, elle eſt fondée par tout ſur la 1 & 3 propoſition.

*Concluſion.* Eſtant donc cognu d'un triangle plat, un angle & deux coſtez comprenant un angle incognu: Nous avons trouvé le troiſieſme coſté, & les deux autres angles, ſelon le requis.

## PROBLEME IV. PROPOSITION VI.

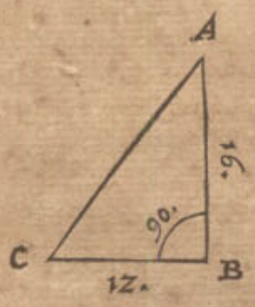
*ESTant cognus d'un triangle plat deux coſtés comprenant un angle cognu: Trouver le troiſieſme coſté, & les autres deux angles.*

Les trois termes cognus ſont de ceſte qualité:




Leſquels recevans ſix diverſes façons d'operations, nous mettrons de chacun un exemple particulier.

### 1. *Exemple du premier triangle de ceſte qualité.*




*Le donné.* Soit A B C un triangle plat, dont l'angle B eſt droit, & le coſté A B fait 16, B C 12.

*Le requis.* Il faut trouver l'hypothenuſe A C, & les autres deux angles A, C.

CONSTRVCTION.

*Invention de l'angle* A.

| | |
|---|---|
| Le coſté rectangulaire touchant l'angle requis, qui eſt ici A B | 16. |
| Donne l'autre coſté du rectangle B C | 12. |
| Combien le ſinus du rectangle | 10000 |
| Vient tangente | 7500. |
| Son arc pour l'angle requis A. | 36 deg. 52. |

*L'invention de l'angle* C,

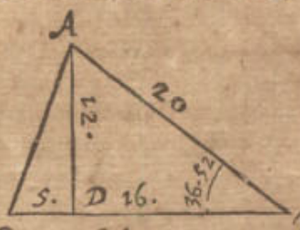
| | |
|---|---|
| Eſt comme de l'angle A, ſuivant laquelle ſera trouvé de | 53 deg. 8. |

*Invention de l'hypothenuſe* A C.

| | |
|---|---|
| Je trouve premierement, comme deſſus, un des angles obliques, qui ſoit A, de | 36 deg. 52. |
| Puis je dis, Sinus de l'angle droit | 10000. |
| Donne ſecante de 36 deg. 52 ① premier en l'ordre faiſant | 12500. |
| Combien le coſté de l'angle droit touchant icelui angle A, qui eſt A B | 16? |
| Vient pour l'hypotenuſe A C requiſe | 20. |

### 2. *Exemple du 2 triangle de ceſte qualité.*

*Le donné.* Soit A B C un triangle plat, dont le coſté A B fait 20, B C 21, & l'angle B ſoit aigu de 36 deg. 52 ①.




*Le requis.* Il faut trouver le troiſieſme coſté A C, avec les autres deux angles C & CAB.

*Preparation.* Je tire du bout du coſté cognu plus court, comme ici A B, ſur le coſté cognu le plus long B C, la perpendiculaire A D, laquelle neceſſairement,

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

ment, pource que l'angle B est aigu, tombe dedans le triangle : Ce qui estant ainsi, A D B est un triangle rectangle, avec deux angles cognus, & un costé cognu A B, lequel triangle estant de la qualité de la 4 proposition, je trouve par icelle ses deux costés A D, D B, à sçavoir A D assez pres de 11.
Et B D de 16.
Iceux soustraits de C B 21.
Reste pour D C 5.

Ce qui estant ainsi, j'ay un triangle rectangle A D C, avec trois termes cognus, par lesquels on peut trouver les incognus requis, comme s'ensuit.

CONSTRVCTION.

*Invention du costé* A C.

Premieremẽt ayant fait la preparation comme dessus, & veu que le triangle A D C, a maintenant trois termes cognus, à sçavoir deux costez, comme A D 12, D C 5, & l'angle A D C droit, je trouve avec cela, par le 1 exemple de ceste proposition, l'hypothenuse A C, comme costé requis de $12\frac{9228}{9231}$.

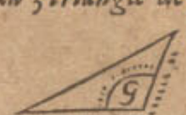
*Invention de l'angle* C.

Premierement ayant fait la preparation, comme dessus, & veu que le triangle A D C, a maintenant trois termes cognus, à sçavoir deux costez, comme A D 12, D C 5, & l'angle A D C droit, je trouve avec cela par le 1 exemple de ceste proposition, l'angle requis C de 67 deg. 23.

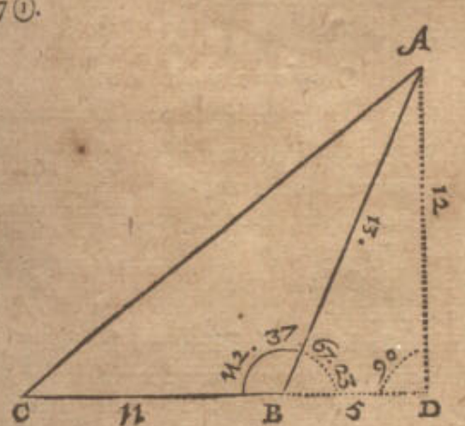
*Invention de l'angle* C A B.

Premierement ayant fait la preparation, cõme dessus, & veu que le triangle A D C, a maintenant trois termes cognus, à sçavoir deux costez A D 12, D C 5, & l'angle A D C droit, je trouve avec cela, par le 1 exemple de ceste proposition, l'angle C de 67 deg. 23.
A icelui adjousté l'angle donné B faisant 36 deg. 52.
Vient 104 deg. 15.
Iceux soustraits de 180 deg.
Reste pour l'angle requis C A B. 75 deg. 45.

3. *Exemple du 3 triangle de ceste qualité.*



*Le donné.* Soit A B C un triangle plat, dont le costé A B fait 13, B C 11, & l'angle A B C soit obtus de 112 deg. 37 ①.




*Le requis.* Il faut trouver le troisiesme costé A C, & les autres deux angles C, & C A B.

*Preparation.* Je tire d'un des angles incognus, une ligne perpendiculaire sur son costé oppositre produit, comme ici de l'angle incognu C A B, la perpendiculaire A D, sur la produite C B, laquelle perpendiculaire necessairement, pource que l'angle A B C est obtus, tombe hors du triangle. Puis apres je soustrais l'angle A B C faisant 112 deg. 37.
De 180 deg.
Reste pour l'angle A B D 67 deg. 23.

Ce qui estant ainsi, A D B est un triangle rectangle, avec deux angles cognus, & un costé cognu A B : Lequel triangle estant de la qualité de la 4 proposition, je trouve par icelle ses deux costez A D, B D, à sçavoir A D assez pres de 12.
Et B D de 5.
Iceux adjoustés à C B, faisant pour le donné 11.
Vient pour D C 16.

Ce qui estant ainsi, j'ay maintenant un triangle rectangle A D C, & trois termes cognus avec lesquels on peut trouver les incognus, comme s'ensuit.

CONSTRVCTION.

*Invention du costé* A C.

Premièrement ayant fait la preparation, comme dessus, & veu que le triangle A D C a trois termes cognus, à sçavoir deux costez comme A D 12, D C 16, & l'angle A D C droit, je trouve avec cela, par le 1 exemple de ceste proposition, l'hypothenuse A C, comme costé requis de 20.

*Invention de l'angle* C.

Premierement ayant fait la preparation, comme dessus, & veu que l'angle A D C, a maintenant trois termes cognus, à sçavoir deux costez, comme AD 12, DC 16, & l'angle A D C droit, je trouve avec cela par le 1 exemple de ceste proposition l'angle requis C de 36 deg. 52.

*Invention de l'angle* C A B.

Premierement ayant fait la preparation, comme dessus, & veu que le triangle A D C, a maintenant trois termes cognus, à sçavoir deux costez A D 12, D C 16, & l'angle A D C droit, je trouve avec cela par le 1 exemple de ceste proposition l'angle C de 36 deg. 52.
A iceux adjousté l'angle B faisant 112 deg. 37.
Vient 149 deg. 29.
Lesquels soustraits de 180 deg.
Reste pour l'angle requis C A B. 30 deg. 31.

4. *Exemple du 4 triangle de ceste qualité.*

La precedente reigle est bien generale sur tous triangles, tant de ceux qui ont un costé cognu de sinus du rectangle 10000, que d'autre nombre ; mais veu qu'avec 10000 il y a briefveté en la preparation, & que joignant cela, tels triangles se rencontrent souvent en

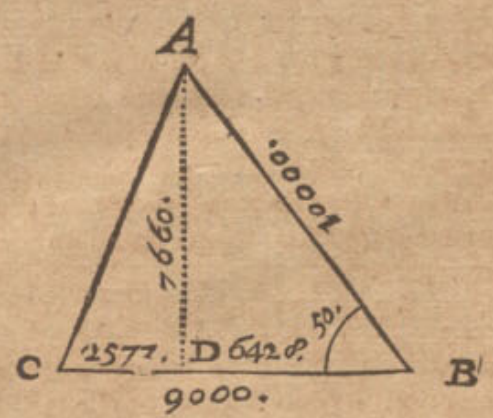


Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

matiere d'Aſtronomie, nous mettrons de ceſte briefveté des exemples particuliers.

*Le donné.* Soit A B C un triangle plat, dont le coſté A B 10000, B C 9000, & l'angle B 50 deg.

*Le requis.* Il faut trouver le troſieſme coſté A C, & les autres deux angles C & C A B.




*Preparation.* Je tire de l'angle incognu qui touche le coſté de 10000, qui eſt de A, la perpendiculaire ſur ſon coſté oppoſé, laquelle ſi elle doit tomber dehors ou dedans le triangle, on le trouve ainſi: Le ſinus de l'arc de complement des donnez 50 deg. qui eſt ſinus de 40 deg. fait 6428, lequel nombre eſtant plus petit que du donné B C 9000, je tire la perpendiculaire A D dedans le triangle: Mais ſi le ſinus de l'arc de complement euſt eſté plus grand, elle y tomberoit dehors, & alors il faudroit ſuivre le 5 exemple deſcrit ci deſſous.

| | |
|---|---|
| Doncques A D, tombant dedans A B, comme ſinus de l'angle D A B 40 deg. fait les ſuſdits | 6428. |
| Iceux ſouſtraits de C B faiſant par le donné | 9000. |
| Reſte pour D C | 2572. |
| Et le ſinus des 50 degr. de B donné, fait pour A D | 7660. |

CONSTRVCTION.

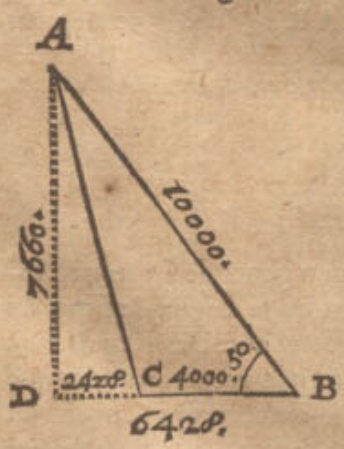
Ce que'ſtant ainſi, j'ay un triangle rectangle A D C, avec trois termes cognus, par leſquels on peut trouver les incognus, ſelon la maniere de l'operation du 2 exemple. Et ſuivant icelui, le coſté requis A C ſera trouvé de 8080.

| | |
|---|---|
| L'angle requis C de | 71 deg. 26. |
| L'angle requis C A B de | 58 deg. 34. |

## 5. *Exemple du 5 triangle de ceſte qualité.*

*Le donné.* Soit A B C un triangle plat, dont le coſté A B 10000, B C 4000, & l'angle B 50 deg.

*Le requis.* Il faut trouver le troiſieſme coſté A C, & les autres deux angles A C B, & C A B.




*Preparation.* Je tire de l'angle incognu qui touche le coſté de 10000, qui eſt A, une perpendiculaire ſur ſon coſté oppoſé B C, laquelle ſi elle tombe dehors ou dedans le triangle, on le trouve ainſi. Le ſinus de l'arc de complement des donnez 50 deg. qui eſt ſinus de 40 deg. fait 6428, lequel nombre eſtant plus grand que le donné B C 4000, je tire la perpendiculaire A D hors du triangle ſur la produite B C: Mais ſi le ſinus de l'arc de complement euſt eſté plus petit, elle y tomberoit dedans, & alors il faudroit ſuivre le 4 exemple ſuſdit: Doncques A D tombant dehors, D B comme ſinus de l'angle D A B 40 deg. fait les ſuſdits 6428.

| | |
|---|---|
| D'iceux ſouſtrait C B, faiſant par le donné | 4000. |
| Reſte pour D C | 2428. |
| Et le ſinus des donnez 50 degr. de B, fait pour A D | 7660. |

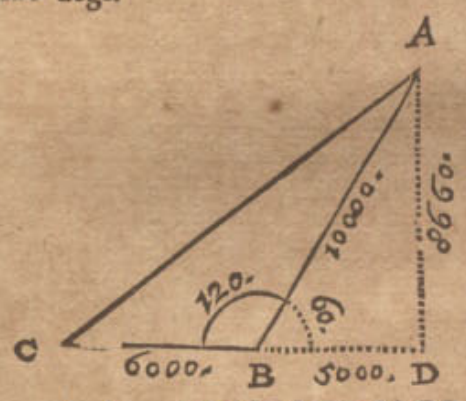
CONSTRVCTION.

Ce qu'eſtant ainſi, j'ay maintenant un triangle rectangle A D B, avec trois termes cognus, par leſquels on peut trouver les incognus, ſelon la maniere de l'operation du 1 exemple, & ſuivant icelle, le coſté requis A C ſera trouvé de 8037.

| | |
|---|---|
| L'angle A C D de | 72 deg. 25. |
| Iceux ſouſtraits de | 180 deg. |
| Reſte pour l'angle requis A C B | 107 deg. 35. |
| Leſquels adjouſtez à l'angle donné B 50 deg. vient | 157 deg. 35. |
| Iceux ſouſtraits de | 180 deg. |
| Reſte pour l'angle requis C A B | 22 deg. 25. |

## 6. *Exemple du 6 triangle de ceſte qualité.*

*Le donné.* Soit A B C un triangle plat, dont le coſté A B 10000, B C 6000, & l'angle A B C obtus de 120 degr.




*Le requis.* Il faut trouver le coſté A C, & les autres deux angles C, & C A B.

*Preparation.* Je tire de l'angle incognu qui touche le coſté de 10000, qui eſt de A, une perpendiculaire A D, ſur ſon coſté C B oppoſite produit.

Puis apres je ſouſtrais l'angle donné A B C 120 deg.

| | |
|---|---|
| De | 180 deg. |
| Reſte pour l'angle A B D | 60 deg. |
| Dont le ſinus pour ſon coſté oppoſite A D | 8660. |
| Et l'angle A B D 60 deg. troiſieſme en l'ordre, ſouſtrait de 90 deg. reſte pour l'angle B A D | 30 deg. |
| Dont le ſinus pour ſon coſté oppoſite B D | 5000. |
| A icelui adjouſté le donné B C | 6000. |
| Vient pour C D | 11000. |

CONSTRVCTION.

Ce qui eſtant ainſi, j'ay maintenant un triangle rectangle A D C, avec trois termes cognus, par leſquels on peut trouver les incognus, ſelon la maniere de l'operation du 1 exemple, ſelon lequel, le coſté requis ſera trouvé de 13999.

| | |
|---|---|
| L'angle requis C de | 38 deg. 13. |
| L'angle C A D de | 51 deg. 47. |
| D'iceux ſouſtrait D A B faiſant par le cinquieſme de l'ordre de la preparation | 30 deg. |
| Reſte pour la requiſe C A B | 21 deg. 47. |

NOTEZ.

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

NOTEZ.

La susdite briefveté qu'il y a au triangle ayant un costé de 10000, au prix des autres triangles, lesquels en ce lieu ont un autre nombre, procede de ce que ceste preparation se fait sans multiplication ou division, au lieu que l'autre preparation a deux multiplications. Touchant ce que quelqu'un pourroit penser que ceste briefveté se fut bien monstrée elle mesme, si en l'operation on eust suivi la reigle generale du 2 & 3 exemple, & qu'à cause de cela ceste animadversion de briefveté n'est point necessaire : On respond ci dessus que cela est bien vray, quand on tire les perpendiculaires, comme il a esté fait ici dessus, d'un angle incognu qui touche le costé de 10000, mais point quand on les tire de l'autre angle incognu. Tellement que ceste briefveté requeroit ici la susdite animadversion.

DEMONSTRATION.

L'operation de l'invention de l'angle A au premier exemple, se demonstre ainsi : Il apparoit en la forme de la 1 definition du 1 livre du traicté des triangles, que A B I est un triangle rectangle, dont le costé A B, estant egal au sinus du rectangle A E, alors le mesme A B se peut prendre pour le sinus du rectangle : par où est notoire que tel sinus de rectangle avec sa tangente, sont deux costez de rectangle d'un triangle rectangle. Et par le contraire d'icelui, que tous deux costez d'un rectangle, se peuvent prendre, l'un pour sinus d'un rectangle, l'autre pour sa tangente : Pource soit A B en la forme du 1 exemple de ceste proposition, prins pour sinus d'un rectangle, s'ensuit que B C est sa tangente : Toutesfois puis que les nombres 16 & 12, de ces deux lignes A B, B C, ne sont point ceux sur lesquels les tables ont esté composées, mais seulement proportionels avec iceux, je dis ainsi : Faisant A B 16. B C fait 12, que fera B C estant A B (comme aux tables) de 10000?
Vient pour B C en la table des tangentes 7500.

Parquoy l'arc d'icelui, qui s'y trouve de 36 deg. 52 ①, est pour la grandeur de l'angle A, à l'oppositе de la tangente B C. Et la susdite construction estant fondée là dessus, s'ensuit que 36 deg. 52 ①, est la vraye grandeur de l'angle A. Semblable sera aussi la demonstration de l'invention de l'angle C. Touchant la demonstration de la reste, elle est notoire par la construction, & fondée principalement sur la 1 proposition. *Conclusion.* Estant donc cognus d'un triangle plat deux costez comprenant un angle cognu, nous avons trouvé le troisiesme costé & les deux autres angles, selon le requis.

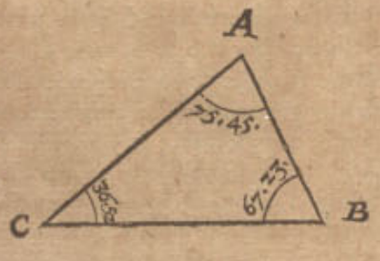
PROBLEME V. PROPOSITION VII.

*ESTant cognus d'un triangle plat, les trois angles : Trouver les raisons des trois costez.*

Les trois termes cognus, dit en general, sont de ceste qualité.

*Le donné.* Soit A B C un triangle plat, dont l'angle A fait 75 deg. 45 ①, & B 76 deg. 23 ①, C 36 deg. 52 ①.

*Le requis.* Il faut trouver les raisons des trois costez.




CONSTRVCTION.

Le sinus de l'angle A est pour son costé oppositе B C 9692.
Le sinus de l'angle B est pour son costé oppositе A C 9231.
Le sinus de l'angle C est pour son costé oppositе A B 6000.
Parquoi comme 9692 à 9231, ainsi B C à A C, & semblablement des autres.

La demonstration est notoire par la 1 proposition de ce livre.

*Conclusion.* Estant donc cognus d'un triangle plat les trois angles, nous avons trouvé les raisons des trois costez, selon le requis.

NOTEZ.

Encores que ne seroient donnez que deux angles cognus, on pourroit trouver les raisons de trois costez, car on trouve le troisiesme angle par la 3 proposition.

PROBLEME VI. PROPOSITION VIII.

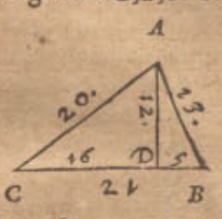
*ESTant cognus d'un triangle plat les trois costez : Trouver les trois angles.*

Les trois termes cognus, dit en general, sont de ceste qualité :

*Le donné.* Soit A B C un triangle plat, dont le costé A B fait 13, B C 21, A C 20.

*Le requis.* Il faut trouver les trois angles BAC, B, & C.

*Preparation.* Je tire sur le plus grand costé des trois, qui est ici B C, la perpendiculaire A D, laquelle necessairement, soit que le triangle ait un angle obtus ou nõ, tombe dedans le triangle donné :




Puis apres je dis ainsi :

Le quarré du moindre costé A B 13, est 169.
A cela le quarré du plus grand costé B C 21 faisant 441.
Font ensemble 610.
D'iceux soustrait le quarré du costé moyen A C 20 faisant 400.
Reste 210.
La moitié 105.
Icelle divisée par le plus grand B C 21, vient pour B D 5.
Iceux soustraits de B C 21, reste pour D C 16.

Ce qui estant ainsi, j'ay maintenant deux triangles rectangles A D B, A D C, chacun avec trois termes cognus, par lesquels on trouve les incognus, comme s'ensuit :

CONSTRVCTION.

*Invention de l'angle* B.

Premierement ayant fait la preparation, comme dessus, & veu que le triangle A D B a deux costez cognus A B 13, B D 5, & l'angle A D B droit, s'ensuit que je trouve par la 5 proposition de ceste, l'angle requis B de 67 deg. 23.

*Invention de l'angle* C.

Premierement ayant fait la preparation, cõme dessus, & veu que le triangle A D C



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

a deux costez cognus AC, CD, & l'angle ADC droit, s'ensuit que je trouve par la 5 proposition de ce livre l'angle requis C de 36 deg. 52.

*Invention de l'angle* CAB.

Premierement ayant fait la preparation comme dessus, & veu que le triangle ADB a deux costez cognus AB, BD, & l'angle ADB droit, s'ensuit que je trouve par la 5 proposition de ce livre, l'angle requis DAB de 22 deg. 37.

Apres, veu que le triangle ADC, a deux costez cognus AC, CD, & l'angle ADC droit, s'ensuit que je trouve par la 5 proposition de ce livre l'angle DAC de 53 deg. 8.

A iceux adjoustez 22 deg. 37 ① premier en l'ordre, vient pour l'angle requis CAB 75 deg. 45.

DEMONSTRATION.

Pour monstrer premierement la preparation, je dis ainsi: Veu que [par la 13 prop. du 2 liv. d'Euclid.] les deux quarrez de AB, BC ensemble, sont autant plus grands que le quarré de AC, que deux fois le rectangle comprins sous BC & BD; Il s'ensuit que la moitié des susdits 210 (ce que les deux quarrez de AB, BC, sont ensemble plus grands que le quarré de AC) faisant 105, est egale au rectangle une fois comprins sous BC & BD. Parquoi le rectangle 105 divisé par son costé BC 21, il faut que le quotient 5 soit pour son autre costé DB: Iceux soustraits de BC 21, il faut que le reste 16, soit pour CD, comme il se trouvoit en la preparation. Quant à la demonstration de l'operation, elle est notoire par l'operation mesme.

*Conclusion.* Estant donc cognus d'un triangle plat les trois costez, nous avons trouvé les trois angles, selon le requis.

INDICE DES TRIANGLES PLATS.

*QVi est une maniere de table, demonstrant comment au precedent on trouvera des triangles, pour imiter l'operation d'iceux en un triangle proposé, duquel on desire cognoistre un terme ou termes incognus.*

Veu que les precedentes reigles de l'operation, par lesquelles on cerche les termes incognus des triangles plats, sont fort differentes, & que ce seroit chose fascheuse de retenir le tout par memoire, nous descrirons ici une certaine maniere (pour obvier à icelle peine) telle qu'à tout exemple occurrant, incontinent on trouvera au precedent un semblable, dont on peut imiter l'operation de poinct en poinct, sans troubler l'esprit d'aucunes de ces diversitez: A celle fin nous mettons la description suivante des triangles plats en façon de table: Dont puis apres nous declarerons l'usage par exemple.

ALB. GIRARD.

*Ceux qui voudront suivre l'ordre que nous avons tenu en nostre Trigonometrie imprimée avec les Tables en volume portatif, ne se voulans servir que des sinus, trouveront les triangles plats compris sous 3 accidens: mais voulans se servir des tangentes & secantes pour plus facile expedition & plus certaine, verront que je les comprens tous, en 4 accidens, beaucoup plus succinctement que l'on n'a fait jusqu'à maintenant: ce qui soit dit, sans mespriser personne.*

*Indice des Triangles plats.*

Page 12 3 Proposition.

Page 13 1 Exemple de la 4 Proposition.

Page 14 2 Exemple de la 4 Proposition.

Page 14 3 Exemple de la 4 Proposition.

Page 14 5 Proposition. Lisés premierement en la 15 Page la NOTE, declarant quel membre il faut suivre.

Page 16 1 Exemple de la 6 Proposition.

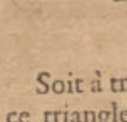
Page 16 2 Exemple de la 6 Proposition.

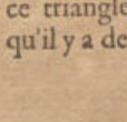
Page 17 3 Exemple de la 6 Proposition.

Page 17 4 Exemple de la 6 Proposition.

Page 18 5 Exemple de la 6 Proposition.

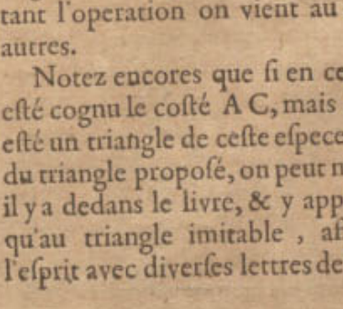
Page 18 6 Exemple de la 6 Proposition.


Page 19 7 Proposition.


Page 19 8 Proposition.


*L'usage du precedent indice des triangles plats.*

Soit à trouver un ou plusieurs termes incognus de ce triangle ABC: Pour à quoi parvenir, je voy qu'il y a deux angles B, C cognus, avec le costé AC à l'oppositе d'un angle cognu: Parquoi je cerche en l'indice des triangles un semblable triangle, & le trouve le deuxiesme en l'ordre, là où je voy qu'un semblable sera trouvé en la 13 Page au 1 exemple de la 4 Proposition: Parquoi imitant l'operation on vient au requis: & ainsi de tous autres.




Notez encores que si en ce triangle proposé n'eust esté cognu le costé AC, mais AB, qui alors eust aussi esté un triangle de ceste espece: Cela advenant, au lieu du triangle proposé, on peut marquer un autre, comme il y a dedans le livre, & y appliquer telles lettres, ainsi qu'au triangle imitable, afin de ne point troubler l'esprit avec diverses lettres de mesme signification.

APPLI-

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

# APPLICATION DES POLYGONES PLATS.

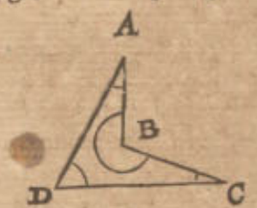
IVsques ici eſt deſcrite l'invention des termes incognus des triangles plats, & combien que par icelle ſe puiſſent trouver les termes incognus trouvables de tous plans rectilignes, à cauſe qu'on les peut partir en triangles, ou bien par addition les reduire en triangles, toutesfois la choſe requerant declaration, nous joindrons au precedent encores ceſte ſuivante deſcription, que nous appellons APPLICATION.

## DEFINITIONS.

### DEFINITION I.

*NOus appellons angle revers, qui eſt plus grand que de 180 degrez.*

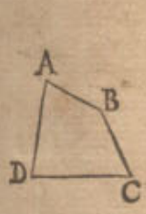
Vn tel angle ne peut eſtre au triangle, pource que ces trois angles ne font enſemble que 180 degrez: Mais bien en ceux qui ont plus de trois angles, comme en ce quadrangle ABCD, là où l'angle B eſtant plus grand que 180 deg. nous l'appellons angle revers. La cauſe du nom en eſt telle: Selon la couſtume ordinaire de parler, quelque choſe ſe dit eſtre en un angle, quand elle eſt aupres de la conjonction de deux lignes faiſant l'angle, & d'icelle part où elles inclinent l'une vers l'autre, & la grandeur de l'arc deſcrit vers icelle part, ſe dit la grandeur de ce meſme angle: Mais veu que nous rencontrons auſſi des operations avec des arcs qui ſont de l'autre part, ou de la part reverſe de l'angle ordinaire, eſtant plus grand que de 180 degr. nous appellons icelle plus grande ouverture de lignes, Angles revers.

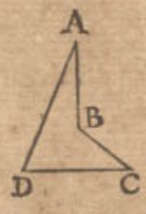


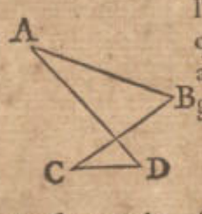

### DEFINITION II.

*VN quadrangle ayant quatre angles ſans angle revers, & ſans coſtez coupans l'un l'autre, nous l'appellons quadrangle vulgaire: Mais ayant un angle revers, quadrangle d'angle revers: Et quand il a deux coſtez coupans l'un l'autre, quadrangle croiſé.*

Entre quatre poincts ſe peuvent tirer quatre lignes de trois certaines ſortes, faiſant trois quadrangles divers, comme ci deſſous entre les quatre poincts A, B, C, D.




Le premier eſt ſelon la maniere vulgaire ſans angle revers, & ſans coſtez s'entrecoupans, que pourtant nous appellons quadrangle vulgaire. Le deuxieſme avec un angle revers, comme l'angle B, que nous appellons pour cela quadrangle d'angle revers. Le troiſieſme avec deux coſtez s'entrecoupans, ou croiſans, lequel à cauſe de cela nous appellons quadrangle croiſé. Et combien que le dernier, ſelon la vulgaire definition des quadrangles, ne ſemble point proprement un quadrangle, neantmoins nous l'appellons ici quadrangle, à cauſe des quatre angles A, B, C, D, & de la reigle generale qui en la doctrine en eſt de trois quadrangles, en l'invention des trois termes incognus, par les cinq cognus, deſquels ſera dit aux propoſitions ſuivantes.

*Maintenant ſuivent les Propoſitions.*

### THEOREME I. PROPOSITION I.

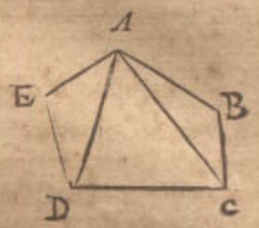
*LEs angles d'un plan rectiligne, ſont egaux avec autant de rectangles doubles, comme il y a d'angles, deux moins.*

Le ſens, dit en general, eſt tel: Poſé qu'il y ait quelque pentagone regulier ou irregulier, comme il advient, tous les angles d'icelui enſemble, ſont egaux à trois rectangles doubles, à ſçavoir autant d'angles qu'il y a en la figure donnée deux moins. Et ainſi faut il entendre que tous les angles d'un dixſept-angle, ſont egaux à 15 rectangles doubles, & d'un cinquant-angle à 48 rectangles doubles, & ainſi des autres juſques à l'infini. Ceci eſtant entendu, nous viendrons à la matiere.

*Le donné.* Soit ABCDE quelque figure rectiligne avec cinq angles. *Le requis.* Il faut demonſtrer que les cinq angles d'icelui, ſont egaux à trois rectangles doubles. *Preparation.* Je tire les deux lignes AC, AD, leſquelles partiſſent le pentagone en trois triangles, à ſçavoir ABC, ACD, ADE.

#### DEMONSTRATION.

Les trois angles du triangle ABC, ſont egaux à deux rectangles, ou ce qui eſt le meſme, à un rectangle double, (à quoy s'accorde auſſi ce theoreme, car les trois angles d'un triangle doivent eſtre egaux à un rectangle double, à ſçavoir à autant de rectangles doubles qu'il y a d'angles, deux moins) Or à ce rectangle double, comprins au triangle ABC, adjouſtez encores du triangle ACD les trois angles ACD, CAD, DAC, qui ſont auſſi egaux à un rectangle double, font enſemble deux rectangles doubles egaux aux quatre angles du quadrangle ABCD: Maintenant à ces deux rectangles doubles comprins au quadrangle ABCD, adjouſtez encores du triangle ADE trois angles ADE, DEA, EAD, qui ſont auſſi egaux à un rectangle double, font enſemble trois rectangles doubles, egaux aux cinq angles de pentagone ABCDE.

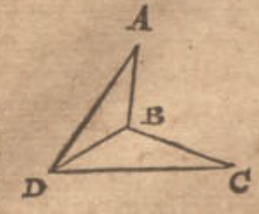



*Autre exemple avec un angle revers.*

*Le donné.* Soit ABCD un quadrangle revers, dont l'angle revers eſt ABC. *Le requis.* Il faut demonſtrer que ſes quatre angles comme A, ſon angle revers ABC, apres C, & ADC, ſont egaux enſemble à deux rectangles doubles. *Preparation.* Soit tirée la droite ligne DB.

#### DEMONSTRATION.

Les trois angles A, ABD, BDA, du triangle ABD, ſont egaux enſemble à un rectangle double, & ainſi auſſi les trois angles C, CBD, BDC, du triangle BCD: Parquoi les ſix angles des deux triangles ſont enſemble deux rectangles doubles: Mais les deux angles ABD, CBD, font enſemble l'angle revers ABC. Semblablement les deux angles BDA, BDC, font enſemble l'angle ADC: Parquoi les quatre angles comme A, l'angle revers ABC, C, & ADC, ſont enſemble egaux à deux rectangles doubles.




*Concluſion.* Les angles donc d'un plan rectiligne, ſont egaux

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

egaux avec autant de rectangles doubles, comme il y a d'angles, deux moins : ce qu'il nous falloit demonstrer.

### Probleme I. Proposition II.

*Estant donnés d'un plan rectiligne tous les angles moins un: Trouver ceſt angle incognu.*

*Le donné.* Soit ABCDE un pentagone, dont l'angle A fait 60 degr. l'angle revers B 280 degr. C 50 degr. D 80 deg. mais E eſt incognu.

*Le requis.* Il faut trouver l'angle E.

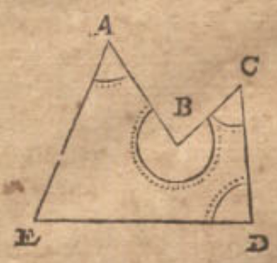
### Construction.

Je ſouſtrais touſiours deux angles des angles de la figure donnée, laquelle eſt ici de cinq, reſte 3, par leſquels multipliez 180 deg. vient pour tous les angles 540 deg.

D'iceux ſouſtrait la ſomme de quatre angles cognus donnez montant à 470 deg.

Reſte pour l'angle requis E 70 deg.

### Demonstration.




Veu que les cinq angles font enſemble 540 deg & d'iceux ſouſtraits les quatre angles cognus faiſans enſemble 470 degr. il faut donc que le reſte 70 deg. ſoit pour l'angle E.

### 2 *Exemple d'un quadrangle croisé.*

*Le donné.* Soit ABCD un quadrangle croiſé, dont la ligne AD coupe la ligne BC en E, & duquel les trois angles A, D, C, ſont cognus, à ſçavoir A de 30 deg. D 60 deg. & C 40 deg. mais B incognu.

*Le requis.* Il faut trouver l'angle B.

### Construction.

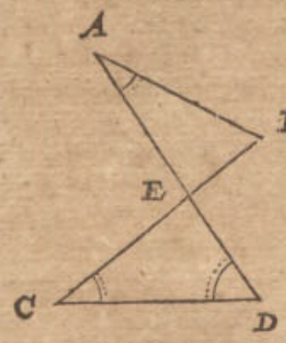
Les deux angles cognus qui tous deux ſont en un meſme triangle comme C & D, font enſemble par le donné 100 deg.

D'iceux ſouſtrait le troiſieſme angle cognu A de 30 deg.

Reſte pour l'angle requis B 70 deg.

### Demonstration.

Les trois angles du triangle comme CED, ſont touſiours enſemble 180 deg. comme auſſi les trois angles du triangle AEB: Apres, l'angle CED du triangle CED, eſt egal à l'angle AEB du triangle AEB: parquoi l'angle CED, ſouſtrait des trois angles du triangle CED, & ſemblablement l'angle AEB, ſouſtrait des trois angles du triangle AEB, la paire d'angles C, D, demeure touſiours egale au pair d'angles A, B: Mais ces deux paires d'angles, eſtant touſiours egales, s'enſuit que ſouſtrait l'angle A, de la ſomme des deux angles C, D, comme en la conſtruction, qu'il faut que le reſte ſoit pour l'angle B.




*Concluſion.* Eſtant donc donnés d'un plan rectiligne tous les angles moins un, nous avons trouvé ceſt angle incognu, ſelon le requis.

### Notez.

Nous viendrions maintenant à la choſe, à ſçavoir à l'invention des termes incognus de tous plans rectilignes donnez : Mais comme en la 6 propoſition des triangles plats, eſt demonſtré ſe pouvoir rencontrer une impoſſibilité, & qu'il n'y peut avoir ſolution ſur l'invention de trois coſtez incognus d'un triangle, ainſi ſe rencontrent pluſieurs autres impoſſibilitez aux plans avec plus de coſtez, leſquelles nous deſcrirons premierement és trois theoremes ſuivans.

### Theoreme II. Proposition III.

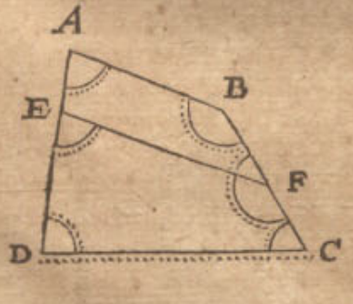
*Vn plan rectiligne ayant trois coſtez incognus, & les autres termes eſtant cognus: par iceux on ne peut trouver les trois coſtez incognus.*

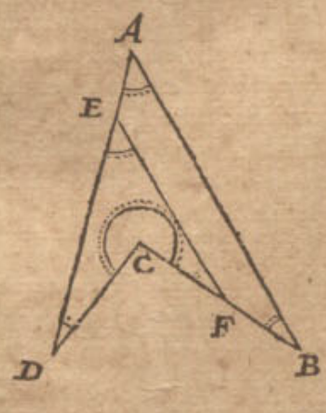
En la deuxieſme propoſition des triangles plats, a eſté demonſtré ceſte propoſition eſtre telle au triangle: Mais qu'elle eſt ainſi en tous plans rectilignes, nous le demonſtrerons maintenant.

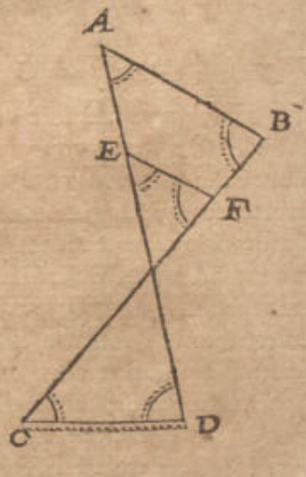
### 1 *Exemple d'un quadrangle.*

*Le donné.* Soit ABCD un quadrangle en trois ſortes, le premier vulgaire, le deuxieſme d'angle revers, le troiſieſme croiſé, dont les quatre angles ſont cognus, avec un coſté, je prens CD: mais les autres trois coſtez, comme AB, BC, AD, incognus.

*Le requis.* Il faut demonſtrer, que par iceux on ne peut trouver les trois coſtez incognus. *Preparation.* Soit tirée une parallele avec un des coſtez, comme EF parallele avec AB, eſtant E en AD, & F en BC.



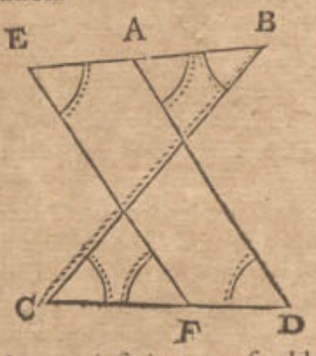




### Demonstration.

L'angle DEF eſt egal à l'angle DAB, & CFE à l'angle CBA, tellement que les nombres donnez, quand il y en a aucuns, des deux angles DAB, CBA, ſervent

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

ſervent auſſi pour les deux angles DEF, CFE, & ainſi les cinq nombres donnez des cinq termes cognus, ſerviront auſſi bien pour le quadrangle EFCD, que pour le quadrangle ABCD, & pour d'autres quadrangles infinis de telle qualité, par lequel eſt notoire, qu'on n'en peut donner certaine ſolution.




Mais ſi l'une des lignes s'entrecoiſantes eſt cognuë, comme ici CB, avec tous les angles, mais les autres trois lignes incognuës: Je tire EF parallele avec AD, & alors ſervent tous les nombres donnez des termes cognus, tant pour le quadrangle croiſé EBCF, & pour infinis autres ſemblables, que pour le quadrangle croiſé ABCD.

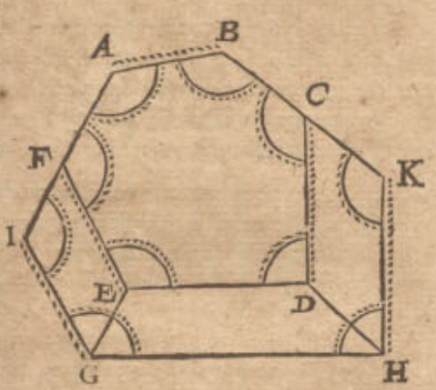
### 2 *Exemple d'un plan rectiligne comme il adviendra.*

*Le donné.* Soit ABCDEF un hexagone avec trois coſtez incognus BC, DE, FA, mais tout le reſte des termes cognus. *Le requis.* Il faut demonſtrer que par iceux on ne peut trouver les trois coſtez incognus.

*Preparation.* Veu qu'il eſt poſſible de faire d'autres hexagones, dont les termes cognus ſoient egaux aux termes cognus donnez, mais les incognus inegaux avec les incognus donnez, nous marquerons donc un tel hexagone comme s'enſuit: Je tire quelque parallele infinie avec ED, comme GH, apres je produis AF en infini vers I, & BC en infini vers K, & de E juſques en l'infinie GH la ligne EG parallele avec FI, & GI egale & parallele avec EF. Apres de D juſques en l'infinie GH, la ligne DH parallele avec CK, & HK egale & parallele avec DC.

#### Demonstration.

Nous avons ici deux hexagones, l'un ABCDEF, & l'autre ABKHGI, tellement que les termes cognus de l'un, ſont egaux aux termes cognus de l'autre; car A & B ſont deux angles cognus à l'un & à l'autre hexagone, apres les angles BCD, CDE, DEF, EFA, ſont par ordre egaux avec CKH, KHG, HGI, GIA, pour la parallelité de CD avec KH, & DE avec HG, & EF avec GI. Touchant le coſté cognu AB, il eſt commun de l'un & de l'autre hexagone, KH eſt egal avec CD, & GI avec EF, pource que CKHD & EFGI ſont quadrangles parallels par la preparation. Quant aux trois termes incognus BK, HG, IA, ils ſont inegaux avec les trois termes incognus donnez BC, DE, FA, & manifeſtement plus grands qu'iceux, d'où il appert que de cela on ne peut donner certaine ſolution. Et ſemblable ſera auſſi la demonſtration en tous plans rectilignes.

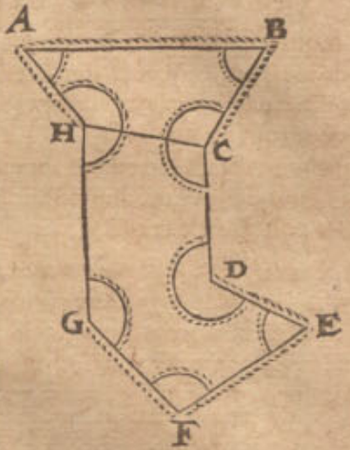



*Concluſion.* Vn plan rectiligne donc ayant trois coſtez incognus, & tous les autres termes eſtant cognus, par iceux on ne peut trouver les trois coſtez incognus: ce qu'il falloit demonſtrer.

### Theoreme III. Proposition IV.

*SI un plan rectiligne avoit deux coſtez parallels incognus, & le reſte des termes cognus: par iceux on ne peut trouver les deux coſtez incognus.*

*Le donné.* Soit ABCDEFGH un octogone rectiligne avec deux coſtez parallels incognus, comme CD, HG, mais tout le reſte des termes cognus. Quant à la raiſon, par laquelle on ſçait ſi les deux lignes CD, GH, ſont paralleles ou non, elle conſiſte en ceci: Quand on tire la ligne HC ou GD, ſoit HC, & qu'on trouve que les angles GHC, DCH, font enſemble 180 degr. (ce qui eſt notoire ou par les angles donnez, où ſe cognoit par la ſuivante propoſition) elles ſont paralleles, mais ces deux angles montant plus ou moins, elles ne ſont point paralleles.




*Le requis.* Il faut demonſtrer, qu'on ne peut trouver les deux coſtez incognus CD, HG.

#### Demonstration.

En cas qu'on allonge ou accourciſſe egalement les deux coſtez incognus CD, HG, tous les termes incognus demeurent manifeſtement les meſmes, & par ainſi leurs nombres donnez, quand il en y a aucuns, ſerviront auſſi bien pour la figure changée, que pour ceſte-ci donnée: Par où eſt notoire qu'il ne s'en peut donner ſolution certaine. Il eſt auſſi aſſez manifeſte par ceſt exemple que la reigle eſt generale ſur tous plans rectilignes.

*Concluſion.* Si doncques un plan rectiligne, avoit deux coſtez parallels incognus, & le reſte des termes cognus, par iceux on ne peut trouver les deux coſtez incognus: ce qu'il falloit demonſtrer.

### Theoreme IV. Proposition V.

*EStant plus des trois termes incognus en un plan rectiligne, on ne les peut trouver par tous les autres cognus, excepte un angle incognu, quand tous les autres angles ſont cognus.*

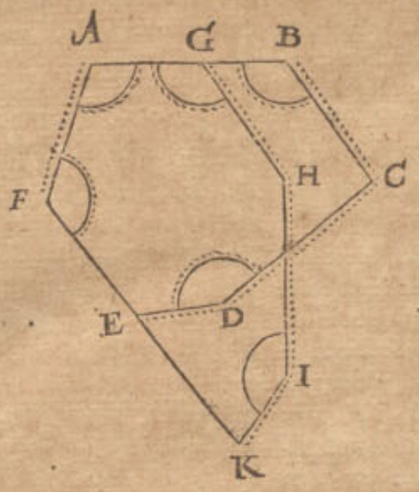
Si entre les termes incognus, eſtant en nombre plus de trois, je prens quatre, il y avoit un angle & trois coſtez, il eſt bien vray que tel angle ſe peut trouver par la 2 propoſition de ceſte Application, mais point les autres trois termes par la 3 propoſition. Mais entre les quatre termes incognus eſtant deux, trois, ou quatre angles, nul de tous, auſſi bien coſtez que angles ſe peuvent trouver: ce que nous demonſtrerons.

*Le donné.* Soit ABCDEF un hexagone, ayant quatre termes incognus, comme deux angles incognus C, & DEF, avec deux coſtez incognus AB, EF, mais tout le reſte des termes cognus.

*Le requis.* Il faut demonſtrer qu'on ne peut trouver ces quatre termes incognus.

*Preparation.* Veu qu'il eſt poſſible de faire d'autres hexa-

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©




hexagones, dont les termes cognus ſont egaux aux donnez cognus, mais les incognus inegaux aux donnez incognus, ſoit entre l'infinie quantité de divers hexagones qu'on peut faire ainſi, AGHIKF un tel hexagone, où AG eſt partie de AB, & GH egale & parallele avec BC, apres HI egale à CD, mais ayant l'angle H inegal avec C, & ainſi que IK eſtant auſſi egale avec DE, aye l'angle I egal à D, & K inegal avec DEF, vienne juſques à la produite FE: ce qui eſtant ainſi, tous les termes cognus de l'hexagone AGHIKF, ſont egaux avec les termes cognus de l'hexagone ABCDEF, mais tous ſes termes incognus, ſont inegaux avec les autres incognus.

### Demonstration.

Veu que les termes cognus de l'hexagone AGHIKF, ſont egaux avec les termes cognus de l'hexagone ABCDEF: les nombres donnez, quand il y en a aucuns, ſerviront auſſi bien pour l'une que pour l'autre figure, & pour infinis autres hexagones de telle qualité, par où il eſt notoire, que de cela ne ſe peut donner certaine ſolution. Et par ceſt exemple de deux angles & deux coſtez incognus en l'hexagone, eſt aſſez notoire la generale reigle de trois angles incognus & un coſté, & de quatre angles incognus, & cela en tout plan rectiligne. Apres, veu que quatre termes incognus ne ſe peuvent trouver, à plus forte raiſon plus de quatre termes incognus ne ſe trouveront point.

*Concluſion.* Eſtant doncques plus de trois termes incognus en un plan rectiligne, on ne les peut trouver par tous les autres cognus, excepté un angle incognu, quand tous les autres angles ſont cognus: ce qu'il falloit demonſtrer.

### Probleme II. Proposition VI.

*Eſtant donné un quadrangle plat, avec cinq termes cognus, & trois incognus, n'eſtant point tous de lignes, n'y ayant deux coſtez parallels incognus: Trouver les trois termes incognus.*

La raiſon pourquoi en ceſte 6 & 7 propoſition ſuivante, ne peuvent manquer au plus que trois termes incognus, n'eſtant point tous lignes, n'y ayant deux coſtez parallels, eſt notoire par la 3, 4, & 5 propoſition: Ce qui eſtant entendu nous viendrons à la choſe.

Les cinq termes cognus & trois incognus peuvent eſtre de huict diverſes façons, telles qu'avec les quadrangles ABCD ci joincts ils ſont declarez, contenant les trois eſpeces comme vulgaire, d'angle revers, & quadrangle croiſé, de chacun huict figures.

Les premiers trois quadrangles ſont avec trois angles incognus A, ABC, ADC, les autres cinq termes cognus.

Les deuxieſmes avec deux angles incognus A, ABC, & un coſté incognu AB, entre deux, les autres cinq termes cognus.

Les troiſieſmes avec deux angles incognus A, ABC, & un coſté cognu AD, entre un angle cognu, & un angle incognu, les autres cinq termes cognus.

Le quatrieſmes avec un angle incognu A, entre deux coſtez incognus, les autres cinq termes cognus.

Les cinquieſmes avec deux coſtez incognus AB, AD, comprenant un angle cognu A, à l'oppoſite de l'angle incognu C, & cinq termes cognus.

Les ſixieſmes avec deux coſtez incognus AB, AD, comprenant un angle cognu A, joignant l'angle incognu B, & cinq termes cognus.

Les ſeptieſmes avec deux coſtez incognus AB, DC, à l'oppoſite l'un de l'autre, l'un comme AB, entre un angle cognu A, & un angle incognu ABC, l'autre comme DC, entre deux angles cognus, & cinq termes cognus.

Les huictieſmes avec un coſté incognu DC, à l'oppoſite de deux angles incognus A, ABC, & les autres cinq termes cognus.

De tous leſquels nous deſcrirons trois exemples.

### Notez.

Nous prenons en toutes ces figures ci joinctes, tous les angles, excepté B du quadrangle vulgaire, & l'angle revers B, eſtre aigus: Et combien que les angles obtus pourroient en la conſtruction cauſer quelque changement de certaine addition, où il ſe fait ainſi ſouſtraction, & au contraire: Combien qu'auſſi les rectangles donnez cauſent briefveté en la conſtruction: Toutesfois veu qu'il ſeroit moleſte de deſcrire toutes les diverſitez qui y peuvent advenir, & que telle addition, ou ſouſtraction, ou briefveté, ſe monſtre aſſez clairement en la conſtruction, nous prenons tels changemens par ces trois exemples avec tels angles aigus, pour aſſez notoires.

---

### Alb. Girard.

*Les 4, 5, & 6 figures ne ſont qu'un meſme accident, car ce ſont deux coſtez cognus prochains, & 3 angles, parquoy il y en a 2 trop, & neantmoins on en delaiſſe un, comme 3 coſtez & deux angles oppoſites donnez; ainſi n'y a que 7, ou pluſtoſt 21 cas, ſelon qu'on peut voir en mes tables des Sinus.*

Quant aux preparations en chacun des trois ſuivants exemples, les reigles deſcrites ſont generales en leurs eſpeces ſur toute figure, d'autant plus avec des angles obtus, & des angles droits, qu'avec des angles aigus.

### 1 *Exemple de la* 1, 2, 3, 4, 5, & 6 *Figure.*

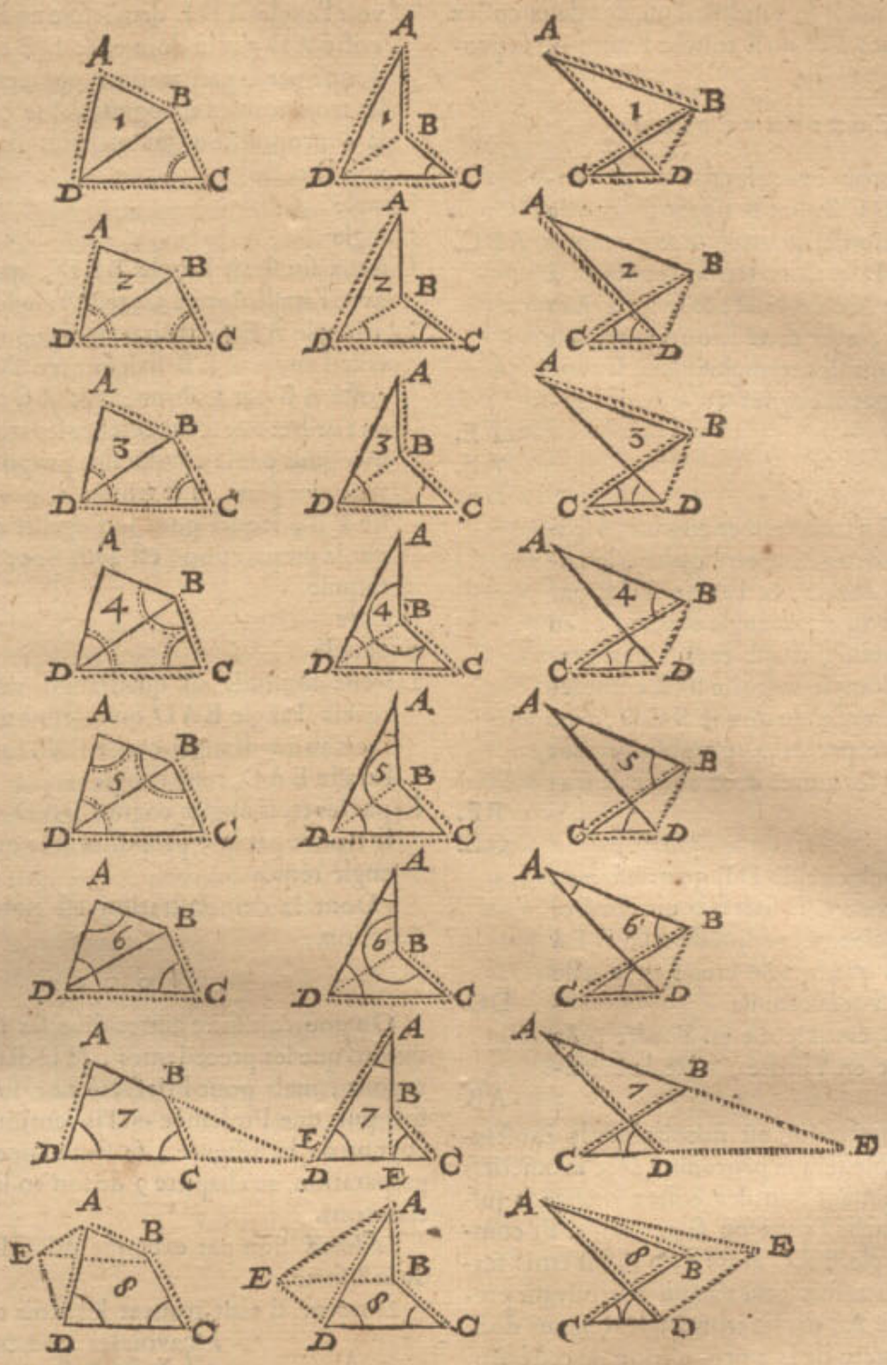
*Le donné.* Soit la premiere des ſuſdites figures un quadrangle ABCD, avec quatre coſtez cognus, & un angle C cognu.

*Le requis.* Il faut trouver les trois angles incognus.

*Preparation.* Je tire la ligne DB.

Con-

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©



CONSTRVCTION.

Veu que le quadrangle eſt parti par la ligne DB en deux triangles, dont le triangle DBC a trois termes cognus, à ſçavoir C, BC, & CD, par iceux on trouve les autres trois termes incognus, par la 5 propoſition des triangles plats, à ſçavoir l'angle DBC.

L'angle BDC.

Et le coſté DB.

Ce qui eſtant ainſi, le triangle ADB a trois coſtez cognus, par leſquels on trouve les trois angles, par la 8 propoſition des triangles plats, à ſçavoir l'angle requis A.

L'angle ADB.

Et l'angle DBA.

Au quadrangle vulgaire, & quadrangle revers, adjouſtez DBC premier en l'ordre, à DBA ſixieſme en l'ordre, mais au quadrangle croiſé, comme DBC, ſouſtrait de DBA, vient l'angle requis ABC.

Au quadrangle vulgaire, & quadrangle revers, adjouſtez ADB cinquieſme en l'ordre, à BDC deuxieſme en l'ordre, mais au quadrangle croiſé, comme ADB ſouſtrait de BDC, vient l'angle requis ADC.

Dont la demonſtration eſt notoire par la conſtruction. Et ſemblablement auſſi ſera la procedure avec la 2, 3, & 4 figure, tirant la ligne DB, & operant en chacune ſelon le requis du donné. Touchant le 5 & 6 triangle, où en tirant la ligne DB, ne vienent incontinent trois termes cognus au triangle DBC, toutesfois on y parvient en trouvant premierement l'angle C par les trois angles donnez cognus, ſelon la maniere de la deuxieſme propoſition de ceſte Application.

## 2 *Exemple de la 7 Figure.*

*Le donné.* Soit la 7 figure un quadrangle, avec deux coſtez incognus AB, DC, à l'oppoſite l'un de l'autre, l'un comme AB, entre un angle cognu A, & un angle incognu ABC, l'autre comme DC entre deux angles cognus, & les deux coſtez AD, BC, ſont cognus. *Le requis.* Il faut trouver les trois termes incognus. *Preparation.* Veu qu'en tirant la ligne DB ou AC, le quadrangle, comme au premier exemple, ne ſe peut reduire en deux triangles, dont l'un à trois termes cognus, comme il advenoit aux ſix figures precedentes, la preparation



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

paration se fait ainsi: Je produis l'un des deux costez incognus, jusques à ce qu'il touche l'autre ou sa produite en E.

CONSTRVCTION.

Premieremẽt se trouve avec les trois angles cognus A, D, DCB, par la 2 proposition de ceste Application, le quatriesme angle requis ABC.
Le triangle EAD a trois termes cognus, à sçavoir l'angle A, l'angle D, & le costé AD par le donné, avec ceux là on trouve par la 4 proposition des triangles plats, les autres trois termes incognus, à sçavoir l'angle E.
Le costé AE.
Et le costé DE.
Le triangle BCE a trois termes cognus, à sçavoir l'angle E deuxiesmẽ en l'ordre, le costé BC par le donné, & l'angle BCE par le donné, car au quadrangle revers, & au quadrangle croisé, il est cognu parfaitement, au quadrangle vulgaire il est complement de demicercle du donné BCD, avec cela on trouve par la 4 proposition des triangles plats, les autres deux costez, à sçavoir BE.
Et CE.
Du quadrangle vulgaire de DE quatriesme en l'ordre, soustrait CE sixiesme en l'ordre, & au quadrangle revers adjousté telle DE à CE: mais du quadrangle croisé tirée telle DE de CE, vient la requise DC.
Et soustrait BE cinquiesme en l'ordre, de AE troisiesme en l'ordre, reste la requise AB.

Dont la demonstration est notoire par la construction. Et semblable sera la procedure avec la huictiesme figure, produisant l'un des costez incognus jusques à ce qu'il touche l'autre ou sa produite: Et combien que le triangle EAD alors n'ait point trois termes cognus, toutesfois cela s'acquiert trouvant premierement l'angle A, par les trois angles cognus donnez, selon la maniere de la 2 proposition de ceste Application.

## 3 *Exemple de la 8 Figure.*

*Le donné.* Soit la 8 figure un quadrangle avec un costé incognu DC, à l'oppositе de deux angles incognus A, ABC, les autres cinq termes cognus.

*Le requis.* Il faut trouver les trois termes incognus.

*Preparation.* Veu qu'en tirant la ligne DB ou AC, comme au premier exemple, ni aussi en produisant deux costez, comme au 2 exemple, le quadrangle ne se peut convertir en deux triangles, dont l'un a trois termes cognus, comme il advient aux exemples susdits, la preparation se fait comme s'ensuit: Je tire BE egale & parallele avec CD, apres AE, & DE, il faut qu'elle soit egale & parallele avec CB.

CONSTRVCTION.

L'angle donné C, soustrait de 180 deg. reste (pource que ED & BC sont paralleles) l'angle CDE.
Duquel soustrait l'angle donné ADC, reste l'angle ADE.
Le triangle ADE a trois termes cognus, à sçavoir l'angle ADE deuxiesme en l'ordre, le costé AD par le donné, & DE egal à CB donné par la preparation, par iceux cerchés les trois termes incognus, il se trouve par la 6 proposition des triangles plats, à sçavoir le costé AE.
L'angle EAD.
L'angle AED.
D'iceux soustrait l'angle BED, qui est egal avec l'angle donné C, reste l'angle AEB.
Le triangle AEB a trois termes cognus, à sçavoir l'angle AEB sixiesme en l'ordre, le costé AB par le donné, & AE troisiesme en l'ordre: Par iceux cerchés les trois termes incognus par la cinquiesme proposition des triangles plats, il se trouve à sçavoir le costé EB, lequel pour son egalité avec DC par la preparation, est aussi pour la mesme requise DC.
L'angle EBA.
Et l'angle EAB.
D'iceux soustrait au quadrangle vulgaire & revers, l'angle EAD quatriesme en l'ordre, mais au quadrangle croisé EAB soustrait de l'angle EAD, reste l'angle requis BAD.
Et par les trois angles cognus BAD, C, & D, se trouve par la 3 proposition le quatriesme angle requis ABC.

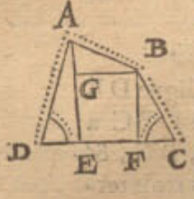
Dont la demonstration est notoire par la construction.

NOTEZ.

On pourroit faire autres diverses façons de preparations que les precedentes, & là dessus d'autres operations, mais pour briefveté une suffiroit: Toutesfois puis que Ptolemée en l'invention des termes incognus de la 8 figure, se sert d'une autre façon de preparation, au chapitre 9 de son 10 livre, nous la declarerons.

*Le donné.* Soit par exemple ABCD un quadrangle de la 8 sorte.

*Le requis.* Il faut trouver les trois termes incognus, à sçavoir les deux angles DAB, ABC, & le costé DC.




*Preparation.* Je tire de A & de B deux lignes en rectangle sur le costé DC, ou quand il est besoin sur son allongé, comme AE, BF, puis apres BG à rectangle sur AE.

CONSTRVCTION.

Le triangle AED a trois termes, à sçavoir l'angle AED droit par la preparation, l'angle D, & le costé AD cognu par le donné: Avec iceux cerchés les autres trois termes incognus, il se trouve par la 4 proposition des triangles plats, à sçavoir l'angle DAE.
La ligne DE.
Et la ligne AE.
Le triangle BFC a trois termes cognus, à sçavoir l'angle BFC droit par la preparation, l'angle C, & le costé BC cognu par le donné: Avec ceux-ci cerchés les autres trois termes incognus, il se trouve par la 4 proposition des triangle plats, à sçavoir l'angle FBC.
La ligne FC.
Et la ligne BF.

Laquelle

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

Laquelle B F eſtant egale avec G E, la meſme G E fait auſſi autant, parquoi ceſte G E ſouſtraite de A E troiſieſme en l'ordre, demeure cognu GA.

Le triangle A G B a trois termes cognus, à ſçavoir G A ſeptieſme en l'ordre, l'angle A G B droit par la preparation, & A B cognu par le donné: Avec ceux-ci cerchés les autres trois termes incognus, il ſe trouve par la 5 propoſition des triangles plats, à ſçavoir le coſté GB.

L'angle ABG.

Et l'angle BAG.

A iceux adjouſté le rectangle G B F, avec l'angle F B C quattrieſme en l'ordre, vient l'angle requis ABC.

Adjouſté à l'angle G A B neufieſme en l'ordre, l'angle D A E premier en l'ordre, vient l'angle requis DAB.

E F eſtant egale avec G B huictieſme en l'ordre, elle eſt cognuë, à icelle adjouſté D E deuxieſme en l'ordre, & F C cinquieſme en l'ordre, vient la requiſe DC.

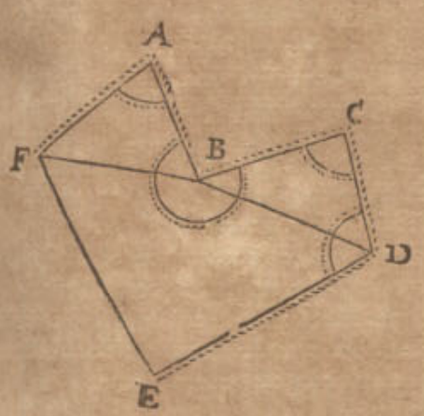
Et par telle maniere de preparation on pourroit auſſi depeſcher la 2, 7, & 8 ſorte, & cela en toutes les trois eſpeces des quadrangles.

*Concluſion.* Eſtant donc donné un quadrangle plat avec cinq termes cognus, & trois incognus, n'eſtant point tous de lignes, n'y ayant auſſi deux coſtez paralels incognus: Nous avons trouvé les trois termes incognus, ſelon le requis.

## Probleme III. Proposition VII.

*Eſtant donné un plan rectiligne, avec tous les termes cognus, excepté trois, n'eſtant point tous lignes, n'y ayant auſſi deux coſtez incognus parallels: Trouver les trois termes incognus.*

*Le donné.* Soit A B C D E F un hexagone, avec un




coſté incognu E F, & deux angles incognus E, A F E, mais tout le reſte des termes cognus.

*Le requis.* Il faut trouver les trois termes incognus.

### Construction.

Les lignes avec leſquelles on partir les polygones & triangles ou quadrangles pour trouver le requis, ſe peuvent tirer de diverſes façons, & nous mener à une meſme ſolution: Je prens ces lignes eſtre tirées en ceſt exemple comme B D, B F, partant l'hexagone en deux triangles B C D, A B F, & un quadrangle B D E F, avec leſquels je dis ainſi: Le triangle B C D a trois termes cognus, à ſçavoir l'angle C, le coſté B C, & C D, par ceux-ci cerchés les trois termes incognus, il ſe trouve par la 6 propoſition des triangles plats, à ſçavoir l'angle CBD.

L'angle CDB.

Et le coſté BD.

Le triangle A B F a trois termes cognus, à ſçavoir l'angle A, le coſté A F, & le coſté A B: par ceux-ci cerchés les trois termes incognus, il ſe trouve par la 6 propoſition des triangles plats, à ſçavoir l'angle AFB.

L'angle ABF.

Et le coſté BF.

L'angle C D B deuxieſme en l'ordre, ſouſtrait de l'angle donné C D E, reſte l'angle BDE.

L'angle C B D premier en l'ordre, avec A B F cinquieſme en l'ordre, ſouſtrait de l'angle revers donné A B C, reſte l'angle FBD.

Ce qui eſtant ainſi, le quadrangle B D E F a cinq termes cognus, à ſçavoir l'angle B D E ſeptieſme en l'ordre, F B D huictieſme en l'ordre, B F ſixieſme en l'ordre, B D troiſieſme en l'ordre, E D par le donné: Par ceux-ci cerchés les trois termes incognus, il ſe trouve par le 1 exemple de la 6 propoſition de ceſte Application, comme eſtant ce quadrangle de la qualité de la ſeconde figure, à ſçavoir l'angle requis E.

Le coſté requis EF.

L'angle BFE.

Auquel adjouſté l'angle A B F cinquieſme en l'ordre, vient l'angle requis AFE.

Dont la demonſtration eſt notoire par la conſtruction. Et ſemblable ſera la procedure avec tous plans rectilignes, à cauſe qu'ils ſe peuvent partir en triangles ou quadrangles par les termes cognus donnez, afin de trouver par iceux les termes requis, comme deſſus.

*Concluſion.* Eſtant donc donné un plan rectiligne avec tous les termes cognus, excepté trois, n'eſtant point tous lignes, n'y ayant auſſi deux coſtez incognus parallels: Nous avons trouvé les trois termes incognus, ſelon le requis.

*Fin des Triangles plats.*



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

TROISIESME LIVRE

# DE LA COSMOGRAPHIE

## Des Triangles Spheriques.

### ARGVMENT.

*NOus diſtinguons ce livre en trois parties. La premiere eſt de 22 Theoremes, ſervans de fondement general aux propoſitions ſuivantes. La deuxieſme de 9 Theoremes, hors deſquels eſt tirée la forme de l'operation des Problemes de la troiſieſme partie. La troiſieſme de 13 Problemes de l'invention des angles & coſtez requis des triangles ſpheriques donnez.*

*Apres le ſuſdit ſuivra une* Application *des polygones ſpheriques.*

*Et puis une* Appendice *du traicté des triangles.*

### DEFINITIONS.

#### Definition I.

*TRiangle ſpherique eſt celuy qui en la ſuperfice ſpherique eſt comprins entre trois arcs de cercles majeurs, chacun moindre qu'un demicercle.*

IL faut noter que ci apres quand on ne parlera quelquefois que de cercle ou d'arc ſeulement, que par cela il faut touſiours entendre cercle majeur, ou arc de cercle majeur. La raiſon pourquoi on prend ici les arcs moindres qu'un demicercle, ſera declarée en *l'Appendice.*

#### Definition II.

*LA grandeur de l'angle ſpherique eſt celle, laquelle eſt denotée par l'arc d'un cercle majeur moindre qu'un demicercle, deſcrit entre les deux arcs de l'angle, ſur le poinct de l'angle comme pole.*

Soient A B, A C, deux arcs de cercles majeurs, faiſant l'angle ſpherique B A C : Apres ſoit D E un autre arc de cercle majeur, deſcrit entre les deux arcs de l'angle A B, A C, ſur le poinct de l'angle A comme pole : Ce qui eſtant ainſi, je dis que la grandeur de l'angle B A C, ſe denote avec l'arc D E. Comme par exemple le meſme arc D E eſtant de 80 degr. on dit la grandeur de A eſtre de 80 degr. Soient pour plus ample declaration entre D A & E A, mis les poincts F, G, & tirez les arcs de cercles majeurs F G, B C : Or puis que l'angle B A C, D A E, & F A G, eſt un meſme angle, par cela s'entend que l'arc D E, monſtre auſſi bien la grandeur de l'angle B A C du triangle B A C, & de l'angle F A G du triangle F A G, que de l'angle D A E du triangle D A E.

Et pour expliquer le tout encores plus clairement, on peut dire ceci : A ſçavoir que la grandeur de l'angle ſpherique A, ſe peut auſſi imaginer ou denoter avec l'angle fait de deux plans de cercles majeurs dont A B, A C, ſont des arcs, car ces deux plans eſtant l'un ſur l'autre à angle droit, & comprenant un angle aigu, l'angle A eſt auſſi aigu : Mais comprenant un angle obtus, l'angle A eſt auſſi obtus, & d'autant de degrez qu'eſt l'ouverture de ces deux plans, de telle grandeur eſt auſſi l'angle A. Et pour prendre proprement les degrez de l'ouverture des ſuperfices, par ouverture de lignes, imaginez vous deux lignes droites tendantes des poincts D, E, juſques au centre de la ſphere, car la grandeur de ceſt angle plat (laquelle declare l'arc D E) eſt auſſi la grandeur de l'angle ſpherique A : laquelle maniere ſe pourra auſſi imaginer utilement en quelques exemples.

Quant aux definitions des adjoints de la ſphere, comme forme en ſon entier, ſuperfice, axe, pole, nous les prenons pour cognuës par les elemẽts geometriques.

#### Note.

Veu qu'en la doctrine des arts mathematiques, c'eſt un grand advantage, que les figures dont on ſe ſert pour la declaration du deſſein, ayent bonne reſſemblance avec le denoté, & que triangles ſpheriques avec d'autres arts y appartenants, ſouvent ne ſe peuvent bien imitet en plan ſur du papier, ce qui rend la doctrine plus obſcure : On prend à icelle fin une ſphere celeſte ou terreſtre, avec ſes cercles diſtinguez en degrez, ou une ſphere de bois, ou d'autre matiere ſolide, ſur laquelle on marque des arcs de longueur cognuë : Ou ſi ce n'eſtoit que pour entendre les theoremes, qui n'ont point une quantité de degrez exprimez, on peut auſſi prendre pour cela, comme a fait *Son Excellence*, une petite boule de cire jaune, dont le diametre ſoit environ d'une poulce, y marquant deſſus tels cercles & arcs grands & petis, angles droits, aigus, & obtus, comme la choſe le requiert, les effaçant apres, comme on efface l'eſcriture deſſus une ardoiſe, & y mettant derechef d'autres ſelon noſtre deſir, ce qui ſert de beaucoup pour l'imagination. Tellement que ceux qui ſe veulent exercer en ceſte matiere, s'en peuvent pourvoir, afin d'entendre ainſi clairement & facilement, ce qu'autrement aux figures plattes des livres eſt plus obſcur.

Et ſi quelqu'un, pour telles raiſons qu'ont eſté dites en la Note de la derniere definition du premier livre de la Fabrique des Sinus, ſe vouloit exercer en l'invention des termes incognus des triangles ſpheriques, ſans entendre premierement les raiſons, & demonſtrations des operations, il pourroit commencer par l'uſage declaré par l'indice des triangles ſpheriques, enſemble l'uſage des polygones ſpheriques deſcrit en l'Application, ſuivant un exemple ſelon le requis du donné : Et entendant un peu ceſt uſage, pourroit venir à l'inquiſition des cauſes.

---

### PREMIERE PARTIE DES THEOREMES, SERVANS DE FONDEMENT GENERAL AVX PROPOSITIONS SVIVANTES.

#### Theoreme. I. Proposition.

*SI un cercle majeur, tend par le pole d'un autre cercle majeur, ils ſont l'un ſur l'autre à angle droit.*

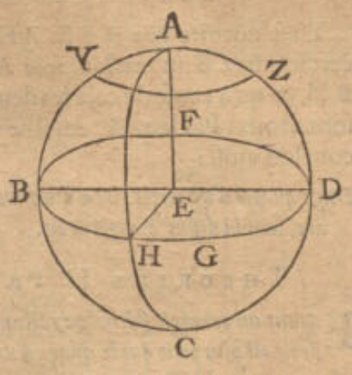
*Le donné.* Soit A B C D une ſphere, dont le centre eſt E, & A ſoit prins pour le pole, ſur lequel eſt deſcrit un cercle majeur B F D G.

*Le re-*

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

*Le requis.* Il faut demonſtrer que les deux cercles ſont l'un ſur l'autre à angle droit.

*Preparation.* Soit tiré le demi axe A E.




DEMONSTRATION.

Veu que le demi axe A E, eſt à angle droit ſur le plan du cercle B F D G par le poſé, & que le meſme demi axe A E eſt au plan du cercle A B C D, il faut que le plan du meſme cercle ſoit auſſi à angle droit ſur le cercle B F D G.

*Concluſion.* Si doncques un cercle majeur, tend par le pole d'un autre cercle majeur, ils ſont l'un ſur l'autre à angle droit: ce qu'il falloit demonſtrer.

NOTEZ.

Veu que quelques theoremes de ceſte matiere, ſont ſi notoires qu'ils ne ſemblent point requerir de propoſitions particulieres, nous les declarerons pour briefveté par les conſequences ſuivantes.

CONSEQVENCE I.

Il eſt notoire que A B fait le quart d'un cercle, par l'extremité duquel B, eſt tiré l'arc ou le cercle B F D G, à angle droit ſur A B, & que pour cela A eſt pole du meſme cercle B F D G: Par lequel, comme par reigle generale, on conclud ceci:

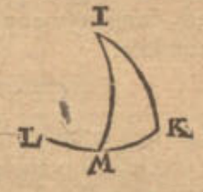
*Vn extreme du quart d'un cercle, eſt pole de l'arc tiré à angle droit par l'autre extreme.*

CONSEQVENCE II.

Si on tire un arc d'un cercle majeur du poinct A, juſques à ce qu'il touche le cercle B F D G, comme A H, il eſt notoire qu'il faut qu'il face auſſi le quart d'un cercle comme A B, & qu'il ſoit à angle droit ſur le meſme cercle B F D G. Par lequel, comme par reigle generale, on fait ceſte concluſion:

*Quand on tire un arc de l'extremité du quart d'un cercle, juſques à ce qu'il touche l'arc ſur lequel le meſme quart du cercle eſt à angle droit, icelui arc tiré fait auſſi le quart d'un cercle, & eſt auſſi à angle droit ſur l'arc ſur lequel il eſt tiré.*

Soit encores pour plus manifeſte declaration, I K en ceſte figure particuliere le quart d'un cercle à angle droit ſur l'arc K L, & du poinct extreme I, ſoit tiré un arc juſques à ce qu'il touche l'arc K L, comme I M: Ce qui eſtant ainſi, le meſme I M eſt le quart d'un cercle, & l'angle I M K, auſſi I M L eſt droit.




CONSEQVENCE III.

Il eſt notoire que les deux arcs A B C, A H C, ſont chacun un demi cercle, s'entrecoupans en deux endroits A & C, tellement que les deux angles qu'ils font B C H, B A H, ſont egaux entre eux, car l'arc B H eſt la grandeur de l'un & de l'autre par la 2 definition: Par lequel on conclud ceci:

*Deux arcs d'un cercle majeur, eſtant prolongez aux deux bouts, juſques à ce qu'ils s'entrecoupent, ſont chacun un demicercle, comprenant enſemble aux deux bouts angles egaux.*

CONSEQVENCE IV.

Si de quelque poinct comme H de la circonference B F D G, ſe produit aſſez loing un arc de cercle majeur à angle droit ſur la meſme circonference B F D G, il eſt notoire qu'il faut qu'il coupe quelque part l'arc B A D, comme en A, tellement que A D & A H ſont chacun le quart d'un cercle, & que leur commune ſection A, eſt pole du cercle B F D H: Par lequel, comme par reigle generale, on conclud ceci:

*Quand ſur un arc premier, ſe tire un ſecond à angle droit ſur le premier, juſques à ce qu'il rencontre un troiſieſme, lequel eſt auſſi à angle droit ſur le premier: Le deuxieſme & troiſieſme coupent l'un de l'autre le quart d'un cercle, & leur commune ſection eſt pole du premier.*

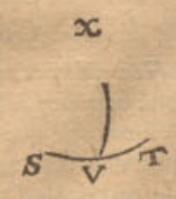
Soit encores pour plus manifeſte declaration, N O en ceſte figure particuliere, un arc ſur lequel eſt un autre N P à angle droit; Apres ſoit tiré de quelque poinct en O N comme Q, un arc à angle droit ſur O N, juſques à ce qu'il touche l'arc N P, ce qui advient en R: Lequel eſtant ainſi, Q R & R N ſont chacun le quart d'un cercle, & R eſt pole de O N.

CONSEQVENCE V.

Si du poinct E juſques à H, ſe tire la droite ligne E H, il eſt notoire que les deux angles H E B, H E D, ſont egaux à deux angles droits rectilignes. Mais l'angle plat H E B, & l'angle ſpherique H A B, ſont egaux, où leur grandeur eſt denotée par un meſme arc B H, par la 2 definition: Semblablement eſt d'egale grandeur l'angle ſpherique H A D, avec l'angle plat H E D. Parquoi les deux angles ſpheriques H A B, H A D, (cauſés par un arc H A tiré ſur l'autre arc B A D) ſont egaux avec deux angles droits, & ont des ſinus egaux par la 2 definition de la fabrique des ſinus: Par lequel, comme par reigle generale, on conclud ceci:

*Vn arc fait ſur l'autre, deux angles enſemble egaux avec deux angles droits, & ces deux angles ont des ſinus, tangentes, & ſecantes egales.*

Soit pour plus ample declaration S T en ceſte figure particuliere un arc, & deſſus icelui quelque autre V X. ce qui eſtant ainſi, les deux angles S V X, T V X, ſont enſemble egaux avec deux angles droits: Parquoi l'un eſtant aigu, l'autre eſt obtus, l'un eſtant droit, l'autre eſt droit auſſi, & l'un eſtant cognu, l'autre ſe cognoit auſſi: Par exemple, l'angle T V X faiſant 50 degr. je les ſouſtrais de deux angles droits qui ſont de 180 degr. reſte pour l'angle S V X 130 deg. Et 50 deg. & 130 deg. ont des ſinus egaux, à ſçavoir chacun 7660445 par la 2 definition de la fabrique des ſinus.




CONSEQVENCE VI.

Si l'arc A H ſe prolonge juſques à C, il eſt notoire que l'arc A C, coupant l'arc B H D en H, fait quatre angles, à ſçavoir A H D, D H C, C H B, B H A, dont les angles oppoſites ſont egaux, comme A H D avec C H B, & D H C avec B H A, car les deux angles B H A, A H D, ſont egaux avec deux angles droits, & ainſi les deux angles A H D, D H C, par la 5 conſequence, pource les deux angles B H A, A H D, ſont enſemble egaux avec les deux angles A H D, D H C; Or de chacun ſouſtrait leur angle commun A H D, l'angle B H A demeure



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

meure egal avec son angle oppositе D H C : Et semblablement sera aussi demonstré l'angle A H D, estre egal avec son angle oppositе C H B : Par lequel, comme par reigle generale, on conclud ainsi :

*Deux arcs de cercle majeur s'entrecoupans, ont leurs angles opposites egaux.*

### Consequence VII.

Si sur le poinct A comme pole, se descrit un cercle mineur Y Z, il est notoire qu'il faut qu'il soit parallel avec le cercle B F D H, lequel par le donné est aussi descrit sur le mesme pole : Apres, veu que le cercle majeur A B C D, est à angle droit sur le cercle majeur B F D H, il faut que sa superfice soit aussi sur la superfice du cercle Y Z à angle droit : Par lequel, comme par reigle generale, on conclud ainsi :

*Le cercle majeur d'une sphere tendant par le pole d'un cercle mineur, il a sa superfice sur le mesme à angle droit.*

### Consequence VIII.

Veu que le costé A H du triangle rectangle A H B, touche le rectangle en A, il est notoire que l'angle A B H à l'oppositе du costé A H, est droit : Par lequel, comme par reigle generale, on conclud ainsi :

*Si le costé qui touche l'angle droit d'un triangle, est le quart d'un cercle, son angle oppositе sera droit.*

### Consequence IX.

Veu que l'un costé A H du triangle rectangle A H B, fait le quart d'un cercle, il est notoire que le costé oppositе A B de l'angle droit H fait aussi le quart d'un cercle : Par lequel, comme par reigle generale, on conclud ainsi :

*Si l'un des deux costez de l'angle droit est le quart d'un cercle, l'hypothenuse sera aussi le quart d'un cercle.*

### Consequence X.

Veu qu'au triangle rectangle A H B, le costé oppositе A B de l'angle droit H fait un quart de cercle, il est notoire que l'un des autres deux costez qui touchent l'angle droit comme A H, est aussi le quart d'un cercle : Par lequel, comme par reigle generale, on conclud ainsi :

*Si au triangle spherique rectangle, le costé oppositе de l'angle droit est le quart d'un cercle, il faut que l'un des deux costez qui touchent l'angle droit, soit aussi le quart d'un cercle.*

### Consequence XI.

Veu qu'au triangle A H B, l'angle B qui touche le costé oppositе A B de l'angle droit H est un angle droit, il est notoire que le mesme costé oppositе A B est le quart d'un cercle : Par lequel, comme par reigle generale, on conclud ainsi :

*Si au triangle spherique rectangle, l'un des deux angles qui touchent le costé oppositе de l'angle droit, estoit aussi un angle droit, le mesme costé oppositе sera le quart d'un cercle.*

### Consequence XII.

Veu qu'au triangle A H B, le costé oppositе A B de l'angle droit H, fait le quart d'un cercle, il est notoire que l'un des deux angles qu'il touche, comme l'angle B, est droit : Par lequel, comme par reigle generale on conclud ainsi :

*Si au triangle spherique rectangle, le costé oppositе de l'angle droit est le quart d'un cercle : Il faut que l'un des deux costez qu'il touche soit droit.*

### Consequence XIII.

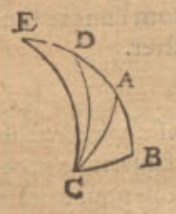
Il est notoire que A B & A H sont deux quarts d'un cercle, tirez d'un mesme pole A, sur un troisiesme arc B H, & qu'à cause de cela les deux angles A B H, A H B sont droits : Par lequel, comme par reigle generale, on conclud ainsi :

*Deux quarts d'un cercle tirez d'un mesme pole sur un troisiesme arc, sont là dessus à angle droit.*

### Theoreme. II. Proposition.

*Estant un triangle spherique rectangle, dont un costé de l'angle droit est plus petit que le quart d'un cercle ; son angle oppositе est aigu : Mais s'il est plus grand, son angle oppositе sera obtus.*

*Le donné de la 1 partie.* Soit A B C un triangle rectangle spherique, dont l'angle droit est B, & un costé de l'angle droit soit plus petit que le quart d'un cercle.




*Le requis.* Il faut demonstrer que son angle oppositе A C B est aigu.

*Preparation.* Soit B A prolongé jusques à D, tellement que B D face le quart d'un cercle, puis apres soit tiré l'arc D C.

### Demonstration.

Veu que le costé B D fait le quart d'un cercle, le poinct D (pource que le mesme D B est à angle droit sur B C) sera pole de l'arc B C, par la 1 consequence de la 1 proposition, duquel pole D estant tiré l'arc jusques à C, il sera à angle droit sur B C, & aura l'angle D C B droit par la 2 consequence de la 1 proposition, & consequemment l'angle A C B sera aigu, comme estant plus petit que l'angle droit D C B.

*Le donné de la 2 partie.* Soit B D faisant le quart d'un cercle comme dessus, prolongé jusques à E, puis apres l'arc E C du cercle majeur.

### Demonstration.

Puis que l'angle D C B, à l'oppositе du quart de cercle D B est droit par la premiere partie, il faut que l'angle E C B, estant encores plus grand, soit obtus, parquoi le costé E B estant plus grand que le quart d'un cercle, son angle oppositе E C B est obtus. *Conclusion.* Estant donc un triangle spherique rectangle, dont un costé de l'angle droit est plus petit que le quart d'un cercle, son angle oppositе est aigu : Mais s'il est plus grand, son angle oppositе sera obtus : ce qu'il falloit demonstrer.

### Consequence.

Veu que le costé A B estant plus petit que le quart d'un cercle, a son angle A C B oppositе aigu, il faut au contraire que l'angle aigu A C B, ait son costé oppositе plus petit que le quart d'un cercle : Et pour semblables raisons, il faut que l'angle obtus E C B, ait son costé oppositе E B plus grand : par lequel on conclud le revers de la proposition, ainsi :

*Estant un triangle spherique rectangle, dont un angle oblique est aigu : Son costé oppositе est plus petit que le quart d'un cercle : Mais s'il est obtus, son costé oppositе sera plus grand.*

### Theoreme. III. Proposition.

*Estant un triangle spherique rectangle avec deux costez d'angle droit, chacun plus petit ou plus grand que le quart d'un cercle : L'hypothenuse sera plus petite. Mais si l'un est plus petit, l'autre plus grand : L'hypothenuse sera plus grande.*

*Le don-*

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

*Le donné de la 1 partie.* Soit ABC un triangle ſpherique rectangle, dont l'angle droit eſt B, & ſes deux coſtez, comme A B, C B, ſont chacun plus petis que le quart d'un cercle.

*Le requis.* Il faut demonſtrer que l'hypothenuſe A C eſt plus petite que le quart d'un cercle.

*Preparation.* Soit B A prolongé juſques à D, & C B juſques E, tellement que BD & CE facent chacun le quart d'un cercle: Puis apres ſoit tiré l'arc du cercle majeur DE, & C A ſoit prolongée juſques à ce qu'elle rencontre D E en F.

### Demonstration.

Veu que l'angle A B C eſt droit, & B D le quart d'un cercle, il faut que D ſoit le pole du cercle C E, par la 1 conſequence de la 1 propoſition, & pource l'angle D E C droit par la 1 propoſition: Apres, veu que l'angle D E C eſt droit: & C E le quart d'un cercle, il faut par la ſuſdite 1 conſequence, que C ſoit pole du cercle DE; & pource CF eſt auſſi le quart d'un cercle par la 2 conſequence de la 1 propoſition, dont la partie C A neceſſairement eſt plus petite.

*Le donné de la 2 partie.* Soit prolongé le quart du cercle B D juſques à G, & la partie B C prolongée juſques à H, tellement que C H faſſe le quart d'un cercle, puis apres ſoit tiré l'arc H G: Ce qui eſtant ainſi, l'angle G B H du triangle G B H eſt droit, & les deux coſtez qui le touchent comme G B & H B, ſont chacun plus grand que le quart d'un cercle. *Le requis.* Il faut demonſtrer que le coſté oppoſite G H de l'angle droit B, eſt plus petit que le quart d'un cercle. *Preparation.* Je tire du poinct C, par le poinct D, l'arc d'un cercle majeur rencontrant le prolongé H G en I.

### Demonstration.

Veu que l'angle D B H eſt droit, & B D le quart d'un cercle, D doncques eſt pole de l'arc B H, par la 1 conſequence de la 1 propoſition, & l'angle D C B droit par la 2 conſequence. Apres, puis que l'arc C H eſt le quart d'un cercle, il faut que par les raiſons precedentes H ſoit pole de l'arc I C, parquoi auſſi l'arc H I fait le quart d'un cercle, duquel G H eſtant une partie, il faut qu'icelui G H ſoit plus petit.

*Le donné de la 3 partie.* Soit mis entre H & C un poinct comme K, & d'icelui tiré un arc de cercle majeur par le poinct D, juſques à ce qu'il rencontre le quart du cercle H I prolongé en L. Or puis que D eſt pole du cercle E H, comme il appert au precedent, il faut que D K faſſe le quart d'un cercle, & que K L ſoit plus grand que le quart d'un cercle, & H K (partie du quart du cercle H C) plus petit que le quart d'un cercle, & l'angle D K H droit, dont le coſté oppoſite H L. Tellement que nous avons ici, ſelon le contenu de la troiſieſme partie de ceſte propoſition, un triangle L K H, dont les deux coſtez qui touchent l'angle droit L K H, comme L K, H K, l'un eſt plus petit que le quart d'un cercle, comme H K, l'autre plus grand, comme L K.

*Le requis.* Il faut demonſtrer que le coſté oppoſite H L de l'angle droit L K H, eſt plus grand que le quart d'un cercle.

### Demonstration.

Faiſant H I le quart d'un cercle par la demonſtration de la ſeconde partie, & eſtant partie de H L, il faut que H L ſoit plus grand.

*Concluſion.* Eſtant donc un triangle ſpherique rectangle avec deux coſtez, &c.

### Consequence.

Il eſt notoire par la premiere partie, que les deux coſtez AB, BC, du triangle rectangle A B C, qui touchent l'angle droit ABC, chacun eſtant plus petit que le quart d'un cercle, qu'alors A C coſté oppoſite de l'angle droit A B C, eſt plus petit que le quart d'un cercle.

Il eſt auſſi notoire par la ſeconde partie que les deux coſtez G B, H B, du triangle rectangle G B H, qui touchent l'angle droit G B H, chacun eſtant plus grand que le quart d'un cercle, qu'alors G H coſté oppoſite de l'angle droit G B A, eſt plus petit que le quart d'un cercle.

Il eſt auſſi notoire par la 3 partie, que le coſté H K du triangle rectangle L K H, qui touche l'angle droit L K H, eſtant plus petit que le quart d'un cercle, & L K plus grand, qu'alors L H coſté oppoſite de l'angle droit L K H, eſt plus grand que le quart d'un cercle. Par le contraire duquel (comme il ſe voit clairement en la ſuſdite figure) s'enſuit auſſi le contraire de la propoſition, ainſi:

*Eſtant un triangle ſpherique rectangle, dont l'hypothenuſe eſt plus petite que le quart d'un cercle: Les deux coſtez qui touchent l'angle droit, ſont chacun plus petit que le quart d'un cercle, ou chacun plus grand: Mais le coſté oppoſite de l'angle droit eſtant plus grand, l'un des deux qui touche l'angle droit ſera plus petit que le quart d'un cercle, & l'autre plus grand.*

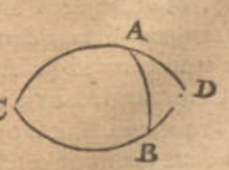
## Theoreme. IV. Proposition.

*Si l'hypothenuſe & un coſté de l'angle droit d'un triangle ſpherique rectangle, ſont chacun plus grand que le quart d'un cercle: Il faut que le troiſieſme ſoit plus petit.*

*Le donné.* Soit A B C du 1 exemple un triangle ſpherique rectangle, dont l'angle B eſt droit, & l'hypothenuſe A C, avec le coſté de l'angle droit B C, ſont chacun plus grand que le quart d'un cercle. *Le requis.* Il faut demonſtrer que le troiſieſme coſté A B eſt plus petit que le quart d'un cercle. *Preparation.* Je produis C A, C B, juſques à ce qu'ils ſe rencontrent, qui ſoit en D.

### Demonstration.

Les deux arcs C A D & C B D, ſont chacun un demicercle par la 3 conſequence de la 1 propoſition: D'iceux ſouſtraits C A, C B, qui eſtant chacun plus grand que le quart d'un cercle, A D & B D demeurent chacun plus petit: Apres, puis que l'angle A B C eſt droit par le donné, il faut que l'angle A B D ſoit auſſi droit par la 3 conſequence de la 1 propoſition, A B D doncques eſt un triangle rectangle avec une hypothenuſe moindre A D, parquoi les deux coſtez de l'angle droit A B, B D, ſont tous deux plus petits ou plus grands que le quart d'un cercle par le revers de la 3 propoſition: Mais B D eſt plus petit, il faut donc que A B ſoit auſſi plus petit.




*Concluſion.* Si doncques l'hypothenuſe & un coſté de l'angle droit d'un triangle ſpherique rectangle, ſont chacun plus grand que le quart d'un cercle: Il faut que le troiſieſme ſoit plus petit, ce qu'il falloit demonſtrer.



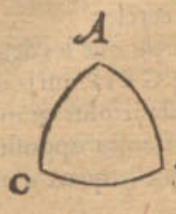
Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

### Theoreme. V. Proposition.

*Estant un triangle spherique rectangle, dont les deux angles obliques sont tous deux aigus ou obtus: L'hypothenuse sera plus petite que le quart d'un cercle. Mais si l'un est obtus, l'autre aigu, l'hypothenuse sera plus grande.*

*Le donné de la 1 partie.* Soit A B C un triangle spherique rectangle, dont l'angle droit est B, & les deux angles obliques A, C, sont tous deux aigus, ou tous deux obtus. *Le requis.* Il faut demonstrer que A C sera plus petit que le quart d'un cercle.

### Demonstration.




Veu que les deux angles A, C, sont tous deux aigus ou obtus, il faut que les deux costez AB & BC, soient chacũ plus grand ou plus petit que le quart d'un cercle par la 2 proposition. Et consequemment il faut que A C par la 3 proposition soit plus court.

*Le donné de la 2 partie.* Soit maintenant l'un des deux angles A, C, aigu, & l'autre obtus. *Le requis.* Il faut demonstrer que l'hypothenuse A C est plus grande que le quart d'un cercle.

### Demonstration.

Veu que l'un des deux angles A, C est aigu, & l'autre obtus, il faut que l'un des deux costez A B, B C, soit plus petit que le quart d'un cercle, l'autre plus grand, par la consequence de la 2 proposition, & pource l'hypothenuse A C plus grande, par la 3 partie de la 3 proposition.

*Conclusion.* Estant doncques un triangle spherique rectangle, dont les deux angles obliques sont tous deux aigus ou obtus; l'hypothenuse sera plus petite que le quart d'un cercle. Mais si l'un est obtus, l'autre aigu; l'hypothenuse sera plus grande: ce qu'il falloit demonstrer.

### Consequence.

Par le revers de ceste proposition (comme il se peut voir clairement en la figure precedente) ceci est notoire.

*Estant un triangle spherique rectangle, dont l'hypothenuse est plus petite que le quart d'un cercle: Les deux angles obliques sont tous deux aigus, ou tous deux obtus: Mais s'il est plus grand que le quart d'un cercle, l'un des deux angles sera aigu, l'autre obtus.*

### Theoreme. VI. Proposition.

*Si un triangle spherique a deux angles aigus, ou deux angles obtus: La perpendiculaire tirée du troisiesme angle devers son costé oppositе, tombe dedans le triangle: Mais si l'un des deux est aigu, l'autre obtus, elle y tombe dehors.*

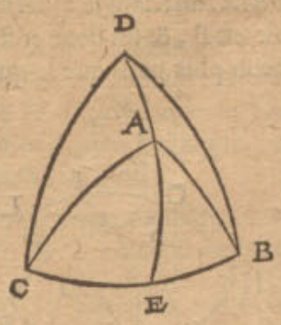
*Le donné de la 1 partie.* Soit A B C un triangle spherique, dont les deux angles A B C, A C B sont aigus.

*Le requis.* Il faut demonstrer que la perpendiculaire du troisiesme angle A, tirée vers son costé oppositе B C, tombe dedans le triangle.

*Preparation.* Soit D pole du cercle C B, & soient tirez les deux quarts du cercle D B, D C.

### Demonstration.

Veu que l'arc D B vient du pole D sur son cercle C B, il faut que l'angle D B C soit droit par la 1 proposition: Mais l'angle A B C est plus petit, à sçavoir aigu, parquoi le poinct A tombe à la main seneſtre de D B: Et semblablement sera demonstré que le mesme poinct A tombe à la main dextre de D C, parquoi aussi il tombe necessairement dedans le triangle D B C: Comme




aussi fait l'arc D A: Et icelui D A prolongé jusques à E, il faut que A E tombe dedans le triangle A B C, car si elle y tomboit dehors, il faudroit que le quart de cercle D A E euſt un angle à A plus petit que D A B, ce qui seroit absurd: Parquoi A E ne tombe point hors du triangle A B C vers la main dextre: Et semblablement sera aussi demonstré qu'elle n'y tombe point dehors vers la main seneſtre, elle y tombe donc necessairement dedans. Le mesme sera aussi demonstré ainsi, quand on pose les deux angles C, B, egaux.

*Le donné de la 2 partie.* Soit A B C un triangle spherique, dont l'angle C est aigu, B obtus. *Le requis.* Il faut demonstrer que la perpendiculaire du troisiesme angle A, sur son costé oppositе (entant qu'assez prolongé) tombe hors le triangle.

### Demonstration.

Si elle ne tombe point dehors, elle tombera en un des costez A B, A C, ou dedans le triangle. De tomber en A B ou A C, cela ne peut estre, car alors l'angle B ou C seroit droit contre le posé. Si elle tomboit dedans le triangle, comme je prens de A jusques à D, il faudroit que les deux angles A D B, A D C, fussent droits, ce qui n'est point pour ces raisons: Soient les angles A D B, A D C, s'il estoit possible, droits, tellement que nous ayons deux triangles rectangles A D B, A D C, dont le costé commun est A D: Il faudra qu'icelui, comme costé oppositе de l'angle aigu C, soit plus petit que le quart d'un cercle par la consequence de la 2 proposition: Et comme costé oppositе de l'angle obtus B, sera plus grand par la mesme consequence: Mais d'estre plus grand & plus petit, il est impossible: Parquoi la perpendiculaire de l'angle C A B sur son costé oppositе, ne tombe point dedans le triangle, mais dehors.

*Conclusion.* Si doncques un triangle spherique a deux angles aigus, ou deux angles obtus, la perpendiculaire tirée du 3 angle devers son costé oppositе, tombe dedans le triangle: Mais si l'un des deux estoit aigu, l'autre obtus, elle y tombe dehors: ce qu'il falloit demonstrer.

### Theoreme. VII. Proposition.

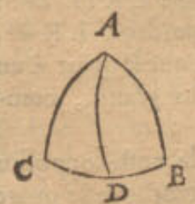
*Vn triangle spherique ayant trois angles aigus: Chacun costé est plus petit que le quart d'un cercle.*

*Le donné.* Soit A B C, un triangle spherique avec trois angles aigus.

*Le requis.* Il faut demonstrer que chacun costé est plus petit, que le quart d'un cercle.

*Preparation.* Soit tiré un arc de A, à angle droit sur C B, comme A D, lequel necessairement par la 6 proposition tombe dedans le triangle, pource que les angles C B sont tous deux aigus.

### Demonstration.




Veu que les deux angles A D C, A D B, sont droits par la preparation, il faut que les deux triangles ADC, ADB, soient rectangles, parquoi puis que D A B & B sont deux angles aigus, A B sera plus petit que le quart d'un cercle par la 5 prop. On demõstre le semblable de A C:

Aussi

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

Auſſi de C B, moyennant qu'on prenne A B pour baſe, comme C B a eſté prins deſſus. *Concluſion.* Doncques un triangle ſpherique ayant trois angles aigus, chacun coſté eſt plus petit que le quart d'un cercle : ce qu'il falloit demonſtrer.

## THEOREME. VIII. PROPOSITION.

*VN triangle ſpherique ayant deux angles aigus egaux : Les coſtez oppoſites d'iceux ſont plus petits que le quart d'un cercle.*

*Le donné.* Soit A B C un triangle ſpherique avec deux angles aigus B, C. *Le requis.* Il faut demonſtrer que leurs coſtez oppoſites A B, A C, ſont plus petits que le quart d'un cercle.

*Preparation.* Soit du poinct D au milieu de C B, tiré l'arc A D, & icelui prolongé de A juſques à E, tellement que D E faſſe le quart d'un cercle : Puis apres deux arcs E C, E B.

## DEMONSTRATION.

Veu que l'angle A B C eſt egal à l'angle A C B par le poſé, il faut que A B ſoit egal à A C, & conſequemment il faut que A D venant au poinct du milieu de C B, ſoit à angle droit ſur le meſme C B comme il faut auſſi que le quart du cercle E D vienne ſemblablement à angle droit ſur le meſme C B, pource E eſt pole de l'arc C B, par le 1 exemple de la 1 propoſition, & E C, E B, venant auſſi à angle droit ſur icelui C B, ſont chacun le quart d'un cercle, par la 2 conſequence de la meſme 1 propoſition L'angle A B C doncques eſtant aigu, & E B C droit il faut que le poinct A vienne deſſous E, & que A D ſoit plus court que le quart d'un cercle : Apres, D B eſt auſſi plus petit, pource que c'eſt la moitié de l'arc C B, lequel par la 2 definition eſt plus petit que la moitié d'un cercle. Nous avons donc un triangle rectangle A D B, avec deux coſtez A D, A B, touchans l'angle droit, chacun plus petit que le quart d'un cercle ; parquoi il faut auſſi que le troiſieſme A B ſoit plus petit, par la 3 propoſition. On demonſtrera auſſi ſemblablement A C eſtre plus petit.

*Concluſion.* Vn triangle ſpherique doncques ayant deux angles aigus egaux, les coſtez oppoſites d'iceux ſont plus petits que le quart d'un cercle : ce qu'il falloit demonſtrer.

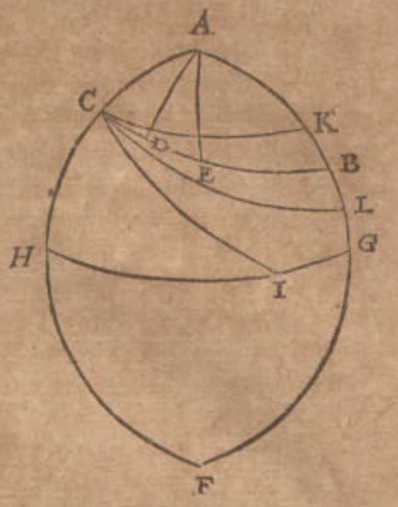
## THEOREME. IX. PROPOSITION.

*VN triangle ſpherique ayant deux angles aigus inegaux, & un angle obtus : le coſté oppoſite du plus aigu eſt plus petit que le quart d'un cercle : mais les autres deux coſtez peuvent eſtre d'un quart de cercle, plus petits, ou plus grands.*

*Le donné.* Soit A B C un triangle ſpherique avec deux angles aigus inegaux A B C, A C B, dont le plus aigu A B C, & l'angle C A B ſoit obtus.

*Le requis.* Il faut demonſtrer que A C coſté oppoſite de l'angle A B C le plus aigu, eſt plus petit que le quart d'un cercle, mais que les coſtez oppoſites des autres deux angles, peuvent eſtre du quart d'un cercle, ou plus petis, ou plus grands.

*Preparation de la premiere partie.* Soit tiré du poinct A l'arc A D à angle droit ſur B C : le meſme A D tombera dedans le triangle par la 6 propoſition, pource que les deux angles A B C, A C B ſont aigus ; & icelui A D ſera plus pres de l'angle A C B, que de l'angle A B C, pource que A B C eſt plus aigu que A C B, parquoi ſe peut marquer en D B le poinct E, tellement que D E ſoit egal à D C : ce qui eſtant fait, ſoit tiré puis apres l'arc A E.




*Demonſtration de la premiere partie.* Nous avons un triangle iſoſcle A C E, avec deux angles aigus C, E, dont le coſté A C eſt plus petit que le quart d'un cercle par la 8 propoſition.

*Preparation de la ſeconde partie.* Soient produits A B & A C tous deux juſques à ce qu'ils ſe rencontrent en F, ſoit auſſi marqué au demicercle A B F le poinct G : & en A C F le poinct H, tellement que A G, A H, faſſent chacun le quart d'un cercle, apres ſoit tiré l'arc G H, & là dedans marqué le poinct I, de façon que H I faſſe auſſi le quart d'un cercle, puis apres ſoit tiré l'arc C I : Ce qui eſtant ainſi, l'arc C B eſt ou le quart d'un cercle, ou plus petit, ou plus grand : Mais poſé qu'il ſoit d'un quart de cercle, & ſoit marqué le poinct K, entre A & B, mais que A K ſoit plus grand que A C, car C K eſtant tiré là deſſus, l'angle A K C, comme il appert par la demonſtration de la premiere partie, ſera plus aigu que l'angle A C K : Apres ſoit marqué le poinct L entre B & G, & tiré l'arc G L.

*Demonſtration de la ſeconde partie.* Veu que C B eſt mis pour le quart d'un cercle, le coſté oppoſite de l'angle obtus C A B peut au premier faire le quart d'un cercle : Apres C K eſt plus petit que le quart d'un cercle C B, mais C K eſt coſté oppoſite de l'angle obtus donné en un triangle A C K, de la qualité de ceſte propoſition, par la preparation de la 2 partie : Parquoi le coſté oppoſite de l'angle obtus peut auſſi eſtre plus petit que le quart d'un cercle. Apres, C L eſt plus grand que le quart du cercle C B, mais C L eſt coſté oppoſite de l'angle obtus donné C A B, & cela en un triangle de la qualité de ceſte propoſition (car l'angle C A L eſt l'angle obtus donné, & A L C eſt encores plus aigu que l'angle A B C, & A C L moins aigu que l'angle A C B, toutefois icelui angle A C L n'eſtant point obtus, veu qu'il eſt plus petit que l'angle droit A C I tellement que A L C eſt plus aigu que A C L.) Parquoi le coſté oppoſite de l'angle obtus, peut auſſi eſtre plus grand que le quart d'un cercle. Pour venir maintenant au coſté oppoſite de l'angle moins aigu A C B, je dis ainſi : L'arc A B eſt ou le quart d'un cercle, ou plus petit, ou plus grand : Poſé donc que ce ſoit d'un quart de cercle, le coſté oppoſite de l'angle moins aigu peut faire le quart d'un cercle : Semblablement A K eſtant plus petit que le quart d'un cercle A B, & A L plus grand, lequel A K, A L chacun en ſon triangle, eſt coſté oppoſite de l'angle moins aigu par le precedent, tellement qu'avec cela le reſte de la propoſition eſt demõſtrée. *Concluſion.* Doncques un triangle ſpherique ayant deux angles aigus inegaux, & un angle obtus, le coſté oppoſite du plus aigu, eſt plus petit que le quart d'un cercle, mais les autres deux coſtez peuvent eſtre d'un quart de cercle, plus petits, ou plus grands : ce qu'il falloit demonſtrer.

THEO-

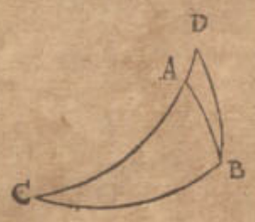
Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

THEOREME. X. PROPOSITION.

*VN triangle ſpherique ayant trois coſtez, chacun plus petit que le quart d'un cercle: Les angles oppoſites des deux plus petits ſont aigus, mais l'angle oppoſite du plus grand coſté peut eſtre aigu, droit, ou obtus.*

Veu que l'angle oppoſite du plus grand coſté, peut eſtre aigu, droit, ou obtus, nous partirons la demonſtration en trois.

La premiere partie eſt notoire par la 7 propoſition, à ſçavoir, au triangle avec trois angles aigus, les coſtez duquel eſtant chacun plus petit que le quart d'un cercle, les angles oppoſites des deux plus petis coſtez ſont aigus, & l'angle oppoſite du plus grand coſté eſt auſſi aigu.




La deuxieſme partie eſt notoire, au triangle rectangle avec trois coſtez, chacun plus petit que le quart d'un cercle, comme A B C, auquel les angles oppoſites A, C, des deux coſtez plus petis A B, B C, qui comprennent l'angle droit B, ſont aigus par la 2 propoſition, mais l'angle oppoſite B du troiſieſme plus grand coſté A C, eſt droit.

La troiſieſme partie ſe declare ainſi: Soit prolongé l'arc C A juſques à D, puis apres ſoit tiré l'arc B D, toutesfois tellement que C D ſoit encores plus petit que le quart d'un cercle, & B D plus petit que C A: Ce qui eſtant ainſi, joignant l'angle aigu C, l'angle D eſt encores plus aigu que l'angle aigu C A B, parquoi D eſt auſſi aigu. Touchant l'angle D B C, à l'oppoſite du plus grand coſté D C, il faut qu'il ſoit obtus, veu qu'il eſt plus grand que l'angle droit A B C.

*Concluſion.* Doncques un triangle ſpherique ayant trois coſtez, chacun plus petit que le quart d'un cercle: les angles oppoſites des deux plus petis ſont aigus: mais l'angle oppoſite du plus grand coſté peut eſtre aigu, droit, ou obtus: ce qu'il falloit demonſtrer.

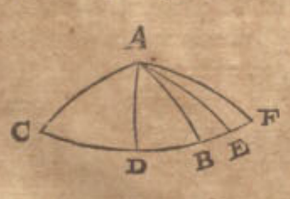
THEOREME. XI. PROPOSITION.

*ESTant deux coſtez d'un triangle ſpherique, chacun plus petit que le quart d'un cercle, le troiſieſme plus grand qu'un d'iceux: La perpendiculaire de l'angle des deux plus courts, tombe dedans le triangle.*

*Le donné.* Soit A B C un triangle ſpherique, dont les deux coſtez A B, A C, ſont chacun plus petit que le quart d'un cercle, & le troiſieſme B C plus grand que A B, ou A C, & A D ſoit la perpendiculaire de l'angle C A B juſques au coſté le plus grand B C. *Le requis.* Il faut demonſtrer que A D tombe dedans le triangle A B C.

DEMONSTRATION.

Le troiſieſme coſté plus grand comme B C, eſt ou plus petit que le quart d'un cercle, ou d'un quart de cercle, ou plus grand. Soit premierement plus petit,




ce qui eſtant ainſi, A B C eſt un triangle dont les trois coſtez eſtant chacun plus petit que le quart d'un cercle, les deux angles oppoſites des plus petits coſtez, comme l'angle C, & A B C aigu par la 7 propoſition, & A D tombe entre deux dedans le triangle par la 6 propoſition. Soit ſecondement le troiſieſme coſté plus grand du quart d'un cercle, comme le prolongé C B juſques à E du triangle A E C, eſtant A E auſſi plus petit que le quart d'un cercle, & plus petit que C E: Ce qui eſtant ainſi, A D coſté oppoſite de l'angle aigu C au triangle rectangle A D C, eſt plus petit que le quart d'un cercle par la 2 propoſition, & ſon angle oppoſite A E D du triangle rectangle A D E, eſt auſſi aigu par la meſme propoſition, & la perpendiculaire A D tombe entre deux dedans le triangle par la 6 propoſition. Semblablement en ſera la demonſtration d'un troiſieſme coſté plus grand que le quart d'un cercle: Comme par exemple le prolongé C E juſques à F, du triangle A F C, eſtant A F plus petit que le quart d'un cercle, & plus petit que C F.

*Concluſion.* Eſtant doncques deux coſtez d'un triangle ſpherique, chacun plus petit que le quart d'un cercle, le troiſieſme plus grand qu'un d'iceux, la perpendiculaire de l'angle des deux plus courts, tombe dedans le triangle: Ce qu'il falloit demonſtrer.

THEOREME. XII. PROPOSITION.

*VN triangle ſpherique ayant deux coſtez chacun plus petit que le quart d'un cercle, le troiſieſme pas plus petit: Les deux angles oppoſites des coſtez les plus petits ſont aigus: mais l'angle oppoſite du plus grand coſté eſt obtus.*

Veu que le coſté pas plus petit que le quart d'un cercle, peut eſtre plus grand que le quart d'un cercle, ou d'un quart de cercle: Nous en deſcrirons deux exemples.

EXEMPLE I.

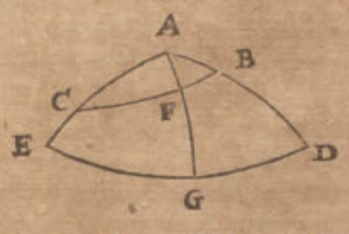
*Le donné.* Soit A B C un triangle ſpherique, dont les deux coſtez A B, A C, ſoient chacun plus petit que le quart d'un cercle, le troiſieſme B C plus grand.

*Le requis.* Il faut demonſtrer que les angles oppoſites ABC, ACB, des deux plus petits coſtez ſont aigus, mais l'angle oppoſite C A B du plus grand coſté C B, obtus.

*Preparation.* Soit prolongé A B & A C juſques à D & E, tellement que A D, A E faſſent chacun le quart d'un cercle, puis apres ſoit deſcrit ſur A comme pole, l'arc E D, & A F à angle droit ſur C B, lequel A F tombe dedans le triangle A B C par la 11 propoſition, car A B, A C, ſont chacun plus petit que le quart d'un cercle, & C B eſt plus grand qu'un d'iceux: Le meſme A F ſoit prolongé juſques à G en E D.

DEMONSTRATION.

Veu que E D eſt deſcrit ſur A comme pole, il faut que l'angle A E D ſoit droit, & que A G tombant ſur E D, faſſe auſſi le quart d'un cercle comme A E par la 2 conſequence de la 1 propoſition. Mais A F eſt partie de A G, parquoi A F eſt plus petit que le quart d'un cercle: Il eſt auſſi coſté oppoſite de l'angle A C F, &




cela au triangle rectangle A F C, pource l'angle A C F, ou A C B, eſt aigu par la 2 propoſition: Semblablement ſera auſſi demonſtré l'angle A B C eſtre aigu: Mais que l'angle C A B eſt obtus ſe demonſtre ainſi: Si E D ne faiſoit que le quart d'un cercle, le triangle A E D ſeroit equilateral & equiangulaire, à ſçavoir trois coſtez, chacun du quart d'un cercle, & avec trois angles droits, tellement que le plus grand arc tiré là dedans, ne pourroit

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

roit estre que d'un quart de cercle : Mais C B est plus grand par le donné, & E D encores plus grand : mais E D nous denote la grandeur de l'angle E A D, par la deuxiesme definition, parquoi E A D, ou ce qui est le mesme C A B, est plus grand qu'un angle droit, c'est donc un angle obtus.

EXEMPLE II.

Secondement, soit C B le quart d'un cercle, demeurant le reste comme dessus : Ce qui estant ainsi, il est notoire par la demonstration du 1 exemple, qu'il faut que les deux angles A C B, A B C, soient aigus : Mais que l'angle C A B est obtus, se demonstre ainsi : Si E D ne faisoit que le quart d'un cercle, le triangle A D E seroit equilateral & equiangulaire, à sçavoir trois costez, chacun d'un quart de cercle, & avec trois angles droits, tellement que les plus grands arcs tirez en icelui, à sçavoir d'un angle jusques à son costé oppositе, ne pourroient estre que d'un quart de cercle, & tous autres arcs ne venant point hors d'un angle, comme l'arc C B, devroient estre plus petits, mais C B n'est pas plus petit, car il fait le quart d'un cercle par le posé, il faut donc que E D soit plus grand : Mais E D nous denote la grandeur de l'angle E A D par la 2 definition, parquoi E A D, ou ce qui est le mesme C A B, est plus grand qu'un angle droit, c'est doncques un angle obtus.

*Conclusion.* Doncques un triangle spherique ayant deux costez, chacun plus petit que le quart d'un cercle, le troisiesme n'estant plus petit : Les deux angles opposites des plus petits costez sont aigus : mais l'angle opposite du plus grand costé est obtus : ce qu'il falloit demonstrer.

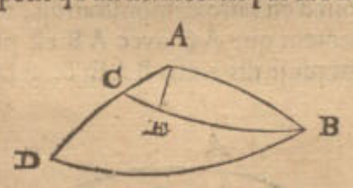
PROBLEME. XIII. PROPOSITION.

*VN triangle spherique ayant un costé d'un quart de cercle, l'autre plus petit, le troisiesme plus grand : Les deux angles opposites des plus petits costez sont aigus, mais l'angle opposite du plus grand costé est obtus.*

*Le donné.* Soit A B C un triangle spherique, dont le costé A B est du quart d'un cercle, A C plus petit, & B C plus grand. *Le requis.* Il faut demonstrer que les angles opposites A B C, A C B, des deux plus petits costez sont aigus : Mais l'angle C A B opposite du plus grand costé C B obtus. *Preparation.* Soit prolongé A C jusques à AD, tellement que A D face le quart d'un cercle : Puis apres soit descrit sur A comme pole, l'arc B D, & soit tiré A E à angle droit sur C B.

DEMONSTRATION.

Qu'il faut que les deux angles A C B, A B C soient aigus, appert ainsi : Veu que A B fait le quart d'un cercle, & que l'angle A E B est droit, il faut que E B fasse le quart d'un cercle par la 10 consequence de la 1 proposition, & que E C soit plus petit, pource que l'arc entier C B est plus petit qu'un demicercle par la 1 definition : Apres il faut que A E soit aussi plus petit par la consequence de la 3 proposition, car le costé opposite A C de l'angle droit A E C, estant plus petit, il faut que les autres deux A E, C E, soient chacun plus petit ou plus grand, mais C E est plus petit ; il faut donc que A E soit aussi plus petit, parquoi aussi son angle opposite C est aigu, par la 2 proposition. Et le mesme A E plus petit denotant la grandeur de l'angle A B E par la 2 definition, il faut que l'angle A B E, ou A B C soit aigu.




Mais que l'angle C A B est obtus, il se demonstre ainsi : Si D B ne faisoit que le quart d'un cercle, le triangle A D B seroit equilateral & equiangulaire, à sçavoir trois costez chacun d'un quart de cercle, avec trois angles droits, tellement que le plus grand arc tiré en icelui, ne pourroit estre que d'un quart de cercle : Mais C B est plus grand par le donné, & D B encores plus grand, lequel nous denote la grandeur de l'angle D A B par la 2 definition ; parquoi D A B, ou ce qui est le mesme C A B, est plus grand qu'un angle droit, c'est donc un angle obtus. *Conclusion.* Doncques un triangle spherique ayant un costé d'un quart de cercle, l'autre plus petit, le troisiesme plus grand : Les deux angles opposites des plus petits costez sont aigus, mais l'angle opposite du plus grand costé est obtus : ce qu'il falloit demonstrer.

THEOREME. XIV. PROPOSITION.

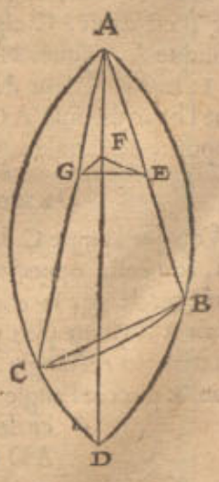
*LEs trois angles d'un triangle spherique, sont ensemble plus grands que deux angles droits.*

*Le donné.* Soit A B C un triangle spherique, dont les trois angles soient A, B, C. *Le requis.* Il faut demonstrer iceux trois angles ensemble estre plus grands que deux angles droits.

*Preparation.* Soient prolongez quelques deux arcs, comme A B, A C, jusques à ce qu'ils se rencontrent en D, puis apres (veu que A B D, A C D, font chacun un demicercle par la 3 consequence de la 1 proposition) l'axe A D & les trois cordes A B, B C, C A, des trois arcs A B, B C, C A : Soit aussi marqué quelque part en la corde A B le poinct E, & de là tirée la droite ligne E F, à angle droit sur l'axe A D, puis apres de F jusques à G en la corde A C la droite ligne F G, à angle droit sur l'axe A D, & finalement la droite ligne G E.

DEMONSTRATION.

Veu que G F est à angle droit sur A F, s'ensuit que G A est plus long que G F, car le quarré de G A, est egal aux deux quarrez de G F, F A : Semblablement sera aussi demonstré que E A est plus long que E F, parquoi l'angle G F E, est plus grand que l'angle G A E : Mais l'angle G F E est aussi la grandeur de l'angle spherique C A B par la 2 definition (car G F E est aussi l'angle des plans des deux plus grands cercles, dont A B, A C, sont les arcs) parquoi l'angle spherique C A B, est plus grand que l'angle plat C A B : Et semblablement sera aussi demonstré l'angle spherique A B C, estre plus grand que l'angle plat A B C, & l'angle spherique B C A, plus grand que l'angle plat B C A : Et consequemment les trois angles spheriques sont ensemble plus grands que les trois angles plats, mais les trois angles plats sont ensemble egaux à deux angles droits ; parquoi les trois angles spheriques du triangle A B C, sont ensemble plus grands que deux angles droits. *Conclusion.* Doncques les trois angles d'un triangle spherique, sont ensemble plus grands que deux angles droits : ce qu'il falloit demonstrer.




CONSEQVENCE.

Il est notoire par le precedent, que les deux angles d'un triangle n'estant ensemble pas plus grands que le quare

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

quart d'un cercle, il faut que le troisiesme soit plus grand.

### Theoreme. XV. Proposition.

*Le plus grand angle d'un triangle spherique, vient à l'oppositе du plus grand costé.*

*Le donné.* Soit A B C de la 14 proposition un triangle spherique, dont le costé A C est le plus grand, A B moindre, B C le plus petit.

*Le requis.* Il faut demonstrer que l'angle A B C, à l'oppositе du plus grand costé A C, est plus grand qu'aucun des autres.

### Demonstration.

Les plus grands arcs ont les plus grandes cordes, parquoi la corde A C est la plus grande des trois: Apres, les cordes qui font le plus grand angle plat, leurs arcs font les plus grands angles spheriques, comme appert en la mesme 14 proposition: Mais les deux plus petites cordes A B, B C, font le plus grand angle plat, parquoi les plus petits arcs font le plus grand angle spherique, & cela à l'oppositе du plus grand costé A C. Semblablement sera aussi demonstré l'angle A C B, à l'oppositе du costé A B, estre plus grand que l'angle C A B, à l'oppositе du costé B C, pource que A B est plus grand par le posé que B C.

*Conclusion.* Doncques le plus grand angle d'un triangle spherique, vient à l'oppositе du plus grand costé: ce qu'il falloit demonstrer.

### Theoreme. XVI. Proposition.

*Estant un triangle spherique rectangle, dont un angle oblique est aigu: L'arc tiré de l'autre angle oblique jusques à son costé oppositе, sera plus petit que l'hypothenuse, & plus grand que le costé oppositе de l'angle aigu. Mais un angle oblique estant obtus, l'arc tiré de l'autre angle oblique jusques à son costé oppositе, sera plus grand que l'hypothenuse, & plus petit que le costé oppositе de l'angle aigu.*

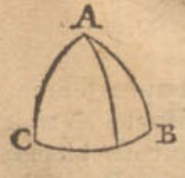
#### 1 *Exemple avec un angle oblique aigu.*

*Le donné:* Soit A B C un triangle spherique, dont l'angle B est droit, C aigu, & A D l'arc de l'autre angle oblique A, jusques à son costé oppositе B C.

*Le requis.* Il faut demonstrer que A D est plus petit que l'hypothenuse A C, mais plus grand que A B, costé oppositе de l'angle aigu C.

### Demonstration.

Veu que l'angle C du triangle rectangle A B C, est aigu, son costé oppositе A B est plus petit que le quart d'un cercle par la consequence de la 2 proposition. Mais A B estant plus petit, son costé oppositе A D B du triangle rectangle A B D est aigu par la 2 proposition, & pource l'angle A D C obtus par la 5 consequence de la 1 proposition: Tellement que A D C est un triangle, dont l'angle aigu C est plus petit que son angle obtus A D C, parquoi A D costé oppositе de l'angle mineur C, est plus petit par la 15 proposition que A C costé oppositе de l'angle majeur A D C: Derechef, A B costé oppositе de l'angle aigu C, estant plus petit que le quart d'un cercle, son angle oppositе A D B du triangle rectangle A D B, est aigu par la 2 proposition: Tellement que A D B est un triangle rectangle, dont l'angle droit B est plus grand que l'angle aigu A D B, parquoi A D costé oppositе de l'angle majeur B, par la 15 proposition, est plus grand que A B costé oppositе de l'angle mineur A D B.




#### 2 *Exemple avec un angle oblique obtus.*

*Le donné.* Soit maintenant un angle C obtus, le reste comme dessus.

*Le requis.* Il faut demonstrer que A D est plus grand que l'hypothenuse A C, mais plus petit que A B costé oppositе de l'angle obtus C.

### Demonstration.

Veu que l'angle C du triangle rectangle A B C, est obtus, son costé oppositе A B est plus grand que le quart d'un cercle, par la consequence de la 2 proposition: Mais A B estant plus grand, son angle oppositе A D B du triangle rectangle A B D, est obtus par la 2 proposition, & pource l'angle A D C est aigu par la consequence de la 1 proposition: Tellement que A D C est un triangle, dont l'angle obtus C, est plus grand que son angle aigu A D C, parquoi A D costé oppositе de l'angle majeur C, est plus grand par la 15 proposition que A C costé oppositе de l'angle mineur A D C. Derechef A B costé oppositе de l'angle obtus C, estant plus grand que le quart d'un cercle, son costé oppositе A D B du triangle A D B est obtus par la 2 proposition: Tellement que A D B est un triangle rectangle, duquel l'angle droit B, est moindre que l'angle obtus A D B, pourtant par la 15 proposition, A D costé oppositе du plus petit angle B, est moindre que A B costé oppositе du plus grand angle A D B.

*Conclusion.* Estant donc un triangle spherique rectangle, dont un angle oblique est aigu, l'arc tiré de l'autre angle oblique, &c.

### Theoreme. XVII. Proposition.

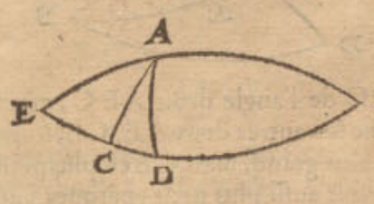
*Quelconques deux costez d'un triangle spherique, sont plus grands que le troisiesme.*

Si le triangle a trois costez egaux, ou si les deux plus grands estoient egaux, la chose ne requiert point de demonstration, parquoi nous parlerons seulement du triangle avec un costé majeur de trois.

*Le donné.* Soit A B C un triangle spherique, dont le costé majeur est B C. *Le requis.* Il faut demonstrer que ses deux costez quelconques sont plus grands que le troisiesme. *Preparation.* Veu que B C est plus grand que A B, coupons B D de B C egal à A B, & tirons l'arc A D: Puis apres soient prolongés B A, B D, jusques à ce qu'ils se rencontrent en E.

### Demonstration.

Veu que B C est le plus grand costé des trois, il faut necessairement qu'icelui avec un des autres deux soient plus grand que le troisiesme, tellement que n'estant besoin d'en faire demonstration, nous demonstrerons seulement que A C avec A B est plus grand que B C: pourtant je dis ainsi, B A E & B D E sont chacun un demicercle par la 3 consequence de la 1 proposition, dequoi E A estant egal avec E D (pource que A B est egal avec B D) il faut que l'angle E A D, soit egal avec l'angle E D A: Et l'angle E A C, soustrait de l'angle E A D, reste l'angle C A D plus petit que l'angle E A D, & consequemment plus




Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

plus petit que l'angle EDA, ou CDA, & pource AC costé oppositte de l'angle majeur CDA, est plus grand que CD costé oppositte de l'angle mineur CAD, par la 15 proposition: Et autant que AC est plus grand que CD, autant sont les deux costez CA, CB, ensemble manifestement plus grands que CB.

*Conclusion.* Quelconques deux costez donc d'un triangle spherique, sont plus grands que le troisiesme: ce qu'il falloit demonstrer.

### Consequence.

Il est notoire par le precedent, que deux angles d'un triangle spherique n'estant ensemble pas plus grands que le quart d'un cercle, il faut que le troisiesme soit plus petit: Mais leur difference n'estant pas moindre que le quart d'un cercle, il faut que le troisiesme soit plus grand.

### Theoreme. XVIII. Proposition.

*Les trois costez d'un triangle spherique, sont ensemble plus petits qu'un cercle.*

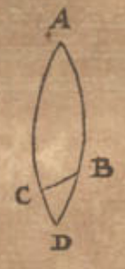
*Le donné.* Soit ABC un triangle spherique.

*Le requis.* Il faut demonstrer que ses trois costez sont ensemble plus petits qu'un cercle.

*Preparation.* Soient quelques deux costez prolongez, je prens AB, AC, jusques à ce qu'ils se rencontrent, ce qui soit en D.

### Demonstration.

Les deux arcs ABD, ACD, sont chacun par la 3 consequence de la 1 proposition un demicercle, qui est ensemble un cercle: Et les deux arcs AB, AC, font ensemble un cercle, moins deux arcs BD, CD: Parquoi si CB estoit egal à BD avec CD, les trois costez du triangle ABC, seroient ensemble egaux à un cercle: Mais CD du triangle CBD, est plus petit que les autres deux BD, CD, par la 17 proposition: Parquoi les trois costez du triangle ABC, sont ensemble plus petits qu'un cercle.




*Conclusion.* Les trois costez doncques d'un triangle spherique, sont ensemble plus petits qu'un cercle: ce qu'il falloit demonstrer.

### Consequence.

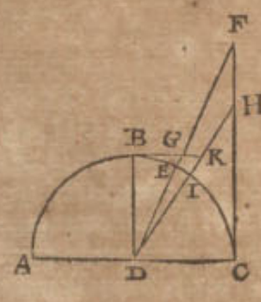
Il est notoire par le precedent, que deux costez d'un triangle spherique, n'estant ensemble point plus petits que trois quarts d'un cercle, il faut que le troisiesme soit plus petit.

### Theoreme. XIX. Proposition.

*Le sinus d'un angle droit, est moyen proportionnel entre la tangente d'un arc posé, & la tangente de son arc de complement.*

*Le donné.* Soit ABC un demicercle, dont le centre est D, & BC le quart d'un cercle, dedans lequel CE est un arc posé, dont la tangente CF en BE son arc de complement, & duquel la tangente BG, & CD sinus de l'angle droit.

*Le requis.* Il faut demonstrer que DC est moyen proportionnel entre CF & BG.




### Demonstration.

Les deux triangles CFD, BDG, sont droits en C, & en B, & l'angle FDC est egal à l'angle DGB, parquoi les mesmes deux triangles sont semblables, & leurs costez homologues proportionnels, qui est:

Comme CF à CD, ainsi DB à BG:

Mais CD est egale à DB, parquoi

Comme CF à CD, ainsi CD à BG.

Tellement que CD est moyenne proportionnelle entre CF & BG.

*Conclusion.* Doncques le sinus d'un angle droit, est moyen proportionnel entre la tangente d'un arc posé, & la tangente de son arc de complement: ce qu'il falloit demonstrer.

### Theoreme. XX. Proposition.

*Les tangentes de deux arcs, sont alternement proportionnelles avec les tangentes de leurs arcs de complement.*

*Le donné.* Soit en la figure de la 19 proposition, tirée la ligne droite de D jusques à H, en la ligne CF, coupant l'arc BC en I: Soit aussi prolongée BG jusques à K en la ligne DH: Ce qu'estant ainsi, nous avons deux arcs CI, CE, dont les tangentes CH, CF, & les tangentes de leurs arcs de complement IB, EB, sont BK, BG. *Le requis.* Il faut demonstrer que les tangentes CH, CF, des deux arcs CI, CE, sont alternement proportionnelles avec les tangentes de leurs arcs de complement BG, BK: qui est, comme CH à BG, ainsi CF à BK.

### Demonstration.

DC est, par la 19 proposition, moyenne proportionnelle entre CF & BG: Et par la mesme proposition DC est aussi moyenne proportionnelle entre CH & BK, tellement que le quarré de DC, est egal au rectangle comprins sous CF & BG: Le mesme quarré est aussi egal au rectangle comprins sous CHBK; parquoi ces deux rectangles sont egaux, & leurs costez alternement proportionnels, qui est: Comme CH à CF, ainsi BG à BK.

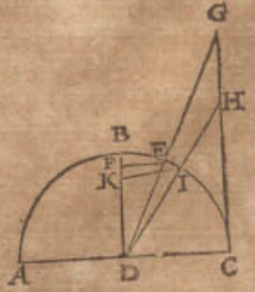
*Conclusion.* Les tangentes donc de deux arcs, sont alternement proportionnelles avec les tangentes de leurs arcs de complement: ce qu'il falloit demonstrer.

### Theoreme. XXI. Proposition.

*Le sinus de l'angle droit, est moyen proportionnel entre le sinus de l'arc posé, & la secante de son arc de complement.*

*Le donné.* Soit ABC un demicercle, dont le centre est D, & BC le quart d'un cercle, dedans lequel BE est un arc, dont le sinus FE: Apres, CE soit son arc de complement, dont la secante DG, & CD sinus de l'angle droit.

*Le requis.* Il faut demonstrer que CD est moyenne proportionnelle entre FE sinus de BE, & DG secante de son arc de complement EC.




### Demonstration.

Les triangles GDC, DEF, sont droits à C & F, & l'angle GDC est egal à l'angle DEF, parquoi ces mesmes deux triangles sont semblables, & leurs costez homologues proportionnels, qui est:



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

Comme FE à ED, ainsi DC à DG.
Mais DC est egal à ED, parquoi,
Comme FE à DC, ainsi DC à DG.
Tellement que DC est moyenne proportionnelle entre FE & DG.

*Conclusion.* Le sinus doncques de l'angle droit, est moyen proportionnel entre le sinus de l'arc posé, & la secante de son arc de complement: ce qu'il falloit demonstrer.

### Consequence.

Il est notoire que le sinus de l'angle droit, est aussi moyen proportionnel entre le sinus de l'arc de complement, & la secante de son posé: Car prennant CE pour posé, dont l'arc de complement soit BE, nous disons que le susdit sinus de l'angle droit DC, est moyen proportionnel entre FE sinus de l'arc de complement de BE, & DG secante de leur posé EC.

### Theoreme. XXII. Proposition.

*Les sinus de deux arcs, sont alternement proportionnels avec les secantes de leurs arcs de complement.*

*Le donné.* Soit tirée en la figure de la 21 proposition la ligne droite de D jusques à H, en la ligne CG, coupant l'arc BC en I: Soit tiree aussi IK à angle droit sur DB: Ce qui estant ainsi, nous avons deux arcs BI, BE, dont les sinus sont KI, FE, & les secantes de leur arc de complement IC, EC, sont DG, DH.

*Le requis.* Il faut demonstrer que les sinus KI, FE, des deux arcs BI, BE, sont alternement proportionnels avec les secantes de leurs arcs de complement: qui est comme KI, à DG, ainsi FE à DH.

### Demonstration.

DC par la 21 proposition est moyenne proportionnelle entre EF, & DG: Et par la mesme proposition, DC est aussi moyenne proportionnelle entre KI & DH, tellement que le quarré de DC, est egal au rectangle comprins sous EF & DG, le mesme quarré est aussi egal au rectangle comprins sous KI & DH, parquoi ces deux rectangles sont egaux, & leurs costez alternement proportionnels: Qui est, comme KI à DG, ainsi FE à DH.

*Conclusion.* Les sinus doncques de deux arcs, sont alternement proportionnels avec les secantes de leurs arcs de complement: ce qu'il falloit demonstrer.

### Consequence.

Il est notoire que les sinus des deux arcs de complement, sont aussi alternement proportionnels avec les secantes de leur posé, car prennant KI & FE, pour sinus de l'arc de complement IC & EC, nous disons qu'iceux mesmes sont alternement proportionnels avec les secantes DH, DG, de leurs posez BI, BE: Qui est, comme KI à DG, ainsi FE à DH: ce que nous avons demonstré ci dessus.

---

## SECONDE PARTIE DES THEOREMES, DESQVELS EST COLLIGEE LA FORME DE L'OPERATION DES PROBLEMES DE LA TROISIESME PARTIE.

### Theoreme. XXIII. Proposition.

*Estant un triangle spherique rectangle: Comme le sinus de l'angle droit, au sinus de l'hypothenuse; Ainsi le sinus de l'angle oblique, au sinus de son costé opposite.*

Les deux costez de l'angle droit requerant ici distinction, nous en rencontrons de trois diverses façons, à sçavoir chacun plus petit que le quart d'un cercle, ou chacun plus grand, ou l'un plus petit l'autre plus grand, dont nous descrirons trois divers exemples.

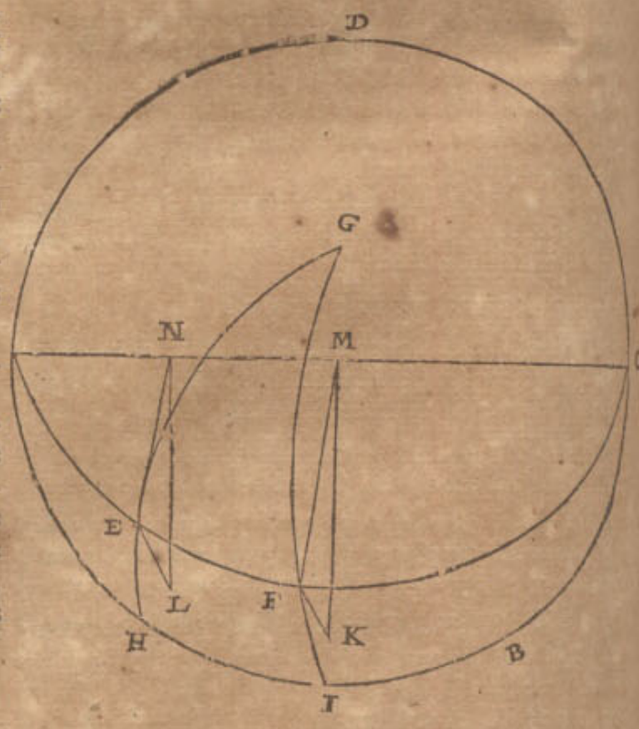
### Notez.

D'autant que quelqu'un pourroit demãder, pourquoi on parle seulement ici de deux costez, chacun plus petit que le quart d'un cercle, ou chacun plus grand, ou l'un plus petit, l'autre plus grand, sans faire mention des costez d'un quart de cercle, nous en declarerons les raisons: Il faut sçavoir qu'au triangle avec un ou deux costez, chacun d'un quart de cercle, ne faut point de recherche des termes incognus, car les angles opposites des quarts de cercles, sont tousiours droits: Apres, le troisiesme costé & troisiesme angle sont tousjours d'une mesme quantité de degrez, tellement qu'il n'est pas besoing pour l'invention d'iceux d'en descrire de reigles, ny aussi du triangle avec trois costez chacun d'un quart de cercle, dont les trois angles sont tousjours droits.

L'admonition ci faite sur ceste proposition, s'entendra generalement sur toutes les propositions suivantes, là où le semblable advient, & cela non seulement des triangles avec deux ou trois costez, chacun d'un quart de cercle, mais aussi des triangles avec deux ou trois rectangles, car ils sont de la mesme susdite qualité.

### 1 *Exemple avec deux costez d'un angle droit, chacun plus petit que le quart d'un cercle.*

*Le donné.* Soit ABCD cercle majeur d'une sphere, sur laquelle soit encores tiré un autre cercle majeur AEFC, & la commune section de ces deux cercles soit l'axe




AC: Apres soit G pole du cercle ABCD, duquel pole est tiré l'arc GH jusques au cercle ABCD, coupant le cercle AEFC en E: Ce qui estant ainsi, nous avons un triangle rectangle EHA, avec deux costez EH, HA, qui comprennent l'angle droit EHA, chacun plus petit que le quart d'un cercle.

*Le requis.* Il faut demonstrer, que comme le sinus de l'angle droit EHA, au sinus de l'hypothenuse AE, ainsi le sinus

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

le ſinus de l'angle oblique E A H, au ſinus de ſon coſté oppoſite E H.

*Preparation.* Soit marqué le poinct I, ainſi que A I eſt le quart d'un cercle : Puis l'arc G I, lequel coupant le cercle A E F C en F, il faut que A F ſoit auſſi le quart d'un cercle : Soient tirées maintenant les deux lignes droites F K, E L, à angle droit ſur le plan du cercle A B C D, à ſçavoir F K comme ſinus de l'arc F I, qui eſt de l'angle F A I ou E A H : Et E L comme ſinus de l'arc E H, qui eſt coſté oppoſite de l'angle E A H: Puis apres au plan du cercle A E F C, les deux lignes droites F M, E N, toutes deux à angle droit ſur l'axe A C, à ſçavoir F M comme ſinus de l'arc A F, qui eſt de l'angle droit, & E N comme ſinus de l'arc A E eſtant l'hypothenuſe : Soient auſſi tirées les deux lignes droites K M, L M: Or donc E M, E N, F K, E L, ſignifians ainſi par ordre les quatre termes de ceſte propoſition, à ſçavoir les quatre ſinus du triangle E H A : Comme F M ſinus de l'angle droit, E N ſinus de l'hypothenuſe, F K ſinus de l'angle oblique, & E L ſinus de ſon coſté oppoſite, nous demonſtrerons (pour plus amplement declarer le ſuſdit requis) que comme F M à E N, ainſi F K à E L.

DEMONSTRATION.

Veu que F K, E L, ſont toutes deux paralleles ſur le plan du cercle A B C D, par la preparation, les trois triangles F K M, E L N, ſont tous deux à angle droit ſur le plan du meſme cercle A B C D, & leurs baſes K M, L M, ſont pourtant auſſi paralleles, & l'angle E N L egal à l'angle F M K: Apres, les angles E L N, F K M, ſont tous deux droits, par lequel auſſi leurs troiſieſmes angles E, F, ſont egaux & conſequemment s'enſuit qu'il faut que ce ſoient triangles ſemblables, dont les coſtez homologues ſont proportionnels, qui eſt, comme F M à E N, ainſi F K à E L, leſquels eſtant par ordre les ſinus des quatre termes mentionnez en la propoſition, comme il eſt plus amplement declaré en la preparation, il appert que comme le ſinus de l'angle droit F M, au ſinus de l'hypothenuſe E N, ainſi E K ſinus de l'angle oblique, à E L ſinus de ſon coſté oppoſite.

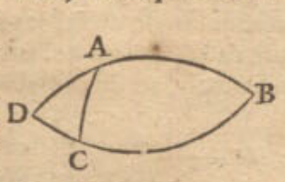
### 2 *Exemple avec deux coſtez d'un angle droit, chacun plus grand que le quart d'un cercle.*

*Le donné.* Soit A B C un triangle ſpherique dont l'angle B eſt droit, & les deux coſtez comprenant icelui, comme A B, C B, ſont chacun plus grand que le quart d'un cercle. *Le requis.* Il faut demonſtrer que comme le ſinus de l'angle droit, au ſinus de l'hypothenuſe A C, ainſi le ſinus de l'angle oblique A C B, au ſinus de ſon coſté oppoſite A B.

*Preparation.* Soient prolongez B A, B C, juſques à ce qu'ils ſe rencontrent, ce qui ſoit en D.

DEMONSTRATION.

D A B & D C B ſont chacun un demicercle, & l'angle D eſt egal à l'angle B, par la 3 conſequence de la 1 propoſition, mais l'angle B eſt droit, parquoi l'angle D eſt droit auſſi: Apres, veu que A B, B C, ſont chacun plus grand que le quart d'un cercle, il faut que A D, C D, ſoient chacun plus petit : Tellement que nous avons un triangle rectangle A D C, dont l'angle D eſt droit, avec deux coſtez d'angle droit A D, D C, qui ſont chacun plus petit : parquoi par le 1 exemple de ceſte propoſition,




Comme le ſinus de l'angle droit D,
Au ſinus de l'hypothenuſe A C;
Ainſi le ſinus de l'angle oblique A C D,
Au ſinus de ſon coſté oppoſite A D.

Mais le ſinus de D, eſt auſſi ſinus de B, puis qu'ils ſont tous deux droits, par la 3 conſequence de la 1 propoſition : Et le ſinus de l'angle A C D, eſt auſſi ſinus de l'angle A C B, par la 5 conſequence de la 1 propoſition: Et le ſinus de A D, eſt auſſi ſinus de A B, par la 2 definition de la fabrique des ſinus ; parquoi,

Comme le ſinus de l'angle droit B,
Au ſinus de l'hypothenuſe A C;
Ainſi le ſinus de l'angle oblique A C B,
Au ſinus de ſon coſté oppoſite A B.

### 3 *Exemple avec deux coſtez d'un angle droit, l'un plus petit, l'autre plus grand que le quart d'un cercle.*

*Le donné.* Soit A B C du deuxieſme exemple un triangle ſpherique, dont l'angle C eſt droit, & l'un des deux coſtez de l'angle droit comme A C, ſoit plus petit que le quart d'un cercle, l'autre, à ſçavoir C B plus grand.

*Le requis.* Il faut demonſtrer, que comme le ſinus de l'angle droit A C B, au ſinus de l'hypothenuſe A B: Ainſi le ſinus de l'angle oblique B, au ſinus de ſon coſté oppoſite A C.

*Preparation.* Soient B A, B C prolongez juſques à ce qu'ils ſe rencontrent, ce qui ſoit en D.

DEMONSTRATION.

D A B & D C B ſont chacun un demicercle par la 3 conſequence de la 1 propoſition : Et veu que l'un des coſtez de l'angle droit A C, eſt plus petit que le quart d'un cercle, l'autre, à ſçavoir B C plus grand, il faut que l'hypothenuſe A B ſoit plus grande, par la 3 propoſition: parquoi A B, B C, eſtant chacun plus grand, il faut que A D, C D, ſoient chacun plus petit : Et l'angle A C B eſtant droit, il faut que l'angle A C D ſoit auſſi droit par la 5 conſequence de la 1 propoſition: Tellement que nous avons ici un triangle rectangle A C D, dont l'angle C eſt droit, & les deux comprenant icelui, chacun plus petit que le quart d'un cercle: parquoi par le 1 exemple,

Comme le ſinus de l'angle A C D,
Au ſinus de l'hypothenuſe A D;
Ainſi le ſinus de l'angle oblique D,
Au ſinus de ſon coſté oppoſite A C.

Mais le ſinus de A C D, eſt auſſi ſinus de l'angle A C B, puis qu'ils ſont tous deux droits, par la 5 conſequence de la 1 propoſition : Et le ſinus de l'hypothenuſe A D, eſt auſſi ſinus de A B, par la 2 definition de la fabrique des ſinus : Et le ſinus de D eſt auſſi ſinus de B, par la 3 conſequence de la 1 propoſition : parquoi,

Comme le ſinus de l'angle droit A C B,
Au ſinus de l'hypothenuſe A B;
Ainſi le ſinus de l'angle oblique B,
Au ſinus de ſon coſté oppoſite A C.

*Concluſion.* Eſtant doncques un triangle ſpherique rectangle: Comme le ſinus de l'angle droit, au ſinus de l'hypothenuſe, ainſi le ſinus de l'angle oblique, au ſinus de ſon coſté oppoſite: ce qu'il falloit demonſtrer.

## THEOREME. XXIV. PROPOSITION.

*COmme le ſinus du coſté dextre du triangle ſpherique, au ſinus du coſté ſeneſtre; ainſi le ſinus de l'angle ſeneſtre, au ſinus de l'angle dextre.*

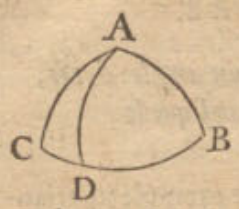


Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

La perpendiculaire de l'angle juſques à ſon coſté oppoſite, tombe ou dedans le triangle, ou dehors, ou en un coſté : Si elle tombe en un coſté, le triangle eſt droit, dequoi le contenu de ceſte propoſition eſt notoire par raiſon alterne de la 23 propoſition; mais tombant dedans ou dehors, de cela nous mettrõs deux exemples.

### 1 *Exemple où la perpendiculaire tombe dedans le triangle.*

*Le donné.* Soit A B C un triangle ſpherique, comme il advient, je prens ſans aucun angle droit, dont le coſté dextre ſoit A B, coſté ſeneſtre A C, angle ſeneſtre C, angle dextre B.




*Le requis.* Il faut demonſtrer, que comme le ſinus du coſté dextre A B, au ſinus du coſté ſeneſtre A C, ainſi le ſinus de l'angle ſeneſtre C, au ſinus de l'angle dextre B.

*Preparation.* Soit tiré l'arc A D tombant, je prens dedans le triangle A B C, à angle droit ſur C B, qui eſt, partiſſant le meſme triangle en deux triangles rectangles A D B, A D C.

DEMONSTRATION.

Veu que l'angle D du triangle A D B eſt droit, je dis par raiſon alterne de la 23 propoſition:

Comme le ſinus de l'hypothenuſe A B,
Au ſinus de A D;
Ainſi le ſinus de l'angle droit A D B,
Au ſinus de l'angle oppoſite de A D, qui eſt de l'angle B.

Apres, puis que l'angle D du triangle A D C eſt auſſi droit, je dis par raiſon alterne de la 23 propoſition, que

Comme le ſinus de l'hypothenuſe A C,
Au ſinus de A D;
Ainſi le ſinus de l'angle droit A D C,
Au ſinus de l'angle oppoſite de A D, qui eſt l'angle C.

Nous avons doncques ici deux proportions de ſinus de ces termes:

A B, A D, D, B,
A C, A D, D, C.

Ce qui eſtant ainſi, le rectangle comprins entre les ſinus de AD & D, eſt egal au rectangle comprins ſous les ſinus de AB & B, auſſi ſous les ſinus de AC & C, parquoi l'angle droit comprins ſous les ſinus de AB & B, eſt egal à l'angle droit comprins ſous les ſinus de AC & C, & leurs coſtez ſont alternement proportionnels, qui eſt,

Comme le ſinus de A B,
Au ſinus de A C;
Ainſi le ſinus de C,
Au ſinus de B.

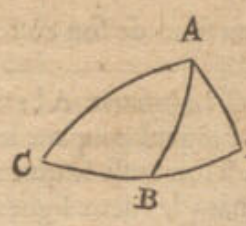
Qui eſt:

Comme le ſinus du coſté dextre A B,
Au ſinus du coſté ſeneſtre A C;
Ainſi le ſinus de l'angle ſeneſtre C,
Au ſinus de l'angle dextre B.

### 2 *Exemple où la perpendiculaire tombe hors du triangle.*

*Le donné.* Soit A B C un triangle ſpherique comme il advient, je prens ſans aucun angle droit, dont le coſté dextre ſoit A B, le coſté ſeneſtre A C, l'angle ſeneſtre C, & l'angle dextre B.

*Le requis.* Il faut demonſtrer que comme le ſinus du coſté dextre A B, au ſinus du coſté ſeneſtre A C, ainſi le ſinus de l'angle ſeneſtre C, au ſinus de l'angle dextre B.




*Preparation.* Soit tiré l'arc A D tombant hors du triangle A B C, à angle droit ſur la prolongée C B, cauſant deux triangles rectangles A C D, A B D.

DEMONSTRATION.

Puis que l'angle D du triangle A D C eſt droit, je dis par raiſon alterne de la 23 propoſition, que

Comme le ſinus de l'hypothenuſe A C,
Au ſinus de A D;
Ainſi le ſinus de l'angle droit D,
Au ſinus de l'angle oppoſite de A D, qui eſt de l'angle C.

Puis apres veu que l'angle D du triangle A D B eſt droit, je dis par raiſon alterne de la 23 propoſition, que

Comme le ſinus de l'hypothenuſe A B,
Au ſinus de A D;
Ainſi le ſinus de l'angle droit D,
Au ſinus de l'angle oppoſite de A D, qui eſt de l'angle B.

Nous avons doncques ici deux proportions de ſinus de ceſte qualité:

A C, A D, D, C,
A B, A D, D, B.

Par lequel procedé, comme il a eſté fait au 1 exemple, on conclud finalement, que

Comme le ſinus du coſté de l'angle droit A B,
Au ſinus du coſté ſeneſtre A C;
Ainſi le ſinus de l'angle ſeneſtre C,
Au ſinus de l'angle dextre B.

*Concluſion.* Doncques comme le ſinus du coſté dextre du triangle ſpherique, au ſinus du coſté ſeneſtre: Ainſi le ſinus de l'angle ſeneſtre, au ſinus de l'angle dextre: ce qu'il falloit demonſtrer.

## THEOREME. XXV. PROPOSITION.

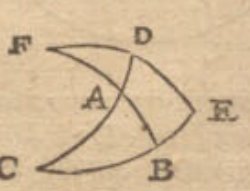
*ESTant un triangle ſpherique rectangle: Comme le ſinus de l'angle droit, au ſinus de l'arc de complement d'un coſté de l'angle droit, ainſi le ſinus de l'arc de complement de l'autre coſté de l'angle droit, au ſinus de l'arc de complement de l'hypothenuſe.*

Les deux coſtez de l'angle droit ſont chacun plus petit que le quart d'un cercle, ou chacun plus grand, ou l'un plus petit, l'autre plus grand, dequoi nous deſcrirons trois divers exemples.

### 1 *Exemple avec deux coſtez de l'angle droit, chacun plus petit que le quart d'un cercle.*

*Le donné.* Soit A B C un triangle ſpherique, dont l'angle B eſt droit, & les deux coſtez de l'angle comme A B, B C, chacun plus petit que le quart d'un cercle.

*Le requis.* Il faut demonſtrer, que comme le ſinus de l'angle droit, au ſinus de l'arc de complement d'un coſté de l'angle droit, je prens de C B, ainſi le ſinus de l'arc de cõplement de l'autre coſté de l'angle droit A B, au ſinus de l'arc de complement de l'hypothenuſe A C.




*Preparation.* Veu que les deux coſtez de l'angle droit A B, B C, ſont chacun plus petit que le quart d'un cercle, il faut que l'hypothenuſe A C ſoit auſſi plus petite par la 3 propoſition : parquoi ſoit prolongé auſſi bien C A que B A, & C B, juſques à ce qu'ils faſſent

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

faſſent chacun le quart d'un cercle, ce qui ſoit C A juſques à D, C B juſques à E, & B A juſques à F, puis apres ſoit prolongé de E par deſſus D un arc juſques à ce qu'il faſſe auſſi le quart d'un cercle, qui tombera neceſſairement de E juſques à F, par la 4 conſequence de la 1 propoſition.

DEMONSTRATION.

Veu que l'angle F B C eſt droit, & que F E fait le quart d'un cercle auſſi bien que F B, il faut que l'angle F E C ſoit auſſi droit par la 2 conſequence de la 1 propoſition. Apres, puis que C E fait le quart d'un cercle, & que l'arc C D eſt tiré ſur E F, il faut que le meſme, par la precedente conſequence, ſoit à angle droit ſur icelui E F, & conſequemment que l'angle C D F ſoit droit: parquoi par la 23 propoſition,

Comme le ſinus de l'angle droit A D F,
Au ſinus de l'hypothenuſe A F;
Ainſi le ſinus de l'angle oblique F,
Au ſinus de ſon coſte oppoſite A D.

Mais le ſinus de B E, eſt ſinus de l'angle F par la 2 definition: parquoi

Comme le ſinus de l'angle droit A D F,
Au ſinus de l'hypothenuſe A F;
Ainſi le ſinus de B E,
Au ſinus de A D.

Mais A F eſt arc de complement de A B, & B E arc de complement de C B, & A D arc de complement de A C: parquoi

Comme le ſinus de l'angle droit,
Au ſinus de l'arc de complement A B;
Ainſi le ſinus de l'arc de complement de C D,
Au ſinus de l'arc de complement de A C.

Et par alterne raiſon,

Comme le ſinus de l'angle droit,
Au ſinus de l'arc de complement du coſté de l'angle droit C B;
Ainſi le ſinus de l'arc de complement de l'autre coſté de l'angle droit A B,
Au ſinus de l'arc de complement de l'hypothenuſe A C.

### 2 *Exemple avec deux coſtez de l'angle droit, chacun plus grand que le quart d'un cercle.*

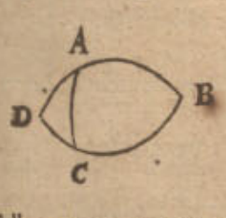
*Le donné.* Soit A B C un triangle ſpherique, dont l'angle B eſt droit, & les deux coſtez de l'angle droit A B, C B, chacun plus grand que le quart d'un cercle.

*Le requis.* Il faut demonſtrer, que comme le ſinus de l'angle droit, au ſinus de l'arc de complement d'un coſté de l'angle droit, je prens de C B, ainſi le ſinus de l'arc de complemẽt de l'autre coſté de l'angle droit A B, au ſinus de l'arc de complement de l'hypothenuſe A C.

*Preparation.* Soient prolongez B A, B C, juſques à ce qu'ils ſe rencontrent, ce qui ſoit en D.

DEMONSTRATION.

D A B & D C B ſont chacun un demicercle, l'angle deſquels D eſt egal à l'angle B, par la 3 conſequence de la 1 propoſition: Mais B eſt un angle droit, D doncques eſt auſſi droit. Apres, veu que A B, B C, ſont chacun plus grand que le quart d'un cercle, il faut que A D, C D, ſoient chacun plus petit: Tellement que nous avons un triangle rectangle A D C, dont l'angle D eſt droit, avec deux coſtez de l'angle droit qui ſont chacun plus petit: parquoi par le 1 exemple de ceſte propoſition,




Comme le ſinus de l'angle droit,
Au ſinus de l'arc de complement de C D;
Ainſi le ſinus de l'arc de complement de A D,
Au ſinus de l'arc de complement de A C.

Mais les ſinus de l'arc de complement de C D & A D, ſont auſſi ſinus des arcs de complement de C B & A B, par la 2 definition de la fabrique des ſinus: parquoi

Comme le ſinus de l'angle droit,
Au ſinus de l'arc de complement du coſté de l'angle droit C B;
Ainſi le ſinus de l'arc de complement de l'autre coſté de l'angle droit A B,
Au ſinus de l'arc de complement de l'hypothenuſe A C.

### 3. *Exemple avec deux coſtez de l'angle droit, l'un plus petit, l'autre plus grand que le quart d'un cercle.*

*Le donné.* Soit A B C du 2 exemple un triangle ſpherique, dont l'angle C eſt droit, & l'un des coſtez de l'angle droit, comme A C, ſoit plus petit que le quart d'un cercle, & l'autre, à ſçavoir C B, plus grand.

*Le requis.* Il faut demonſtrer, que comme le ſinus de l'angle droit, au ſinus de l'arc de complement d'un coſté de l'angle droit, je prens C B, ainſi le ſinus de l'arc de complement de l'autre coſté de l'angle droit A C, au ſinus de l'arc de complement de l'hypothenuſe A B.

*Preparation* Soient prolongez B A, B C, tous deux juſques à ce qu'ils ſe rencontrent, ce qui ſoit en D.

DEMONSTRATION.

D A B & D C B, ſont chacun un demicercle par la 3 conſequence de la 1 propoſition: Et veu qu'un des deux coſtez de l'angle droit A C eſt plus petit que le quart d'un cercle, l'autre, à ſçavoir B C plus grand, il faut que l'hypothenuſe A B ſoit plus grande par la 3 propoſition; parquoi A B, B C, eſtant chacun plus grand, il faut que A D, C D, ſoient chacun plus petit: Et l'angle A C B eſtant droit, il faut que l'angle A C D ſoit droit auſſi par la 5 conſequence de la 1 propoſition: Tellement que nous avons ici un triangle rectangle A C D, dont l'angle C eſt droit, & les deux coſtez comprenant icelui, chacun plus petit que le quart d'un cercle: parquoi par le 1 exemple,

Comme le ſinus de l'angle droit,
Au ſinus de l'arc de complement de C D;
Ainſi le ſinus de l'arc de complement de A C,
Au ſinus de l'arc de complement de A D.

Mais les ſinus de l'arc de complement de C D & A D, ſont auſſi ſinus de l'arc de complement de C B & A B, par la 2 definition de la fabrique des ſinus: parquoi

Comme le ſinus de l'angle droit,
Au ſinus de l'arc de complement du coſté de l'angle droit C B;
Ainſi le ſinus de l'arc de complement de l'autre coſté de l'angle droit A C.
Au ſinus de l'arc de complement de l'hypothenuſe A B.

*Concluſion.* Eſtant doncques un triangle ſpherique rectangle: Comme le ſinus de l'angle droit, au ſinus de l'arc de complement d'un coſté de l'angle droit: Ainſi le ſinus de l'arc de complement de l'autre coſté de l'angle droit, au ſinus de l'arc de complement de l'hypothenuſe: ce qu'il falloit demonſtrer.



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

THEOREME. XXVI. PROPOSITION.

*ESTant un triangle spherique rectangle : Comme le sinus d'un angle oblique, au sinus de l'angle droit : Ainsi le sinus de l'angle de complement de l'autre angle oblique, au sinus de l'arc de complement de son costé opposite.*

Veu que les deux angles obliques sont tous deux aigus, ou obtus, ou l'un aigu, l'autre obtus, nous en mettrons trois divers exemples.

1. *Exemple avec deux angles aigus.*

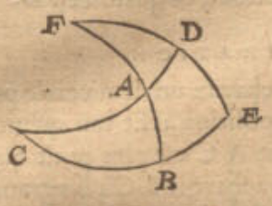
*Le donné.* Soit A B C un triangle spherique, dont l'angle A B C soit droit, les deux autres aigus.

*Le requis.* Il faut demonstrer, que comme le sinus de l'angle oblique C A B, au sinus de l'angle droit, ainsi le sinus de l'arc de complement de l'autre angle oblique C., au sinus de l'arc de complement de son costé opposite A B.

*Preparation.* Veu que les angles C A B & C sont aigus, il faut que leurs costez opposites C B, A B soient chacun plus petit que le quart d'un cercle par la consequence de la 2 proposition, & veu que l'angle A B C est droit, il faut que son costé opposite A C soit aussi plus petit par la 3 proposition ; parquoi je produis C A jusques à D, & C B jusques à E, & B A jusques à F, tellement que C D, C E, B F, font chacun le quart d'un cercle : Apres je descris sur le pole C, l'arc de E par D, jusques à ce qu'il rencontre B A prolongé.

DEMONSTRATION.

Veu que l'angle A B C est droit, il faut que F B & F E soient à angle droit sur C E, pource que C D, C E, font chacun le quart d'un cercle, & faut que l'angle F D C ou F D A soit droit par la 2 consequence de la 1 proposition: Ce qui estant ainsi, je dis par raison alterne inverse de la 23 proposition,




Comme le sinus de l'angle oblique F A D,
Au sinus de l'angle droit F D A,
Ainsi le sinus du costé opposite de l'angle oblique F D,
Au sinus de l'hypothenuse F A.

Mais l'angle C A B, est egal à l'angle F A D par la 6 consequence de la 1 proposition, & l'angle A B C estant droit par le donné, est egal à l'angle droit F D A, & F D est arc de complement, & aussi comme angle de complement de l'angle C, & F A arc de complement de A B : parquoi

Comme le sinus de l'angle oblique C A B,
Au sinus de l'angle droit,
Ainsi le sinus de l'angle de complement de l'autre angle oblique C,
Au sinus de l'arc de complement de son costé opposite A B.

2. *Exemple avec deux angles obtus.*

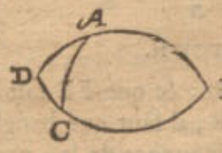
*Le donné.* Soit A B C un triangle spherique, dont l'angle B est droit, & les autres deux obtus.

*Le requis.* Il faut demonstrer que comme le sinus de l'angle oblique C A B, au sinus de l'angle B, ainsi le sinus de l'arc de complement de l'autre angle oblique A C B, au sinus de l'arc de complement de son costé opposite A B.

*Preparation.* Soient prolongez B A, B C, jusques à ce qu'ils se rencontrent, ce qui soit en D.

DEMONSTRATION.

D B A & D C B font chacun un demicercle, parquoi l'angle D est egal à l'angle B par la 3 consequence de la 1 proposition, mais l'angle B est droit, pourtant l'angle D est aussi droit. Apres, veu que les deux angles B A C, B C A, sont obtus, il faut que les deux angles D A C, D C A, soient aigus par la 5 consequence de la 1 proposition: Tellement que nous avons un triangle rectangle A D C, dont l'angle D est droit, avec deux angles aigus D A C, D C A : parquoi par le 1 exemple de ceste proposition,




Comme le sinus de l'angle oblique C A D,
Au sinus de l'angle droit D ;
Ainsi le sinus de l'angle de complement de l'autre angle oblique A C D,
Au sinus de l'arc de complement de son costé opposite A D.

Mais le sinus de l'angle C A D, est aussi sinus de l'angle C A B, par la 5 consequence de la 1 proposition : Et le sinus de l'angle D, est aussi sinus de l'angle B par la 3 consequence de la 1 proposition : Et le sinus de l'angle de complement de l'angle A C D, est aussi sinus de l'angle de complement de l'angle A C B par la mesme 3 consequence : Et le sinus de l'arc de complement de A D, est aussi sinus de l'arc de complement de A B par la 2 definition de la fabrique des sinus : parquoi

Comme le sinus de l'angle oblique C A B,
Au sinus de l'angle droit B ;
Ainsi le sinus de l'angle de complement de l'autre angle oblique A C B,
Au sinus de l'arc de complement de son costé opposite A B.

3. *Exemple avec un angle aigu, & un angle obtus.*

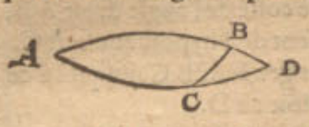
*Le donné.* Soit A B C un triangle spherique, dont le costé B est droit, C A B aigu, & A C B obtus.

*Le requis.* Il faut demonstrer, que comme le sinus de l'angle oblique A, au sinus de l'angle droit A B C, ainsi le sinus de l'angle de complement de l'autre angle oblique A B C, au sinus de l'arc de complement de son costé opposite A B.

*Preparation.* Soient prolongez A B, A C, jusques à ce qu'ils se rencontrent, ce qui soit en D.

DEMONSTRATION.

A B D, A C D, font chacun un demicercle, par lequel l'angle D est egal à l'angle A, mais A est aigu, D doncques est aussi aigu : Apres, veu que l'angle B C A est obtus, il faut que l'angle B C D soit aigu, & A B C estant droit, C B D est droit aussi par la 5 consequence de la 1 proposition : Tellement que nous avons un triangle rectangle B C D, dont l'angle C B D est droit, avec deux angles aigus D, B C D : parquoi par le 1 exemple de ce livre,




Comme le sinus de l'angle oblique D,
Au sinus de l'angle droit C B D ;
Ainsi le sinus de l'angle de complement de l'autre angle oblique B C D,
Au sinus de l'arc de complement de son costé opposite B D.

Mais le sinus de l'angle D, est aussi sinus de l'angle A, pource qu'ils sont egaux, par la 3 cõsequence de la 1 proposition: Et le sinus de l'angle droit C B D, est aussi sinus de

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

de l'angle droit ABC: Et le sinus de l'angle BCD, est aussi sinus de l'angle ACB, par la meſme 3 conſequence: Et le sinus de BD, est aussi sinus de AB, par la 2 definition de la fabrique des sinus: parquoi,

Comme le sinus de l'angle oblique A,
Au sinus de l'angle droit ABC;
Ainsi le sinus de l'angle de complement de l'autre angle oblique ACB,
Au sinus de l'arc de complement de son costé oppoſite AB.

*Concluſion.* Estant doncques un triangle spherique rectangle: Comme le sinus d'un angle oblique, au sinus de l'angle droit, ainsi le sinus de l'arc de complement de l'autre angle oblique, au sinus de l'arc de complement de son costé oppoſite: ce qu'il falloit demonstrer.

## THEOREME. XXVII. PROPOSITION.

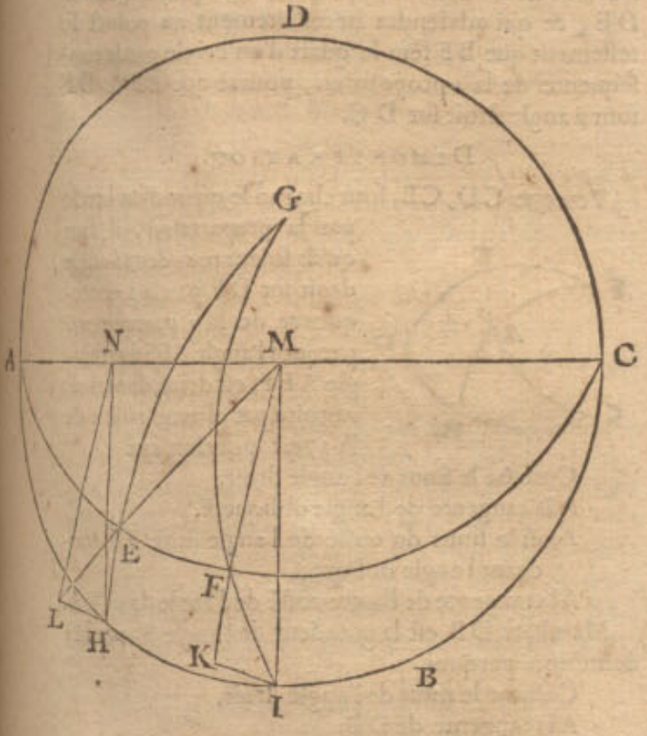
*ESTant un triangle spherique rectangle: Comme le sinus de l'angle droit, au sinus d'un costé de l'angle droit: Ainsi la tangente de l'angle oblique touchant le costé de l'angle droit, à la tangente de l'autre costé de l'angle droit.*

Veu que les deux costez de l'angle droit sont ou chacun plus petit que le quart d'un cercle, ou chacun plus grand, ou l'un plus petit & l'autre plus grand, nous en mettrons trois divers exemples.

### 1 *Exemple avec deux costez de l'angle droit, chacun plus petit que le quart d'un cercle.*

*Le donné.* Soit ABCD le cercle majeur d'une sphere, sur lequel est encores tiré un autre cercle majeur AEFC, & la commune section de ces deux cercles soit l'axe AC: Apres, G soit pole du cercle ABCD, duquel pole est tiré l'arc GH jusques au cercle ABCD, coupant le cercle AEFC en E: Ce qui estant ainsi, nous avons un triangle EHA, avec deux costez de l'angle droit chacun plus petit que le quart d'un cercle, & les autres deux angles EAH, AEH, sont obliques.

*Le requis.* Il faut demonstrer que comme le sinus de




l'angle droit, au sinus d'un costé de l'angle droit AH, ainsi la tangente de l'angle oblique EAH, touchant le costé AH de l'angle droit, à la tangente de l'autre costé de l'angle droit EH.

*Preparation.* Soit marqué le poinct I, tellement que AI soit le quart d'un cercle, & soit tiré l'arc GI, lequel coupant le cercle AFC en F, il faut que AF soit aussi le quart d'un cercle. Soient tirées maintenant les deux lignes infinies IK, HL, à angle droit sur le plan du cercle ABCD, puis apres la ligne MF du centre M au plan du cercle AFC, laquelle prolongée rencontre l'infinie IK en K, tellement que IK est tangente de l'arc IF, ou de l'angle EAH: Semblablement soit marquée au meſme plan du cercle AEFC, la ligne droite ME, & prolongée jusques à ce qu'elle rencontre l'infinie HL, ce qui soit en L: Tellement que HL est tangente de l'arc HE: Apres soit tiré HN à angle droit sur AC, comme sinus de l'arc HA, puis apres la ligne LN, & MI comme sinus de l'angle droit. Or donc MI, NH, IK, LH, denotant ainsi par ordre les quatre termes du triangle EHA, à sçavoir MI sinus de l'angle droit; NH sinus d'un costé de l'angle droit AH, & IK tangente de l'angle oblique EAH, touchant le costé AH de l'angle droit, apres LH tangente de l'autre costé de l'angle droit EH, nous demonstrerons (pour plus ample declaration du susdit requis) que comme MI à NH, ainsi IK à LH.

### DEMONSTRATION.

Le poinct L est au plan du cercle AEFC infiniment prolongé par la preparation, parquoi la ligne NL est au meſme plan du cercle AEFC, apres HN, IM, sont paralleles, comme aussi LH, KI, estant tous deux à angle droit sur un meſme plan ABCD, parquoi les troiſieſmes costez LN, KM, comme estant en un meſme plan, sont aussi paralleles, pourtant les triangles LHN, KIM, sont semblables, dont s'ensuit que leurs costez homologues sont proportionnels, qui est,

Comme MI à NH, ainsi IK à LH.

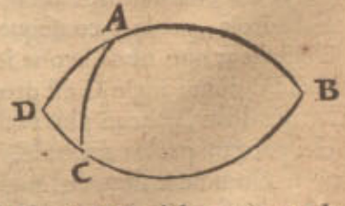
Mais il est notoire par la preparation, que MI est sinus de l'angle droit, NH sinus d'un costé de l'angle droit AH, & IK tangente de l'angle oblique EAH, touchant le costé de l'angle droit AH: apres, LH tangente de l'autre costé de l'angle droit EH: parquoi

Comme MI sinus de l'angle droit,
A NH sinus d'un costé de l'angle droit AH;
Ainsi IK tangente de l'angle oblique EAH touchant le costé de l'angle droit AH,
A LH tangẽte de l'autre costé de l'angle droit EH.

### 2 *Exemple avec deux costez de l'angle droit, chacun plus grand que le quart d'un cercle.*

*Le donné.* Soit ABC un triangle spherique, dont l'angle B est droit, & les deux costez de l'angle droit AB, BC, sont chacun plus grand que le quart d'un cercle, & les autres deux angles sont obliques.

*Le requis.* Il faut demonstrer, que cõme le sinus de l'angle droit, au sinus d'un costé de l'angle droit CB, ainsi la tangente de l'angle oblique ACB touchant le costé de l'angle droit BC, à la tangente de l'autre costé de l'angle droit AB.




*Preparation.* Soient prolongez AB, BC, jusques à ce qu'ils se rencontrent, ce qui soit en D.

### DEMONSTRATION.

DAB, DCB, sont chacun un demicercle, & l'angle D est egal à l'angle B, par la 3 conſequence de la



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

1 proposition: Mais l'angle B est droit, parquoi l'angle D est aussi droit: Et veu que AB, BC, sont chacun plus grand que le quart d'un cercle, il faut que AD, CD, soient chacun plus petit, & l'angle ACB estant oblique, il faut que ACD le soit aussi par la 5 consequence de la 1 proposition: Tellement que nous avons un triangle rectangle ADC, dont le costé D est droit, avec deux costez de l'angle droit AD, DC, chacun plus petit que le quart d'un cercle, & l'angle ACD oblique: parquoi par le premier exemple de ceste proposition,

Comme le sinus de l'angle droit,
Au sinus d'un costé de l'angle droit DC;
Ainsi la tangente de l'angle oblique AC touchant le costé de l'angle droit DC,
A la tangente de l'autre costé de l'angle droit AD.

Mais le sinus de DC, est aussi sinus de CB, par la 2 definition de la fabrique des sinus: Et la tangente de l'angle oblique ACD, est aussi tangente de l'angle oblique ACB, par la 5 consequence de la 1 proposition: Et la tangente de AD, est aussi tangente de AB, par la 2 definition de la fabrique des sinus: parquoi,

Comme le sinus de l'angle droit,
Au sinus d'un costé de l'angle droit BC;
Ainsi la tangente de l'angle oblique ACB touchant le costé de l'angle droit BC,
A la tangente de l'autre costé de l'angle droit AB.

### 3 *Exemple avec deux costez de l'angle droit, l'un plus petit, l'autre plus grand que le quart d'un cercle.*

*Le donné.* Soit ABC du 2 exemple un triangle spherique, dont l'angle C est droit, & l'un des deux costez de l'angle droit, comme AC, soit plus petit que le quart d'un cercle; l'autre, à sçavoir BC, plus grand, & les autres deux angles obliques.

*Le requis.* Il faut demonstrer que comme le sinus de l'angle droit, au sinus d'un costé de l'angle droit BC; Ainsi la tangente de l'angle oblique B touchant le costé de l'angle droit BC, à la tangente de l'autre costé de l'angle droit AC.

*Preparation.* Soient prolongez BA, BC, jusques à ce qu'ils se rencontrent, ce qui soit en D.

#### Demonstration.

DAB & DCB font chacun un demicercle, par la 3 consequence de la 1 proposition: Et veu que AC est plus petit BC plus grand, il faut que AB soit aussi plus grand, par la 3 proposition: Or donc puis que AB & BC sont chacun plus grand que le quart d'un cercle, il faut que AD, CD, soient chacun plus petit: Et l'angle ACB estant droit, il faut que l'angle ACD soit aussi droit, par la 5 consequence de la 1 proposition: Tellement que nous avons ici un triangle rectangle ACD, dont l'angle C est droit, & les deux costez de l'angle droit, chacun plus petit que le quart d'un cercle: parquoi par le 1 exemple,

Comme le sinus de l'angle droit,
Au sinus d'un costé de l'angle droit DC;
Ainsi la tangente de l'angle oblique touchant le costé de l'angle droit DC,
A la tangente de l'autre costé de l'angle droit AC.

Mais le sinus de DC, est aussi sinus de CB, par la definition de la fabrique des sinus: Et la tangente de l'angle oblique C, est aussi tangente de l'angle oblique B, par la 5 consequence du 1 exemple: parquoi

Comme le sinus de l'angle droit,
Au sinus d'un costé de l'angle droit CB;
Ainsi la tangente de l'angle oblique B touchant le costé de l'angle droit CB,
A la tangente de l'autre costé de l'angle droit AC.

*Conclusion.* Estant doncques un triangle spherique rectangle: Comme le sinus de l'angle droit, au sinus d'un costé de l'angle droit, ainsi la tangente de l'angle oblique touchant le costé de l'angle droit, à la tangente de l'autre costé de l'angle droit: ce qu'il falloit demonstrer.

### Theoreme. XXVIII. Proposition.

*Estant un triangle spherique rectangle: Comme le sinus de l'angle droit, à la tangente de l'hypothenuse, ainsi le sinus de l'angle de complement de l'angle oblique, à la tangente du costé de l'angle droit touchant icelui angle oblique.*

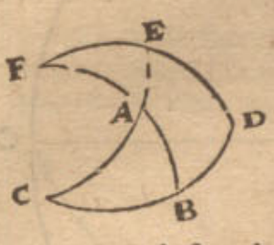
Veu que les deux costez de l'angle droit, sont chacun plus petit que le quart d'un cercle, ou chacun plus grand, ou l'un plus petit, l'autre plus grand, nous en mettrons trois divers exemples.

### 1 *Exemple avec deux costez de l'angle droit, chacun plus petit que le quart d'un cercle.*

*Le donné.* Soit ABC un triangle spherique dont l'angle B est droit, & les deux costez de l'angle droit AB, BC, chacun plus petit que le quart d'un cercle. *Le requis.* Il faut demonstrer que comme le sinus de l'angle droit, à la tangente de l'hypothenuse AC, ainsi le sinus de l'angle de complement de l'angle oblique C, à la tangente du costé de l'angle droit BC touchant icelui angle oblique. *Preparation.* Veu que AB, BC, sont chacun plus petit que le quart d'un cercle, il faut que AC soit aussi plus petit par la 3 proposition, parquoi les trois costez AB, BC, CA, sont chacun plus petit que le quart d'un cercle, pourtant soient prolongez jusques à ce qu'ils fassent chacun le quart d'un cercle. à sçavoir CB jusques à D, puis apres CA jusques à E, & finalement BA jusques à ce qu'il rencontre DE, ce qui adviendra necessairement au poinct F; tellement que BF fera le quart d'un cercle par la consequence de la 1 proposition, pource que BF & DF sont à angle droit sur DC.

#### Demonstration.

Veu que CD, CE, sont chacun le quart d'un cercle par la preparation, il faut qu'ils soient tous deux à angle droit sur DF par la 2 consequence de la 1 proposition, parquoi l'angle AEF du triangle AEF, est droit, dont il est notoire par alterne raison de la 27 proposition, que




Comme le sinus de l'angle droit,
A la tangente de l'angle oblique F;
Ainsi le sinus du costé de l'angle droit EF touchant l'angle oblique,
A la tangente de l'autre costé de l'angle droit EA.

Mais l'arc DB est la grandeur de l'angle F, par la 2 definition; parquoi

Comme le sinus de l'angle droit,
A la tangente de DB;
Ainsi le sinus de EF,
A la tangente de EA.

Mais BC est arc de complement de DB, & AC arc de complement de EA, desquels deux arcs BC, AC les

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

les deux tangentes estant alternement proportionnelles avec les tangentes de leurs posez D B & E A, par la 20 proposition, s'ensuit que la tangente de A C, est en telle raison à la tangente de B C, comme la tangente de D B, à la tangente de E A : parquoi

Comme le sinus de l'angle droit,
A la tangente de A C;
Ainsi le sinus de E F,
A la tangente de B C.

Mais E F est arc de complement de D E, qui est aussi angle de complement de l'angle C : parquoi

Comme le sinus de l'angle droit,
A la tangente de l'hypothenuse A C;
Ainsi le sinus de l'angle de complement de l'angle oblique C,
A la tangente du costé de l'angle droit B C touchant icelui angle oblique.

### 2. *Exemple avec deux costez de l'angle droit, chacun plus grand que le quart d'un cercle.*

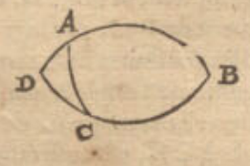
*Le donné.* Soit A B C un triangle spherique, dont l'angle B est droit, & les deux costez de l'angle droit A B, B C, chacun plus grand que le quart d'un cercle.

*Le requis.* Il faut demonstrer, que comme le sinus de l'angle droit, à la tangente de l'hypothenuse A C, ainsi le sinus de l'angle de complement de l'angle oblique A C B, à la tangente du costé de l'angle droit B C, touchant icelui angle oblique.

*Preparation.* Soient prolongez B A, B C, jusques à ce qu'ils se rencontrent, ce qui soit en D.

#### Demonstration.

B A D & B C D sont chacun un demicercle, & leur angle D, est egal à l'angle B, par la 3 consequence de la 1 proposition; mais B est un angle droit, D doncques est aussi un angle droit : Et veu que A B, B C, sont chacun plus grand que le quart d'un cercle, il faut que A D, C D, soient chacun plus petit, & estant l'angle A C B oblique, il faut que A C D le soit aussi, par la 5 consequence de la 1 proposition : Tellement que nous avons un triangle rectangle A D C, dont l'angle D est droit, A D, D C, chacun plus petit que le quart d'un cercle, & l'angle A C D oblique : parquoi par le 1 exemple de ceste proposition,




Comme le sinus de l'angle droit,
A la tangente de l'hypothenuse A C;
Ainsi le sinus de l'angle de complement de l'angle oblique A C D,
A la tangente du costé de l'angle droit D C touchant icelui angle oblique.

Mais le sinus de l'angle de complement de l'angle oblique A C D, est aussi sinus de l'angle de complement de l'angle oblique A C B, par la 5 consequence de la 1 proposition, & la tangente du costé de l'angle droit D C, est aussi tangente du costé de l'angle droit B C, par la 7 definition de la fabrique des tables des sinus : parquoi,

Comme le sinus de l'angle droit,
A la tangente de l'hypothenuse A C;
Ainsi le sinus de l'angle de complement de l'angle oblique A C B,
A la tangente du costé de l'angle droit B C touchant icelui angle oblique.

### 3. *Exemple avec deux costez de l'angle droit, l'un plus petit, l'autre plus grand que le quart d'un cercle.*

*Le donné.* Soit A B C du 2 exemple un triangle spherique, dont l'angle C est droit, & l'un des deux costez de l'angle droit, comme A C, soit plus petit que le quart d'un cercle, l'autre, à sçavoir B C, plus grand, & les autres deux angles obliques. *Le requis.* Il faut demonstrer que comme le sinus de l'angle droit, à la tangente de l'hypothenuse A B; Ainsi le sinus de l'angle de complement de l'angle oblique B, à la tangente du costé de l'angle droit B C touchant icelui angle oblique. *Preparation.* Soient B A, B C, prolongez jusques à ce qu'ils se rencontrent, ce qui soit en D.

#### Demonstration.

D A B & D C B sont chacun un demicercle, par la 5 consequence de la 1 proposition : Et veu que A C est plus petit & B C plus grand, il faut que A B soit aussi plus grand par la 3 proposition : Or donc puis que A B, B C, sont chacun plus grand que le quart d'un cercle; il faut que A D, C D, soient chacun plus petit : Et l'angle A C B estant droit, il faut que l'angle A C D le soit aussi par la 5 consequence de la 1 proposition : Tellement que nous avons ici un triangle rectangle A C D, dont l'angle C est droit, & les deux costez de l'angle droit, chacun plus petit que le quart d'un cercle : pourtant par le 1 exemple,

Comme le sinus de l'angle droit,
A la tangente de l'hypothenuse A D;
Ainsi le sinus de l'angle de complement de l'angle oblique D,
A la tangente du costé de l'angle droit C D touchant icelui angle oblique.

Mais la tangente de A D, est aussi tangente de A B, par la 7 definition de la fabrique des tables des sinus : Et le sinus de l'arc de complement de l'angle oblique D, est aussi sinus de l'arc de complement de l'angle oblique B par la 5 consequence du 1 exemple : Et la tangente du costé de l'angle droit C D, est aussi tangente de B C par la 7 definition de la fabrique des tables des sinus : parquoi

Comme le sinus de l'angle droit,
A la tangente de l'hypothenuse A B;
Ainsi le sinus de l'angle de complement de l'angle oblique B,
A la tangente du costé de l'angle droit B C touchant icelui angle oblique.

*Conclusion.* Estant doncques un triangle spherique rectangle : Comme le sinus de l'angle droit à la tangente de l'hypothenuse, ainsi le sinus de l'angle de complement de l'angle oblique, à la tangente du costé de l'angle droit touchant icelui angle oblique : ce qu'il falloit demonstrer.

### Theoreme. XXIX. Proposition.

*Estant un triangle spherique rectangle : comme le sinus de l'angle droit, au sinus de l'arc de complement de l'hypothenuse, ainsi la tangente d'un angle oblique, à la tangente de l'angle de complement de l'autre angle oblique.*

Veu que les deux angles obliques sont tous deux aigus, ou tous deux obtus, ou l'un aigu, l'autre obtus, nous en mettrons trois divers exemples.

### 1. *Exemple avec deux angles aigus.*

*Le donné.* Soit A B C du 1 exemple de la 28 proposition

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

tion un triangle ſpherique, dont l'angle ABC eſt droit, les autres deux B A C & C aigus.

*Le requis.* Il faut demonſtrer que comme le ſinus de l'angle droit A B C, au ſinus de l'arc de complement de l'hypothenuſe A C, ainſi la tangente d'un angle oblique B A C, à la tangente de l'angle de complement de l'autre angle oblique C : Et la preparation de la demonſtration ſoit comme au meſme 1 exemple.

DEMONSTRATION.

Il appert par la 27 propoſition, que

Comme au triangle F E A le ſinus de l'angle droit F E A,
Au ſinus d'un coſté de l'angle droit E A;
Ainſi la tangente de l'angle oblique E A F touchant icelui coſté de l'angle droit E A,
A la tangente de l'autre coſte de l'angle droit E F.

Mais l'angle F E A eſt egal à l'angle A B C, comme eſtant tous deux droits; Et E A eſt arc de complement de A C, & l'angle E A F eſt egal à l'angle B A C, par la 6 conſequence de la 1 propoſition : Et E F eſt arc de complement de D E, qui eſt auſſi angle de complement de l'angle C : pourtant

Comme le ſinus de l'angle droit A B C,
Au ſinus de l'arc de compl. de l'hypothenuſe A C;
Ainſi la tangente d'un angle oblique B A C,
A la tangente de l'angle de complement de l'autre angle oblique C.

### 2. *Exemple avec deux angles obtus.*

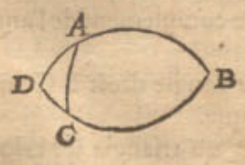
*Le donné.* Soit A B C un triangle ſpherique, dont l'angle B eſt droit, & les deux autres obtus.

*Le requis.* Il faut demonſtrer, que comme le ſinus de l'angle droit B, au ſinus de l'arc de complement de l'hypothenuſe A C, ainſi la tangente d'un angle oblique B A C, à la tangente de l'angle de complement de l'autre angle oblique B C A.

*Preparation.* Soient prolongez B A, B C, juſques à ce qu'ils ſe rencontrent, ce qui ſoit en D.

DEMONSTRATION.

D A B & D C B ſont chacun un demicercle, parquoi l'angle D eſt egal à l'angle B, par la 3 conſequence de la 1 propoſition; mais l'angle B eſt droit, pourtant l'angle D eſt auſſi droit : Apres, veu que les deux angles B A C, B C A, ſont obtus, il faut que les deux angles D A C, D C A, ſoient aigus par la 5 conſequence de la 1 propoſition: Tellement que nous avons un triangle rectangle A D C, dont le coſté D eſt droit, avec deux angles aigus D A C, D C A: parquoi par le 1 exemple de ceſte propoſition,




Comme le ſinus de l'angle droit D,
Au ſinus de l'arc de complement de l'hypothenuſe A C;
Ainſi la tangente d'un angle oblique D A C,
A la tangente de l'angle de complement de l'autre arc oblique D C A.

Mais le ſinus de l'angle droit D, eſt auſſi ſinus de l'angle droit B : Et la tangente de l'angle D A C, eſt auſſi tangente de l'angle B A C, & la tangente de l'angle de complement de l'angle DCA, eſt auſſi tangente de l'angle de complement de l'angle B C A, par la 5 conſequence de la 1 propoſition : parquoi

Comme le ſinus de l'angle droit B,
Au ſinus de l'arc de complement de l'hypothenuſe A C;
Ainſi la tangente d'un angle oblique B A C,
A la tangente de l'angle de complement de l'autre angle oblique B C A.

### 3. *Exemple avec un angle aigu, & un angle obtus.*

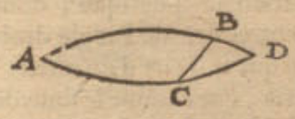
*Le donné.* Soit ABC un triangle ſpherique, dont l'angle A B C eſt droit, C A B aigu, & A C B obtus.

*Le requis.* Il faut demonſtrer, que comme le ſinus de l'angle droit A B C, au ſinus de l'arc de complement de l'hypothenuſe A C, ainſi la tangente d'un angle oblique A, à la tangente de l'angle de complement de l'autre angle oblique B C A.

*Preparation.* Soient prolongez A B, A C juſques à ce qu'ils ſe rencontrent, ce qui ſoit en D.

DEMONSTRATION.

A B D, A C D ſont chacun un demicercle, parquoi l'angle D eſt egal à l'angle A; mais A eſt aigu, D doncques eſt auſſi aigu : Apres, veu que l'angle BCA eſt obtus, il faut que l'angle BCD ſoit aigu, & A B C eſtant droit, C B D l'eſt auſſi par la 5 conſequence de la 1 propoſition: Tellement que nous avons un triangle rectangle B C D, dont l'angle CBD eſt droit, avec deux angles aigus D, B C D : parquoi par le 1 exemple de ceſte propoſition,




Comme le ſinus de l'angle droit C B D,
Au ſinus de l'arc de complement de l'hypothenuſe C D;
Ainſi la tangente d'un angle oblique B C D,
A la tangente de l'angle de complement de l'autre angle oblique B D C.

Mais le ſinus de CBD eſt auſſi ſinus de ABC par la 5 conſequence de la 1 propoſition : Et le ſinus de l'arc de complement de C D, eſt auſſi ſinus de l'arc de complement de A C, par la 7 definition de la fabrique des tables des ſinus : Et la tangente de l'angle D, eſt auſſi tangente de l'angle A, par la 3 conſequence de la 1 propoſition : Et la tangente de l'angle de complement de l'angle B C D, eſt auſſi tangente de l'angle de complement de l'angle B C A, par la 5 conſequence de la 1 propoſition : parquoi

Comme le ſinus de l'angle droit A B C,
Au ſinus de l'arc de complement de l'hypothenuſe A C;
Ainſi la tangente d'un angle oblique A,
A la tangente de l'angle de complement de l'autre angle oblique B C A.

*Concluſion.* Eſtant doncques un triangle ſpherique rectangle : Comme le ſinus de l'angle droit, au ſinus de l'arc de complement de l'hypothenuſe, ainſi la tangente d'un angle oblique, à la tangente de l'angle de complement de l'autre angle oblique: ce qu'il falloit demõſtrer.

## THEOREME. XXX. PROPOSITION.

*ESTant un triangle ſpherique : Comme le rectangle comprins ſous deux ſinus de deux coſtez, au quarré du ſinus du rectangle: Ainſi la difference de deux verſés, dont l'un eſt verſe de la difference d'iceux deux coſtez, l'autre verſe du troiſieſme coſté, au verſé de l'angle comprins ſous les deux premiers coſtez.*

*Le donné.* Soit ABC un triangle ſpherique avec trois coſtez inegaux, chacun plus petit, je prens que le quart d'un cercle. *Le requis.* Il faut demonſtrer que comme le rectangle comprins ſous les ſinus de deux coſtez

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

ſtez je prens A B, B C, au quarré du ſinus de l'angle droit, ainſi la difference des deux verſés, deſquels l'un eſt verſé de la difference entre A B & B C, l'autre verſé du troiſieſme coſté A C, au verſé de l'angle A B C comprins ſous les deux premiers coſtez AB, BC. *Preparation.*

ARTICLE I.

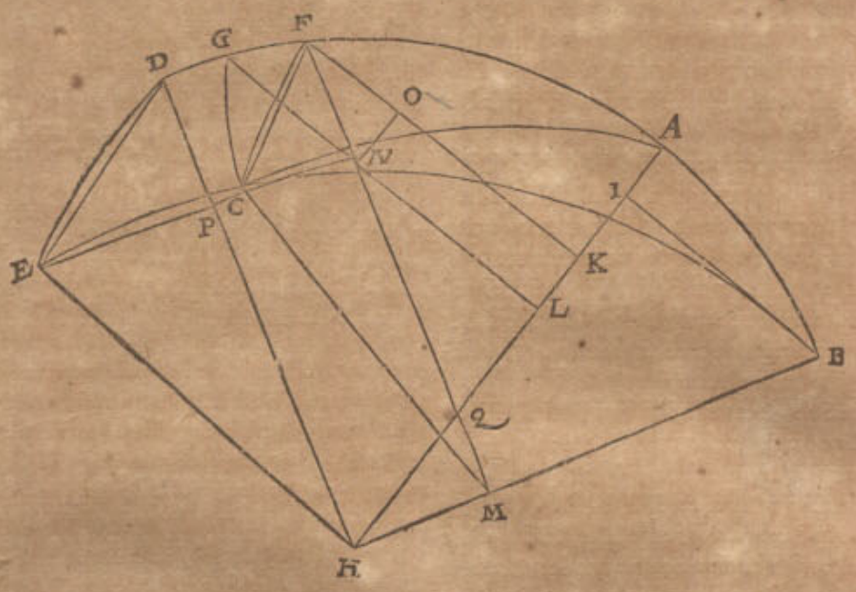
Soit prolongée A B juſques à D, & B C juſques à E, tellement que B D, B E, faſſent chacun le quart d'un cercle, puis apres ſur A comme pole ſoit deſcrit D E comme arc de la grandeur de l'angle C B A : Apres, ſur le meſme pole B, l'arc du cercle mineur C F, & l'arc B F ſera egal à l'arc B C.

ARTICLE II.

Puis apres ſoit deſcrit ſur A comme pole, l'arc du cercle mineur C G, & l'arc A G ſera egal à A C & conſequemment A F difference des deux premiers coſtez B A, B C : Et G F ſera difference entre deux arcs dont l'un le troiſieſme coſté A C, l'autre A F difference des deux premiers coſtez B A, B C.

ARTICLE III.

Soient tirez maintenant de H, centre de la ſphère, les trois ſemidiametres H B, H A, H D, & de l'extremité des trois arcs B A, F A, G A, à angle droit ſur HA,




trois lignes droites BI, FK, GL, qui ſont les ſinus de ces arcs, à ſçavoir B I de BA, & FK de F A, & G L de G A.

ARTICLE IV.

Et conſequemment A I ſera verſé de A B, & A K verſé de F A, & A L verſé de A G, & K L la difference des deux verſés dont l'un verſé K A, de la difference A F entre les deux coſtez A B, B C, l'autre le verſé L A du coſté A G, qui eſt auſſi (car ils ſont egaux par le 2 article) du coſté A C.

ARTICLE V.

Apres, que de l'extremité de l'arc B F, vienne la ligne droite F M, coupant G L en N, & à angle droit ſur le ſemidiametre H B, & F M ſera ſinus de l'arc B F, ce qui eſt auſſi (car ils ſont egaux par le 1 article) du coſté B C.

ARTICLE VI.

Soit tiré N O à angle droit ſur F K, & le meſme N O ſera egal à L K, parquoi auſſi il ſera ce que K L eſt dit eſtre au 4 article, à ſçavoir la difference des deux verſés, dont l'un le verſé K A de la difference A F entre les deux coſtez A B, B C, l'autre le verſé L A du troiſieſme coſté A C.

ARTICLE VII.

Soit de l'extremité de l'arc D E tirée la ligne droite E H, & E P à angle droit ſur le raid H D, & E P ſera ſinus de l'arc D E, qui eſt auſſi par le 1 article de l'angle A B C, & D P verſé du meſme angle A B C.

ARTICLE VIII.

Soit tirée la ligne droite C N, il faut qu'icelle meſme ſoit à angle droit ſur F N pour ceſte raiſon : A eſt pole du cercle mineur G C, comme il appert au 2 article, par lequel poinct tend le cercle majeur B D, parquoi le plan du cercle mineur G C, eſt à angle droit ſur le plan du cercle majeur B D, par la 7 conſequence de la 1 propoſition : Derechef, B eſt pole du cercle mineur F C, par quel pole tend le cercle majeur B D, parquoi le plan du cercle mineur F C, eſt auſſi à angle droit ſur le plan du cercle majeur B D, par la ſuſdite 7 conſequence de la 1 propoſition : Or donc eſtant tous les deux cercles mineurs G C, F C, à angle droit ſur le plan du cercle majeur B D, & s'entrecoupans aux poincts N, C, il faut que leur commune ſection N C, ſoit à angle droit ſur le plan du cercle majeur B D, & conſequemment C N eſt à angle droit ſur N F, parquoi auſſi C N eſt ſinus de C F, & F N verſé du meſme arc C F.

ARTICLE IX.

Soient tirées les trois lignes droites M C, E D, C F, & ſoit marqué le poinct Q comme ſection commune de H A & F M.

DEMONSTRATION.

ARTICLE I.

F M C, D H E, ſont deux triangles iſoſceles, dont les coſtez egaux comprennent angles egaux à M & H, car l'un & l'autre eſt l'angle de la declination des deux plans des cercles deſquels A B, B C ſont les arcs, parquoi les deux triangles F M C, D H E, ſont ſemblables : Comme auſſi leurs parties ſont homologues, à ſçavoir le triangle C N F avec le triangle E P D, & C N M avec E P H, & conſequemment leurs lignes homologues proportionnelles, parquoi comme F M à D H, ainſi F N à D P.

ARTI-

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

ARTICLE II.

Les triangles H M Q & F K Q ont chacun un angle droit en M & K, & deux angles egaux à Q, pourtant ſont egaux leurs troiſieſmes angles à H & F; & conſequemment le triangle H M Q, eſt ſemblable avec le triangle F K Q : Mais le triangle H I B eſt ſemblable avec le triangle H M Q, pource que leurs angles ſont droits à M & I, & qu'en H ils ont un angle commun: Apres, le triangle F C N eſt ſemblable au triangle F K Q, pource que O N eſt parallele avec K Q par le 6 article de la preparation; parquoi le triangle H B I eſt ſemblable au triangle F O N, & conſequemment leurs coſtez homologues ſont proportionnels, à ſçavoir, comme B I à H B, ainſi N O, à N F.

ARTICLE III.

Nous avons doncques ici deux proportions, à ſçavoir,

Au 1 article de la demonſtration, FM, DH, NF, DP.

Au 2 article de la demonſtration, BI, HB, NO, NF.

Mais là où il y a deux proportions, chacune de quatre lignes, le rectangle comprins ſous ſes premiers termes, eſt en telle raiſon au rectangle comprins ſous ſes ſeconds termes, comme le rectangle comprins ſous ſes troiſieſmes termes, au rectangle comprins ſous ſes quatrieſmes termes: parquoi

Comme le rectangle comprins ſous F M, B I,
Au rectangle comprins ſous D H, H B;
Ainſi le rectangle comprins ſous N F, N O,
Au rectangle comprins ſous D P, N F.

Mais le rectangle comprins ſous D H, H B, eſt le quarré du ſinus de l'angle droit: Et comme le rectangle comprins ſous N F, N O, au rectangle comprins ſous D P, N F, ainſi (pource que N F en chacune raiſon eſt le meſme terme) N O à D P: parquoi

Comme le rectangle comprins ſous F M, B I,
Au quarré du ſinus de l'angle droit;
Ainſi N O,
A D P.

Mais F M eſt ſinus du coſté B C, par le 5 article de la preparation, & B I ſinus du coſté A B, par le 3 article de la preparation: Et L K eſtant egal à N O, par le 6 article de la preparation, eſt la difference de deux verſés, dont l'un eſt verſé du ſinus K A, de la difference A F, entre les deux coſtez A B, B C, l'autre verſé du ſinus L A du troiſieſme coſté A C, par le 6 article ſuſdit de la preparation: Et D P eſt verſé du ſinus de l'angle comprins ſous les premiers deux coſtez A B, B C, par le 7 article de la preparation: parquoi

Comme le rectangle comprins ſous les ſinus F M, B I, des deux coſtez B C, A B,
Au quarré du ſinus de l'angle droit;
Ainſi la difference L K des deux verſes, dont l'un eſt le verſé K A, de la difference A F entre les deux coſtez A B, B C, l'autre verſé L A du troiſieſme coſté A C,
Au verſé D P de l'angle A B C, comprins ſous les premiers deux coſtez A B, B C.

Et ſemblable ſera auſſi la demonſtration des triangles avec des coſtez plus grands que le quart de cercle.

*Concluſion.* Eſtant donc un triangle ſpherique, comme le rectangle plan, &c. Ce qu'il falloit demonſtrer.

THEOREME. XXXI. PROPOSITION.

*ESTant un triangle ſpherique avec deux ou trois angles aigus: Au premier, comme le rectangle ſous les ſinus des deux moindres angles, au quarré du ſinus de l'angle droit; Ainſi la difference des deux verſés, dont l'un eſt verſé de la difference d'iceux deux moindres angles, l'autre eſt verſé de la difference du demi cercle & le troiſieſme angle, au verſé de la difference du demi cercle & le coſté oppoſite d'icelui troiſieſme angle.*

*Au ſecond, comme le rectangle comprins ſous les ſinus du plus grand angle & un des moindres, au quarré du ſinus de l'angle droit: Ainſi la difference des deux verſés, dont l'un eſt verſé de la difference du demi cercle & iceux deux angles enſemble, l'autre eſt verſé du troiſieſme angle, au verſé du coſté oppoſite d'icelui troiſieſme angle.*

---

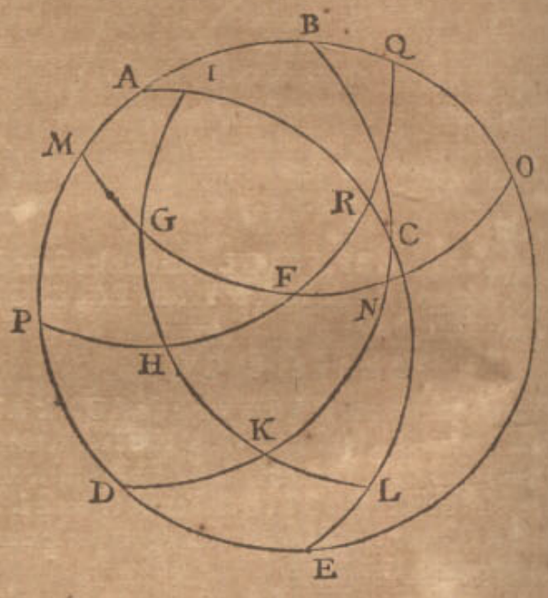
ALB. GIRARD.

*Ce theoreme n'eſt mis icy à autre fin que pour parler quelque peu des reciproques; dont i'ay traitté en mes Sinus en general plus facilement, qu'il n'eſt pas fait icy.*

NOTEZ.

Ce theoreme que je transforme ſelon mon ſtyle ordinaire, eſt inventé par le treſdocte Seigneur *Philippus Lansbergius.*

*Le donné.* Soit A B C un triangle ſpherique, duquel les deux angles B A C, A C B ſont aigus, le troiſieſme A B C obtus ou aigu, mais plus grand qu'un des autres deux.




*Le requis.* Il faut demonſtrer, au premier,

Comme le rectangle comprins ſous les ſinus des deux moindres angles B A C, A C B,
Au quarré du ſinus de l'angle droit;
Ainſi la difference des deux verſés, dont l'un eſt verſé de la difference d'iceux deux moindres angles B A C, A C B: L'autre eſt verſé de la difference du demi cercle & le troiſieſme angle A B C,
Au verſé de la difference du demi cercle & du coſté oppoſite A C d'icelui troiſieſme angle A B C.

*Au ſecond.*

Comme le rectangle comprins ſous les ſinus du plus grand angle A B C & un des autres deux moindres, je prens B A C,
Au quarré du ſinus de l'angle droit;
Ainſi la difference des deux verſés, dont l'un eſt verſé de la difference du demi cercle & iceux deux angles A B C, B A C enſemble, l'autre verſé du troiſieſme angle A C B.
Au verſé du coſté oppoſite A B d'icelui troiſieſme angle A C B.

*Preparation.* Soit A B produite, & deſcrit le cercle A B D,

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

A B D, puis B C prolongée jusques à D, ainsi que B C D face un demi cercle, semblablement A C produit à E, ainsi que A C E face aussi un demi cercle : Soit puis apres F pole du cercle A B D, & G pole du demi cercle B C D, mais H pole du demi cercle A C E. Par ces trois poincts F, G, H, soyent tirez trois demi cercles, à sçavoir par G & H, l'arc I G H K L descrit sur le pole C, & touchant A C E en I & L : Semblablement par G F le demi cercle M G F N O descrit sur le pole B, & coupant B C D en N : Puis apres par H F le demi cercle P H E Q, coupant A C E en R. Mais avant que je vienne à la propre demonstration, je descriray premierement certains dix membres commodes à cela, comme s'ensuit :

### Membre I.

Le nombre des degrez du costé G F, est egal au nombre des degrez de la difference du demi cercle & l'angle A B C, & aussi egal au nombre des degrez de la difference du demi cercle & A D C, pour ceste raison :

Veu que F est pole du cercle A B O, & G pole du demi cercle B N D, par la preparation, F O, & G N font chacun un quart de cercle, & par consequent N O est egal avec G F : Mais le nombre des degrez de N O est pour la grandeur de l'angle N B O, estant la difference du demi cercle de l'angle A B C, & pourtant le nombre des degrez du costé G F, est egal au nombre des deg. de la difference du demi cercle & l'angle A B C : & aussi au nombre des degr. de la difference du demi cercle & l'angle A D C, pource qu'il est egal à l'angle A B C.

### Membre II.

Le nombre des degr. du costé F H, est egal au nombre des degr. de l'angle B A C, & aussi de la difference du demi cercle & C A D, pour ceste raison :

Veu que F est pole du cercle A B Q, & H pole du demi cercle A R E, par la preparation, s'ensuit que E Q & H R font chacun un quart de cercle, & par consequent F H est egal à R Q : Mais le nombre des degrez de R Q, est pour la grandeur de l'angle R A Q, qui est aussi de l'angle B A C : Et pourtant le nombre des degr. du costé F H, est egal au nombre des degrez de l'angle B A C, & par consequent aussi avec le nombre des degrez de la difference du demi cercle & C A D, pource que l'angle B A C est la difference du demi cercle & de l'angle C A D.

### Membre III.

Le nombre des degrez du costé G H, est egal au nombre des degrez de l'angle A C B, & aussi de la difference du demi cercle & A C D, pour ceste raison :

Veu que G est pole du demi cercle B K D, & H pole du demi cercle A L E, par la preparation, s'ensuit que G K & H L font chacun un quart de cercle, & par consequent G H est egal avec K L : Mais le nombre des degrez du costé K L, est pour la grandeur de l'angle K C L, qui est aussi de l'angle A B C : Pourtant le nombre des degrez du costé G H, est egal au nombre des degrez de l'angle A C B, & par consequent aussi avec le nombre des degrez de la difference du demi cercle & A C D, pource que l'angle A C B est la difference du demi cercle & de l'angle A C D.

### Membre IV.

Le nombre des degrez de l'angle G H F, est egal au nombre des degrez de la difference du demi cercle & du costé A C, pour ceste raison :

Veu que C est pole de l'arc I H L, & A du demi cercle Q R P par la preparation, s'ensuit que C L & R A font chacun un quart de cercle, & par consequent A C est egal à R L : Mais le nombre des degrez de R L est pour la grandeur de l'angle R H L ; pourtant le nombre des degrez de A C est egal au nombre des degrez de l'angle R H L : Mais ces deux nombres egaux de degrez, ont aussi egales differences entre eux & le demi cercle : Pourtant le nombre des degrez de la difference du demi cercle & R H L, est egal au nombre des degrez de la difference du demi cercle & du costé A C. Mais l'angle G H F est la difference du demi cercle & de l'angle R H L : Pourtant le nombre des degrez de l'angle G H F, est egal au nombre des degrez de la difference du demi cercle & du costé A C.

### Membre V.

Le nombre des degrez de l'angle G F H, est egal au nombre des degrez du costé A B, & aussi de la difference du demi cercle & A D, pour ceste raison :

Veu que A est pole du demi cercle Q F P, & B du demi cercle O F M, par la preparation, s'ensuit que A Q & B O font chacun un quart de cercle, & par consequent A B est egal avec Q O : Mais le nombre des degrez de Q O est pour la grandeur de l'angle Q F O, qui est aussi G F H, & pourtant le nombre des degrez de l'angle G F H, est egal au nombre des degrez du costé A B : Mais A B est la difference du demi cercle & A D, pourtant le nombre des degrez de l'angle G F H, est aussi egal avec le nombre des degrez de la difference du demi cercle & A D.

### Membre VI.

Le nombre des degrez de l'angle H G F, est egal au nombre des degrez du costé B C, & aussi de la difference du demi cercle de C D, pour ceste raison :

Veu que B est pole du demi cercle O N M, & C de l'arc K G I, par la preparation, s'ensuit que B N, C K font chacun un quart de cercle, & par consequent B C est egal à K N : Mais le nombre des degrez de K N est pour la grandeur de l'angle H G F, & pourtant le nombre des degrez de l'angle H G F, est egal au nombre des degrez du costé B C : Mais B C est la difference du demicercle & C D, pourtant le nombre des degrez de l'angle H G F, est aussi egal au nombre des degrez de la difference du demi cercle & C D.

### Membre VII.

Veu que le nombre des degrez de l'angle B A C, est egal au nombre des degrez du costé H F, par le 2 membre : Semblablement le nombre des degrez de l'angle A C B, egal au nombre des degrez du costé H G, par le 3 membre : S'ensuit que les deux sinus d'iceux deux angles sont egaux aux deux sinus de ces deux arcs, & consequemment ceci :

Le rectangle (au triangle A B C) comprins sous les sinus des deux moindres angles B A C, A C B, est egal au rectangle comprins sous les sinus de H F, H G.

### Membre VIII.

Veu que le nombre des degrez des deux angles B A C, A C D, est egal au nombre des degrez des deux costez H F, H G, par le 2 & 3 membre, & de la difference du demi cercle & l'angle A B C, egal au nombre des degrez de G F, par le 1 membre, il s'ensuit ceci :

La difference des deux versés, dont l'un est versé de la difference des deux angles B A C, A C B, l'autre



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

verſé de la difference du demicercle & le troiſieſme angle A B C, eſt egal à la difference des deux verſes, dont l'un eſt verſé de la difference entre deux coſtez H F, H G, l'autre verſé du coſté G F.

MEMBRE IX.

Le nombre des degrez de la difference du demi cercle & l'angle A B C, eſt egal au nombre des degrés du coſté G F, par le 1 membre : Mais la difference du demi cercle & l'angle A B C, & l'angle A B C meſme, ont un meſme ſinus, pourtant le ſinus de l'angle A B C, eſt egal au ſinus du coſté G F : Puis le ſinus de B A C eſt egal à celui de F H; parce que les nombres de leurs degrez ſont egaux, par le 2 membre :

*Pourtant*

Le rectangle comprins ſous les ſinus de A B C & B C A, eſt egal au rectangle comprins ſous les ſinus de G F, F H.

MEMBRE X.

Le nombre des degrez de la difference du demi cercle & A B C, eſt egal au nombre des degrez du coſté G F, par le 1 membre : Semblablement le nombre des degrez de l'angle A C B, eſt egal au nombre des degrez du coſté G H, par le 3 membre : Et pourtant la difference des degrez de la difference du demi cercle & A B C & B C A, eſt egale à la difference des degrez de G F & G H : Mais la difference des degrez de la difference du demi cercle & A B C & B A C, eſt egale à la difference du demi cercle & les deux angles A B C, B A C enſemble; pourtant la difference des degrez de la difference du demi cercle & les deux angles A B C, A C B enſemble, eſt egale à la difference des degrez de G F & G H : Puis le nombre des degrez de l'angle A C B eſt (comme j'ay dit ci deſſus) egal au nombre des degrez du coſté G H, par le 3 membre. Dont s'enſuit ceci :

La difference des deux verſes, dont l'un eſt verſé de la difference du demi cercle & les deux angles A B C, B A C enſemble, l'autre verſé de l'angle A C B, eſt egale à la difference des deux verſes, dont l'un eſt verſé de la difference entre les deux coſtez G F, F H, l'autre verſé du troiſieſme coſté.

*Demonſtration ſur la premiere partie de la propoſition.*

Il appert par la 30 propoſition, que
Comme au triangle G F H, le rectangle comprins ſous les ſinus de H G, H F,
Au quarré du ſinus de l'angle droit;
Ainſi la difference de deux verſes, dont l'un eſt verſé de la difference entre iceux deux coſtez H G, H F, l'autre verſé du troiſieſme coſté G F,
Au verſé de l'angle F H G comprins ſous iceux deux coſtez, dont les ſinus comprennent le rectangle.

Mais nos quatre termes de la premiere partie de la propoſition au triangle A B C, ſont egaux aux ſuſdits quatre termes du triangle G F H, comme je diray tantoſt, & de là ſe conclura qu'ils ſont auſſi proportionaux. L'egalité d'iceux eſt telle :

Le rectangle (au triangle A B C) comprins ſous les ſinus des deux moindres angles B A C, A C B, eſt egal au rectangle du premier terme comprins ſous les ſinus de H F, G H, par le 7 membre.

Et le quarré du ſinus du rectangle au triangle A B C, eſt egal au quarré du ſinus du rectangle au triangle G F H du ſecond terme.

Puis la difference des deux verſes, dont l'un eſt verſé de la difference d'iceux deux moindres angles B A C, A C B, l'autre verſé de la difference du demi cercle & le troiſieſme angle A B C, eſt egale à la difference au troiſieſme terme des deux verſes, dont l'un eſt verſé de la difference entre les deux coſtez H F, G H, l'autre verſé du troiſieſme coſté G F, par le 8 membre.

Là deſſus conſiderant que le nombre des degrez du coſté A C, eſt egal au nombre des degrez de l'angle G H F par le 4 membre, il s'enſuit que le verſé de A C, eſt egal au verſé de l'angle G H F du quatrieſme terme :

*Pourtant*

Comme le rectangle comprins ſous les ſinus des deux moindres angles B A C, A C B,
Au quarré du ſinus de l'angle droit;
Ainſi la difference des deux verſes, dont l'un eſt verſé de la difference d'iceux deux moindres angles B A C, A C B, l'autre verſé de la difference du demi cercle & le troiſieſme angle A B C,
Au verſé de la difference du demi cercle & le coſté oppoſite A C du meſme troiſieſme angle A B C.

*Demonſtration ſur la deuxieſme partie de la propoſition.*

Il appert par la 30 propoſition, que
Comme au triangle G F H, le rectangle comprins ſous les ſinus de G F, F H,
Au quarré du ſinus de l'angle droit;
Ainſi la difference des deux verſes, dont l'un eſt verſé de la difference entre iceux deux coſtez G F, F H, l'autre verſé du troiſieſme coſté G H,
Au verſé de l'angle G F H, comprins ſous iceux deux coſtez, dont les ſinus comprennent le triangle.

Mais nos quatre termes de la deuxieſme partie de la propoſition au triangle A B C, ſont egaux aux ſuſdits quatre termes du triangle G F H, comme je diray tantoſt : Et de là ſe conclura qu'ils ſont auſſi proportionaux. L'egalité d'iceux eſt telle :

Le rectangle (au triangle A B C) comprins ſous les ſinus du plus grand angle A B C & un des autres deux moindres, comme B A C, eſt egal au rectangle du premier terme comprins ſous les ſinus de G F, F H par le 9 membre :

Et le quarré du ſinus de l'angle droit du triangle A B C, eſt egal au quarré du ſinus de l'angle droit du triangle G F H, du ſecond terme.

Puis la difference des deux verſes, dont l'un eſt verſé de la difference du demi cercle & iceux deux angles A B C, B A C enſemble; l'autre eſt verſé du troiſieſme angle A C B, eſt egale à la difference du troiſieſme terme des deux verſes, dont l'un verſé de la difference entre les deux coſtez G F, F H, l'autre eſt verſé du troiſieſme coſté G H, par le 10 membre.

Là deſſus conſideré que le nombre des degrez du coſté A B, eſt egal au nombre des degrez de l'angle G F H, par le 5 membre, il s'enſuit que le verſé de A B, eſt egal au verſé de l'angle G F H du quatrieſme terme :

*Pour-*

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

*Pourtant*

Comme le rectangle comprins ſous les ſinus du plus grand angle A B C & un des autres deux moindres, comme C A B.

Au quarré du ſinus de l'angle droit;

Ainſi la difference des deux verſés, dont l'un eſt verſé de la difference du demi cercle & iceux deux angles A B C, C A B enſemble, l'autre verſé du troiſieſme angle A C B,

Au verſé du coſté oppoſite A B du meſme troiſieſme angle A C B.

Et ſemblable ſera auſſi la demonſtration au triangle avec trois angles aigus.

*Concluſion.* Eſtant donc un triangle ſpherique, &c.

CONSEQVENCE.

Le triangle ADC avec trois angles obtus, a les nombres des degrez des differences du demi cercle & leurs trois angles & coſtez, egaux avec les nombres des degrés des angles & coſtez à eux correſpondans au triangle G F H, comme il appert aux ſix premiers membres. Il eſt auſſi manifeſte que cela ſeroit ainſi, jaçoit que l'angle ADC fuſt aigu, & les autres deux ſeulement obtus, dont s'enſuit ceci:

THEOREME.

*Eſtant un triangle ſpherique avec deux ou trois angles obtus: Comme le rectangle comprins ſous les ſinus de deux angles, au quarré du ſinus de l'angle droit; Ainſi la difference des deux verſés, dont l'un eſt verſé de la difference d'iceux deux angles, l'autre eſt verſé de la difference du demi cercle & le troiſieſme angle, au verſé de la difference du demi cercle & le coſté oppoſite d'icelui troiſieſme angle.*

Quant à ce que telle regle n'eſtoit pas ſi generale au triangle avec deux ou trois angles obtus, comme A B C mais qu'il y arrivoit deux diverſitez, la cauſe en eſt notoire, parce que les nombres des degrez de leurs angles & coſtez, ne ſont tous egaux avec leurs correſpondans angles & coſtez du triangle G F H, car en partie correſpondent leurs differences qu'ils ont avec le demi cercle, comme il appert és ſuſdits ſix membres.

## LA TROISIESME PARTIE DES PROBLEMES, CONTENANT L'INVENTION DES ANGLES ET COSTEZ REQVIS DES TRIANGLES SPHERIQVES DONNEZ.

AYant deſcrit ci devant en la premiere & ſeconde partie, les theoremes neceſſaires aux demonſtrations des problemes ſuivans, & hors deſquels ſe tiré la façon de leur operation, nous viendrons à la deſcription d'iceux, traictant premierement des triangles avec un angle droit cognu donné au 1 article: Puis apres au 2 article, des triangles avec un coſté de 90 deg. ſans angle droit cognu donné: Finalement au 3 article, des triangles ſans angle droit cognu donné, ou coſté de 90 degr.

Mais veu qu'au lieu de beaucoup de paroles, nous nous voulons ſervir de petites marques, à telle fin que ſera dit ci deſſous, nous en ferons premierement quelque declaration, comme s'enſuit. Tout triangle ſpherique, comme auſſi le nom le porte, à trois angles & trois coſtez, faiſant enſemble ſix en nombre, qu'en general nous appellons termes: D'iceux ſe donnent touſjours trois cognus, pour trouver les autres trois incognus: Comme par deux angles & un coſté cognus, on trouve le troiſieſme angle incognu, & les autres deux coſtez: Derechef, par deux coſtez & un angle cognus, on trouve le troiſieſme coſté & les autres deux angles: Apres, par trois coſtez cognus, on trouve les trois angles: Et par trois angles cognus, on trouve les trois coſtez.

Or pour exprimer briefvement par ſignes commodes ces trois termes cognus donnés (comme nous avons fait ſemblablement aux triangles plats) il faut ſçavoir que K (premiere lettre du mot *Kleender*, qui ſignifie moindre en langue Allemande, ſelon laquelle ces figures ont eſté accommodées) mis ſur le coſté d'un triangle, ſignifie icelui eſtre plus petit que le quart d'un cercle, mais G premiere lettre du mot grand, plus grand: R premiere lettre du mot recte, mis en un angle, ſignifie icelui eſtre rectangle ou angle droit: K un angle plus petit que le quart d'un cercle, ou autrement angle aigu: G un angle plus grand que le quart d'un cercle, ou autrement angle obtus. Les arcs & angles poinctés ſans les ſuſdites lettres, ſont ceux-là leſquels on tient bien pour cognus, mais ſeulement par le poſe, qui eſt ſans declaration s'ils ſont grands ou petits, aigus ou obtus, auſſi ſans nombre de degrez de leur grandeur, tellement que ces poincts ſignifient des nombres indefinis. Par ceci nous pouvons faire entendre en un moment, ce qui requereroit autrement beaucoup de paroles. Comme par exemple, pour exprimer ceſte figure ci joincte, il ſe faudroit ſervir de toutes ces paroles:

*Vn triangle ſpherique, avec deux angles cognus, l'un droit l'autre aigu, & un coſté cognu de l'angle droit, plus grand que le quart d'un cercle, à l'oppoſite de l'angle aigu cognu.*

Ceſte briefveté entre autres, ſervira de beaucoup quand on veut trouver par les trois termes cognus d'un triangle, les autres trois, ou un d'iceux: Car tels triangles marquez, s'aſſembleront ci apres comme en une table appellée *Indice des Triangles*, d'autant que par icelui on a une adreſſe pour trouver facilement en ceſte 3 partie un ſemblable exemple qu'on veut imiter, ſans qu'il faille charger ou troubler l'eſprit d'aucunes des precedentes reigles; Lequel *Indice des Triangles* ſera plus amplement deſcrit & declaré à la fin de ce livre.

NOTEZ.

Encore, que nous depeſcherons par tout l'invention des termes incognus d'un triangle avec un angle droit cognu, ou coſté de 90 deg. par une multiplication ſans diviſion, comme la plus aiſée operation qu'il y a entre diverſes manieres, dont ſe fera encores plus ample declaration au premier exemple de la 32 propoſition ſuivante.

ALB. GIRARD.

*Ceux qui ſe voudront ſervir de ma Trigonometrie ſpherique, deſcrite derriere les Tables des ſinus que i'ay mis en lumiere, trouveront de grandes facilitez, tant par les organes, que par la nouvelle invention que i'ay fait des Conſorts & reciproques. I'ay auſſi eſcrit un livret des ſuperfices des triangles & polygones ſpheriques incognues auparavant, qui ſert auſſi pour la meſure des ſecteurs ſpheriques & des angles ſolides, où le Lecteur curieux pourra voir l'expedition ſuccincte en la meſure d'iceux. Ie l'ay fait imprimer à Amſterdam en l'an 1629 en quarto.*



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

## PREMIER MEMBRE DES TRIANGLES SPHERIQVES AVEC RECTANGLES COGNVS DONNEZ.

### Probleme I. Proposition XXXII.

*Estant cognu l'angle droit d'un triangle spherique rectangle, avec l'hypothenuse, & un costé de l'angle droit : Trouver le troisiesme costé & les autres deux angles.*

Les trois termes cognus se peuvent rencontrer de ces quatre diverses sortes :

Lesquels recevans quatre diverses façons d'operation, nous mettrons de chacun un exemple particulier.

### 1. *Exemple du 1 triangle de ceste qualité.*

*Le donné.* Soit A B C un triangle spherique, dont l'angle B est droit, & l'hypothenuse A C fait 50 degr. mais A B 29 deg. 30 ①.

*Le requis.* Il faut trouver le troisiesme costé B C, avec les autres deux angles A, C.

#### Operation.

*Invention du costé* B C.

| | |
|---|---|
| Sinus de l'angle droit | 10000. |
| Donne le sinus de l'arc de complement du costé de l'angle droit A B | 8704. |
| Combien la secante de A C | 15557? |
| Vient la secante | 13541. |
| Dont l'arc pour la requise B C | 42 deg. 24. |

#### Notez.

Au lieu de l'operation ci dessus on pourroit par la 25 proposition dire ainsi,

| | |
|---|---|
| Le sinus de l'arc de complement du costé de l'angle droit A B | 8704. |
| Donne le sinus de l'arc de complement de l'hypothenuse A C | 6428. |
| Combien le sinus de l'angle droit | 10000? |
| Vient sinus | 7385. |
| Dont l'arc | 47 deg. 36. |
| Soustrait de | 90 deg. |
| Reste pour la requise B C | 42 deg. 24. |

Ce qui estant ainsi, quelqu'un pourroit penser pourquoi on a prins la premiere operation au lieu de ceste seconde, ou au lieu de plusieurs autres operations, dont nous parlerons plus amplement en l'Appendice, par lesquelles le mesme costé requis B C se peut trouver ? La raison est telle : En la premiere operation il y a multiplication du premier terme avec la troisiesme, à sçavoir 8704 avec 15557 : Et en la seconde operation, division, à sçavoir 64280000 par 8704 : Mais veu que multiplication n'est pas si difficile que division, pourtant la premiere operation a esté choisie au lieu de la seconde, ou aucune autre.

Et ce que nous avons dit ici du premier exemple, s'entendra aussi de tous les suivans, là où chacun terme incognu du triangle rectangle se trouvera par tout avec une multiplication : Et cela non seulement au triangle rectangle, mais aussi au triangle oblique avec un costé de 90 deg. Aussi à chacun des deux triangles rectangles, ausquels se partit le triangle oblique, pour en trouver les termes incognus.

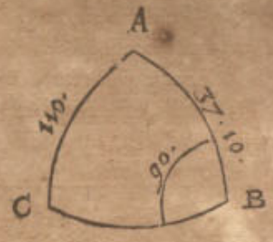
*Invention de l'angle* A.

| | |
|---|---|
| Le sinus de l'angle droit | 10000. |
| Donne la tangente de l'hypothenuse A C | 11918. |
| Combien la tangente de l'arc de complement de A B | 17675? |
| Vient la secante | 21065. |
| L'arc d'icelui pour l'angle requis A | 61 deg. 39. |

*Invention de l'angle* C.

| | |
|---|---|
| Le sinus de l'angle droit | 10000. |
| Donne la secante de l'arc de complement de l'hypothenuse A C | 13054. |
| Combien le sinus de A B | 4914? |
| Vient le sinus | 6428. |
| L'arc d'icelui pour l'angle requis C | 40 deg. |

### 2. *Exemple du 2 triangle de ceste qualité.*




*Le donné.* Soit A B C un triangle spherique, dont l'angle B est droit, & le costé A C fait 110 deg. mais A B 37 deg. 10 ①.

*Le requis.* Il faut trouver le troisiesme costé C B avec les autres deux costez A, C.

#### Construction.

*Invention du costé* B C.

| | |
|---|---|
| Le sinus de l'angle droit | 10000. |
| Donne le sinus de l'arc de complement du costé de l'angle droit A B | 7969. |
| Combien la secante de A C | 29238? |
| Vient la secante | 23300. |
| L'arc d'icelui | 64 deg. 35. |
| Soustrait de | 180 deg. |
| Reste pour le costé requis B C. | 115 deg. 25. |

*Invention de l'angle* A.

| | |
|---|---|
| Le sinus de l'angle droit | 10000. |
| Donne la tangente de l'hypothenuse | 27475. |
| Combien la tangente de l'arc de complement de A B | 13190? |
| Vient la secante | 36240. |
| L'arc d'icelui | 73 deg. 59. |
| Soustrait de | 180 deg. |
| Reste pour l'angle requis A | 106 deg. 1. |

Inven-

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

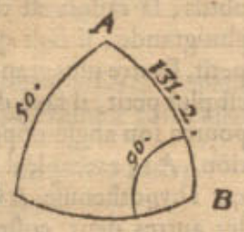
*Invention de l'angle* C.

| | |
|---|---|
| Le sinus de l'angle droit | 10000. |
| Donne la secante de l'arc de complement de l'hypothenuse AC | 10642. |
| Combien le sinus de AB | 6041? |
| Vient le sinus | 6429. |
| L'arc d'icelui pour l'angle requis C | 40 deg. 1. |

3. *Exemple du 3 triangle de ceste qualité.*

*Le donné.* Soit ABC un triangle spherique, dont l'angle B est droit, & le costé AC fait 50 degr. mais AB 131 deg. 2.

*Le requis.* Il faut trouver le troisiesme costé BC, avec les autres deux angles, AC.




CONSTRVCTION.

*Invention du costé* BC.

| | |
|---|---|
| Le sinus de l'angle droit | 10000. |
| Donne le sinus de l'arc de complement du costé de l'angle droit AB | 6565. |
| Combien la secante de AC | 15557? |
| Vient la secante | 10213. |
| L'arc d'icelui | 11 deg. 44. |
| Soustrait de | 180 deg. |
| Reste pour le costé requis BC | 168 deg. 16. |

*Invention de l'angle* A.

| | |
|---|---|
| Le sinus de l'angle droit | 10000. |
| Donne la tangente de l'hypothenuse AC | 11918. |
| Combien la tangente de l'arc de complement de AB | 8703? |
| Vient la secante | 10372. |
| L'arc d'icelui | 15 deg. 23. |
| Soustrait de | 180 deg. |
| Reste pour l'angle requis A | 164 deg. 37. |

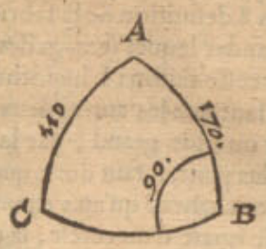
*Invention de l'angle* C.

| | |
|---|---|
| Le sinus de l'angle droit | 10000. |
| Donne la secante de l'arc de complement de l'hypothenuse AC | 13054. |
| Combien le sinus de AB | 7543? |
| Vient le sinus | 9847. |
| L'arc d'icelui | 79 deg. 58. |
| Soustrait de | 180 deg. |
| Reste pour l'angle requis C | 100 deg. 2. |

4. *Exemple du 4 triangle de ceste qualité.*

*Le donné.* Soit ABC un triangle spherique de ceste qualité, dont l'angle B est droit, & le costé AC fait 110 deg. mais AB 170 deg.

*Le requis.* Il faut trouver le troisiesme costé BC, & les autres deux angles AC.




CONSTRVCTION.

*Invention du costé* BC.

| | |
|---|---|
| Le sinus de l'angle droit | 10000. |
| Donne le sinus de l'arc de complement du costé de l'angle droit AB | 9848. |
| Combien la secante de AC | 29238? |
| Vient la secante | 28794. |
| L'arc d'icelui pour le costé requis BC | 69 deg. 41. |

*Invention de l'angle* A.

| | |
|---|---|
| Sinus de l'angle droit | 10000. |
| Donne la tangente de l'hypothenuse AC | 27475. |
| Combien la tangente de l'arc de complement de AB | 56713? |
| Vient la secante | 155819. |
| L'arc d'icelui pour l'angle requis A | 86 deg. 19. |

*Invention de l'angle* C.

| | |
|---|---|
| Le sinus de l'angle droit | 10000. |
| Donne la secante de l'arc de complement de l'hypothenuse AC | 10642. |
| Combien le sinus de AB | 1737? |
| Vient sinus | 1849. |
| L'arc d'icelui | 10 deg. 39. |
| Soustrait de | 180 deg. |
| Reste pour l'angle requis C | 169 deg. 21. |

I. DEMONSTRATION

*Sur l'invention du costé* BC.

Il est notoire par la 25 proposition, que

Comme le sinus de l'angle droit,
Au sinus de l'arc de complement d'un costé de l'angle droit;
Ainsi le sinus de l'arc de complement de l'autre costé de l'angle droit,
Au sinus de l'arc de complemét de l'hypothenuse.

Mais les deux derniers termes estans sinus d'arcs de complement, sont alternement proportionnels avec les secantes de leur posé, par la consequence de la 22 proposition, qui est, comme le sinus de l'arc de complement de l'autre costé de l'angle droit, au sinus de l'arc de complement de l'hypothenuse; Ainsi la secante de l'hypothenuse, à la secante de l'autre costé de l'angle droit: parquoi,

Comme le sinus de l'angle droit,
Au sinus de l'arc de complement d'un costé de l'angle droit;
Ainsi la secante de l'hypothenuse,
A la secante de l'autre costé de l'angle droit.

Mais tels sont les quatre termes de l'operation de l'invention du costé BC au 1 exemple, parquoi le quatriesme terme 13541 est pour secante du requis BC: Et semblable sera aussi la demonstration de l'invention de la secante de BC aux autres trois exemples: Mais puis que le mesme 13541 sert de secante à deux arcs, l'un



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

plus petit que le quart d'un cercle, l'autre plus grand, par la 8 definition de la fabrique des sinus, on pourroit demander lequel sera-ce des deux? Je dis le plus petit pour ceste raison: L'hypothenuse AC estant plus petite, il faut que les autres deux costez soient chacun plus petit ou plus grand, par la 3 proposition: Mais AB est plus petit, il faut donc que BC soit aussi plus petit.

Touchant ce qu'au 2 exemple BC est mis plus grand que le quart d'un cercle, la cause est telle: L'hypothenuse AC estant plus grande, il faut qu'un des deux autres soit plus petit, l'autre plus grand, par la 3 proposition; mais AB est plus petit, il faut donc que BC soit plus grand. Quant au 3 exemple, il a fallu que BC fust plus grand, car l'hypothenuse AC estant plus petite, il faut que les deux autres soient chacun plus petit ou chacun plus grand par la 3 proposition: Mais AB est plus grand, il faut donc que BC soit plus grand. Au 4 exemple il a fallu que BC fust plus petit, car l'hypothenuse AC estant plus grande, il faut qu'un des deux autres soit plus petit, & l'autre plus grand par la 3 proposition: Mais AB est plus grand, il faut donc que BC soit plus petit.

## II. Demonstration
### *Sur l'invention de l'angle* A.

#### Article I.

Il est notoire par la 28 proposition, que

Comme le sinus de l'angle droit,
A la tangente de l'hypothenuse;
Ainsi le sinus de l'angle de complement de l'angle oblique,
A la tangente du costé de l'angle droit touchant icelui.

#### Article II.

Mais le troisiesme terme estant sinus de l'angle de complement, le sinus de l'angle droit est moyen proportionnel entre le mesme troisiesme terme & la secante de son posé, par la consequence de la 21 proposition; parquoi le rectangle comprins sous le troisiesme terme & la secante de son posé, est egal au quarré du sinus de l'angle droit.

#### Article III.

Apres, le quatriesme terme du 1 membre estant tangente du costé de l'angle droit, le sinus de l'angle droit est moyen proportionnel entre icelui quatriesme terme, & la tangente de son arc de complement, par la 19 proposition; parquoi le rectangle comprins sous le quatriesme terme & la tangente de son arc de complement, est egal au quarré du sinus de l'angle droit, parquoi le mesme rectangle est egal au rectangle comprins sous le troisiesme terme & la secante de son posé, car il est aussi egal, par le 2 article, au susdit quarré: Ce qui estant ainsi, leurs costez sont alternement proportionnels: qui est, comme le troisiesme terme au quatriesme terme, ainsi la tangente de l'arc de complement du quatriesme terme, à la secante du troisiesme terme: qui est, comme le sinus de l'angle de complement de l'angle oblique, à la tangente du costé de l'angle droit touchant icelui, ainsi la tangente de l'arc de complement du costé de l'angle droit, à la secante de l'angle oblique touchant icelui: parquoi,

Comme le sinus de l'angle droit,
A la tangente de l'hypothenuse;
Ainsi la tangente de l'arc de complement du costé de l'angle droit,
A la secante de l'angle oblique touchant icelui.

Mais tels sont les quatre termes de l'operation de l'invention de l'angle A au 1 exemple, parquoi le 4 terme 21065 est pour secante de l'angle requis A. Et semblable sera aussi la demonstration de l'invention de la secante de l'angle A aux autres trois exemples. Mais puis que le mesme 21065 sert de secante à deux arcs, l'un plus petit que le quart d'un cercle, l'autre plus grand, par la 8 definition de la fabrique des sinus, on pourroit demander maintenant lequel sera-ce des deux? Je dis le plus petit pour ceste raison: L'hypothenuse AC estant plus petite, il faut que les autres deux costez soient chacun plus petit ou plus grand, par la 3 proposition. Mais AB est plus petit, il faut donc que BC soit aussi plus petit, & pource son angle opposite aussi aigu, par la 2 proposition.

Touchant ce qu'au 2 exemple l'angle A a esté mis obtus, la raison est telle: L'hypothenuse AC estant plus grande, il faut que l'un des deux autres soit plus petit, l'autre plus grand, par la 3 proposition: mais AB est plus petit, il faut donc que BC soit plus grand, & pource son angle opposite A obtus, par la 2 proposition. Au 3 exemple il a fallu que l'angle A fust obtus, car l'hypothenuse AC estant plus petite, il faut que les autres deux costez soient chacun plus petit ou plus grand, par la 3 proposition; mais AB est plus grand, il faut donc que BC soit aussi plus grand, & pource son angle opposite obtus, par la 2 proposition. Au 4 exemple il a fallu que l'angle A fust aigu, car l'hypothenuse AC estant plus grande, il faut que l'un des deux autres soit plus petit, l'autre plus grand, par la 3 proposition; mais AB est plus grand, il faut donc que BC soit plus petit, & pource son angle opposite aigu, par la 2 proposition.

## III. Demonstration
### *Sur l'invention de l'angle* C.

Il est notoire par raison reverse de la 23 proposition, que

Comme le sinus de l'hypothenuse,
Au sinus de l'angle droit;
Ainsi le sinus du costé de l'angle droit,
Au sinus de son angle opposite.

Mais comme le sinus de l'hypothenuse, au sinus de l'angle droit, ainsi le sinus de l'angle droit, à la secante de l'arc de complement de l'hypothenuse, par la 21 proposition: parquoi,

Comme le sinus de l'angle droit,
A la secante de l'arc de complement de l'hypothenuse;
Ainsi le sinus du costé de l'angle droit,
Au sinus de son angle opposite.

Mais tels sont les quatre termes de l'operation de l'invention de l'angle C au 1 exemple, parquoi le quatriesme terme 6428 est pour sinus de l'angle requis C: Et semblable sera aussi la demonstration de l'invention du sinus de l'angle C aux autres trois exemples. Mais puis que 6428 sert de sinus à deux arcs, l'un plus petit que le quart d'un cercle, l'autre plus grand, par la 8 definition de la fabrique des sinus, on pourroit demander maintenant lequel sera-ce des deux? Je dis le plus petit, car puis que AB est plus petit, il faut que son angle opposite soit aussi plus petit ou aigu, par la 2 proposition: Au 2 exemple son costé opposite AB est aussi plus petit, parquoi C est aussi aigu: Mais au 3 & 4 exemple AB estant plus grand, il faut que C y soit obtus par la mesme 2 proposition.

Con-

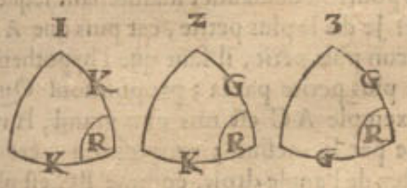
Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

*Conclusion.* Estant doncques cognu l'angle droit d'un triangle spherique rectangle, avec l'hypothenuse & un costé de l'angle droit, nous avons trouvé le troisiesme costé, & les autres deux angles, selon le requis.

## Probleme II. Proposition XXXIII.

*Estant cognu l'angle droit d'un triangle spherique rectangle, avec deux costez le comprenant : Trouver l'hypothenuse, & les autres deux angles.*

Les trois termes cognus peuvent estre de ces trois diverses sortes :

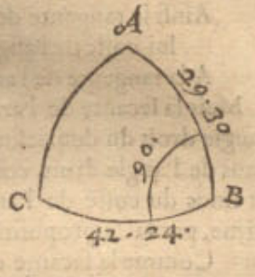



Lesquels recevans trois diverses manieres d'operations, nous mettrons de chacun un exemple particulier.

### 1. *Exemple du 1 triangle de ceste qualité.*

*Le donné.* Soit A B C un triangle spherique, dont l'angle B est droit, & le costé A B face 29 deg. 30 ①. Mais B C 42 deg. 24 ①.

*Le requis.* Il faut trouver l'hypothenuse A C, avec les autres deux angles A, C.




### Construction.

*Invention de l'hypothenuse* A C.

| | |
|---|---|
| Le sinus de l'angle droit | 10000. |
| Donne la secante d'un des deux costez de l'angle droit, soit de B C | 13542. |
| Combien la secante de l'autre costé de l'angle droit A B | 11489? |
| Vient la secante | 15558. |
| L'arc d'icelui pour la requise A C | 50 deg. |

*Invention de l'angle* A.

| | |
|---|---|
| Le sinus de l'angle droit | 10000. |
| Donne la secante de l'arc de complement du costé de l'angle droit cognu touchant l'ange droit requis A, qui est de A B | 20308. |
| Combien la tangente de l'autre costé B C | 9131? |
| Vient la tangente | 18543. |
| L'arc d'icelui pour l'angle requis A | 61 deg. 40. |

*Invention de l'angle* C.

| | |
|---|---|
| Le sinus de l'angle droit | 10000. |
| Donne la secante de l'arc de complement du costé cognu qui touche l'angle requis C, qui est de B C | 14830. |
| Combien la tangente de l'autre costé A B | 5658? |
| Vient la tangente | 8391. |
| L'arc d'icelui pour l'angle requis C | 40 deg. |

### 2. *Exemple du 2 triangle de ceste qualité.*

*Le donné.* Soit A B C un triangle spherique, dont l'angle B est droit, & le costé A B face 170 deg. mais B C 69 deg. 41 ①.

*Le requis.* Il faut trouver le troisiesme costé A C, & les autres deux angles A, C.

### Construction.

*Invention de l'hypothenuse* A C.

| | |
|---|---|
| Le sinus de l'angle droit | 10000. |
| Donne la secante d'un des deux costez de l'angle droit, soit de B C | 28801. |
| Combien la tangente de l'autre costé de l'angle droit A B | 10154? |
| Vient la secante | 29245. |
| L'arc d'icelui | 70 deg. |
| Soustrait de | 180 deg. |
| Reste pour la requise A C | 110 deg. |

*Invention de l'angle* A.

| | |
|---|---|
| Le sinus de l'angle droit | 10000. |
| Donne la secante de l'arc de complement du costé cognu touchant l'angle requis A, qui est de A B | 57588. |
| Combien la tangente de l'autre costé B C | 27009? |
| Vient la tangente | 155539. |
| L'arc d'icelui pour l'angle requis | 86 deg. 19. |

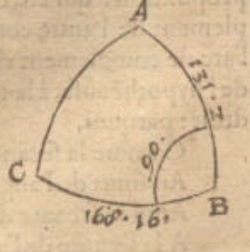
*Invention de l'angle* C.

| | |
|---|---|
| Le sinus de l'angle droit | 10000. |
| Donne la secante de l'arc de complement du costé cognu touchant l'angle requis C, qui est de B C | 10463. |
| Combien la tangente de l'autre costé A B | 1763? |
| Vient la tangente | 1880. |
| L'arc d'icelui | 10 deg. 39. |
| Soustrait de | 180 deg. |
| Reste pour l'angle requis C | 169 deg. 21. |

### 3. *Exemple du 3 triangle de ceste qualité.*

*Le donné.* Soit A B C un triangle spherique, dont l'angle B est droit, & le costé A B face 131 deg. 2 ①, mais B C 168 deg. 16 ①.

*Le requis.* Il faut trouver le troisiesme costé, & les autres deux angles A, C.






Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

### Construction.

#### *Invention de l'hypothenuſe* A C.

| | |
|---|---|
| Le ſinus de l'angle droit | 10000. |
| Donne la ſecante d'un des deux coſtez de l'angle droit, je prens de B C | 10213. |
| Combien la ſecante de l'autre coſté de l'angle droit A B | 15232? |
| Vient ſecante | 15556. |
| L'arc d'icelui pour la requiſe A C | 50 deg. |

#### *Invention de l'angle* A.

| | |
|---|---|
| Le ſinus de l'angle droit | 10000. |
| Donne la ſecante de l'arc de complement du coſté cognu touchant l'angle requis A, qui eſt de A B | 13254. |
| Combien la tangente de l'autre coſté B C | 2077? |
| Vient tangente | 2753. |
| L'arc d'icelui | 15 deg. 23. |
| Souſtrait de | 180 deg. |
| Reſte pour l'angle requis A | 164 deg. 37. |

#### *Invention de l'angle* C.

| | |
|---|---|
| Le ſinus de l'angle droit | 10000. |
| Donne la ſecante de l'arc de complement du coſté cognu qui touche l'angle requis C, qui eſt de B C | 49175. |
| Combien la tangente de l'autre coſté A B | 11490? |
| Vient tangente | 56502. |
| L'arc d'icelui | 79 deg. 58. |
| Souſtrait de | 180 deg. |
| Reſte pour l'angle requis C | 100 deg. 2. |

### I. Demonstration

#### *Sur l'invention de l'hypothenuſe* A C.

Il eſt notoire par la 25 propoſition, que
Comme le ſinus de l'angle droit,
Au ſinus de l'arc de complement d'un coſté de l'angle droit;
Ainſi le ſinus de l'arc de complement de l'autre coſté de l'angle droit,
Au ſinus de l'hypothenuſe.

Mais la ſecante du coſté de l'angle droit du deuxieſme terme, eſt en telle raiſon au ſinus de l'angle droit, comme le ſinus de l'angle droit, au ſinus de l'arc de complement du meſme coſté de l'angle droit du deuxieſme terme, par la conſequence de la 21 propoſition: parquoi,
Comme la ſecante d'un coſté de l'angle droit,
Au ſinus de l'angle droit;
Ainſi le ſinus de l'arc de complement de l'autre coſté de l'angle droit,
Au ſinus de l'arc de complemẽt de l'hypothenuſe.

Mais les deux derniers termes eſtant ſinus d'arcs de complement, ſont alternement proportionnels avec les ſecantes de leur poſé, par la conſequence de la 22 propoſition, qui eſt, comme le ſinus de l'arc de complement de l'autre coſté de l'angle droit, au ſinus de l'arc de complement de l'hypothenuſe, ainſi la ſecante de l'hypothenuſe, à la ſecante de l'autre coſté de l'angle droit: parquoi,
Comme la ſecante d'un coſté de l'angle droit,
Au ſinus de l'angle droit;
Ainſi la ſecante de l'hypothenuſe;
A la ſecante de l'autre coſté de l'angle droit.

Et par raiſon reverſe,
Comme le ſinus de l'angle droit,
A la ſecante d'un coſté de l'angle droit;
Ainſi la ſecante de l'autre coſté de l'angle droit,
A la ſecante de l'hypothenuſe.

Mais tels ſont les quatre termes de l'operation de l'invention de l'hypothenuſe A C au 1 exemple, parquoi 15558 eſt pour la ſecante de l'hypothenuſe requiſe A C: Et ſemblable ſera auſſi la demonſtration de l'invention de la ſecante de l'hypothenuſe A C aux deux autres exemples. Mais puis que ce 15558, ſert de ſecante à deux arcs, l'un plus petit que le quart d'un cercle, l'autre plus grand, par la 8 definition de la fabrique des ſinus, on pourroit demander maintenant lequel ſera-ce des deux? Je dis la plus petite, car puis que A B, B C, ſont chacun plus petit, il faut que l'hypothenuſe A C ſoit auſſi plus petite par la 3 propoſition. Quant à ce qu'au 2 exemple A C eſt mis plus grand, la raiſon eſt manifeſte par la meſme 3 propoſition; car l'un des deux coſtez de l'angle droit, comme B C, eſt plus petit, & A B plus grand: Et iceux deux coſtez au 3 exemple eſtant chacun plus grand, il a fallu par la meſme 3 propoſition que l'hypothenuſe A C y fuſt plus petite.

### II. Demonstration

#### *Sur l'invention de l'angle* A & C.

Il eſt notoire par la 27 propoſition, que
Comme le ſinus de l'angle droit,
Au ſinus d'un coſté de l'angle droit;
Ainſi la tangente de l'angle oblique touchant icelui coſté de l'angle droit,
A la tangente de l'autre coſté de l'angle droit.

Mais la ſecante de l'arc de complement du coſté de l'angle droit du deuxieſme terme, eſt en telle raiſon au ſinus de l'angle droit, comme le ſinus de l'angle droit, au ſinus du coſté de l'angle droit d'icelui deuxieſme terme, par la 21 propoſition: parquoi,
Comme la ſecante de l'arc de complement d'un coſté de l'angle droit,
Au ſinus de l'angle droit;
Ainſi la tangente de l'angle oblique touchant icelui coſté de l'angle droit,
A la tangente de l'autre coſté de l'angle droit.

Et par raiſon reverſe,
Comme le ſinus de l'angle droit,
A la ſecante de l'arc de complement d'un coſté de l'angle droit;
Ainſi la tangente de l'autre coſté de l'angle droit,
A la tangente de l'angle oblique.

Mais tels ſont les quatre termes de l'operation de l'invention de l'angle A au 1 exemple, parquoi 18543 eſt pour tangente de l'angle requis A. Et ſemblable ſera auſſi la demonſtration de l'invention de la tangente de l'angle A aux autres deux exemples: & auſſi de l'angle C en tous les trois exemples. Toutesfois puis que le meſme 18543 ſert de tangente à deux arcs, l'un plus petit que le quart d'un cercle, l'autre plus grand par la 7 definition de la fabrique des ſinus, on pourroit demander maintenant lequel ſera-ce des deux? Je dis le plus petit, car puis que B C coſté oppoſite de l'angle A eſt plus petit, il faut que A ſoit aigu par la 2 propoſition. Et pour ſemblable raiſon il falloit que C du premier exemple fuſt aigu. Touchant ce qu'au 2 exemple l'angle A eſt mis aigu, & C obtus, il falloit que cela fuſt, pource que le coſté oppoſite de A eſt plus petit que le quart d'un cercle, mais le coſté oppoſite de C plus grand. Et les coſtez A B, B C, du troiſieſme exemple

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

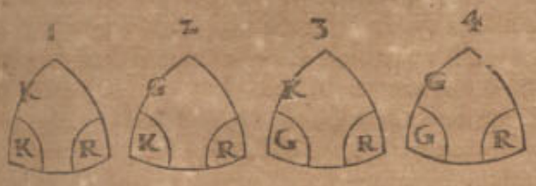
ple eſtant chacun plus grand, il faut par le meſme 2 exemple de ceſte propoſition que leurs angles oppoſites A, C, ſoient obtus.

*Concluſion.* Eſtant doncques cognu l'angle droit d'un triangle ſpherique rectangle, avec deux coſtez le comprenant : Nous avons trouvé l'hypothenuſe, & les autres deux angles, ſelon le requis.

## Probleme III. Proposition XXXIV.

*Eſtant cognu d'un triangle ſpherique rectangle l'angle droit, avec un angle oblique, & l'hypothenuſe : Trouver le troiſieſme angle & les autres deux coſtez.*

Les trois termes cognus peuvent eſtre de ces quatre diverſes ſortes :

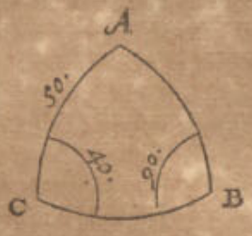



Leſquels recevans quatre diverſes ſortes d'operations, nous mettrons de chacun un exemple particulier.

### 1. *Exemple du 1 triangle de ceſte qualité.*

*Le donné.* Soit A B C un triangle ſpherique, dont l'angle B eſt droit, C oblique faiſant 40 deg. & l'hypothenuſe A C 50 deg.

*Le requis.* Il faut trouver le troiſieſme angle A, & les autres deux coſtez A B, B C.




Construction.

*Invention de l'angle* A.

| | |
|---|---|
| Le ſinus de l'angle droit | 10000. |
| Donne la ſecante de l'hypothenuſe A C | 15557. |
| Combien la tangente de l'angle de complement de l'angle C | 11910? |
| Vient tangente | 1854. |
| L'arc d'icelui pour l'angle requis A | 61 deg 40. |

*Invention du coſté* A B.

| | |
|---|---|
| Le ſinus de l'angle droit | 10000. |
| Donne le ſinus de l'hypothenuſe A C | 7660. |
| Combien le ſinus de l'angle oblique C | 6428? |
| Vient le ſinus | 4924. |
| L'arc d'icelui pour le coſté requis A B | 29 deg. 30. |

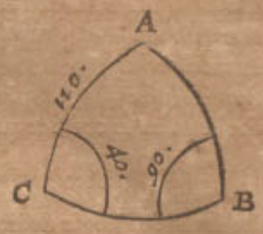
*Invention du coſté* B C.

| | |
|---|---|
| Le ſinus de l'angle droit | 10000. |
| Donne le ſinus de l'angle de complement de C | 7660. |
| Combien la tangente de l'hypothenuſe A C | 11918? |
| Vient la tangente | 9129. |
| L'arc d'icelui pour le coſté requis B C | 42 deg. 24. |

### 2. *Exemple du 2 triangle de ceſte qualité.*

*Le donné.* Soit A B C un triangle ſpherique, dont l'angle B eſt droit, C oblique faiſant 40 degr. l'hypothenuſe A C 110 deg.

*Le requis.* Il faut trouver le troiſieſme angle A, & les autres deux coſtez AB, BC.




Construction.

*Invention de l'angle* A.

| | |
|---|---|
| Le ſinus de l'angle droit | 10000. |
| Donne la ſecante de l'hypothenuſe A C | 29238. |
| Combien la tangente de l'angle de complement de l'angle C | 11918? |
| Vient tangente | 34846. |
| L'arc d'icelui | 73 deg. 59. |
| Souſtrait de | 180 deg. |
| Reſte pour l'angle requis A | 106 deg. 1. |

*Invention du coſté* A B.

| | |
|---|---|
| Le ſinus de l'angle droit | 10000. |
| Donne le ſinus de l'hypothenuſe A C | 9397. |
| Combien le ſinus de l'angle oblique C | 6428? |
| Vient ſinus | 6040. |
| L'arc d'icelui pour le coſté requis A B | 37 deg. 10. |

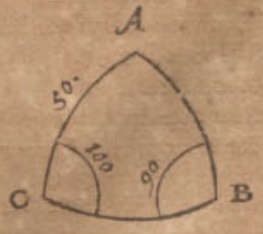
*Invention du coſté* B C.

| | |
|---|---|
| Le ſinus de l'angle droit | 10000. |
| Donne le ſinus de l'angle de complement de C | 7660. |
| Combien la tangente de l'hypothenuſe A C | 27475? |
| Vient tangente | 21046. |
| L'arc d'icelui | 64 deg. 35. |
| Souſtrait de | 180 deg. |
| Reſte pour le coſté requis B C | 115 deg. 25. |

### 3. *Exemple du 3 triangle de ceſte qualité.*

*Le donné.* Soit A B C un triangle ſpherique, dont l'angle B eſt droit, C oblique faiſant 100 deg. & l'hypothenuſe A C 50 deg.

*Le requis.* Il faut trouver le troiſieſme angle A, & les autres deux coſtez AB, BC.




Construction.

*Invention de l'angle* A.

| | |
|---|---|
| Le ſinus de l'angle droit | 10000. |
| Donne la ſecante de l'hypothenuſe A C | 15557. |
| Combien la tangente de l'angle de complement de l'angle C | 1763? |

Vient

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

| | |
|---|---|
| Vient tangente | 2743. |
| L'arc d'icelui | 15 deg. 20. |
| Soustrait de | 180 deg. |
| Reste pour l'angle requis A | 164 deg. 40. |

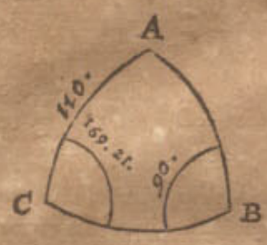
*Invention du costé* AB.

| | |
|---|---|
| Le sinus de l'angle droit | 10000. |
| Donne le sinus de l'hypothenuse AC | 7660. |
| Combien le sinus de l'angle oblique C | 9848? |
| Vient sinus | 7544. |
| L'arc d'icelui | 48 deg. 58. |
| Soustrait de | 180 deg. |
| Reste pour le costé requis AB | 131 deg. 2. |

*Invention du costé* BC.

| | |
|---|---|
| Le sinus de l'angle droit | 10000. |
| Donne le sinus de l'angle de complement de C | 1737. |
| Combien la tangente de l'hypothenuse AC | 11918? |
| Vient tangente | 2070. |
| L'arc d'icelui | 11 deg. 42. |
| Soustrait de | 180 deg. |
| Reste pour le costé requis BC | 168 deg. 18. |

*4. Exemple du 4 triangle de ceste qualité.*




*Le donné.* Soit ABC un triangle spherique, dont l'angle B est droit, C oblique faisant 169 deg. 21 ①, & le costé AC 110 deg.

*Le requis.* Il faut trouver le troisiesme angle A, & les autres deux costez AB, BC.

CONSTRVCTION.

*Invention de l'angle* A.

| | |
|---|---|
| Le sinus de l'angle droit | 10000. |
| Donne la secante de l'hypothenuse AC | 29238. |
| Combien la tangente de l'angle de complement de l'angle C | 53178? |
| Vient tangente | 155482. |
| L'arc d'icelui pour l'angle requis A | 86 deg. 19. |

*Invention du costé* AB.

| | |
|---|---|
| Le sinus de l'angle droit | 10000. |
| Donne le sinus de l'hypothenuse AC | 9397. |
| Combien le sinus de l'angle oblique C | 1848? |
| Vient le sinus | 1737. |
| L'arc d'icelui | 10 deg. |
| Soustrait de | 180 deg. |
| Reste pour le costé requis AB | 170 deg. |

*Invention du costé* BC.

| | |
|---|---|
| Le sinus de l'angle droit | 10000. |
| Donne le sinus de l'angle de complement de C | 9828. |
| Combien la tangente de l'hypothenuse AC | 27475? |
| Vient tangente | 27002. |
| L'arc d'icelui pour le costé requis BC | 69 deg. 41. |

I. DEMONSTRATION

*Sur l'invention de l'angle* A.

Il est notoire par la 29 proposition, que

Comme le sinus de l'angle droit,
Au sinus de l'arc de complement de l'hypothenuse;
Ainsi la tangente d'un angle oblique,
A la tangente de l'angle de complement de l'autre angle oblique.

Mais la secante de l'hypothenuse, est en telle raison au sinus de l'angle droit, comme le sinus de l'angle droit, au sinus de l'arc de complement de l'hypothenuse, par la consequence de la 21 proposition: parquoi,

Comme la secante de l'hypothenuse,
Au sinus de l'angle droit;
Ainsi la tangente d'un angle oblique,
A la tangente de l'angle de complement de l'autre angle oblique.

Et par raison reverse,

Comme le sinus de l'angle droit,
A la secante de l'hypothenuse;
Ainsi la tangente de l'angle de complement d'un angle oblique,
A la tangente de l'autre angle oblique.

Mais tels sont les quatre termes de l'operation de l'invention de l'angle A au 1 exemple, parquoi 18541 est pour la tangente de l'angle requis A. Et semblable sera aussi la demonstration de l'invention de la tangente de l'angle A des autres trois exemples. Mais puis que 18541 sert de tangente à deux arcs, l'un plus petit que le quart d'un cercle, l'autre plus grand par la 7 definition de la fabrique des sinus, maintenant on pourroit demander lequel sera-ce des deux? Je dis la plus petite, pour ceste cause: Veu que l'angle C est aigu, il faut que son costé oppositе AB soit plus petit, par la 2 proposition: Apres, veu que l'hypothenuse AC est aussi plus petite, il faut que les autres deux AB, BC, soient aussi chacun plus petit ou plus grand, par la 3 proposition; mais AB est plus petit, il faut donc que BC soit aussi plus petit, & consequemment son angle oppositе A aigu, par la 2 proposition. Quant à ce qu'au 2 exemple A est mis obtus, la raison en est telle: Veu que l'angle C est aigu, il faut que AB soit plus petit, par la 2 proposition: Apres, veu que l'hypothenuse AC est plus grande, il faut que l'un des autres deux costez soit plus petit, l'autre plus grand, mais AB est plus petit, BC doncques est plus grand, & consequemment son angle oppositе A obtus, par la 2 proposition. Au 3 exemple l'angle A estoit obtus pour ceste cause: Veu que C est obtus, il faut que son costé oppositе AB soit plus grand que le quart d'un cercle: Apres, puis que AC est plus petit, il faut que les autres deux costez soient chacun plus petit, ou chacun plus grand, par la 3 proposition: Mais AB est plus grand, BC doncques est aussi plus grand, & consequemment son angle oppositе A est obtus, par la 2 proposition. Au 4 exemple l'angle A est aigu pour ceste cause: Veu que l'angle C est obtus, il faut que son costé oppositе AB soit plus grand que le quart d'un cercle par la 2 proposition: Apres, puis que AC est plus grand, il faut que l'un des autres deux costez soit plus petit, l'autre plus grand par la consequence de la 3 proposition, mais AB est plus grand, il faut donc que BC soit plus petit, & consequemment son angle oppositе A aigu.

II. DE-

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

II. Demonstration

*Sur l'invention du costé de l'angle droit* AB.

Il est notoire par la 23 proposition, que
Comme le sinus de l'angle droit,
Au sinus de l'hypothenuse;
Ainsi le sinus de l'angle oblique,
Au sinus de son costé opposite.

Mais tels sont les quatre termes de l'operation de l'invention du costé AB au 1 exemple, parquoi 4924 est pour sinus de AB requis : Et semblable sera la demonstration de l'invention du sinus du costé de l'angle droit AB des autres trois exemples. Mais puis que ce 4924 sert de sinus à deux arcs, l'un plus petit que le quart d'un cercle, l'autre plus grand par la 2 definition de la fabrique des sinus, maintenant on pourroit demander lequel sera-ce des deux ? Je dis le plus petit, car son angle opposite C estant aigu, il faut qu'il soit plus petit, par la 2 proposition. Quant à ce que AB au 2 exemple est mis plus petit, mais au 3 & 4 plus grand, c'est pource que l'angle d'icelui est aigu, & que les angles opposites de ceux-ci sont obtus.

III. Demonstration

*Sur l'invention du costé de l'angle droit* BC.

Il est notoire par la 28 proposition, que
Comme le sinus de l'angle droit,
A la tangente de l'hypothenuse;
Ainsi le sinus de l'angle de complement de l'angle oblique,
A la tangente du costé de l'angle droit touchant icelui.

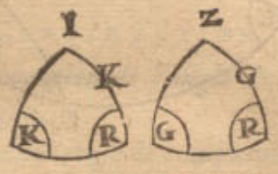
Mais tels sont les quatre termes de l'operation de l'invention du costé de l'angle droit BC au 1 exemple, parquoi 9129 est pour tangente de BC. Et semblable sera aussi la demonstration de l'invention de la tangente du costé BC des autres trois exemples. Mais puis que ce 9129 sert de tangente à deux arcs, l'un plus petit que le quart d'un cercle, l'autre plus grand, par la 7 definition de la fabrique des sinus; maintenant on pourroit demander lequel sera-ce des deux ? Je dis le plus petit, pour ceste raison : Veu que l'hypothenuse AC est plus petite que le quart d'un cercle, il faut que les deux angles A, C, soient tous deux aigus ou obtus, par la consequence de la 5 proposition; mais C est aigu, il faut donc que A soit aussi aigu, & consequemment son costé opposite plus petit que le quart d'un cercle, par la consequence de la 2 proposition. Quant à ce qu'au 2 exemple BC a esté mis plus petit, la raison est telle: Veu que l'hypothenuse AC est plus grande que le quart d'un cercle, il faut que l'un des deux angles A, C, soit aigu, l'autre obtus, par la consequence de la 5 proposition: mais C est aigu, il faut donc que A soit obtus, & pource son costé opposite BC plus grand que le quart d'un cercle, par la consequence de la 2 proposition. Au 3 exemple il a fallu que le costé BC fust plus grand, car l'hypothenuse AC estant plus petite, il faut que les deux angles A, C, soient tous deux aigus ou tous deux obtus, par la consequence de la 5 proposition : mais C est obtus, il faut donc que A soit aussi obtus, & pource son costé opposite est plus grand que le quart d'un cercle, par la consequence de la 2 proposition. Au 4 exemple il a fallu que le costé BC fust plus petit, car l'hypothenuse AC estant plus grande, il faut que l'un des deux angles A, C, soit aigu, l'autre obtus, par la consequence du 5 exemple : Mais C est obtus, il faut donc que A soit aigu, & pource son costé opposite BC est plus petit que le quart d'un cercle, par la consequence de la 2 proposition.

*Conclusion.* Estant doncques cognu d'un triangle spherique rectangle l'angle droit, avec un angle oblique, & l'hypothenuse : Nous avons trouvé le troisiesme angle, & les autres deux costez, selon le requis.

Probleme IV. Proposition XXXV.

*Estant cognu d'un triangle spherique rectangle l'angle droit, avec un angle oblique, & son costé opposite: Trouver le troisiesme angle, & les autres deux costez.*

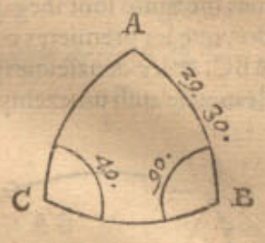
Les trois termes cognus peuvent estre en ces deux diverses sortes :




Desquels, ne recevans tous deux qu'une mesme operation, nous ne mettrons qu'un exemple.

*Le donné.* Soit ABC un triangle spherique, dont l'angle B est droit, C oblique faisant 40 deg. & le costé AC 29 deg. 30.

*Le requis.* Il faut trouver le troisiesme angle A, avec les autres deux costez AC, BC.




Construction.

*Invention de l'angle* A.

| | |
|---|---|
| Le sinus de l'angle droit | 10000. |
| Donne la secante de AB | 11489. |
| Combien le sinus de l'angle de complement de C | 7660? |
| Vient sinus | 8801. |
| L'arc d'icelui pour l'angle requis A de la premiere conclusion | 61 deg. 40. |
| Iceux soustraits de | 180 deg. |
| Reste pour la deuxiesme conclusion | 118 deg. 20. |

*Invention de l'hypothenuse* AC.

| | |
|---|---|
| Le sinus de l'angle droit | 10000. |
| Donne la secante de l'angle de complement de C | 15557. |
| Combien le sinus de AB | 4924? |
| Vient sinus | 7660. |
| L'arc d'icelui pour AC requis de la premiere conclusion | 50 deg. |
| Iceux soustraits de | 180 deg. |
| Reste pour la deuxiesme conclusion | 130 deg. |

*Invention du costé de l'angle droit* BC.

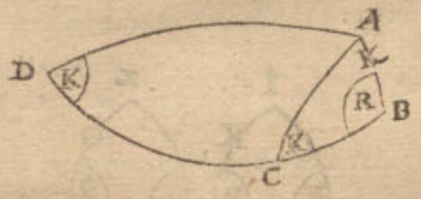
| | |
|---|---|
| Le sinus de l'angle droit | 10000. |
| Donne la secante de l'angle de complement de C | 11918. |
| Combien la tangente de AB | 5658? |
| Vient le sinus | 6743. |
| L'arc d'icelui pour BC requis de la premiere conclusion | 42 deg. 24. |
| Iceux soustraits de | 180 deg. |
| Reste pour la deuxiesme conclusion | 137 deg. 36. |

NOTE

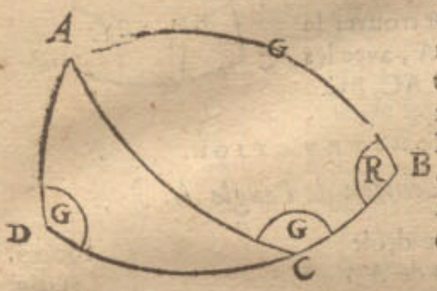
Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

## NOTE SVR LA DOVBLE CONCLVSION.

Nous avons dit ci dessus que chacun terme requis a une double conclusion, l'un estant plus petit que 90 deg. l'autre plus grand, toutesfois il ne faut pas entendre qu'un mesme costé ou angle d'un triangle, puisse estre plus petit & plus grand, mais bien plus petit, ou plus grand: Et pour le declarer encores plus manifestement, il faut sçavoir que deux divers triangles avec termes egaux cognus, peuvent avoir des termes inegaux incognus. Soit par exemple A B C un triangle spherique, & A B D un autre, tellement que l'angle D estant




aigu, est egal à l'angle A C B; ce qui estant ainsi, les trois termes cognus d'un triangle, sont egaux à semblables trois termes cognus de l'autre, mais leurs termes incognus sont inegaux: Par lequel on peut entendre, que les premieres conclusions sont pour le triangle ABC, & les deuxiesmes pour le triangle ABD. Or afin de mettre aussi un exemple avec l'angle C obtus; Soit derechef A B C un triangle spherique, & A B D un autre, tellement que l'angle D estant obtus, est egal à l'angle A C B: Ce qui estant ainsi, les trois termes cognus d'un triangle, sont egaux à semblables trois termes cognus de l'autre, mais leurs termes incognus sont inegaux: Par lequel est à entendre, que la plus petite conclusion de A, & son costé opposite, avec la plus grande de l'hypothenuse, sont pour le triangle A B C: Mais la plus grande conclusion de A, & son costé opposite avec le plus petit de l'hypothenuse, sont pour le triangle ABD.




Ce que nous avons dit ici de ceste double conclusion, s'entendra aussi és autres lieux cy apres quand on parlera de double conclusion.

### I. Demonstration *Sur l'invention de l'angle* A.

Il est notoire par raison alterne reverse de la 26 proposition, que

Comme le sinus de l'arc de complement d'un costé de l'angle droit,
Au sinus de l'angle droit;
Ainsi le sinus de l'angle de complement de l'angle oblique à l'opposite du susdit costé de l'angle droit,
Au sinus de l'autre angle oblique.

Mais comme le sinus de l'arc de complement d'un costé de l'angle droit, au sinus de l'angle droit, ainsi le sinus de l'angle droit, à la secante du posé d'icelui costé de l'angle droit, par la consequence de la 2 proposition: parquoi,

Comme le sinus de l'angle droit,
A la secante du costé de l'angle droit;
Ainsi le sinus de l'angle de complement de l'angle oblique à l'opposite du susdit costé de l'angle droit,
Au sinus de l'autre angle oblique.

Mais tels sont les quatre termes de l'operation de l'invention de l'angle A, parquoi 8801 est pour sinus de l'angle requis A. Toutesfois puis que le mesme 8801 sert de sinus à deux arcs, l'un plus petit que le quart d'un cercle, l'autre plus grand, par la 2 definition de la fabrique des sinus, maintenant on pourroit demander lequel sera-ce? Je dis tous deux (à sçavoir en divers triangles, chacun avec les termes donnez cognus, comme il est declaré plus amplement en la precedente note) pour ces raisons: Veu que l'angle A, avec les deux costez B C, A C, sont incognus, s'ensuit que A estant mis aigu, son costé opposite B C vient plus petit que le quart d'un cercle, par la consequence de la 2 proposition, lequel B C, avec l'autre costé de l'angle droit A B cognu donné, estant chacun plus petit, il faut donc que l'hypothenuse A C soit aussi plus petite, par la 3 proposition. Mais A estant mis obtus, son costé opposite B C vient plus grand par la consequence de la 2 proposition, & alors l'hypothenuse A C plus grande, par la 3 proposition.

### II. Demonstration *Sur l'invention de l'hypothenuse* A C.

Il est notoire par alterne raison de la 23 proposition, que

Comme le sinus de l'angle droit,
Au sinus de l'angle oblique;
Ainsi le sinus de l'hypothenuse,
Au sinus du costé opposite de l'angle oblique.

Mais la secante de l'angle de complement de l'angle oblique, est en telle raison au sinus de l'angle droit, comme le sinus de l'angle droit, au sinus de l'angle oblique, par la 21 proposition: parquoi,

Comme la secante de l'angle de complement de l'angle oblique,
Au sinus de l'angle droit;
Ainsi le sinus de l'hypothenuse,
Au sinus du costé opposite de l'angle oblique.

Et par raison reverse,

Comme le sinus de l'angle droit,
A la secante de l'angle de complement de l'angle oblique;
Ainsi le sinus du costé opposite de l'angle oblique,
Au sinus de l'hypothenuse.

Mais tels sont les quatre termes de l'operation de l'invention de l'hypothenuse A C, parquoi 7660 est pour sinus de l'hypothenuse requise A C; Mais puis que le mesme 7660 sert de sinus à deux arcs, l'un plus petit que le quart d'un cercle, l'autre plus grand, par la 2 definition de la fabrique des sinus, on pourroit demander lequel sera-ce des deux? Je dis tous deux (à sçavoir en divers triangles chacun avec les termes cognus donnez, comme il est declaré plus amplement en la precedente Note) pour ces raisons: Veu que l'angle A, avec les deux costez B C, A C, sont incognus, s'ensuit que l'hypothenuse A C estant mise plus petite, il faut par la consequence de la 3 proposition, que B C soit aussi plus petit, pource qu'alors A B & B C sont chacun plus petit: Mais l'hypothenuse A C estant mise plus grande, il faut que B C soit aussi plus grand, par la mesme

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

meſme conſequence de la 3 propoſition, pource que l'un, comme A B, eſt plus petit.

III. Demonstration

*Sur l'invention du coſté de l'angle droit* B C.

Il eſt notoire par alterne raiſon de la 27 propoſition, que

Comme la tangente de l'angle oblique,
Au ſinus de l'angle droit;
Ainſi la tangente du coſté oppoſite d'icelui angle oblique,
Au ſinus de l'autre coſté de l'angle droit.

Mais comme la tangente de l'angle oblique, au ſinus de l'angle droit; ainſi le ſinus de l'angle droit, à la tangente de l'arc de complement de l'angle oblique, par la 19 propoſition: parquoi,

Comme le ſinus de l'angle droit,
A la tangente de l'angle de complement de l'angle oblique;
Ainſi la tangente du coſté oppoſite d'icelui angle oblique,
Au ſinus de l'autre coſté de l'angle droit.

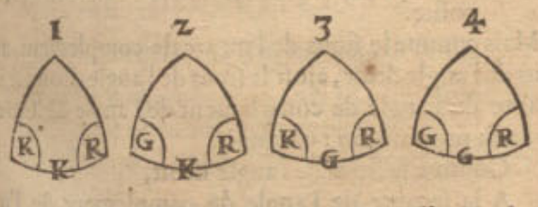
Mais tels ſont les quatre termes de l'operation de l'invention du coſté de l'angle droit B C, parquoi 6743 eſt pour ſinus de B C requis. Mais puis que le meſme 6743 ſert de ſinus à deux arcs, l'un plus petit que le quart d'un cercle, l'autre plus grand, par la 2 definition de la fabrique des ſinus, on pourroit demander lequel ſera-ce? Je dis tous deux (à ſçavoir en divers triangles chacun avec les termes cognus donnez, comme il eſt declaré plus amplement en la precedente Note) pour ces raiſons: Veu que l'angle A, avec les deux coſtez B C, A C, ſont incognus, s'enſuit que B C eſtant mis plus petit, il faut que ſon angle oppoſite A ſoit aigu, par la 2 propoſition, & alors l'hypothenuſe A C auſſi plus petite, par la 3 propoſition, pource que A B, B C, ſont chacun plus petit: Mais B C eſtant mis plus grand que le quart d'un cercle, ſon angle oppoſite A vient obtus, par la 2 propoſition, & alors A C plus grand, par la 3 propoſition, pource que l'un coſté de l'angle droit A B eſt plus petit, l'autre comme B C plus grand.

*Concluſion.* Eſtant doncques cognu d'un triangle ſpherique rectangle l'angle droit, avec un angle oblique, & ſon coſté oppoſite: Nous avons trouvé le troiſieſme angle, & les autres deux coſtez, ſelon le requis.

Probleme V. Proposition XXXVI.

*Estant cognu d'un triangle ſpherique rectangle l'angle droit, avec un angle oblique, & un coſté entre deux: Trouver le troiſieſme angle, & les autres deux coſtez.*

Les trois termes cognus peuvent eſtre en ces quatre diverſes façons:

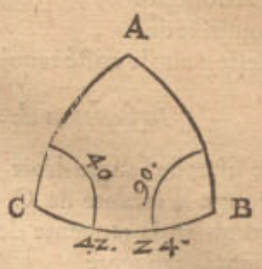



Leſquels recevant quatre diverſes ſortes d'operations, nous mettrons de chacune un exemple particulier.

1. *Exemple du 1 triangle de ceſte qualité.*

*Le donné.* Soit A B C un triangle ſpherique, dont l'angle B eſt droit, C de 40 degr. & B C le coſté entre deux face 42 deg. 24 ①.

*Le requis.* Il faut trouver le troiſieſme angle A, avec les autres deux coſtez A B, A C.




Constructon.

*Invention de l'angle* A.

| | |
|---|---|
| Le ſinus de l'angle droit | 10000. |
| Donne la ſecante de l'angle de complement de C | 15557. |
| Combien la ſecante de B C | 13542? |
| Vient la ſecante | 21067. |
| L'arc d'icelui pour l'angle requis A | 61 deg. 40. |

*Invention du coſté de l'angle droit* A B.

| | |
|---|---|
| Le ſinus de l'angle droit | 10000. |
| Donne le ſinus de B C | 6743. |
| Combien la tangente de C | 8391? |
| Vient la tangente | 5658. |
| L'arc d'icelui pour le coſté requis A B | 29 deg. 30. |

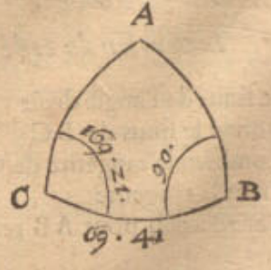
*Invention de l'hypothenuſe* A C.

| | |
|---|---|
| Le ſinus de l'angle droit | 10000. |
| Donne la ſecante de C | 13054. |
| Combien la tangente de B C | 9131? |
| Vient la tangente | 11920. |
| L'arc d'icelui pour l'hypothenuſe requiſe de A C | 50 deg. |

2. *Exemple du 2 triangle de ceſte qualité.*

*Le donné.* Soit A B C un triangle ſpherique, dont l'angle B eſt droit, C de 169 degr. 21 ①, & B C coſté entre deux face 69 deg. 41.

*Le requis.* Il faut trouver le troiſieſme angle A, avec les autres deux coſtez A B, A C.




Constructon.

*Invention de l'angle* A.

| | |
|---|---|
| Le ſinus de l'angle droit | 10000. |
| Donne la ſecante de l'angle de complement de C | 54110. |
| Combien la ſecante de B C | 28801? |
| Vient la ſecante | 155842. |
| L'arc d'icelui pour l'angle requis A | 86 deg. 19. |



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

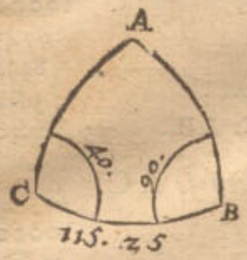
*Invention du costé de l'angle droit* AB.

| | |
|---|---|
| Le sinus de l'angle droit | 10000. |
| Donne le sinus de BC | 9378. |
| Combien la tangente de C | 18817 |
| Vient la tangente | 1764. |
| L'arc d'icelui | 10 deg. |
| Soustrait de | 180 deg. |
| Reste pour le costé requis AB | 170 deg. |

*Invention de l'hypothenuse* AC.

| | |
|---|---|
| Le sinus de l'angle droit | 10000. |
| Donne la secante de C | 10175. |
| Combien la tangente de BC | 27009? |
| Vient la tangente | 27482. |
| L'arc d'icelui | 70 deg. |
| Soustrait de | 180 deg. |
| Reste pour l'hypothenuse requise AC | 110 deg. |

3. *Exemple du 3 triangle de ceste qualité.*




*Le donné.* Soit ABC un triangle spherique, dont l'angle B est droit, & C de 40 deg. & BC le costé entre deux face 115 deg. 25 ①.

*Le requis.* Il faut trouver le troisiesme angle A, avec les autres deux costez AB, AC.

CONSTRVCTION.

*Invention de l'angle* A.

| | |
|---|---|
| Le sinus de l'angle droit | 10000. |
| Donne la secante de l'angle de complement de C | 15557. |
| Combien la secante de BC | 23299? |
| Vient la secante | 36246. |
| L'arc d'icelui | 73 deg. 59. |
| Soustrait de | 180 deg. |
| Reste pour l'angle requis A | 106 deg. |

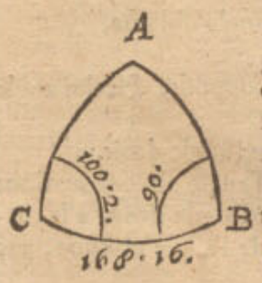
*Invention du costé de l'angle droit* AB.

| | |
|---|---|
| Le sinus de l'angle droit | 10000. |
| Donne le sinus de BC | 9032. |
| Combien la tangente de C | 8391? |
| Vient la tangente | 7579. |
| L'arc d'icelui pour AB requis | 37 deg. 9. |

*Invention de l'hypothenuse* AC.

| | |
|---|---|
| Le sinus de l'angle droit | 10000. |
| Donne la secante de C | 13054. |
| Combien la tangente de BC | 21044? |
| Vient la tangente | 27471. |
| L'arc d'icelui | 70 deg. |
| Soustrait de | 180 deg. |
| Reste pour l'hypothenuse requise AC | 110 deg. |

4. *Exemple du 4 triangle de ceste qualité.*




*Le donné.* Soit ABC un triangle spherique, dont l'angle B est droit, C de 100 deg. 2 ①, & BC le costé entre deux face 168 degr. 16 ①.

*Le requis.* Il faut trouver le troisiesme angle A, avec les autres deux costez AB, AC.

CONSTRVCTION.

*Invention de l'angle* A.

| | |
|---|---|
| Le sinus de l'angle droit | 10000. |
| Donne la secante de l'angle de complement de C | 10155. |
| Combien la tangente de BC | 10114? |
| Vient secante | 10372. |
| L'arc d'icelui | 15 deg. 24. |
| Soustrait de | 180 deg. |
| Reste pour l'angle requis A | 164 deg. 36. |

*Invention du costé de l'angle droit* AB.

| | |
|---|---|
| Le sinus de l'angle droit | 10000. |
| Donne le sinus de BC | 2034. |
| Combien la tangente de C | 56521? |
| Vient tangente | 11496. |
| L'arc d'icelui | 48 deg. 59. |
| Soustrait de | 180 deg. |
| Reste pour le costé requis AB | 131 deg. 1. |

*Invention de l'hypothenuse* AC.

| | |
|---|---|
| Le sinus de l'angle droit | 10000. |
| Donne la secante de C | 57398. |
| Combien la tangente de BC | 2077? |
| Vient la tangente | 11921. |
| L'arc d'icelui pour l'hypothenuse requise AC | 50 deg. 1. |

I. DEMONSTRATION

*Sur l'invention de l'angle* A.

Il est notoire par la 26 proposition, que

Comme le sinus de l'un angle oblique,
Au sinus de l'angle droit;
Ainsi le sinus de l'angle de complement de l'autre angle oblique,
Au sinus de l'arc de complement de son costé opposite.

Mais comme le sinus de l'un arc de complement, au sinus de l'angle droit, ainsi le sinus de l'angle droit, à la secante de l'angle de complement de l'angle oblique, par la 21 proposition: parquoi,

Comme le sinus de l'angle droit,
A la secante de l'angle de complement de l'un angle oblique;
Ainsi le sinus de l'angle de complement de l'autre angle oblique,

Au

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

Au ſinus de l'arc de complement de ſon coſté oppoſite.

Apres, le troiſieſme & quatrieſme terme ſont arcs de complement, dont les ſinus ſont alternement proportionnels avec les ſecantes de leur poſé, par la conſequence de la 22 propoſition : qui eſt, Comme le ſinus de l'arc de complement de l'autre angle oblique, au ſinus de l'arc de complement de ſon coſté oppoſite ; ainſi la ſecante du coſté oppoſite de l'autre angle oblique, à la ſecante de l'autre angle oblique : parquoi,

Comme le ſinus de l'angle droit,
A la ſecante de l'angle de complement de l'un angle oblique ;
Ainſi la ſecante du coſté oppoſite de l'autre angle oblique,
A la ſecante de l'autre angle oblique.

Mais tels ſont les quatre termes de l'operation de l'invention de l'angle A au 1 exemple, parquoi 21067 eſt pour ſecante de l'angle requis A. Et ſemblable ſera auſſi la demonſtration de l'invention de la ſecante de l'angle A aux autres trois exemples. Mais puis que le meſme 21067 ſert de ſecante à deux arcs, l'un plus petit que le quart d'un cercle, l'autre plus grand, par la 8 definition de la fabrique des ſinus, on pourroit demander lequel ſera-ce des deux ? Je dis la plus petite, car B C eſtant plus petit, il faut que ſon angle oppoſite A ſoit aigu par la 2 propoſition : Semblablement que B C au 2 exemple eſt auſſi plus petit, il faut que ſon angle oppoſite A ſoit auſſi aigu : Mais au 3 & 4 exemple B C eſtant plus grand, il faut que ſon angle oppoſite A ſoit obtus.

### II. Demonstration.

*Sur l'invention du coſté de l'angle droit* A B.

Il eſt notoire par la 27 propoſition, que
Comme le ſinus de l'angle droit,
Au ſinus de l'un coſté de l'angle droit ;
Ainſi la tangente de l'angle oblique touchant le coſté de l'angle droit,
A la tangente de l'autre coſté de l'angle droit.

Mais tels ſont les quatre termes de l'operation de l'invention du coſté A B au 1 exemple, parquoi 5658 eſt pour tangente du requis A B : Et ſemblable ſera auſſi la demonſtration de l'invention de la tangente du coſté A B aux autres trois exemples. Mais puis que le meſme 5658 ſert de tangente à deux arcs, l'un plus petit que le quart d'un cercle, l'autre plus grand, par la 7 definition de la fabrique des ſinus, on pourroit demander lequel ſera-ce des deux ? Je dis le plus petit, car puis que ſon angle oppoſite C eſt aigu, il faut qu'il ſoit plus petit, par la conſequence de la 2 propoſition. Quant à A B au 2 exemple il falloit qu'il fuſt plus grand, pource que ſon angle oppoſite C eſt obtus. Et A B au 3 exemple plus petit, pource que ſon angle oppoſite C eſt aigu. Et A B au 4 exemple plus grand, pource que ſon angle oppoſite C eſt obtus.

### III. Demonstration.

*Sur l'invention de l'hypothenuſe* A C.

Il eſt notoire par alterne raiſon de la 28 propoſition, que
Comme le ſinus de l'angle droit,
Au ſinus de l'angle de complement de l'angle oblique ;
Ainſi la tangente de l'hypothenuſe,
A la tangente du coſté de l'angle droit touchant le ſuſdit angle oblique.

Mais comme le deuxieſme terme, à ſçavoir le ſinus de l'angle de complement de l'angle oblique, au ſinus de l'angle droit, ainſi le ſinus de l'angle droit, à la ſecante de l'angle oblique, par la conſequence de la 21 propoſition ; & par raiſon reverſe, comme le ſinus de l'angle droit, au ſinus de l'angle de complement de l'angle oblique, ainſi la ſecante de l'angle oblique, au ſinus de l'angle droit, parquoi

Comme la ſecante de l'angle oblique,
Au ſinus de l'angle droit ;
Ainſi la tangente de l'hypothenuſe,
A la tangente du coſté de l'angle droit touchant le ſuſdit angle oblique.

Et par raiſon reverſe,
Comme le ſinus de l'angle droit,
A la ſecante de l'angle oblique ;
Ainſi la tangente du coſté de l'angle droit,
A la tangente de l'hypothenuſe.

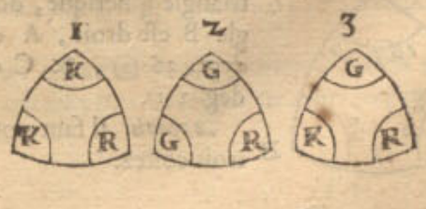
Mais tels ſont les quatre termes de l'operation de l'invention de l'hypothenuſe A C au 1 exemple, parquoi 11920 eſt pour tangente de l'hypothenuſe requiſe A C. Et ſemblable ſera auſſi la demonſtration de l'invention de la tangente de l'hypothenuſe A C aux autres trois exemples. Mais puis que le meſme 11920 ſert de tangente à deux arcs, l'un plus petit que le quart d'un cercle, l'autre plus grand, par la 7 definition de la fabrique des ſinus, on pourroit demander lequel ſera-ce des deux ? Je dis la plus petite pour ces raiſons : Veu que l'angle C eſt aigu, il faut que A B ſoit plus petit, par la conſequence de la 2 propoſition, joignant lequel B C eſtant auſſi plus petit, il faut que l'hypothenuſe A C ſoit auſſi plus petite, par la 3 propoſition. Quant à ce qu'au 2 exemple A C eſt plus grand, la raiſon en eſt telle : Veu que l'angle C eſt obtus, il faut que A B ſoit plus grand par la conſequence de la 2 propoſition, joignant lequel B C eſtant plus petit, il faut que l'hypothenuſe A C ſoit plus grande, par la 3 propoſition. Au 3 exemple l'hypothenuſe A C eſtoit plus grande, car l'angle C eſtant aigu, il faut que ſon coſté oppoſite A B ſoit plus petit par la conſequence de la 2 propoſition, joignant lequel B C eſtant plus grand, il faut que l'hypothenuſe A C ſoit plus grande, par la 3 propoſition. Au 4 exemple l'hypothenuſe A C eſt plus petite, pour ces raiſons : Veu que l'angle C eſt obtus, il faut que ſon coſté oppoſite A B ſoit plus grand, par la conſequence de la 2 propoſition, joignant lequel B C eſtant auſſi plus grand, il faut que l'hypothenuſe A C ſoit plus petite, par la 3 propoſition.

*Concluſion.* Eſtant doncques cognu d'un triangle ſpherique rectangle l'angle droit, avec un angle oblique, & un coſté entre deux, nous avons trouvé le troiſieſme angle, & les autres deux coſtez, ſelon le requis.

## Probleme VI. Proposition XXXVII.

*Eſtant cognus d'un triangle ſpherique rectangle les trois angles : Trouver les trois coſtez.*

Les trois termes cognus peuvent eſtre de ces trois diverſes façons :

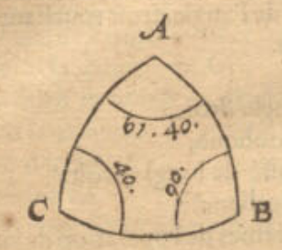





Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

Lesquels recevans trois diverses sortes d'operation, nous mettrons de chacune un exemple particulier.

1. *Exemple du* 1 *triangle de ceste qualité.*




*Le donné.* Soit A B C un triangle spherique, dont l'angle B est droit, A de 61 deg. 40 ①, & C 40 deg.

*Le requis.* Il faut trouver les trois costez.

CONSTRVCTION.

*Invention du costé de l'angle droit* A B.

| | |
|---|---|
| Le sinus de l'angle droit | 10000. |
| Donne le sinus de l'angle oblique touchant le requis A B qui est de l'angle A | 8802. |
| Combien la secante de l'autre angle oblique C | 13054? |
| Vient secante | 11490. |
| L'arc d'icelui pour le costé requis A B | 29 deg. 30. |

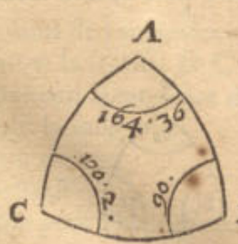
*Invention du costé de l'angle droit* B C.

| | |
|---|---|
| Le sinus de l'angle droit | 10000. |
| Donne le sinus de l'angle oblique touchant le requis B C qui est de l'angle C | 6428. |
| Combien la secante de l'autre angle oblique A | 21070? |
| Vient la secante | 13544. |
| L'arc d'icelui pour le costé requis B C | 42 deg. 25. |

*Invention de l'hypothenuse* A C.

| | |
|---|---|
| Le sinus de l'angle droit | 10000. |
| Donne la tangente de l'un angle oblique, soit de A | 18546. |
| Combien la tangente de l'autre angle oblique C | 8391? |
| Vient la secante | 15562. |
| L'arc d'icelui pour l'hypothenuse requise A C | 50 deg. 1. |

2. *Exemple du* 2 *triangle de ceste qualité.*




*Le donné.* Soit A B C un triangle spherique, dont l'angle B est droit, A de 164 degr. 36 ①, & C de 100 deg. 2 ①.

*Le requis.* Il faut trouver les trois costez.

CONSTRVCTION.

*Invention du costé de l'angle droit* A B.

| | |
|---|---|
| Le sinus de l'angle droit | 10000. |
| Donne le sinus de l'angle oblique touchant le requis A B, ce qui est de l'angle A | 2656. |
| Combien la secante de l'autre angle oblique C | 57398? |
| Vient la secante | 15245. |
| L'arc d'icelui | 49 deg. |
| Soustrait de | 180 deg. |
| Reste pour le requis A B | 131 deg. |

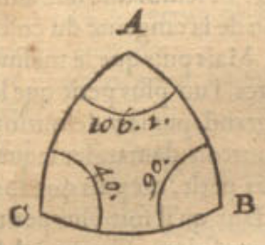
*Invention du costé de l'angle droit* B C.

| | |
|---|---|
| Le sinus de l'angle droit | 10000. |
| Donne le sinus de l'angle oblique touchant le requis B C, qui est de l'angle C | 9847. |
| Combien la secante de l'autre angle oblique A | 10372? |
| Vient la secante | 10215. |
| L'arc d'icelui | 11 deg. 15. |
| Soustrait de | 180 deg. |
| Reste pour le requis B C | 168 deg. 15. |

*Invention de l'hypothenuse* A C.

| | |
|---|---|
| Le sinus de l'angle droit | 10000. |
| Donne la tangente de l'un angle oblique, soit de A | 2755. |
| Combien la tangente de l'autre angle oblique C | 56511? |
| Vient la secante | 15572. |
| L'arc d'icelui pour l'hypothenuse donnée A C | 50 deg. 2. |

3. *Exemple du* 3 *triangle de ceste qualité.*




*Le donné.* Soit A B C un triangle spherique, dont l'angle B est droit, A de 106 deg. 1 ①, & C 40 deg.

*Le requis.* Il faut trouver les trois costez.

CONSTRVCTION.

*Invention du costé de l'angle droit* A B.

| | |
|---|---|
| Le sinus de l'angle droit | 10000. |
| Donne le sinus de l'angle oblique touchant le requis A B qui est de l'angle A | 9612. |
| Combien la secante de l'autre angle oblique C | 13054? |
| Vient la secante | 12548. |
| L'arc d'icelui pour le costé requis A B | 37 deg. 9. |

*Invention du costé de l'angle droit* B C.

| | |
|---|---|
| Le sinus de l'angle droit | 10000. |
| Donne le sinus de l'angle oblique touchant le requis B C qui est de l'angle C | 6428. |

Com-

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

| | |
|---|---|
| Combien la secante de l'autre angle oblique A | 36243? |
| Vient la secante | 23297. |
| L'arc d'icelui | 64 deg. 35. |
| Soustrait de | 180 deg. |
| Reste pour le requis B C | 115 deg. 25. |

*Invention de l'hypothenuse* A C.

| | |
|---|---|
| Le sinus de l'angle droit | 10000. |
| Donne la tangente de l'un angle oblique, soit de A | 34836. |
| Combien la tangente de l'autre angle oblique C | 8391? |
| Vient la secante | 29231. |
| L'arc d'icelui | 70 deg. |
| Soustrait de | 180 deg. |
| Reste pour l'hypothenuse requise A C | 110 deg. |

I. DEMONSTRATION

*Sur l'invention des deux costez de l'angle droit* A B, B C.

Il est notoire par raison reverse de la 26 proposition, que

Comme le sinus de l'angle droit,
Au sinus de l'un angle oblique;
Ainsi le sinus de l'arc de complement du costé oppositе de l'autre angle oblique,
Au sinus de l'angle de complement du mesme autre angle oblique.

Mais les deux derniers termes estant sinus d'arcs de complement, sont alternement proportionnels avec les secantes de leurs posez, par la consequence de la 22 proposition: parquoi,

Comme le sinus de l'angle droit,
Au sinus de l'un angle oblique;
Ainsi la secante de l'autre angle oblique,
A la secante de son costé opposite.

Mais tels sont les quatre termes de l'operation de l'invention du costé A B au 1 exemple, parquoi 11490 est pour secante du requis A B. Et semblable sera aussi la demonstration de l'invention de la secante du costé A B du 2 & 3 exemple. Mais puis que ce 11490 sert de secante à deux arcs, l'un plus petit que le quart d'un cercle, l'autre plus grand, par la 8 definition de la fabrique des sinus, on pourroit demander lequel sera-ce des deux? Je dis le plus petit, car son angle opposite C estant aigu, il faut qu'il soit plus petit par la consequence de la 2 proposition. Et C au 2 exemple estant obtus, il faut que son costé opposite A B soit plus grand. Mais C aigu au 3 exemple, il faut qu'il à son costé opposite A B plus petit. Semblable sera aussi la demonstration de l'invention du costé B C des mesmes trois exemples.

II. DEMONSTRATION.

*De l'hypothenuse* A C.

ARTICLE I.

Il est notoire par alterne raison de la 29 proposition, que

Comme le sinus de l'angle droit,
A la tangente de l'un angle oblique;
Ainsi le sinus de l'arc de complement de l'hypothenuse,
A la tangente de l'angle de complement de l'autre angle oblique.

Mais le sinus de l'angle droit, est moyen proportionnel entre le sinus de l'arc de complement de l'hypothenuse & la secante de son posé, par la consequence de la 21 proposition; parquoi aussi le rectangle comprins sous le sinus de l'arc de complement de l'hypothenuse & la secante du posé, est egal au quarré du sinus de l'angle droit.

ARTICLE II.

Le sinus de l'angle droit est aussi moyen proportionnel entre la tangente de l'angle de complement de l'autre angle, & la tangente du posé, par la 19 proposition; parquoi aussi le rectangle comprins sous la tangente de l'angle de complement de l'autre angle oblique, & la tangente du posé, est egal au quarré du sinus de l'angle droit: Partant ce rectangle est egal au rectangle du 1 article, & leurs costez sont alternement proportionnels, qui est, comme le sinus de l'arc de complement de l'hypothenuse, à la tangente de l'angle de complement de l'un angle oblique, ainsi la tangente de l'autre angle oblique, à la secante de l'hypothenuse; tellement que

Comme le sinus de l'angle droit,
A la tangente de l'un angle oblique;
Ainsi la tangente de l'autre angle oblique,
A la secante de l'hypothenuse.

Mais tels sont les quatre termes de l'operation de l'invention de l'hypothenuse A C au 1 exemple, parquoi 15562 est pour secante de l'hypothenuse requise A C. Et semblable sera aussi la demonstration de l'invention de la secante de l'autre hypothenuse du 2 & 3 exemple. Mais puis que ce 15562 sert de secante à deux arcs, l'un plus petit que le quart d'un cercle, l'autre plus grand, par la 8 definition de la fabrique des sinus, on pourroit demander lequel sera ce des deux? Je dis le plus petit, car les deux angles obliques A, C, estant aigus, il faut que l'hypothenuse A C soit plus petite, par la 5 proposition. Et veu qu'au 2 exemple les angles A, C, sont tous deux obtus, il falloit que l'hypothenuse A C fust aussi plus petite: Mais l'un des deux angles du 3 exemple, comme A, estant obtus, l'autre comme C aigu, il falloit que l'hypothenuse A C fust plus grande, par le mesme 5 exemple.

*Conclusion.* Estant doncques cognus d'un triangle spherique rectangle les trois angles, nous avons trouvé les trois costez, selon le requis.

---

## SECOND MEMBRE DES TRIANGLES SPHERIQVES AVEC VN COSTE COGNV DONNE de 90 deg. sans rectangle cognu, desquels les termes incognus se peuvent trouver par une multiplication, comme ceux des triangles rectangles.

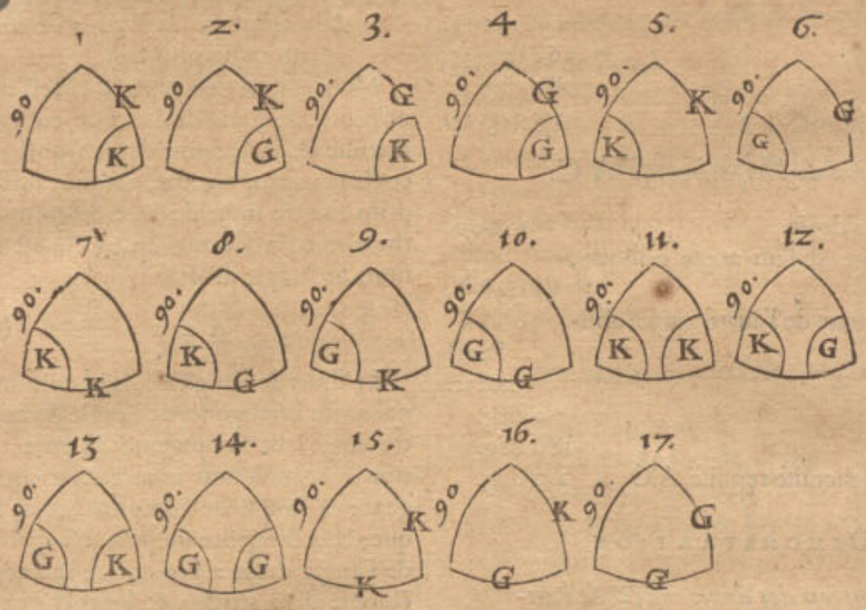
PROBLEME VII. PROPOSITION XXXVIII.

*ESTant cognu d'un triangle spherique le costé de 90 deg. avec encores deux termes: Trouver les autres trois incognus.*



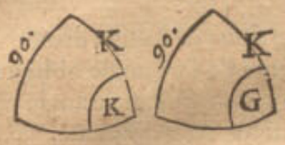
Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

Les trois termes incognus peuvent estre de ces 17 diverses sortes :




Lesquels recevans dix diverses manieres d'operation, nous en mettrons dix exemples.

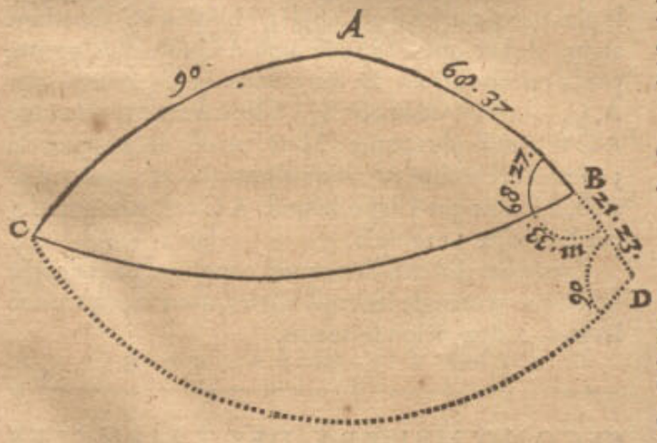
1. *Exemple du 1 & 2 triangle de ceste qualité.*




NOTEZ.

Les arcs des triangles donnez seront ci apres marquez de lignes, mais les autres arcs qui servent seulement à la preparation de l'operation, seront pour distinction des autres, marquez par poincts.

*Le donné.* Soit A B C un triangle spherique, dont le costé A C fait 90 deg. A B 68 deg. 37 ①, & l'angle A B C 68 deg. 27 ①.




*Le requis.* Il faut trouver le troisiesme costé BC, avec les autres deux angles A, ACB.

CONSTRUCTION.

*Invention du costé* B C.

| | |
|---|---|
| Sinus de l'angle droit | 10000. |
| Donne la secante de l'angle A B C | 27225. |
| Combien tangente de l'angle de complement de A B | 3916? |
| Vient tangente | 10661. |
| L'arc d'icelle | 46 deg. 50. |
| Soustrait de | 180 deg. |
| Reste pour le requis B C | 133 deg. 10. |

*Invention de l'angle* A.

| | |
|---|---|
| Sinus de l'angle droit | 10000. |
| Donne sinus de l'arc de complement de A B | 3646. |
| Combien tangente de l'angle A B C | 25322? |
| Vient tangente | 9232. |
| L'arc d'icelle | 42 deg. 43. |
| Soustrait de | 180 deg. |
| Reste pour l'angle requis A | 137 deg. 17. |

*Invention de l'angle* A C B.

| | |
|---|---|
| Sinus de l'angle droit | 10000. |
| Donne secante de l'arc de complement de A B C | 10731. |
| Combien la secante de l'arc de complement de A B | 10739? |
| Vient secante | 11546. |
| L'arc d'icelle | 30 deg. |
| Soustrait de | 90 deg. |
| Reste pour l'angle requis A C B | 60 deg. |

*Preparation.* Je descris sur le pole A, avec le quart de cercle A C, l'arc C D, rencontrant la prolongée A B en D.

DEMONSTRATION.

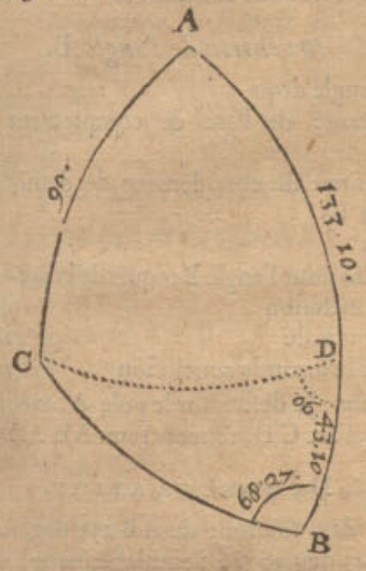
A B 86 deg. 37 ①, soustrait de A D 90 deg. reste pour B D 21 degr. 23 ①, puis apres 68 degr. 27 ① de l'angle A B C, soustrait de 180 deg. reste pour l'angle C B D 111 deg. 33 ①, & l'angle D est droit, tellement que nous avons un triangle rectangle C B D avec trois termes cognus, par lesquels estant trouvez les trois incognus, les trois requis sont cognus du triangle donné A B C (car l'hypothenuse B C du triangle rectangle C B D, est aussi le costé requis B C du triangle A B C. Secondement le costé C D du triangle rectangle C B D, est aussi la grandeur requise de l'angle A du triangle A B C. Tiercement l'angle B C D du triangle rectangle C B D, est angle de complement de A C B.) Mais les nombres de ceste operation, sont les nombres qu'il faut en la construction de l'invention des termes incognus du triangle rectangle C B D, comme il appert au 2 exemple de la 36 proposition, parquoi les termes trouvez sont les requis.

2 *Exem-*

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

*2. Exemple du 3 & 4 triangle de ceſte qualité.*

*Le donné.* Soit A B C un triangle ſpherique, dont le coſté A C fait 90 degr. A B 133 degrez 10 ①, & l'angle B 6 8 degrez 27 ①.




*Le requis.* Il faut trouver le troiſieſme coſté BC, avec les autres deux angles A, A C B.

CONSTRVCTION.

*Invention du coſté* B C.

| | |
|---|---|
| Sinus de l'angle droit | 10000. |
| Donne la ſecante de B | 27225. |
| Combien tangente de l'arc de complement de AB | 9380? |
| Vient tangente | 25537. |
| L'arc d'icelle pour BC requis | 68 deg 37. |

*Invention de l'angle* A.

| | |
|---|---|
| Sinus de l'angle droit | 10000. |
| Donne ſinus de l'arc de complement de A B | 6841. |
| Combien tangente de l'angle B | 25322? |
| Vient tangente | 17322. |
| L'arc d'icelle pour l'angle requis A | 60 deg. |

*Invention de l'angle* A C B.

| | |
|---|---|
| Sinus de l'angle droit | 10000. |
| Donne ſecante de l'angle de complement de B | 10752. |
| Combien ſecante de l'arc de complement de A B | 13711? |
| Vient ſecante | 14742. |
| L'arc d'icelle | 47 deg. 17. |
| A cela adjouſté | 90 deg. |
| Vient pour l'angle requis A C B | 137 deg. 17. |

*Preparation.* Je deſcris ſur le pole A, avec le quart de cercle A C, l'arc C D, rencontrant A B en D.

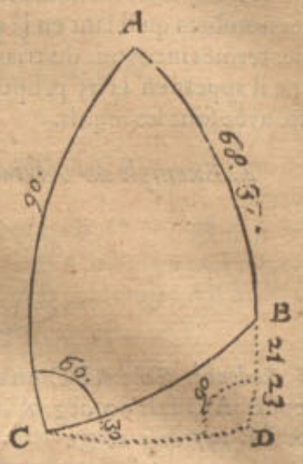
DEMONSTRATION.

A D 90 degr. ſouſtrait de A B 133 degr. 10 ①, reſte pour D B 43 deg. 10 ①, & l'angle C D B eſt droit. Tellement que nous avons un triangle rectangle C D B avec trois termes cognus, par leſquels eſtant trouvés les trois incognus, les trois requis du triangle donné A B C ſont cognus (car l'hypothenuſe du triangle rectangle CDB, eſt auſſi le coſté requis du triangle ABC. Secondement le coſté CD du triangle rectangle CBD, eſt auſſi la grandeur requiſe de l'angle A du triangle A B C. Tiercement l'angle B C D du triangle rectangle C B D, eſt angle de complement de A C B.) mais les nombres de ceſte operation, ſont les nombres qu'il faut en la conſtruction de l'invention des termes incognus du triangle rectangle C B D, comme il appert au 1 exemple de la 36 propoſition, parquoi les nombres ſont les requis.

*3. Exemple du 5 triangle de ceſte qualité.*

*Le donné.* Soit A B C un triangle ſpherique, dont le coſté A C fait 90 deg. A B 68 degr. 37 ①, & l'angle A C B 60 degrez.

*Le requis.* Il faut trouver le troiſieſme coſté B C, & les autres deux angles A, A B C.




CONSTRVCTION.

*Invention du coſté* B C.

| | |
|---|---|
| Sinus de l'angle droit | 10000. |
| Donne ſecante de l'angle A C B | 20000. |
| Combien ſinus de l'arc de complement de A B | 3646? |
| Vient ſinus | 7292. |
| L'arc d'icelui pour B C requis de la premiere concluſion | 46 deg. 49. |
| Iceux ſouſtraits de | 180 deg. |
| Reſte pour la ſeconde concluſion | 133 deg. 11. |

*Invention de l'angle* A.

| | |
|---|---|
| Sinus de l'angle droit | 10000. |
| Donne tangente de l'angle C | 17311. |
| Combien tangente de l'arc de complement de A B | 3916? |
| Vient ſinus | 6782. |
| L'arc d'icelui pour l'angle requis A de la premiere concluſion | 42 deg. 43. |
| Iceux ſouſtraits de | 180 deg. |
| Reſte pour la ſeconde concluſion | 137 deg. 17. |

*Invention de l'angle* A B C.

| | |
|---|---|
| Sinus de l'angle droit | 10000. |
| Donne la ſecante de l'arc de complement de A B | 10739. |
| Combien le ſinus de l'angle C | 8660? |
| Vient ſinus | 9299. |
| L'arc d'icelui pour l'angle requis A B C de la premiere concluſion | 68 deg. 26. |
| Iceux ſouſtraits de | 180 deg. |
| Reſte pour la ſeconde concluſion | 111 deg. 34. |

*Preparation.* Je deſcris ſur le pole A, avec le quart de



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

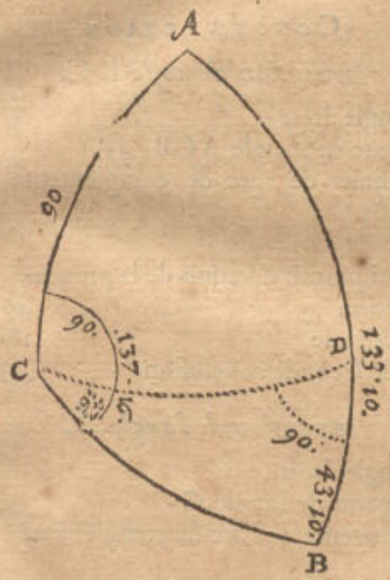
cercle AC, l'arc CD, rencontrant la prolongée AB en D.

DEMONSTRATION.

De AD 90 deg. ſouſtrait AB 68 deg. 37 ①, reſte pour BD 21 deg. 23 ①; & l'angle ACB 60 deg. ſouſtrait de ACD 90 degr. reſte pour l'angle BCD 30 deg. Tellement que nous avons un triangle rectangle CBD avec trois termes cognus, par leſquels eſtant trouvés les trois incognus, les trois requis du triangle donné ABC ſont cognus, (car l'hypothenuſe BC du triangle rectangle CDB, eſt auſſi le coſté requis BC, du triangle ABC. Secondement le coſté CD du triangle rectangle CDB, eſt auſſi la grandeur requiſe de l'angle A du triangle ABC. Tiercement l'angle CBD du triangle rectangle CDB, eſt angle de complement de ABC.) mais les nombres de ceſte operation, ſont les nombres qu'il faut en la conſtruction de l'invention des termes incognus du triangle rectangle CBD, comme il appert en la 35 propoſition, parquoi les termes trouvez ſont les requis.

### 4. *Exemple du 6 triangle de ceſte qualité.*

*Le donné.* Soit ABC un triangle ſpherique, dont le coſté AC fait 90 deg. AB 133 deg. 10 ①, & l'angle ACB 137 deg. 16 ①.




*Le requis.* Il faut trouver le troiſieſme coſté BC & les autres deux angles A, B.

CONSTRVCTION.

*Invention du coſté* BC.

| | |
|---|---|
| Sinus de l'angle droit | 10000. |
| Donne ſecante du complement de demi-cercle de l'angle ACB | 13614. |
| Combien ſinus de l'arc de complement de AB | 6841? |
| Vient ſinus | 9313. |
| L'arc d'icelui pour AC requis de la premiere concluſion | 68 deg. 39. |
| Iceux ſouſtraits de | 180 deg. |
| Reſte pour la deuxieſme concluſion | 111 deg. 21. |

*Invention de l'angle* A.

| | |
|---|---|
| Sinus de l'angle droit | 10000. |
| Donne tangente du complement de demi-cercle de ACB | 9238. |
| Combien tangente de l'arc de complement de AB | 8380? |
| Vient ſinus | 8665. |
| L'arc d'icelui pour l'angle requis A de la premiere concluſion | 60 deg. 5. |
| Iceux ſouſtraits de | 180 deg. |
| Reſte pour la ſeconde concluſion | 119 deg. 57. |

*Invention de l'angle* B.

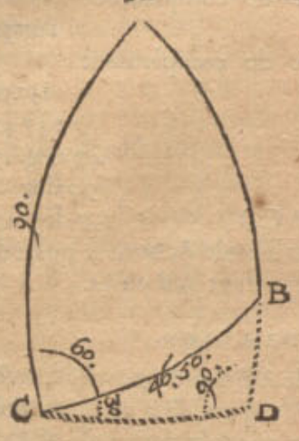
| | |
|---|---|
| Sinus de l'angle droit | 10000. |
| Donne ſecante de l'arc de complement de AB | 13711. |
| Combien ſinus du complement de demi-cercle de C | 6786? |
| Vient ſinus | 9304. |
| L'arc d'icelui pour l'angle B requis de la premiere concluſion | 68 deg. 30. |
| Iceux ſouſtraits de | 180 deg. |
| Reſte pour la ſeconde concluſion | 111 deg. 30. |

*Preparation.* Je deſcris ſur le pole A, avec le quart de cercle AC, l'arc CD, rencontrant AB en D.

DEMONSTRATION.

AD 90 deg. ſouſtrait de AB 133 deg. 10 ①, reſte pour DB 43 deg. 10 ①; Semblablement l'angle ACD 90 deg. ſouſtrait de ACB 137 deg. 16 ①, reſte pour l'angle DCB 47 deg. 16 ①, & l'angle GDB eſt droit. Tellement que nous avons un triangle rectangle CDB avec trois termes cognus, duquel eſtant trouvés les trois incognus, les trois requis du triangle ABC donné ſont cognus (car le coſté BC du triangle rectangle CDB, eſt auſſi le coſté requis du triangle ABC. Secondement le coſté CD du triangle rectangle CDB, eſt auſſi la grandeur requiſe de l'angle A du triangle ABC. Tiercement l'angle B du triangle rectangle CDB, eſt auſſi l'angle requis du triangle rectangle ABC.) Mais les nombres de ceſte operation, ſont les nombres qu'il faut en la conſtruction de l'invention des termes incognus du triangle rectangle CBD, comme il appert en la 35 propoſition, parquoi les termes trouvez ſont les requis.

### 5. *Exemple du 7 & 8 triangle de ceſte qualité.*




*Le donné.* Soit ABC un triangle ſpherique, dont le coſté AC fait 90 degr. CB 46 degr. 50 ①, & l'angle ACB 60 degr.

*Le requis.* Il faut trouver le troiſieſme coſté, & les autres deux angles A, ABC.

CON-

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

CONSTRVCTION.

*Invention du coſté* AB.

| | |
|---|---|
| Sinus de l'angle droit | 10000. |
| Donne ſinus de CB | 7294. |
| Combien ſinus de l'angle de complement de ACB | 5000? |
| Vient ſinus | 3647. |
| L'arc d'icelui | 21 deg. 23. |
| Souſtrait de | 90 deg. |
| Reſte pour AB requis | 68 deg. 37. |

*Invention de l'angle* A.

| | |
|---|---|
| Sinus de l'angle droit | 10000. |
| Donne ſinus de C | 8660. |
| Combien tangente de CB | 10661? |
| Vient tangente | 9232. |
| L'arc d'icelle pour l'angle requis A | 42 deg. 43. |

*Invention de l'angle* ABC.

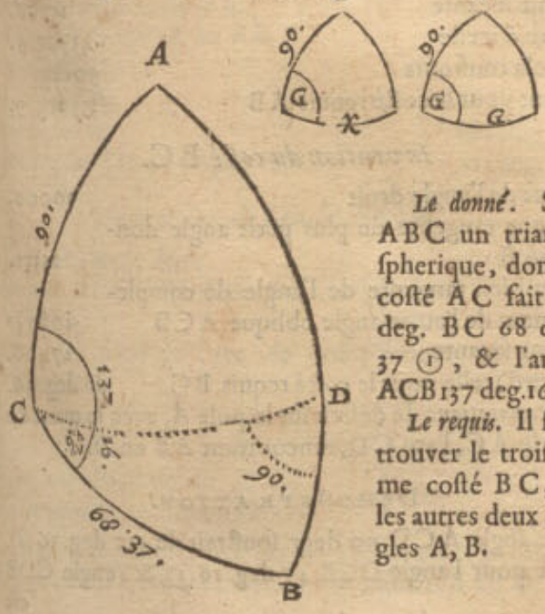
| | |
|---|---|
| Sinus de l'angle droit | 10000. |
| Donne ſecante de BC | 14617. |
| Combien tangente de ACB | 17321? |
| Vient tangente | 25318. |
| L'arc d'icelle | 68 deg. 27. |
| Souſtrait de | 180 deg. |
| Reſte pour l'angle requis ABC | 111 deg. 33. |

*Preparation.* Je deſcris ſur le pole A, avec le quart de cercle AC, l'arc CD, rencontrant la prolongée AB en D.

DEMONSTRATION.

L'angle ACB 60 deg. ſouſtrait de ACD 90 deg. reſte pour l'angle BCD 30 deg. & l'angle D eſt droit, & le coſté CB 46 degr. 50 ①. Tellement que nous avons un triangle rectangle CDB avec trois termes cognus, duquel eſtant trouvés les trois incognus, les trois requis du triangle ABC donné ſont cognus, (car le coſté BD du triangle rectangle CDB, eſt arc de complement de AB. Secondement le coſté CD du triangle rectangle CDB, eſt auſſi la grandeur requiſe de l'angle AB du triangle ABC. Tiercement l'angle CBD du triangle rectangle CDB, eſt angle de complement de ABC.) Mais les nombres de ceſte operation, ſont les nombres qu'il faut en la conſtruction de l'invention des termes incognus du triangle rectangle CBD, comme il appert au 1 exemple de la 34 propoſition, parquoi les nombres trouvez ſont les requis.

*6. Exemple du 9 & 10 triangle de ceſte qualité.*




*Le donné.* Soit ABC un triangle ſpherique, dont le coſté AC fait 90 deg. BC 68 deg. 37 ①, & l'angle ACB 137 deg. 16 ①.

*Le requis.* Il faut trouver le troiſieſme coſté BC, & les autres deux angles A, B.

CONSTRVCTION.

*Invention du coſté* AB.

| | |
|---|---|
| Sinus de l'angle droit | 10000. |
| Donne le ſinus de BC | 9312. |
| Combien ſinus de l'angle de complement de ACB | 7345? |
| Vient ſinus | 6839. |
| L'arc d'icelui | 43 deg. 9. |
| A iceux adjouſté | 90 deg. |
| Vient pour le coſté requis AB | 133 deg. 9. |

*Invention de l'angle* A.

| | |
|---|---|
| Sinus de l'angle droit | 10000. |
| Donne le ſinus de ACB | 6786. |
| Combien tangente de CB | 25539? |
| Vient tangente | 17330. |
| L'arc d'icelle pour l'angle requis A | 60 deg. 1. |

*Invention de l'angle* B.

| | |
|---|---|
| Sinus de l'angle droit | 10000. |
| Donne ſecante de CB | 27427. |
| Combien la tangente de l'angle ACB | 9239? |
| Vient tangente | 25339. |
| L'arc d'icelle pour l'angle requis B | 68 deg. 26. |

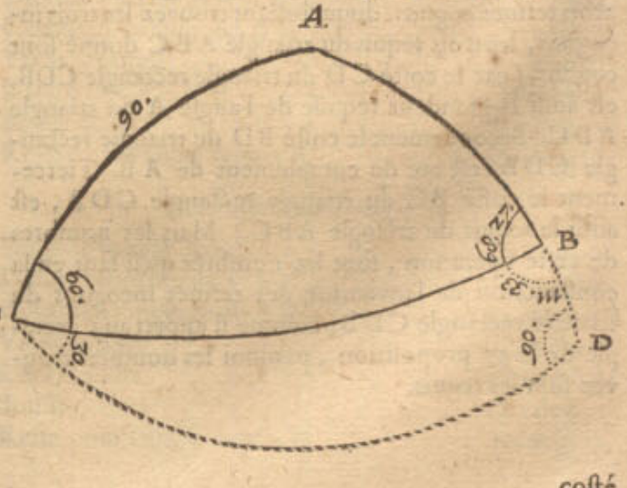
*Preparat.* Je deſcris ſur le pole A, avec le quart de cercle AC, l'arc CD, rencontrant la prolongée AB en D.

DEMONSTRATION.

L'angle ACD 90 deg. ſouſtrait de ACB 137 deg. 16 ①, reſte pour l'angle BCD 47 deg. 16 ①, l'angle CDB eſt droit, & le coſté CD fait 68 deg. 37 ①. Tellement que nous avons un triangle rectangle CDB avec trois termes cognus, duquel eſtant trouvés les trois incognus, les trois requis du triangle donné ABC ſont cognus, (car le coſté DB du triangle rectangle CDB, eſt arc de complement de AB: Secondement le coſté CD du triangle rectangle CDB, eſt auſſi la grandeur requiſe de l'angle A du triangle ABC: Tiercement l'angle B du triangle rectangle CDB, eſt auſſi l'angle requis B du triangle ABC.) Mais les nombres de ceſte operation ſont les nombres qu'il faut en la conſtruction de l'invention des termes incognus du triangle rectangle CDB, comme il appert au 1 exemple de la 34 propoſition, parquoi les nombres trouvez ſont les requis.

*7. Exemple du 11 & 12 triangle de ceſte qualité.*

*Le donné.* Soit ABC un triangle ſpherique, dont le




coſté

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

costé AC fait 90 deg. l'angle ABC 68 deg. 27 ①, & l'angle ACB 60 deg.

*Le requis.* Il faut trouver le troisiesme angle A, & les autres deux costez AB, BC.

### Construction.

#### *Invention de l'angle* A.

| | |
|---|---|
| Sinus de l'angle droit | 10000. |
| Donne le sinus de l'angle de complement du plus petit angle donné qui est ici ACB | 5000. |
| Combien secante de l'autre angle donné ABC | 27225? |
| Vient secante | 13612. |
| L'arc d'icelle | 42 deg. 44. |
| Soustrait de | 180 deg. |
| Reste pour l'angle requis A | 137 deg. 16. |

#### *Invention du costé* AB.

| | |
|---|---|
| Sinus de l'angle droit | 10000. |
| Donne sinus du plus grand angle donné, qui est ici ABC | 9301. |
| Combien secante de l'angle de complement de l'autre angle donné ACB | 11547? |
| Vient secante | 10739. |
| L'arc d'icelle | 21 deg. 23. |
| Soustrait de | 90 deg. |
| Reste pour AB requis | 68 deg. 37. |

#### *Invention du costé* BC.

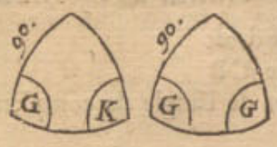
| | |
|---|---|
| Sinus de l'angle droit | 10000. |
| Donne la tangente de l'angle de complement de l'un angle donné, je prens de ACB | 5774. |
| Combien tangente de l'autre angle donné ABC | 25322? |
| Vient secante | 14620. |
| L'arc d'icelle | 46 deg 51. |
| Soustrait de | 180 deg. |
| Reste pour le costé requis BC | 133 deg. 9. |

*Preparation.* Je descris sur le pole A, avec le quart de cercle AC, l'arc CD, rencontrant la prolongée AB en D.

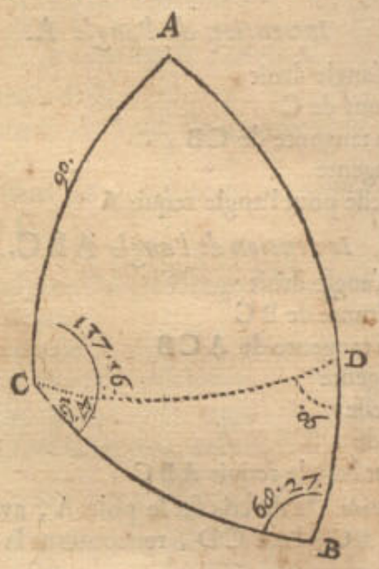
### Demonstration.

L'angle ACB 60 deg. soustrait de ACD 90 deg. reste pour l'angle BCD 30 deg. Semblablement l'angle ABC 68 degr. 27 ①, de 180 deg. reste pour l'angle CBD 111 deg. 33 ①, & l'angle D est droit. Tellement que nous avons un triangle rectangle CDB avec trois termes cognus, duquel estant trouvez les trois incognus, les trois requis du triangle ABC donné sont cognus, (car le costé CD du triangle rectangle CDB, est aussi la grandeur requise de l'angle A du triangle ABC. Secondement le costé BD du triangle rectangle CDB, est arc de complement de AB. Tiercement le costé BC du triangle rectangle CDB, est aussi le requis du triangle ABC.) Mais les nombres de ceste operation, sont les nombres qu'il faut en la construction de l'invention des termes incognus du triangle rectangle CDB, comme il appert au 3 exemple de la 37 proposition, parquoi les nombres trouvez sont les requis.

### 8. *Exemple du 13 & 14 triangle de ceste qualité.*




*Le donné.* Soit ABC un triangle spherique, dont le costé AC fait 90 deg. l'angle B 68 deg. 27 ①, l'angle ACB 137 deg. 16 ①.




*Le requis.* Il faut trouver le troisiesme angle A, & les autres deux costez AB, BC.

### Construction.

#### *Invention de l'angle* A.

| | |
|---|---|
| Sinus de l'angle droit | 10000. |
| Donne sinus de l'angle de complement du plus grand angle donné, qui est ici ACB | 7345. |
| Combien secante de l'autre angle donné B | 27218? |
| Vient secante | 19996. |
| L'arc d'icelle pour l'angle requis A | 60 deg. |

#### *Invention du costé* AB.

| | |
|---|---|
| Sinus de l'angle droit | 10000. |
| Donne sinus du plus petit angle donné qui est ici B | 9301. |
| Combien secante de l'angle de complement de l'autre angle donné ACB | 14737? |
| Vient secante | 13706. |
| L'arc d'icelle | 43 deg. 9. |
| A cela tousiours | 90 deg. |
| Vient pour le costé requis AB | 133 deg. 9. |

#### *Invention du costé* BC.

| | |
|---|---|
| Sinus de l'angle droit | 10000. |
| Donne tangente du plus petit angle donné B | 25321. |
| Combien tangente de l'angle de complement de l'autre angle oblique ACB | 10894? |
| Vient secante | 27408. |
| L'arc d'icelle pour le costé requis BC | 68 deg. 36. |

*Preparation.* Je descris sur le pole A, avec le quart de cercle AC, l'arc CD, rencontrant AB en D.

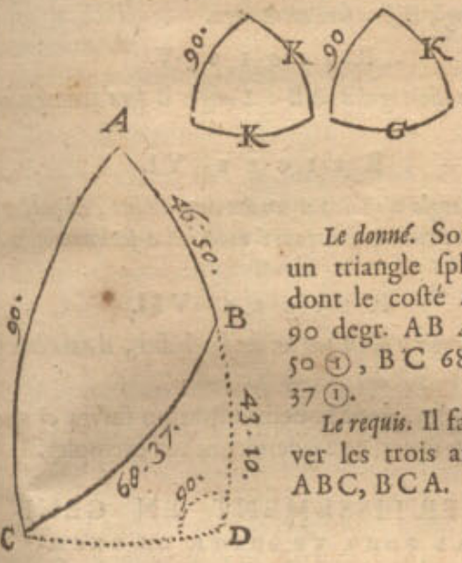
### Demonstration.

L'angle ACD 90 degr. soustrait de 137 deg. 16 ①, reste pour l'angle DCB 47 deg. 16 ①, & l'angle CDB est

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

est droit: apres, l'angle B fait 68 deg. 27 ① par le donné. Tellement que nous avons un triangle rectangle CDB avec trois termes cognus, duquel estant trouvés les trois incognus, les trois requis du triangle donné ABC sont cognus, (car le costé CD du triangle rectangle CDB, est aussi la grandeur requise de l'angle A du triangle ABC. Secondement le costé DB du triangle rectangle CDB, est arc de complement de AB. Tiercement le costé BC du triangle rectangle CDB, est aussi le costé requis du triangle ABC.) Mais les nombres de ceste operation, sont les nombres qu'il faut en la construction de l'invention des termes incognus du triangle rectangle CDB, comme il appert au 1 exemple de la 37 proposition, parquoi les nombres trouvez sont les requis.

9. *Exemple du* 15 *&* 16 *triangle de ceste qualité.*




*Le donné.* Soit ABC un triangle spherique, dont le costé AC fait 90 degr. AB 46 degr. 50 ①, BC 68 degrez 37 ①.

*Le requis.* Il faut trouver les trois angles A, ABC, BCA.

CONSTRVCTION.

*Invention de l'angle* A.

| | |
|---|---|
| Sinus de l'angle droit | 10000. |
| Donne sinus du costé dextre AB | 7294. |
| Combien secante de BC | 27427? |
| Vient secante | 20005. |
| L'arc d'icelle pour l'angle requis A | 60 deg. 1. |

*Invention de l'angle* ABC.

| | |
|---|---|
| Sinus de l'angle droit | 10000. |
| Donne tangente de BC | 25539. |
| Combien tangente de AB | 10661? |
| Vient secante | 27227. |
| L'arc d'icelle | 68 deg 27. |
| Soustrait de | 180 deg. |
| Reste pour l'angle requis ABC | 111 deg. 33. |

*Invention de l'angle* BCA.

| | |
|---|---|
| Sinus de l'angle droit | 10000. |
| Donne secante de l'arc de complement de BC | 10739. |
| Combien sinus de l'arc de complement de AB | 6841? |
| Viens sinus | 7346. |
| L'arc d'icelui | 47 deg. 17. |
| Tousiours soustrait de | 90 deg. |
| Reste pour l'angle requis BCA | 42 deg. 43. |

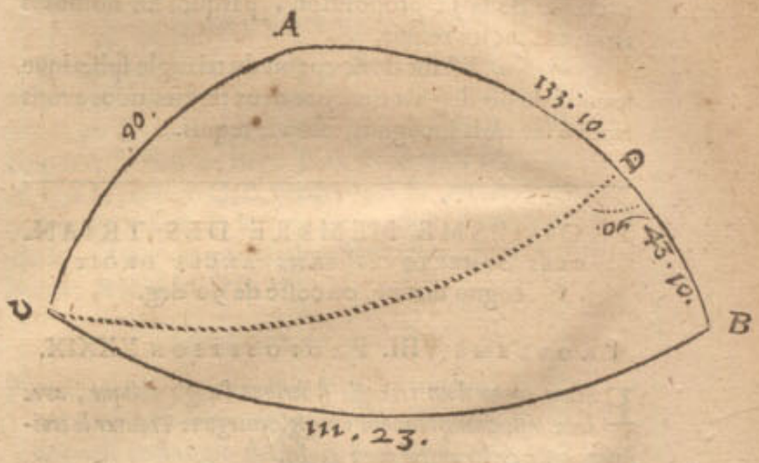
*Preparat.* Je descris sur le pole A, avec le quart de cercle AC, l'arc CD, rencontrant la prolongée AB en D.

DEMONSTRATION.

AB 46 deg. 50 ①, soustrait de AD 90 deg. reste pour BD 43 deg. 10 ①, & l'angle D est droit, & CD fait 68 deg. 37 ① par le donné. Tellement que nous avons un triangle rectangle CDB avec trois termes cognus, duquel estant trouvés les trois incognus, les trois requis du triangle ABC donné sont cognus, (car le costé CD du triangle rectangle CDB, est aussi la grandeur requise de l'angle A du triangle ABC. Secondement l'angle CBD du triangle rectangle CDB, est complement de demicercle de l'angle requis ABC du triangle ABC. Tiercement l'angle BCD du triangle rectangle CDB, est angle de complement de ACB requis du triangle ABC.) Mais les nombres de ceste operation sont les nombres qu'il faut en la construction de l'invention des termes incognus du triangle rectangle CDB, comme il appert au 1 exemple de la 32 proposition, parquoi les nombres trouvez sont les requis.

10. *Exemple du* 17 *triangle de ceste qualité.*

*Le donné.* Soit ABC un triangle spherique, dont le costé AC fait 90 degr. AB 133 degrez 10 ①, BC 111 degrez 23 ①.




*Le requis.* Il faut trouver les trois angles.

CONSTRVCTION.

*Invention de l'angle* A.

| | |
|---|---|
| Sinus de l'angle droit | 10000. |
| Donne sinus de AB | 7194. |
| Combien secante de BC | 27427? |
| Vient secante | 20005. |
| L'arc d'icelle | 60 deg. 1. |
| Soustrait de | 180 deg. |
| Reste pour l'angle requis A | 119 deg. 59. |

*Invention de l'angle* B.

| | |
|---|---|
| Sinus de l'angle droit | 10000. |
| Donne tangente de CB | 25539. |
| Combien tangente de AB | 10661? |
| Vient secante | 27227. |
| L'arc d'icelle | 68 deg. 27. |
| Soustrait de | 180 deg. |
| Reste pour l'angle requis B | 111 deg. 33. |

*Inven-*

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

*Invention de l'angle* BCA.

| | |
|---|---|
| Sinus de l'angle droit | 10000. |
| Donne secante de l'arc de complement de BC | 10739. |
| Combien sinus de l'arc de complement de AD | 6841? |
| Vient sinus | 7346. |
| L'arc d'icelui | 47 deg. 17. |
| Tousiours adjousté à cela | 90 deg. |
| Vient pour l'angle requis BCA | 137 deg. 17. |

*Preparation.* Je descris sur le pole A, avec le quart de cercle AC, l'arc CD, rencontrant AB en D.

DEMONSTRATION.

AD 90 deg. soustrait de AB 133 deg. 10 ①, reste pour DB 43 deg. 10 ①, & l'angle CDB est droit, & CB fait 111 degr. 23 ① par le donné. Tellement que nous avons un triangle rectangle CDB avec trois termes cognus, duquel estant trouvés les trois incognus, les trois requis du triangle ABC donné sont cognus, (car le costé CD du triangle rectangle CDB, est aussi la grandeur requise de l'angle A du triangle ABC. Secondement l'angle B du triangle rectangle CDB, est aussi l'angle requis du triangle ABC. Tiercement l'angle BCD du triangle rectangle CDB, est angle de complement de l'angle requis ACB du triangle ABC.) Mais les nombres de ceste operation, sont les nombres qu'il faut en la construction de l'invention des termes incognus du triangle rectangle CDB, comme il appert au 2 exemple de la 32 proposition, parquoi les nombres trouvez sont les requis.

*Conclusion.* Estant donc cognu du triangle spherique le costé de 90 deg. avec encore deux termes, nous avons trouvé les trois incognus, selon le requis.

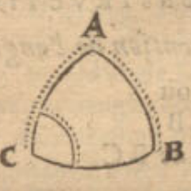
---

## TROISIESME MEMBRE DES TRIANGLES SPHERIQVES SANS ANGLE DROIT cognu donné, ou costé de 90 deg.

### PROBLEME VIII. PROPOSITION XXXIX.

*ESTant cognu d'un triangle spherique l'angle oblique, avec deux costez comprennant un angle incognu: Trouver le troisiesme costé, & les autres deux angles.*

Les trois termes cognus, dit en general, sont de ceste qualité.




En laquelle figure, selon plus ample declaration faite à la Note de la 32 proposition, l'arc poinct de l'angle C signifie l'angle oblique donné, les arcs poinctez AB, AC, signifient les deux costez cognus comprennant l'angle incognu A: Mais B est l'angle incognu qui touche le costé incognu BC: Et veu que ci apres il nous faudra souvent nommer ces quatre termes C, AB, AC, B, pour la briefveté nous les denoterons par les susdites lettres A, B, C.

### DES SEPT REIGLES DE CESTE PROPOSITION.

Il faut sçavoir que quelques exemples de ceste espece ont deux solutions, les autres n'en ont qu'une: Pour lesquels discerner nous descrivons les sept reigles suivantes.

REIGLE I.

*Si l'angle* C *estoit aigu, &* AC *plus petit que* AB: *L'angle* B *sera seulement aigu.*

REIGLE II.

*Si l'angle* C *estoit obtus, &* AC *plus grand que* AB: *L'angle* B *sera seulement obtus.*

REIGLE III.

*Si l'angle* C *estoit aigu, &* AC *plus grand que le quart d'un cercle, &* AB *pas plus petit que la difference entre* AC *& le demicercle: L'angle* B *sera seulement obtus.*

REIGLE IV.

*Si l'angle* C *estoit obtus, &* AC *plus petit que le quart d'un cercle, &* AB *plus petit que la difference entre* AC *& le demicercle: L'angle* B *sera seulement aigu.*

REIGLE V.

*Si* AC *estoit egal à* AB: *L'angle* B *sera seulement egal avec* C.

REIGLE VI.

*Si le triangle n'estoit pas un des cinq susdits, & que l'angle* B *par la construction fut trouvé droit: il a seulement icelle solution.*

REIGLE VII.

*Si le triangle n'estoit pas un des six susdits, il aura deux solutions.*

Ces reigles, dont la demonstration suivra ci apres, estant ainsi mises, nous viendrons aux exemples.

### ADVERTISSEMENT EN GENERAL POUR TROUVER UN EXEMPLE imitable du triangle donné.

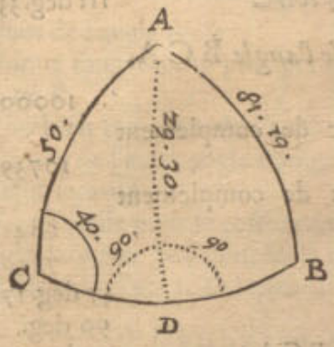
*Si le triangle donné est de la* { 1 ou 2 reigle, / 3 ou 4 reigle, / 5 reigle, / 6 reigle, / 7 reigle avec C aigu, / 7 reigle avec C obtus, } *on suit le* { 1 / 2 / 3 } exemple. { 4 / 5 / 6 }

### 1. *Exemple du triangle de la* 1 *&* 2 *reigle.*

*Le donné.* Soit ABC un triangle spherique, dont l'angle C fait 40 deg. le costé AC 50 deg. & AB 81 deg. 19 ①.

*Le requis.* Il faut trouver le troisiesme costé BC, avec les autres deux angles CAB, B.

*Preparation.* Je voy premierement sous quelle reigle appartient ce triangle, & le trouvant de la 1 reigle, je tire l'arc AD dedans le triangle, à angle droit sur CB, & ainsi j'ay un triangle rectangle ADC avec trois termes cognus, par iceux cerchés le costé de son angle droit AD par la 34 proposition, il se trouve de 29 deg. 30 ①. Tellement que ADB est maintenant aussi un triangle rectangle avec trois termes cognus.




CON-

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

CONSTRVCTION.

*Invention du coſté* BC.

Premierement ayant fait la preparation comme deſſus, je trouve le coſté DC du triangle rectangle ADC, par la 32 propoſition, de 42 deg. 24.
A iceux adjouſté le coſté DB du triangle rectangle ADB, qui ſe trouve, par la 32 propoſition, de 80 deg. 1.
Font enſemble pour le coſté requis BC 122 deg 25.

*Invention de l'angle* CAB.

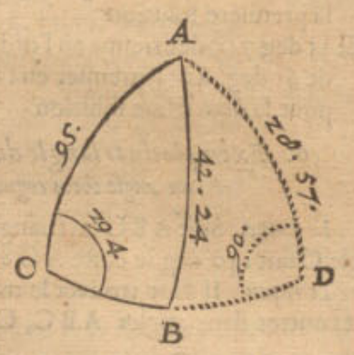
Premierement ayant fait la preparation comme deſſus, je trouve l'angle CAD du triangle rectangle ADC, par la 32 propoſition, de 61 deg. 39.
A iceux adjouſté l'angle DAB du triangle rectangle ADB, qui ſe trouve, par la 32 propoſition, de 85 deg. 3.
Font enſemble pour l'angle requis ADC 146 deg. 42.

*Invention de l'angle* B.

Premierement ayant fait la preparation comme deſſus, je trouve l'angle B du triangle rectangle ADB, par la 32 propoſition, qui eſt auſſi l'angle requis, de 29 deg. 53.
Et ſemblable ſera auſſi la procedure avec le triangle de la 2 reigle.

2. *Exemple du triangle de la 3 & 4 reigle.*

*Le donné.* Soit ABC un triangle ſpherique, dont l'angle C fait 29 deg. 4 ①, le coſté AC 95 deg. & AB 42 deg. 24.
*Le requis.* Il faut trouver le troiſieſme coſté BC, & les autres deux angles CAB, ABC.
*Preparation.* Je voy premierement de quelle reigle eſt ce triangle, & le trouvant de la 3, je tire l'arc AD hors du triangle, à angle droit ſur le prolongé CB, & ainſi j'ay un triangle rectangle ADC avec trois termes cognus, par iceux cerché ſon coſté AD de l'angle droit, ſe trouve par la 34 propoſition de 28 deg. 57 ①: Tellement que ADB eſt maintenant auſſi un triangle rectangle avec trois termes cognus.




CONSTRVCTION.

*Invention du coſté* BC.

Premierement ayant fait la preparation comme deſſus, je trouve le coſté DC du triangle rectangle ADC, par la 32 propoſition, de 95 deg. 43.
D'iceux ſouſtrait le coſté BD du triangle rectangle ADB, qui par la 32 propoſition ſe trouve de 32 deg. 27.
Reſte pour le coſté requis BC 63 deg. 16.

*Invention de l'angle* CAB.

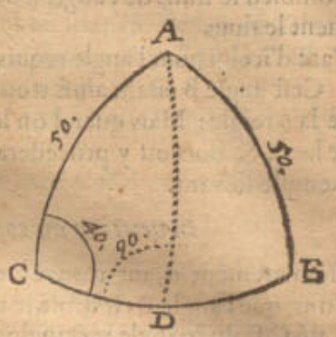
Premierement ayant fait la preparation comme deſſus, je trouve l'angle CAD du triangle rectangle ADC, par la 32 propoſition, de 92 deg. 46.
D'iceux ſouſtrait l'angle DAB du triangle rectangle ADB, qui ſe trouve par la 32 propoſition, de 52 deg. 43.
Reſte pour l'angle requis CAB 40 deg. 3.

*Invention de l'angle* ABC.

Premierement ayant fait la preparation comme deſſus, je trouve l'angle B du triangle rectangle ADB, par la 32 propoſition, de 45 deg. 53.
Iceux ſouſtraits de 180 deg.
Reſte pour l'angle requis ABC 134 deg. 7.
Et ſemblable ſera auſſi la procedure avec le triangle de la 4 reigle.

3. *Exemple du triangle de la 5 reigle.*

*Le donné.* Soit ABC un triangle ſpherique, dont l'angle C fait 40 degrez, le coſté AC 50 degr. & AB auſſi 50 deg.
*Le requis.* Il faut trouver le troiſieſme coſté BC, & les autres deux angles B, & CAB.




CONSTRVCTION.

Je voy premierement de quelle reigle eſt ce triangle, & le trouve de la 5, par où je conclud premierement ſans faire aucune operation, que l'angle B eſt egal à l'angle C faiſant 40 deg. Tellement qu'il n'y a à trouver que le coſté BC, & l'angle CAB. A celle fin je tire l'arc AD dedans le triangle à angle droit ſur CB, par lequel j'ay deux triangles rectangles egaux & ſemblables ADC, ADB.

*Invention du coſté* BC.

Premierement ayant fait la preparation comme deſſus, je trouve le coſté DC du triangle rectangle ADC, par la 34 propoſition, de 42 deg. 24.
Et encores une fois autant pour DB, vient enſemble pour le requis BC 84 deg. 48.

*Invention de l'angle* CAB.

Premierement ayant fait la preparation comme deſſus, je trouve l'angle CAD du triangle rectangle ADC, par la 34 propoſition, de 61 deg. 40.
Et encores une fois autant pour l'angle DAB, vient enſemble pour l'angle requis CAB 123 deg. 20.

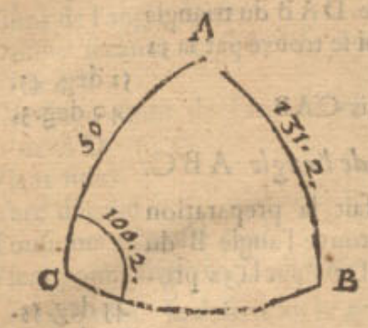
4. *Exemple du triangle de la 6 reigle.*

*Le donné.* Soit ABC un triangle ſpherique, dont l'angle C fait 100 deg. 2 ①, le coſté AC 50 deg. & AB 131 deg. 2 ①.
*Le requis.* Il faut trouver le troiſieſme coſté BC, & les autres deux angles B, CAB.



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

CONSTRVCTION.




Je voy premierement de quelle reigle eſt ce triangle, & trouvant qu'il n'eſt point des cinq premieres, il faut qu'il ſoit de la 6 ou 7. Pour ſçavoir maintenãt de laquelle des deux il ſera, je ne puis trouver premierement un tel terme que je veux, mais il faut que je commence à l'angle B, comme s'enſuit.

*Invention de l'angle* B.

| | |
|---|---|
| Le ſinus du coſté dextre AB | 7543. |
| Donne le ſinus du coſté ſeneſtre AC | 7660. |
| Combien le ſinus de l'angle ſeneſtre C | 9847? |
| Vient le ſinus | 10000. |
| L'arc d'icelui pour l'angle requis B | 90 deg. |

Ceſt angle B eſtant ainſi trouvé droit, le triangle eſt de la 6 reigle: Mais quand on le trouve oblique, il ſera de la 7, & alors on y procedera ſelon la maniere du 5 exemple ſuivant.

*Invention du coſté* BC.

| | |
|---|---|
| Premierement ayant trouvé, comme deſſus, que l'angle B eſt droit, je trouve le coſté CB du triangle rectangle ABC, par la 32 propoſition, de | 168 deg. 16. |

*Invention de l'angle* A.

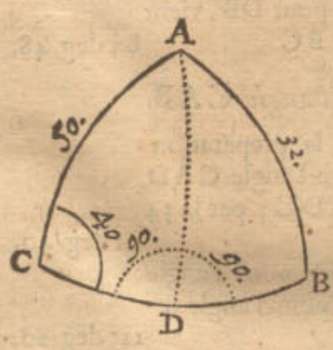
| | |
|---|---|
| Premierement ayant trouvé, comme deſſus, que l'angle B eſt droit, je trouve l'angle A du triangle rectangle ABC, par la 32 propoſition, de | 164 deg. 37. |

### 5. *Exemple du triangle de la 7 reigle avec un angle cognu donné.*

*Le donné.* Soit ABC un triangle ſpherique, dont le coſté C fait 40 deg. le coſté AC 50 deg. & AB 32 deg.

*Le requis.* Il faut trouver le troiſieſme coſté BC, & les autres deux angles B, CAB.

CONSTRVCTION.




Je voy premierement de quelle reigle eſt ce triãgle, & trouvant qu'il n'eſt point des cinq premieres, il faut qu'il ſoit de la 6 ou 7: Pour ſçavoir maintenant de laquelle des deux il ſera, je ne puis premierement trouver un tel terme que je veux, mais faut que je commence à l'angle B, comme s'enſuit.

*Invention de l'angle* B.

| | |
|---|---|
| Le ſinus du coſté dextre AB | 5299. |
| Donne le ſinus du coſté ſeneſtre AC | 7660. |
| Combien le ſinus de l'angle ſeneſtre C | 6428? |
| Vient ſinus | 9292. |
| Lequel n'eſtant point le ſinus de l'angle droit, le triangle eſt de la 7 reigle, à ſçavoir de double ſolution, parquoi l'arc du meſme 9292 eſt pour l'angle requis B, comme 1 ſolution, de | 68 deg. 19. |
| Iceux ſouſtraits de | 180 deg. |
| Reſte pour la 2 ſolution | 111 deg. 41. |

*Preparation de l'invention des autres deux termes.*

Je tire l'arc AD dedans le triangle ABC à angle droit ſur BC, & ainſi j'ay deux triangles rectangles ADC, ADB, chacun avec trois termes cognus, pour trouver par iceux les autres requis.

CONSTRVCTION.

*Invention du coſté* BC.

| | |
|---|---|
| Premierement ayant trouvé que l'angle B eſt oblique, & puis apres la preparation eſtant faite comme deſſus, je trouve le coſté CD du triangle rectangle ADC, par la 34 propoſition, de | 42 deg. 24. |
| A iceux adjouſté le coſté DB du triangle rectangle ADB, qui ſe trouve par la 34 propoſition, de | 13 deg. |
| Font enſemble pour le coſté requis BC de la premiere ſolution | 55 deg. 24. |
| Et ſouſtrait 13 deg. deuxieſme en l'ordre, de 42 deg. 24 ①, premier en l'ordre, reſte pour la deuxieſme ſolution | 29 deg. 24. |

*Invention de l'angle* CAB.

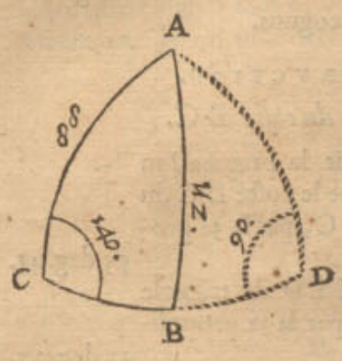
| | |
|---|---|
| Premierement ayant trouvé que l'angle B eſt oblique, & puis apres la preparation eſtant faite comme deſſus, je trouve l'angle CAD du triangle rectangle ADC, par la 34 propoſition, de | 61 deg. 40. |
| A iceux adjouſté l'angle DAB du triangle rectangle ADB, qui ſe trouve par la 34 propoſition, de | 25 deg. 7. |
| Font enſemble pour l'angle requis CAB de la premiere ſolution | 86 deg. 47. |
| Et 25 deg. 7 ① deuxieſme en l'ordre, ſouſtrait de 61 deg. 40 ① premier en l'ordre, reſte pour la deuxieſme ſolution | 36 deg. 33. |

### 6. *Exemple du triangle de la 7 reigle avec un angle obtus cognu donné.*

*Le donné.* Soit ABC un triangle ſpherique, dont l'angle C fait 140 deg. le coſté AC 88 deg. & AB 112 deg.

*Le requis.* Il faut trouver le troiſieſme coſté BC, & les autres deux angles ABC, CAB.

CONSTRVCTION.




Je voy premierement de quelle reigle eſt ce triangle, & trouvant qu'il n'eſt point d'une des cinq premieres, il faut qu'il ſoit de la 6 ou 7. Pour ſçavoir maintenant de laquelle des deux il ſera, je ne puis trouver premierement un tel terme que je veux, mais il faut que je commence à l'angle B, comme s'enſuit.

*Invention de l'angle* ABC.

| | |
|---|---|
| Le ſinus du coſté dextre AB | 9272. |
| Donne le ſinus du coſté ſeneſtre AC | 9994. |

Com-

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

Combien le sinus de l'angle senestre C 6428?
Vient sinus 6930.
Lequel n'estant point le sinus de l'angle droit, le triangle est de la 7 reigle, à sçavoir de double solution, parquoi l'arc du meſme 6930 est pour l'angle requis B, comme premiere solution, de 43 deg. 52.
Iceux soustraits de 180 deg.
Reste pour la deuxiesme solution 136 deg. 8.

*Preparation de l'invention des autres deux termes.*

Je tire l'arc A D hors du triangle ABC à angle droit sur le prolongé C B, & ainsi j'ay deux triangles rectangles ADC, ADB, chacun avec trois termes cognus, pour trouver par iceux les autres requis.

CONSTRVCTION.

*Invention du costé* BC.

Premierement ayant trouvé que l'angle B est oblique, & puis apres la preparation estant faite comme dessus, je trouve le costé D C du triangle rectangle A D C, par la 34 proposition, de 92 deg. 37.
D'iceux soustrait le costé D B du triangle rectangle ADB, qui se trouve par la 34 proposition de 60 deg. 44.
Reste pour le costé requis B C de la premiere solution 31 deg. 53.
Et 60 deg. 44 ⑤ deuxiesme en l'ordre, adjousté à 92 deg. 37 ① premier en l'ordre, vient pour la seconde solution 153 deg. 21.

*Invention de l'angle* CAB.

Premierement ayant trouvé que l'angle B est oblique, & puis apres la preparation estant faite comme dessus, je trouve l'angle CAD du triangle rectangle A D C par la 34 proposition de 88 deg. 19.
D'iceux soustrait l'angle DAB du triangle rectangle A D B, qui se trouve par la 34 proposition de 70 deg. 12.
Reste pour l'angle requis CAB de la premiere solution 18 deg. 7.
Et adjoustez 70 deg. 12 ① deuxiesme en l'ordre, à 88 deg. 19 ① premier en l'ordre, vient pour la seconde solution 158 deg. 31.

DEMONSTRATION.

Que la perpendiculaire A D du 1, 3, & 5 exemple, tombe dedans le triangle, mais du 2 & 6 dehors, cela est notoire par la 6 proposition. Touchant l'angle B, trouvé au 4, 5, & 6 exemple, la demonstration en est manifeste par la 24 proposition, là où est demonstré que comme le sinus du costé dextre, au sinus du costé senestre, ainsi le sinus de l'angle senestre, au sinus de l'angle dextre. Quant à la demonstration de tout le reste, elle est assez notoire de soy meſme: Parquoi passant cela, nous ferons quelque demonstration sur les 7 reigles precedentes de ceste proposition, & premierement,

*Demonstration sur la 1 reigle.*

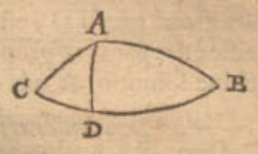
*Le donné.* Soit A B C un triangle spherique, selon le contenu de la 1 reigle, à sçavoir dont l'angle C est aigu, & A C plus petit que A B.

*Le requis.* Il faut demonstrer que l'angle B seulement peut estre aigu.

*Preparation.* Soit tiré l'arc A D à angle droit sur C B.

DEMONSTRATION.

Veu que l'angle C du triangle rectangle A D C est aigu, il faut que son costé oppoſite A D soit plus petit que le quart d'un cercle par la consequence de la 2 proposition, & son angle oppoſite B du triangle rectangle est aussi aigu, par la 2 proposition: Mais qu'il peut estre seulement aigu & point obtus, appert en cela, que sur l'autre costé de A D, à sçavoir depuis A jusques entre C & D, ne se peut tirer autre arc egal à A B, pour y faire un angle obtus, veu que A B estant plus grand que A C, est plus long qu'aucun arc qui y peut estre, par la 16 proposition: Tellement qu'il n'y a qu'une solution, & cela de B un angle aigu.




*Demonstration sur la 2 reigle.*

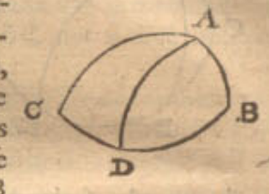
*Le donné.* Soit A B C un triangle spherique, selon le contenu de la 2 reigle, à sçavoir dont l'angle C est obtus, & A C plus grand que A B.

*Le requis.* Il faut demonstrer que l'angle B peut estre obtus seulement.

*Preparation.* Soit tiré l'arc A D à angle droit sur C B.

DEMONSTRATION.

Veu que l'angle C du triangle rectangle ADC est obtus, il faut que son costé oppoſite A D soit plus grãd que le quart d'un cercle, par la consequence de la 2 proposition, & son angle oppoſite B du triangle rectangle ADB est aussi obtus, par la 2 proposition: Mais qu'il peut estre obtus seulement & point aigu, appert en cela, que sur l'autre costé de A D, à sçavoir depuis A jusques entre A & D; ne se peut tirer autre arc egal à A B pour y faire un angle aigu, veu que A B estant plus petit que A C, est plus court qu'aucun arc qui de A jusques à l'arc D C se peut estendre, par la 16 proposition: Tellement qu'il n'y a qu'une solution, & cela avec B un angle obtus.




*Demonstration sur la 3 reigle.*

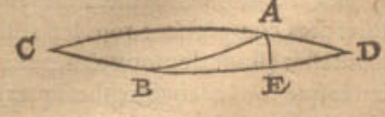
*Le donné.* Soit A B C un triangle spherique, selon le contenu de la 3 reigle, à sçavoir dont l'angle C est aigu, & A C plus grand que le quart d'un cercle. Et pour avoir encores ici le reste de la reigle, soient C A, C B prolongez tous deux jusques à ce qu'ils se rencontrent en D: Ce qui estant ainsi, C A D, C B D, font chacun un demicercle, par la 3 consequence de la 1 proposition, & A D est la difference entre A C & le demicercle. Apres ne soit A B plus petit que la difference A D.

*Le requis.* Il faut demonstrer que l'angle B du triangle A B C peut estre seulement obtus.

*Preparation.* Soit tiré l'arc A E à angle droit sur B D.

DEMONSTRATION.

Veu que l'angle C du triangle rectangle A E C est aigu, il faut que son costé oppoſite soit plus petit que le quart d'un cercle, par la consequence de la 2 proposition, & son angle oppoſite B du triangle rectangle A E B est aussi aigu,






Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

par la 2 proposition : Et pource l'angle A B C est obtus, par la 5 consequence de la 1 proposition : Mais qu'il peut estre obtus seulement, & point aigu, appert en cela que sur l'autre costé de A E, à sçavoir depuis A jusques entre E & D, ne se peut tirer autre arc egal à A B pour y faire un angle obtus, veu que A B estant plus grand que A D, est plus long qu'aucun arc qui y puisse estre par la 16 proposition : Tellement qu'il n'y a qu'une solution, & cela de B un angle obtus.

*Demonstration sur la 4 reigle.*

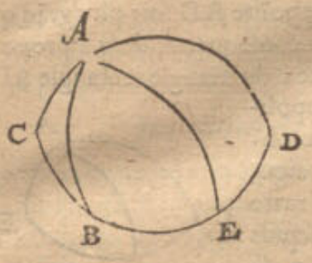
*Le donné.* Soit A B C un triangle spherique, selon le contenu de la 4 reigle, à sçavoir dont l'angle C est obtus, & A C plus petit que le quart d'un cercle. Et pour y avoir encores le reste de la reigle, soient C A, C B, prolongez tous deux jusques à ce qu'ils se rencontrent en D : Ce qui estant ainsi, C A D, C B D sont chacun un demicercle, par la 3 consequence de la 1 proposition, & A D est la difference entre A C & le demicercle : Apres, soit A B plus petit que la mesme difference A D.

*Le requis.* Il faut demonstrer que l'angle B du triangle A B C, peut estre seulement aigu.

*Preparation.* Soit tiré l'arc A E à angle droit sur BD.

Demonstration.

Veu que l'angle C du triangle rectangle A E C est obtus, il faut que son costé oppositе AE soit plus grand que le quart d'un cercle, par la consequence de la 2 proposition, & son angle oppositе B du triangle rectangle AEB est aussi obtus, par la 2 proposition ; & pource l'angle A B C est aigu, par la 5 consequence de la 1 proposition : Mais qu'il peut estre seulement aigu & point obtus, appert en cela que sur l'autre costé de A E, à sçavoir depuis A jusques entre E & D, ne se peut tirer autre arc egal à A B pour y faire un angle aigu, veu que A B estant plus petit que A D est plus court qu'aucun arc qui de A jusques à l'arc E D se peut estendre, par la 16 proposition : Tellement qu'il n'y a qu'une solution, & cela avec B un angle aigu.




*Demonstration sur la 5 & 6 reigle.*

La 5 & 6 reigle sont assez manifestes sans demonstration, car un autre arc egal à A B de la 5 reigle, tiré de l'autre costé de la perpendiculaire A D, tomberoit en A C, & pource avec icelui ne sçauroit faire un triangle. En l'exemple de la 6 reigle, ne se peut tirer de l'autre costé de la perpendiculaire un autre arc egal à AB, pour y faire un autre triangle, veu qu'icelui A B tombe dedans la perpendiculaire, ou est la perpendiculaire mesme.

*Demonstration sur la 7 reigle.*

Jusques ici nous avons demonstré les six reigles avec simple solution : Pour demonstrer maintenant la 7, contenant que tous les autres triangles ont double solution, à celle fin nous mettrons encores les cinq reigles suivantes comprenant tous les autres triangles restans, lesquelles estant demonstrées, nous demonstrerons puis apres que tous triangles spheriques de ceste espece viennent au six precedentes, avec les mesmes 5 reigles : Dont s'ensuit que puis que les triangles des six premieres reigles sont de simple solution, il faut que tous les autres triangles de la 7 reigle soient de double solution.

Reigle VIII.

*Si A C faisoit le quart d'un cercle, & que l'angle B par la construction fut trouvé oblique, il aura deux solutions.*

Reigle IX.

*Si l'angle C estoit aigu, & A C plus petit que le quart d'un cercle, & A B plus petit que A C, & que l'angle B par la construction fut trouvé oblique, il aura deux solutions.*

Reigle X.

*Si l'angle C estoit obtus, & A C plus grand que le quart d'un cercle, & A B plus grand que A C, & que l'angle B par la construction fut trouvé oblique, il aura deux solutions.*

Reigle XI.

*Si l'angle C estoit aigu, & A C plus grand que le quart d'un cercle, & A B plus petit que la difference entre A C & le demicercle, & que l'angle B par la construction fut trouvé oblique, il aura deux solutions.*

Reigle XII.

*Si l'angle C estoit obtus, & A C plus petit que le quart d'un cercle, & A B plus grand que la difference entre A C & le demicercle, & que l'angle B par la construction fut trouvé oblique, il aura deux solutions.*

Les demonstrations des cinq precedentes reigles sont comme s'ensuit.

*Demonstration sur la 8 reigle.*

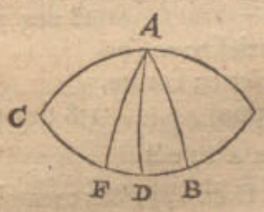
*Le donné.* Soit A B C un triangle spherique, selon le contenu de la 8 reigle, à sçavoir dont l'angle C est aigu ou obtus, & A C fait le quart d'un cercle ; apres, l'angle B soit trouvé oblique par la construction.

*Le requis.* Il faut demonstrer qu'il y a deux solutions.

*Preparation.* Soit tiré l'arc A D à angle droit sur C B, il faut qu'il tombe dedans ou hors le triangle ABC, soit dedans : Soient aussi prolongez CA, CB tous deux jusques à ce qu'ils se rencontrent en E.

Demonstration.

C A E, C D E sont chacun un demicercle par la 5 consequence de la 1 proposition, & comme C A est egal à A E, ainsi C D à D E ; parquoi un tel arc ayant esté tiré depuis A jusques entre D E, à sçavoir l'arc A B, il se peut tirer aussi de l'autre costé de D comme A F, egal à A B. Tellement qu'il y a ici deux triangles A B C, A F C, ayant chacun les trois termes cognus de mesme grandeur. Or puis qu'au donné ne se dit point si l'angle A B C est aigu ou obtus, & que le troisiesme angle & le troisiesme costé sont aussi incognus, le triangle AFC peut aussi bien servir de solution, que le triangle ABC : Tellement qu'il a deux solutions.




*Demonstration sur la 9 reigle.*

*Le donné.* Soit A B C un triangle spherique, selon le contenu de la 9 reigle, à sçavoir dont l'angle C est aigu, avec A C plus petit que le quart d'un cercle, & AB plus petit que A C : apres, l'angle B soit trouvé oblique par la construction.

*Le requis.* Il faut demonstrer qu'il y a deux solutions.

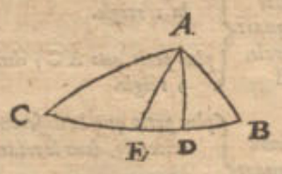
*Preparation.* Soit tiré l'arc A D à angle droit sur C B, il faut qu'il tombe dedans ou dehors le triangle A B C, soit dedans.

Demon-

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

DEMONSTRATION.

Veu que AB eſt plus petit que AC, par le donné, & (d'autant que l'angle C eſt aigu) plus grand que AD, par la 16 propoſition, dedans le triangle rectangle ADC depuis l'angle A juſques à DC, ſe peut tirer un arc egal à AB, comme AE: Tellement qu'il y a ici deux triangles ABC, AEC, ayant chacun les trois termes cognus d'egale grandeur. Or puis qu'au donné ne ſe dit point ſi l'angle B eſt aigu ou obtus, & que le troiſieſme angle & troiſieſme coſté ſont auſſi incognus: Le triangle AEC avec l'angle obtus E, peut auſſi bien ſervir de ſolution, que le triangle ABC avec l'angle aigu B: Tellement qu'il y a deux ſolutions.




*Demonſtration ſur la 10 reigle.*

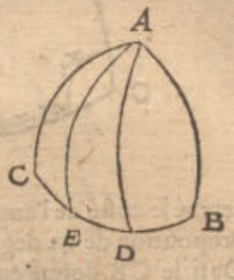
*Le donné.* Soit ABC un triangle ſpherique, ſelon le contenu de la 10 reigle, à ſçavoir dont le coſté C eſt obtus, avec AC plus grand que le quart d'un cercle, & AB plus grand que AC; apres, l'angle B ſoit trouvé oblique par la conſtruction.

*Le requis.* Il faut demonſtrer qu'il y a deux ſolutions.

*Preparation.* Soit tiré l'arc AD à angle droit ſur CB, il faut qu'il tombe dedans ou hors le triangle ABC, ſoit dedans.

DEMONSTRATION.

Veu que AB eſt plus grand que AC, par le donné, & (d'autant que l'angle C eſt obtus) plus petit que la perpendiculaire AD, par la 16 propoſition, dedans le triangle ADC depuis l'angle A juſques à DC, ſe peut tirer un arc egal à AB, comme AE: Tellement qu'il y a ici deux triangles ABC, AEC, ayant chacun les trois termes cognus d'egale grandeur. Or puis qu'au donné ne ſe dit point ſi l'angle B eſt aigu ou obtus, & que le troiſieſme angle & troiſieſme coſté ſont auſſi incognus, le triangle AEC avec l'angle aigu E, peut auſſi bien ſervir de ſolution, que le triangle ABC avec l'angle obtus B. Tellement qu'il y a deux ſolutions.




*Demonſtration ſur la 11 reigle.*

*Le donné.* Soit ABC un triangle ſpherique, ſelon le contenu de la 11 reigle, à ſçavoir dont l'angle C eſt aigu, & AC plus grand que le quart d'un cercle. Et pour y avoir encores maintenant le reſte de la reigle, ſoient CA, CB prolongez tous deux juſques à ce qu'ils ſe rencontrent en D: Ce qui eſtant ainſi, CAD, CBD, ſont chacun un demicercle, par la 3 conſequence de la 1 propoſition, & AD eſt la difference entre AC & le demicercle, & AB ſoit plus petit que la meſme difference AD: apres, l'angle ABC ſoit trouvé oblique par la conſtruction.

*Le requis.* Il faut demonſtrer qu'il y a deux concluſions.

*Preparation.* Soit tiré l'arc AE à angle droit ſur CBD, il faut qu'il tombe dedans ou hors le triangle ABC, ſoit dedans.

DEMONSTRATION.

Veu que AB eſt plus petit que AD, par le donné, & (d'autant que l'angle D eſt aigu) plus grand que la perpendiculaire AE, par la 16 propoſition, il tombe dedans le triangle rectangle AED depuis A juſques au coſté ED: Tellement que BC demeure plus petit qu'un demicercle. Apres, veu que AB eſt auſſi plus petit que AC, par le donné, & (d'autant que l'angle C eſt aigu) plus grand que la perpendiculaire AE, par la 16 propoſition, au triangle rectangle AEC depuis l'angle A juſques à EC, ſe peut tirer un arc egal à AB, comme AF: Tellement qu'il y a ici deux triangles ABC, AFC, ayant chacun les trois termes cognus d'egale grandeur. Or puis qu'au donné ne ſe dit point ſi l'angle ABC eſt aigu ou obtus, & que le troiſieſme angle & troiſieſme coſté ſont auſſi incognus, le triangle AFC avec l'angle obtus F, peut auſſi bien ſervir de ſolution, que le triangle ABC avec l'angle aigu B: Tellement qu'il y a deux ſolutions.

*Demonſtration ſur la 12 reigle.*

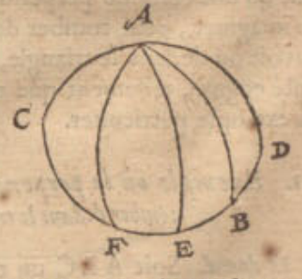
*Le donné.* Soit ABC un triangle ſpherique, ſelon le contenu de la 12 reigle, à ſçavoir dont l'angle C eſt obtus, & AC plus petit que le quart d'un cercle: Et pour y avoir encores maintenant le reſte de la reigle, ſoient CA, CB prolongez tous deux juſques à ce qu'ils ſe rencontrent en D. Ce qui eſtant ainſi, CAD, CBD ſont chacun un demicercle, par la 3 conſequence de la 1 propoſition, & AD eſt la difference entre AC & le demicercle, & AB ſoit plus grand que la meſme difference AD: apres, l'angle ABC ſoit trouvé oblique par la conſtruction.

*Le requis.* Il faut demonſtrer qu'il y a deux ſolutions.

*Preparation.* Soit tiré l'arc AE à angle droit ſur CBD, il faut qu'il tombe dedans ou dehors le triangle ABC, ſoit dedans.

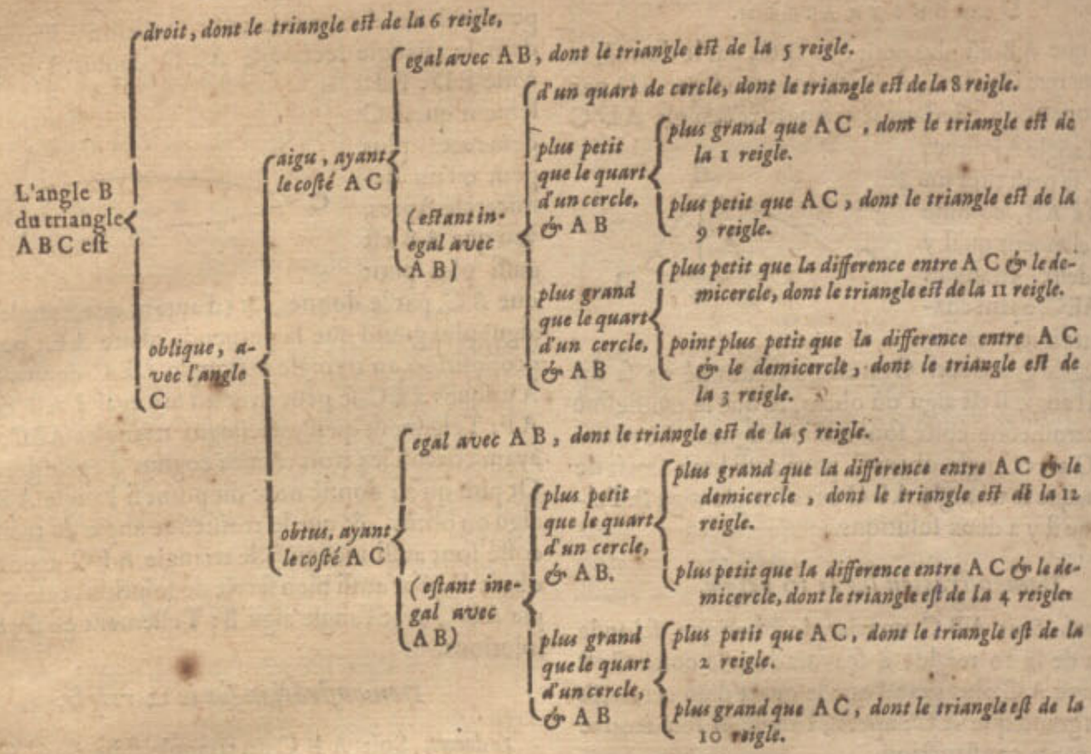
DEMONSTRATION.

Veu que AB eſt plus grand que AD, par le donné, & (d'autant que l'angle D eſt obtus) plus petit que la perpendiculaire AE, par la 16 propoſition, il tombe dedans le triangle rectangle AED depuis A juſques au coſté ED, tellement que BC demeure plus petit qu'un demicercle: Apres, veu que AB eſt auſſi plus grand que AC, par le donné, & (d'autant que l'angle C eſt obtus) plus petit que la perpendiculaire AE, par la 16 propoſition, au triangle rectangle AEC depuis l'angle A juſques à EC, ſe peut tirer un arc egal à AB, comme AF: Tellement qu'il y a ici deux triangles ABC, AFC, ayant chacun les trois termes cognus d'egale grandeur. Or puis qu'au donné ne ſe dit point ſi l'angle ABC eſt aigu ou obtus, & que le troiſieſme angle & le troiſieſme coſté ſont auſſi incognus, le triangle AFC avec l'angle aigu F, peut auſſi bien ſervir de ſolution, que le triangle ABC avec l'angle obtus B: Tellement qu'il y a deux ſolutions. Mais d'autant que quelqu'un pourroit doubter maintenant ſi tous les triangles de ceſte eſpece ſont comprins aux 12 reigles ſuſdites, nous en ferons demonſtration par la table ſuivante.






Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©




Là où les parties eſtant par tout integrantes de leur entier, s'enſuit que ladite demonſtration de la 7 reigle eſt veritable. *Concluſion.* Eſtant doncques cognu du triangle ſpherique l'angle oblique, avec deux coſtez comprennant un angle incognu: Nous avons trouvé le troiſieſme coſté, & les autres deux angles, ſelon le requis.

## Probleme IX. Proposition XL.

*Eſtant cognu du triangle ſpherique l'angle oblique, avec deux coſtez le comprennant: Trouver le troiſieſme coſté, & les autres deux angles.*

Les trois termes cognus, dit en general, ſont de ceſte qualité.

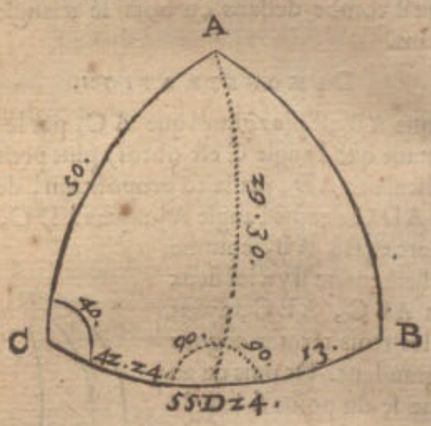
Nous ferons d'iceux trois diverſes diſtinctions, d'autant qu'une certaine perpendiculaire qu'il y faut tirer ou imaginer, peut tomber de trois diverſes façons, à ſçavoir ou dedans le triangle, ou dehors, ou dedans le coſté cognu, tellement que nous mettrons de chacun un exemple particulier.

### 1. *Exemple où la perpendiculaire ſera trouvée tomber dedans le triangle douné.*

*Le donné.* Soit ABC un triangle ſpherique, dont l'angle C fait 40 deg. le coſté AC 50 deg. & CB 55 deg. 24 ①.

*Le requis.* Il faut trouver le troiſieſme coſté AB, & les autres deux angles CAB, & B.

*Preparation.* Veu qu'il m'eſt encores incognu, ſi la perpendiculaire d'un angle incognu comme A à ſon coſté oppoſite, tombe dedans le triangle, ou dehors, ou dedans le coſté incognu AB: Je prens premierement AB, comme ſi c'eſtoit la vraye perpendiculaire, & poſant l'angle B comme pour droit, le triangle rectangle imaginé ABC a trois termes cognus, à ſçavoir deux coſtez BC & l'hypothenuſe AC, & l'angle C par iceux




cerché le coſté de l'angle droit BC, ſe trouve par la 34 propoſition de 42 deg. 24.

Or ſi le CB donné euſt fait juſtement autant, il eſt notoire que la perpendiculaire imaginée euſt auſſi eſté le vrai AB, & ABC ſeroit un triangle rectangle droit en B: Mais CB eſt plus long, car il fait 55 deg. 24.

Parquoi d'icelui CB coupé l'arc CD, qui denote les 42 deg. 24 ① premier en l'ordre, le reſte eſt pour DB 13 deg.

Mais ſi le trouvé 42 deg. 24 ① premier en l'ordre, euſt eſté plus grand que le donné CB, il euſt fallu ſuivre alors le 2 exemple ſuivant: mais le 3 exemple, s'il euſt eſté egal. Maintenant doncques ſoit marquée la vraye perpendiculaire AD, comme coſté de l'angle droit du triangle rectangle ADC; je trouve ſa longueur, par la 34 propoſition, de 29 deg. 30.

Ce qui eſtant ainſi, j'ay maintenant deux triangles rectangles ADC, ADB, chacun avec trois termes cognus, par leſquels on peut trouver les incognus requis, comme s'enſuit.

Con-

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

CONSTRVCTION.

*Invention du coſté* AB.

Premierement ayant fait la preparation comme deſſus, je trouve par la 33 propoſition l'hypothenuſe AB du triangle rectangle ADB, qui eſt auſſi le coſté requis AB, de 32 deg.

*Invention de l'angle* CAB.

Premierement ayant fait la preparation comme deſſus, je trouve par la 33 propoſition l'angle CAD du triangle rectangle ADC, de 61deg. 40.

A iceux adjouſté l'angle DAB du triangle rectangle ADB, qui ſe trouve, par la 33 propoſition, de 25 deg. 7.

Font enſemble pour l'angle requis CAB 86 deg. 47.

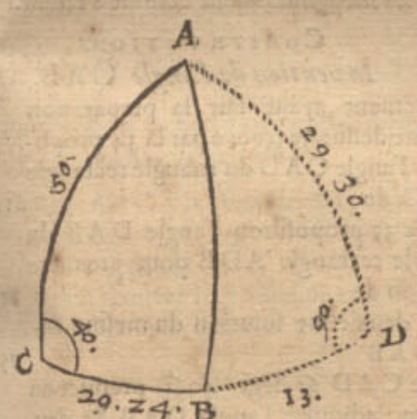
*Invention de l'angle* B.

Premierement ayant fait la preparation comme deſſus, je trouve par la 33 propoſition l'angle B du triangle rectangle ADB, qui eſt auſſi le requis, de 68 deg. 19.

2. *Exemple où la perpendiculaire ſera trouvée tomber hors le triangle donné.*

*Le donné.* Soit ABC un triangle ſpherique, dont l'angle C fait 40 degr. le coſté AC 50 degr. & CB 29 deg. 24.

*Le requis.* Il faut trouver le troiſieſme coſté AB, & les autres deux angles CAB, ABC.




*Preparation.* Veu qu'il m'eſt encores incognu, ſi la perpendiculaire d'un angle incognu juſques à ſon coſté oppoſite, tombe dedans le triangle, ou dehors, ou dedans le coſté incognu AB; Je prens premierement AB, comme ſi c'eſtoit la vraye perpendiculaire, & poſant l'angle B comme pour droit, adonc iceluy triangle rectangle imaginé ABC a trois termes cognus, à ſçavoir deux angles, & l'hypothenuſe AC, par iceux cerché le coſté de l'angle droit CB par la 34 propoſition, ſe trouve de 42 deg. 24.

Or ſi le donné CB euſt fait juſtement autant, il eſt notoire que la perpendiculaire imaginée euſt auſſi eſté le vrai AB, & que ABC ſeroit un triangle rectangle droit en B: Mais CB eſt plus court, car il fait 29 deg. 24.

Parquoi icelui CB prolongé juſques à D, tellement que CD fait 42 deg. 24 ①, la partie prolongée BD ſera 13 deg.

Mais ſi les 42 deg. 24 ① trouvez premiers en l'ordre, euſſent eſté plus petits que le donné CB, il euſt fallu ſuivre alors le premier exemple precedent: Mais le 3 exemple, s'il euſt eſté egal. Or donc ſoit marquée la vraye perpendiculaire AD comme coſté de l'angle droit du triangle rectangle ADC, je trouve ſa longueur par la 34 propoſition, de 29 deg. 30.

Ce qui eſtant ainſi, j'ay maintenant deux triangles rectangles ADC, ADB, chacun avec trois termes cognus, par leſquels on peut trouver les incognus requis, comme s'enſuit.

CONSTRVCTION.

*Invention du coſté* AB.

Premierement ayant fait la preparation comme deſſus, je trouve par la 33 propoſition, l'hypothenuſe AB du triangle rectangle ADB, qui eſt auſſi le coſté requis AB, de 32 deg.

*Invention de l'angle* CAB.

Premierement ayant fait la preparation comme deſſus, je trouve par la 33 propoſition l'angle CAD du triangle rectangle ADC, de 61 deg. 40.

D'iceux ſouſtrait l'angle BAD du triangle rectangle ADB, qui ſe trouve par la 33 propoſition, de 25 deg. 7.

Reſte pour l'angle requis CAB 36 deg. 33.

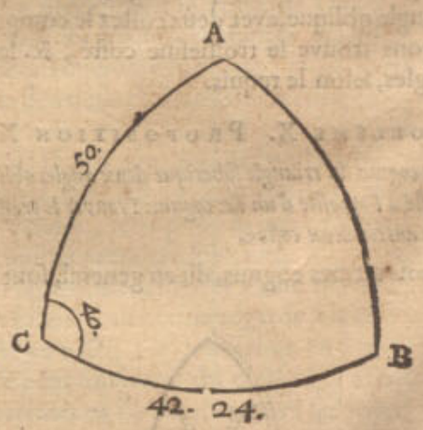
*Invention de l'angle* B.

Premierement ayant fait la preparation comme deſſus, je trouve par la 33 propoſition l'angle ABC du triangle rectangle ACB, qui eſt auſſi le requis, de 67 deg. 37.

3. *Exemple où la perpendiculaire ſera trouvée tomber dedans le coſté incognu.*

*Le donné.* Soit ABC un triangle ſpherique, dont l'angle C fait 40 degr. le coſté AC 50 degr. & CB 42 deg. 24 ①.

*Le requis.* Il faut trouver le troiſieſme coſté AB, & les autres deux angles A & B.




*Preparation.* Veu qu'il m'eſt encores incognu, ſi la perpendiculaire d'un angle incognu juſques à ſon coſté oppoſite, tombe dedans le triangle, ou dehors ou dedans le coſté incognu AB; je prens premierement AB, comme ſi c'eſtoit la vraye perpendiculaire, & poſant l'angle B comme pour droit, adonc icelui triangle rectangle imaginé ABC a trois termes cognus, à ſçavoir deux angles, & l'hypothenuſe AC, par iceux cerché le coſté de l'angle droit CB par la 34 propoſition, ſe trouve de 42 deg. 24.



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

Or puis que le donné CB fait juſtement autant, il eſt notoire que l'imaginée perpendiculaire eſt auſſi la vraye AB, & qu'il faut que ABC ſoit un triangle rectangle droit en B: Tellement que l'angle B meſme eſt trouvé par ceſte preparation. Mais ſi les trouvés 42 deg. 24 ①, euſſent eſté plus petits que le donné CB, il euſt fallu ſuivre alors le 1 exemple; & le 2 exemple, s'il euſt eſté plus grand.

CONSTRVCTION.

*Invention du coſté* AB.

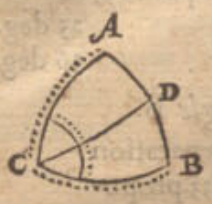
Premierement ayant fait la preparation comme deſſus, je trouve par la 33 propoſition, le coſté AB du triangle rectangle ABC comme le requis, de 29 deg. 30.

*Invention de l'angle* A.

Premierement ayant fait la preparation comme deſſus, je trouve par la 33 propoſition, l'angle A du triangle rectangle ABC comme le requis, de 61 deg. 40.

NOTEZ.

Si les deux coſtez cognus donnez, comme ici CA, CB, eſtoient egaux, alors les autres termes incognus ſe peuvent decouvrir par un plus court chemin que le precedent, car tiré CD à angle droit ſur AB, il partit le triangle ABC en deux triangles rectangles egaux & ſemblables CDA, CDB, ayant chacun, joignant l'angle en D, une hypothenuſe cognue, & un angle oblique cognu, à ſçavoir chacun la moitié de l'angle cognu ACB: Parquoi d'un de ces deux triangles rectangles ſoit de DCA, trouvé par la 34 propoſition l'angle requis A, & le coſté DA, on a enſemble par meſme moyen l'angle requis B, & le coſté DB, lequel adjouſté au coſté DA, on a le coſté requis AB.




Quant à la demonſtration des exemples de ceſte propoſition, elle eſt par tout notoire par la preparation & la conſtruction meſme.

*Concluſion.* Eſtant doncques cognu du triangle ſpherique l'angle oblique, avec deux coſtez le comprennant, nous avons trouvé le troiſieſme coſté, & les autres deux angles, ſelon le requis.

PROBLEME X. PROPOSITION XLI.

*ESTant cognus du triangle ſpherique deux angles obliques, & un coſté à l'oppoſite d'un des cognus: Trouver le troiſieſme angle, & les autres deux coſtez.*

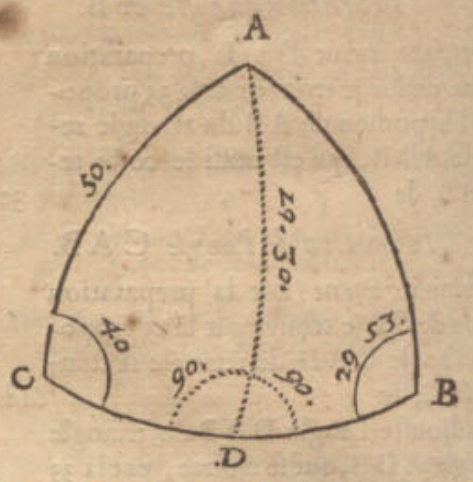
Les trois termes cognus, dit en general, ſont de ceſte qualité.

Et veu que la perpendiculaire de l'angle incognu ſur ſon coſté oppoſite tombe dedans ou hors le triangle, nous en mettrons deux exemples.

1. *Exemple où la perpendiculaire tombe dedans le triangle.*

*Le donné.* Soit ABC un triangle ſpherique, dont l'angle C fait 40 deg. l'angle B 29 deg. 53 ①, & le coſté AC 50 deg.

*Le requis.* Il faut trouver le troiſieſme angle CAB, & les autres deux coſtez BC, AB.




*Preparation.* Les deux angles cognus ayant ſemblable nom, qui eſt, tous deux aigus, ou obtus, la perpendiculaire du troiſieſme angle ſur ſon coſté oppoſite tombe dedans le triangle, mais de ceux qui n'ont point ſemblable nom, elle tombe dehors par la 6 propoſition: Lequel conſideré, & nos deux angles cognus ayant ſemblable nom, à ſçavoir tous deux aigus, je tire de l'angle incognu A, l'arc AD dedans le triangle donné ABC, & à l'angle droit ſur BC (comme il faut faire auſſi quand les deux angles cognus ſont tous deux obtus) avec lequel le triangle ABC ſe partit en deux triangles rectangles ADC, ADB: Tellemẽt que ADC a trois termes cognus: Par iceux trouvé ſon coſté de l'angle droit AD par la 34 propoſition ſe trouve de 29 deg. 30.

Tellement que l'autre triangle rectangle ADB a maintenant auſſi trois termes cognus, par leſquels on peut trouver les incognus requis, comme s'enſuit.

CONSTRVCTION.

*Invention de l'angle* CAB.

Premierement ayant fait la preparation comme deſſus, je trouve par la 34 propoſition l'angle CAD du triangle rectangle ADC, de 61 deg. 40.

Et par la 35 propoſition l'angle DAB du triangle rectangle ADB pour premiere ſolution de 85 deg.

Et pour deuxieſme ſolution du meſme angle DAB 95 deg.

A l'angle CAD 61 degr. 40 ① premier en l'ordre, adjouſté l'angle DAB 85 deg. deuxieſme en l'ordre, vient pour l'angle requis CAB, comme premiere ſolution 146 deg. 40.

Pour voir maintenant s'il y a une deuxieſme ſolution, ou non, je dis ainſi: A l'angle CAD 61 deg. 40 ① premier en l'ordre, adjouſté l'angle DAB 95 deg. troiſieſme en l'ordre, vient 156 deg. 40.

Lequel eſtant plus petit que 180 degr. je dis icelui eſtre pour la deuxieſme ſolution de l'angle requis CAB: Mais ſi la ſomme euſt eſté de 180 degr. ou davantage, il ne pourroit ſervir de concluſion, pource que tout angle eſt plus petit par la 1 definition de ces triangles ſpheriques, tellement qu'en tel cas il n'y auroit que la premiere ſolution.

*Invention du coſté oppoſite de l'angle incognu, qui eſt du coſté* BC.

Premierement ayant fait la preparation comme deſſus, je trouve par la 34 propoſition le coſté de l'angle droit CD du triangle rectangle ADC de 42 deg. 24.

Et

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

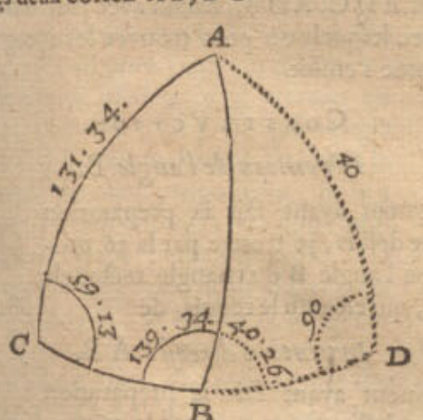
Et par la 35 proposition le costé de l'angle droit DB du triangle rectangle ADB, comme premiere solution, de 79 deg. 55.
Et pour la deuxiesme solution d'icelui DB 100 deg. 5.
A CD 42 deg. 24 ① premier en l'ordre, adjousté BD 79 deg. 55 ① deuxiesme en l'ordre, vient pour le requis CB comme 1 solution 122 deg. 19.
Pour voir maintenant s'il y a aussi une seconde solution ou non, je dis ainsi: A CD 42 deg. 24 ① premier en l'ordre, adjousté DB 100 deg. 5 ① troisiesme en l'ordre, vient 142 deg. 29.
Lequel estant plus petit que 180 deg. je dis icelui estre pour la seconde solution du costé requis CB. Mais si la somme eust esté de 180 deg. ou davantage, cela ne pourroit servir de solution, pource que tout costé de triangle est plus petit, par la 1 definition de ces triangles spheriques. Tellemẽt qu'en tel cas il n'y auroit qu'une solution.

### *Invention du costé opposite de l'angle cognu, qui est du costé* AB.

Premierement ayant fait la preparation comme dessus, il est besoin de sçavoir si le triangle est de double solution ou non: Pour à quoi parvenir, il faut premierement trouver un des deux termes susdits, ce qui est l'angle CAB, ou le costé CB, lequel estant trouvé de double solution, ce costé sera aussi de double solution, mais estant de simple, cestui-ci sera aussi de simple. Suivant lequel il faut que cest AB ait une double solution, car l'angle CAB, ou le costé CB estoient de double solution, comme il appert. Parquoi cerchés l'hypothenuse AB du triangle rectangle ADB, par la 35 proposition, se trouve de 81 deg. 14.
Et pour la seconde solution 98 deg. 46.

### 2. *Exemple où la perpendiculaire tombe dehors le triangle.*

*Le donné.* Soit ABC un triangle spherique, dont l'angle C fait 59 deg. 13 ①, l'angle ABC 139 deg. 34 ①, & le costé AC 131 deg. 34 ①.
*Le requis.* Il faut trouver le troisiesme costé CAB, & les autres deux costez AB, BC.




*Preparation.* Les deux angles cognus ayant semblables noms, ce qui est, estant tous deux aigus ou obtus, la perpendiculaire du troisiesme angle sur son costé opposite tombe dedans le triangle, mais de ceux qui ont les noms dissemblables, elle tombe dehors, par la 6 proposition. Lequel considere, & nos deux angles cognus ayant des noms dissemblables, à sçavoir l'un aigu, l'autre obtus, je tire de l'angle incognu A, l'arc AD dehors le triangle donné ABC, & à angle droit sur le prolongé BC, avec lequel nous avons deux triangles rectangles ADC, ADB: Tellement que ADC a trois termes cognus: Par lesquels cerchés le costé de son angle droit AD, par la 34 proposition, se trouve de 41 deg.
Puis apres je sousträis l'angle ABC 139 deg. 34.
De 180 deg.
Reste pour l'angle ABD 40 deg. 26.
Tellement que l'autre triangle rectangle ADB a maintenant aussi trois termes cognus, par lesquels on peut trouver les incognus requis, comme s'ensuit.

### Construction.

### *Invention de l'angle* CAB.

Premierement ayant fait la preparation comme dessus, je trouve par la 34 proposition l'angle CAD du triangle rectangle ADC, de 138 deg. 5.
Et par la 35 proposition l'angle BAD du triangle rectangle ADB pour premiere solution de 83 deg. 32.
Et pour la seconde solution du mesme angle BAD 96 deg. 28.
De l'angle CAD 138 deg. 5 ① premier en l'ordre, sousträit l'angle BAD 83 deg. 32 ① deuxiesme en l'ordre, reste pour l'angle requis CAB, comme premiere solution, 54 deg. 33.
Pour sçavoir maintenant s'il y a aussi une seconde solution ou non, je voy si l'angle BAD 96 deg. 28 ① troisiesme en l'ordre, se peut sousträire de l'angle CAD 138 deg. 5 ① premier en l'ordre, & trouvé qu'ouy, parquoi iceux sousträits, reste pour la seconde solution de l'angle requis CAB 41 deg. 37.
Mais si l'angle BAD eust esté plus grand que CAD, il est notoire qu'il n'y eust point eu de double solution.

### *Invention du costé opposite de l'angle incognu, qui est du costé* BC.

Premierement ayant fait la preparation comme dessus, je trouve par la 34 proposition le costé de l'angle droit CD du triangle rectangle ADC de 150 deg.
Et par la 35 proposition le costé de l'angle droit DB du triangle rectangle ADB, comme premiere solution, de 79 deg. 59.
Et pour la deuxiesme solution du mesme costé DB 100 deg. 1.
Du costé CD 150 deg. premier en l'ordre, sousträit le costé DB 79 deg. 59 ① deuxiesme en l'ordre, reste pour le costé requis BC, comme premiere solution, 70 deg. 1.
Pour sçavoir maintenant s'il y a aussi une seconde solution ou non, je regarde si le costé DB 100 deg. 1 ① troisiesme en l'ordre, se peut sousträire du costé CD 150 deg. premier en l'ordre, & trouvé qu'ouy, parquoi iceux sousträits, reste pour la seconde solution du costé requis BC 49 deg. 59.
Mais si le costé DB eust esté plus grand que CD, il est notoire qu'il n'y eüst point eu une seconde solution.

### *Invention du costé opposite de l'angle cognu, qui est du costé* AB.

Premierement ayant fait la preparation comme dessus, il est besoing de sçavoir si le triangle est de double solution ou non;

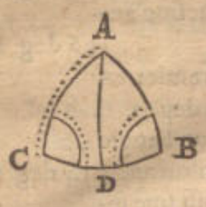
Pour

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

Pour à quoi parvenir il faut trouver premierement un des deux termes susdits, qui est l'angle C A B, ou le costé C B, lequel estant trouvé de double solution, ce costé sera aussi de double solution : mais estant de simple, ceste-ci sera aussi de simple. Suivant lequel il faut que cest A B ait une double solution, car l'angle C A B, ou le costé CB estoient de double solution, cõme il appert : Parquoi trouvé l'hypothenuse A B du triangle rectangle ADB par la 35 proposition, se trouve de 81 deg. 22.
Et pour la deuxiesme solution 97 deg. 38.

NOTEZ.

Si les deux angles cognus donnez, comme B, C, estoient egaux, l'invention des autres termes incognus sera plus courte que la precedente, car il faudroit que leurs costez opposites AB, AC, fussent aussi egaux: parquoi A D tiré à angle droit sur C B, elle partit le triangle A B C en deux triangles rectangles egaux & semblables A D B, A D C, ayant chacun deux angles cognus, & une hypothenuse cognuë: Parquoi d'un de ces triangles soit de ADB, trouvé par la 34 proposition le costé D B, & l'angle D A B, on a par mesme moyen le costé D C, & l'angle D A C; lequel adjousté à l'angle D A B, on a l'angle requis C A B: Et C D adjousté à DB, on a le costé requis CB: Quant à la double solution, elle ne vient point en l'espece de ce triangle, comme il appert en la 5 reigle de la 39 proposition. Touchant la demonstration, elle est par tout notoire par la construction.




*Conclusion.* Estant donc cognus du triangle spherique deux angles obliques, & un costé à l'oppositе d'un des cognus, nous avons trouvé le troisiesme angle, & les autres deux costez, selon le requis.

PROBLEME XI. PROPOSITION XLII.

*Estant cognus d'un triangle spherique deux angles obliques, & un costé entre deux : Trouver le troisiesme angle, & les autres deux costez.*

Les trois termes cognus, dit en general, sont de ceste qualité.

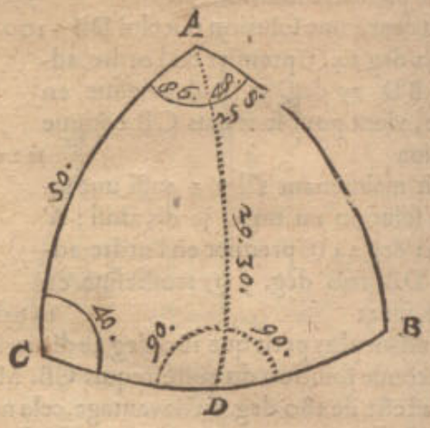
D'iceux nous ferons trois distinctions diverses, pource qu'une certaine perpendiculaire qu'il faut tirer ou imaginer, peut tomber de trois diverses façons, à sçavoir ou dedans le triangle, ou dehors, ou dedans le costé cognu, tellement que nous mettrons de chacun un exemple particulier.

1. *Exemple où la perpendiculaire sera trouvée tomber dedans le triangle donné.*

*Le donné.* Soit A B C un triangle spherique, dont l'angle C A B fait 86 deg. 48 ①, l'angle C 40 deg. & le costé entre deux A C 50 deg.

*Le requis.* Il faut trouver le troisiesme angle B, & les autres deux costez A B, B C.

*Preparation.* Veu qu'il m'est encores incognu si la perpendiculaire d'un angle cognu, comme A, jusques à son costé oppositе, tombe dedans le triangle, ou dehors, ou dedans le costé incognu A B, je prens premierement AB, comme si c'estoit la vraye perpendiculaire, & posant l'angle B comme droit, le triangle rectangle imaginé ABC a trois termes cognus, à sçavoir deux angles A, C, & l'hypothenuse A C, par iceux cerchés l'angle C B A, par la 34 proposition, se trouve de 61 deg. 40.




Or si l'angle donné CAB eust fait justement autant, il est notoire que la perpendiculaire imaginée eust aussi esté le vrai A B, & que A B C seroit un triangle rectangle droit en B, mais l'angle C A B est plus grand, car il fait 86 deg. 48.
Parquoi d'icelui angle C A B coupé l'angle C A D, qui me denote les 61 deg. 40 ① premier en l'ordre, le reste est pour l'angle D A B 25 deg. 8.
Mais si les trouvez 61 deg. 40 ① premier en l'ordre, eussent esté plus que l'angle donné C A B, il eust fallu suivre alors le 2 exemple, & le 3 exemple, s'ils eussent esté egaux. Or donc ainsi marqué la vraye perpendiculaire A D, comme costé de l'angle droit du triangle rectangle A D C, je trouve sa longueur par la 34 proposition de 29 deg. 30.

Ce qui estant ainsi, j'ay maintenant deux triangles rectangles A D C, A D B, chacun avec trois termes cognus, avec lesquels on peut trouver les incognus requis, comme s'ensuit.

CONSTRVCTION.

*Invention de l'angle* B.

Premierement ayant fait la preparation comme dessus, je trouve par la 36 proposition l'angle B du triangle rectangle A D B, qui est aussi le requis, de 68 deg. 18.

*Invention du costé* A B.

Premierement ayant fait la preparation comme dessus, je trouve par la 36 proposition l'hypothenuse A B du triangle rectangle A D B, qui est aussi le costé requis A B, de 32 deg.

*Invention du costé* B C.

Premierement ayant fait la preparation comme dessus, je trouve par la 34 proposition le costé C D du triangle rectangle A D C, de 42 deg. 24.
A iceux adjousté le costé D B du triangle rectangle

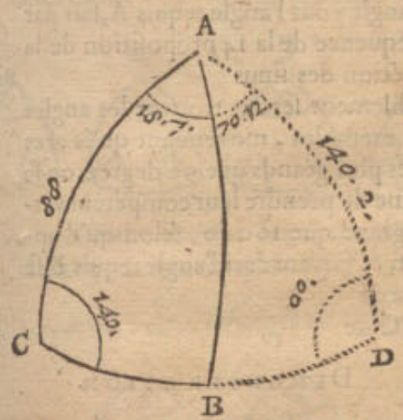
Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

ctangle ADC, qui se trouve par la 36 proposition, de 13 deg.
Font ensemble pour le costé requis BC 55 deg. 24.

2. *Exemple où la perpendiculaire sera trouvée tomber hors le triangle donné.*

*Le donné.* Soit ABC un triangle spherique, dont l'angle CAB fait 18 deg. 7 ①, l'angle C 140 deg. & le costé entre deux AC 88 deg.

*Le requis.* Il faut trouver le troisiesme angle ABC, & les autres deux costez AB, BC.




*Preparation.* Veu qu'il m'est encores incognu si la perpendiculaire d'un angle cognu comme A, jusques à son costé opposite, tombe dedans le triangle, ou dehors, ou dedans le costé incognu AB; je prens premierement AB, comme si c'estoit la vraye perpendiculaire, & posant l'angle ABC comme pour droit, le triangle rectangle imaginé ABC a trois termes cognus, à sçavoir deux angles ACB, A, & l'hypothenuse AC, par iceux cerchés l'angle CAD par la 34 proposition, se trouve de 88 deg 19.

Or si l'angle donné CAB eust fait justement autant, il est notoire que la perpendiculaire imaginée eust aussi esté le vray AB, & que ABC seroit un triangle rectangle droit en B, mais l'angle CAB est plus petit, car il fait seulement 18 deg. 7.

Parquoi à icelui angle CAB encores adjousté l'angle BAD, tellement que CAD me denote les 88 deg. 19 ① premier en l'ordre, le reste d'icelui CAB par dessus 18 deg. 7 ①, est pour l'angle BAD 70 deg. 12.

Mais si le trouvé 88 deg. 19 ① premier en l'ordre, eust esté plus petit que l'angle donné CAB, alors il eust fallu suivre le 1 exemple de ceste proposition, & le 3 exemple, s'il eust esté egal. Or donc ainsi marquée la vraye perpendiculaire AD comme costé de l'angle droit du triangle rectangle ADC, je trouve sa longueur par la 34 proposition, de 140 deg. 2.

Ce qui estant ainsi, j'ay maintenant deux triangles rectangles ADC, ADB, chacun avec trois termes cognus, par lesquels on peut trouver les incognus requis, comme s'ensuit.

CONSTRVCTION.

*Invention de l'angle* ABC.

Premierement ayant fait la preparation comme dessus, je trouve par la 36 proposition l'angle ABD du triangle rectangle ADB, de 136 deg. 9.
Lesquels soustraits de 180 deg.
Reste pour l'angle requis ABC 43 deg. 51.

*Invention du costé* AB.

Premierement ayant fait la preparation comme dessus, je trouve par la 36 proposition l'hypothenuse AB du triangle rectangle ADB, qui est aussi le costé requis de 112 deg.

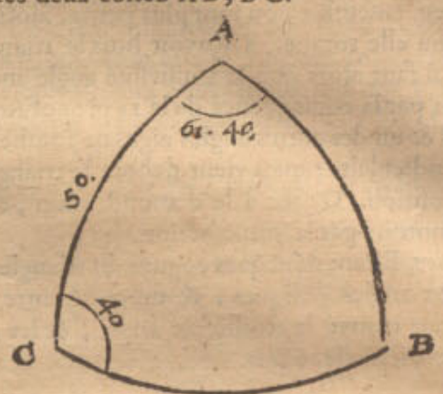
*Invention du costé* BC.

Premierement ayant fait la preparation comme dessus, je trouve par la 34 proposition le costé CD du triangle rectangle ADC de 92 deg. 37.
D'iceux soustrait le costé DB du triangle rectangle ADB, qui par la 36 proposition se trouve de 60 deg. 44.
Reste pour le costé requis BC 31 deg. 53.

3. *Exemple où la perpendiculaire sera trouvée tomber dedans le costé incognu.*

*Le donné.* Soit ABC un triangle spherique, dont l'angle A 61 deg. 40 ①, l'angle C 40 deg. & le costé entre deux AC 50 deg.

*Le requis.* Il faut trouver le troisiesme angle B, & les autres deux costez AB, BC.




*Preparation.* Veu qu'il m'est encores incognu si la perpendiculaire d'un angle cognu comme A, jusques à son costé opposite, tombe dedans le triangle, ou dehors, ou dedans le costé incognu AB, je prens premierement AB, comme si c'estoit la vraye perpendiculaire, & posant l'angle ABC, comme pour droit, le triangle rectangle imaginé ABC a trois termes cognus, à sçavoir deux angles ACB, A, & l'hypothenuse AC, par iceux cerchés l'angle A, par la 34 proposition, se trouve de 61 deg. 40.

Or puis que l'angle donné A fait justement autant, il est notoire que la perpendiculaire imaginée est aussi le vrai AB, & qu'il faut que ABC soit un triangle rectangle droit en B: Tellement que l'angle B est trouvé par ceste preparation mesme. Mais si le trouvé 61 deg. 40 ①, eust esté plus petit que l'angle donné A, il eust fallu suivre alors le 1 exemple; & le 2 exemple, s'il eust esté plus grand.

CONSTRVCTION.

*Invention du costé* AB.

Premierement ayant fait la preparation comme dessus, je trouve par la 34 propositiõ le costé de l'angle droit AB du triangle rectangle ABC, comme le requis de 29 deg. 30.

*Invention du costé* BC.

Premierement ayant fait la preparation comme dessus, je trouve par la 34 propositiõ le costé de l'angle droit BC du triangle rectangle ABC comme le requis de 42 deg. 24.

NOTEZ

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

NOTEZ 1.

Si les deux angles cognus donnez, comme A & C, estoient egaux, les autres termes incognus se peuvent trouver par un plus court chemin que le precedent, car il faudroit que leurs costez opposites AB, BC, fussent aussi egaux, & BD tiré à angle droit sur AC, il partit le cognu AC en deux parties cognuës egales AD, DC, tellement que nous avons deux triangles rectãgles egaux & semblables BDA, BDC, ayant chacun deux angles cognus, & un costé cognu entre deux: Parquoi l'un de ces triangles, soit de BDA, trouvé par la 36 proposition l'hypothenuse AB, & l'angle ABD, on a le costé requis BC, aussi l'angle DBC, lequel adjousté à l'angle ABD, on a l'angle requis ABC.

NOTEZ 2.

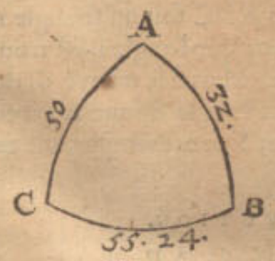
Nous avons dit ci devant au commencement des preparations estre incognu, si la perpendiculaire d'un angle cognu jusques à son costé opposite tombe dedans le triangle, ou dehors, ou dedans le costé cognu: Toutesfois quand les deux angles cognus donnez ne font que 90 deg. ensemble, ou sont plus petits, alors nous sçavons où elle tombe, à sçavoir hors le triangle, à cause qu'il faut alors que le troisiesme angle incognu soit obtus, par la consequence de la 14 proposition, entre lequel & un des autres angles aigus ne tombe point de perpendiculaire, mais vient dehors le triangle par la 6 proposition. Quant à la demonstration, elle est par tout notoire par la construction.

*Conclusion.* Estant doncques cognus du triangle spherique deux angles obliques, & un costé entre deux: Nous avons trouvé le troisiesme angle, & les autres deux costez, selon le requis.

PROBLEME XII. PROPOSITION XLIII.

*ESTant d'un triangle spherique donné trois costez cognus: Trouver les trois angles.*

Les trois termes cognus sont, dit en general, de ceste qualité.




*Le donné.* Soit ABC un triangle spherique, dont le costé AB fait 32 deg. BC 55 deg. 24 ①, & CA 50 degr.

*Le requis.* Il faut trouver les trois angles.

OPERATION.

*Invention de l'angle* A.

Multipliés l'un par l'autre les sinus des deux costez qui comprennent l'angle requis A, qui est 7660 avec 5299, vient 40590340: De cela soustrait par regle generale les quatre dernieres lettres, à sçavoir tousjours autant comme nostre sinus de l'angle droit a de principes ou nuls, reste 4059.

Soustrait le moindre costé des deux qui comprennent l'angle requis A du plus grand, reste 18 degr. duquel le versé par la 14 proposition de la construction des sinus 490.

Et le versé du costé opposite de l'angle requis A, fait 4322.

Difference entre les mesmes & 490 deuxiesme en l'ordre, est 3832.

Apres je dis, 4059 premier en l'ordre, donne sinus de l'angle droit 10000, combien 3832 quatriesme en l'ordre? vient versé 9449.

Duquel l'angle pour l'angle requis A, fait par la consequence de la 14 proposition de la construction des sinus 86 gr. 48.

Et semblablement seront trouvez les angles en tous exemples, moyennant qu'és arcs & angles plus grands que 90 degrez, on se souvienne de prendre leur competent versé plus grand que 10000, selon qu'il appartient, & suivant ceci l'angle requis B se trouvera de 68 tr.

Et l'angle C de 40. tr. 1.

DEMONSTRATION.

*Premierement sur l'invention du costé* BC.

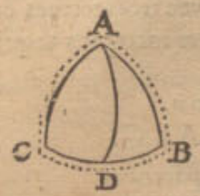
Il appert par la 30 proposition, que quand d'un triangle spherique sont fait trois termes, dont le premier est le rectangle plat comprins sous les deux sinus de deux costez: Le deuxiesme terme le quarré du sinus de l'angle droit: Le troisiesme terme la difference des deux versés, dont l'un versé de la difference d'iceux deux costez, l'autre versé du troisiesme costé: Qu'alors leur quatriesme terme proportionnel est pour le versé de l'angle comprins sous les deux premiers costez.

Mais du precedent triangle spherique ABC sont fait trois termes, dont le premier est le rectangle plat 40590340 comprins sous les sinus 7660, 5299 des deux costez AC, AB: Le second terme le quarré de l'angle droit 100000000, (ou en leur place 4059, 10000, car l'un & l'autre donne un mesme quatriesme) Le troisiesme terme 3832 difference de deux versés, dont l'un 490 versé de la difference 18 deg. d'iceux deux costez AC, AB: L'autre 4322 versé du troisiesme costé BC: Et 9449 est par l'operation quatriesme terme proportionnel des susdits trois:

Pourtant 9449 est pour versé de l'angle A comprins sous les deux premiers costez AC, AB: Mais l'angle de 9449 fait 86 deg. 48 ① par l'operation, pourtant fait autant l'angle requis A.

NOTEZ.

Si de deux costez cognus deux estoient egaux, comme par exemple ici AB, AC, les autres termes incognus se peuvent trouver par voye plus courte que la precedente, car leurs angles opposites C, B, seroient aussi egaux: Pourtant tiré AD à angle droit sur CB, elle divise icelle CB en deux parties egales cognuës, tellement que nous avons deux triangles rectangles ADC, ADB, chacun avec deux costez cognus, à sçavoir l'hypothenuse, & un costé de rectangle: Pourtant d'un de ces deux triangles, je prens de ADC, trouvé par la 32 proposition l'angle requis C, & l'angle CAD, on a aussi l'angle requis




Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

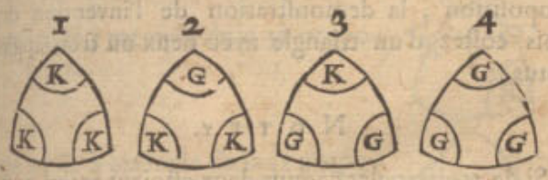
requis B, & l'angle BAD, lequel adjousté à l'angle CAD, on a l'angle requis CAB.

*Conclusion.* Estant donc d'un triangle spherique donné trois costez, nous avons trouvé les trois angles, selon le requis.

## Probleme XIII. Proposition XLIV.

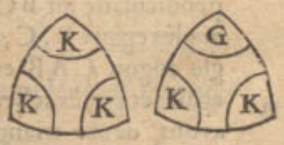
*Estant d'un triangle spherique donné trois angles : Trouver les trois costez.*

Les trois termes cognus peuvent tomber en quatre diverses sortes ainsi :



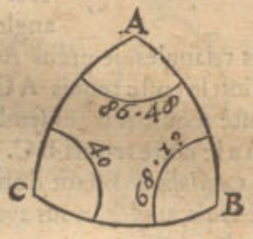

Lesquels recevant diverses manieres d'operation, nous en descrirons deux exemples.

### 1. *Exemple du 1 & 2 triangle de ceste qualité.*




*Le donné.* Soit ABC un triangle spherique, duquel l'angle A fait 86 degr. 48 ①, B 68 deg. 19 ①, C 40 deg.

*Le requis.* Il faut trouver les trois costez.




### Construction.

*Invention du costé opposite au majeur angle, comme ici le costé* BC.

Multipliez l'un par l'autre les sinus des deux angles qui touchent le costé requis BC, qui est 6428 avec 9292 des angles B, C, vient 59728976, d'iceux coupées par reigle generale les quatre dernieres lettres, à sçavoir autant que nostre sinus de rectangle contient de 0, demeure 5973.

Difference des deux angles qui touchent le costé BC requis 28 deg. 19 ①, dont le versé par la 14 proposition de la construction des sinus, 1197.

Le versé de la difference de demicercle de l'angle A à l'opposite du costé requis BC, fait 10558.

Difference entre iceux & 1197 deuxiesme en l'ordre, fait 9361.

Apres je dis 5973 premier en l'ordre, donne sinus d'angle droit 10000, combien 9361 quatriesme en l'ordre ? vient versé 15672.

Dont l'arc pour la consequence de la 14 proposition de la construction des sinus 124 degr. 33 ①, duquel la difference du demicercle pour la requise BC 55 deg. 27.

*Invention du costé opposite à l'angle n'estant point le majeur, comme ici* AB *ou* AC, *soit* AB.

Multipliez l'un par l'autre les sinus des deux angles qui touchent le costé AB requis, c'est 9984 par 9292 des angles A, B, vient 92771328, d'iceux soustrait par regle generale les quatre dernieres lettres, à sçavoir autant que nostre sinus du rectangle contient de 0, demeure 9277.

Adjoustez les deux angles qui touchent le costé AB requis, ce sont ici les deux angles A, B, font 155 degr. 7 ①, & iceux soustraits de 180 degr. reste 24 degr. 53 ①, dont le versé par la 14 proposition de la composition des sinus 928.

Le versé de l'angle C à l'oppositе du costé AB requis, fait 2340.

La difference entre iceux & 928 deuxiesme en l'ordre, fait 1412.

Puis je dis 9277 premier en l'ordre, donne sinus de rectangle 10000, combien 1412 quatriesme en l'orde ? vient versé 1522.

Dont l'arc pour l'arc requis AB, par la consequence de la 14 proposition de la construction des sinus, 32 deg. 2.

*Invention du costé* AC.

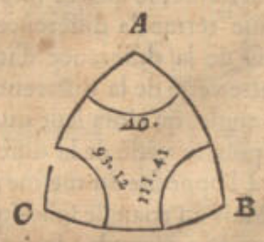
Qui comme AB est aussi à l'opposite d'un angle n'estant le majeur, est comme d'icelui AB, & suivant cela se trouvera de 50 deg.

Et semblable sera aussi l'invention des trois costez du triangle de la deuxiesme sorte.

### 2. *Exemple du 3 & 4 triangle de ceste qualité.*

*Le donné.* Soit ABC un triangle spherique, duquel l'angle A fait 40 deg. B 111 degr. 41 ①, C 93 degr. 12 ①.

*Le requis.* Il faut trouver les trois costez.




### Construction.

*Invention d'un des trois costez comme il advient, soit* BC.

Multipliez l'un par l'autre les sinus des deux angles qui touchent le costé requis, c'est 9984 par 9292 des angles C, B, vient 92771328, d'iceux soustraites par reigle generale les quatre dernieres lettres, à sçavoir autant comme nostre sinus de rectangle contient de 0, reste 9277.

Difference des deux angles qui touchent le costé BC requis, est 18 deg. 29 ①, dont le versé par la 14 proposition de la construction des sinus, 516.

Le versé de la difference au demicercle de l'angle A à l'opposite du costé BC requis, fait par la 14 proposition de la construction des sinus, 17660.



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

La difference entre iceux & 516 deuxieſme en l'ordre, fait 17144.

Puis je dis, 9277 premier en l'ordre, donne ſinus de rectangle 10000, combien 17144 quatrieſme en l'ordre ? vient verſé 18480.

Dont l'arc par la 12 propoſition de la conſtruction des ſinus 148 deg duquel la difference au demicercle pour le coſte BC requis 32 deg.

Et de la meſme façon ſe trouveront les deux autres coſtez, à ſçavoir AB de 130 deg.

Et AC de 124 deg. 36.

Semblablement ſe trouveront les trois coſtez de la quatrieſme figure avec trois angles donnez obtus.

NOTEZ.

La conſtruction de l'invention de ce coſté BC en ce deuxieſme exemple n'a, comme il ſe peut voir, nulle difference avec la conſtruction de l'invention du coſté BC à l'oppoſite de l'angle majeur au 1 exemple: Mais la conſtruction de l'invention de ces deux coſtez AB, AC, eſtant comme celle de BC, a difference avec l'operation de l'invention d'iceux deux coſtez AB, AC du premier exemple, comme il appert. La raiſon pourquoy j'ay ici deſcrit au long l'invention de BC, eſt afin que quand on le veut imiter en effect, l'invention des trois termes ſoit en chacun exemple parfaitement.

DEMONSTRATION.

*Au premier ſur l'invention du coſté* BC *du premier exemple.*

Il appert par la 31 propoſition, que quand d'un triangle ſpherique avec deux ou trois angles aigus, ſont faits trois termes, dont le premier eſt le rectangle plat comprins ſous les ſinus des deux moindres angles : Le ſecond terme, le quarré du ſinus du rectangle : Le troiſieſme terme, la difference des deux verſés, dont l'un verſé de la difference d'iceux deux angles moindres, l'autre verſé de la difference au demicercle du troiſieſme angle, qu'alors leur quatrieſme terme proportionel eſt pour le verſé de la difference au demicercle du coſté à l'oppoſite du meſme angle.

Mais du triangle ſpherique ABC avec trois angles aigus du 1 exemple, ſont faits trois termes, dont le 1 eſt le rectangle plat 59728976 comprins ſous les ſinus 6428, 9292, des deux moindres angles B, C: Le ſecond terme, le quarré du ſinus du rectagle 100000000 (ou en leur place 5973, 10000, car l'un & l'autre donne un meſme quatrieſme.) Le troiſieſme terme 9361 la difference des deux verſés, dont l'un 1197 verſé de la difference d'iceux deux angles moindres B, C, l'autre 10558 verſé de la difference au demicercle du troiſieſme angle A: Et 15672 eſt par l'operation, quatrieſme terme proportionnel des ſuſdits trois.

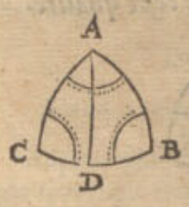
Pourtant 15672 eſt pour verſé de la difference au demicercle du coſté à l'oppoſite du meſme angle A: Mais l'arc de 15672 fait 124 deg. 33 ①, dont la difference au demicercle 55 deg. 27 ① par l'operation, & pource fait autant le coſté BC requis.

Et ſemblable ſera auſſi la demonſtration de l'invention des coſtez AB, AC à l'oppoſite des deux moindres angles, moyennant qu'à cela on ſe ſerve de la deuxieſme partie de la 31 propoſition, comme au precedent on ſe ſervoit de la premiere partie d'icelle.

Ainſi eſt auſſi notoire par la conſequence de la 31 propoſition, la demonſtration de l'invention des trois coſtez d'un triangle avec deux ou trois angles obtus.

NOTEZ.

Si de trois angles cognus deux eſtoient egaux, comme en ce triangle ABC, les deux angles egaux, par exemple B, C, les trois coſtez incognus ſe peuvent trouver par voye plus briefve que la precedente : Car tirés AD perpendiculaire ſur BC entre les deux angles egaux B, C, elle partit l'angle cognu CAB en deux parties egales cognuës, tellement que nous avons deux triangles rectangles ADC, ADB, chacun avec trois angles cognus, pourtant d'un de ces triangles, je prens ADC, trouvé par la 37 propoſition le coſté requis AC, & le coſté DC, on a auſſi le coſté requis AB, enſemble DB, qui adjouſté à CD, on a le coſté requis BC.




*Concluſion.* Eſtant donc d'un triangle ſpherique donné trois angles, nous avons trouvé les trois coſtez, ſelon le requis.

---

## INDICE DES TRIANGLES SPHERIQVES.

*LEquel eſt une maniere de table, monſtrant comment on trouvera des triangles au precedent, pour imiter l'operation d'iceux en un triangle propoſé, dont on veut trouver un terme, ou termes incognus.*

Veu que les precedentes reigles des operations, par leſquelles on cerche les termes incognus des triangles, ſont fort differentes, & qu'il ſeroit moleſte de les retenir toutes par cœur, nous deſcirons ici certaine maniere pour prevenir à telle peine, de ſorte qu'à tout exemple occurrant, on trouve incontinent un ſemblable au precedent, dont on peut ſuivre l'operation de poinct en poinct, ſans charger la memoire d'aucunes de ces differences. A iceile fin nous mettons ceſte ſuivante deſcription des triangles en forme de table diſtinguée en trois membres, dont nous declarerons ci apres l'uſage par exemple.

TRIAN-

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

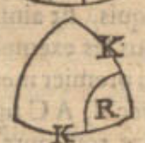
## TRIANGLES SPHERIQVES DV PREMIER MEMBRE AVEC *rectangles cognus donnez.*


Page 52 le 1 exemple de la 32 propo-sition.

Page 52 le 2 exemple de la 32 propo-sition.

Page 53 le 3 exemple de la 32 propo-sition.

Page 53 le 4 exemple de la 32 propo-sition.

Page 55 le 1 exemple de la 33 propo-sition. 

Page 55 le 2 exemple de la 33 propo-sition.

Page 55 le 3 exemple de la 33 propo-sition.

Page 57 le 1 exemple de la 34 propo-sition.

Page 57 le 2 exemple de la 34 propo-sition.

Page 57 le 3 exemple de la 34 propo-sition.

Page 58 le 4 exemple de la 34 propo-sition.

Page 59 le 1 exemple de la 35 propo-sition.

Page 59 le 1 exemple de la 35 propo-sition.

Page 61 le 1 exemple de la 36 propo-sition.

Page 61 le 2 exemple de la 36 propo-sition.

Page 62 le 3 exemple de la 36 propo-sition.

Page 62 le 4 exemple de la 36 propo-sition.

Page 64 le 1 exemple de la 37 propo-sition.

Page 64 le 2 exemple de la 37 propo-sition.

Page 64 le 3 exemple de la 37 propo-sition.


## TRIANGLES SPHERIQVES DV DEUXIESME MEMBRE AVEC UN *costé cognu donné de 90 degr. sans angle droit cognu.*


Page 66 le 1 exemple de la 38 propo-sition.

Page 66 le 1 exemple de la 38 propo-sition.

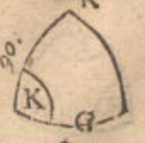
Page 67 le 2 exemple de la 38 propo-sition.

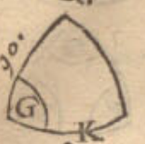
Page 67 le 2 exemple de la 38 propo-sition.

Page 67 le 3 exemple de la 38 propo-sition.

Page 68 le 4 exemple de la 38 propo-sition.

Page 68 le 5 exemple de la 38 propo-sition.

Page 68 le 5 exemple de la 38 propo-sition. 

Page 69 le 6 exemple de la 38 propo-sition. 

Page 69 le 6 exemple de la 38 propo-sition.

Page 69 le 7 exemple de la 38 propo-sition.



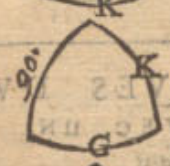

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

Page 69 le 7 exemple de la 38 propoſition.

Page 70 le 8 exemple de la 38 propoſition.

Page 70 le 8 exemple de la 38 propoſition.

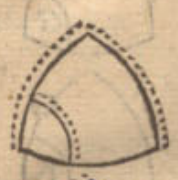
Page 71 le 9 exemple de la 38 propoſition.




Page 71 le 9 exemple de la 38 propoſition.

Page 71 le 10 exemple de la 38 propoſition.

## TRIANGLES SPHERIQVES DV TROISIESME MEMBRE SANS RECTANGLE *cognu donné ou coſté de 90 deg.*



Page 72 à la 39 propoſition, liſés premierement en la 72 page l'advertiſſement general declarant quel exemple il faut ſuivre.

Page 78 à la 40 propoſition.

Page 80 à la 41 propoſition.

Page 82 à la 42 propoſition.

Page 84 à la 43 propoſition.

Page 85 le 1 exemple de la 44 propoſition.

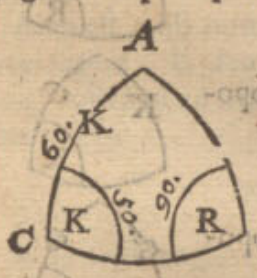
Page 85 le 1 exemple de la 44 propoſition.

Page 85 le 2 exemple de la 44 propoſition.

Page 85 le 2 exemple de la 44 propoſition.

## L'VSAGE DV PRECEDENT INDICE DES TRIANGLES SPHERIQVES.

SOient à trouver un ou pluſieurs termes incognus de ce triangle ABC, dont l'angle B fait 90 deg. C 50 deg. AC 60 deg. Lequel B eſtant un angle droit, & AC un coſté plus petit que le quart d'un cercle, & C un angle aigu, je mets à l'angle droit ſa lettre ſignifiante R, ſur AC la lettre K, & à l'autre angle auſſi K (ſignifiant plus petit pour les raiſons dites ailleurs) comme on voit. Or veu que ceci eſt un triangle rectangle, je cerche le ſemblable au 1 membre de l'indice des triangles, le trouvant là le 8 en l'ordre, où je voy qu'un ſemblable ſera trouvé en la 57 page au 1 exemple de 34 propoſition, parquoi icelle operation ſuivie, on vient au requis. Et ainſi avec tous autres. Notez encores qu'en tous les exemples des triangles rectangles, comme ceux du premier membre, nous avons denoté l'angle droit avec B, AC ſignifie par tout l'hypothenuſe, AB & BC ſont touſiours coſtez de l'angle droit : Mais s'il advenoit à quelqu'un qu'il fallut trouver les termes incognus d'un triangle marqué avec d'autres lettres, ou avec les meſmes autrement miſes, il pourroit au lieu d'iceux (pour ne troubler l'eſprit de diverſes lettres d'une meſme ſignification) mettre B à l'angle droit, A en haut, C au troiſieſme angle. Et ſi l'angle droit du triangle donné eſtoit à la main ſeneſtre, on le pourroit tourner juſques à ce qu'il vint à la main dextre. Ou bien marquer un autre triangle de telle diſpoſition comme il eſt aux exemples.




Ce que nous avons dit ici du triangle rectangle, s'entendra auſſi des autres triangles ſans angle droit cognu, comme ceux du 2 & 3 membre, leſquels on pourra touſiours marquer avec des lettres, & remettre comme ſont les exemples imitables dans le livre, & alors ſuivre l'operation non ſeulement de mot à mot, mais auſſi de lettre à lettre.

Quant à ce que de la 40, & 41, & 42 propoſition, toutes les diverſes ſortes qui s'y peuvent rencontrer, ne ſont deſcrites chacune en particulier comme des autres propoſitions, cela a eſté laiſſé comme n'eſtant point neceſſaire. Dequoi pour en parler par exemple, quelqu'un pourroit dire ainſi : Rencontrant un triangle de la qualité de la 40 propoſition, en laquelle eſtant trois exemples, que ſçay-je lequel des trois je ſuivrai premierement pour trouver les termes incognus ? Là deſſus je dis que quel exemple des trois qu'on prenne, on vient au requis. Comme par ſimilitude je ſuive le 1 exemple, avec lequel eſtant venu en la preparation au dernier de l'ordre, là il y a eſcrit s'il faut que je continuë l'operation avec icelui 1 exemple, ou avec le 2, ou 3. Parquoi le reſte achevé avec tel exemple, comme il me ſera demonſtré, je viens au requis. Mais ſi je commençois à ſuivre premierement un des autres deux exemples, j'y trouve auſſi à la fin de la preparation ſemblable advertiſſement. Le meſme faut-il auſſi entendre de la 41 & 42 propoſition, là où aux preparations il y a tels advertiſſemens.

APPLI-

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

# APPLICATION DES POLYGONES SPHERIQVES.

*Argument sur l'Application.*

IUsques ici a esté descrite l'invention des termes incognus des triangles spheriques, & combien que par icelle se puissent trouver les termes incognus trouvables de tous angles spheriques, à cause qu'on les peut partir en triangles, ou bien y adjoustant en faire des triangles; toutesfois la chose requerant declaration, nous joindrons au precedent encores ceste suivante description que nous appellons APPLICATION.

*CEste application des polygones spheriques, est fort semblable à l'application des polygones plats au livre des triangles plats: car deux telles definitions que là ont esté faites, la premiere d'angle revers, l'autre de quadrangle vulgaire, angle de quadrangle revers, & quadrilatere croisé; on peut aussi entendre semblables definitions des polygones spheriques. Apres, les operations des deux dernieres propositions des polygones plats, sont fort semblables aux operations des deux semblables propositions des polygones spheriques: Toutesfois les qualitez des angles spheriques, different en cela des plats, qu'ils n'ont point les impossibilitez de solutions, comme les autres; car trois costez incognus, qu'on ne peut trouver aux triangles & polygones plats, par tous les autres termes cognus, comme il appert en la 3 proposition de l'application des polygones plats, se peuvent trouver aux spheriques: Semblablement deux costez paralleles incognus, qu'on ne peut trouver aux polygones plats, comme il appert en la 4 proposition, de cela ne peut venir aucun empeschement aux angles spheriques, pource que deux costez paralleles n'y peuvent estre. Cependant il y a ici au contraire du desavantage des angles spheriques, à sçavoir que par tous les angles cognus moins un, icelui incognu ne se trouve, d'autant que tous les angles en superfice spherique, ne sont egaux à autant de rectangles doubles, comme il y a d'angles moins deux, ainsi qu'il advient aux plans rectilignes, comme il appert en la 1 proposition de l'application des triangles plats.*

*Ceci consideré, nous descrirons deux propositions des polygones spheriques, comme les deux dernieres des polygones plats; toutesfois differentes en cela, que celles-ci (comme nous avons dit dessus) sont plus generales, à sçavoir qu'aux termes donnez des polygones spheriques il n'y a point d'exception comme aux autres de trois termes incognus n'estant point tous lignes: Ni aussi de deux costez paralleles incognus.*

## PROBLEME. I. PROPOSITION.

*ESTant donné un quadrangle spherique avec cinq termes cognus & trois incognus: Trouver les trois incognus.*

Posons que les trois fois huict figures de la 6 proposition de l'application des polygones plats, soient quadrangles spheriques: Nous mettrons iceux en trois exemples comme s'ensuit.

### 1. *Exemple de la* 1, 2, 3, 4, 6, & 7 *figure.*

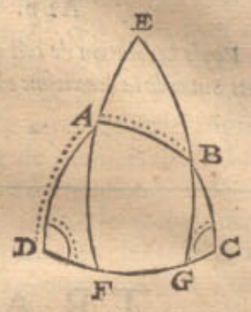
Ceste exemple des susdites 1, 2, 3, 4, 6, & 7 figures, n'a au donné, au requis, ny en la preparation ou construction aux quadrangles spheriques nulle difference des semblables en quadrangles plats, sinon qu'on trouve ici par tout en la construction les trois termes cognus des triangles selon la reigle des triangles spheriques, au lieu qu'on les trouve là, selon la reigle des triangles plats: Ce que considerant, nous tenons ceste invention des termes incognus par icelle pour cognuë.

### 2. *Exemple de la* 8 *figure.*

*Le donné.* Soit A B C D un quadrangle spherique de la qualité de la 8 figure, à sçavoir avec un costé incognu D C à l'oppposite de deux angles incognus A, A B C, les autres cinq termes cognus.

*Le requis.* Il faut trouver les trois termes incognus.

*Preparation.* Veu qu'en tirant l'arc D B, ou A C, comme en la 1, 2, 3, 4, & 6 figure, ni aussi par la production de deux costez, comme en la 7 figure, le quadrangle ne se peut former en deux triangles, dont l'un a trois termes cognus, comme il advient aux susdites figures, la preparation se fait comme s'ensuit: Je tire par les deux angles incognus D A B, A B C, deux quarts du cercle E F, E G, tous deux à angle droit sur le costé incognu D C.




### CONSTRVCTION.

Le triangle A F D a trois termes incognus, à sçavoir l'angle A F D droit par la preparation, & D avec A D cognu par le donné: Par ceux-ci cerchés les trois termes incognus, se trouvent par la 34 proposition des triangles spheriques, à sçavoir l'angle D A F.
Le costé D F.
Et le costé A F.
Le triangle B C G a trois termes cognus, à sçavoir l'angle B G C droit par la preparation, & C avec B C cognus par le donné: Par iceux cerchés les trois termes incognus, se trouvent par la 34 proposition des triangles spheriques, à sçavoir l'angle G B C.
Le costé G C.
Et le costé B G.
Iceux soustraicts de E G 90 deg. reste E B.
Et A F troisiesme en l'ordre soustraict de E F 90 deg. reste A E.
Le triangle E A B a trois termes cognus, à sçavoir A E huictiesme en l'ordre, E B septiesme en l'ordre, & A B cognu par le donné: Par iceux cerchés les trois termes incognus, se trouvent par la 43 proposition des triangles



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

ſpheriques, à ſçavoir l'angle E, ce qui eſt auſſi pour FG.
L'angle EAB.
Et l'angle EBA.
Adjouſtez F G neufieſme en l'ordre, à D F deuxieſme en l'ordre, & G C quatrieſme en l'ordre, vient le requis DC.
E A B dixieſme en l'ordre, ſouſtraict de 180 deg. reſte BAF.
A icelui adjouſté D A F premier en l'ordre, vient l'angle requis DAB.
E A B onzieſme en l'ordre, ſouſtraict de 180 deg. reſte ABG.
A icelui adjouſté G B C quatrieſme en l'ordre, vient l'angle requis ABC.
Dont la demonſtration eſt notoire par la conſtruction.

### 3. *Exemple de la 5 figure.*

NOTEZ.

En deſcrivant ceſte propoſition, je n'eſtois encores parvenu à la cognoiſſance de l'invention des termes incognus de ceſte 5 figure, de ſorte que nous mettons ſeulement la ſuſcription de ce 3 exemple, comme par memoire pour ceux qui pourroient avoir envie de le cercher, afin d'avoir plus ample cognoiſſance du traicté des polygones ſpheriques.

ALB. GIRARD.

*Voyés la ſolution de ceſt exemple en la page apres le* K7 *de mes Sinus de la deuxieſme edition.*

### PROBLEME. II. PROPOSITION.

*ESTant donné un polygone ſpherique, avec tous les termes cognus, excepté trois : Trouver iceux trois termes incognus.*

*Le donné.* Soit l'hexagone plat A B C D E F de la 7 propoſition en l'application des polygones plats, prins pour hexagone ſpherique, qui eſt que tous les coſtez ſoyent arcs de cercles majeurs, avec un coſté E F incognu, & deux angles E, A F E incognus, mais tout le reſte des termes cognus.

*Le requis.* Il faut trouver les trois termes incognus.

*Conſtruction.* La maniere de l'operation de ceſt exemple n'a nulle autre difference de celle de la ſuſdite 7 propoſition des polygones plats, ſinon ce qui ſe trouve là au premier & quatrieſme en l'ordre, par la 6 propoſition des triangles plats, ſe doit ici trouver, par la 33 propoſition des triangles ſpheriques : Semblablement ce qui ſe trouve là au neufieſme en l'ordre par le premier exemple de la 6 propoſition de l'application des polygones plats, ſe doit ici trouver par le 1 exemple de la 1 propoſition de ceſte application des polygones ſpheriques. Et ſemblable ſera le ſuccés avec tous les autres polygones ſpheriques (excepté là où ſe rencontre la ſuſdite 5 figure, dont manque ici encore l'invention des termes incognus) car ils ſe peuvent partir en triangles ou quadrangles, pour par iceux trouver les termes requis comme deſſus, dont la demonſtration eſt notoire par l'operation.

*Concluſion.* Eſtant donc un polygone ſpherique, avec tous les termes cognus excepté trois, nous avons trouvé iceux trois termes incognus, ſelon le requis.

*Fin des Triangles Spheriques.*

## APPENDICE DV
# TRAICTE DES TRIANGLES.

### Argument ſur l'Appendice.

*IE ne parlerois pas volontiers des erreurs d'autrui, je laiſſe d'en eſcrire, dont le recit ne me ſembleroit neceſſaire & utile: En partie d'autant que quelques uns l'interpretent communement qu'il ſe fait au meſpris d'autrui : Et auſſi en partie parce que j'eſtime qu'on trouve tant de vrai ſubject pour s'en exercer, qu'il n'eſt point beſoing de s'amuſer & perdre ſon temps aux corrections des erreurs des autres. Parquoi combien qu'en ceſte Appendice entre autres choſes je touche quelques fautes que j'ay rencontré (je dis quelques unes, comme n'eſtant ici point toutes à beaucoup pres) c'eſt d'autant que je trouve utile de mettre par memoire tant pour ſon* EXCELLENCE *& pour moy-meſmes, que pour d'autres qui pourroient eſtre deſireux de ſçavoir la cauſe de la difference entre quelques propoſitions de ce traicté & celles d'autres Autheurs. Quant à ce que quelques uns le pourront interpreter au contraire, il me ſuffit de croire qu'ils faillent, veu que je tiens ces Autheurs pour tels, auſquels je me trouve obligé, pource que j'ay apprins d'eux en ceſte matiere; & auſſi pour tels, que je ne ſerois honteux d'avoir fait en ce preſent traicté plus des fautes qu'eux : leſquelles ſi elles y ſont, ce me ſeroit autant de contentement de les voir corrigées, que d'eſcrire meſme ceſte correction: Car il nous doit eſtre plus agreable d'apprendre des choſes vrayes, que d'eſtre eſtimez hommes ſans erreur, ce que nous ne ſommes point.*

*Or puis que je n'ay point mis au precedent, ce que par ci par là on peut accommoder entre les propoſitions, & cela pour telles raiſons qu'il y a en l'argument, nous les aſſemblerons ici par ordre en divers chapitres, comme s'enſuit.*

### CHAPITRE I.

*DV nom arc de complement, & angle de complement de la 6 definition de La fabrique des ſinus.*

On pourroit dire, que la trop grande curioſité au faict de definitions eſt vituperable, principalement quand

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

quand par l'uſage on entend aſſez la ſignification: Il eſt vray,& à mon advis auſſi ceci,à ſçavoir que ceſt erreur, de vouloir ſuivre des definitions qui cauſent erreur, comme je me ſuis apperceu en ce traicté, là où ſuivant le nom complement, je voulois accomplir ou adjouſter, où au contraire la choſe requeroit ſouſtraction, laquelle obſcurité & embrouïllement je trouvay à la fin provenir des definitions impropres.Il eſt auſſi à preſumer que la meſme impropriété peut avoir aidé aux fautes de quelques Autheurs que nous toucherons ci apres; car ce ne ſeroit point eſtrange qu'une matiere ſubtile, laquelle nous eſt aſſez obſcure avec ces noms propres, nous fuſt encores plus obſcure par les impropres, principalement d'un tel mot dont ceſte matiere eſt tellement entreclaſſée, comme il eſt apparu.

## CHAPITRE II.

*SVr la double concluſion des triangles plats.*

*Regiomontanus* en la 51 propoſition de ſon 1 livre dit ainſi:

*Les deux coſtez cognus donnez du triangle avec un angle aigu à l'oppoſite d'un des cognus, ne ſont point aſſez pour trouver le troiſieſme coſté, & les autres angles: Mais ſi nous ſçavions de quelle façon tombe la perpendiculaire, tout ſera notoire.*

En quoy il erre pour ceſte raiſon: Premierement le coſté oppoſite de l'angle cognu, eſtant plus grand que l'autre cognu,il faut que l'angle oppoſite de l'autre coſté cognu ſoit neceſſairement aigu, comme il appert par la demonſtration de la 2 reigle de la 5 propoſition des triangles plats, par lequel nous ſçavons ſi la perpendiculaire tombe dehors ou dedans le triangle, car l'angle cognu donné eſtant obtus,elle y tombe dehors; mais eſtant aigu, dedans.

Secondement, les coſtez cognus eſtant d'egale grandeur, la perpendiculaire tombe appertement dedans.

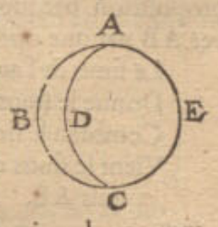
Tiercement, où le coſté oppoſite de l'angle cognu eſt plus petit que l'autre cognu, & que ſon angle oppoſite fut trouvé droit par la conſtruction, nous ſçavons manifeſtement que la perpendiculaire tombe dedans le coſté donné.

Ce qui a eſté dit ici de *Regiomontanus*, s'entend auſſi ainſi de tous ſes adherens ſur la meſme propoſition.

## CHAPITRE III.

*SVr la 1 definition des triangles ſpheriques, pourquoi le triangle ſpherique n'a beſoing d'autre coſté que plus petit qu'un demicercle.*

Si chacun coſté d'un triangle ſpherique n'eſtoit plus petit qu'un demicercle, il y en aura un ou plus qui feront un demicercle, ou ſeront plus grands. Soit premierement A B C un demicercle,je dis que là deſſus ne ſe peut faire un triangle, à cauſe que ſi on tiroit deux autres arcs de cercles majeurs, juſques à ce qu'ils s'entretouchaſſent, je prens A D, C D, ou A E, C E, pour former avec iceux les autres deux coſtez du triangle,les meſmes deux arcs,puis qu'ils tendent devers les poles l'un de l'autre, ne font point d'angle en D ou E, mais un demicercle ſans angle: Tellement qu'alors ces deux demicercles ne comprennent un triangle, mais ou un deux-angle comme A B C D, ou un cercle entier accompli comme A B C E.




Parquoi dedans le triangle ne peut venir un coſté d'un demicercle.

Mais ſi un coſté du triangle, ſoit de ceſt A B C D, eſtoit plus long qu'un demicercle,comme le coſté A B C, les autres deux A D, D C, plus courts, avec un angle revers A D C, & que quelqu'un vouluſt tenir cela pour un triangle, diſant qu'il pourroit advenir que par trois termes cognus d'un tel triangle on deſireroit trouver les incognus. On reſpond là deſſus, que ſi cela ſe permettoit, beaucoup de theoremes ſur leſquels ſont fondez les problemes des triangles ſpheriques ſeroient faux. Comme par exemple le 2 theoreme de la 2 propoſition, contenant que l'angle oppoſite du coſté A B en la figure y joincte doit eſtre aigu: Mais ſi au lieu de l'arc C B on entendoit que ſon complement de cercle (qui doit eſtre plus grand qu'un demicercle) deuſt ſervir pour troiſieſme coſté, l'angle oppoſite de A B ne ſeroit alors point aigu, mais obtus, pource qu'il ſeroit complement de demicercle de l'angle aigu A C B. Il eſt bien certain ſi on vouloit, on pourroit tellement former les theoremes, que tout en general ſeroit ferme, prenant toutesfois des arcs pluſtoſt plus grands que plus petits qu'un demicercle pour coſtez d'un triangle. Neantmoins les Anciens ne l'ont point fait ainſi, comme n'eſtant point neceſſaire, car s'il y avoit à trouver le plus grand coſté, avec l'angle d'un tel triangle comme de ceſt A B C D, cela ſe peut faire avec le triangle A D C par les precedentes reigles, d'autant que par tous les termes cognus donnez du triangle A B C D, ſont cognus autant de ſemblables termes du triangle A D C, car les coſtez D A, D C, ſont en l'un & en l'autre communs,& A C eſt complement de cercle de A B C: Apres, l'angle D A C eſt complement de demicercle de l'angle D A B C, & l'angle D C A eſt complement de demicercle de l'angle D C B A: Parquoi les termes incognus du triangle A D C eſtant trouvez, les termes incognus du triangle A B C D ſe trouvent auſſi: Tellement qu'il n'eſt point neceſſaire de definir des triangles avec un coſté plus grand qu'un demicercle.

Mais s'il y avoit deux arcs chacun plus long qu'un demicercle, je prens en ceſte figure A B C, A D E, il faut qu'ils s'entrecoupent comme en F, tellement que A B F, A D F, ſont chacun un demicercle par la 3 conſequence de la 1 propoſition des triangles ſpheriques. Soit tiré maintenant C E comme troiſieſme coſté, icelui C E s'il fait un demicercle, ou s'il eſt plus grand, ou plus petit, il ne fait point de triangle avec les autres deux, mais une autre figure. Et en cas que quelqu'un deſiroit de trouver quelques coſtez ou angles d'icelui, ils ſe peuvent trouver par le triangle defini A C E, comme il eſt à entendre clairement par ce qui a eſté dit ci deſſus du triangle avec un coſté plus long. Il n'eſt point beſoing doncques qu'au triangle ſpherique vienne un coſté autrement que plus petit qu'un demicercle.

## CHAPITRE IV.

*SVr la 6 propoſition des triangles ſpheriques.*

*Regiomontanus* en la 8 propoſition de ſon 4 livre des triangles, dit, que quand un triangle a deux



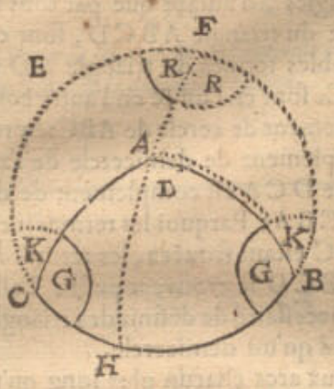
Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

angles aigus ou obtus, du troisiesme angle ne peut tomber une perpendiculaire dehors le triangle sur son costé opposite prolongé. Par exemple ABG estant un triangle dont les deux angles B, G sont tous deux aigus ou obtus, de A ne peut tomber une perpendiculaire comme AD dehors le triangle ABG sur le prolongé GB costé opposite de l'angle GAB:

Et se sert à cela d'une telle façon de demonstration: Premierement si AD tomboit à angle droit sur le prolongé GB, alors ADG seroit un triangle rectangle droit à D, dont le costé AD à l'opposite de l'angle aigu G, devroit estre plus petit que le quart d'un cercle, par la consequence de la 2 proposition. Secondement, ADB seroit aussi un triangle rectangle droit à D, dont le costé AD à l'opposite de l'angle obtus ABD (qu'il faut qu'icelui soit obtus, appert en cela qu'il est complement de demicercle de l'angle aigu ABC) devroit estre plus grand que le quart d'un cercle: Mais que AD seroit plus grand & plus petit est impossible; AD doncques ne tombe pas hors le triangle.

Or combien que ceste demonstration ait grande apparence, toutesfois il a erré, d'autant que la perpendiculaire AD en tous semblables exemples y peut tomber dehors sur le prolongé GB, ce qui se demonstre ainsi.

Soit ABC un triangle spherique dont les deux angles ABC, ACB, sont aigus ou obtus, soit tous deux obtus: Avec ceci il nous faut demonstrer que de l'angle A peut tomber une perpendiculaire dehors le triangle ABC sur le prolongé CB: A celle fin je mets le pole D de l'arc CB, & produis le mesme arc CB assez avant, descrivant le cercle entier CBE, puis apres l'arc de D par A, jusques à ce qu'il rencontre le prolongé CB en F. Ce qui estant ainsi, AF est manifestement perpendiculaire, ou à angle droit sur le prolongé CB, tombant hors du triangle donné ABC. Et pour le declarer encores plus amplement en un mot, je dis ainsi: Puis qu'en tel triangle tombe une perpendiculaire dedans le triangle comme AH, certes icelle prolongée de H par A, jusques à ce qu'elle face un demicercle, il faut que finalement elle rencontre le prolongé CB hors le triangle donné, comme en F. Ce qui estant ainsi, nous avons la demonstration de nostre 6 proposition des triangles spheriques accommodée à cela, ne niant point qu'une perpendiculaire y tombe dehors.




Notez encores qu'avec la perpendiculaire AF nous pouvons trouver les termes incognus du triangle ABC, comme avec la perpendiculaire AH dedans le triangle. Lequel pour declarer, soient cognus les deux angles obtus ABC, ACB, & le costé AB, & par iceux soit cerché le troisiesme angle CAB avec les deux costez AC, BC. Pour à quoi parvenir & trouver premierement l'angle CAB, j'ay à celle fin un triangle rectangle BFA avec trois termes cognus, à sçavoir l'angle droit à F l'hypothenuse AB, & l'angle aigu FBA, comme difference de demicercle de l'angle cognu ABC: Par iceux trouvé le costé AF, le triangle CFA a aussi trois termes cognus, par lesquels trouvé l'angle FAC en l'un triangle, & FAB en l'autre, & la somme de ces deux soustraite de 360 degr. le reste est pour l'angle requis CAB: Puis apres trouvé l'hypothenuse CA du triangle rectangle CFA, on a le costé requis CA: Apres trouvé le costé de l'angle droit FC du triangle CFA, & FB de l'autre triangle BFA, & leur somme soustraite de 360 deg. le reste est pour le requis CB.

Mais pour dire encores finalement pourquoi la susdite demonstration de *Regiomontanus* ne consiste point, la cause en est telle: Qu'il prend ACBF pour le triangle dont les trois costez sont AF, FBC, CA, mais veu que ce costé FBC (qui se denote avec son GBD) est plus grand qu'un demicercle (car FBH estant coupé de FDH fait seul un demicercle par la 3 consequence de la 1 proposition) cela n'est point un triangle spherique selon le contenu de la definition qui s'en fait, par laquelle il faut que chacun costé soit plus petit qu'un demicercle, comme il en a esté fait plus ample declaration au 3 chapitre de ceste Appendice, & consequemment, combien que AF en un tel triangle est costé opposite de l'angle obtus ACBF, pource il ne faut point qu'il soit plus grand que le quart d'un cercle, mais est ici plus petit, comme il appert.

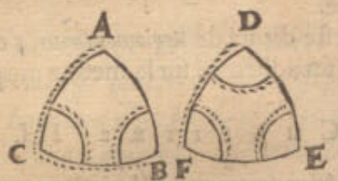
Ce qui a esté dit ici de *Regiomontanus*, s'entend ainsi aussi de tous ses adherans sur la mesme proposition.

## Chapitre V.

*De quelque briefveté en l'invention des termes incognus d'un triangle spherique, fondé sur la 7, 14, 17, & 18 proposition de ce livre.*

Veu que les theoremes de la premiere partie de ce livre sont à celle fin pour s'en servir puis apres en effect, ce qui n'est point advenu avec la 14, 17, & 18 proposition, nous demonstrerons ici en bref leur usage avec 4 exemples, ensemble un 5, fondé sur la 7 proposition, comme s'ensuit.

Il advient qu'un triangle a quatre termes cognus, où il n'y a point d'angle droit ou costé de 90 deg. ce qui se peut rencontrer au regard de nostre dessein, de ces deux diverses façons.




Entre tels il y a quelquefois de plus courts chemins pour trouver les deux termes incognus, qu'au precedent, pource que chaque terme se peut trouver seulement avecques une operation: Ce qu'il faut entendre ainsi.

### Exemple I.

Si AC & CB ne sont ensemble pas plus grands que 90 deg. AB sera plus petit par la consequence de la 17 proposition, parquoi BC mis comme base, pour trouver AB par une operation, je puis dire ainsi:

Le sinus de l'angle dextre B,
Donne le sinus de l'angle seneſtre C,
Combien le sinus du costé seneſtre AC?
Vient le sinus dont l'arc moindre est pour le requis AB.

### Exemple II.

Si AC, CB ne sont ensemble pas plus petits que 127 deg. AB sera plus petit par la consequence de la 18 pro-

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

18 proposition, parquoi BC mis comme base, pour trouver AB par une operation, je puis faire comme a esté fait au 1 exemple.

EXEMPLE III.

Si la difference entre AC & CB n'estoit pas plus petite que de 90 degr. AB sera plus grand par la consequence de la 17 proposition, parquoi BC mis comme base, pour trouver AB par une operation, je puis dire:

Sinus de l'angle dextre B,
Donne sinus de l'angle seneſtre C,
Combien le sinus du costé seneſtre AC?
Vient le sinus dont l'arc majeur est pour le requis AB.

EXEMPLE IV.

Si C & B ensemble ne sont pas plus grands que 90 degr. il faut que A soit plus grand par la consequence de la 14 proposition, parquoi AB mis comme base, alors pour trouver l'angle A par une operation, je puis dire ainsi:

Le sinus du costé dextre AC,
Donne le sinus du costé seneſtre BC,
Combien le sinus de l'angle seneſtre B?
Vient le sinus dont l'arc majeur est pour le requis A.

EXEMPLE V.

Si D, E, F, estoient tous trois aigus, il faut que chacun costé soit plus petit que le quart d'un cercle par la 7 proposition, parquoi FE mis comme base, alors pour trouver DE par une operation, je puis dire ainsi:

Le sinus de l'angle dextre E,
Donne le sinus de l'angle seneſtre F,
Combien le sinus du costé seneſtre DF?
Vient le sinus dont le plus petit l'arc moindre est pour le requis DE.

Semblablement pour trouver le costé FE, je mets DE comme base, & dis ainsi:

Le sinus de l'angle seneſtre E,
Donne le sinus de l'angle dextre D,
Combien le sinus du costé dextre FD?
Vient le sinus dont l'arc moindre est pour le requis.

NOTEZ.

Veu que ceste seule unique operation se fait par une multiplication & une division, & que les autres deux operations en l'invention d'un terme (à sçavoir où on cerche la perpendiculaire) n'ont chacune qu'une multiplication: On pourroit estimer que ceste abbreviation est de petite estime, toutesfois considerant qu'il faut que pour deux operations on aille deux fois à la table des sinus, & cercher deux fois un exemple imitable: Aussi qu'il faut assembler quelquesfois les deux parties trouvées, ou soustraire; qu'apres cela il faut prendre sur les doubles conclusions si elles y peuvent estre ou non, & semblables, l'unique operation semble la plus courte & facile.

## CHAPITRE VI.

*SVr la 39 proposition.*

*Iohannes Regiomontanus* lib. 4. prop. 29. dit ainsi:

*Cognitionem duorum laterum trianguli non rectanguli, & anguli uni eorum oppositi, inventioni reliqui lateris & reliquorum angulorum minimè sufficere.*

Ce qui se translate ainsi:

*La cognoissance de deux costez du triangle oblique, & un angle à l'oppositе d'un des cognus, n'estre point assez à l'invention du troisiesme costé, & des autres angles.*

Qu'il erre en ceci, comme n'estant point general, appert par la 39 proposition de ce livre, où est demonstré és 7 reigles, que joignant les triangles de double solution, aucunes sont de simple, & quelques autres de ceux-là seront aigus ou obtus. Quant à la demonstration de la susdite 29 proposition, où GH se met d'un demicercle, il est impossible d'avenir en un triangle, à cause qu'il faut que les autres deux costez AG, AH, fassent ensemble un arc d'un demicercle, sans angle, comme il en a esté parlé plus amplement au chapitre 3. Mais posé qu'il y a ici faute de l'Imprimeur (comme il semble, & qu'au lieu de *arcus* GH *sit semicircumferentia*, doit estre *arcus* GH *sit semicircumferentia minor*) & qu'il faut entendre que GH soit plus petit que le quart d'un cercle (comme *Breſsius* le prend en la 34 proposition de son 4 livre) & qu'il fut demonstré que AGH eust deux solutions, il ne s'ensuit point pourtant qu'icelle demonstration soit generale sur tous triangles, car le contraire a esté demonstré aux sept susdites reigles.

Ce qui a esté dit ici de *Regiomontanus*, s'entend aussi ainsi de tous ces imitateurs sur la mesme proposition.

Notez encores que si au lieu des sept susdites reigles, on eust voulu mettre des theoremes, & iceux avec leurs demonstrations joindre aupres des autres en la 1 partie, pour en apres tirer d'iceux commme hors des autres, les operations, au lieu de la 1 reigle on eust en forme de theoreme peu dire ainsi:

*Si l'angle seneſtre du triangle estoit aigu, & le costé seneſtre plus petit que le costé dextre: L'angle droit sera seulement aigu.*

Et au lieu de la 3 reigle, ainsi:

*Si l'angle seneſtre du triangle estoit aigu, & le costé seneſtre plus grand que le quart d'un cercle, & le costé dextre pas plus petit que le complement de demicercle du costé seneſtre: L'angle droit sera seulement obtus.*

Et ainsi des autres.

Mais ayant esgard à l'usage, nous avons trouvé plus facile & plus clair, au lieu des noms vulgaires, costé seneſtre, costé dextre, angle seneſtre, angle dextre, nous servir des lettres particulieres ABC, & les mettre en maniere de reigle, comme il a apparu. Toutesfois je ne le veux point fort contrarier à ceux qui le trouveront mieux autrement, mais j'ay ici seulement voulu declarer ce qui me sembloit pour lors le plus commode.

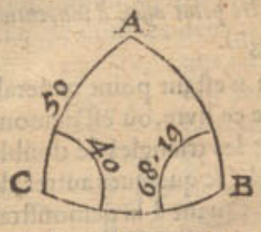
## CHAPITRE VII.

*SVr la 41 proposition.*

*Mauritius Breſsius* dit à la fin de la 36 proposition de son 4 livre, qu'au triangle spherique avec deux angles obliques cognus, & un costé oppositе de l'un d'iceux, il faut sçavoir si l'autre costé à l'oppositе de l'angle cognu, est plus grand ou plus petit que le quart d'un cercle, & dit là dessus que *Regiomontanus* & *Copernicus* ont failli. Certes la remarque de *Breſsius* nous advertissant d'erreur, n'est point à mespriser, toutesfois son dire n'est point general, car aucuns de ces triangles ont une certaine unique solution. Pour lequel demonstrer, soit ABC un triangle spherique, dont l'angle C fait 40 deg. B 68 deg. 19 ①, & le costé AC 50 deg. Suivant avec ceci l'operation de la 41 proposition, la premiere solu-

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

ſolution ſera telle, AB 32 deg. CB 55 deg. 24 ①, l'angle A 86 deg. 48 ①. Et ſi on vouloit donner icy lieu à la reigle de double ſolution, la deuxieſme ſeroit ainſi, AB 148 deg. CB 209 deg. 24 ①, l'angle A 216 deg. 32 ①. Mais veu que nuls coſtez ni angles peuvẽt venir à 180 deg. beaucoup moins les outre paſſer, ſelon la definition d'icelle, & pour les raiſons declarées au 3 chap. de ceſte Appendice, ce dernier n'eſt point ſolution, & conſequemment il n'y en a qu'une. Et pource nous avons en noſtre 41 propoſition fait tel advertiſſement ſur l'invention des termes, comme il appert, par laquelle la qualité du triangle touchant double ou ſimple ſolution eſt cognuë.




## Chapitre VIII.

*Svr la diſtinction qu'on fait entre triangle rectangle, & triangle oblique.*

Les Autheurs de ceſte matiere des triangles, font ordinairement diſtinction entre les triangles rectangles, & obliques, traictant premierement des rectangles, & puis apres des autres: Mais quant à moy, la diſtinction n'eſt à mon advis aſſez propre, à cauſe qu'ils entendent la droiture & obliquité des angles ſur le triangle en ſon entier, que je dis ne ſe devoir eſtendre que ſur les termes cognus donnez, comme nous en avons mis les ſuſcriptions devant la 32 propoſition ainſi:

*Premier membre des triangles ſpheriques avec des rectangles cognus donnez.*

Et à la 38 propoſition:

*Second membre des triangles ſpheriques avec un coſté cognu donné de 90 deg. ſans rectangle cognu.*

Derechef à la 39 propoſition:

*Troiſieſme membre des triangles ſpheriques ſans rectangle cognu donné ou coſté de 90 deg.*

Par lequel on peut entendre, que les triangles en leur entier pourront eſtre avec rectangles, ou avec angles obliques, comme il advient: Ma raiſon eſt celle-ci, que toutes eſpeces d'exemples de triangles que nous rencontrons, peuvent ainſi venir en la doctrine & eſtre deſcrites par ordre, ce qui n'advient point ſelon l'autre maniere: Pour le declarer par exemple: Soit un triangle avec trois coſtez cognus, l'un de 29 deg. 30 ①, l'autre de 42 deg. 24 ①, le troiſieſme 50 deg. dont on veut cognoiſtre les trois angles. Ce triangle eſt (combien que couvertement) rectangle, car les deux plus petits coſtez comprennent un rectangle; parquoi il n'appartient point ſous leur deuxieſme partie: Il n'appartient point auſſi ſous leur premiere, car il y a ici ſeulement cognoiſſance des trois coſtez ſans qu'on ſçache s'il eſt rectangle: Laquelle eſpece ne s'enſeigne point en la premiere partie: Elle ne s'enſeigne doncques nulle part, où s'il advient, il ſe fait ſans ordre, comme d'une eſpece ſans genre. Toutesfois veu que nous avons beſoing de la cognoiſſance generale de l'invention des trois termes d'un triangle par tous trois termes cognus donnez, tant des triangles où il y a un rectangle occulte, que pour l'invention de l'un, il nous faut faire telle maniere d'operation que pour l'autre; la raiſon veut que pour deſcrire toutes les eſpeces du genre propoſé, il y vienne auſſi bien le triangle rectangle, que le triangle oblique. Et à ceſte cauſe nous avons prins la ſuſdite autre façon de diſtribution des triangles, à ſçavoir que nous avons ſeulement eſgard à la droiture ou obliquité des angles des termes cognus, formant les propoſitions ſelon tel ſubject. De ſorte que par un ou deux angles obliques cognus donnez, nous pouvons finalement bien trouver les triangles rectangles, comme il ſe peut clairement voir par exemple à la 40 & 42 propoſition, à ſçavoir en chaque propoſition le troiſieſme exemple.

## Chapitre IX.

*Des briefvetez procedantes de l'uſage des tables des tangentes & ſecantes.*

L'invention des termes incognus, tant des triangles plats que ſpheriques, ſe peut depeſcher par les tables des ſinus ſeulement: Mais veu que l'uſage de la table des tangentes & ſecantes, qu'on eſtime depuis n'agueres trouvé, cauſe beaucoup de facilitez à la recherche des termes incognus, par où gaignent beaucoup de temps ceux qui font ſouvent tels comptes, comme il advient en la fabrique de pluſieurs tables de l'Aſtronomie, j'ay trouvé bon & utile d'annoter & aſſembler en ce chapitre icelles facilitez, afin qu'on voye en quoi elles conſiſtent.

Au premier, eſtant un triangle plat avec un angle droit cognu, un angle oblique, & coſté rectangulaire, comme au 3 exemple de la 3 propoſition des triangles plats, on trouve l'autre coſté rectangulaire par l'aide de la table des tangentes & ſecantes avec une grande operation eſtant multiplication, comme il y appert: Mais ſans l'aide d'icelles tables on fait deux grandes operations, à ſçavoir une multiplication, & une diviſion.

Au 2, eſtant un triangle plat avec un angle droit cognu, & deux coſtez rectangulaires cognus, comme au 1 exemple de la 6 propoſition des triangles plats, on trouve l'hypothenuſe par l'aide de la table des tangentes & ſecantes avec deux grandes operations, à ſçavoir une diviſion & une multiplication, comme il y appert: Mais ſans l'aide d'icelles tables on fait trois grandes operations, à ſçavoir deux multiplications & une extraction de racine.

Au 3, pour trouver au ſuſdit triangle un des angles aigus incognus, on le trouve par l'aide de la table des tangentes, avec une grande operation, à ſçavoir une diviſion, comme il y appert: Mais ſans l'aide d'icelles tables on fait quatre grandes operations, à ſçavoir deux multiplications, une extraction de racine, & une diviſion.

Au 4, tous les termes incognus des triangles ſpheriques avec un angle droit cognu, ſe trouvent touſiours par l'aide de la table des tangentes ou ſecantes avec une grande operation, à ſçavoir une multiplication, laquelle eſt plus aiſée que diviſion, qu'on fait ſouvent ſans l'aide d'icelles tables.

Au 5, les ſuſdites briefvetez tant aux triangles plats que ſpheriques avec un angle droit cognu, viennent auſſi aux triangles ſans angle droit cognu, d'autant qu'ils ſe reduiſent à deux triangles, chacun avec un angle droit cognu, & qu'alors en chacun d'iceux triangles viennent les ſuſdites briefvetez en cerchant les termes incognus.

No-

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

NOTEZ.

J'ay descrit un chapitre contenant la maniere de la fabrique & usage de la dixiesme progression aux parties des arcs avec leurs sinus, & declaré combien grande facilité en suit, comparée à la vulgaire soixantiesme progression, de 1 deg. en 60 ①, & 1 ① en 60 ②, &c. laquelle matiere pourroit ici sembler requerir sa place: Mais veu que les principaux exemples d'icelle se prennent des cours moyens des Planetes & autres comptes communs avec iceux, qui jusques ici ne sont point encores descrits, nous avons appliqué le susdit chapitre derriere le traicté d'icelles Planetes, à sçavoir en *l'Appendice* du cours des Planetes.

ALB. GIRARD.

*Ceste promesse ne se trouve pas avoir esté effectuée.*

*Fin du traicté des Triangles.*

# QVATRIESME LIVRE DE LA COSMOGRAPHIE

## Des Problemes spheriques celestes, operez par computations de Triangles spheriques.

### ARGVMENT.

*LEs problemes spheriques celestes se font en deux diverses manieres vulgaires; l'une mechanique avec des spheres corporelles, comme de la terre & du ciel, tournans en leur horizon & meridien, avec des autres instrumens servans à cela, comme arc vertical, cercle horaire, gnomon spherique, & semblables, dont les definitions suivront ci apres: L'autre mathematique par computations des triangles spheriques. La premiere, à sçavoir la maniere mechanique, est plus commode pour entendre facilement l'usage de la sphere celeste, & l'intention des propositions spheriques qui se traictent par les Astrologues, pource qu'on voit devant ses yeux un mouvement essentiel, & corporelle similitude de la chose, tellement qu'icelle doit preceder en la doctrine, d'autant que les propositions sont obscures quand on fait autrement. A ceste fin* SON EXCELLENCE *a leu de poinct en poinct, & exactement entendu le livre intitulé* De usu Globi Astronomici Gemmæ Frisii, *lequel comme il luy sert pour memoire, nous ne faisons point de description particuliere de l'usage de la sphere celeste en ces memoires mathematiques. Toutesfois ceste maniere n'est pas si certaine en sa conclusion que la mathematique, à sçavoir operée par computations de triangles spheriques: Car encores qu'on eut une sphere, dont l'axe fut de cent pieds, avec tous ses instrumens appartenans, fort bien & artificiellement faits, si n'y a-il toutesfois parfaite certitude des petites partitions des degrez, desquelles se font les conclusions, & encores que les conclusions fussent veritables, il ne se peut demonstrer; les autres ne se veulent fier sur les escrits de ceux qui ont ainsi operé. Mais la maniere mathematique, comme aussi le nom le porte, va seurement, par laquelle on vient à aussi petites partitions de degrez que la chose le requiert, si ce n'est assez à ①, on peut venir à ②, ou plus bas. Or nostre dessein est de descrire ici tels problemes, prins la plus-part du 1 & 2 livre de* Ptolemée, *toutesfois operez selon nostre stile: Tellement que nous estimons que par cela (joignant que ceste matiere est necessaire pour l'intelligence de la Cosmographie) sera assez cognuë la generale regle de l'usage des triangles spheriques, qui se rencontrent vulgairement en d'autres propositions.*

### DEFINITIONS.

COmbien qu'il est notoire à aucuns Astronomes de ce temps, & à plusieurs du siecle sage passé, [*Siecle sage se definira au 6 livre de la Cosmographie.*] qu'à chaque année la terre fait une revolution alentour du Soleil, & joignant cela encores journellement un tour en son propre lieu, toutesfois il semble utile de commencer premierement par positions feintes, à sçavoir la terre se tenir ferme, comme centre du ciel des estoiles fixes, faisant journellement une revolution alentour de la terre, portant en soy les sept Planetes, lesquelles ont encores chacune leur cours particulier, pour entendre puis apres plus aisement le vrai mouvement susdit. Car si on vouloit par tout parler proprement, on ne pourroit point dire du lever des lumieres celestes par dessus l'horizon, mais en ce lieu de la descente de l'horizon au dessous des astres: Point du coucher des astres sous l'horizon, mais en ce lieu du lever de l'horizon au dessus des lumieres celestes: Point de la venuë des lumieres celestes au Meridien, mais en ce lieu de la venuë du Meridien aux lumieres celestes, & ainsi consequemmẽt de beaucoup d'autres. Tous lesquels mots propres causeroient du commencement plus d'obscurité que les impropres. Ce consideré, nous nous servirons pour le premier, comme il a esté dit, de positions feintes, & fournirons sur tel fondement les definitions suivantes, & puis apres en son lieu nous mettrons d'autres definitions propres. Car pour maintenant j'entens pouvoir declarer ainsi plus commodement mon intention.]

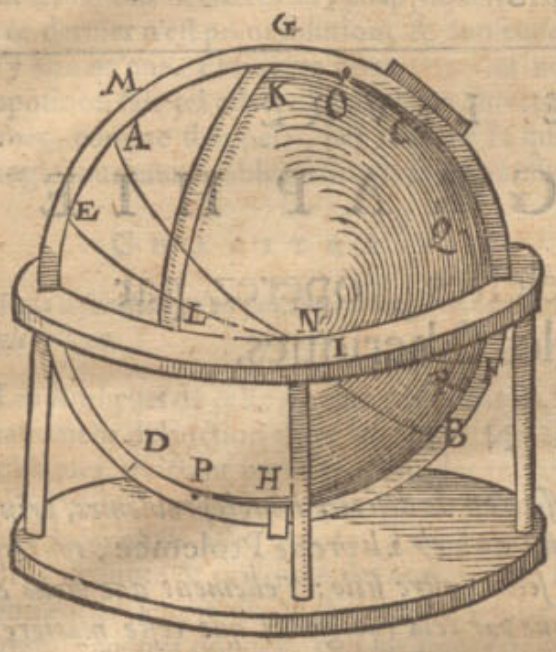
DEFINITION I.

*EQuateur est le plus grand cercle du ciel des estoilles fixes, à angle droit sur l'axe sur lequel il fait sa revolution journelle.*

L'origine du nom Equateur est celle-ci; Le Soleil venant

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

venant apparemment en ce cercle, le jour & la nuict ſont egaux par toute la terre; & pour l'equation ainſi cauſée par icelui cercle, il s'appelle Equateur. Mais afin que ceſte definition & les autres ſuivantes, enſemble les problemes, s'entendent plus clairement, nous les declarerons par une ſphere celeſte contrefaite, repoſant en ſon ſiege, comme la figure ſuivante le demonſtre, quoy qu'il ſoit neceſſaire & utile d'avoir encores joignant cela une ſphere celeſte corporelle, avec toutes




ſes appartenances, laquelle on peut tourner & diſpoſer ſelon ce que les exemples requerent. En ceſte figure doncques, A B ſignifie l'Equateur, eſtant un cercle à angle droit ſur l'axe, qui s'imagine entre les deux poles C, D, ſur leſquels la ſphere, qui eſt le ciel des eſtoiles fixes, fait ſon cours journel. Deſquels poles ſoit C le Septentrional, & D le Meridional.

### Definition II.

*Ecliptique eſt un plus grand cercle du ciel des eſtoiles fixes, que le Soleil veu du centre de la terre, deſcrit apparemment en icelui par ſon propre cours.*

Le Soleil ne tournant point au ciel des eſtoiles fixes, mais au deſſous, ne deſcrit point en icelui par ſon propre cours un cercle, mais bien apparemment, au regard de nous qui ſommes ici ſur la terre. Icelui cercle qui eſt ici denoté avec E F, s'appelle Ecliptique, à cauſe que le defect ou l'obſcurciſſement des Planetes advient touſiours apparemment, ou du tout, ou en partie au meſme cercle, ou environ. Notez encores que comme le cours du Soleil en l'ecliptique, ſe dit ici apparemment, ainſi nommerons-nous apparemment les cours des autres Planetes & poincts celeſtes: Car par le mot Ecliptique, nous n'entendons point le plan du cercle parti en degrez avec lignes de la circonference juſques au centre ſelon la maniere vulgaire, au regard dequoi tout ce qui eſt au monde ſe dit en l'Ecliptique, mais nous entendons par ecliptique ſeulement la circonference du cercle deſcrite en la ſuperfice du ciel des eſtoiles fixes. La cauſe de ceci eſt pour eviter l'erreur qui en eſt ſuivi, & qui peut ſuivre encores, dont nous ferons plus ample declaration en l'Appendice de la Coſmographie.

### Definition III.

*Poinct vertical eſt le plus haut poinct du ciel, au deſſus d'un poinct mis en terre: & ſon poinct oppoſite s'appelle Nadir.*

Comme le poinct G eſtant en icelle diſpoſition le plus haut poinct du ciel au deſſus de quelque poinct en terre, s'appelle poinct vertical, en langue Arabique *Zenith*; Et ſon poinct oppoſite, comme H, s'appelle en langue Arabique *Nadir*, qui ſe pourroit dire poinct inferieur.

### Definition IV.

*Horizon eſt un plus grand cercle à angle droit ſur l'axe du poinct vertical au nadir.*

Comme le cercle I, eſtant à angle droit ſur l'axe imaginé du poinct vertical G au nadir H, s'appelle Horizon, ou terminateur de veuë, à cauſe que noſtre veuë au long de la terre ne peut voir plus avant, ains finit en icelui. Mais il faut ſçavoir que l'horizon s'entend de deux façons; mathematiquement, comme à la precedente definition; & phyſiquement, à ſçavoir le cercle qui ſepare la partie de la terre viſible de l'inviſible, lequel differe de l'horizon mathematique tellement, que d'une grande hauteur on peut ſenſiblement voir plus que la moitié du ciel. Or comme cela ſe trouve par experience, ſera deſcrit en ſon lieu, enſemble la declaration des cauſes: Mais puis que noſtre but tend aux ſpeculations mathematiques, nous avons ici defini l'horizon mathematique.

### Definition V.

*Arc vertical eſt celui qui vient du poinct vertical juſques à l'horizon.*

Pour voir par tout ces arcs verticaux és ſpheres celeſtes contrefaites, il ſe fait ordinairement un quart de cercle de cuivre avec ſes 90 deg. comme K L, attaché au poinct vertical G, & tournant alentour de l'horizon, ſervant pour voir l'elevation des eſtoiles, ou poincts du ciel au deſſus du meſme horizon, ou autrement de combien ils ſont eſloignez du poinct vertical.

### Definition VI.

*Meridien eſt le cercle qui tend par les poles de l'equateur & le poinct vertical.*

Comme le cercle M G (qui aux ſpheres celeſtes contrefaites ſe fait ordinairement de cuivre) tendant par les poles de l'equateur C, D, & par le poinct vertical G, s'appelle meridien, pource qu'il eſt midi le Soleil eſtant en icelui au deſſus de l'horizon.

### Definition VII.

*Cercles des heures ſont douze cercles, qui demeurans immobiles ſur l'horizon donné, tendent par les poles de l'equateur le diviſant en 24 arcs egaux, deſquels cercles des heures le meridien en eſt un.*

Ces 12 cercles des heures ne ſe marquent, ni ſe font point ordinairement ſur les ſpheres celeſtes, mais ſe prennent treſtous, excepté le meridien, par imagination, enſemble auſſi tous ſemblables cercles qui tombent ſur parties d'heures.

### Definition VIII.

*Section vernale eſt une ſection commune de l'equateur & de l'ecliptique, en laquelle le Soleil eſtant apparemment, cauſe le commencement du printemps: l'autre s'appelle ſection automnale.*

Comme la commune ſection N de l'equateur A B & de l'ecliptique E F s'appelle ſection vernale. Et ſemblable ſection qui comme poinct oppoſite de la ſection vernale vient de l'autre coſté de la ſphere, s'appelle ſection automnale.

Defi-

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

### Definition IX.

*Solſtice ſeptentrional eſt un poinct en l'ecliptique au milieu entre la ſection vernale & automnale vers le Septentrion: Son poinct oppoſite s'appelle Solſtice Meridional.*

Comme le poinct F (que je poſe au milieu de la demie ecliptique, entre la ſection vernale N K, & la ſection automnale qui tend devers le Septentrion) s'appelle Solſtice Septentrional, & ſon poinct oppoſite, comme E, Solſtice Meridional. L'origine du nom eſt, que le Soleil eſtant apparemment en ces deux poincts, il ſemble (quant à ſon changement journel devers le Midy & Septentrion) qu'il ne bouge de ſa place.

### Definition X.

*Commencement de longitude d'une ſphere, eſt quelque poinct prins au plus grand cercle de la ſphere, auquel on ſe propoſe de vouloir compter les longitudes.*

Soit le poinct N commune ſection de l'equateur & de l'ecliptique, un poinct au plus grand cercle de la ſphere, je prends de l'ecliptique E F, auquel cercle on ſe propoſe de vouloir compter les longitudes des eſtoiles fixes, & l'apparente longitude des Planetes, & d'autres poincts qui ſe rencontrent: icelui poinct N s'appelle commencement de longitude.

### Definition XI.

*Longitude d'un poinct ſur la ſphere, eſt l'arc ſelon le ſuccés des degrez du cercle de longitude du commencement juſques à la commune ſection d'icelui cercle de longitude, & le demicercle de l'un pole juſques à l'autre par le poinct propoſé.*

Soit O le pole Septentrional de l'ecliptique, P le Meridional, & depuis l'un juſques à l'autre ſoit tiré le demicercle O Q R, tendant par un poinct donné Q, & coupant l'ecliptique en R: Ce qui eſtant ainſi N R eſt la longitude du poinct R: A ſçavoir l'arc ſelon le ſuccés des degrez du cercle de longitude (qui eſt ici de l'ecliptique) du commencement N juſques à la commune ſection R d'icelui cercle de longitude, & le demicercle, O Q R de l'un pole O, juſques à l'autre P par le poinct propoſé Q.

Par ceſt exemple de la longitude au regard de l'ecliptique du poinct Q, l'on peut entendre que c'eſt longitude au regard de l'equateur d'icelui poinct; car ſoit N prins pour commencement de l'equateur E F, & ſoit imaginé un demicercle du pole de l'equateur C juſques à D, paſſant par Q, alors l'arc de l'equateur de N, commune ſection d'icelui demicercle & l'equateur, eſt la longitude au regard de l'equateur du poinct Q. Par ceci on entend auſſi que c'eſt à dire longitude d'une eſtoile au regard de l'equateur, ou longitude au regard de l'ecliptique. Apres, que c'eſt longitude d'un poinct en l'equateur au regard de l'ecliptique, ou longitude d'un poinct en l'ecliptique au regard de l'equateur. Semblablement ce qu'on entendra par longitude des planetes ou des poincts de chacun en ſa ſphere.

La raiſon pourquoi ici au lieu de longitude des eſtoiles, au regard de l'equateur, ne ſe dit point ſelon la vieille couſtume de l'aſcenſion des eſtoiles en ſphere droite, ſera declarée en l'Appendice.

### Definition XII.

*Latitude d'un poinct ſur la ſphere, eſt l'arc depuis le cercle de longitude juſques au poinct propoſé, à angle droit ſur le meſme cercle de longitude.*

Comme la latitude du poinct ou eſtoile Q, à ſçavoir latitude au regard de l'ecliptique, eſt l'arc R Q, depuis le cercle de longitude E F, juſques au poinct propoſé Q, à angle droit ſur le meſme cercle de longitude E F. Et ſi on tiroit ainſi un arc de Q à angle droit, ſur l'equateur A B, l'arc depuis icelui attouchement en A B juſques à Q, ſeroit latitude au regard de l'equateur du meſme poinct Q. Par ceci s'entend que c'eſt latitude d'un poinct de l'ecliptique au regard de l'equateur, ou latitude d'un poinct de l'equateur au regard de l'ecliptique.

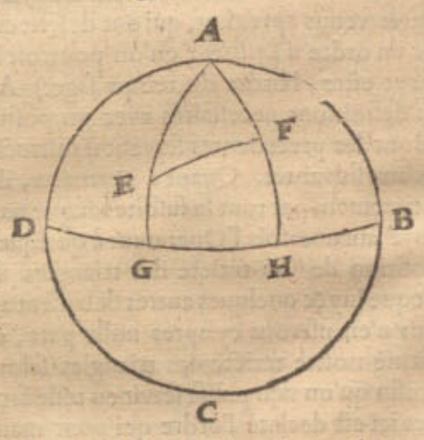
La raiſon pourquoi au lieu de latitude des eſtoiles au regard de l'equateur, ne ſe dit point ſelon l'ancienne couſtume de la declinaiſon des eſtoiles de l'equateur, ſera declarée en l'Appendice.

---

## DE L'ORDRE GENERAL QVI SERA TENV EN CES PROBLEMES SPHERIQVES.

Conſiderant le grand advantage qui en la doctrine des arts procede par bon ordre, dont il eſt dit ci devant en general, j'ay trouvé bon & utile d'en parler en ceſte matiere particulierement, & en declarer mon opinion, comme s'enſuit.

Il eſt commun entre beaucoup d'Autheurs renommez, qui pour trouver les termes incognus d'un triangle, recitent tout au long & au large les cauſes pourquoi, & d'où vient la proportion d'entre les ſinus & lignes, par leſquelles les termes incognus ſe trouvent: Apres, de quels angles ou coſtez il faut aſſembler, ſouſtraire, multiplier ou diviſer les ſinus, & combien montent leurs ſommes, reſtes, produits & quotiens, avec d'autres ſemblables choſes touchant l'operation. Dequoi mon opinion eſtant differente, j'en diray mon advis ainſi: Soit A B C D la terre, dont le pole A, & l'equateur D B, ſur lequel il y a deux villes E & F de diverſe latitude & longitude cognuë: Je prens que la latitude de E ſoit G E 30 deg. & de F ſoit H F 50 deg. & la difference de leur longitude ſoit G H 70 degr. Ce qui




eſtant ainſi, on deſire de ſçavoir combien ces deux villes ſont loing l'une de l'autre, il faut trouver l'arc E F: Pour à quoi parvenir je dis ainſi: Puis que G E & H F ſont 30 degr. & 50 degrez, leurs arcs de complement E A, F A ſont 60 degrez & 40 degrez. Apres G H faiſant 70 degr. comme grandeur de l'angle G A H, doncques le meſme angle G A H, ou E A F, fait 70 deg. Tellement que A E F eſt un triangle avec trois termes cognus, à ſçavoir deux coſtez E A, F A, & l'angle A. Or ſi pour trouver E F (qui ſe cognoit par la 40 propoſition des triangles ſpheriques) en operant on veut deduire la raiſon en laquelle ceſte operation eſt fondée, avec les nombres ſuſdits en la maniere de l'operation, voyez combien il faudroit de paroles, pour bien exprimer cela, veu tant de divers theoremes au



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

traicté des triangles precedent l'un engendrant l'autre, avant que finalement on aye un probleme à la ſuſdite 40 propoſition, qui declare la propre operation. Et poſé le cas que cela fut aſſez expres en chaque exemple, mais qu'eſt-il de beſoing? Qu'eſt-ce autre choſe qu'une narration ſans ordre, de ce qu'auparavant avec bon ordre & beaucoup meilleure diſtinction a eſté apprins en general, ou là où il pouvoit utilement avoir eſté apprins. Nous ne ferons point doncques ici telle narration, mais dirons ſeulement que puis que AEF eſt un triangle avec trois termes cognus, à ſçavoir EA 60 deg. AF 40 deg. & l'angle EAF 70 deg. le coſté EF par la 40 propoſition des triangles ſpheriques fait 51 deg. 1 ①, tenant icelle concluſion pour certaine, & demonſtrée en la propoſition dont a eſté tirée l'operation, comme le ſemblable eſt auſſi commun ailleurs. Par exemple, quand à trois nombres donnez on veut un quatrieſme proportionnel, ſi à chaque fois on repetoit les nombres de l'operation, & comment on multiplie & diviſe, avec les demonſtrations d'iceux, ce ſeroit à la verité evidemment un long & faſcheux ouvrage ſans ordre, veu qu'il faut ſçavoir en general la multiplication & diviſion, devant qu'on vienne à ſon uſage particulier. Et ainſi auſſi de la matiere des triangles. Parquoi celuy qui ſe veut addonner à l'uſage d'icelui, doit premierement entendre comment il trouvera par trois termes cognus en quelque traicté des triangles, un exemple imitable; car faiſant au contraire, les choſes qui ſont notoires d'elles meſmes, & preſques entenduës avant que commencer l'operation, ſemblent avoir des difficultez incomprehenſibles.

Il eſt bien vray que *Ptolemée* par tout a eſté aucunement contraint à la ſuſdite longue narration, d'autant que ſon traicté des triangles eſtant fort briefvement deſcrit, n'eſtoit point diſtribué en propoſitions, auſquelles à chaque fois il eut peu renvoyer l'Operateur; mais cela ne nous ſemble point un ſtile Mathematique qu'on doive imiter, comme il n'a ſemblé auſſi à *Regiomontanus*, & à d'autres venus apres luy, qui ont deſcrit ceſte matiere avec un ordre *d'Euclides* (qu'on pourroit bien appeller, peut eſtre, l'ordre du temps ſage.) A ſçavoir apres des definitions neceſſaires avec propoſitions diſtinctes dont les precedentes ſervent d'inſtruction par membres aux ſuivantes. Quant à *Copernicus*, il ne fait point entierement par tout la ſuſdite longue narration, ains envoye aucunesfois l'Operateur à quelque certaine propoſition de ſon traicté des triangles. Mais ce long recit que luy & quelques autres delaiſſent aucunesfois, nous n'en uſerons cy apres nulle part, car nous avons formé noſtre traicté des triangles ſelon noſtre pouvoir, afin qu'on s'en puiſſe ſervir en telle façon.

Juſques ici eſt declaré l'ordre qui pour maintenant m'aggreoit le mieux: Et combien qu'il eſt raiſonnable, que qui en ſçait un meilleur, le ſuive, toutesfois il eſt equitable de bien declarer mon intention, de ce en quoi je veux eſtre entendu. Nous viendrons doncques à la choſe, là où les exemples de SON EXCELLENCE meſme, apres qu'il avoit exactement entendu le ſuſdit traicté des triangles, ont eſté calculez, & quelques uns inventez.

A ceci nous choiſirons des exemples du 1 & 2 livre de *Ptolemée*, commençant au 13 chapitre du premier.

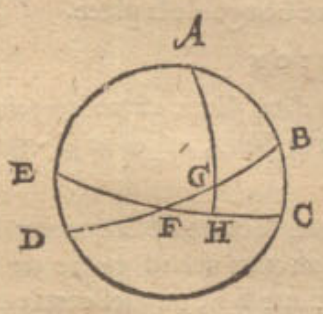
Quant aux autres douze precedens ils ſont des proprietez naturelles de la terre. Auſſi du traicté des triangles deſcrit briefvement ſelon la maniere qu'alors luy eſtoit cognuë, duquel traicté ayant premierement par les Arabes, & puis apres par les Allemans eſté donnée grande facilité & commodité, laquelle ſelon noſtre ſtile & pouvoir eſt deſcrite au precedent, nous paſſons outre leſdits 12 chapitres.

## *S'enſuivent les Problemes.*

### PROBLEME I.

*ESTant cognuë la longitude au regard de l'ecliptique, d'un poinct donné en l'ecliptique: Trouver ſa latitude au regard de l'equateur.* [13 chapitre du 2 livre d'Almageſte.]

*Le donné.* Soit ABCDE le meridien, dont le pole eſt A, & BD ecliptique, CE equateur, F ſection vernale, FB, FC chacun 90 degr. G un poinct en l'ecliptique dont la longitude eſt l'arc FG de 30 degr. BC 23 degr. 51 ① 20 ②.




*Le requis.* Il faut trouver de quelle grandeur eſt l'arc GH.

### CONSTRVCTION.

Veu que FG fait 30 deg. & que AH eſt le meridien ſur l'equateur CE, l'angle GHF eſt droit, & faiſant BC 23 degr. 51 ① 20 ②, l'angle BFC, ce GFH eſt auſſi autant, parquoi GHF eſt un triangle rectangle avec trois termes cognus, à ſçavoir deux angles & l'hypothenuſe, par leſquels cerché le coſté de l'angle droit GH par la 34 propoſition des triangles ſpheriques, ſe trouve pour le requis de 11 deg. 39 ① 59 ② 21 ③.

*Concluſion.* Eſtant doncques cognuë la longitude au regard de l'ecliptique d'un poinct donné en l'ecliptique, nous avons trouvé ſa latitude au regard de l'equateur, ſelon le requis.

### CONSEQVENCE.

Par ceci eſt notoire comment on fera la table de la latitude du Soleil au regard de l'equateur de degré en degré, que *Ptolemée* applique en ceſt endroit.

### PROBLEME II.

*ESTant cognuë la longitude au regard de l'ecliptique d'un poinct donné en l'ecliptique: Trouver ſa longitude au regard de l'equateur.* [14 chapitre du 2 livre d'Almageſte.]

*Le donné.* Soit en la figure du premier probleme le poinct G en l'ecliptique, dont la longitude au regard d'icelui ecliptique, qui eſt de la ſection vernale F juſques à G, fait 30 deg.

*Le requis.* Il faut trouver la longitude au regard de l'equateur du poinct G, qui eſt l'arc FH.

### CONSTRVCTION.

A cauſe des raiſons declarées en l'operation du premier probleme GHF eſt un triangle rectangle avec trois termes cognus, à ſçavoir GHF droit, GFH 23 deg. 51 ① 20 ②, & GF 30 deg. Dequoi cerché le coſté de l'angle droit FH par la 34 propoſition des triangles ſpheriques, ſe trouve pour le requis de 27 deg. 50 ① 6 m.

*Concluſion.* Eſtant doncques cognuë la longitude au regard de l'ecliptique d'un poinct donné en l'ecliptique, nous avons trouvé ſa longitude au regard de l'equateur, ſelon le requis.

### CONSEQVENCE.

Par ceci eſt notoire comment on fera la table de la longitude au regard de l'equateur de l'ecliptique, que *Ptolemée* applique à ceſt endroit.

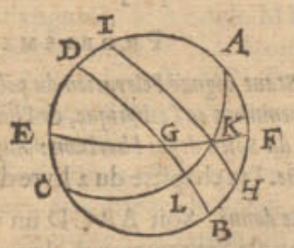
PRO-

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

### Probleme III.

*Estant cognu le plus long jour: Trouver l'arc de l'horizon comprins entre l'equateur & l'ecliptique.* [2 chapitre du 2 livre d'Almageſte.]

*Le donné.* Soit ABCD un meridien, A, C, les deux poles, DB l'equateur, EF l'horizon, coupant l'equateur DB en G, apres HI eſt un cercle parallele avec l'equateur par le 90 degré de l'ecliptique, coupant EF en K, tellement que GK eſt l'arc donné de l'horizon cõprins entre l'equateur BD, & l'ecliptique HI: Le plus grand jour fait 14½ heures, dont la moitié pour l'arc DL 108 deg. 45 ①.




*Le requis.* Il faut trouver l'arc GK.

### Construction.

Veu que DL fait 108 deg. 45 ①, j'en ſouſtrais DG 90 deg. reſte pour GL 18 deg. 45 ①. Et KL, comme la plus grande latitude du Soleil au regard de l'equateur, fait 23 deg. 51 ① 20 ②, & l'angle KLG eſt droit. Tellement que KLG eſt un triangle avec trois termes cognus, à ſçavoir deux coſtez comprennans un angle droit: Par iceux cerché le troiſieſme coſté KG, ſe trouve par la 33 propoſition des triangles ſpheriques de 30 deg.

*Concluſion.* Eſtant doncques cognu le plus long jour: Nous avons trouvé l'arc de l'horizon comprins entre l'equateur & l'ecliptique, ſelon le requis.

### Conseqvence.

L'arc GK ſe nomme auſſi latitude du lever du Soleil, par où eſt notoire que de chaque poinct de l'ecliptique on pourra trouver la latitude du lever: car trouvé par le 1 probleme ſa latitude, au regard de l'equateur plus petite que KL, & eſtant cognue la longueur d'icelui jour, on y procede comme avec la meſme KL. Par lequel eſt notoire comment on en peut faire des tables, ſervantes à tous degrez de l'ecliptique.

Il eſt auſſi manifeſte comment par la plus grande latitude du lever GK, on peut trouver le plus long jour, car alors ſeront cognus les deux angles L, G, du triangle rectangle KLG, avec l'hypothenuſe KG, parquoi avec iceux cerché le coſté LG par la 34 propoſition des triangles ſpheriques, & adjouſté à GD 90 deg. on a LD, duquel chaque 15 deg. font une heure.

Et par ſemblable raiſon on voit comment ſe peut trouver par le cognu DL & GK, la latitude du Soleil au regard de l'equateur, comme LK.

### Probleme IV.

*Estant cognu le plus long jour: Trouver l'elevation du pole.* [3 chapitre du 2 livre d'Almageſte.]

*Le donné.* Soit le donné du 3 probleme cy deſſus le donné.

### Construction.

Veu que le coſté LG du triangle rectangle KLG, fait, comme y a eſté dit, 18 deg. 45 ①, KL 23 deg. 51 ① 20 ②, & l'angle KLG droit, c'eſt donc un triangle rectangle avec deux coſtez cognus, comprenans l'angle droit, par iceux cerché l'angle KGL, qui eſt auſſi l'angle FGB, ſe trouve par le 1 exemple de la 33 propoſition des triangle ſpheriques, de 53 deg. 59 ①: Mais FB eſt la grandeur de l'angle FGB, parquoi FB fait 53 deg. 59 ①, iceux ſouſtraits de AB 90 deg. reſte pour la requiſe elevation AF du pole A 36 deg. 1 ①.

*Concluſion.* Eſtant doncques cognu le plus long jour, nous avons trouvé l'elevation du pole, ſelon le requis.

### Conseqvence.

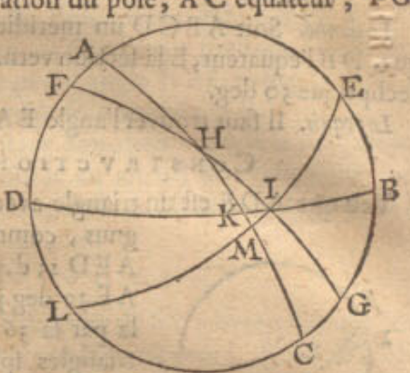
Il eſt notoire comment on trouvera par l'elevation du pole AF, & la plus grande latitude du Soleil au regard de l'equateur KL, la latitude du lever du Soleil GK, & autres ſemblables.

Le 4, 5, & 6 chapitre *d'Almageſte* traictent de la grandeur des ombres meridionales, laquelle choſe eſtant aſſez cognuë à ceux qui ſont mediocrement verſez en la mathematique, nous paſſons outre ces chapitres, & commencerons à ce 7.

### Probleme V.

*Estant donnée l'elevation du pole, avec l'arc de l'ecliptique entre la ſection vernale & l'horizon: Trouver l'arc de l'equateur entre la ſection vernale & l'horizon.* [7 chapitre du 2 livre d'Almageſte.]

*Le donné.* Soit ABCD un meridien, DB l'horizon, BE 36 degr. elevation du pole, AC equateur, FG ecliptique, H ſection vernale, HI 30 deg. pour l'arc de l'ecliptique entre la ſection vernale, & l'horizon, & HK l'arc de l'equateur entre la ſection vernale, & l'horizon.




*Le requis.* Il faut trouver de quelle longueur eſt HK.

*Preparation.* Soit tiré un cercle EL par le poinct I coupant AC en M.

### Construction.

Le triangle HMI a trois termes cognus, à ſçavoir l'angle HMI droit, MHI 23 deg. 51 ① 20 ②, & l'hypothenuſe HI 30 degr. par iceux cerché le coſté de l'angle droit HM, ſe trouve par la 32 propoſition des triangles ſpheriques, de 27 deg. 50 ①. Puis apres je cerche par le 1 probleme precedent l'arc MI latitude au regard de l'equateur du poinct I de l'equateur AC, & le trouve de 11 degr. 40 ①, apres du quart de cercle EC, ſouſtrait EB 36 degr. reſte BC 54 degr. pour la grandeur de l'angle BKC, qui eſt pour l'angle IKM du triangle KMI, dont l'angle M eſt droit. Tellement que KMI eſt maintenant un triangle avec trois termes cognus, à ſçavoir MI, IKM, KMI, par iceux cerché le coſté de l'angle droit KM par la 35 propoſition des triangles ſpheriques ſe trouve de 8 degr. 38 ①, iceux ſouſtraits de HM, trouvé ci deſſus de 27 deg. 50 ①, reſte pour le requis HK 19 deg. 12 ①.

*Concluſion.* Eſtant doncques donnée l'elevation du pole, avec l'arc de l'ecliptique entre la ſection vernale & l'horizon, nous avons trouvé l'arc de l'equateur, entre la ſection vernale & l'horizon, ſelon le requis.

### Conseqvence.

Au premier il eſt notoire comment par EB & HK cognus, ſera trouvé HI.

Au ſecond, comment on trouvera par HK & HI cognus, l'elevation EB du pole E.



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

Au troiſieſme, comment on trouvera par quelques termes cognus des ſuſdites manieres, le plus long jour, car à MK 8 deg. 38 ①, adjouſté KA 90 deg. font enſemble 98 deg. 38 ①, dont le double 197 deg. 16 ①, eſt un arc de 13 heures 9 ①.

Au quatrieſme, on peut ſçavoir à quelle heure vient en l'horizon un poinct propoſé de l'ecliptique auquel le Soleil eſt apparemment; car KM 8 deg. 38 ①, & reduit en heures, font 0 heures 35 ①, & autant de matin devant ſix heures, qui eſt à cinq heures 25 ①, viendra le 30 degr. de l'ecliptique comme le poinct I, en l'horizon.

Au cinquieſme eſt notoire comment on pourra faire tables des precedentes manieres ſervantes à divers horizons, comme *Ptolemée* a fait en ce lieu.

Le 8 & 9 chapitre *d'Almageſte* ne contenant point ce que nous avons propoſé de deſcrire ici, nous les paſſerons outre, & viendrons au 10.

## Probleme VI.

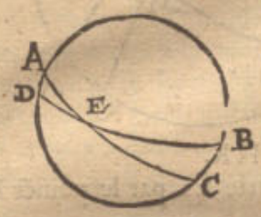
*Eſtant donné l'arc de l'ecliptique entre la ſection vernale & le meridien: Trouver l'angle comprins entre icelui ecliptique & meridien.* [10 chapitre du 2 livre d'Almageſte.]

*Le donné.* Soit ABCD un meridien, AC l'ecliptique, DB l'equateur, E la ſection vernale, AE, l'arc de l'ecliptique 30 deg.

*Le requis.* Il faut trouver l'angle EAB.

### Construction.

Veu que ADE eſt un triangle avec trois termes cognus, comme ADE droit, AED 23 deg. 51 ① 20 ②, & AE 30 deg. je trouve avec cela par la 36 propoſition des triangles ſpheriques, l'angle DAE de 69 deg. 3 ①, iceux ſouſtraits de 180 degr. reſte pour l'angle requis EAB 110 deg. 57 ①.




*Concluſion.* Eſtant doncques donné l'arc de l'ecliptique entre la ſection vernale & le meridien, nous avons trouvé l'angle comprins entre icelui ecliptique & meridien, ſelon le requis.

## Probleme VII.

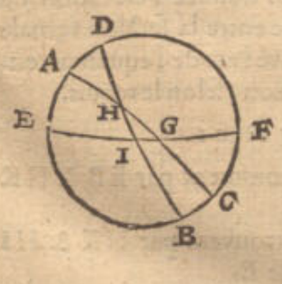
*Eſtant donné l'arc de l'ecliptique entre la ſection vernale & l'horizon, avec l'elevation de l'equateur: Trouver l'angle comprins entre icelui ecliptique & l'horizon.* [11 chapitre du 2 livre d'Almageſte.]

*Le donné.* Soit ABCD un meridien, dont l'horizon EF, ecliptique AC coupant EF en G, & DB ſoit l'equateur coupant AC en H comme ſection vernale, & EF en I, & GH face 30 degr. & ſon elevation deſſus l'horizon ſoit ED 54 deg.

*Le requis.* Il faut trouver l'angle AGE.

### Constrvetion.

Veu que HGI eſt un triangle avec trois termes cognus, comme GH 30 degr. GHI 23 deg. 51 ① 20 ②, HIG 126 degr. (car DI, EI font chacun 90 deg. & l'arc ED 54 deg. dont le complement de demicercle eſt 126 degr. parquoi l'angle DIF, qui eſt auſſi HIG fait 126 deg.) je trouve avec iceux par la 41 propoſition des triangles ſpheriques l'angle HGI, qui eſt auſſi l'angle requis AGE de 32 deg. 10 ①.

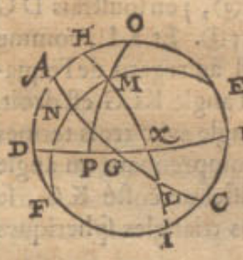



*Concluſion.* Eſtant doncques donné l'arc de l'ecliptique entre la ſection vernale & l'horizon, avec l'elevation de l'equateur, nous avons trouvé l'angle comprins entre icelui ecliptique & l'horizon, ſelon le requis.

## Probleme VIII.

*Eſtant cognuë l'elevation du pole avec le lieu du Soleil apparemment en l'ecliptique, & l'heure du jour: Trouver la hauteur du Soleil deſſus l'horizon: Auſſi l'angle de l'arc & de l'ecliptique.* [12 chapitre du 2 livre d'Almageſte.]

*Le donné.* Soit ABCD un meridien, DB l'horizon, E le pole Septentrional, levé au deſſus de B 36 deg. F le pole Meridional, AC l'equateur, coupant DB en G, & HI l'ecliptique coupant DB en K; apres, L eſt ſection automnale, M le Soleil, dont la longitude apparemment au regard de l'ecliptique ſoit 90 deg. & ſoit onze heures devant midi, à ſçavoir le Soleil une heure diſtant du meridien, ce qui en la figure s'entend ainſi: ſoit tiré de l'un pole E juſques à l'autre F, l'arc EMF, il coupe l'equateur AC en N, tellement que AN fait une heure, qui eſt 15 deg. Apres, du poinct vertical O, tombe par M l'arc vertical OP.




*Le requis.* Il faut trouver l'arc MP, elevation du Soleil au deſſus de l'horizon: Auſſi l'angle HMO, fait de l'arc vertical MO, & de l'ecliptique MH.

### Constrvction.

OME eſt un triangle avec trois termes cognus, car OE arc de complement de EB 36 deg. fait 54 deg. & ME arc de complement de 23 deg. 51 ① 20 ②, fait 66 deg. 8 ① 40 ②, & l'angle OEM 15 deg. (car AE, NE faiſant chacun 90 deg. AN 15 deg. eſt la grandeur de l'angle AEN de 15 deg. mais AEN ou OEM eſt un meſme angle, pourtant comme il a eſté dit, l'angle OEM fait 15 deg.) Parquoi de ce triangle OEM cerché par la 40 propoſition des triangles ſpheriques le coſté OM, ſe trouve de 17 degr. 46 ①, iceux ſouſtraits de OP 90 degr. reſte pour l'arc requis MP 72 deg. 14 ①.

Et d'icelui triangle OEM cerché l'angle OME, il ſe trouve de 43 deg. 21 ①, iceux ſouſtraits de HME faiſant en ceſt exemple 90 deg. reſte pour l'angle requis HMO 46 deg. 39 ①.

*Concluſion.* Eſtant doncques cognuë l'elevation du pole, avec le lieu apparemment du Soleil en l'ecliptique, & l'heure du jour, nous avons trouvé l'elevation du Soleil deſſus l'horizon; Auſſi l'angle de l'arc vertical & de l'ecliptique, ſelon le requis.

### Conſeqvence.

Premierement, ſi l'elevation du pole, avec le lieu apparemment du Soleil en l'ecliptique & ſon elevation deſſus l'horizon eſtoit cognuë; il eſt notoire comment on trouvera l'heure du jour, car alors ſeront cognus au triangle OME les trois termes OE, ME, OM, avec iceux trouvé l'angle OEM par la 43 propoſition des triangles ſpheriques, les degrez d'icelui ſont auſſi pour l'arc AN, leſquels reduits à des heures, on ſçait combien il y a du midi.

Secon-

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

Secondement, si l'elevation du pole, l'heure du jour, & hauteur du Soleil dessus l'horizon estoit cognuë, il est manifeste comment on trouvera le lieu apparemment du Soleil en l'ecliptique; car alors seront cognus au triangle OME les trois termes OE, OM, OEM, avec iceux trouvé le costé EM par la 40 proposition des triangles spheriques, & iceux soustraits de EN 90 deg. le reste est pour MN declination du Soleil de l'equateur, laquelle estant cognuë, le triangle MLN a trois termes cognus, à sçavoir l'angle MNL droit, l'angle MLN 23 deg. 51 ① 20 ②, & le costé MN: Par ceci cerché le costé LM, se trouve par la 35 proposition des triangles spheriques pour le requis.

Au troisiesme, si en l'ecliptique estoit cognu le lieu du Soleil, l'heure du jour, & hauteur du Soleil, il est manifeste comment on trouvera l'elevation du pole, car alors seront cognus au triangle OME les trois termes OM, ME, OEM, avec iceux trouvé le costé OE par la 40 proposition des triangles spheriques, & iceux soustraits de OB 90 deg. le reste est pour EB elevation requise du pole.

Au 4, si on vouloit sçavoir quel degré de l'equateur est au meridien, on adjouste AN à NL, & on parvient au requis.

Semblablement pour sçavoir quel degré de l'ecliptique est au meridien, on trouve le costé HL par les trois termes cognus du triangle HAL, à sçavoir AL, HAL droit, AL H angle automnal, & on parvient au requis.

Le degré de l'equateur en l'horizon au lieu de G est aussi cognu; car de A cognu jusques à G, il y a 90 deg. Semblablement se peut aussi cognoistre le degré de l'ecliptique K en l'horizon DB par le 5 probleme de ce livre.

Au 5, il est manifeste comment on trouvera la longueur ou durée du crepuscule sur un jour donné, & l'elevation du pole; Car estant mis le poinct oppositе du Soleil autant dessus l'horizon que le Soleil y est dessous au commencement ou à la fin du crepuscule, ce qui se prend communement à 18 degr. puis trouvé combien de temps ou degrez ce poinct est de l'horizon, on a le requis.

### Notez.

Comme Son Excellence estimoit que l'ordre naturel requeroit, que joignant l'invention de la hauteur du Soleil par l'heure du jour cognuë, aussi au contraire on devroit trouver l'heure du jour, par la cognuë hauteur du Soleil: Duquel par *Ptolemée* ni ses interpretes, nommement *Regiomontanus*, *Copernicus*, & *Osvvaldus*, n'estant fait mention, nous avons choisi une maniere d'operation comme dessus, consistante en l'assomption des arcs de complement des termes cognus, par la reprinse desquels chaque terme des quatre se cognoist si manifestement par les autres trois, que nous n'avons point estimé necessaire d'en faire de problemes particuliers, mais en ce lieu mettre les susdites consequences.

### Probleme IX.

*Estant cognuë La longitude & latitude d'une estoile au regard de l'ecliptique: Trouver sa longitude & latitude au regard de l'equateur.*

*Le donné.* Soit ABCD un cercle, tendant par les deux poles, comme E de l'equateur DB, & F de l'ecliptique AC, & soit G la section vernale: Apres y est tiré l'arc de F jusques à H en l'ecliptique, auquel arc FH est une estoile I, tellement que l'arc HI est sa latitude de 12 deg. & GH sa longitude au regard de l'ecliptique de 30 deg.

*Le requis.* Il faut trouver la longitude & latitude de l'estoile I au regard de l'equateur.

*Preparation.* Je tire de E par le poinct I jusques en l'equateur l'arc EK, puis apres EG, tellement que IK est latitude de l'estoile I, & GK sa longitude au regard de l'equateur, lesquels deux arcs estant trouvez, on aura le requis.

### Construction.

Le triangle EFI a trois termes cognus, FE 23 deg. 51 ① 20 ②, FI 78 deg. arc de complement de IH 12 deg. Apres l'angle EFI 60 deg. comme angle de complement de GFH 30 deg. Avec iceux cerché par la 40 proposition des triangles spheriques le costé EI, se trouve de 67 deg. 10 ①, iceux soustraits de EK 90 deg. reste pour la requise latitude IK, au regard de l'equateur 22 deg. 50 ①. Puis apres cerché l'angle FEI, se trouve de 113 deg. 13 ①, d'iceux soustrait l'angle droit FE 90 deg. reste pour l'angle GEK 23 deg. 13 ①, ce qui est aussi pour la requise longitude GK.

*Conclusion.* Estant doncques cognuë la longitude & latitude d'une estoile au regard de l'ecliptique, nous avons trouvé sa longitude & latitude au regard de l'equateur, selon le requis.

### Notez.

*Copernicus* au 4 chapitre de son 2 livre a fait une autre façon d'operation que la precedente. Son Excellence y a encore remarqué une autre maniere de ceste qualité. Estant tiré l'arc GI, alors IHG est un triangle avec trois termes cognus, comme IH 12 degr. HG 30 deg. & l'angle IHG droit. Avec iceux cerché l'hypothenuse IG, la trouvoit par la 33 proposition des triangles spheriques de 32 deg. 6 ①, & l'angle IGH de 23 deg. 2 ①, iceux adjoustés à l'angle HGK 23 degr. 51 ① 20 ②, font ensemble pour l'angle IGK 46 deg. 53 ① 20 ②: Tellement que IKG est un triangle rectangle avec trois termes cognus, à sçavoir IG 32 deg. 6 ①, IGK 46 deg. 53 ① 20 ②, & l'angle IKG droit, avec iceux cerché le costé IK par la 34 proposition des triangles spheriques, se trouve pour la requise latitude au regard de l'equateur de 22 deg. 50 ①. Et le costé GK pour la requise longitude au regard de l'equateur de 23 deg. 12 ①, comme dessus.

Toutesfois nous mettons au susdit probleme telle operation, pour suivre la commune reigle ci dessus mentionnée par un triangle qui se fait des arcs de complement des termes cognus.

### Probleme X.

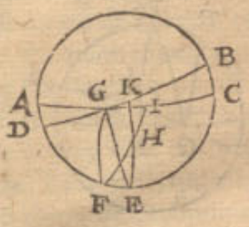
*Estant cognuë la latitude d'une estoile au regard de l'ecliptique & de l'equateur: Trouver sa longitude au regard de l'ecliptique.*

*Copernicus lib. 3. cap. 2.* & autres depeschent ce probleme par sections communes du plan du meridien, & plans d'autres cercles à angle droit là dessus: Mais pour declarer ici plus amplement l'operation des triangles spheriques, & principalement la regle generale de l'assomption des arcs de complement des termes cognus, nous mettons ici cest exemple.



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

*Le donné.* Soit A B C D un cercle tendant par les deux poles comme E de l'equateur D B, & F de l'ecliptique A C, & ſoit G la ſection automnale, H une eſtoile, je prens l'eſpi de la Pucelle, par laquelle tend l'arc de F juſques à I en l'ecliptique, tellement que H I eſt la latitude de l'eſtoile au regard de l'ecliptique, faiſant 2 deg. Apres il y vient du pole de l'equateur E par le poinct H juſques en l'equateur l'arc E K. Tellement que H K eſt ſa latitude au regard de l'equateur, faiſant, comme le poſe *Copernique*, 8 deg. 40 ①.




*Le requis.* Il faut trouver l'arc de ſa ſection automnale G juſques à I, lequel eſtant cognu, la longitude requiſe eſt auſſi manifeſte.

*Preparation.* Soit tiré l'arc F G.

CONSTRVCTION.

Veu que H I fait 2 deg. ſon arc de complement H F fait 88 deg. apres, faiſant K H 8 deg. 40 ①, ſon arc de complement H E fait 81 deg. 21 ①, & F E egal à la declination ecliptique de l'equateur fait, comme *Copernique* l'a mis, 23 deg. 28 ① 30 ②; tellement que H F E eſt un triangle ayant trois coſtez cognus, avec iceux cerché l'angle H F E par la 43 propoſition des triangles ſpheriques, ſe trouve de 72 deg. 37 ①, iceux ſouſtraits de l'angle droit G F E 90 deg. reſte pour l'angle G F I 17 deg. 23 ①, au lieu que *Copernicus* met 17 deg. 21 ①, à iceux adjouſtés 180 deg. pour le demicercle depuis la ſection vernale juſques à la ſection automnale G, vient pour la longitude requiſe 197 deg. 23 ①.

*Concluſion.* Eſtant doncques cognuë la latitude d'une eſtoile au regard de l'ecliptique & de l'equateur, nous avons trouvé ſa longitude au regard de l'ecliptique, ſelon le requis.

CONSEQVENCE I.

Il eſt notoire que ſi on vouloit ſçavoir la longitude de l'eſtoile au regard de l'equateur, qu'il faudroit trouver l'angle H F E du triangle H E F, & d'icelui ſouſtrait l'angle droit G E F 90 deg. le reſte ſeroit le requis.

*Les trois ſuivantes conſequences ont eſté inventées par* SON EXCELLENCE.

CONSEQVENCE II.

Il eſt manifeſte, que ſi par la longitude cognuë de l'eſtoile au regard de l'ecliptique & de l'equateur, on vouloit ſçavoir ſa latitude au regard de l'ecliptique & de l'equateur, qu'alors il faudroit ſouſtraire de l'angle droit G F E, l'angle G F I, dont la grandeur eſt la longitude donnée au regard de l'ecliptique G I, & avec cela ſera cognuë l'angle H F E du triangle H E F. Puis apres à l'angle droit F E G, adjouſté l'angle G E K, dont la grandeur eſt la longitude, au regard de l'equateur donnée G K, & par cela ſera auſſi cognu l'autre angle H E F du ſuſdit triangle H E F, & à cela encores le coſté cognu F E entre les deux poles; parquoi le triangle H E F a trois termes cognus, avec iceux cerché par la 42 propoſition des triangles ſpheriques, premierement le coſté F H, & icelui ſouſtrait de F I 90 degr. le reſte eſt pour H I latitude requiſe de l'eſtoile au regard de l'ecliptique.

Secondement trouvé le coſté E H, & icelui ſouſtrait de E K, le reſte eſt pour H K latitude requiſe de l'eſtoile au regard de l'equateur.

CONSEQVENCE III.

Il eſt manifeſte, que ſi par la longitude cognuë de l'eſtoile au regard de l'ecliptique, & latitude cognuë au regard de l'equateur, on vouloit ſçavoir ſa latitude au regard de l'ecliptique, & longitude au regard de l'equateur, qu'alors il faudroit du rectangle G F E ſouſtraire l'angle G F I, dont la grandeur eſt la longitude donnée G I au regard de l'ecliptique, & avec cela ſera cognu l'angle H F E du triangle H E F: Puis apres la longitude cognuë donnée au regard de l'equateur H K, ſouſtraite de K E, le coſté H E demeure cognu, & à cela encores le coſté cognu F E entre les deux poles, alors le triangle H E F a trois termes cognus, avec iceux cerché par la 40 propoſition des triangles ſpheriques premierement le coſté F H, & icelui ſouſtrait de F I 90 degr. le reſte eſt pour H I latitude requiſe de l'eſtoile au regard de l'ecliptique. Secondement trouvé l'angle H E F, & d'icelui ſouſtrait G E F 90 deg. le reſte eſt pour l'angle G E K, dont la grandeur eſt la longitude requiſe au regard de l'equateur G K.

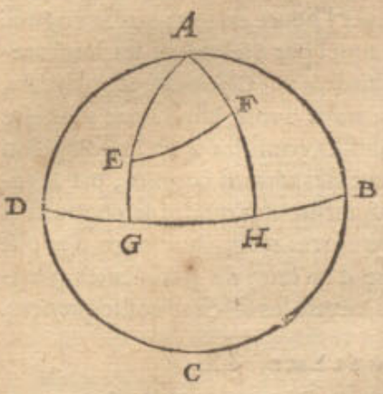
CONSEQVENCE IV.

Il eſt manifeſte, que ſi par la latitude cognuë de l'eſtoile au regard de l'ecliptique & longitude cognuë au regard de l'equateur, on vouloit ſçavoir ſa longitude au regard de l'ecliptique, & latitude au regard de l'equateur, qu'alors à l'angle cognu G E K (car ſa grandeur eſt la longitude cognuë au regard de l'equateur G K) adjouſté l'angle droit G E F, l'angle H E F du triangle H E F eſt cognu, comme auſſi eſt H F arc de complement de la latitude cognuë H I, au regard de l'ecliptique, & tiercement le coſté F E entre les deux poles: Tellement que le triangle H E F a trois termes cognus, avec iceux trouvé l'angle H F E, & icelui ſouſtrait de G F E 90 deg. le reſte eſt pour l'angle G F I, dont la grandeur eſt la longitude requiſe G I au regard de l'ecliptique. Secondement trouvé le coſté H E, & icelui ſouſtrait de E K 90 deg. le reſte eſt pour la latitude requiſe au regard de l'equateur H K.

PROBLEME II.

*ESTant donnée la longitude & latitude de deux eſtoiles au regard de l'ecliptique: Trouver combien elles ſont diſtantes l'une de l'autre.*

*Le donné.* Soit A B C D une ſphere celeſte dont l'ecliptique D B, la ſection vernale D, & pole A, apres ſoit E une eſtoile, dont la latitude G E 30 deg. & longitude D G 40 degr. Et F une autre eſtoile, dont la latitude H F 50 deg. & longitude D H 110 deg.




*Le requis.* Il faut trouver combien ces deux eſtoiles E, F, ſont diſtantes l'une de l'autre, à ſçavoir, la grandeur de l'arc E F. *Preparation.* Soient produits G E, H F, juſques au pole A.

CONSTRVCTION.

Veu que G E, H F, font 30 deg. & 50 deg. leurs arcs de complement E A, F A font 60 degr. & 40 degr. Apres D G 40 deg. ſouſtrait de D H 110 deg. reſte G H 70 deg. pour grandeur de l'angle G A H, ou E A F du trian-

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

triangle E A F. Tellement que E A F eſt un triangle avec trois termes cognus, à ſçavoir deux coſtez E A, F A, comprennant l'angle cognu A. Avec iceux cerché le coſté E F par la 40 propoſition des triangles ſpheriques, ſe trouve pour le requis de 51 deg. 1 ①.

*Concluſion.* Eſtant doncques donnée la latitude & longitude de deux eſtoiles au regard de l'ecliptique, nous avons trouvé combien elles ſont diſtantes l'une de l'autre, ſelon le requis.

### Conſeqvence I.

S'il eſtoit cognu combien les ſuſdites eſtoiles E, F ſont diſtantes l'une de l'autre avec leur latitude ſeulement, il eſt notoire que la difference de leur longitude, comme G H ſe peut trouver; car alors ſeront cognus les trois coſtez du triangle A E F, avec iceux cerché par la 43 propoſition des triangles ſpheriques, l'angle A, on a le requis, car la grandeur d'icelui eſt pour l'arc requis G H.

### Conſeqvence II.

Si la latitude de l'une eſtoile, comme par exemple de E eſtoit cognuë, & l'arc de l'une à l'autre comme E F, avec la difference de leur longitude G H: il eſt manifeſte que la latitude de l'autre eſtoile ſe peut trouver, car le triangle A E F aura alors trois termes cognus, comme deux coſtez A E, E F, & l'angle E A F, avec iceux trouvé le coſté A F par la 39 propoſition des triangles ſpheriques, on a le requis.

### Conſeqvence III.

Si la longitude & latitude eſtoit donnée de trois ou pluſieurs eſtoiles, il eſt manifeſte qu'on trouvera chaque arc de l'une à l'autre avec les autres qualitez ſemblables à celles de la 1 & 2 conſequence.

### Probleme XII.

*Eſtant données deux paires d'eſtoiles de latitude & longitude cognuës, ſituées en deux divers plus grands cercles, & encores une cinquieſme eſtoile en la ſection commune de ces deux cercles: Trouver combien la cinquieſme eſtoile eſt diſtante d'une des quatre.*

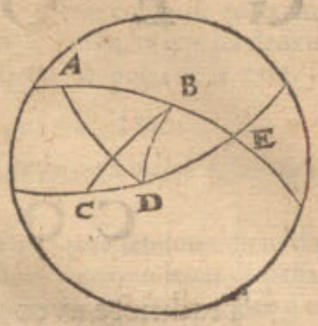
*Le donné.* Soient A B & C D deux paires d'eſtoiles de longitude & latitude cognuës, eſtant en deux divers grands cercles, & encores une cinquieſme eſtoile E en la commune ſection des deux cercles.

*Le requis.* Il faut trouver combien l'eſtoile E eſt diſtante de D.

### Conſtrvction.

L'arc A D avec B D ſe cognoiſt par le 11 probleme, & B D par le donné, tellement que le triangle A B D a trois coſtez cognus, avec iceux trouvé l'angle A B D par la 43 propoſition des triangles ſpheriques, & icelui ſouſtrait de 180 deg. l'angle E B D demeure cognu: Et ſemblablement ſera auſſi cognu l'angle E D B, tellement que le triangle B D E aura trois termes cognus, avec iceux trouvé le coſté D E par la 42 propoſition des triangles ſpheriques, on aura le requis.

*Concluſion.* Eſtant donc données deux paires d'eſtoiles de latitude & longitude cognuës, ſituées en deux divers plus grãds cercles, & encore une cinquieſme eſtoile en la ſection cõmune de ces deux cercles, nous avons trouvé combien la cinquieſme eſt diſtante d'une des quatre, ſelon le requis.




### Note.

Tels exemples peuvent venir à propos, quand on voit au ciel trois eſtoiles comme A B E accorder ſur une droite ligne, & ſemblablement auſſi les trois eſtoiles C D E, car alors l'eſtoile E eſt en la commune ſection de deux cercles, & l'arc entre elle & une des autres ſe peut trouver comme deſſus.

### Probleme XIII.

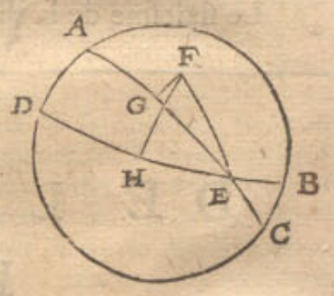
*Trouver l'heure du jour par une eſtoile.*

*Le donné.* Soit A B C D un meridien, A C l'ecliptique, D B l'equateur, E la ſection vernale, F une eſtoile, dont la latitude au regard de l'ecliptique F G, la longitude au regard de l'ecliptique E G.

*Le requis.* Il faut trouver l'heure du jour.

### Conſtrvction.

Je trouve par le 9 probleme de ce livre, la latitude de l'eſtoile au regard de l'equateur F H, & la longitude au regard de l'equateur E H; Ce qui eſtant ainſi, F H E eſt un triangle rectangle, avec trois termes cognus, à ſçavoir F H, E H, & l'angle F H E droit, avec cela je trouve par la 33 propoſition des triãgles ſpheriques, l'angle F E H & le coſté F E. Ce qui eſtant ainſi, je conſidere F E comme pour ecliptique, dont l'angle vernale F E H, & F comme pour Soleil, puis je trouve avec cela l'heure du jour par le 8 probleme de ce livre: Mais veu que la vraye heure eſt autant plus tempre, que celle-ci, que la longitude du Soleil au regard de l'equateur, eſt plus grande que la longitude de ceſte eſtoile au regard de l'equateur, je ſouſtrais touſiours la longitude de l'eſtoile au regard de l'equateur, de la longitude du Soleil au regard de l'equateur (laquelle ſi elle eſtoit plus petite j'y adjouſte ſelon le commun uſage 360 deg.) le reſte des degrez me monſtre la quantité des heures qu'il me faut ſouſtraire des heures trouvées de l'eſtoile.




*Concluſion.* Nous avons donc trouvé l'heure du jour par une eſtoile, ſelon le requis.

*Fin du quatrieſme livre.*



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

# GEOGRAPHIE,

Qui eſt

*La deuxieſme partie de la*

# COSMOGRAPHIE.

Traduicte avec les ſuivants, par ALBERT GIRARD Mathematicien, avec ſes Annotations neceſſaires.

## ARGVMENT de la GEOGRAPHIE.

*COmbien que la deſcription de la Terre, ſelon le commun jugement de pluſieurs, traicte principalement de la forme & diverſité des Regions, Mers, Fleuves, Montagnes, Bois, Villes, Villages, & Fruicts d'un chacun d'iceux en particulier, du Beſtial, des Marchandiſes, metaux, & choſes ſemblables : Si eſt-ce que toutesfois nous n'en ferons aucune mention icy, puis que* SON EXCELLENCE *à fueilleté pluſieurs Autheurs ſur ce ſubject, mais ſeulement de ce qui juſques à preſent n'a eſté mis en lumiere, ou s'il y a eſté, nous l'avons redigé ſelon noſtre ſtile ; le tout comprins en ſix livres, deſquelz*

Le premier contient les Definitions en general de la Geographie, ou deſcription de la Terre.

Le ſecond du changement & mouvement de ſa matiere.

Le troiſieſme de la hauteur des nuées & vapeurs.

*Les livres ſuivans ſont pour l'Hydrographie.*

Le quatrieſme des rombs.

Le cinquieſme de la maniere de trouver les havres & ports de mer.

Le ſixieſme de la theorie du flux & reflux de la marée.

---

## PREMIER LIVRE
# DE LA GEOGRAPHIE.
## De ſes Definitions en general.

### Argument de ce premier livre.

*VEu que noſtre opinion touchant la qualité de la Terre & du* [equateur terreſtre] *Metoyen, item du commencement de la longitude de la Terre, & du jour Geographique, a en ſoy quelque choſe de propre qui requiert ſa declaration particuliere, nous en eſcrirons les cinq definitions ſuivantes en ceſte premiere partie, avec une ſixieſme du Siecle ſage ; pource qu'iceluy ſera aucunesfois cité. Puis apres ſuivra une declaration, comment il ſemble que l'on pourroit projecter ou autant entreprendre, qu'avec le temps on puiſſe parvenir en telles ſciences comme ſont eſté celles du Siecle ſage, & en ſi haut degré.*

### DEFINITIONS.

DEFINITION I.

*TErre eſt ceſte lumiere mondaine mouvante que nous habitons, & la huictieſme Planete, conjoincte au nombre des autres ſept.*

Combien qu'il ſemble eſtre aſſez notoire à un chacun que c'eſt que la terre, toutesfois veu que la commune opinion d'une grande partie de ce temps, differe d'avec la commune opinion d'une moindre, laquelle toutesfois nous eſtimons mieux entendre la choſe, dont avons definy la terre comme deſſus. Pour en faire plus ample declaration d'icelle, & premierement, que c'eſt un aſtre. Poſez le cas que quelqu'un eſtant ſur le corps de la lune regarde devers la terre ; ainſi que nous eſtans ſur la terre, regardons vers la lune ; Ce qu'eſtant ainſi les qualités de la terre luy apparoiſſantes, auront grande communauté avec les qualitez de la lune veuë de nous : Car ainſi comme environ la moitié de la lune, qui eſt eſclairée du ſoleil, nous eſt reluiſante, ainſi pareillement

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

lement faut qu'environ la moitié de la terre qui eſt eſclairée du ſoleil, lui apparoiſſe reluiſante, & encore plus claire que la lune; nommement és lieux de la terre où eſt l'eau, pource que la reflexion du ſoleil ſur l'eau, eſt preſque auſſi claire que le ſoleil meſme. Secondement, comme la lune à noſtre veuë, a des taches plus obſcures que le reſte, ainſi la terre auroit à ſa veuë quelques taches là où eſt le ſec, moins claires que le reſte où eſt l'eau. Tiercement, tel changement que nous voyons de nouvelle lune, pleine lune, premier & dernier quartier de lune, tels changemens verra-il (afin que ſuivions les noms de la lune) nouvelle terre, pleine terre, premier & dernier quartier de la terre. En quatrieſme lieu, comme nous voyons eclipſe de lune & de ſoleil, ainſi verra-il eclipſe de la terre & du ſoleil; car quand il fait eclipſe de ſoleil à nous, il verra l'eclipſe de terre; & ce qui nous eſt eclipſe de lune, luy ſera eclipſe de ſoleil. Toutesfois il ſe trouve ceſte difference; la lune ſe voit de la terre touſiours ſur un meſme coſté, comme teſmoignent ſes taches obſcures: mais la terre ſe demonſtre au ſpectateur ſur la lune, à chaque heure avec d'autres taches, pource qu'à toutes heures apparoiſſent devant luy autres regions & mers: tellement qu'il verroit de ſemblables changemens en la terre, comme quelqu'un eſtant ſur le ſoleil verroit en la lune, laquelle tous les mois feroit un tour devant luy, tous les jours monſtrant des autres taches, ce que nous voyons expreſſement alors que de jour à autre, une autre partie ſe tourne vers le ſoleil. Notez encor que ceſte apparition de la terre à quelqu'un eſtant ſur la lune, n'eſt la meſme à chaque 24 heures, mais ſurviennent des changemens deſreiglez pour deux diverſes raiſons; l'une que le ſpectateur ſur la lune verra aucunesfois la terre ſur la partie Septentrionale, autrefois ſur la Meridionale: l'autre que les nuées qui ſouvent couvrent la mer, aucunefois la terre ferme ſeule, quelquefois l'une & l'autre, ou ny l'une ny l'autre, toutes leſquelles choſes doivent donner changement à la couleur de la terre à la veuë d'icelui ſpectateur.

Or touchant ce que quelqu'un pourroit remonſtrer, que le deſſus de l'eau de la mer eſtant une ſuperfice ſpherique, & pour autant que l'image du ſoleil ne ſe monſtreroit au ſpectateur ſur la lune qu'un fort petit poinct, ſans faire reluire toute l'eau entiere; Certes cela arriveroit ainſi quand l'eau ſe tiendroit calme & coye, comme l'on peut voir par exemple és miroirs ſpheriques là où le ſoleil luit deſſus, dont les raiſons ſeront enſeignees cy apres aux Catoptriques: mais l'eau n'eſtant du tout coye, car par le vent elle eſt eſmeuë, & fait les ondes, grandes ou petites; alors chaque onde & ondelette a ſa particuliere image ſur quelque coſté, leſquelles toutes enſemble font une reluiſance de tous coſtez, comme l'on peut voir par exemple és ondes là où le ſoleil luit deſſus.

Juſqu'icy eſt declarée la definition, contenant que la terre eſt une ſplendeur ou lumiere mondaine: Mais l'occaſion pourquoy elle eſt dite ſe mouvoir, & la huictieſme planete avec les autres ſept, cela apparoiſtra en la ſuivante deſcription du cours des planetes.

### Definition II.

*Axe de la terre eſt ceſte partie de l'axe de la ſphere des eſtoiles fixes, que nous prenons par hypotheſe eſtre compriſe en la terre.*

De l'axe de la ſphere des eſtoiles fixes, laquelle nous prenons icy (par poſition de terre immobile pour les raiſons deduites devant la premiere definition du 4 livre du traicté des triangles) devoir paſſer par le centre de la terre; & partant une partie compriſe en la terre ſera appellée ſon axe. De là s'enſuivra que les deux extremitez du meſme axe, ſeront les poles de la terre.

### Definition III.

*Cercle metoyen de la terre eſt un cercle majeur deſcrit au milieu, entre les deux poles.*

Comme eſtans menez quelques ſemimeridiens d'un pole à l'autre, nous appellons metoyen le cercle paſſant par le milieu d'iceux, (lequel eſt auſſi par le milieu d'entre les poles) or que nous ne l'appellons ſelon la maniere commune, equateur ou equinoctial, eſt pource que equateur eſt toute autre choſe, comme il appert par la 1 definition du 4 livre de la Trigonometrie; le commencement duquel ne convient qu'une fois en 24 heures avec le commencement du metoyen. On peut bien dire ce qui eſt au metoyen, eſtre ſous l'equateur; mais afin de parler par raiſons fermes ſans aucune doute, les cercles divers requierent noms divers.

### Definition IV.

*Nous prendrons le ſemimeridien paſſant par* el Pico de Teide in Teneriffa, *pour commencement de longitude terreſtre.*

Les Geographes de ce temps ne s'accordent point, touchant la poſition du commencement de longitude, d'aucuns ſuivent *Ptolemée*, lequel le poſe ſur les Iſles de Canaries: les autres ont eſgard à la droite monſtre ſeptentrionale de la Bouſſole, que l'on rencontre premierement du coſté d'occident des Canaries; dont ne convenans enſemble, l'un poſe ſon commencement loing de l'autre, ſans y adjoindre de quel Geographe, il ſe ſert quant à ce commencement; de là vient ſouvent des deſordres. Ce qui eſtant ainſi il eſt certain que la raiſon naturelle requiert, afin que l'on s'entende l'un l'autre, & fuir tout erreur, que l'on prenne un commencement ferme & general; ce qui ne peut eſtre bien fondé ſur la demonſtrance de la Bouſſole. Car puis qu'elle ne ſuit un meſme meridien, il advient que par les obſervations faictes ſur diverſes latitudes, ſont poſes divers meridiens pour commencemens. D'autre coſté, l'obſervation de l'eſguille, faicte par divers obſervateurs en un meſme lieu, n'eſt ſi preciſe à pratiquer, ny ſi certaine qu'il n'y deffaille 1 ①, qui revient environ à 3000 pas. Et puis que l'eſguille ne monſtre rien à ceſte fin qui ſoit aſſez ferme, la raiſon veut que l'on choiſiſſe à ceſt effect, une place ferme & ſtable. Partant ce ne ſera hors de propos de s'accorder en cela avec *Ptolemée*, lequel a prins une des 7 Iſles de Canaries, qu'il appelle *Iuno*. Mais puis que le bout d'une Iſle, differe en longitude à l'autre bout, il ſeroit bon de choiſir une Iſle où ce ſoit, & en icelle une perpetuelle place immobile, fort petite, & remarquable, qui ne nous cauſe erreur de 1 ①; car puis que les calculations des longitudes terreſtres de villes & places ſont faictes avec grand labeur juſques à 1 ①, certes ce ſera raiſon que la poſition du commencement n'aye nulle 1 ① d'incertain. A ceſte fin a eſté poſé le ſuſdict *Pico de Teide*, eſtant une roche haute & fameuſe, de la forme d'un pain de ſucre, & ce en *Teneriffa*, la plus grande, plus riche & meilleure Iſle des 7 de Canaries comme le Seigneur *Melchior du Kerckhove* m'a dit de bouche, lequel eſt natif & nourry là meſme: Si quelqu'un ſçavoit une autre place ferme, plus convenable, ce ſeroit raiſon de la choiſir, mais il me ſemble qu'il eſt bon d'eviter la ſuſdicte incertitude.

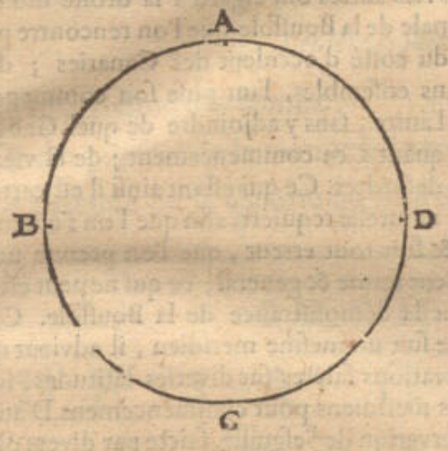
Defi-

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

### Definition V.

*Pour Geographique eſt celuy qui prend ſon commencement, ſur le commencement de longitude terreſtre.*

Quand les Geographes ne conviennent en un commun commencement de jour, qui ſoit entr'eux convenu, comme l'on peut ſçavoir qu'ils n'ont juſques à preſent fait, alors il n'y aura nulle certitude de jour, és lieux qui different beaucoup en longitude. Par exemple, ſoit poſé que quelqu'un en l'une des deux places qui different beaucoup en longitude, comme je prends *Hollande* & *China*, aye eſcrit quelques obſervations des aſtres, ou aye fait autres choſes ſur le 12 de May en l'an 1602: Je dis qu'il eſt incertain à ceux qui habitent en l'autre lieu en liſant le meſme, ſi c'eſtoit à eux le 12 May ou 13 May. Et puis que de jour à autre les navigations ſur la haute mer à l'entour de la terre ont grand accroiſſement par les Hollandois & Zelandois, il eſt notoire que d'icy peuvent ſurvenir beaucoup d'incommodités, & nommément en matiere de Geographie & Aſtronomie, & que l'incertitude d'un jour pourroit emporter quant & ſoy beaucoup d'autres incertitudes, comme és obſervations des lieux des planetes faictes en diverſes regions, differentes de beaucoup quant à la longitude, qui au parti de là, ſerviroit beaucoup à l'avencement de ces ſciences, & à leur donner plus de ſtabilité; comme il en ſera parlé plus amplement en ſon lieu. Mais pour venir à la declaration de la ſuſdite incertitude de jour, ſoit donc A B C D un cercle du globe




terreſtre parallel au metoyen, faiſant chacun arc A B, B C, C D, D A, un quart de cercle: Là deſſus que ſoyez par exemple en A: Ce qui eſtant ainſi poſé, quand il eſt midy vers vous en A le 12 May, vous direz qu'il eſt au meſme inſtant 6 heures plus tard, à ceux qui habitent en B plus orientalement de vous, aſſavoir 6 heures du ſoir du 12 May; Et pour les meſmes raiſons ceux-là en B diront qu'il eſt encore au meſme inſtant à ceux qui leurs ſont plus orientaux, comme en C, 6 heures plus tard, aſſavoir minuict, comme commencement du 13 May: ce qu'accorderez eſtans en A. Ainſi donc eſtant venu ſur l'un coſté, de A orientalement par B juſques à C, nous viendrons maintenant par voye contraire de A occidentalement par D, vers C en ceſte maniere: Quand il eſt midy chez vous, eſtant en A le 12 May, vous direz qu'il eſt 6 heures au meſme inſtant plus matin à ceux qui habitent plus vers l'occident en D; aſſavoir 6 heures de matin 12 de May, & pour ſemblables raiſons ceux qui habitent en D, diront qu'à ceux qui ſont en C, occidentalement au meſme moment, ſera encor 6 autres heures plus matin, aſſavoir à minuict commencement du 12 May, ce qu'accorderez auſſi eſtant en A. Mais vous avez concedé & affirmé qu'il eſt minuict en C, le commencement du 13 May. Pourtant ce ne ſera de merveille ſi en vous contrediſant, vous ne vous pouvez accorder avec les autres, auſſi que les Portugais & Eſpagnols, les uns navigans orientalement, les autres occidentalement vers les Indes, ſont en diſcord & different entr'eux d'un jour.

Les Geographes previendront ceſt accident en poſant un commencement definy, lequel eſt prins raiſonnablement au commencement de longitude du globe terreſtre.

Quant à ce que quelqu'un pourroit penſer que telle choſe ne ſeroit ſans accident, pource qu'il ſe pourroit faire que deux lieux qui n'auroient qu'une heure de chemin de diſtance, & ce d'un coſté & d'autre du commencement de longitude, differeroient inceſſamment d'un jour, ce qui en conſideration politique apporteroit de l'incommodité; ſur quoy on pourroit repliquer, que comme les Aſtronomes ont convenu entr'eux un ordre commun de 24 heures commençant à midy, laiſſant chacune nation en diſpoſer comme il leur ſemble bon, les unes egales, les autres inegales, d'aucuns commençant à midy, d'autres au lever du ſoleil, les autres au coucher, & ainſi du reſte, deſquelles choſes les Aſtronomes n'en ſont empeſchez en matiere du cours des aſtres, & de meſme les Geographes en matiere de Geographie n'ont beſoing de s'empeſcher, avec le commencement du jour de diverſes nations, mais bien d'uſer en commun de leur jour defini propre: & ainſi que les Aſtronomes appellent leurs heures, heures Aſtronomiques, pour les diverſifier des autres; de meſmes les Geographes pourront appeller ces jours en difference des autres, jours Geographiques.

### Definition VI.

*Nous appellons ſiecle ſage, celuy auquel les hommes ont eu une cognoiſſance admirable des ſciences, ce que nous remarquons infailliblement par certains ſignes, toutesfois ſans ſçavoir qui ſi ſont eſté, où à quel lieu, ny quand.*

Puis qu'aſſez ſouvent ne viendra mál à poinct de nommer ce mot inuſité de *ſiecle ſage*, & qu'auſſi j'ay arreſté de declarer en ſon lieu (aſſavoir au ſuivant renouvellement d'iceluy) comment ſelon mon advis l'on manieroit ceſte affaire pour pouvoir parvenir juſques à une telle ſcience, tant à l'Aſtronomie, comme à pluſieurs autres matieres, ainſi que nous remarquons avoir eſté autrefois entre les hommes, pourtant m'a-il ſemblé bon de definir ce temps là comme deſſus.

Et pour amplifier la choſe, voicy comment: c'eſt une choſe venue en uſage d'appeller *ſiecle barbare* ce temps là, qui depuis 900 ou mille ans en çà juſques à environ 150 ans paſſez, pource que les hommes avoient eſté 7 ou 8 cens ans comme idiots, ſans exercice des lettres & ſciences: ce qui a pris ſon origine alors que les livres ont eſté bruſlez, par les troubles, guerres, & ruines; ce qui puis apres non ſans grand travail, a eſté remis en premier eſtat ou peu s'en faut; or ledit temps auparavant ſe pouvant nommer ſiecle ſage au regard du ſuſmentioné ſiecle barbare, toutesfois nous n'avons entendu à la definition d'un tel ſiecle ſage, car les deux compris enſemble ne ſont autres, que le vray ſiecle barbare, à comparaiſon de ce temps incogneu auquel nous remarquons iceluy avoir eſté ſans aucune doute; mais pour venir à la declaration de ces ſignes: Notez,

Premierement qu'entre les hommes il s'eſt trouvé une grande experience & cognoiſſance du cours du ciel, laquelle eſt preſque venue à s'eſteindre au temps *d'Hyparchus* & de *Ptolomée*, comme auſſi ne ſe doivent tenir leurs

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

leurs escrits pour autres que reliques de ce qui avoit esté auparavant; car les premiers fondemens, par lesquels le contenu desdictes reliques fust inventé, (assavoir les Ephemerides) sont perdus, & depuis on n'en a point composé d'autres.

Quant au mouvement desreiglé des planetes, qui est appellé de *Ptolemée*, la seconde inegalité, laquelle (en son livre 5, chap. 4. & encore au chap. 2. du 9. livre,) il pretend avoir observé le premier; & ne peut remarquer icelle avoir esté touchée de ses devanciers, accusant souvent leur negligence, quant à l'observation du lieu & mouvement des lumieres celestes. Là dessus on respond, que les ancestres ont veu la mesme seconde inegalité, devant qu'il leur fust possible d'escrire si subtilement de la premiere inegalité, ou moyen mouvement des planetes, comme depuis iceluy *Ptolemée* les a receuës d'eux: & que pour parvenir à une tant belle invention, n'ont esté aucunement negligens, mais plus diligens qu'on n'a esté depuis le temps *d'Hyparchus*; & devant luy (quelque temps je ne sçay combien) jusques à present, l'on n'a conduit l'affaire d'un tel pied apres le siecle sage qu'alors on a fait, comme nous verrons cy apres.

Le precedent est confirmé en cela qu'on a trouvé quelques escrits en langue Arabique depuis le temps de *Ptolemée*, qui avoient esté en usage devant luy entre diverses nations, quant au faict des figures du globe celeste; qui estoient toutes autres, que celles qui sont communes aux Egyptiens; desquelles choses *Ptolemée*, ny *Hyparque* ne font aucune mention qui soit. De tels escrits, le noble & tresdocte Seigneur *Ioseph de la Scale* m'en a monstré quelques uns, en langue Arabique, ausquels estoient declarées ces figures, ou asterismes; & non pas seulement d'une façon, mais bien jusques à en pouvoir fournir 3 globes, toutes diverses. L'une maniere estoit appellée, asterisme selon les Indiens; desquels noms (combien que sans peinture) me souvient en avoir leu en un livre Latin de fort vieille impression, mais j'ay oublié le nom de l'Autheur, & aussi ne sçay-je où le livre est demeuré. J'ay veu une partie d'autres signes en peinture contre les parois d'une chambre, à la Court du Roy de Pologne en Craco, qui estoient de forme monstrueuse, dont les membres estoient composez de diverses especes d'animaux, & estoit escrit au-pres *signa Hermetis*, c'est à dire les signes d'Hermes. Or comme j'ay dit, je n'ay pas trouvé, que *Ptolemée* aye fait mention d'aucuns des signes celestes dessusdits. D'où l'on pourroit conclure, qu'iceux ne luy sont venus entre les mains, & beaucoup moins les instructions du cours des astres que chaque nation avoit fondé là dessus, chacune selon sa maniere. Davantage les Astronomes ont bien sceu par cy devant, que la terre tournoit à l'entour du soleil, sans qu'aucune proposition d'iceux soient venuës entre les mains de *Ptolemée*; car s'il les avoit eu, c'est une chose certaine (selon que l'on peut juger de son entendement & raison quant au reste) qu'il auroit concedé le mouvement naturel descrit par les Astronomes experimentez, & avec cela auroit delaissé les premiers principes, ou seulement par maniere d'apprendre les auroit prins par hypothese. De ce mouvement du globe terrestre, se sont apperceu *Philolaus Pytagorien*, (comme dit *Plutarque*) & *Aristarque Samien* (comme tesmoigne *Archimedes* en son livre du nombre de l'Arene.) Mais que cela ne soit advenu au siecle sage, cela se remarque assez, comme il semble, par les mots *d'Archimedes* mesmes, qui contiennent comment *Aristarque* escrivist contre les Astronomes, qui disoient que le monde estoit un globe, le centre duquel & le centre de la terre, estoient un mesme poinct, & le raid, egal à la ligne, d'entre le centre du corps solaire & le centre de la terre; laquelle ligne (avec d'autres telles frivoles) en un temps seroit plus longue qu'en l'autre, il ne me semble pas y avoir eu grand science. Davantage si l'on regarde à la proportion qui est posée par *Aristarque*;

Comme le centre de la sphere,
A la superfice d'icelle,
Ainsi le cercle où la terre se meut,
A la distance des estoilles fixes.

Là où se voit (contre la reigle des Mathematiciens) une comparaison de choses heterogenes, assavoir du poinct avec la superfice; par ainsi comme nous avons dit cy dessus, on pourroit à bon droit conclurre que ce n'estoit du temps du siecle sage: Et touchant *Archimedes* qui explique la susdite proportion, disant qu'elle doit estre ainsi entendue,

Comme la sphere terrestre,
A ce qu'on appelle monde,
Ainsi la sphere de la voye, de la terre,
A la sphere des estoiles fixes.

Quoy que ce soit, les raisons Mathematiques requerent mots certains. En tout cela on ne voit point de trace du siecle sage.

Nous avons encor un autre tesmoignage d'un grand exercice en l'Astronomie, devant le temps de *Ptolemée*, par les diverses doctrines des triangles spheriques, & fondées sur divers principes; puis apres venuës en avant en langue Arabique, & de là en Latin. Car jadis lors que les hommes cognurent, combien il estoit necessaire à l'Astronomie de pouvoir resoudre, & calculer les triangles spheriques, ils se sont addonnez merveilleusement à ceste matiere. La maniere parvenuë és mains de *Ptolemée*, & par apres par luy descrite, est briefve & subtile; consistant en addition & soubstraction des raisons des lignes, qui sont imaginees estre en un plan, qu'on appelle section de sphere, mais l'usage en est difficile; car l'on ne trouve aucun probleme formé, qui serve d'exẽple à l'instant pour calculer quelque triangle spherique qui se puisse rencontrer, pour le suivre avec facilité, comme il seroit requis; car au contraire on est tousiours en peine de quelle maniere d'addition ou subſtraction de raisons on choisira dans le plan de section spherique, pour servir à l'exemple proposé. Il y a aussi une autre maniere dont on use avec l'imagination des communes sections de plans de cercles qui sont marqués sur la sphere. Et encor une autre qui se trouve dans *Iean du Mont-royal*.

Touchant aucuns qui estiment, que l'invention de l'Astronomie n'est pas fort ancienne, mais que les plus grandes particularitez d'icelle sont venuës en cognoissance aux hommes par *Hyparque*. Et que *Timochares* 30 ans apres *Alexandre le Grand*, estoit le premier entre les hommes, qui fit la diligence de trouver, & d'escrire le lieu des estoilles fixes; cela n'est nullement de mon opinion. Je veux bien croire que si *Hyparque* n'eust tiré des livres de ses devanciers, ce qui est depuis venu entre les mains de *Ptolemée*, & de luy parvenu à nous, que la cognoissance du cours des astres que nous aurions, seroit bien maigre. Mais qu'il ait esté inventeur de ces admirables propositions, il ne le semble pas, & une raison entre autres est, que *Ptolemée* dit au chap. 11. du livre 4, que *Hyparque* rencontra une difficulté, en ce qu'il trouvoit les conclusions differentes, dont l'une venoit quand il prenoit par hypothese le cours de la lune en un epicycle, & l'autre quand il le prenoit en un

cercle

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

cercle eccentrique. Il demonſtre davantage que telle difference ne venoit pas, de la diverſité qu'*Hyparque* rencontroit en ces deux poſitions, mais par meſconte, ou autre accident. Ce qu'eſtant ainſi, l'on ne concluroit pas mal à propos, qu'*Hyparque* entre autres inventions qu'on luy attribue, n'eſtoit pas inventeur de ce theoreme, qui demonſtre que l'une & l'autre poſition n'ont qu'une meſme concluſion; mais pluſtoſt qu'il ne l'a compris, ny entendu (ce que je ne dis par meſpris, mais pour demonſtrer le propoſé) ce qui autrement ſeroit, comme celuy qui auroit entendu la demonſtration Geometrique de la 47 propoſition du premier livre *d'Euclides*, toutesfois par experience actuelle douteroit ſi les deux quarrez des deux plus petits coſtez d'un triangle rectangle, ſeroient egaux ou non, au quarré du plus grand coſté; pource qu'il les trouve inegaux à l'heure meſme de quelque operation, ſans ſçavoir que cela n'advient pas par la faute de la propoſition, mais par la faute de la main, des yeux, par meſconte, ou par autre accident quelconque. D'autre part que *Ptolemée* en ſon 3 livre chap. 2. priſe la maniere *d'Hyparque* par deſſus celle des anciens, en matiere de trouver le lieu du ſoleil entre les eſtoiles fixes, pour calculer par là la longueur de l'année, laquelle choſe il penſe que les anciens avoient recerché par la declinaiſon du ſoleil, eſtant en ſon ſolſtice d'eſté, laquelle recerche *d'Hyparque* eſtoit plus certaine, que quand le ſoleil eſtoit en la ſection vernale. De dire, qu'iceux par une continuelle & admirable diligence, & exercice eſtoient parvenus en la cognoiſſance du moyen mouvement des planetes, leſquels dis-je n'euſſent pas peu appercevoir qu'une telle obſervation faite au ſolſtice eſtoit du tout mal propre à ceſt effect, je n'y void point d'apparence: Mais (comme *Hyparque* dit) s'ils ont fait leurs obſervations au ſolſtice, il eſt à preſumer que cela n'eſt advenu par la recherche de la declinaiſon du ſoleil, mais pluſtoſt pour plus grande certitude, par l'aſſomption de la longitude viſuelle entre iceluy & quelque eſtoile fixe. Car elles peuvent eſtre apperceuës à l'entour du ſoleil, quand l'on y prend garde diligemment. Ce qui eſtant incognu à *Ptolemée*, il ne ſemble pas avoir beaucoup de fondement d'eſtimer l'invention *d'Hyparque* par deſſus celle de ſes devanciers. Et quant à *Timochares* qu'il dit eſtre le premier qui ſe diligenta à trouver & deſcrire les lieux des eſtoiles fixes, & qu'auſſi ceux qui diſent cela, & *Timochares* avec, ſemble qu'ils ont ignoré les figures & ſuſcriptions des Globes; ſur leſquels leurs anciens predeceſſeurs de diverſes nations, ont comprins les eſtoiles par d'autres figures, comme nous avons dit cy deſſus; & par conſequent *Timochares* ne peut eſtre autre que le premier obſervateur des eſtoiles fixes; & d'avantage que les moyens mouvemens des planetes, qui ſont venus entre les mains *d'Hyparque*, ſont inventés par plus ſeure deſcription des eſtoiles fixes, que par celle de *Timochares*; laquelle, ſelon qu'il appert és tables de *Ptolemée*, ont 10 ① pour leur moindre meſure.

La ſeconde marque, eſt la merveilleuſe experience, que nous voyons avoir eſté entre les hommes au faict de l'Arithmetique; de laquelle matiere on peut tenir l'Algebre pour l'une des plus eſtrange relique, laquelle depuis peu d'années eſt venuë en lumiere par quelques livres Arabiques, ce qu'on ne remarque aucunement par les livres qui nous reſtent, que les Chaldeens, Hebrieux, Grecs (car Diophante eſt moderne) ou Romains, ayent eſté tels en l'Arithmetique, qu'on les puiſſe appeller par excellence Arithmeticiens. Comme auſſi conſiderant qu'iceux avoient faute d'appareil neceſſaire, nommément de chiffres, avec une telle progreſſion decuple, comme les nombres ſont prononcez, il leur eſtoit impoſſible: Mais ils pouvoient eſtre tels Arithmeticiens, comme on en voit aujourd'huy avec les jets, ou avec des marques de croye. Quant à ces chiffres, ou notes d'Arithmetique, en progreſſion decuple, ils ſont encor tels, & en telle ſorte, qu'en commençant à preſent par là, on peut apprendre que c'eſt de commencement ou poinct de nombre, lequel le ſiecle barbare (j'entens du commencement des Grecs juſques à preſent) a dit eſtre l'unité. Car le noble & docte Seigneur *Ioſeph de la Scale* m'a monſtré, qu'ils ont marqué un poinct ainſi (.) ſignifiant commencement de nombre, lequel ils appelloient auſſi poinct; & eſtoient iceux poincts mis en uſage entre leurs chiffres, au lieu de noſtre (o) ce qui convenoit avec ce qu'en avons traicté en la deuxieſme definition de noſtre Arithmetique (laquelle ſera icy adjoincte.) J'eſtime que la raiſon pourquoy en la place de ce poinct, l'on uſe en l'Europe de (o) eſt, que ce poinct nous ſert de cloſture és periodes des diſcours, leſquels en meſme maniere ſuivent ſouvent les nombres; ce qui ſeroit douteux, s'ils faiſoient office de nombre, & aucunesfois office de cloſture és periodes du diſcours. Ce que prevoyans, ils ont pris o, pour mettre entre les nombres en la place de ce poinct Arabique; & puis que o eſt appellé au ſiecle ſage (*poinct*) nous luy donnerons auſſi ce nom *poinct de nombre*, en difference du *poinct Geometrien*, & delaiſſerons ce premier nom *commencement*, que nous avons eu en uſage juſques à preſent. Quant à ce qu'aucuns ſuivent l'authorité de ceux qui en ont traicté, n'en pouvant bien juger par raiſons naturelles, j'eſtime que ceux-là ſont en bon chemin en ſuivant l'authorité de ces Arithmeticiens tres-experimentez du ſiecle ſage; & en delaiſſant les Grecs, qui n'eſtoient pas Arithmeticiens, comme il a eſté dit cy deſſus qu'ils ne pouvoient eſtre parfaicts, ayant faute de notes d'Arithmetique, ou chiffre. Car combien qu'*Euclides* ait eſcrit de beaux theoremes qui luy eſtoient tombés és mains, eſtans du ſiecle ſage, nonobſtant il n'y a pas de problemes, ny practique d'Arithmetique, ce qui eſt n'agueres venu en avant en langue Arabique, comme dit eſt. Tellement que les theoremes *d'Euclides* donnoient teſmoignage du ſiecle ſage d'auparavant, & qui n'eſtoit pas alors. La raiſon pourquoy nous parlons tant de ce poinct, eſt que la definition de l'unité, comme poinct en nombre entr'autre, donne teſmoignage du ſiecle ſage, qui eſtoit alors, que l'on marquoit un poinct pour ſignifier, poinct en nombre: & auſſi du ſiecle barbare qui a eſté depuis, engendrant des Arithmeticiens ſi imparfaicts, comme la definition de la partie de quantité, pour le poinct de quantité, engendreroit des Geometriens imparfaicts. Encor peut-on remarquer qu'au meſme ſiecle ſage, l'on ſolvoit avec grande facilité beaucoup d'operations d'Arithmetique avec des calculations fondées ſur la progreſſion decuple. Et pour plus ample raiſon de cela, comme ainſi ſoit que quelques années en ça j'euſſe compoſé la Diſme, m'imaginant alors pouvoir eſtre miſe en uſage avec grande facilité en la diviſion des ſinus & arcs qui ſeroient en progreſſion decuple; & qu'ainſi par apres j'euſſe deſcrit proprement la meſme maniere en telle ſorte qu'il ſe traictera un chapitre d'icelle en ſon lieu, en l'Aſtronomie ſuivante avec telle briefveté comme il apparoiſtra. Or ai-je depuis remarqué cecy, comme ſi elle euſt eſté faicte devant moy, ou certes ſemble avoir eſté faicte du vieil temps, lequel j'eſtime eſtre le ſiecle ſage pour ces raiſons: Les tables de

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

de *Iean du Mont-Royal*, dont le raid eſt diviſé en 10000000 contient en ſoy parfaictement ce que je cerchois: Car en prenant que le raid ſoit diviſé en 100 parties egales, au lieu des 60 des Egyptiens; & que je me preſuppoſois, eſtre la progreſſion decuple, au lieu de la ſoixantieſme des Egyptiens, je trouvois en ceſte table l'ouvrage tout fait touchant les ſinus: & penſois alors qu'iceluy *Regiomonte* eſtoit premier inventeur d'icelle; & davantage en ce qu'il dit au commencement de la compoſition des tables de ſinus, que ceux qui avoient eſté devant luy, diviſoient le raid en peu de parties, comme *Ptolemée* en 120, *Arzahel* en 300, & chacune derechef en 60 ①, & chaque 1 ① en 60 ②. Mais par apres, il m'a ſurvenu quelque choſe, qui m'a fait preſumer autrement; c'eſt que comme je voulus une fois recercher ſi par les tables de ſinus de *Regiomonte* ou non, je pourrois trouver la raiſon du diametre à la circonference auſſi pres, que les termes puiſſent eſtre entre les termes *d'Archimedes*; & à ceſt effect je regarday que le ſinus de 1 ① eſtoit 2909, de telles parties que le raid fait 10000000. Mais ce ſinus eſt preſques egal à ſon arc, à cauſe de la parvité d'icelui arc; & pourtant 5400 ① faiſant le quadrant, ſont preſque egales à 5400 fois 2909, c'eſt à 15708600; ce qui me ſignifioit que la proportion à peu pres de la quatrieſme partie de la circonference au raid, eſtoit de 15708600 à 10000000 & par conſequent toute la circonference au diametre; comme 62834400, à 20000000. Or je trouvay que ceſte raiſon eſtoit entre les termes de la raiſon deſcrite par *Archimedes*, aſſavoir plus petite que 22 à 7 & plus grande que 223 à 71. Il ſemble que les anciens ont eu tel deſſein que j'avois icy, pour les raiſons que je deduiray. Quelques eſcrits ſe trouvent entre les mains de *George Peurbache* (comme il dit en ſon traicté de la compoſition des tables des ſinus) contenans les opinions de pluſieurs nations, comme Indiens, Egyptiens, Arabes, touchant la raiſon du diametre à la circonference, & qu'aucuns la poſoient de 20000 à 62832 aſſez pres de ce que deſſus, mais plus pres de la vraye. Mais iceux en ce faiſant, poſoient le diametre de 2 & quelques poincts de nombres, qui n'eſtoient en quantité ſeulement 7, comme en la table de *Regiomonte*; mais comme il ſemble, eſtoient d'un poinct de nombre davantage, à cauſe que ce nombre 62832 eſt ferme juſques à la cinquieſme lettre, au lieu que la noſtre ne va que juſques à la quatrieſme. Ce qui appert quand l'on prend la raiſon plus pres, comme a fait le fameux Arithmeticien *M. Ludolff de Cologne*, aſſavoir quand le diametre eſt de 200000000000000000000. alors la circonference eſt moindre que 628318530717958647694. mais plus grande que 628318530717958647690. Tellement qu'il ſemble qu'on peut conclurre que devant le temps de *Regiomonte* on a bien diviſé le raid en 10000000, ou un nombre d'un, 0, davantage; lequel temps on peut preſumer eſtre le ſiecle ſage incognu, veu que l'on ne ſçait, & ſi ne peut-on remarquer, que cela ſoit advenu en quelque temps cogneu.

Juſques icy a eſté dit de la diviſion du raid des anciens par la Diſme, mais qu'avec cela ils ayent auſſi diviſé le quadrant par meſme progreſſion (pour parvenir en ceſte maniere à la facilité, de laquelle nous parlerons en l'Appendice de l'Aſtronomie,) on le pourroit prejuger en la diviſion du cercle en 1600, ſelon ce qu'en dit *Ptolemée* en ſon 2 chapitre du 3 livre & que par cy devant on diviſoit ainſi les inſtrumens Mathematiques; d'où s'enſuit que comme le quadrant, ſelon les Egyptiens, eſt diviſé en 90 deg. & aux inſtrumens chaque degr. en 4. ſans contrevenir à la 60e progreſſion, qu'icy auſſi chaque quadrant en 100 deg. & aux inſtrumens chaque degré en 4. ſans contrevenir de ſuivre la Diſme. Car il ne ſemble pas que ceux qui ont compoſé les notes d'Arithmetique en progreſſion de Diſme, & qui ont fait les regles d'Arithmetique, ayant eſgard à ladite progreſſion, (comme nous dirons au livre des Meſlanges) n'ayent remarqué l'advantage de la Diſme en la diviſion du cercle, qui vient ſi ſouvent en uſage és calculations de l'Aſtronomie.

La troiſieſme marque, eſt la Geometrie, & quoy que les Grecs en ayent eu fort grande experience, toutesfois pluſieurs affirment qu'ils l'ont receuë d'autres. Certes c'eſt une admirable ſcience donnant bon teſmoignage de tres-grand artifice à ceux qui l'ont ſceu amener en tel degré. De cecy nous eſt reſté *d'Euclide* ce que nous en pouvons dire, là où joignant la matiere de Geometrie ſe trouve quelque choſe d'admirable & fort neceſſaire à voir, & à lire, nommément l'ordre en methode d'eſcrire les Mathematiques en ce ſuſdit temps du ſiecle ſage, il ſera encor traité de ceſte matiere au renouvellement du ſiecle ſage ſuivant.

Pour quatrieſme marque, ſe pourroit amener le traité de la hauteur des vapeurs, n'agueres venuë en avant en langue Arabique, & cy apres declarée au 3 livre de la Geographie, denotant qu'icy devant, chez les Mathematiciens s'eſt trouvé une admirable recherche des choſes naturelles occultes, de la diſpoſition du monde, & de leurs proprietez.

La cinquieſme marque, eſt l'admirable & merveilleuſe Alchimie, incognuë aux Grecs, & qui n'agueres a recommencé à ſe monſtrer; par laquelle l'on recerche & recognoiſt bien autrement l'eſſence des matieres, au grand advantage des hommes, leſquels ſans icelle leur eſtoit impoſſible de comprendre. En cecy *Hermes Triſmegiſte* a eſté eſtimé pour le plus expert qu'aucun eſcrit qui ſoit, face mention; nonobſtant il eſt incertain qui il a eſté, de quelle nation, & en quel temps il a veſcu, combien qu'il ſoit tenu fort ancien.

Quant aux Grecs, & à ce qu'ils diſent (traictans de la nature, avec leurs ſectateurs, qui ſont appellés Philoſophes) que toute matiere eſt compriſe és 4 Elemens, comme terre, eau, air, & feu, avec les Corollaires & Conſequences qu'ils en tirent: Certes leur diligence eſt à louër, comme ayant fait tout leur poſſible: mais helas! c'eſtoit tout par ouir dire, avec peu de certaineté, & beaucoup d'erreurs, & ſans cognoiſſance des cauſes; car elles ſont tirées de la practique de l'Alchimie, laquelle ils ignoroyent.

Et quoy qu'elle ſoit meſpriſée de beaucoupde perſonnes, à cauſe qu'aucuns s'y exerçans, & comme trompeurs, faiſant grãds dommages à d'autres, leur promettant de faire de l'or d'une matiere qui n'eſtoit pas or; On reſpond là deſſus, que tel abus ſe devroit rapporter aux abuſeurs de ceſte ineſpuiſable ſcience, mais non pas à elle.

Nous deſcrirons generalement cy apres, en la Declaration ſuivante, en quelle ſorte l'on pourroit commencer la choſe, pour à la fin parvenir à ce ſiecle ſage: Quant à l'Aſtronomie, & comment cy devant elle a eſté cognuë, nous en deſcrirons quelque choſe de particulier en la deſcription d'icelle.

NOTEZ.

Comme je tennois un jour quelque propos du ſiecle ſage avec le tres-docte *Huych de Groot*, il me recita



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

avoir leu en divers lieux, aucuns teſmoignages d'une antiquité tres-notable : là deſſus je le priay de me les mettre par eſcrit; ce qu'ayant fait, je les ay inſerez à la precedente deduction, comme s'enſuit.

### *Teſmoignages d'une antiquité tres-notable, redigez en eſcrit par le tres-docte* Huych de Groot.

*Ioſeph*, recite que *Beroſe* Preſtre Chaldeen, dit qu'en la dixieſme generation depuis le Deluge, eſtoit un homme juſte, fort renommé entre les Chaldeens, & experimenté en l'Aſtronomie, lequel *Ioſeph*, & entre les eſcrivains Payens, *Hecatée*, *Nicolas Damaſcene*, *Alexandre Polyhiſtor* & *Atrapane* opinent cela eſtre dit d'*Abraham*.

*Diodore*, *Herodote*, & *Strabon*, penſent que *Zoroaſtes* (du temps de *Ninus*, qui a eſté environ 200 ans apres le Deluge.) ait eſté le premier Aſtronome.

Mais les Egyptiens tiennent pour le premier *Hermes* ou *Mercure*, d'un temps incognu. Ils diſent auſſi qu'il y a eu un Roy *Necepſos*, qui ſe ſeroit fort exercé en ceſte ſcience.

Ceux qui rapportent à la verité les fables Poëtiques, veulent dire que *Phaëton*, *Endymion*, *Atlas*, *Hercules*, *Theban Phryge*, *Atrée*, & *Titan* ont eu cognoiſſance de l'Aſtronomie.

*Simplice* & autres eſcrivent d'une antiquité plus remarquable que les precedens, aſſavoir que *Calliſthenes*, (lequel fut preſenté par *Ariſtote* à *Alexandre* en la priſe de *Babylone*) a trouvé là des inſcriptions Aſtrologiques fort antiques, d'environ 1903 ans : Ce qui ſeroit quelques 60 ans apres le grand Deluge, ſuivant la commune ſupputation.

*Platon* en divers paſſages, eſcrivant d'une origine plus ancienne, & entr'autres au 3. livre des Loix, a opinion, que les ſciences eſtant peries par un grand Deluge, ont eſté puis apres redigées peu à peu, en un corps, par les uns & les autres; tellement que ce qui s'eſt veu ſçavoir en Grece, ſeroit venu en eſtre 1000, ou 2000 ans apres ce temps-la.

La plus ancienne relation qui ſe face de la diviſion des metaux, qu'on appelle Chymie, ſe trouve chez *Suide*, puis en *Cedrene* : Car auparavant tant la choſe que le nom ſemblent avoir eſté incognuës au Grecs & Romains. Quant à ce qu'on en dit (hors ce qui eſt eſcrit) de *Salomon*, eſt incertain, & de *Pythagore*, cela eſt fabuleux, nonobſtant il eſt notoire qu'elle a eſté cy devant en quelque lieu, non pas chez les Hebrieux ny les Grecs : Mais il eſt vray-ſemblable que les Egyptiens y ont entendu quelque choſe, pource que *Platon en ſon Timée* (le contenu duquel il dit avoir tiré de la doctrine des Egyptiens) parle de ſel & de ſalpetre, là où il traicte du commencement des matieres.

*Plutarque* auſſi dit en *Oriſide* que les Preſtres appellent hieroglyphiquement *l'Egypte*, *Chimie* : Tellement que l'on peut avoir appellé les *Chimiſtes* ainſi à cauſe du pais; comme par cy devant les *Aſtrologues* ont eſté appellez *Chaldeens*, à cauſe du pais.

Il appert auſſi que la cognoiſſance des arts qui eſtoit en Grece, eſtoit venuë d'autre pais, pource que *Laërtius* & *Athenée* diſent, que *Thales* (lequel a veſcu environ 80 Olympiades devant Alexandre) n'a pas ſeulement apporté la Geometrie d'Egypte en la Grece, mais auſſi quelque choſe de certain touchant les ſolſtices & equinoxes, & le cours de la petite Ourſe, (leſquelles choſes eſtoient auparavant incognuës aux Grecs, puis qu'ils ſe conduiſoient en la navigation par le cours de la grande Ourſe,) & a auſſi predit l'eclipſe du ſoleil. Pareillement que *Pythagoras*, qui eſtoit plus de 400 ans devant *Alexandre*, revenant d'Egypte & de Chaldée, mit en avant quelques predictions, aſſavoir du lever & coucher des aſtres, avec leurs dependances.

*Pline* raconte que *Anaximander* a eu le premier entre les Grecs la cognoiſſance du cours oblique du ſoleil, lequel eſtoit du temps de la 58 Olympiade, qui eſt 56 Olymp. devant Alexandre, & qu'aucuns noms des 12 ſignes ont eſté incognus chez les Grecs apres luy.

### *Du renouvellement du ſiecle ſage, où eſt declaré comment il ſemble que la choſe ſe pourroit tellement projecter, pour ainſi parvenir peu à peu en auſſi grande cognoiſſance des arts, comme il s'eſt veu au ſiecle ſage.*

PVis qu'il eſt certain que l'homme en quelque temps a eu une auſſi grande cognoiſſance des arts & ſciences, comme il a eſté declaré à la 6 definition; & qu'il n'apparoiſt aucunement (à ce que je ſçache) que l'entendement d'iceluy ſoit amoindri ſi peu que ce puiſſe eſtre; ce qui donne à cognoiſtre avec raiſon la poſſibilité d'y pouvoir parvenir derechef, s'il y procede par un tel moyen qu'alors. C'eſt ce qui a eſté cauſe de me faire dire mon advis, ſur ce qui defaut à l'homme de ce qu'il obtenoit pour lors en ce temps là; comprenant le tout en 4 articles, dont le ſommaire eſt tel, comme je declareray plus amplement par apres, de chacun en particulier.

#### Article I.

Premierement nous avons defaut de beaucoup d'obſervations, ſur leſquelles on donne un ferme appuy aux ſciences. Et ſeroit neceſſaire que beaucoup de gens s'y adonnaſſent, pour parvenir à telles experiences.

#### Article II.

Et pour acquerir la pluralité de perſonnes, comme il ſeroit icy de beſoin, il faudroit que les ſuſdictes obſervations & exercices des ſciences fuſſent practiquées par une nation en ſa propre langue maternelle, laquelle pour faire quelque choſe d'exquis, devroit eſtre ſingulierement bonne; ce qui ne ſe remarque avoir eſté fait depuis le ſiecle ſage, excepté entre les Grecs, mais ce ſeulement quant au faict de la Geometrie, car quant au reſte il ne touche pas au but.

#### Article III.

Pource que les bons langages ſont neceſſaires, il faudroit devant toute choſe ſçavoir en quoy conſiſte la bonté d'une langue, afin que par telle voye on en puiſſe cercher une qui ſoit telle; car il ſemble qu'icelle ſoit perdue avec les autres ſciences d'alors, à cauſe que peu de gens en ont la vraye cognoiſſance preſentement.

#### Article IV.

Et d'autant que le bon ordre en la deſcription & inſtruction des arts, aide fort à l'avancement d'iceux, il ſeroit beſoing de l'obſerver diligemment, & d'en choiſir le meilleur avec bon jugement. Et à meſme fin je n'en remarque de meilleur pour le faict des Mathematiques, que celui du ſiecle ſage.

### *Declaration du 1 Article.*

Donc pour donner raiſon plus ample ſur un chacun de ces 4 articles : & que pour le premier il nous manque beaucoup d'experience & de faict, ſur leſquels on puiſſe fonder aſſeurément les arts. Je commenceray ceſte declaration par un exemple de l'Aſtronomie, en la cognoiſ-

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

cognoiſſance de laquelle ſont notoirement parvenus ceux du ſiecle ſage par une abondance d'obſervations & experiences, comme il a eſté dit plus amplement en la 6 definition, & ſera dit encore davantage au livre ſuivant du cours du ſoleil en la 1 prop. Pareillement aux livres du cours des planetes, là où nous uſerons des ephemerides calculées, comme ſi elles eſtoient obſervées, & monſtrerons que l'invention de leurs cours, eſt par icelles de plus facile commencement & progrés, que par autre moyen qui puiſſe avoir eſté produict depuis le ſiecle ſage en ça.

Ce qui eſtant ainſi, & qu'il eſt aſſés evident, comme j'eſtime, que le deffaut de beaucoup d'obſervations ſont la cauſe que les hommes ſe travaillent & rompent la teſte en vain, à cercher le cours des aſtres, dont la qualité ne ſe trouve ainſi en aucune façon. Tout ainſi que celuy qui faiſant voile le long du rivage de la terre Auſtrale incognuë (afin que j'eſclarciſſe cecy par un exemple en matiere de Geographie) conclurroit à la veuë de la bouche d'une grande riviere, que le long des grandes rivieres le terroir eſt fertile, que beaucoup de gens habitent és païs fertiles, le long des grandes rivieres: & là où ſont beaucoup de gens, ſe trouvent de bonnes villes; partant qu'en ces rivieres-la il y a des villes bien floriſſantes; & qu'il vienne à mettre en carte telles villes, & pais, le tout appuyé ſur ceſte poſition-la (en concluant du tout par une ſeule partie veuë) je laiſſe à penſer quelle certitude & convenance il y pourroit avoir là, & quelle ſimilitude il y auroit entre leſdites cartes, avec ce que l'on y pourroit voir en effect puis apres; car par là on peut entendre quelle certitude il y auroit au cours entier d'une planete qu'on auroit arreſté & conclu par une partie veuë, & comme telles regles & deſcriptions conviendroient avec ce que nous pourrions remarquer par apres en icelle meſme.

Or tout ainſi qu'il eſt icy parlé des obſervations neceſſaires en matiere d'Aſtronomie, de meſme s'entendra des autres, comme du flux & reflux de la mer, à la cognoiſſance dequoy nous defaillent des obſervations tres-neceſſaires, comme il en ſera parlé au ſixieſme livre ſuivant. Pareillement du changement des matieres terreſtres deſcrites au 2 livre ſuivant. Davantage de l'Aſtrologie judiciaire, ou prognoſtication tirées du cours des aſtres: Auſſi de l'Alchimie, & Medecine, là où (pour n'en dire avec *Hypocrates*) on dit que l'on y devroit avoir un autre ſorte d'exercice, tant en l'Anatomie, comme en la recerche des qualitez des ſimples, & medicaments qui ſont trouvez bien ſouvent par l'Alchimie. Mais puis que pour parler de chacune en particulier, il ſeroit beſoing de plus grand loiſir que je n'ay pour l'heure, & plus qu'il ne ſemble neceſſaire d'y admettre, nous paſſerons outre pour cauſe de la briefveté.

Je tiens donc pour tout manifeſte, que comme il eſt dit au premier article, que nous avons grand defaut d'obſervations, ſur leſquelles on puiſſe donner un fondement certain aux arts. Mais pour declarer icy, comme cy deſſus, que pour y parvenir il ſeroit requis que beaucoup de gens s'y addonaſſent enſemble, je commençeray derechef par des exemples de l'Aſtronomie. Premierement une ſeule perſonne ne pourroit ſatisfaire continuellement de jour & de nuict, d'an en an, en l'obſervation des lieux des planetes & de leurs dependances: mais ce faiſant par pluſieurs peuples à la fois, ce qui defaudroit en l'un, ſe trouveroit en l'autre deſia tout fait. Secondement, combien que les obſervations d'aucuns, leur ſemblaſſent certaines, elles ne ſeroient pas pourtant ſuffiſantes aux autres pour fonder une theorie ſtable, ſans aucune preuve; mais bien les obſervations de beaucoup de nations diverſes, eſtantes confrontées teſte à teſte, on en pourroit recueillir un appuy ſi ferme, avec ſi peu de diſcrepance, qu'elle ne ſeroit de nulle eſtime; & pour particulier exemple de cecy, ſe pourroient amener les obſervations n'agueres faictes entre le tres-illuſtre *Guillaume Lantgrave de Heſſen*, & du tres-fameux obſervateur *Tycho Brahe*, qui ſe trouvent imprimées. Experiences certes, qui n'ont eſté veuës depuis le ſiecle ſage en ça. Tiercement, il ſe trouve en d'aucuns lieux que le Ciel eſt couvert, tellement que l'on ne voit par quelques ſepmaines aucunes eſtoiles; en tel accident l'on pourroit avoir ce qui auroit eſté obſervé des autres, és lieux, où l'air eſtoit plus ſerain. En quatrieſme lieu, ce ne ſeroit pas un petit advancement, quand un chacun par ambition (combien que les hommes ſe meſprennent le plus ſouvent quant aux mœurs) feroit le mieux qu'il pourroit, pour monſtrer la meliorité du ſien au prix des autres: Ce qui n'eſt pas ainſi entre la paucité, car alors chacun garde ſon invention, & la tient cachée.

Il y en a qui diſent que la matiere eſt trop noble pour le commun, & qu'elle n'appartient d'eſtre qu'entre les mains des Princes: mon advis eſt autrement, car puis que les Princes ſur la terre ſont en petit nombre, voire entre iceux il y en a peu, qui y ſoient adonnez naturellement: voyez ce qu'il en advint au Roy *Alfonſe*, lequel pour faire les tables, miſes en lumiere en ſon nom, luy couſta plus de quatre cens mille ducats. Certes ſon zele eſtoit loüable quant à ceſte ſcience, mais en fin que s'en eſt-il enſuivy? Rien de ſingulier; car ſes Mathematiciens ſans faire nouvelles obſervations, ſe ſont mis en œuvre nuément ſur la ſuppoſition de *Ptolemée*, d'où vient qu'avec ce grand threſor, rien ne ſe pouvoit attendre de certain, mais ceſte ſcience eſtant maniée du commun, on ne peut lors avoir rien de plus certain, ny avec plus grande cognoiſſance des cauſes.

Or ainſi comme j'ay amené ces exemples de l'Aſtronomie, pour declarer par là le deſſein propoſé, de meſme s'en pourroit-il amener d'autres tirés des autres ſciences. Partant pour le faire court je viendray au reſte, eſtimant qu'il eſt aſſés notoire que beaucoup de gens ſe doivent adonner à chacune d'icelles, ſi on veut avoir beaucoup d'obſervations.

### *Declaration du 2 Article.*

Quant au 2 article, aſſavoir que pour parvenir en une telle pluralité de perſonnes, qu'il ſeroit requis, il faudroit que ceſt exercice des arts fuſt en une nation, & ce en ſon langage naturel, lequel pour y ſervir ſingulierement, devroit auſſi eſtre ſingulier & bon: là deſſus je dis que ſi une commune s'excerçoit en une ſcience, il faudroit qu'ils entendiſſent la langue, en laquelle elle eſt redigée en eſcrit, ce qui devroit eſtre ſon propre langage. Car combien que d'aucuns font apprendre le Latin à leurs enfans, en laquelle langue ſe traictent les arts liberaux pour la pluſpart; maintenant iceux ſont bien peu, au regard de la commune. Secondement on fait apprendre le Latin à la jeuneſſe, pour finalement les dreſſer en la Theologie, és Droicts, en la Medecine: entre leſquels il n'arrive guerres que quelqu'un s'addonne du tout aux Mathematiques puis apres, voire cecy n'arrive communement que contre la volonté des parens. Comme entre autres, ce fameux obſervateur *Tycho Brahe* dit luy eſtre advenu. Il y en a auſſi



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

une grand' partie d'iceux qui employent leur temps entierement en l'exercice du Latin, apprenant par cœur des vers, pour à celle fin de pouvoir accommoder & entrelasser quelques uns de ces vers Latins, en tous accidens qui arrivent és dialogues & discours ordinaires. Et qui cerchent aussi des fleurs de bien dire, pour les rapporter quand il vient à poinct és missives, & escrits. Et combien qu'un tel stile attiffé desplaise à d'aucuns; toutesfois il y en a beaucoup d'autres qui ne s'en peuvent pas acquerir à satisfaction. En somme on en trouve peu entre ceux-la qui s'addonnent aux Mathematiques totalement. Et partant il est besoin, comme nous avons dit, que ceste matiere soit traictée en langage commun; lequel toutesfois au bout de tout cela doit estre bon, pour pouvoir exprimer toutes les choses qui sont necessaires à ceste fin. Mais pource que c'est icy un poinct qui ne me fait gueres bien presumer de pouvoir quelque jour encor parvenir à ce siecle sage; pource, comme il a esté dit cy dessus, qu'avec la decadence des sciences dudit siecle sage, il semble aussi que la cognoissance ou jugement des hommes soit descheu, touchant ce en quoy gist la bonté d'un langage, & qu'il seroit difficile de leur faire entendre; parquoy je declareray mon advis plus amplement sur ce faict. Et pour commencer par un exemple du François, il est notoire qu'iceux escrivent les arts liberaux en leur langue plus que nulle autre nation; ce qui est une occasion pour laquelle beaucoup plus de gens de leur commune s'y exercent: mais pource qu'ils ont beaucoup de mots d'arts, en Grec & en Arabe, le vray progrés & la cognoissance des causes pour parvenir à la fin, en un siecle sage est empesché par là. Car alors qu'on n'entend pas le fondement des termes de l'art, comme par exemple, il est difficile de retenir continuellement ces mots à ceux d'entre le commun en langue Françoise, *Prostaphereſe*, *Parallaxe*, *Nadir*, *Almincantarat*, & beaucoup de semblables; lesquels, comme dit est, sont pesans, & ennuyeux, & l'usage de plus foible progrés; ils ne peuvent raccommoder les termes de l'art qui sont deffectueux, & qui bien souvent ont besoin de meilleure definition, ny remarquer les erreurs qui derivent de là: mais seulement se plaisent à dire des mots qui ne sont entendus de ceux de leur nation, afin d'estre estimez des mesmes pour grands Docteurs. Cy devant nous avons monstré par plusieurs fois, que beaucoup d'erreurs derivent des mauvais termes, mal entendus, & pourrions y adjoindre encor beaucoup davantage, mais nous nous contenterons de toucher seulement d'un erreur inveteré & par trop commun en la Musique, quant à la raison des tons, là où les termes de la quinte ou diapenté, sont posez estre de 3 à 2; & de là s'ensuit, apres quelques additions & soustractions des raisons qu'il y a deux sortes de semitons, l'un majeur, l'autre mineur, assavoir le mineur de 256 à 243; l'autre de 256 à 240 presque; c'est à dire, que si la corde d'un instrument est divisée en 256 parties egales, desquelles les 13 estant bouchées (c'est la difference entre 256 & 243) alors la corde ainsi bouchée sonnera un semiton mineur plus haut que non pas les 256 parties: mais si des 256 parties dessusdites, l'on bouche les 16 (qui sont difference entre 256 & 240) alors le son de la corde libre sera un semiton majeur plus bas que non pas le son des 240 parties. Et pour esclarcir cecy par exemple, les touches qui sont marquées és manches des instrumens, ne s'approcheront pas l'une de l'autre proportionnellement, comme ordinairement ceux qui touchent du Luth, les mettent au jugement de l'ouye, qui est bien mieux; car celles du semiton majeur seront plus au large, environ le $\frac{1}{4}$ de l'interval, qui est entre les deux autres. Mais puis que cecy ne convient pas avec les vrais semitons, que nous entonnons de nature tous egaux, ou avec les touches lesquelles sont adjancées es manches des instrumens, par l'ouye naturelle, cela a causé de grands erreurs aux Grecs qui ont traicté de la theorie de Musique, lesquels les ont fait parler de ceste matiere à tastons, & juger mauvais les bons sons, & escrire d'iceux sans fondement.

Pour esclarcir cecy encor davantage par briefs exemples, il faut sçavoir qu'en ostant la quinte (dont la raison est faussement posée, *Raiſon* $\frac{3}{2}$;) de l'octave (dont la vraye raison est *Raiſon* $\frac{2}{1}$) restera la quarte *Raiſon* $\frac{4}{3}$; laquelle ostée de la quinte (*Raiſon* $\frac{3}{2}$) restera le ton, ou seconde majeure *Raiſon* $\frac{9}{8}$, à laquelle adjoustée encore une telle, viendra le diton ou tierce majeure *Raiſon* $\frac{81}{64}$, laquelle autrefois soustraicte des deux tons & demy ou quarte mineure, c'est de *Raiſon* $\frac{4}{3}$, reste pour le semiton comme dessus *Raiſon* $\frac{256}{243}$ laquelle ostée de *Raiſon* $\frac{9}{8}$ qui est le ton, restera pour l'autre demiton *Raiſon* $\frac{2187}{2048}$, c'est quasi *Raiſon* $\frac{256}{240}$ (car si 2187 donne 2048 que donnera 256? vient assez pres 240:) Tellement que ceste position amene deux semitons inegaux, l'un plus grand que l'autre; ce qui ne se rencontre au chant, puis que comme nous avons dit, nous les entonnons egalement. Toutesfois ceux qui ont escrit de la theorie en sont (passé mille & plusieurs centaines d'annees) tousiours là, que la position de la raison de 3 à 2 est bien supposée pour la quinte. Ce qui donne tesmoignage qu'on n'a pas assez bien entendu que c'estoit de raison avec son addition & substraction, depuis le temps de *Pythagoras* jusques à present, combien que l'on pourroit douter s'il en a esté l'inventeur. Et pour en parler par exemple, soit posé que quelqu'un sçache, où concede que 4 pintes facent 1 pot, & que neantmois 12 certaines mesures ne soient pas 3 pots justement; alors s'il ne juge là dessus, que ceste mesure est plus petite qu'une pinte, ce luy sera une reproche de ceux qui sçavent que c'est que pot & pinte, d'une grande rudesse, & ignorance; Et pareillement l'autre se trouvera estre une grande ignorance, par ceux qui sçavent que c'est que raison, avec l'addition & substraction d'icelle. Mais qu'est-ce qui en peut estre la cause? La principale semble estre que les hommes usent de termes d'art, non convenables: comme quand au lieu d'un mot qui nous soit cognu, [*even reden*] *raiſon egale*, on en a prins un estrange (*Proportion.*) Car à ceux qui usent du mot *raiſon egale*, leur viendra au devant de dire qu'il n'y a pas d'egalité de raisons és choses, là où on ne trouve nulle raison egale, ce qui n'arrive pas à ceux qui ont tousjours en la bouche un mot qui n'est pas entendu, comme *proportion*. Or touchant les vrayes raisons des tons, que l'on pourroit icy requerir, je les deduiray au dernier volume entre les meslanges, à cause que ce n'est pas icy son lieu. Et cependant ceux qui sçavent que c'est de *raiſon egale* avec l'addition & subtraction d'icelle, pourront entendre, comment les escrivains anciens & modernes ont fait des grands volumes, se proposant traicter de la proportion de Musique, sans toutesfois y attaindre: voire comment la grande, moyenne & petite harmonie des Grecs, ne sont que des ravauderies & erreurs, qui font perdre le temps inutilement à beaucoup de personnes. Davantage comment c'est qu'ils trouvent des imperfections aux tons, comme qu'un ton entier soit plus grand que l'autre, & l'un semiton aussi plus grand que l'autre, & partant que l'un soit

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

soit d'une façon rapetacé, l'autre autrement raccommodé, ne vient pas de l'imperfection des tons, mais bien d'une mauvaise consequence provenant de la fausse hypothese & supposition de la raison de la quinte de 3 à 2.

---

ALB. GIRARD.

*L'autheur n'a pas tenu sa promesse en cecy, je croy que la cause, est qu'il n'a pas eu le temps ; pour à quoy remedier j'espere en faire un traité particulier au plustost : estant de la mesme opinion que luy en cela.*

On voit au precedent combien les mots des arts qui sont bons & faciles, sont necessaires, & combien errent grandement ceux qui estiment que le meslange des langues estrangeres avec la Françoise, soit l'avancement & l'enrichissement d'icelle, ce qui est toutesfois son degast & appauvrissement. On pourroit objecter que puis que c'est une opinion retenuë de toute l'Europe, voire des doctes, ignorans, nobles, & ignobles, lesquels loüent de mesme accord, comme d'une bouche, la beauté & richesse que la mesme langue Françoise reçoit par un tel moyen, & partant que sera-ce d'une personne seule retenant une opinion toute contraire à tel amas ? Je respondrois alors qu'il m'en prend tout de mesme, comme il se pourroit faire, peut estre à toy, quand lors que tu verrois & oyrois qu'en toute la Turquie, l'opinion qu'un chacun tient de la saincteté de *Mahomet*, & de la certitude de sa religion : car tout ainsi que plusieurs cens milles ne suffiroient pour te faire croire à icelle ; de mesme plusieurs centaines de mille ne me feroient pas croire, que la langue Françoise soit riche, pure & bonne. Et ainsi comme les plus experts au *Mahometan*, qui s'estiment estre bien entendus au fruict de la saincteté de *Mahomet*, ne sçavent rien moins que c'est que saincteté à ton jugement ; Pareillement les plus doctes de ceux qui s'estiment tres-bien entendre que c'est de la bonté de la langue Françoise, sont ceux que je crois sçavoir le moins que c'est de la bonté d'un langage. Et finalement comme il se pourroit faire, que tu ne te voudrois rompre la teste, à refuter de poinct en poinct les raisons des plus doctes *Mahometans* ; pource que tu n'estimes pas leurs premieres positions, & les choses qui s'en ensuivent tant d'une façon que d'autre, que pour un tas de singeries ; de mesme aussi je ne me romprois pas volontiers l'esprit, ny perdrois le temps, à rembarrer ceux qui me voudroyent persuader que le François soit bon, voire selon la maniere que l'on a usé jusques à present ; pource que je tiens leur premiere supposition, & toute sa sequelle pour une chose malotruë, & qu'ils parlent d'une chose qu'ils n'entendent pas. Car de dire, que comme les fleurs de diverses couleurs ornent un jardin, ainsi les langages estrangers embellissent le François, c'est une similitude par trop maigre, indigne de refutation quelconque. De dire aussi qu'à Orleans *cha*, comme en *chandelle, chanter, chaleur*, est un son beaucoup plus beau, que le *ca* de Picardie, comme en *candelle, canter, caleur* ; cela n'a nul fondement, car tu te contredis toy-mesme alors que tu dis qu'en Latin, (d'où elle procede) le mesme *ca* sonne bien, comme en *candela, cantare, calor*. Le mesme se peut entendre de beaucoup de vieux mots Picards & Liegeois, desquels ceux d'Orleans se mocquent par ignorance ; car la bonté d'une langue se cognoist par toute autre chose, qu'on ne pense.

De dire que les vers François sont si agreables, qu'ils ne plaisent pas peu à un chacun : A la verité je confesse que la lecture d'aucun Poëte, ne m'a pas contenté petitement, mais que cela soit procedé de la bonté du langage, on le peut nier tout à plat ; veu que la matiere en est la cause, à l'invention & forme de laquelle la France en est douë singulierement, par tant d'admirables esprits, & doctes Poëtes : de mesme façon que tu dis qu'un vaisseau ne vaut rien, lequel neantmoins contient du bon vin ; semblablement, dis-je, que le vers François sont plaisans, pleins de doctrine, de subtilité, & remplis de sçavoir, toutesfois le langage ne vaut rien. Davantage que comme le bon vin est bien contenu en un mauvais vaisseau, de mesme une invention subtile, & une bonne matiere, sera aucunesfois traictée en pauvre langage. Je dis finalement encor cecy ; monstre moy une langue plus meslée de mots estrangers, que le commun ne peut entendre, que la langue Françoise ? & je te monstreray, un langage plus deffectueux, & desolé que le François : monstre moy un plus pauvre langage, lequel en bonté & pureté, soit mis au plus haut degré, par les doctes & ignorans ? & je te monstreray un plus malheureux jargon, où il y aura moins d'esperance d'amendement, & de plus grande indigence à attendre cy-apres.

Or ce que nous entendons avoir dit ici du François, le mesme s'entendra aussi de l'Italien, & Espagnol, lesquels sont aussi farcis d'autres barbarismes, combien que ce ne soit en telle abondance que le François, en beaucoup de sciences, & matieres diverses. Car de pareille ignorance, qu'en France ceux d'Orleans mesprisent les langues voisines, tout de mesme en font la Tuscane, & Castillane, chacun estimant la sienne, sans comprendre en quoy gist la bonté.

Quant à ce que quelqu'un pourroit demander de quoy je me mesle en matiere de Mathematique, de mespriser ainsi les langues ; je responds que je ne pourrois autrement declarer mon dessein, comment il seroit possible de pouvoir atteindre au siecle sage ; car par le defaut des langages malotrus, se cognoist la force des bons.

### *Declaration du 3 Article.*

Ayant declaré jusques icy comment le mauvais langage est mal propre à descrire les arts & sciences, & comment au contraire le bon est grandement avantageux, nous viendrons à la declaration du troisiesme article ; contenant en somme que puis que le bon langage est necessaire, qu'il seroit besoin de sçavoir en quoy gist la bonté, afin que par là on y puisse parvenir. Sur cela je dis ; premierement que la preuve d'icelui se peut faire convenablement en la description des arts liberaux, & nommément des Mathematiques : car quant aux histoires, comme en quelle façon *Paris* ravit *Helene*, & quels coups furent donnez *d'Achilles*, & choses semblables, les Mimes le pourroient bien exprimer par gestes & grimaces sans dire mot ; mais il n'en est pas ainsi des Mathematiques, car si elles ne se peuvent bien & deuëment exprimer (je laisse là les grimaces) par le François, Italien ou Espagnol, comme il a esté dit, mais empruntent à cest effect des mots Grecs, comme en fait aussi le Latin ; par lequel defaut, ne s'est peu trouver des Mathematiciens entre les Romains, que l'on puisse nommer par excellence, Mathematiciens. Car ceux qui en sçavoient quelque eschantillon, pouvoient estre de ceux qui estoient envoyés de leurs parens en Athenes pour s'exercer és lettres. Donc le Grec estant tel, que par iceluy on apprend les Mathematiques, doit estre tenu pour un bon langage. Mais d'où procede



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

ceſte bonté ? En quoy differe-elle des autres, qu'elle produict ce que les autres ne peuvent ? Sinon en la compoſition, en laquelle elle eſt abondante ; car de là viennent les bons termes des arts, qui font que l'enonciation des proportions eſt aiſée & ſuccinte ; voire eſclarciſſent les difficultez qui ſe rencontrent. Quoy donc n'y a-il pas d'autres bons langages que le Grec ? Ouy vrayement il y en a encore un, mais bien meilleur, aſſavoir le bas-Alemand ; pource qu'il fait ſa compoſition plus briefve & plus certaine. Plus briefve, en ce que la langue eſt baſtie à ceſt effect, ſur des noms & verbes primitifs, qui ſont en ſomme monoſyllabes, en telle generalité, que les polyſyllabes, ſont ou noms propres d'hommes, ou de lieux, herbes, & fruicts eſtrangers, & ſemblables : ou bien ſont enracinez par ignorance apres leur premiere inſtitution, comme en la Hollande ſeptentrionale on dit encor *Vaer*, *Moer*, *Sus*, *Broer*, mais les autres diſent *Vader*, *Moeder*, *Suſter*, *Broeder*, & d'aucuns y trainent un *e* apres, comme *Vadere*, *Moedere*, *Suſtere*, *Broedere* : Ou bien ils ſont compoſez, ſans qu'on l'apperçoive. Exemple, en ce qu'aucuns penſent que [*nombril*] *Navel* ſoit un mot diſſyllabe, lequel toutesfois pourroit deriver de *Na* & de *Vel*, c'eſt comme qui diroit *poſtpeau*. Mais pour demonſtrer ceſte elegance admirable de monoſyllabes, j'ay raſſemblé divers noms & verbes par ordre, & ay trouvé en bas-Alemand 742 verbes monoſyllabes en la premiere perſonne : en Latin ſeulement 53 ; en Grec proprement point, mais des longs racourcis juſques à 45. Touchant les noms, pronoms, propoſitions &c. j'en trouve en bas-Alemand juſques au nombre de 1428. En Latin (toutesfois impropres à la compoſition) ſeulement 158 ; en Grec 220 ; leſquels j'ay raſſemblé en haſte, un chacun de ſon Dictionaire, comme s'enſuit.

## 742. *Verbes Flamans d'une ſyllabe.*

Acht. l'eſtime. Exiſtimo.
Aes. l'apaſte. Ineſco.
Back. Ie cuis. Pinſo.
Baeck. Pono pharum.
Baen. Ie prepare le chemin. Præparo viam.
Ban. Ie banne. Proſcribo.
Baer. l'enfante. Pario.
Bas. l'abbaye. Latro.
Baet. Ie proffite. Commodus ſum.
Bel. Ie tire la clochette. Tintinno.
Ben. Ie ſuis. Sum.
Berſt. Ie creve. Crepo.
Bey. l'attens. Expecto.
Bid. Ie prie. Precor.
Biecht. Ie confeſſe. Confiteor.
Bied. l'offre. Præſento.
Bies. Ie beze. Mugio.
Bijt. Ie mors. Mordeo.
Bind. Ie lie. Ligo.
Blaeck. Ie flamboye. Flammo.
Blaes. Ie ſouffle. Flo.
Blaeu. Ie coulore de bleu. Colore cæruleo pingo.
Bleck. Ie couvre de lames. Bracteo.
Bleeck. Ie paſſis. Palleo.
Bleet. Ie beele. Balo.
Bleyck. Ie blanchis du linge. Candefacio.
Blijf. Ie demeure. Maneo.
Blinck. Ie reluys. Reſplendeo.
Block. Ie labeure aſſiduellement. Aſſidue laboro.
Bloe. Ie ſaigne. Sanguino.
Bloey. Ie fleuronne. Floreo.
Bloot. Ie mets nud. Nudo.
Bloos. Ie vermeillonne. Rubeo.
Bluſch. l'eſteins. Extinguo.
Bluts. Ie froiſſe. Collido.
Boerd. Ie bourde. Nugor.
Boet. Ie remedie. Medeor.
Boey. Ie mets des pieges aux pieds. Compedio.
Boock. Ie bats. Cudo.
Bol. Ie boule. Volvo globum.
Boord. Ie borde. Fimbrio.
Boor. Ie fore. Perforo.
Borgh. Ie pleige. Fede jubeo.
Bot. Ie rebouche. Hebeto.
Bot. Ie boutonne. Gemmo.
Bou. l'edifie. Ædifico.
Bra. Ie roſtis. Aſſo.
Braeck. Ie vomis. Evomo.
Brand. Ie bruſle. Ardeo.
Bras. Ie bauffre. Epulor.
Bree. Ie fay large. Dilato.
Breeck. Ie romps. Rumpo.
Brey. l'entrelaſſe. Reticulo.
Brieſch. Ie rugis. Rugio.
Bringh. l'apporte. Apporto.
Brock. Ie coupe des morceaux de pain. In fruſta frango.
Brod. Ie radoube. Reſarcio.
Broe. Ie couve. Incubo ovis.
Broey. Ie fourboulis. Subfervefacio.
Brou. Ie braſſe. Coquo cerevifiam.
Brul. Ie murle. Mugio.
Bruyck. l'uſe. Fruor.
Buck. Ie plie le dos. Curvo.
Beut. Ie troque. Commuto.
Buygh. Ie plie. Flecto.
Buyſch. Ie frappe. Pulſo.
Caerd. Ie carde. Carmino.
Caert. Ie joue aux cartes. Ludo chartis.
Caets. Ie joue à la paume. Ludo pila.
Cap. Ie hache. Concido.
Cier. l'orne. Orno.
Claer. Ie fai clair. Clarifico.
Colf. Ie croche. Ludo clava.
Cop. Ie ſcarifie. Scarifico.
Coſt. Ie conſte. Conſto.
Coot. Ie joue aux os. Talis ludo.
Coock. Ie cuiſine. Coquo.
Crab. Ie racle. Rado.
Craey. Ie crie. Cornicor.
Craeck. Ie craque. Crepito.
Croon. Ie courronne. Corono.
Cruys. Ie crucifie. Crucifigo.
Cuyp. Ie fai cuves. Vieo dolia.
Dab. Ie patrouille. Palpo.
Daegh. l'adjourne. Cito.
Dael. Ie deſcens. Deſcendo.
Danck. Ie remercie. Habeo gratiam.
Dans. Ie danſe. Tripudio.
Dau. Ie fai roſee. Roro.
Deck. Ie couvre. Tego.
Delf. l'enfouis. Fodio.
Denck. Ie penſe. Cogito.
Derf. l'oſe. Audeo.
Derſch. Ie bats en grange. Tritturo.
Derf. l'ay beſoing. Egeo.
Deys. Ie recule. Recedo.
Dicht. Ie compoſe en rime. Compono.
Dick. l'eſpeſſis. Denſo.
Dien, Ie ſers. Servio.
Diep. Ie fay profond. Profundum facio.
Dijck. Ie fay une digue. Iacio aggerem.
Ding. Ie barguine. Liceor.
Ding. Ie plaide. Litigo.
Doem. Ie condamne. Damno.
Doe. Ie fai. Facio.
Dool. l'erre. Erro.
Doo. Ie tue. Occido.
Doogh. Ie vaux. Valeo.
Doop. Ie baptize. Baptizo.
Dor. Ie deviens aride. Areſco.
Dorſt. l'ay ſoif. Sitio.
Dou. Ie preſſe. Premo.
Draey. Ie tourne. Torno.
Draegh. Ie porte. Porto.
Drael. Ie tarde. Tardo.
Draef. Ie trotte. Succuſſo.
Dreich. Ie menace. Minor.
Drijf. Ie chaſſe. Agito.
Drinck. Ie boy. Bibo.
Dring. Ie pouſſe. Penetro turbam.
Droog. Ie ſeiche. Sicco.
Droom. Ie ſonge. Somnio.
Droop. l'arrouſe quelque choſe de graiſſe. Conſpergo pinguedine.
Druck. l'imprime. Imprimo.
Dub. Ie doubte. Dubito.
Ducht. l'ai doubte. Vereor.
Duer. Ie dure. Duro.
Duld. Ie ſouffre. Patior.
Dun. l'extenue. Extenuo.
Dvvael. l'erre. Erro.
Dvving. Ie contrains. Cogo.
Er. l'honnore. Honoro.
Egh. Ie herſe. Occo.
Eind. Ie finis. Finio.
Eet. Ie mange. Edo.
Ets. Ie mors en cuivre de l'eau forte. Inedo cuprũ aqua forti.
Eyſch. Ie demande. Peto.
Fael. Ie faille. Fallor.
Fluyt. Ie joue de la flute. Cano fiſtula.
Fryt. Ie fricaſſe. Frigo.
Frons. Ie fronſe. Rugo.
Gae. Ie vay. Eo.
Gaep. Ie baye. Oſcito.
Geck. Ie mocque. Laſcivio.
Gheef. Ie donne. Do.
Gheel. je fay jaune. Ruſo.
Gheeu. Ie baaille. Oſcito.
Gheld. Ie vaux. Valeo.
Ghiet. Ie fonds. Fundo.
Ghiſp. Ie fouette. Flagello.
Ghis. Ie ſouſpçonne. Suſpicor.
Glat. Ie polis. Polio.
Glie. Ie gliſſe. Labor.
Gloey. Ie deviens rouge. Candeſco.
Gom. Ie gomme. Limo gummi.
Gord. Ie ceins. Cingo.
Graef. l'engrave. Sculpo.
Greys. Ie refrongne. Obduco frontem.
Grijp. Ie gripe. Capio.
Grim. Ie rugis. Rugio.
Groey. Ie verdoye. Verno.
Grou. l'ai en horreur. Abominor.
Groen. Ie peins verd. Virido.
Gruet. Ie ſalue. Saluto.
Gun. Ie favoriſe. Faveo.
Haeck. Ie hache. Concido.
Haeſt. Ie haſte. Feſtino.
Haeck. l'accroche. Iungo.
Hael. Ie porte. Adfero.
Hangh. Ie pends. Pendo.
Harp. Ie harpe. Lyram pulſo.
Haet. Ie hay. Odio habeo.
Heb. l'ai. Habeo.
Hecht. l'attache. Figo.
Heel. Ie guarris. Sano.
Heer. Ie chauffe. Calefacio.
Heet. Ie nomme. Nomino.
Heet. Ie commande. Iubeo.
Hef. Ie leve. Levo.
Hel. Ie panche. Acclino.
Heel. Ie cele. Celo.
Help. l'aide. Iuvo.
Herd. Ie durcis. Duro.
Hey. Ie hie. Fiſtuco.
Hygh. l'ahanne. Anhelo.
Hinck. Ie cloche. Claudico.
His. l'incite. Inſtigo.
Hoed. Ie garde. Cuſtodio.
Hoeſt. Ie touſſe. Tuſſio.
Hol. Ie creuſe. Cavo.



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

Hoop. Ie comble en mõceaux. Cumulo.
Hoor. I'oy. Audio.
Hoop. I'eſpere. Spero.
Houd. Ie tiens. Teneo.
Hou. Ie coupe. Seco.
Hou. Ie marie. Nubo.
Hoy. Ie fene du foin. Sicco fœnum fole.
Huc. Ie croupe. Sido.
Huer. Ie loue. Conduco.
Hul. Ie coëffe. Orno caput.
Huts. Ie hoche. Quatio.
Huyl. Ie heurle. Vlulo.

IAech. Ie chaſſe. Venor.
Ianck. Ie glappe. Gannio.
Iock. Ie mocque. Jocor.

KAeck. Ie cabaſſe. Suppilo.
Kan. Ie ſçay. Scio.
Kan. Ie maſche. Mando.
Keer. Ie tourne. Verto.
Keet. Ie balle. Scopo.
Kem. Ie peigne. Pecto.
Ken. Ie cognoy. Cognoſco.
Kerm. Ie lamente. Lamentor.
Kern. Ie bats le beure. Butyrum pulſo.
Keur. Ie viſite. Cenſeo.
Kick. Ie gronde. Muſſito.
Kies. I'elis. Eligo.
Kijck. Ie roy. Intueor.
Kijf. Ie tenſe. Litigo.
Kip. I'eſclos pouſſins. Pullulo.
Klack. Ie crevaſſe avec un ſon eſclatant. Cum fragore rimas ago.
Klad. Ie crotte. Penicillo veſtem à luto detergo.
Klaeg. Ie plains. Queror.
Klap. Ie babille. Fabulor.
Klee. Ie veſtis. Veſtio.
Klem. Ie pince. Premo.
Klets. Ie frappe du foüet le faiſant ſonner. Scutica ferio.
Kleef. I'attache. Viſco.
Klein. I'appetiſſe. Minuo.
Klief. Ie fends. Findo.
Klim. Ie monte. Scando.
Klinck. Ie ſonne. Sono.
Kluen. Ie frappe. Pulſo.
Kloot. Ie boule. Volvo globũ.
Klop. Ie heurte. Pulſo.
Klos. Ie joue à la boule par travers d'un anneau. Ludo globo per annulum.
Klucht. Ie plaiſante. Facetias narro
Knaegh. Ie ronge. Rodo.
Knau. Ie maſche. Mando.
Kne. Ie peſtris. Depſo.
Knen. Ie grince les dens. Dentibus ſtrideo.
Knick. Ie hoche la teſte. Nuo.
Kniel. I'agenoüille. Geniculor.
Knip. Ie chiquenaude. Talitra infligo.
Knoop. Ie noüe. Necto.
Knor. Ie gronde. Grunnio.
Koel. Ie fai tiede. Tepido.
Kom. Ie viens. Venio.
Koop. I'achepte. Emo.
Kout. Ie deviſe. Fabulor.
Kraets. Ie gratte. Scabo.
Krau. Ie gratte. Scabo.
Kranck. Ie debilite. Debilito.
Kriel. Ie remue comme entre les fourmis. Mobilito per turbas.
Krijgh. I'acquiers. Acquiro.
Knjt. Ie pleure. Ejulo.
Krimp. Ie retrecis. Arcto.
Kroch. Ie geins. Queror.
Kroock. Ie fronce. Rugo.
Krol. Ie creſpille. Criſpo.
Krom. Ie courbe. Curvo.
Krop. I'emplis le govion. Ingluviem farcio avium.
Kruy. Ie pouſſe. Vi pello.
Kruy. I'eſpice. Aromatibus condio.
Kruyp. Ie rampe. Repo.
Kuch. Ie touſſe. Tuſſito.
Kus. Ie baiſe. Oſculor.
Kuyſch. Ie nettoye. Nitido.

LAch. Ie ris. Rideo.
La. Ie charge. Onero.
Laeck. Ie diminue. Diminuo.
Laeck. Ie deſpriſe. Contemno.
Lang. I'allonge. Prolongo.
Lang. I'aveins. Porrigo.
Lap. Ie rapiece. Interpolo.
Laet. Ie laiſſe. Linquo.
Laef. Ie rafraiſchis. Foveo.
Laeu. Ie fai tiede. Tepido.
Leck. Ie leſche. Lambo.
Leegh. I'abbaiſſe. Humilio.
Leem. I'enduis d'argille. Luto.
Leen. Ie preſte. Mutuo.
Leer. I'enſeigne. Doceo.
Legh. Ie mẽts. Pono.
Leeck. Ie coule. Stillo.
Leen. I'appuis. Cubito.
Lees. Ie lis. Lego.
Leſch. I'eſteins. Extinguo.
Let. I'empeſche. Impedio.
Let. Ie conſidere. Conſidero.
Leef. Ie vis. Vivo.
Ley. Ie meine. Duco.
Licht. I'eſclaircis. Luceo.
Licht. Ie leve. Levo.
Liegh. Ie mens. Mentior.
Ligh. Ie couche. Jaceo.
Lijd. I'endure. Fero.
Liſp. Ie begaye. Balbutio.
Lock. I'alleſche. Alliceo.
Loer. Ie lorgne. Obſervo.
Lol. Ie grongnonne. Ejulo ad inſtar felis.
Lol. Ie me chauffe comme les vieilles qui uſent d'un pot plein de feu le mettant ſous elles.
Lonck. I'œillade. Oculo.
Loon. Ie baille le loyer. Remunero.
Loop. Ie cours. Curro.
Los. Ie delaſche. Laxo.
Loot. Ie jette le ſort. Sortior.
Loof. Ie loüe. Laudo.
Lub. Ie chaſtre. Caſtro.
Lul. Ie feins le ſon. Sonum imitor.
Luym. Ie lorgne. Inſidiantibus oculis intueor.
Luys. I'eſpluche des pouls. Pediculos lego.
Lie. Ie paſſe. Tranſeo.

MAch. Ie puis. Poſſum.
Maey. Ie fauche du foin. Deſeco prata.
Maeck. Ie fay. Facio.
Mael. Ie peins. Pingo.
Mael. Ie mouls. Molo.
Maeq. Ie ſtipule. Stipulor.
Maen. Ie conjure. Adjuro.
Melck. Ie traits le laict. Mulgeo.
Meng. Ie meſle. Miſceo.
Men als peerden oft vvaghen. Ie mene. Duco.
Merck. Ie marque. Noto.
Meſt. I'engraiſſe. Sagino.
Meet. Ie meſure. Metior.
Mets. Ie maſſonne. Extruo muros.
Mein. Ie cuide. Opinor.
Mick. I'ay l'œil à quelque choſe. Collimo.
Mye. Ie contregarde. Caveo.
Min. I'ayme. Amo.
Moet. Il me faut. Debeo.
Moey. Ie moleſte. Moleſto.
Moord. Ie meurtris. Trucido.
Mor. Ie murmure. Murmuro.
Muf. Ie ſens le relant. Situm redoleo.
Munt. Ie monnoye. Cudo nummos.
Muyl. Ie rechigne. Contraho vultum.
Muyt. Ie mutine. Seditionem facio.

NAey. Ie cous. Suo.
Naec. I'approche. Propinquo.
Nau. Ie fay eſtroict. Anguſto.
Neem. Ie prens. Accipio.
Neſt. Ie niche. Nidifico.
Nygh. I'encline. Inclino.
Nies. I'eſternue. Sternuto.
Nieu. Ie fay nouveau. Novo.
Nijp. Ie pince. Vellico.
Noem. Ie nomme. Nomino.
Noo. I'invite. Invito.
Noop. I'aiguillonne. Stimulo.

OOgſt. Ie moiſſonne. Meſſem facio.
Oos. Ie vuide l'eau. Exhaurio.

PAel. Ie borne. Termino.
Paer. Ie mets pair à pair. Binos pono.
Paert. Ie partis. Pãrtior.
Paey, I'appayſe. Paco.
Pand. Ie mets en gage. Pignero.
Pap. Ie colle. Glutino.
Pas. Ie le fais accorder. Apto.
Peck. Ie poiſſe. Pico.
Peel. Ie pele. Decortico.
Pers. Ie preſſe. Premo.
Pick. Ie bequette. Roſtro.
Pijp. Ie pipe. Pipo.
Pis. Ie piſſe. Meio.
Plaegh. Ie vexe. Vexo.
Plaſch. Ie pateline en l'eau. In aqua palpo.
Pleck. Ie macule. Maculo.
Pleegh. Ie ſoulois. Soleo.
Pleyt. Ie plaide. Litigo.
Ploegh. Ie harſe. Aro.
Plomp. Ie rebouche. Hebeto.
Plomp. Ie plonge en l'eau. Mergo.
Ploy. Ie plie. Plico.
Pluck. Ie cueille. Carpo.
Pluys. I'eſpluche. Polio.
Poch. Ie vante. Jacto.
Pomp. Ie vuide loſſee. Sentinam expurgo.
Poogh. Ie taſche. Nitor.
Por. I'incite. Incito.
Pot. I'amaſſe en pot. In ollulis coacervo.
Poy. Ie boy. Indulgeo potationibus.
Praem. I'oppreſſe. Opprimo.
Prangh. I'oppreſſe. Opprimo.
Praet. Ie babille. Fabulor.
Prick. I'aiguillonne. Stimulo.
Preeu. Ie deſrobbe finement. Surripio.
Pris. Ie priſe. Laudo.
Print. I'imprime. Imprimo.
Proef. I'eſprouve. Probo.
Proef. Gouſte. Guſto.
Pronck. Ie tiens gravité comme une eſpouſée.
Put. Ie puiſe. Haurio aquam.

QVel. Ie faſche. Moleſto.
Quets. Ie bleſſe. Lædo.
Quiſt. Ie degaſte. Diſſipo.
Quijl. Ie bave. Stillo pituitam ex ore.

RA. I'adevinne. Divino.
Raeck. Ie touche. Tango.
Raep. I'amaſſe. Colligo.
Raes. Ie rage. Laſcivio.
Reck. Ie tens. Tendo.
Ren. Ie cours. Curſito.
Reul. Ie troque. Commuto.
Rey. Ie danſe. Duco choreas.
Reyck. Ie tends. Porrigo.
Reys. Ie chemine. Proficiſcor.
Richt. I'erige. Erigo.
Rieck. Ie ſens. Sentio.
Riem. Ie rame. Remigo.
Rie. Ie chevauche. Equito.
Rijm. Ie rhime. Verſifico.
Ryp. Ie meuris. Præcoquo.
Rys. Ie me leve. Sublevo.
Rips. Ie route. Ructo.
Reck. I'eſtrique la quenoüille. Penſum ſtruo.
Roem. Ie me vante. Jacto.
Roep. Ie crie. Clamo.
Roer. Ie remue. Moveo.
Roeſt. I'enroüille. Rubiginem traho.
Roey. Ie rame. Remigo.
Rol. Ie roule. Volvo.
Ronck. Ie ronfle. Sterto.
Rond. I'arondis. Rotundo.
Roof. Ie ravis. Spolio.
Rot. Ie pourris. Putreo.
Ruck. I'arrache. Avello.
Ruet. I'engraiſſe. Sebo.
Run. Ie coagule. Coagulo.
Run. Ie flotte. Fluo.
Ruſt. Ie repoſe. Quieſco.
Ruym. I'amplifie. Amplifico.
Ruyſch. Ie bruys. Strepo.

SAey. Ie ſeme. Sepino.
Saegh. Ie ſie. Serro.
Saelf. I'oings. Ungo.
Scha. I'endommage. Noceo.
Schaf. Ie traicte. Tracto.
Schaeck. Ie prens une fille par force. Rapio virginem.
Schaem. Ie rougis. Erubeſco.
Schamp. Ie gliſſe. Labor.
Schants. Ie fortifie remparts. Munio valles.
Schat. I'eſtime. Æſtimo.
Schaef. Ie rabotte. Dolo.
Scheer. Ie tonds. Tondeo.
Scheld. Ie tenſe. Objurgo.
Schel. I'eſcorche. Decortico.
Schenck. Ie verſe. Infundo.
Schend. Ie gaſte. Corrumpo.
Schep. Ie cree. Creo.
Scherm. I'eſcrime. Digladior.
Scharp. I'aiguiſe. Acuo.
Scherf. Ie hache. Concido.
Schuer. Ie deſchire. Lacero.
Scheyd. Ie ſepare. Separo.
Schick. I'ordonne. Ordino.
Schiet. Ie tire. Sagitto.
Schijn. Ie luis. Luceo.
Schil. Ie differe. Differo.



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

Schim. Ie brocarde. Iocor.
Schock. Ie ſecouë. Succuſſo.
Schors. Ie trouſſe. Succingo.
Schau. Ie contemple. Contemplor.
Schrab. Ie eſgratigne. Unguibus ſcabo.
Screeu. Ie crie eſclatant. Exclamo.
Screy. Ie pleure. Lachrymo.
Schick. Ie ſaillis. Diſſilio.
Scroef. Ie vire. Torqueo cochleam.
Scroem. I'effraye. Horreo.
Schrie. I'ajambe. Facio gradum.
Schrijf. I'eſcris. Scribo.
Schud. Ie ſecouë. Quaſſo.
Schup. Ie houë. Palea levo.
Schur. I'eſcure. Tergo.
Schut. Ie contregarde. Aſſamentis occludo.
Schu. I'evite. Evito.
Schuil. Ie m'embuſche. Lateo.
Schuyf. Ie coule. Trudo.
Seep. Ie ſavonne. Sapone linio.
Segh. Ie di. Dico.
Send. I'envoie. Mitto.
Seng. Ie bruſle quelque peu. Suburo.
Set. Ie mets. Pono.
Stel. Ie mets. Pono.
Seur. Ie trompe. Impono.
Seyl. Ie vogue. Velifico.
Sie. Ie bouillis. Ferveo.
Sie. Ie voy. Video.
Sift. Ie crible. Cribro.
Sijp. Ie degoutte. Mano.
Sinck. I'enfonſe. Mergo.
Sing. Ie chante. Canto.
Sit. I'aſſieds. Sedeo.
Slab. Ie bave. Squaleo.
Sla. Ie frappe. Verbero.
Slacht. Ie reſſemble de condition. Aſſimilor.
Slaep. Ie dors. Dormio.
Slap. Ie laſche. Laxo.
Slaef. Ie travaille comme eſclave. Laboro.
Slem. Ie fais bonne chere. Cõmeſſor.
Sleur. Ie traiſne. Traho.
Sleyp. Ie traiſne. Traho.
Slicht. Ie fais uni. Plano.
Slijp. I'aiguiſe. Acuo.
Slijt. I'uſe. Tero.
Slis. I'appaiſe. Paco.
Slick. I'avalle. Gurgito.
Slof. Ie trouſſe. Replico.
Slorp. Ie hume. Sorbeo longo tractu.
Sluym. Ie ſommeille. Dormito.
Sluyp. Ie vay en cachette. Clanculum ingredior.
Sluyt. Ie ferme. Claudo.
Smacht. Ie ſuffoque. Suffoco.
Smack. Ie rue de roideur. Projicio.
Smaeck. Ie gouſte. Guſto.
Smal. I'attenuë. Extenuo.
Sme. Ie forge. Cudo.
Smeeck. I'amadoue. Adulor.
Smeer. I'oins. Linio.
Smelt. Ie fonds. Fundo.
Smet. Ie macule. Maculo.
Smets. Ie bauffre. Commeſſor.
Smoeck. Ie fume. Fumo.
Smoor. I'eſtouffe. Suffocor.
Smijt. Ie bats. Verbero.
Snap. Ie babille. Garrio.
Snau. Ie parle rudement. Duriter loquor.
Snie. Ie coupe. Scindo.
Snoep. Ie friande en cachette. Clam cupedias edo.
Snoer. I'enfile. Filo trajicio.
Snoey. I'eſbranche. Frondo.
Snorck. Ie ſanglotte. Sterto.
Snuyt. Ie mouche. Mungo.
Soeck. Ie cherche. Quæro.
Soen. Ie reconcilie. Reconcilio.
Soogh. I'allaicte. Lacto.
Sorgh. I'ay ſoing. Curo.
Sout. Ie ſalis. Salio.
Spa. Ie houë. Fodio.
Span. Ie tends. Tendo.
Spaer. I'eſpargne. Parco.
Speck. Ie larde. Lardo.
Speel. Ie joue. Ludo.
Spen. Ie ſevre. Ablacto.
Speer. Ie tends. Tendo.
Speet. I'embroche. Figo veru.
Speur. Ie troche. Indago.
Spie. Ie cheville. Clavis ligneis figo.
Spie. I'eſpie. Inſidior.
Spin. Ie file. Neo.
Spits. Ie fais pointu. Acuo.
Spit. Ie fouis. Fodio.
Spoey. Ie me haſte. Accelero.
Spoel. Ie devuide du fil pour tiſtre. Glomero.
Spoor. I'eſperonne. Calcaribus concito.
Spot. Ie mocque. Derideo.
Spou. Ie crache. Spuo.
Spreeck. Ie parle. Loquor.
Sprey. I'eſtens. Tendo.
Spring. Ie ſaute. Salto.
Spruyt. Ie germe. Germino.
Spuel. Ie reinſe. Eluo.
Spuyt. Ie jette l'eau par un eclifſoire. Ejicio aquam ſyringe.
Staeck. Ie paiſſele. Palo.
Sta. Ie me tiens ſur les pieds. Sto.
Staeck. Ie ceſſe. Deſiſto.
Stamp. Ie pile. Tundo.
Stap. I'enjambe. Pleno gradu incedo.
Steeck. Ie pique. Pungo.
Steel. Ie deſrobbe. Furor.
Stel. Ie poſe. Pono.
Stelp. I'eſtanche le ſang. Siſto ſanguinem.
Stem. Ie baille ma voix. Suffragium fero.
Steen. I'ahanne. Gemo.
Sterf. Ie meurs. Morior.
Steun. I'appuye. Fulcio.
Steyl. Ie dreſſe contremont. Erigo.
Sticht. Ie fonds. Fundo.
Stijgh. Ie monte. Scando.
Stijf. Ie roidis. Rigeo.
Stil. I'appaiſe. Paco.
Stinck. Ie ſens mauvais. Oboleo.
Stoor. Ie trouble. Turbo.
Stoot. Ie heurte. Trudo.
Stop. I'eſtoupe. Obturo.
Stort. I'eſpans. Effundo.
Stoof. I'eſtuve. Foveo.
Stou. I'incite de faire ou d'aller. Propello.
Strael. Ie rayonne. Radio.
Straf. Ie punis. Punio.
Streck. Ie tens. Tendo.
Streel. Ie peigne. Pecto.
Strick. Ie nouë. Nodo.
Stroop. I'eſcorche. Deglubo.
Stroey. I'eſpars. Spargo.
Strijck. Ie frotte. Limo.
Strie. Ie combats. Pugno.
Stier. Ie conduits. Duco.
Stuyp. I'encline. Inclino.
Stuyt. Ie vante. Iacto.
Stuyt. Ie bondis. Reſulto.
Stuyf. Ie pouldroye. Pulvero.
Sucht. Ie ſouſpire. Suſpiro.
Suf. Ie radotte. Deliro.
Suyg. Ie tette. Sugo.
Suym. Ie chome. Moror.
Suyp. Ie hume. Sorbeo.
Svvack. I'affoiblis. Infirmo.
Svvaer. I'appeſantis. Gravo.
Svvalp. Ie flote. Affluo.
Svvert. Ie noircis. Nigro.
Svveet. Ie ſue. Sudo.
Svvelgh. I'avalle. Glutio.
Svveel. I'enfle. Tumeo.
Svvem. Ie nage. Nato.
Svveer. Ie jure. Iuro.
Svverm. I'eſcheme. Examino.
Svvicht. Ie ceſſe. Ceſſo.
Svvijg. Ie tais. Taceo.

Tael. I'enquiers. Inquiro.
Tap. Ie tire. Promo.
Tas. I'entaſſe. Acerbo.
Taſt. Ie taſte. Palpo.
Tees. I'eſpluche. Carpo.
Tel. Ie nombre. Numero.
Tem. Ie dompte. Domo.
Tems. Ie tamiſe. Cribro.
Teer. Ie digere. Coquo cibum.
Tier. Ie tempeſte. Tumultuo.
Toef. I'attens. Expecto.
Tol. Ie donne gabelle. Tributum do.
Ton. I'entonne. Infundo in dolia.
Toogh. Ie monſtre. Oſtendo.
Toom. Ie bride. Fræno.
Toon. Ie tonne. Tono.
Top. Ie joue de la toupie. Trocho ludo.
Tan. Ie tanne. Coria perficio.
Tracht. Ie delibere. Delibero.
Traen. Ie larmoye. Lachrymo.
Treck. Ie tire. Traho.
Terd. Ie marche. Gradior.
Tref. Ie touche. Tango.
Trooſt. Ie conſole. Conſolor.
Trau. I'eſpouſe. Duco uxorem.
Treur. Ie contriſte. Mœreo.
Tuygh. Ie teſmoigne. Teſtor.
Tuyn. I'environne de hayes. Sepio.
Tuyſch. Ie jouë aux dets. Alea ludo.
Tvviſt. I'eſtrive. Alterco.
Tvvyn. Ie tors du fil. Torqueo filum.

Val. Ie tombe. Cado.
Valſch. Ie fauſſe. Falſo.
Vang. Ie prens. Capio.
Vaer. Ie vay par chariot ou par navire. Meo.
Vaſt. Ie jeuſne. Iejuno.
Vaet. I'entonne. Infundo modios.
Vaer. I'empoigne. Comprehendo.
Vecht. Ie combats. Pugno.
Vel. I'abbats. Proſterno.
Vergh. Ie mets au devant. Propono.
Veſt. Ie confirme. Confirmo.
Veyl. Ie mets en vente. Venale propono.
Veins. Ie diſſimule. Diſſimulo.
Vier. Ie fai feu de joye. Celebro Vulcania.
Vijl. Ie lime. Limo.
Vijs. Ie vire. Verto cochleam.
Vil. I'eſcorche la peau. Deglubo.
Vind. Ie trouve. Invenio.
Viſch. Ie peſche. Piſcor.
Vlack. I'applanis. Planum facio.
Vlam. Ie flamboye. Flammo.
Vlecht. I'entrelaſſe. Vieo.
Vleck. Ie macule. Maculo.
Vley. Ie flatte. Adulor.
Vlie. Ie fuis. Aufugio.
Vliegh. Ie vole. Volo.
Vliem. Ie lance. Scalpello lancino.
Vliet. Ie flotte. Fluo.
Vloeck. Ie maudis. Execror.
Vloey. Ie flotte. Fluo.
Vlooy. I'eſpluche. Capto pulices.
Vlucht. Ie prens la fuite. Agito fugam.
Vocht. Ie ramoitis. Humecto.
Voed. Ie nourris. Nutrio.
Voel. Ie ſens. Sentio.
Voer. Ie meine. Veho.
Volgh. Ie ſuis. Sequor.
Vau. Ie plie. Plico.
VVacht. Ie charge voicture. Onero vectura.
Vraegh. Ie demande. Interrogo.
Vrees. Ie crains. Timeo.
Vries. I'engele. Gelo.
Vroom. Ie corrobore. Corroboro.
Vrye. Ie fay l'amour. Procor.
Vul. I'emplis. Impleo.

Wacht. Ie garde. Cuſtodio.
VVaegh. Ie hazarde. Aleam omnem jacio.
VVaeck. Ie fay le guet. Vigilo.
VVaey. Ie vente. Spiro.
VValgh. I'ay appetit de vomir. Nauſeo.
VVal. Ie fourbouillis. Subferveo.
VVaen. Ie preſume. Præſumo.
VVan. Ie vanne. Vanno.
VVaſch. Ie lave. Lavo.
VVas. Ie crois. Creſco.
VVas. Ie couvre de cire. Cero.
VVed. Ie gage. Certo.
VVeyck. I'amollis. Mollio.
VVeen. Ie pleure. Ploro.
VVeer. Ie defends. Defendo.
VVend. Ie tourne. Verto.
VVen. I'accouſtume. Aſſuefacio.
VVerck. Ie beſongne. Operor.
VVerm. Ie chauffe. Calefacio.
VVerp. Ie jette. Jacio.
VVer. I'empeſtre. Implico.
VVeet. Ie ſçay. Scio.
VVet. I'aiguiſe. Acuo.
VVeef. Ie tis. Texo.
VVeyd. Ie paſture. Paſco.
VVie. Ie ſarcle. Extirpo herbas.
VViegh. Ie berche. Ventico.
VVil. Ie veux. Volo.

VVinck.

Ick

Ick

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

Ick { VVinck. Ie cille. Nuo.
VVind. I'envelope. Involvo.
VVin. Ie gagne. Lucror.
VVip. Ie branſle haut & bas. Surſum & deorſum mobilito.
VViſch. Ie torche. Tergo.
VVit. Ie blanchis. Albo.
VVoel. Ie fais tumulte. Tumultuo.
VVoeſt. Ie deſole. Deſolo.
VVond. Ie navre. Vulnero.
VVoon. Ie demeure. Moror.
VVreck. Ie venge. Vindico.
VVring. Ie tords. Torqueo.
VVroet. Ie foüille. Volutor.
VVrijſ. Ie frotte. Frico.
VVurgh. I'eſtrangle. Strangulo.
VVyck. Ie fais place. Cedo.
VVyd. I'eſlargis. Amplifico.
VVye. Ie dedie. Dedico.
VVys. Ie monſtre. Monſtro.

## 5. *Verbes Latins d'une ſyllabe, leſquels ſont en Flaman auſſi d'une ſyllabe.*

Do. Ie donne. ick gheef.
Flo. Ie ſouffle. ick blaes.
No. Ie nage. ick ſvvem.
Sto. Ie ſuis debout. ick ſtae.
Sum. Ie ſuis. ick ben.

## 45. *Verbes Grecs d'une ſyllabe, leſquels ſont abbregés de longs.*

| | pour | |
|---|---|---|
| Βδῶ | | Βδέω ou Βδῆμι |
| Βλῶ | | Βλῆμι |
| Βῶ | | Βάω |
| Γνῶ | | Γνόω |
| Γρῶ | | Γρόω |
| Γῶ | | Γάω & Γόω |
| Δμῶ | | Δμάω ou Δμίω |
| Δρῶ | | Δράω |
| Δῶ | | Δίω & Δίδωμι |
| Ζῶ | | Ζάω & Ζίω |
| Θλῶ | | Θλάω |
| Θνῶ | | Θνάω ou Θνήσκω |
| Θῶ | | Θίω |
| Κλῶ | | Κλάω, κλίω, κλέω |
| Κνῶ | | Κνάω ou κνῆμι |
| Κρῶ | | Κρίω & Κίρω |
| Κτῶ | | Κτάω & Κτέω |
| Κῶ | | Κάω & Κόω |
| Λῶ | | Λάω |
| Μνῶ | | Μνάω ou Μνίω |
| Νῶ | | Νάω ou Νίω |
| Ξῶ | | Ξίω |
| Πλῶ | | Πλίω ou Πλεύω |
| Πνῶ | | Πνέω ou Πνεύω |
| Πτῶ | | Πτάω ou Πτῆμι |
| Πῶ | | Πάω ou Πῆμι |
| Ρ'ῶ | | Ρ'έω, Ρ'όω & Ε'ρέω |
| Σκλῶ | | Καίω |
| Σμῶ | | Σμίω ou Σμήω |
| Σπῶ | | Σπάω |
| Σχῶ | | Σχίω |
| Σῶ | | Σάω & Τίω |
| Τλῶ | | Τλάω |
| Τμῶ | | Τίμνω |
| Τρῶ | | Τρίω |
| Τῶ | | Τάω |
| Φῦῶ | | Φῦάω Φῦέω Φθέω |
| Φλῶ | | Φλάω & Φλίω |
| Φρῶ | | Φρῆμι |
| Φῶ | | Φάω Φῆμι |
| Χρῶ | | Χρήω χρέω χρόω |
| Χῶ | | Χίω χόω |
| Ψῶ | | Ψάω & Ψίω χρέω |
| Ω̃ | | Ε̃ω |
| Ω̃ | | Ε̃ω |

# D'autres ſangle ſons Flamans, comme de Noms, Surnoms, & autres Commencemens &c. comme il s'enſuit.

## 1428. *Noms, Surnoms Flamans d'une ſyllabe.*

Acht. Huict. Octo.
Acl. Anguille. Anguilla.
Acm. Caque. Cadus.
An. Aupres. Apud.
Aep. Singe. Simia.
Aer. Eſpi. Spica.
Aert. Complexion. Complexio.
Aes. Paſte. Eſca.
Aex. Hache. Aſcia.
Af. Ius. De.
Al. Tout. Totus.
Alf. Fee. Fatifer.
Als. Quand. Cum.
Am. Nourrice. Nutrix.
Ampt. Office. Officium.
Angſt. Anxieté. Anxietas.
Arm. Bras. Brachium.
As. Eſſieu. Axis.
Back. Auge. Linther.
Badt. Bain. Balneum.
Baeck. Machoire. Maxilla.
Baeck. Pharus.
Bael. Bale. Sarcina.
Baen. Parterre. Sphæriſterium.
Baer. Biere. Feretrum.
Baer. Onde. Unda.
Baert. Barbe. Barba.
Baerſch. Perche. Perca.
Baes. Hoſte. Herus.
Baet. Gain. Commodum.
Baeg. Bague. Monile.
Bal. Eſteuf. Pila.
Balch. Pance. Beſtiarum venter.
Balck. Poultre. Trabs.
Bald. Incontinent. Brevi.
Ban. Excommunication. Excommunicatio.
Banck. Banc. Scamnum.
Bandt. Lien. Vinculum.
Bang. Angoiſſeux. Anxius.
Bar. Preſent. Præſens.
Bargh. Pourceau chaſtré. Majalis.
Bas. Abboy. Latratus.
Baſt. Canepin. Scheda.
Baſt. Hart. Laqueus.
Bat. Mieux. Melior.
Bay. Bayette. Badius color.
Beck. Bec. Roſtrum.
Bed. Lict. Lectus.
Be. Petition. Petitio.
Beelt. Image. Imago.
Beemt. Pré. Pratum.
Been. Os. Os.
Been. Iambe. Crus.
Beer. Verrat. Verres.
Beer. Ours. Urſus.
Beeſt. Beſte. Beſtia.
Bel. Clochette. Tintinnabulum.
Ben. Banne. Sporta.
Berdt. Aix. Aſſer.
Bergh. Mont. Mons.
Beſt. Mieux. Melior.
Bey. Tous deux. Ambo.
Biecht. Confeſſio.
Bie. Mouche à miel. Apes.
Bier. Biere. Cereviſia.
Bies. Ionc. Iuncus.
Bieſt. Caille. Coloſtra.
Bladt. Fueille. Folium.
Blas. Soufflement. Flatus.
Blaes. Veſſie. Veſica.
Blaeu. Bleu. Cærulus.
Bleck. Fueille ou lame de quelque metail. Lamina.
Bleeck. Palle. Pallidus.
Blein. Empoulle. Puſtula.
Blie. Ioyeux. Hilaris.
Blindt. Aveugle. Cæcus.
Block. Tronc. Truncus.
Bloet. Sang. Sanguis.
Bloem. Fleur. Flos.
Blont. Blond. Flavus.
Bloo. Timide. Timidus.
Bloot. Nud. Nudus.
Bock. Bouc. Hircus.
Bo. Meſſager. Nuncius.
Boeck. Livre. Liber.
Boef. Ribaud. Nebulo.
Boel. Amoureuſe. Amica.
Boer. Villageois. Ruſticus.
Boerd. Bourde. Nugæ.
Boet. Penitence. Pœnitentia.
Boey. Piege. Pedica.
Boog. Arc. Arcus.
Bolck. Moluë. Molua.
Bol. Boule. Globus.
Bom. Bedon. Tympanum.
Bont. Fourrure. Pelles.
Boom. Arbre. Arbor.
Boon. Febve. Faba.
Boord. Bord. Margo.
Boos. Mauvais. Malus.
Boot. Bateau. Scapha.
Borg. Bourg. Caſtrum.
Boor. Vibrequin. Terebrum.
Bors. Bourſe. Burſa.
Borſt. Poictrine. Pectus.
Boſch. Bois. Sylva.
Bot. Petoncle. Paſſer.
Bot. Stolide. Stolidus.
Bot. Bouton de fleur. Gemma.
Bou. Hardi. Audax.
Bout. Bougeon. Sagitta capitata.
Brack. Sentant la marine. Marinum.
Brack. Bracque. Canis ſagax.
Braey. Le gras de la jambe. Suta.
Braem. Ronce. Rubus.
Brand. Un grand feu brulant d'une maiſon ou ſemblable. Incendium.
Brau. Sourcil. Supercilium.
Breet. Large. Latus.
Breuck. Amande. Mulcta pecuniaria.
Brief. Lettre. Literæ.
Brijn. Saumure. Muria.
Bril. Lunette. Specillum.
Brim. Geneſt. Geniſta.
Brock. Un petit morceau de pain taillé ou rompu. Fruſtum.
Broeck. Marets. Palus.
Broeck. Brayette. Subligaculum.
Broer. Frere. Frater.
Broot. Pain. Panis.
Brooſch. Fragile. Fragilis.
Brug. Pont. Pons.
Bruyck. Uſage. Uſus.
Bruydt. Eſpouſe. Sponſa.
Bruyn. Brun. Beticus color.
Bry. Boullie de farine de pains. Puls.
Buel. Bourreau. Carnifex.
Buer. Voiſin. Vicinus.
Buyt. Butin. Præda.
Bult. Boſſe. Gibbus.
Burn. Fontaine. Fons.
Bus. Canon. Tormentum.
Bus. Boëte. Pyxis.
Buyck. Ventre. Venter.
Buil. Gibbeciere. Marſupium.
Buil. Boſſe. Tuber.
Buis. Canal. Canalis.
By. Pres. Propè.
Cael. Chauve. Calvus.
Caen. Caniſſure. Canus.
Caerd. Chardon. Virga Paſtoris.
Caets. Chaſſe. Meta.
Caf. Paille. Acus.
Calck. Chaux. Calx.
Cant. Bord. Extremitas.
Cap. Cappe. Cucullus.
Car. Chariot. Carrus.
Caes. Frommage. Caſeus.
Cas. Caſſe. Capſa.
Cat. Chat. Felis.
Cau. Chucas. Monedula.
Cijs. Cens. Cenſus.
Cier. Chere. Vultus lætus.
Claer. Clair. Clarus.
Clerck. Clerc. Clericus.
Cloof. Fente. Fiſſura.

Cluit.

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

Cluit. Farce. Facetiæ.
Cock. Cuiſinier. Coquus.
Colf. Maſſuë. Clava.
Com. Eſcueille. Scutella.
Comſt. Venuë. Adventus.
Cond. Notoire. Notus.
Coord. Corde. Chorda.
Cop. Chef. Caput.
Cop. Coupe. Calix.
Corf. Corbeille. Corbis.
Corſt. Crouſte. Cruſta.
Cort. Court. Curtus.
Coſt. Couſt. Sumptus.
Cot. Taniere. Cavus.
Coot. Oſſelet. Talus.
Cous. Chauſſe. Caliga.
Coy. Eſtable à brebis. Ovile.
Crab. Eſcreviſſe. Cammarus.
Craem. Boutique. Officina.
Craen. Robinet. Epiſtomium.
Craen. Grue. Grus.
Craey. Corneille. Cornix.
Crap. Garance. Erythrodanum.
Croon. Couronne. Corona.
Cruyn. Sommet de la teſte. Vertex capitis.
Cruys. Croix. Crux.
Cuyp. Cuve. Cupa.
Cuyt. Oeufs d'un poiſſon. Ova piſcium.

Dach. Jour. Dies.
Dack. Toict. Tectum.
Daet. Effect. Effectus.
Daer. Là. Ibi.
Dal. Val. Vallis.
Dam. Terrain. Agellus.
Damp. Vapeur. Vapor.
Dan. Donc. Tunc.
Danck. Gré. Gratia.
Dans. Danſe. Saltatio.
Darm. Boyau. Inteſtinum.
Das. Daim. Dama.
Dat. Ce. Hoc.
Dau. Roſee. Ros.
De. Le. Illa.
Deech. Paſte. Maſſa.
Deel. Part. Pars.
Deern. Servante. Ancilla.
Den. Le.
Des. Du.
Dees. Ceſtui. Hic.
Deucht. Vertu. Virtus.
Dicht. Solide. Solidus.
Dicht. Rime. Rithmus.
Dick. Eſpais. Denſus.
Die. Cuiſſe. Femur.
Die. Le. Ille.
Dief. Larron. Latro.
Diep. Profond. Profundus.
Dier. Animal.
Dier. Cher. Carus.
Dies. A telle condition. Sub conditione.
Dijck. Digue. Agger.
Dinck. Choſe. Res.
Diſch. Table. Menſa.
Dit. Ceci. Hoc.
Doch. Aumoins. Saltem.
Doe. Alors. Tunc.
Doec. Toile. Tela.
Doel. But. Scopus.
Door. Par. Per.
Door. Huis. Foris.
Donſt. Duvet. Plumulæ molliores.
Doot. Mort. Mors.
Doof. Sourd. Surdus.
Doop. Bapteſme. Baptiſmus.
Door. Fol. Stultus.
Doos. Boëte. Capſa.
Dop. Eſcaille entiere d'un œuf quand le dedans eſt oſté. Ovum exinanitum.
Dorp. Village. Pagus.
Dorſt. Soif. Sitis.
Doy. Deſgele. Regelatio.
Dra. Incontinent. Statim.
Draeck. Dragon. Draco.
Draet. Fil. Filum.
Draf. Bran. Furfur.
Draf. Trot. Succuſſatio equi.
Dranc. Breuvage. Potus.
Dreck. Bouë. Lutum.
Dreef. Une longue rangee d'arbres plantees. Series arborum.
Droef. Triſte. Triſtis.
Droes. Une enflure venant à la gorge derriere les aureilles ou és aiſnes. Panus.
Drom. Le fil de la treme du tiſſerant. Licium.
Dronck. Yvre. Ebrius.
Drooch. Sec. Siccus.
Droom. Songe. Somnium.
Druck. Triſteſſe. Triſtitia.
Drop. Goutte. Gutta.
Druyf. Grappe. Uva.
Drie. Trois. Tres.
Dul. Enragé. Furioſus.
Dun. Delié. Tenuis.
Duyſt. Mille. Mille.
Duym. Poulce. Pollex.
Duyn. Dune. Agger arenoſus.
Duyf. Colombe. Columba.
Dvvael. Toüaille. Mantile.
Dvvaes. Sot. Stultus.
Dvvanc. Contrainte. Vis.
Dvvee. Mol. Mollis.
Dvveers. De travers. Ex tranſverſo.
Dvverch. Nain. Nanus.
Dy. Toi. Tibi.
Dijn. Tien. Tuus.

Echt. Mariage. Matrimonium.
Eec. Vinaigre. Acetum.
Eedt. Serment. Juramentum.
Een. Un. Unus.
Eer. Avant. Prius.
Eer. Honneur. Honor.
Eerd. Terre. Terra.
Eerſt. Premier. Primus.
Eg. Herſe. Occa.
Elf. Onze. Undecim.
Elſt. Aloſe. Aloſa.
El. Aulne. Ulna.
Eint. Fin. Finis.
Eng. Eſtroict. Anguſtus.
Erch. Malin. Malignus.
Erm. Pauvre. Pauper.
Ernſt. A bon eſcient. Serio.
Erf. Heritage. Hæredium.
Eſch. Freſne. Fraxinus.
Ey. Oeuf. Ovum.
Eyc. Cheſne. Quercus.
Eyſch. Petition. Petitio.

Fael. Faute. Error.
Faem. Renom. Fama.
Feeſt. Feſte. Feſtum.
Fel. Felon. Crudelis.
Feil. Faute. Error.
Fielt. Gueux. Mendicus.
Fier. Fier. Ferus.
Fijn. Fin. Exilis.
Fleſch. Flacon. Lagena.
Fluc. Subit. Subito.
Fluym. Phlegme. Phlegma.
Fluyt. Flutte. Fiſtula.
Foc. Trinquet. Artemon.
Foy. Phi.
Form. Forme. Forma.
Fraey. Joli. Lepidus.
Fret. Foret. Viverra.
Friſch. Vigoureux. Vividus.
Fruit. Fruict. Fructus.

Gaef. Pur. Purus.
Gaer. Totalemẽt. Omnino.
Gay. Gai. Pſittacus.
Gal. Fiel. Fel.
Galgh. Gibbet. Patibulum.
Galm. Retentiſſement de la voix. Echo.
Ganc. Alleure. Inceſſus.
Ganc. Allee. Ambulacrum.
Gans. Oye. Anſer.
Gants Entier. Integer.
Garſt. Ranci. Rancidus.
Gaſt. Hoſte. Hoſpes.
Gat. Trou. Foramen.
Gaef. Don. Donum.
Gau. Prompt. Promptus.
Gec. Badin. Sannio.
Geel. Jaune. Rufus.
Gheen. Nul. Nullus.
Gheeſt. Eſprit. Spiritus.
Ghelt. Argent. Pecunia.
Ghelt. Pourceau chaſtré. Majalis.
Ghelt. Lot. Quatuor heminæ.
Ghent. Iar. Anſer mas.
Gent. Fonte. Fuſura.
Gheit. Chevre. Capra.
Ghy. Vous. Tu.
Ghier. Vaultour. Vultur.
Ghift. Don. Donum.
Ghild. Homme liberal. Prodigus.
Ghins. Vers là. Illuc.
Ghiſt. Lie. Fæx.
Glants. Reſplendeur. Splendor.
Glas. Verre. Vitrum.
Glat. Poli. Politus.
God. Dieu. Deus.
Goedt. Bon. Bonus.
Gom. Gomme. Gummi.
Gort. Horge ſeiche. Hordeum aridum.
Goot. Ruiſſeau. Aquæductus.
Goudt. Or. Aurum.
Gracht. Foſſe. Foſſa.
Graef. Comte. Comes.
Graen. Grain. Granum.
Graet. Areſte. Ariſta.
Graf. Sepulchre. Sepulchrum.
Gram. Courroucé. Iratus.
Gras. Herbe. Gramen.
Graeu. Gris. Glaucus.
Grents. Frontiere. Ora.
Greep. Poignee. Manipulus.
Griel. Gripaille.
Grijs. Gris. Canus.
Groef. Foſſe. Fovea.
Grof. Gros. Groſſus.
Grond. Fonds. Fundum.
Groot. Grand. Grandis.
Grou. Horreur. Horror.
Groen. Verd. Viridis.
Gruet. Salutation. Salutatio.
Gris. Moillon. Rudus.
Gunſt. Faveur. Favor.
Guit. Gueux. Mendicus.

Haec. Croc. Hama.
Haegh. Haye. Seps.
Haen. Coq. Gallus.
Haer. Poil. Pilus.
Haeſt. Haſte. Properatio.
Haet. Haine. Odium.
Half. Demi. Dimidius.
Hals. Col. Collum.
Ham. Jambon. Perna.
Handt. Main. Manus.
Harp. Harpe. Lyra.
Hars. Reſine. Reſina.
Haes. Lievre. Lepus.
Hecht. Manche. Capulus.
Hec. Claye. Vacerra.
Heel. Tout. Totus.
Heerdt. Foüier. Focus.
Heer. Seigneur. Herus.
Heeſch. Enroüé. Raucus.
Heet. Chaud. Calidus.
Hel. Clair. Clarus.
Held. Homme noble. Herus.
Hel. Enfer. Infernus.
Helm. Heaume. Galea.
Hem. Lui. Illi.
Hemd. Chemiſe. Induſium.
Hengſt. Eſtalon. Caballus.
Hert. Dur. Durus.
Herfſt. Automne. Autumnus.
Herſt. Eſchinée. Spina porci.
Hert. Cœur. Cor.
Heſp. Jambon. Perna.
Het. Ce. Id.
Heur. Sienne. Sua.
Heuſch. Courtois. Civilis.
Heus. Anſe. Anſa.
Hex. Sorciere. Venefica.
Hey. Lande. Campus ſterilis.
Hey. Hie. Fiſtuca.
Heyl. Salut. Salus.
Heir. Armée. Exercitus.
Hic. Hoquet. Singultus.
Hiel. Talon. Talus.
Hier. Ici. Hic.
Hind. Biche. Cerva.
Hin. Poulle. Gallina.
Hirs. Mil. Milium.
Hoe. Comment. Quomodo.
Hoeck. Coing. Angulus.
Hoen. Poulle. Gallina.
Hoer. Paillarde. Meretrix.
Hoeſt. Toux. Tuſſis.
Hoet. Chapeau. Pileus.
Hoef. Metairie. Villa.
Hof. Jardin. Hortus.
Hoir. Heritier. Hæres.
Hol. Cave. Cavus.
Hondt. Chien. Canis.
Hooch. Haut. Altus.
Hooft. Teſte. Caput.
Hoop. Monceau. Acervus.
Hoop. Eſpoir. Spes.
Hop. Houbelon. Lupulus.
Hop. Hupe. Upupa.
Hord. Claye. Crates.
Hoos. Chauſſe. Caliga.
Hout. Bois. Lignum.
Hou. Coup de taille. Ictus.
Hoy. Foin. Fœnum.
Hulp. Aide. Auxilium.
Hulſt. Houx. Aquifolia.
Hupſch. Elegant. Elegans.
Hut. Loge. Mapale.
Huych. Luete en la gorge. Angina.
Huyck. Hucque. Cucullus.
Huyl. Cheveche. Ulula.
Huys. Maiſon. Domus.
Hy. Il. Ille.

Ja. Ouy. Ita.
Iacht. Chaſſe. Venatus.
Iaer. An. Annus.
Ick. Je. Ego.
Iet. Quelque choſe. Aliquid.
Iuecht. Ieuneſſe. Iuventus.
Ys. Glace. Glacies.
In. En. In.
Inct. Encre. Atramentum.



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

Iock. Ioug. Iugum.
Iock. Raillerie. Iocus.
Ionck. Ieune. Iuvenis.
Is. Eſt. Eſt.
Kaeck. Maſchoire. Maxilla.
Kaey. Cas. Acta.
Kaeck. Pilori. Numellæ verſatiles.
Kalf. Veau. Vitulus.
Kam. Peigne. Pecten.
Kan. Pot. Amphora.
Kans. Chance. Caſus aleæ.
Kant als brood. Chanteau. Fruſtum.
Keel. Garderobbe. Supparum.
Keer. Tour. Circuitus.
Keers. Chandelle. Candela.
Kelck. Calice. Calix.
Keel. Gorge. Guttur.
Kees. Frommage. Caſeus.
Kemp. Chanvre. Cannabis.
Kerck. Egliſe. Templum.
Kerf. Crenne. Crena.
Kern. Pepin. Semen.
Kers. Guiſne. Ceraſa.
Kers. Creſſon. Naſturtium.
Kert. Cren. Crena.
Keur. Choix. Optio.
Keurs. Corſet. Cyclas.
Key. Caillou. Cautes.
Kiel. Carine. Carina.
Kim. Cipeau d'un tonneau. Ora vaſis.
Kindt. Enfant. Puer.
Kin. Menton. Mentum.
Kiſt. Coffre. Ciſta.
Kit. Boiſſon. Brochus.
Klacht. Querelle. Querela.
Klack Crevaſſe. Crepitatio.
Klad. Crotte. Macula luti.
Klamp. Membrure d'un huis. Membrum aſſeris.
Klinck. Tintement. Tinnementum.
Klip. Babil. Loquacitas.
Klau. Patte. Unguis.
Kleet. Veſtement. Veſtis.
Klef. Attachant comme glus. Tenax.
Kley. Argille. Argilla.
Klein. Petit. Parvus.
Klier. Apoſteume. Tonſilla.
Klinck. Clichet. Peſſulus.
Klis. Grateron. Aparine.
Klock. Cloche. Campana.
Kloeck. Hardi. Audax.
Kloet. Rable. Rutablum.
Klomp. Billot. Maſſa.
Kloot. Boule. Sphæra.
Klop. Coup. Ictus.
Kloof. Crevaſſe. Rima.
Klucht. Farce. Facetiæ.
Kluys. Heremitage. Sacellum.
Knaep. Serviteur. Servus.
Knecht. Garçon. Servus.
Knick. Hochement de la teſte. Nutus.
Knie. Genoüil. Genu.
Knip. Chiquenaude. Talitrum.
Knol. Naveau. Napus.
Knoop. Nœud. Nodus.
Knop. Bouton. Bulla.
Koe. Vache. Vacca.
Koeck. Gaſteau. Libum.
Koel. Tiede. Tepidus.
Koen. Hardi. Audax.
Koets. Couche. Cubile.
Kool. Charbon. Carbo.
Kool. Choux. Braſſica.
Koop. Achapt. Emptio.
Korck. Liege. Suber.
Koudt. Froid. Frigus.
Kout. Devis. Fabula.
Kracht. Force. Virtus.
Kraeck. Son eſclatant. Crepitus.
Kraegh. Gavion. Iugulus.
Kramp. Crampe. Spaſmus.
Kram. Crampon. Fibula.
Kranck. Debile. Debilis.
Krans. Chapeau de fleurs. Sertum.
Kreeft. Eſcreviſſe. Cancer.
Krib. Creche. Præſepium.
Krieck. Ceriſe. Ceraſum.
Krijch. Guerre. Bellum.
Krijt. Croie. Creta.
Krijt. Brayement. Ejulatio.
Kroes. Goblet. Scyphus.
Krom. Tortu. Tortus.
Krop. Cropion. Iugulum.
Kruyck. Cruche. Urna.
Kruym. Mie. Mica.
Kruyt. Herbe. Herba.
Kud. Troupeau de beſtes. Grex.
Kund. Notoire. Notus.
Kunſt. Art. Ars.
Kus. Un baiſer. Baſium.
Kuyl. Speſonque. Spelunca.
Kuyſch. Chaſte. Caſtus.
Kuyt. Le mol derrier de la jambe. Sura.
Kuyt. Petite. Biere.
Lach. Ris. Riſus.
Laey. Layette. Capſa.
Laet. Tard. Sero.
Laf. Fade. Flaccidus.
Laegh. Rang. Series.
Lam. Affoible. Paralyticus.
Lam. Agneau. Agnus.
Lamp. Lampe. Lampas.
Lanc. Flanc. Femen.
Lanc. Long. Longus.
Landt. Terre. Terra.
Lap. Piece de drap. Segmentum.
Laſt. Charge. Moles.
Lat. Late. Aſſula.
Laen. Tiede. Tepidus.
Lec als Lec ſchip.
Leer. Cuir. Corium.
Leech. Oiſif. Otioſus.
Let. Membre. Membrum.
Leech. Bas. Humilis.
Leec. Laic. Laicus.
Leer. Eſchelle. Scala.
Leedt. Deſplaiſir. Luctus.
Leem. Argille. Argilla.
Leen. Fief. Prædium beneficiarium.
Leep. Caſſieux. Lippus.
Leep. Cauteleux. Aſtutus.
Leer. Doctrine. Doctrina.
Leeſt. Forme de cordonnier. Forma.
Leeu. Lion. Leo.
Lil. Le mollet du bout de l'aureille. Cartilago.
Leen. Appuy. Podium.
Leſt. Dernier. Ultimus.
Lets. Laiſſe. Lorum.
Leur. Ravauderie. Res nullius valoris.
Ley. Ardoiſe. Ardoſia.
Licht. Lumiere. Lux.
Licht. Leger. Levis.
Licht. Poulmon. Pulmo.
Liet. Chanſon. Cantio.
Lief. Cher. Charus.
Lief. Ami. Amicus.
Lier. Liere. Lyra.
Lijc. Funerailles. Exequiæ.
Lijf. Corps. Corpus.
Lijm. Colle. Colla.
Lijn. Lin. Linum.
Lijſt. Bordure. Limbus.
Lind. Tillet. Tilia.
Lint. Rubén. Vitta.
Lip. Levre. Labium.
Lis. Ranſe. Carex.
Liſt. Fineſſe. Aſtutia.
Loen. Lourdaut. Idiota.
Lof. Los. Laus.
Lont. Meiche.
Looc. Des aulx. Allium.
Loof. Fueille. Frons.
Loogh. Lexive. Lixivium.
Loon. Salaire. Salarium.
Loop. Cours. Curſus.
Loos. Subtil. Subtilis.
Loos. Poulmon. Pulmo.
Loot. Plomb. Plumbum.
Loof. Armier d'une maiſon. Umbraculum.
Loos. Mot de guet. Teſſera.
Los. Diſſie. Laxus.
Loſch. Louſche. Strabo.
Lot. Sort. Sors.
Lucht. Air. Aer.
Lul. Reſonance d'une chanſon.
Luſt. Volupté. Voluptas.
Luy. Pareſſeux. Ignavus.
Luys. Poulx. Pediculus.
Luyt. Luc. Teſtudo.
Macht. Puiſſance. Poteſtas.
Maech. Parent. Affinis.
Maecht. Vierge. Virgo.
Mael. Malle. Mantica.
Mael. Fois.
Maen. Lune. Luna.
Maent. Mois. Menſis.
Maer. Mais. Sed.
Maer. Bruict. Rumor.
Maet. Meſure. Menſura.
Maet. Compagnon. Socius.
Maegh. Eſtomach. Stomachus.
Mal. Fol. Stultus.
Mals. Tendre. Tener.
Mam. Mammelle. Mamma.
Man. Homme. Vir.
Manck. Boitteux. Claudus.
Maſt. Maſt. Malus.
Mat. Las. Defeſſus.
Me. Avec. Cum.
Mee. Garance. Rubia.
Meel. Farine. Farina.
Meeps. Fragile. Fragilis.
Meer. Mer. Mare.
Meers. Hune. Carcheſium.
Meer. Plus. Plus.
Meerſch. Marets. Palus.
Mees. Mauſangle. Parix.
Meeſt. Tout le plus. Plurimus.
Meeu. Oiſeau marin. Aquila maria.
Melck. Laict. Lac.
Mem. Nourrice. Nutrix.
Men. On.
Menſch. Homme. Homo.
Merch. Moüelle. Medulla.
Merck. Marque. Signum.
Merct. Marché. Forum.
Mes. Couſteau. Culter.
Met. Avec. Cum.
Mey. May. Frons feſta.
Mier. Fourmi. Formica.
Mijl. Lieuë. Milliare.
Mijn. Mon. Meus.
Mijne. Mine. Fodina.
Mijt. Mite. Mita.
Milt. Liberal. Liberalis.
Min. Moins. Minus.
Mis. Faute. Defectus.
Meſt. Fiente. Fimus.
Miſt. Bruyne. Bruma.
Moe. Las. Laſſus.
Moer. Mere. Mater.
Moes. Porée. Olus.
Moet. Courage. Animus.
Moey. Tante. Matertera.
Mol. Taulpe. Talpa.
Mondt. Bouche. Os.
Moort. Meurtre. Internecio.
Mos. Mouſſe. Muſcus.
Moſt. Mouſt. Muſtum.
Mot. Teigne. Tinea.
Mout. Grain appareillé pour braſſer de la biere. Polenta.
Mau. Manche. Manica.
Moy. Orné. Ornatus.
Muer. Mur. Murus.
Muf. Relant. Situs.
Mug. Moucheron. Culex.
Munt. Monnoye. Moneta.
Muts. Bonet. Pileus.
Muil. Mulet. Mulus.
Muyl. Muſeau. Roſtrum.
Muys. Sourris. Sorex.
Muyt. Mue. Cavea.
Na. Apres. Poſt.
Nacht. Nuict. Nox.
Naeckt. Nud. Nudus.
Naem. Nom. Nomen.
Naen. Nain. Nanus.
Naeſt. Tout le plus prochain. Proximus.
Naet. Couſture. Sutura.
Nap. Plat creux. Catinus.
Nues. Nez. Naſus.
Nat. Moüillé. Madidus.
Nau. Eſtroict. Strictus.
Neck. Chainon. Cervix.
Neer. Bas. Inferus.
Neef. Nepveu. Nepos.
Neen. Non. Non.
Neep. Pinſure. Compreſſio.
Neſt. Nid. Nidus.
Net. Net. Nitidus.
Net. Retz. Rete.
Neet. Lende. Lens.
Nicht. Niepce. Neptis.
Nier. Rein. Ren.
Niet. Rien. Nihil.
Nieu. Nouveau. Novus.
Nijdt. Envie. Invidia.
Noch. Encore. Adhuc.
Noen. Midi. Meridies.
Noo. A regret. Invitus.
Noort. North. Septentrion.
Noot. Neceſſité. Neceſſitas.
Nop. Floc. Floccus.
Neut. Noix. Nux.
Noit. Iamais. Nunquam.
Nu. Maintenant. Nunc.
Nut. Utile. Utilis.
Och. Ah. Hei.
Oft. Ou. Vel.
Olm. Olme. Ulmus.
Om. Pour. Ob.
Ons. Noſtre. Noſter.
Oock. Auſſi. Etiam.
Oog. Oeil. Oculus.
Oogſt. Moiſſon. Meſſis.
Oom. Oncle. Patruus.
Oor. Aureille. Auris.
Oort. Lieu. Locus.
Ooſt. Orient. Oriens.
Op. Deſſus. Super.
Os. Bœuf. Bos.

Oudt.

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

Oudt. Vieil. Vetus.
Oyt. Onques. Unquam.
Pacht. Ferme. Vectigal.
Pack. Fardeau. Sarcina.
Pael. Pau. Palus.
Paer. Paire. Par.
Paert. Part. Pars.
Palm. Paulme. Palma.
Pand. Hypotheque. Pignus.
Pandt. Pand. Lacinia.
Pan. Paelle. Sartago.
Pap. Papin. Pappa.
Pas. En poinct. Commodum.
Pat. Sentier. Semita.
Paeu. Paon. Pavo.
Paeis. Paix. Pax.
Peck. Poix. Pix.
Peert. Cheval. Equus.
Peerſch. Pers. Cœruleus.
Pels. Peau. Pellis.
Pen. Plume. Calamus.
Pens. Trippe. Inteſtina.
Perck. Parc. Septum.
Peer. Poire. Pirum.
Pers. Preſſe. Torcular.
Peez. Corde d'arc. Chorda arcus.
Pijp. Tuyau. Tubus.
Pier. Vers de terre. Lumbricus.
Pijck. Pique. Haſta.
Pie. Manteau à marinier, Nautica penula.
Pijl. Fleſche. Sagitta.
Pijn. Douleur. Dolor.
Pin. Baſton poinctu. Veruculum.
Pips. Pepie. Pituita.
Plack. Ferule. Ferula.
Plaet. Planche. Syrtes.
Plaets. Place. Locus.
Plaegh. Vexation. Vexatio.
Planck. Planche. Planca.
Plas. Marée. Lacuna.
Plat. Plat. Planus.
Pleck. Tache. Macula.
Pleit. Bateau large & plat. Stlata.
Plicht. Office. Officium.
Ploech. Charrue. Aratrum.
Plom. Rebouché. Hebes.
Ploy. Plis. Plica.
Pluym. Plume. Pluma.
Pock. Verolle. Lues venerea.
Poer. Pouldre. Pulvis.
Poel. Lac. Lacuna.
Pol. Concubinaire. Concubinus.
Pols. Pouls. Pulſus.
Pomp. Oſſée. Sentina.
Pondt. Livre. Pondo.
Poort. Porte. Porta.
Poos. Petit eſpace de temps. Momentum.
Poot. Patte. Palma pedis.
Pop. Pouppée. Puppa.
Poſt. Poſteau. Poſtis.
Poſt. La poſte. Curſor.
Poot. Sion. Talea.
Pot. Pot. Olla.
Pracht. Magnificence. Magnificentia.
Prat. Fier. Arrogans.
Prick. Lampreie. Muſtula.
Priem. Poinçon. Pugiunculus.
Prijs. Prix. Laus.
Proef. Preuve. Proba.
Pruym. Prune. Prunum.
Pruts. Superbe. Superbus.
Prye. Charogne. Cadaver.
Punt. Poinct. Punctum.
Put. Puits. Puteus.
Puyſt. Empoule. Puſtula.
Quaet. Mauvais. Malus.
Quael. Langueur. Languor.
Quant. Gallant. Scitus homo.
Quijt. Quicte.
Radt. Rouë. Rota.
Raedt. Conſeil. Conſilium.
Raem. Chaſſis. Fulcrum feneſtræ quadratum.
Raep. Naveau. Rapum.
Ram. Belier. Aries.
Ramp. Malheur. Infelicitas.
Ranck. Branche. Ramus.
Ranck. Fineſſe. Aſtutia.
Ranck. Greſle. Gracilis.
Randt. Bord. Ora.
Raſch. Soudain. Cito.
Raſp. Rape. Scalprum.
Rat. Rat. Glis.
Raef. Corbeau Corvus.
Raeu. Crud. Crudus.
Recht. Droict. Rectus.
Ree. Biche. Cerva.
Reep. Cercle. Circulus.
Reſt. Reſte. Reſiduum.
Reuck. Odeur. Odor.
Reu. Chien maſle. Canis mas.
Reus. Geant. Gigas.
Rey. Danſe. Chorea.
Reyn. Pur. Purus.
Reys. Fois.
Reys. Voyage. Profectio.
Reb. Coſte. Coſta.
Riet. Canne. Arundo.
Riem. Ceinture. Cingulum.
Riem. Rame. Remus.
Rijck. Riche. Dives.
Rijm. Gelée. Pruina.
Rijm. Rhime. Rhitmus.
Rijp. Meur. Maturus.
Rijs. Riz. Oriza.
Rijs. Branche. Ramus.
Rinck. Anneau. Annulus.
Rindt. Bœuf. Bos.
Ring. Viſte. Velox.
Rin. Cage. Cavea.
Rinſch. Aucunement ſur. Subacidus.
Roch. Raye. Raia.
Rock. Saye. Toga.
Rock. Quenoüille. Colus.
Roe. Verge. Virga.
Roedt. Suie de cheminee. Fuligo.
Roef. Pouppe. Puppis.
Roem. Vanterie. Jactantia.
Roep. Cri. Clamor.
Roer. Gouvernail. Gubernaculum.
Roeſt. Enroüillure. Rubigo.
Roogh. Oeuf de poiſſon. Ova piſcium.
Rog. Seigle. Siligo.
Rol. Roulle. Phalanga.
Rondt. Rond. Rotundus.
Roock. Fumée. Fumus.
Root. Rouge. Ruber.
Roof. Butin. Præda.
Room. Creme. Cremor.
Roos. Roſe. Roſa.
Ros. Roux. Rufus.
Ros. Cheval. Equus.
Rot. Pourri. Putris.
Rot. Bande de gens. Claſſis.
Rou. Rude. Rudis.
Ruet. Suif. Sevum.
Rug. Dos. Dorſum.
Rups. Chenille. Bruchus.
Ruim. Ample. Amplus.
Ruyn. Hongre. Cantherius.
Ruyt. Ruë. Ruta.
Ruyt. Lozenge. Teſſera.
Rie. Rang. Series.
Sacht. Mol. Mollis.
Sack. Sac. Saccus.
Sael. Selle. Ephippium.
Sael. Salle. Atrium.
Saen. Toſt. Statim.
Saen. Creme. Cremor.
Saet. Semence. Semen.
Saey. Saiette.
Saeg. Sie. Serra.
Saec. Cauſe. Cauſa.
Salf. Onguent. Unguentum.
Salm. Saulmon. Salmo.
Sandt. Arene. Arena.
Sap. Suc. Succus.
Sarck. Tombe. Cippus.
Sadt. Saoul. Satur.
Saus. Saulſe. Condimentum.
Saut. Sel. Sal.
Schacht. Fleſche. Sagitta.
Scha. Dommage. Damnum.
Schaeu. Ombré. Umbra.
Schaeck. Eſchetz. Alveus.
Schael. Taſſe. Patera.
Schaep. Brebis. Ovis.
Schaerd. Teſt. Ruma.
Schaers. A peine. Vix.
Schaets. Eſchaſſe. Gralla.
Schalck. Caut. Cautus.
Schamp. Brocard. Scomma.
Scand. Deſhonneur. Ignominia.
Schants. Rempart. Vallum.
Schaer. Grande multitude de gens. Caterva.
Schat. Threſor. Theſaurus.
Schaef. Rabot. Dolabra.
Schee. Gaine. Vagina.
Scheef. De bihay. Obliquus.
Scheel. Louche. Luſcus.
Scheel. Greve de la teſte. Separatio comæ.
Scheel. Couvercle. Operculum.
Scheer. Force. Forfex.
Schel. Sonnette. Tintinnabulum.
Schel. Eſcorce. Cortex.
Schelm. Meſchant. Nequam.
Schelp. Coquille. Calix.
Schenck. Don. Donum.
Scheen. Creve de la jambe. Tibia.
Scherf. Teſte. Teſta.
Scherp. Aigu. Acutus.
Scheur. Fente. Fiſſura.
Scheut. Scion. Surculus.
Schicht. Dard. Jaculum.
Schier. Tantoſt. Mox.
Schijn. Lueur. Splendor.
Schijf. Tableau. Menſa.
Schil. Difference. Differentia.
Schilt. Eſcu. Scutum.
Scimp. Brocard. Iocus.
Schip. Navire. Navis.
Schoe. Soulier. Calceus.
School. Eſcole. Schola.
Schol. Sole. Solea.
Schoof. Gerbe. Faſcis ſpicarum.
Schoon. Beau. Pulcher.
Schoot. Giron. Gremium.
Schors. Eſcorce. Cortex.
Schout. Preteur. Prætor.
Schrab. Eſgrattigneure. Laceratio unguium.
Schraegh. Treſteau. Fulcrum menſarium.
Schram. Berlaffe. Vibex.
Schre. Adjambée. Paſſus.
Schreeu. Cri. Clamor.
Schreef. Traict. Tractus linea.
Schrift. Eſcriture. Scriptura.
Scroef. Eſcrouve. Cochlea.
Schub. Eſcaille de poiſſon. Squamma.
Schud. Vautneant. Scurra.
Schult. Debte. Debitum.
Schup. Pelle. Pala.
Schuer. Grange. Granarium.
Schurft. Rongneux. Scabioſus.
Schu. Sauvage. Agreſtis.
Schuym. Eſcume. Spuma.
Schuyt. Naſſelle. Navicula.
Se. Couſtume. Mos.
See. Mer. Mare.
Seel. Groſſe corde. Funis.
Seem. Sameau. Corium hœdinum.
Seep. Savon. Sapo.
Seer. Ulcere. Ulcus.
Seer. Fort. Valde.
Self. Meſme. Ipſum.
Ses. Six. Sex.
Seyl. Voile. Velum.
Seys. Faulx. Falx.
Sich. Soy. Se.
Sieck. Malade. Ægrotus.
Siel. Ame. Anima.
Sift. Crible. Cribrum.
Sijn. Son. Suus.
Sim. Singe. Simia.
Sin. Sens. Senſus.
Sint. Depuis. Poſt illa.
Slab. Bavette. Faſcia pituitaria.
Slach. Coup. Ictus.
Slaep. Tempes de la teſte. Tempora.
Slaep. Somne. Somnus.
Slang. Couleuvre. Coluber.
Slap. Laſche. Laxus.
Slaef. Eſclave. Servus emptitius.
Slecht. Simple. Simplex.
Sleck. Limaçon. Limax.
Sle. Traineau. Traha.
Slee. Prune. Acatium.
Slet. Torchon. Peniculamentum.
Sleyp. Longue queuë de veſtement. Syrma.
Slijck. Bouë. Lutum.
Slijm. Limon. Limus.
Slim. De bihay. Obliquus.
Slinex. Gauche. Sinifter.
Slip. Pand. Peniculamentum.
Slot. Serrure. Serra.
Sluys. Eſcluſe. Cataracta.
Smaet. Calomnie. Calumnia.
Smaeck. Gouſt. Guſtus.
Smal. Eſtroit. Arctus.
Smeer. Graiſſe. Abdomen.
Smert. Douleur. Dolor.
Smet. Macule. Macula.
Smis. Forge. Fabrica ferraria.
Smit. Mareſchal. Faber ferrarius.
Smout. Graiſſe. Pinguedo.
Snap. Babil. Garrulitas.
Snaer. Corde de lut. Fides.
Snau. Mot dit avec deſpit. Iracunda locutio.
Sne. Coupure, Sciſſura.
Snee. Neige. Nix.

Snel.

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

Snel. Viſte. Celer.
Snip. Beccaſſe. Gallinago.
Snick. Soufpir. Suſpirium.
Snoeck. Brochet. Lupus.
Snoer. Cordon. Chorda.
Snuf. Rhume. Rheuma.
Snoo. Meſchant. Vilis.
Snot. Morve. Pituita.
Soo. Ainſi. Sic.
Soch. Laict. Succus.
Sock. Chauſſon. Soceus.
Soch. Truye. Porca.
Soet. Doux. Dulcis.
Sool. Semelle. Solea.
Soon. Fils. Filius.
Son. Soleil. Sol.
Soom. Bord. Limbus.
Sop. Feſte. Faſtigium.
Sop. Ius. Ius.
Sorg. Soing. Cura.
Sot. Fol. Stultus.
Spa. Houë. Ligo.
Spaey. Tard. Tardus.
Spaen. Eſclat. Aſſula.
Span. Extenſion de la paulme. Spithama.
Specht. Piemar. Picus.
Speck. Lard. Lardum.
Spel. Ieu. Luſus.
Speer. Lance. Lancea.
Speur. Trace du pas qui demeure apres avoir marché. Veſtigium.
Spie. Cheville. Impages.
Spie. Eſpieur. Inſidiator.
Spier. La chair blanche qui eſt à la poictrine d'un oiſeau. Pulpa.
Spiet. Pique. Haſta.
Spil. Fuſeau. Fuſus.
Spind. Huche. Penarium.
Spin. Araigne. Aranea.
Spint. Picotin. Corbula.
Spit. Broche. Veru.
Spin. Haultain.
Spoet. Haſte. Properatio.
Spoel. Navette. Glomus textorius.
Spond. Chaſſis. Sponda.
Spoor. Eſperon. Calcar.
Sport. Eſchellon. Climacter.
Spot. Mocquerie. Irriſio.
Spraeck. Langage. Lingua.
Spreuck. Dicton. Sententia.
Spreeu. Eſtourneau. Sturnus.
Spriet. Javelot. Venabulum.
Sproet. Lentille. Lentigo.
Spronck. Sault. Saltus.
Sprot. Harangade. Membras.
Sprau. Pepie des poulles. Pituita in gallinis.
Spruyt. Ietton d'arbre. Germen.
Speu. Eſcluſe. Cataracta.
Speut. Eſchiſſoire. Syrinx.
Spijs. Viande. Cibus.
Spijt. Deſpit. Contumelia.
Stadt. Ville. Urbs.
Staeck. Pali. Palus.
Stael. Acier. Chalybs.
Staet. Eſtat. Status.
Staey. Loiſir. Otium.
Staf. Baſton. Baculus.
Stal. Eſtable. Stabulum.
Stam. Lignage. Genus.
Stanck. Puanteur. Fœtor.
Standt. Cuve. Cupa.
Stang. Perche. Pertica.
Stand. Eſtat. Status.
Stap. Pas. Paſſus.
Steck. Baſton. Baculus.
Steeds. Aſſiduellement. Aſſiduè.
Steech. Obſtiné. Obſtinatus.
Steeck. Coup. Ictus.
Steel. Tige. Caulis.
Steen. Pierre. Lapis.
Steert. Queüe. Cauda.
Stel. (als ſtel bier) Eſtale. Vetus.
Stelt. Eſchaſſe. Gralla.
Sem. Voix. Vox.
Sterck. Fort. Fortis.
Steur. Eſtougeon. Turſio.
Steyl. Contremont. Surſum.
Stier. Taureau. Taurus.
Stijf. Roide. Rigidus.
Stijl. Poſteau. Poſtis.
Stil. Quoy. Quietus.
Stock. Baſton. Baculus.
Stoel. Selle. Sedes.
Stof. Poudre. Pulvis.
Stom. Muet. Mutus.
Stompt. Rebouché. Obtuſus.
Stoop. Lot. Gelra.
Stoot. Pouſſement. Concuſſus.
Storm. Tempeſte. Tempeſtas.
Stoof. Eſtuve. Hypocauſtum.
Stout. Hardi. Audax.
Stracx. Incontinent. Quamprimum.
Strael. Raid. Radius.
Straet. Rue. Platea.
Straf. Rigoureux. Durus.
Strang. Rivage de la mer. Littus.
Streeck. Traict. Tractus.
Streng. Aſpre. Severus.
Streep. Traict. Stria.
Strick. Laqs. Laqueus.
String. Ridelle. Reſtis.
Stronck. Tronchet. Truncus.
Stroo. Eſtrain. Stramen.
Stroom. Cours de l'eau. Fluxus aquæ.
Strop. Hart. Vinculum.
Struyck. Plançon. Frutex.
Struys. Auſtruche. Struthiocamelus.
Struys. Crepet. Laganum.
Strijt. Bataille. Prœlium.
Stuck. Piece. Fruſtum.
Stuer. Severe. Severus.
Suer. Aigre. Acer.
Sulck. Tel. Talis.
Sus. Ainſi. Sic.
Sus. Tout quoy. Silentium.
Suydt. Midi. Meridies.
Suyl. Pilier. Columna.
Svvack. Debile. Debilis.
Svvaer. Peſant. Gravis.
Svvart. Noir. Niger.
Svveem. Beccaſſon. Ruſticula minor.
Svveep. Fouët. Flagrum.
Svveert. Eſpee. Enſis.
Svveer. Ulcere. Ulcus.
Svveet. Sueur. Sudor.
Svverm. Iecton de mouches. Examen apum.
Svvijn. Pourceau. Porcus.
Sy. Elle. Illa.

Tack. Rameau. Ramus.
Taeck. Certain œuvre par jour. Penſum.
Tael. Langue. Lingua.
Taert. Tarte. Scriolita.
Taey. Coriace. Lentus.
Tal. Nombre. Numerus.
Tam. Dompté. Manſuetus.
Tang. Tenaille. Forceps.
Tant. Dent. Dens.
Tap. Broche d'un tonneau. Embolum vaſis.
Tas (als hoy-tas) Fenil. Fenile.
Teen. Ozier. Vimen.
Teen. Orteil. Digitus pedis.
Teer. Tendre. Tener.
Tel. Haquenee. Gradarius equus.
Tempſt. Tamis. Cribrum.
Teuch. Traict. Hauſtus.
Teyl. Un plat creux de terre, Gabata figlina.
Thien. Dix. Decem.
Tob. Cuve. Cupa.
Toch. Certes. Verè.
Tocht (als tocht des heyrs) Le marcher de l'armée. Agmen.
Toe (als tot daer toe) A. Ad.
Tol. Gabelle. Vectigal.
Tong. Langue. Lingua.
Ton. Tonneau. Dolium.
Toom. Reine d'une bride. Habena.
Toon. Monſtre. Demonſtratio.
Toon. Son. Tonus.
Top. Toupie. Trochus.
Toorn. Ire. Ira.
Torſch. Grappe. Racemus.
Torts. Torche. Fax.
Tot. Iuſques. Uſque.
Tau. Corde. Funis.
Traech. Lente. Lentus.
Traen. Larme. Lachryma.
Trap. Degré. Gradus.
Treck. Traict. Tractus.
Treeft. Trepied. Tripes.
Troch. Auge. Linter.
Tromp. Trompe.
Tronck. Tronc. Truncus.
Trooſt. Soulas. Solatium.
Tros. Bagage qu'on porte à la guerre. Impedimenta exercitus.
Trau. Fidele. Fidelis.
Trijp. Tripe.
Tucht. Modeſtie. Modeſtia.
Turf. Tourbe. Ceſpes.
Tuych. Hardes. Arma.
Tuygh. Teſmoing. Teſtis.
Tuyn. Jardin. Hortus.
Tvvaelf. Douze. Duodecim.
Tvvee Deux. Duo.
Tvviſt. Diſcord. Diſcordia.
Tvvijn. Fil tors. Filum retortum.
Tijck. Coutil. Culcitra.
Tijt. Temps. Tempus.

Vaem. Toiſe. Hexappus.
Vaer. Pere. Pater.
Vaeck. Sommeil. Sopor.
Vael. Baillet. Gilvus.
Vaen. Baniere. Vexillum.
Vaer. Peril. Periculum.
Vaert. Foſſe navigable. Foſſa.
Vaert. Allure. Profectio.
Valck. Faucon. Falco.
Val. Cheute. Caſus.
Val. Trebuchet. Decipulum.
Valſch. Faux. Falſus.
Van. De. A.
Vaſt. Ferme. Firmus.
Vat. Vaiſſeau. Vas.
Vee. Beſtial. Pecus.
Veel. Beaucoup. Multus.
Veer. Paſſage. Trajectus.
Veers. Vers. Verſus.
Veldt. Champ. Campus.
Vel. Peau. Pellis.
Veint. Garçon. Infans.
Verſch. Frais. Recens.
Veſt. Muraille d'une ville. Mœnia.
Vet. Graiſſe. Pinguedo.
Veul. Poulain. Pullus equinus.
Veych. Qui eſt prochain de ſa mort.
Veyl. Expoſé en vente. Vænalis.
Vier. Quatre. Quatuor.
Vier. Feu. Ignis.
Vies. Faſcheux. Moroſus.
Vijf. Cinq. Quinque.
Vijg. Figue. Ficus.
Vijl. Lime. Lima.
Vijs. Vis. Cochlea.
Vilt. Feultre. Centro.
Vinck. Becfigue. Frigilla.
Vin. Lopin de chair. Offa.
Vin. Aiſle de poiſſon. Pinna.
Viſch. Poiſſon. Piſcis.
Vlack. Plain. Planus.
Vlaey. Plan. Scriblita.
Vlaegh. Ondée de pluye. Nimbus.
Vlam. Flamme. Flamma
Vlas. Lin. Linum.
Vleck. Village. Pagus.
Vleeſch. Chair. Caro.
Vlieg. Mouche. Muſca.
Vliem. Lancette à chirurgien. Scalprum.
Vlier. Sureau. Sambucus.
Vlies. Toiſon. Vellus.
Vliet. Rive. Ripa.
Vlijt. Diligence. Deligentia.
Vlock. Floc. Floccus.
Vloeck. Maudiſſon. Imprecatio.
Vloet. Flot. Fluctus.
Vloer. Aire. Area.
Vloi. Pulce. Pulex.
Vlucht. Fuite. Fuga.
Vocht. Humide. Humidus.
Voet. Pied. Pes.
Voor. Devant. Ante.
Volck. Peuple. Populus.
Vol. Plein. Plenus.
Vonck. Eſtincelle. Scintilla.
Vondt. Invention. Inventio.
Voocht. Tuteur. Tutor.
Voort. Avant. Ultra.
Voos. Corrompu. Inſipidus.
Vorck. Fourche. Furca.
Vorſch. Grenoüille. Rana.
Vorſt. Gelée. Gelu.
Vort. Pourri. Putridus.
Vos. Renard. Vulpes.
Vau. Plis. Plicatura.
Vracht. Voicture. Vectura.
Vraegh. Demande. Interrogatio.
Vranck. Franc. Liber.
Vreck. Chiche. Parcus.
Vre. Paix. Pax.
Vrees. Crainte. Timor.
Vreemt. Eſtranger. Extraneus.
Vreucht. Ioye. Gaudium.
Vriendt. Ami. Amicus.
Vroech. Tempre. Mane
Vroet. Sage. Prudens.
Vroet. Eſchars. Parcus.
Vro. Ioyeux. Hilaris.
Vroom. Preux. Probus.



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

Vrau. Femme. Fœmina.
Vrucht. Fruict. Fructus.
Vry. Libre. Liber.
Vyr. Heure. Hora.
Vyt. Hors. Ex.
Vyl. Chathuant. Bubo.
V. Vous. Tibi.
Vurſt. Prince. Princeps.
Vuyl. Ord. Sordidus.
Vuyſt. Poing. Pugnus.

Wacht. Garde. Cuſtodia.
VVaeck. Veille. Vigilia.
VVaen. Preſomption. Præſumptio.
VVaer. Où. Ubi.
VVaer. Marchandiſe. Merx.
VVaer. Vray. Verus.
VVaegh. Balance. Libra.
VVal. Remparts. Vallum.
VVandt. Parois. Paries.
VVang. Ioüe. Mala.
VVan. Van. Vannus.
VVant. Car. Nam.
VVant. Gand. Manica.
VVas. Cire. Cera.
VVat. Quoi. Quid.
VVeb. Fil pour tiſtre. Textura.
VVech. Chemin. Iter.
VVeer. Belier. Aries.
VVeer. Temps. Tempus.
VVeer. Derechef. Iterum.
VVee. Malheur. Væ.
VVeech. Parois. Paries.
VVeyck. Mol. Mollis.
VVeet. Gueſde. Glaſtum.
VVeeld. Delice. Delitiæ.
VVeer. Toutes armes de defence. Arma.
VVeert. Hoſte. Hoſpes.
VVees. Orphelin. Pupillus.
VVeeck. Sepmaine. Septimana.
VVelck. Quel. Quis.
VVel. Bien. Bene.
VVenſch. Souhait. Optio.
VVerck. Eſtoupe. Stupa.
VVerck. Oeuvre. Opus.
VVerf. Cas. Acta.
VVerm. Chaud. Calidus.
VVerp. Iect. Iactus.
VVeſp. Gueſpe. Veſpa.
VVeſt. Occident. Occidens.
VVet. Loy. Lex.
VVey. Meſgue. Serum.
VVicht. Enfant. Puer.
VVicht. Pois. Pondus.
VVie. Qui. Quis.
VVieck. Tente. Pannus.
VViegh. Berceau. Cunæ.
VViel. Voile de Nonnain. Velum.
VViel. Rouë. Rota.
VVilt. Sauvage. Silveſter.
VVil. Volonté. Voluntas.
VVinck. Cil d'œil. Nictus oculi.
VVint. Vent. Ventus.
VVinſt. Gain. Quæſtus.
VVip. Baſcule. Tollenon.
VViſch. Torchon. Penicillus.
VVis. Vionne d'oſier. Vimen.
VVis. Certain. Certe.
VVit. Blanc. Albus.
VVoeſt. Deſert. Deſertus.
VVolck. Nuée. Nubes.
VVolf. Loup. Lupus.
VVol. Laine. Lana.
VVond. Playe. Plaga.
VVoort. Mot. Verbum.
VVorſt. Sauciſſe. Botulus inteſtinarius.
VVout. Foreſt. Silva.
VVraeck. Vengeance. Vindicta.
VVrat. Verrue. Verruca.
VVreet. Cruel. Crudelis.
VVronck. Torſement. Torſio.
VVelp. Ieune chien. Catulus.
VVulps. Folaſtre. Laſcivus.
VVurm. Ver. Vermis.
VVy. Nous. Nos.
VVydt. Large. Amplus.
VVyf. Femme. Mulier.
VVyl. Temps vacant. Spatium.
VVyn. Vin. Vinum.
VVys. Sage. Sapiens.

Zier. Ciron. Chiron.

---

## 158. *Noms & Surnoms Latins d'une ſyllabe.*

Ab. Abs. De. Van.
Ac. Et. Ende.
Ad. A. Tot.
Æs. Cuivre. Coper.
Ah. Ach. Ach.
An. Adverbium interrogantis.
Ars. Art. Conſt.
Arx. Chaſteau. Borch.
As. Livre. Pont.
Aſt. Mais. Maer.
At. Mais. Maer.
Au. Interjectio conſternati animi.
Aut. Ou. Oft.

Bis. Deux fois. Tvveemael.
Bos. Bœuf. Os.

Calx. Chaulx. Kalck.
Cis. Deça. Op dees ſijde.
Clam. En cachette. Heymelick.
Cor. Cœur. Hert.
Cos. Queuë. VVetſteen.
Cras. Demain. Morghen.
Crus. Iambe. Been.
Crux. Croix. Cruxs.
Cum. Avec. Met.
Cur. Pourquoy. VVaerom.

De. De. Van.
Dos. Doſt. Houvvelicke gift.
Dux. Duc. Leydtſman.

E. De. Uyt.
En. Voici. Siet hier.
Et. Et. Ende.
Ex. De. Uyt.

Fœx. Lie. Ghiſt.
Falx. Faulx. Sickel.
Fas. Licite. Toeghelaten.
Fax. Fallot. Torts.
Fel. Fiel. Gal.
Flos. Fleur. Bloem.
Fons. Fontaine. Born.
Frons. Fueille. Blat.
Frons. Front. Stirn.
Fur. Larron. Dief.

Git. Genus ſeminis.
Glans. Gland. Eeckel.
Glos. Sœur de mon mari. Mijns mans ſuſter.
Grex. Troupeau de beſtes. Kud.
Grus. Grue. Craen.

Ha. A. A.
Hac. Par ci. Lancx hier.
Heu. Helas. Eylas.
Heus. He. Hau.
Hic, Hæc, Hoc, Hunc, Hanc, Hi, Hæ, Hos, Has, His.
Hinc. D'ici. Hier af.
Huc. Ici. Hervvaert.
Hyems. Hyver. VVinter.

Iam. Ia. Nu.
Id. Cela. Dat.
In. En. In.
Is. Ea. Id.
Ius. Ius. Sop.
Ius. Droict. Recht.

Lac. Laict. Melck.
Lanx. Baſſin. Schael.
Lar. Fouyer. Heerdt.
Laus. Los. Lof.
Lex. Loy. VVet.
Lis. Noiſe. Tvviſt.
Lux. Lumiere. Licht.

Me. Mel. Miel. Honich.
Mens. Sens. Sin.
Merx. Marchandiſe. VVaer.
Mons. Montaigne. Berch.
Mors. Mort. Doot.
Mox. Tantoſt. Terſtont.
Mus. Souris. Muys.

Næ. Certainement. VVaerlick.
Nam. Car. VVant.
Ne. Non. Niet.
Nil. Rien. Niet.
Nix. Neige. Sneeu.
Non. Non. Neen.
Nos. Nous. VVy.
Nox. Nuict. Nacht.
Num. Adverb.
Nunc. Maintenant. Nu.
Nux. Noix. Neut.

O. O. O.
Ob. Pour. Om.
Oh. Interject.
Os. Bouche. Mont.
Os. Os. Been.

Par. Paire. Paer.
Pax. Paix. Paeys.
Per. Par. Door.
Pes. Pied. Voet.
Phy. Interject.
Pix. Poix. Pec.
Plebs. Peuple. Ghemeinte.
Plus. Plus. Meer.
Pons. Pons. Brug.
Poſt. Depuis. Nae.
Præ. Devant. Voor.
Pro. Pour. Voor.
Proh. Interject.
Puls. Papin. Pap.
Pus. Bouë. Etter.

Quis, Qui, Quæ, Quod, Quid.
Quin. Que ne. Dat niet.
Quot. Combien. Hoe veel.
Quum. Quand. Als.

Res. Choſe. Dinck.
Ros. Roſée. Dau.
Rus. Les champs. Velt.

Sal. Sel. Saut.
Sat. Aſſez. Ghenouch.
Scobs. Sciure. Saeghmeel.
Scrobs. Foſſe. Gracht.
Se. Accuſ.
Sed. Mais. Maer.
Seps. Haye. Tuyn.
Seps. Serpens.
Seu. Ou. Oft.
Sex. Six. Ses.
Si. Si. Iſt dat.
Sic. Ainſi. Soo.
Sin. Mais ſi. Maer iſt dat.
Sol. Soleil. Son.
Sons. Coupable. Miſdadich.
Sors. Fortune. Fortune.
Spes. Eſperance. Hoop.
Splen. Rate. Milt.
Stips. Denier. Penninck.
Stirps. Racine. Struyck.
Sub. Sous. Onder.
Sus. Porc. Soch.

Tam. Tant. Soo ſeer.
Tax. Son de fouët. Clets.
Ter. Trois fois. Driemael.
Thus. Encens. VVieroock.
Tot. Autant. Soo veel.
Trabs. Poultre. Balc.
Tres. Trois. Drie.
Trux. Cruel. VVreet.
Tu. Toy. Ghy.
Tunc. Adonc. Dan.

Væ. VVee.
Vas. Vaiſſeau. Vat.
Ve. Ou. Oft.
Vel. Ou. Oft.
Ver. Printemps. Lenten.
Vir. Homme. Man.
Vis. Force. Stercte.
Vix. A grand' peine. Nauliex.
Vos. Vous. Ghylien.
Vox. Voix. Stem.
Urbs. Ville. Stadt.
Ut. Afin. Op dat.



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

## 220. *Noms & Surnoms Grecs d'une syllabe.*

Ἀβ, mensis September.
Αἲξ. Capra.
Ἅλς. Sal, mare.
Ἀλκ. Potentia.
Ἄν. Si.
Ἄχρι, ἕως. Usquequò.
Αὖ. Autem.
Ἄψ. Adverbium & conjunct.
Βέκ. Panis.
Βῆξ. Tussis.
Βλαξ. Mollis.
Βλῆρ. Musca.
Βλῖξ. Assiduè.
Βοῦς. Bos.
Βρῖξ. Lactuca.
Βῶξ. Profunditas.
Βῶς. Genus piscis.
Βῶς. Tergus bubulum.
Γαῖρ. Nam.
Γῆ. Terra.
Γλαῦξ. Herbæ genus.
Γλαὼξ. Noctua.
Γνὺξ. Genu.
Γῶν sive γῶν pro γ' ὧν. Igitur.
Γραῦς. Anus.
Γρῦξ. Sordes unguium.
Γὺψ. Vultur.
Δὴ, vel Δὲ. Autem.
Δαῖς. Convivium.
Δᾷς. Fax.
Δεῖ. Oportet.
Δέρ. Corpus.
Δὴ. Sanè.
Δίαν. Diu.
Δῖξ. Vermis lignum corrodens.
Δὶς. Bis.
Δμὼς. Servus.
Δορκὰς. Caprea.
Δορκὶς. Manipulus.
Δρὶς. Virtus.
Δρῦς. Quercus.
Δῶ pro δῶμα. Domus.
Δὼς. Dos.
Εἰ sive ἐὰν. Si.
Ἐρρ. Procella.
Εἷς. Unus.
Ἐκ sive Ἐξ. Ex.
Ἐν sive Ἐν, Εἰς, Ἐς, In.
Ἕξ. Sex.
Εὖ. Bene.
Ζὰψ. Marc.
Ζρὴρ. Genus vestis.
Ζῆς sive Δῆς, Ζὰν, Ζλὼ. Iupiter.
Ζῶς. Vivus.
Ζῷον. Animal.
Θλὼ. Cumulus.
Θὴς. Debitor.
Θὴρ. Fera.
Θὴς. Mercenarius.
Θὶν. Littus.
Θὶς. Nomen piscis.
Θρῆξ. Nomen avis.
Θρὶς. Capillus.
Θρὶψ. Vermiculus.
Θρὶψ. Parcus.
Θῶθ. September apud Ægyptios.
Θῶς. Genus lupi.
Θὼψ. Adulator.
Ἴν sive ἰς. Genus mensuræ.
Ἴξ. Vermis.
Ἶς. Nervus.
Ἶψ. Vermis.
Καὶ. Nam.
Κἄν quamvis, pro καὶ ἐὰν.
Κὰρ. Caput.
Κὶξ. Genus avis.
Κῆρ. Cor.
Κὶς. Vermis.
Κλαῖξ. Clavis.
Κλὼν. Ramus.
Κλὼψ. Fur.
Κνὶψ. Culex.
Κνὼψ. Cæcus.
Κοὶξ. Plantæ genus.
Κῦ. Ubi.
Κρᾶς. Cato.
Κρᾶς. Caput.
Κρῖ pro Κρίθη. Hordeum.
Κτεὶς. Pecten.
Κτὴρ. Possessio.
Κτὶς. Viverra.
Λαὶξ. Adverbium, cum calcibus.
Λαῖς. Lapis.
Λὶς. Leo.
Λῖς. Pannus lineus.
Λὶγξ. Inanis singultus.
Λὺγξ. Feræ genus.
Λὺξ. Lux.
Λὼψ. Chlamys.
Μὰ. Adverbium jurandi.
Μὲν. Quidem.
Μὰψ. Frustrà.
Μὶς pro Μὶνς mensis.
Μὲν. Tamen, quidem.
Μὴ. adverb. Ne.
Μὶνς. Mensis & adverbium tamen.
Μνᾶ. Mina.
Μνῦς. Lana tenerrima cum qua nascuntur agni.
Μῦς. Mus.
Μῶν. An.
Μὼψ. Cui hebes acies oculorum.
Ναὶ. Certè.
Ναῦς. Navis.
Νῆς. Mens.
Νῦν. Nunc.
Νὺξ. Nox.
Νῶψ. Luscioscus.
Ξὺν pro σὺν. Cum.
Ὃ. Hic.
Ὃ pro ὅπου. Ubi.
Ὅς. Qui.
Οὐκ. Non.
Οὖν. Ergo.
Οὖς. Auris.
Ὄψ. Vox.
Πᾶ. Qua, Quò, Ubi.
Παῖ. Idem.
Παῖς. Puer.
Πᾶς. Omnis.
Πὰξ. Genus calceamenti.
Πὰρ pro Παρὰ. A, Ab, Ex.
Παῦ pro Παῦσαι. Pausa.
Πῆ. Qui.
Πλαὰξ. Tabula.
Πλὴν. Præter.
Πλὴξ. Stimuli genus.
Πλῆξ. Gressus.
Πλῆς. Navigatio.
Πνὶξ. Suffocatio.
Ποῖ. Quodammodo.
Πῇ. Ubi, Partim, Alibi.
Πὴς. Pes.
Πρὶν pro πρώην. Dudum.
Πρὶν. Prius.
Πρὸ. Ante.
Πρὸξ. Animal cervo simile.
Πρὸς. Per, Ad.
Πρὼν. Eminentia montis.
Πρὼξ. Ros.
Πτὺγξ. Genus avis.
Πτὺξ. Plicatura.
Πτὼξ. Timidus.
Πὺξ. Adverb. pugnis.
Πῦρ. Ignis.
Πῦς. Quò.
Πῶ ubi, pro πόθεν.
Πῶς. Quomodò.
Ῥ'ὰ. Genus radicis.
Ῥ'ὰξ. Acinus uvæ.
Ῥ'ὶν. Ovis.
Ῥ'ὶν. Naris.
Ῥ'ὶς. Nasus.
Ῥ'ὶψ. Vimen flexile.
Ῥ'ῦς. Fluxus.
Ῥ'ὼξ. Rupes.
Ῥ'ὼψ. Virgultum.
Σᾶ. Incolumia.
Σὰρξ. Caro.
Σεὶρ. Sol.
Σκὼς. Vermis.
Σὴς. Tinea.
Σὴψ. Serpens.
Σκῶρ. Merda.
Σκὼψ. Avis loquax.
Σὸς. Tuus.
Σπλὼν. Splen.
Σπὶς. Farina.
Σπὶξ. Turma continens viros trecentos.
Στρὶγξ. Avis.
Στρᾶς, id est, Στρουθὸς. Passer avis.
Σὺ. Tu.
Σῦς. Sus.
Σφὴν. Cuneus quo ligna scinduntur.
Σφὴξ. Vespa.
Σφὶγξ. Sphinx animal.
Σῶς. Salvus.
Τὰρ. Autem.
Τὶς. Quis, Aliquis.
Τρεῖς. Tres.
Τρὶς. Ter.
Τρὺξ. Fæx.
Τρὼξ. Gurgulio.
Τὺ. Tu.
Τὼς. Sic.
Τ'ὸς. Sus, & piscis nomen.
Φὰψ. Avis genus.
Φεῦ. Heu.
Φὴρ pro θὴρ. Fera.
Φθεῖρ. Pedunculus, etiam medium clavi.
Φθῖς. Genus placentæ.
Φλὸξ. Flamma.
Φρὴν. Præcordia.
Φρὶξ. Maris vel fluctuum fremitus.
Φὺξ. Adverbialiter cũ fuga.
Φὼρ. Fur.
Φὼρ. Genus apum.
Φὼς. Inustio ab igne facta in cruribus.
Φὼς. Vir.
Φῶς. Lux.
Χεὶρ. Manus.
Χρὴ. Oportet.
Χλὼς. Herba.
Χνῦς. Lanugo.
Χῦς. Agger.
Χῦς. Congius.
Χρῆς, & χρεὼς. Corpus.
Ψὶξ. Mica.
Ω'λξ. Sulcus.
Ω'ς. Ut.
Ω'ψ. Facies.



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

Jusqu'icy sont descrits les noms, & verbes primitifs selon nostre dessein ; mais qu'en la composition avec ce qu'ils sont plus courts, qu'ils soient aussi plus certains que les Grecs, comme il est dit cy dessus, cela se void en ce que le commun peuple bas-Alemand, ignorant, & qui ne sçait ny A ny B, fait la composition sans y penser, ou qu'il en sçache rien; la cause de cecy estant la proprieté de la langue, & de la fermeté des reigles si bien ordonnées.

Comme par exemple, si quelqu'un pour couper du liege use d'un certain couteau propre à cela, il appellera iceluy sans premeditation quelconque *corck-mes*, combien que jamais il n'ayt ouy ce mot ainsi composé, voire mesme est entendu des autres, comme si le mot eust esté pieça en usage, assavoir que c'est un couteau qu'on veut dire avec lequel on est accoustumé de couper du liege: & un chacun d'iceux l'eust appellé avec les mesmes syllabes & de mesme ordre, à cause de la proprieté de la langue nul ne dit *mes-corck*, ny n'use en cela d'autre accident ny de syllabe. L'on pourroit amener icy plusieurs autres exemples de la composition du bas-Alemand, mais tout ainsi qu'il ne seroit de besoin de demonstrer par plusieurs raisons, où c'est qu'on peut recouvrir de l'air, veu que nous ne sortons hors d'iceluy, tout ainsi est-il inutile de ramasser plus d'exemple que le precedent de *corck-mes*, pource qu'au mesme langage se fait composition de tout ce qui se peut rencontrer.

On pourroit icy mettre en avant beaucoup de particularitez de ceste langue; mais puis que cela seroit suffisant d'une Grammaire expresse, à ceste effect nous passerons outre, horsmis trois certains vieux termes tirés de la veuë, qui font penser plus avant en ceste langue: assavoir *Sterooghen*, *Sprietooghen*, & *Aenschauvven*. Il est notoire qu'avec *Sterooghen* nous entendons, voir bien attentivement, ou jetter la veuë sur quelque chose à bon escient; mais entre les objects qui requerent d'estre ainsi veus, je n'en trouve point, où il faille user d'une plus grande acieté & diligence qu'és estoiles, alors que le Soleil est levé; car si on n'y regarde de bien pres, & continuellement, ou si on n'exhibe des instrumens propres à ceste effect, il est à craindre que s'en destournant tant soit peu, qu'on ne les perde de veuë pour ceste fois là, comme je l'ay trouvé par experience. Si donc l'object des estoilles est le plus aigu qui se puisse presenter à nos yeux, ce ne sera sans raison que ce mot de *Sterooghen* derive de là, & par consequent d'ici se pourroit conclurre que les bas-Alemands, ont esté autrefois des excellens *Sterooghers* (ou spectateurs des estoiles) voire en ceste partie d'aspection dont *Hyparchus* ny *Ptolomée* ne se sont apperceus aucunement, comme il a esté dit cy dessus plus amplement.

Touchant le mot *Sprietooghen*, lequel signifie ou ne voir pas bien, ou voir deux choses pour une, il convient sçavoir qu'avec ce mot *spriet* l'on veut dire, *croix*, comme l'antenne d'un navire qui croise le mast: Il y en a qui disent *sprietvvech* pour *cruysvvech* carrefour. Tellement que *sprietooghen* vaut autant que *yeux croisans*; ce sont yeux dont les raids ne se produisent parallels, comme d'un bien voyant, mais se croisent devant que parvenir à l'object, comme les louches voyent deux choses pour une à cause de cela; partant ce mot est tiré des circonstances de la veuë, comme de croisement des raids.

Quant au mot *Aenschauvven*, il est notoire que l'on ne voit nulle chose essentiellement; mais seulement son ombre, comme il se verra plus amplement en la premiere postulation du premier livre de la Scenographie suivante: Tellement que tout ce que nous voyons n'estant que l'ombre de la chose; *schauvven*, & partant *regarder*, *aenschauvven* & *aensien* sont usurpez en une mesme signification par les bas-Alemans. D'où se peut remarquer qu'iceux ont eu bonne cognoissance des proprietez de telles ombres.

En somme ceux qui considerent droictement avec intelligence ceste langue, ont autant de subject de s'esmerveiller, que des autres marques descrites à la sixiesme Definition; car qu'entre une mesme nation, s'ayent peu trouver tant de personnes sçavantes, qui ayent cognu la force des mots monosyllabes, tellement qu'ils en ayent formé, & parfaict un langage de monosyllabes, & aussi ne m'en puis-je assez esmerveiller. Le monde n'est maintenant pourveu de tels hommes; ny n'a esté trouvé, par quelque relique ny monument que ce soit, en quel temps ils ayent esté. Tant seulement j'ose bien affirmer franchement par le tesmoignage qui nous reste de ceste langue monosyllabe, & par son artificielle facture, comme des mots qui sont en icelle cy-dessus dits, qu'elle a esté formée de ceux du siecle sage incognu. Ce qui me fait presumer que si elle vient à estre recognuë en son essence primitive, & soit remise dessus, comme il appartient, qu'elle ne donnera pas petit avantage à la maturité d'un siecle sage.

Mais pour parvenir à une telle cognoissance fondamentale, il seroit besoing de sçavoir en quel quartier est le meilleur bas-Alemand, afin que ceux qui le barbarisent, puissent ramander leur langage. S'il m'en falloit dire mon opinion, je ne cognois nul lieu en toute la Germanie, où l'on observe plus parfaictement les monosyllabes, & parle plus purement qu'en la Noorthollande, c'est à dire en la Hollande Septentrionale. Un fort docte personage m'a envoyé une grande quantité de mots monosyllabes de la susdicte Noorthollande, qui ne sont pas compris és precedens; ce que j'eusse fait aussi, veu que je ne les ay pas recognus avec petit contentement; mais estimant que la matiere requeroit d'estre plustost formée d'un escrivain du mesme idiome, que par moy, j'ay estimé estre plus utile d'exhorter un chacun des plus experimentés d'iceux à tel effect. A cela j'adjouste qu'il me desplaist grandement de voir le grand degast qui est appareillé à ceste plus excellente relique de ce langage bas-Alemand, voire qui a jà commencé; pource que beaucoup d'entre ceux de Noorthollande, ne cognoissant pas la bonté d'iceluy, disent qu'elle est trop claire, & en la deschirant la meslangent avec le bas-Alemand des estrangers, qui y habitent à cause du traffique; mais puis que l'on n'y peut remedier par force, on laissera tout avoir son cours.

Jusques icy a esté declaré ce qui estoit proposé au troisiesme Article, assavoir où gist la bonté du langage là où j'ay pris le bas-Alemand pour exemple: toutefois s'il se trouvoit (outre mon sçeu) un meilleur langage, on en pourroit donner meilleur exemple.

### *Declaration du 4 Article.*

Quelqu'un ignorant l'ordre & methode du siecle sage, pourroit dire que l'apprentissage, & la retention de tant de diverses matieres subtiles que les arts liberaux contiennent, ne se peut faire sans amener quant & soy une vie penible, & une negligence des choses plus necessaires à l'œconomie, & qui font, comme on dit, fumer la cheminée; voire il s'en trouve de tels qui ne peuvent croire comment ceste exercice de SON EXCELLENCE, (au milieu d'un Gouvernement dont la renommée

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

nommée circuit toute la terre) ſe puiſſe faire ſans le detriment d'autres affaires de plus grande importance. Or cecy ſonne aux oreilles de ceux qui entendent que c'eſt que de la methode du ſiecle ſage, ne plus ne moins que ſi un idiot des lettres, s'eſmerveilloit comment il ſeroit poſſible que lon retienne continuellement le nom & forme des characteres, la maniere de lire & prononcer, & autres circonſtances que la Grammaire apporte quant & ſoy, ſans negliger ſes autres affaires? Mais tout ainſi qu'on reſpondroit là deſſus, que telle exercice, & rememoration du lire & eſcrire n'eſt penible, qu'au contraire elle apporte un ſoulagement & facilité; voire qu'il ſeroit plus eſmerveillable que quelqu'un puiſſe manier de grandes affaires, ſans avoir cognoiſſance des lettres: Pareillement on leur reſpondroit que l'apprentiſſage & excercice des ſciences liberales, par une methode du ſiecle ſage, n'eſt nullement penible, & difficile, ny n'apporte detriment en d'autres affaires, qu'au contraire elle ameine un eſclarciſſement en toute façon; & qu'il ſeroit plus eſmerveillable comment quelqu'un ſeroit propre & capable de grandes choſes ſans la cognoiſſance d'icelles.

Mon deſſein a eſté de deſcrire ceſte methode, ſans laquelle il ſemble eſtre impoſſible que les anciens du ſiecle ſage ayent peu parvenir en ſi grande cognoiſſance, & de ce, autant qu'il m'eſt notoire, la diviſant en 5 parties:

En premier lieu, des membres des propoſitions Mathematiques.

2. Des Definitions.
3. De la Dichotomie.
4. De l'Anaphore.
5. De la Conjonction de la Theorie & Practique.

## DES MEMBRES DE LA PROPOSITION MATHEMATIQUE.

ON juge par des argumens aſſez baſtans, que les *Elemens d'Euclides*, ſont encor des reliques du ſiecle ſage, comme il a eſté dit plus amplement en la ſixieſme definition cy-deſſus, deſquels les propoſitions ſont diviſees en deux genres, problemes & theoremes, leſquels ont pluſieurs membres. En premier lieu la commune propoſition a *Le donné*, *Le requis*, *la Conſtruction* & *Demonſtration*, ce qui eſt puis apres prouvé par pluſieurs exemples; combien que quelques Commentateurs *d'Euclides* n'y ayent fait nulle diſtinction, demonſtrant, en faiſant la cõſtruction; mais ce n'eſt pas ſuivre l'ordre du ſiecle ſage (ce qui ſoit dit non pas par meſpris, mais pour declarer le propoſé:) car puis que les propoſitions des anciens eſtoient departies en membres, il les falloit diſtinguer, autrement ce ne ſeroient membres; comme ſi on fondoit une image de cire qui aye pluſieurs membres, teſte, bras & jambes, alors ils ne ſeront plus membres, combien que ce ſoit encor la meſme matiere.

Or l'utilité de la diſtinction des membres eſt telle: SON EXCELLENCE liſant quelque traicté, où les membres ſont diſtinguez, comme j'ay fait en ces Memoires-cy, tant qu'il m'a eſté poſſible, premierement il les liſoit bien attentivement, en ſondant interieurement le contenu des Propoſitions, tant Problemes, que Theoremes. Ce qu'ayant bien entendu & remarqué, en practiquant les meſmes, il s'eſt contenté des conſtructions ſimplement, (delaiſſant les propoſitions en arriere, comme auſſi les demonſtrations qu'il avoit une fois approuvées auparavant) pour les ſuivre par effect. Or on n'en peut pas faire de meſme, là où les membres ſont confuſement entrelaſſez l'un dans l'autre; pource qu'on eſt contraint d'entendre la demonſtration quant & quant la conſtruction; ce qui ne ſe peut faire, ſans faire de longues meditations, avec les citations d'autres livres, qui ſont cauſe d'interrompre le fil du chemin qu'on s'avoit propoſé de tenir, ce qui fait que les apprentifs des diſciplines Mathematiques ſe laſſent, en les trouvant ſi obſcures.

Quant à ce que quelqu'un objecteroit qu'on pourroit, en liſant laiſſer la demonſtration és ſuſdicts meſlanges, & ſeulement voir l'operation ou conſtruction. Je reſpons que cela ne ſe peut bien faire, parce que l'on ne ſçait pas en liſant, ſi ce qui appartient à la ſeule demonſtration, eſt neceſſaire ou non, à l'intelligence de la conſtruction; veu que l'eſcrivain ou l'inventeur meſme, quelque temps apres en pourroit douter: mais la conſtruction eſtant ſeparée, & ſuccinctement couchée par eſcrit, ſans eſtre aggravée de choſes qui ne luy appartiennent pas, eſt mieux ſuivie de poinct en poinct, tenant la concluſion d'icelle pour choſe infaillible, ſans rencontrer les difficultés ſuſmentionnées. Et combien qu'aucuns traictans des choſes de Mathematique, meſlent non ſeulement les membres des propoſitions, comme la conſtruction avec la demonſtration, mais auſſi meſlent des problemes entiers avec des theoremes, en faiſant de cela ce qu'ils appellent communement *Elemens*; toutesfois j'eſtime pour les raiſons deduites cy deſſus que l'ordre naturel qui eſtoit en vogue au ſiecle ſage, n'y eſt nullement ſuivy, ny que la pretenduë briefveté y apporte briefveté quelconque proprement. Tout ainſi comme ſi en multipliant, diviſant, ou extrayant la racine quarrée, on ſoit tenu d'en comprendre à chaque fois la raiſon pourquoi & comment une telle façon de faire, ameine à fin une veritable concluſion, je laiſſe à penſer comment cela cauſeroit un rompement de teſte inutile, devant qu'on parvienne au produict, quotient, ou racine requiſe; auſſi pareillement s'entendra comment les propoſitions en Mathematique cauſeront des difficultez, quand elles ſeront ainſi baſties.

Or afin de ſeulement declarer plus amplement la methode, je metttray encor en avant les eſcrits de *Ptolomée*, (ſans toutesfois le meſpriſer en façon quelconque) & encore bien qu'iceux, à raiſon de leur bonne conſequence, ſemblent eſtre tirés des livres qui avoient eſté eſcrits auparavant en vraye methode Mathematique au ſiecle ſage, toutesfois ils ne ſont eſcrits d'un ſtile Mathematique, mais bien hiſtorique, ſans que les definitions & les propoſitions ſoient diſtinguees; tellement que pour l'intelligence de quelque choſe l'on puiſſe eſtre renvoyé, là où la choſe ſoit plus clairement ſpecifiée; mais ſeulement que ce qui y eſt une fois dit, il faut neceſſairement qu'il ſoit entendu, & retenu, ſans s'attendre d'eſtre renvoyé deſormais en ce paſſage-la, laquelle defectuoſité ayant eſté remarquée de *Purbache*, *Regiomonte*, & *Copernique*, & autres commentateurs d'icelui *Ptolomée*; ont reduit ſes eſcrits en methode *d'Euclides*, ou du ſiecle ſage, avec des definitions, theoremes & problemes bien redigés en ordre.

## DES DEFINITIONS.

A Ceſte diſtinction de la conſtruction d'avec les autres membres ſe trouve conjoinctement encor une particularité en *Euclides*, touchant la methode auſſi; aſſavoir que les termes de l'art ſont definis, devant que d'entrer en la matiere, & és propoſitions, qui uſent de ces termes-la. Ce que la raiſon naturelle meſme requiert, veu que les ſciences ayant beſoin de termes qui



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

leur ſont propres, & qui ne ſont pas en uſage és propos familiers, & au partir de là ſont neceſſaires d'eſtre entendus pour l'intelligence de la choſe qu'ils declarent; ce n'eſt pas donc ſans raiſon de les apprendre devant les autres parties d'icelles. Partant elles ſont aſſez commodément miſes enſemble par ordre au commencement d'un livre, tant pour l'aide de l'inventeur que de l'apprentif, car l'Autheur en la compoſition de ſes propoſitions pourra plus aiſément corriger leſdits termes qui ne ſont pas à ſon jugement aſſez clairs, alors qu'ils ſont redigez en un, que non pas quand ils ſont diſperſés çà & là, és lieux où ils ont eſté mis de neceſſité; pareillement le diſciple ou apprentif y trouvera ſon avantage, en partie pource que la doctrine & apprentiſſage des mots eſtant d'une autre nature que non pas la matiere meſme, & ainſi y procede plus aiſément : & qui plus eſt, les mots eſtans bien enchainez, ſe declarent d'autant plus facilement: En partie que le diſciple eſtant deſia parvenu aux propoſitions, retrouve plus aiſément leurs definitions, ſi en cas quelqu'une luy eſt eſchappée de la memoire.

Il ne conviendra pas mal à ce que deſſus, ſi je deduis icy comment j'ay experimenté que ceſte reigle eſt naturelle, à mon jugement : comme ainſi ſoit, que j'aye eu plus beſoing de ſçavoir quelque choſe des ouvrages, en Terrains, Ozieres, Charpenteries, Maçonneries, & de fer (& autres qui ſeront plus amplement redigées en l'Architecture) que je n'en euſſe peu apprendre par les livres, ou des Mathematiciens ; à ceſte fin, m'ayant ſervi d'un chacun mannouvrier d'icelles en particulier ; & pour auſſi tant mieux avancer en ceſte affaire, voulant ſuivre l'ordre du ſiecle ſage, je m'enquetrois de la ſignification de leurs termes d'art que j'ignorois, autant que je pouvois remarquer m'eſtre neceſſaire, & les ayant mis en eſcrit par ordre comme definitions, apres les avoir retenu par cœur, je parlois ſi proprement à eux, que nous nous entr'entendions l'un l'autre, comme ſi j'euſſe eſté touſiours avec eux, eſtant par ce moyen parvenu facilement en la cognoiſſance de ce qui autrement euſt requis un plus long temps. Or ainſi que ce ramas & apprentiſſage des definitions des ſciences mechaniques, a eſté neceſſaire devant que de venir à la choſe, ainſi en eſt-il aux arts liberaux.

Il faut encor remarquer qu'en mon Arithmetique Françoiſe, j'avois ramaſſé toutes les Definitions au commencement du livre theoric, leſquelles ont eſté appellées la premiere partie : la cauſe de cela eſtoit à celle fin de garder l'ordre de la Dichotomie en tout & par tout, ſelon le contenu de la Table d'iceluy, miſe au commencement derrier l'Argument. Mais ſi c'eſtoit encor à refaire j'euſſe mis devant chaque partie, ou livre de diverſe qualité, leurs propres Definitions à l'exemple *d'Euclides*, comme j'ay fait en ces preſens memoires; car la Dichotomie n'en eſt pas moins ſuivie.

## DE LA DICHOTOMIE.

ET d'autant qu'aucuns eſtiment, que la Dichotomie n'eſt qu'une choſe imaginaire, tenans que la Diviſion en 10, 12, ou davantage de parties, fait tout autant en la choſe comme icelle. J'en diray icy plus amplement mon opinion : quant à ce que *Platon* en ſon livre politique, & *Ariſtote* au 1. livre des parties des animaux, en parlent bien apertement, ſans toutesfois qu'ils ayent beaucoup ſuivi ceſte regle en leur ſtile, cela ſemble eſtre advenu à cauſe qu'ils en pouvoient avoir leu quelques reliques du Siecle ſage, & par conſequent qu'en iceluy ſiecle la Dichotomie a eſté en uſage ; & ce d'autant davantage qu'icelle ſe remarque clairement és eſcrits *d'Euclides*, eſquels les demonſtrations poſterieures dependent des prieures, eſtans tenus pour reliquaires dudict Siecle ſage ; & partant puis que ceſte Dichotomie n'eſt une choſe vaine ou frivole, je declareray l'opinion que j'ay de ſes proprietez; & nommement que par icelle ſe peuvent expliquer avec grande certitude toutes les parties d'un tout, ou les eſpeces d'un genre que l'on veut deſcrire ; qui plus eſt, que ce qui eſt premier en la nature, ſe peut commodement approprier en ſon lieu, & ce qui ſuit, apres ; tellement que ce qui ſe dit, n'eſt pas demonſtré par une choſe ſuivante ignorée, mais par un precedent cognu: comme il appert pour exemple en la Table de l'argument des triangles plats, & en beaucoup d'autres. L'on peut auſſi par ceſte regle de Dichotomie, recercher & demonſtrer ſi toutes les eſpeces ſont deſcrites ſans en obmettre quelques unes, en quelque traicté que l'occaſion puiſſe preſenter, comme il eſt manifeſte en la Table qui eſt à la fin de la 39. propoſition des triangles Spheriques, là où ſe rencontre une telle triſection.

*Le coſté* A C *(eſtant inegal à* A B*) eſt* { *un quadrant.* / *moindre qu'un quadrant.* / *plus qu'un quadrant.*

On euſt peu au lieu d'icelle mettre par Dichotomie :

*Le coſté* A C *(eſtant inegal à* A B*) eſt* { *preciſement un quadrant.* / *ou non preciſement, mais* { *plus petit.* / *ou plus grand.*

Tellement que par ſemblable triſection faicte, ayant eu eſgard à la Dichotomie, on vient en pareille conſequence quant au principal. Et ſi les parties de quelque diviſion eſtoient de 12, ou 20, ou davantage de parties, eſtant faictes avec un tel egard, ſans doute on acquereroit la meſme choſe, en la conſequence de la matiere; mais d'autant que telle multiſection eſtant conſtruicte ſans eſgard, ny l'aïde de la Dichotomie, ſeroit plus difficile à inventer à l'eſcrivain, & auſſi ſans la forme de Dichotomie, difficile au lecteur pour la bien comprendre ; il s'enſuivra que telle Dichotomie eſt une choſe neceſſaire pour tenir un bon ordre, & partant de bon uſage.

Je n'eſtime pas qu'il ſoit neceſſaire, de parſemer & meſler les mots de Diviſion tout du long du livre, comme font aucuns; mais bien qu'il ſuffit avoir compris l'ordre de l'œuvre ſuivante, en l'argument au commencement du livre, ou bien en une table une fois pour tout. Et combien que ce faire, ou non, n'apporte nul erreur, toutesfois j'ay voulu declarer ce qui m'en a fait prendre l'uſage.

Auſſi il advient que d'aucuns eſcrivent des Definitions, & Propoſitions, ſeulement pour parfaire la Dichotomie, combien qu'elles ſoient inutiles à l'affaire, meſme cela ne ſemble eſtre neceſſaire : puis que la matiere n'eſt pas eſcrite, afin qu'il y ait une Dichotomie, mais on a eſgard à la Dichotomie, à celle fin de parvenir en une deſcription methodique de la matiere.

Tellement que ſi quelqu'un pour parfaire la Dichotomie y auroit colloqué des choſes inutiles, ou cognuës, l'onpourroit dire là deſſus par bonne raiſon, que les meſmes n'eſtantes neceſſaires, ny incognues, n'auront beſoing

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

beſoing d'eſtre eſcrites, ny declarees conſequemment.

Il y en a qui ont penſé qu'és eſcrits d'*Euclides*, n'y avoit nulle forme de Dichotomie, pource que les livres d'Arithmetique ſont entrejettez aux livres de Geometrie, & auſſi qu'ils ne remarquent la ſuſdicte Dichotomie és Propoſitions, telle qu'ils s'imaginent eſtre bien requiſe. On leur pourroit reſpondre qu'*Euclides* ne reçeut pas ces livres-la (comme eſtans des reliquaires du Siecle ſage) tout à un coup, & que ce qu'il a reçeu le premier, pourroit eſtre deſcrit auſſi le premier.

Secondement je ne veux affirmer, ny nier, qu'*Euclides* n'ayt eſté expert en la Dichotomie, mais j'oſerois bien aſſeurer qu'il apparoiſt en ſes livres des marques fort ſignalées de la Dichotomie, comme on le pourroit plus preciſement demonſtrer avec ce que deſſus; mais cela a eſté delaiſſé afin d'eviter la prolixité.

## DE L'ANAPHORE.

ON pourra facilement remarquer que j'ay taſché à bon eſcient, de deſcrire les propoſitions qui ont affinité de mots pareils, autant que la reſſemblance des choſes, ou des propoſitions le requeroit, (comme il appert és 19 & 21 propoſitions des triangles ſpheriques & en pluſieurs autres) afin que ce qui eſt quaſi une meſme choſe, ne ſemblaſt eſtre diverſifié par l'inconvenance des mots, comme ſi c'eſtoit tout une autre matiere, ce qui pourroit ſouvent cauſer des difficultés non petites à l'apprentif.

Il eſt bien vray que le contraire ſe pratique communement, & qu'on cerche autant que faire ſe peut divers mots d'une meſme ſignification, un chacun eſtimant, comme bon Rhetoricien, ſuivre les reigles de Rhetorique en ceſte façon, voulant par là demonſtrer qu'il [*copia verborum*] abonde en mots & verbes: mais eſtant d'autre opinion, puis qu'en la Rhetorique, c'eſt une reigle des reigles, que l'Orateur doit taſcher que les auditeurs ou lecteurs, croyent ou concedent ſon deſſeing final: d'où procede auſſi que celuy qui uſe de mots plus convenables, enſuit d'autant mieux la ſcience: tellement qu'il faut taſcher d'uſer de l'Anaphore quand c'eſt qu'il vient à poinct, comme aux Mathematiques où elle ſe rencontre ſouvent. Et qu'auſſi qu'il ne faut eſtimer que ſon uſage ſoit faute d'abondance de mots, puis que comme a eſté dit, je l'ay ainſi fait de guet à pend, ny auſſi que ce ſoit contre les regles de Rhetorique, puis que je fais cas de les avoir ſuivies: & où elle ne ſe trouvera avoir eſté pratiquée, comme l'on euſt bien peu faire, cela eſt advenu ou bien par haſte, ou par inadvertance.

Mais puis que ceſte figure d'Anaphore n'apparoiſtra, peut eſtre en la tranſlation de ceſte œuvre en d'autres langues, où chaque tranſlateur enſuit ſa propre fantaſie; je l'ay bien voulu annoter en paſſant, pour donner à entendre aux lecteurs comme il en eſt par effect en bas-Alemand; auſſi pour ceſte cauſe, laiſſant un chacun en ſon opinion, ce m'eſt aſſez d'avoir donné raiſon ſuffiſante de mon faict.

## DE LA THEORIE MESLEE AVEC LA PRACTIQVE.

PVis qu'il y a encor une queſtion (touchant la methode) de la confuſion de la theorie avec la practique, j'en diray icy mon opinion, declarant prealablement leur ſignification pour les plus rudes & ignares. Theorie eſt un traicté qui eſt par l'idée fait ſans ſubject materiel, comme entr'autres theories, ſe voyent celles d'*Euclides*, traictant par hypotheſe des grandeurs, & nombres, & ce ſeparées de toute matiere naturelle. La Practique, eſt un traicté qui ſe fait eſſentiellement de matiere naturelle, comme de meſurer terres, & circuits de villes, & de computer la pluralité de verges qui y ſont compriſes, & autres choſes ſemblables. La concluſion des propoſitions theoriques ſont parfaictes, mais celle de la practique imparfaictes: comme par exemple la theorie trouve & demonſtre que le rectangle de la demi perpendiculaire, & de la baſe d'un triangle Mathematique, eſt egal à la ſuperfice d'icelui triangle parfaictement, ſans excés ny defaut; mais ſi on meſure par effect un eſſentiel triangle, ſur la terre, ou de matiere plus polie, la concluſion en ſera imparfaicte, en partie pource que nous ne ſçaurions meſurer aucune longitude ſi preciſement, qu'il ne differe bien la millieſme partie de la largeur d'un cheveu, voire que ſi par accident il ſe trouvoit de l'avoir meſuré correctement, cela ne ſe pourroit demonſtrer, d'autre part pource que nulle ligne naturelle n'eſt ſi droite, ny nulle ſuperfice plaine, ſi platte comme les definitions Mathematiques requerent; ou ſoit qu'elles ſoient ſi droites, ou ſi plattes, cela n'eſt pourtant probable. La proprieté & la fin de la theorie, c'eſt qu'elle ameine un fondement certain, de la maniere d'operer en la practique, là où on ſuit auſſi pres la theorie, que la fin d'icelle requiert, pour l'uſage humain.

D'où s'enſuit, que quand on redargue d'imperfection les Mathematiques, pource que quelques experiences ne reüſſiſſent pas du tout ſi bien: que la cognoiſſance de la difference entre theorie & practique eſt mancque entre la maniere Mathematique & Mechanique: car la practique, ou bien la maniere Mechanique eſt touſiours imparfaicte pour les raiſons que deſſus.

Ces deux parties, theorie & practique, ſont tellement diverſes, que pluſieurs perſonnes s'addonnent totalement à l'une, ſans avoir aucune cognoiſſance de l'autre; comme il ſe void en pluſieurs profeſſeurs & en leurs auditeurs és Univerſitez, leſquels s'excerçans continuellement en la theorie, comme aux elemens de Geometrie d'*Euclides*, ſans meſurer en effect, terres, rampart, ou vaiſſeaux, ou quelque autre choſe où la practique eſt requiſe: au contraire l'on voit des Arpenteurs (ou meſureurs de terres) leſquels concedent & croyent toutes les regles qu'ils mettent en œuvre, ſans recercher en la theorie la raiſon ny la demonſtration: voire il y'en a, qui ne ſçavent pas qu'il s'en trouve la cauſe & la demonſtration.

Et que d'aucuns condamnent la theorie ſans la practique, il ſemble qu'on pourroit donner meilleur jugement ſur cela, avec plus de diſcretion. Comme par exemple, ſi l'on condamnoit le travail d'un artiſan d'abatre tant ſeulement des arbres en la foreſt; pource que luy meſme n'en fait des maiſons, navires, moulins, eſcluſes, tonneaux, coffres, images relevées en boſſe, & choſes ſemblables, ce qui ſeroit du tout abſurde; car combien que tel travail ſoit penible, & ne ſemble eſtre de prime face ſi neceſſaire & loüable aux paſſans, toutesfois veu qu'il fournit de matiere à beaucoup d'autres, afin d'exercer par icelle un chacun en ſon art, ſon labeur n'eſt à reprouver en aucune façon; mais s'il les coupoit à celle fin de les laiſſer pourrir, ſans en eſperer utilité quelconque, cela ſeroit du tout inepte. Semblable jugement ſe doit apporter pour ceux qui exercent la theorie des arts liberaux, car iceux peuvent donner matiere aux practiciens, & les avantager, ſans qu'ils ſoient practiciens eux meſmes. Ainſi *Euclides*,



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

duquel il n'eſt fait aucune mention qu'il ait jamais eſté practicien, neantmoins les propoſitions qu'il a laiſſé à la poſterité, ſont en grand uſage aux Arpenteurs, Architectes, & à pluſieurs autres. Pareillement le Theoricien *Ptolomée* entre autre, qui n'eſtoit non plus exercé en la navigation, a toutesfois deſcrit des regles qui ſont fort utiles aux Pilotes & à ceux qui font eſtat de traverſer la grand' mer, voire ils s'eſtiment bien ſçavans, lors qu'ils peuvét entendre les regles d'iceluy, combien qu'il n'ait eſté nautonnier. Parquoy les contemplations des Theoriciens, qui viennent à proffit aux Practiciens, ne ſont à blaſmer, combien que l'Autheur ne ſoit aucunement practicien. On remarque que bien ſouvent ceux qui meſpriſent les Theoriciens, n'ont eſté de leur vie grands Practiciens, n'ayans eſprouvé l'aide qu'on reçoit d'eux.

Combien que juſques icy nous ayons declaré la ſignification de theorie & practique par quelques circonſtances; il eſt à noter que les anciens Mathematiciens, comme auſſi quelques modernes, traictent des deux particulierement ſans meſlange, ce que nous ſuivrons auſſi, là où il en ſera de beſoing: Mais puis que d'aucuns ſont d'autre opinion, en meſlant la Theorie avec la practique, pour les apprendre enſemble, je deduiray icy mon opinion là deſſus.

Premierement l'inclination naturelle des hommes quant à la practique eſt fort diverſe, avec ce encore que les uns rencontrent des occaſions tres-differentes des autres, qui les forcent, ou convient à icelle; car les uns ont un deſir naturel avec une occaſion pregnante à la fortification, & aux choſes qui ſont de la guerre; d'aucuns à l'Arpenterie, d'autres à la gaujerie; il y en a qui s'eſtudient aux choſes qui concernent la navigation; & d'aucuns en l'Architecture; & d'autres en la Theorie ſeulement; voire beaucoup s'excercent en pluſieurs des choſes ſuſmentionnees, ou en tout; & ainſi conſequemment les uns en cecy, & les autres en cela. Or puis que la principale fin de la deſcription des arts liberaux, eſt que par icelles les hommes puiſſent aiſement parvenir és choſes en quoy ils s'addonnent pour le proffit public, il faut voir maintenant ſi cela adviendra par l'apprentiſſage de la Theorie & Practique, meſlee l'une avec l'autre. Quand l'on entremet quelques exemples en practique entre des propoſitions Theoriques, d'une certaine eſpece, tirée d'une infinité de genres qu'on en pourroit deſcrire, peut eſtre qu'iceux ne ſeront de ceſte eſpece, à laquelle le diſciple tend; comme ſi en la Geometrie, entre des propoſitions Theoriques l'on y entremeſloit aucunes de la practique, où il ſe trouve des exemples entre autres de la maniere de meſurer avec le raid, appellé Aſtronomiquedes diſtances, comme depuis une feneſtre inacceſſible juſques à certains piliers de quelque edifice; ſur quoy il pourroit advenir que le Diſciple ne prendroit gouſt à telle eſpece de practique de Geometrie, en penſant peut eſtre que cela n'eſt gueres en uſage en la practique, ny d'une certitude aſſez ſuffiſante, pour venir mettre en œuvre puis apres ceſte meſure, à l'edification de quelque autre baſtiment, ou en penſant quelque choſe de telle façon, qui luy viendroit pour lors en l'entendement: ſur quoy il ne trouvera ceſte eſpece qu'il a pour but: Tellement que s'il veut apprendre la Geometrie dans ce livre-la, il faudra qu'il apprenne ce qu'il ne veut pas: Mais ſi la Theorie eſtoit eſcrite, comme une œuvre enchaiſnée, en un traicté à part, & que le Diſciple la comprenne bien; cela luy ſervira d'un fondement commun, pour puis apres entendre & comprendre telle partie de practique, qu'il en pourra choiſir entre pluſieurs ſortes qui ſeront miſes en lumiere.

Et pour conclurre, j'ay declaré mon opinion comment c'eſt qu'on pourroit remettre ſus, une telle abondance de ſcience, comme il eſt manifeſte jadis avoir eſté au ſiecle ſage, ainſi que j'avois entreprins de faire. Et ayant eſgard ſur tel fondement, je deſcriray là deſſus les traictés ſubſequens.

*Fin du premier livre de la Geographie.*

---

# DEUXIESME LIVRE DE LA GEOGRAPHIE.

## De la Hylocineſie du Globe terreſtre, ou du changement de lieu en autre de ſa matiere.

### OCCASION DE LA DESCRIPTION DE CE DEUXIESME LIVRE.

APres que le PRINCE TRES-ILLUSTRE euſt veu l'Architecture, avec ce qu'il s'exerçoit en la Fortification; il luy eſt advenu en telle occaſion, de recercher les cauſes de ceſte incommodité, touchant la ruine & decadence des edifices mal fondés, & comment le cours des Rivieres qui les abordent, les rongent & diſſipent, par leur debordement, rempliſſent les foſſez de ſable, & de limon. Et qu'auſſi en certains lieux où l'on ne pouvoit pas vuider les foſſés, juſques à une profondeur ſuffiſante, à cauſe de la redondance du ſable qui rejaillit du fond, comme auſſi lors que les pilotis ne ſe pouvoient pas ficher aſſez avant dedans le meſme fond. Davantage que pluſieurs havres & ports de mer ſe rempliſſoient de ſable, ou de bourbier; que ſouventesfois avec grand frais, quand on taſchoit d'y remedier, ce n'eſtoit le plus ſouvent que de mal en pire, & que les conſeils des uns & des autres eſtoient fort divers là deſſus, ſans avoir eſgard à quelque certain fondement & commun: ce qui eſtoit non ſeulement argent & peine perdue, mais cauſoit auſſi une incertitude & peu de ſeureté au pais.

Or

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

Or comme je me trouvois empeſché dans des ſemblables difficultés, il y a quelque temps paſſé; je m'addonnay à la recerche des cauſes, & prenois l'occaſion quand elle ſe preſentoit, touchant ceſte matiere, annotant ce qui me ſembloit eſtre le plus certain. Ce que SON EXCELLENCE ayant leu, conjoinctement avec l'Architecture ſuſmentionnée, & recognu par effect, que la cognoiſſance d'icelle pouvoit aider à prevenir la ſuſdite difficulté, tant en evitant les conſeils inutils qui contrarient les regles generales, que pour pourſuivre d'effectuer ce qui eſt bien fondé en raiſon: tellement que je les ay introduicts entre ſes Memoires Mathematiques, non pas toutesfois en l'Architecture, mais en la generale Geographie, comme traitans des grands mouvemens qui ne ſe peuvent effectuer par la puiſſance des hommes, mais qui ſont ordonnez naturellement en l'eſſence de la terre, d'où procedent des maximes qui peuvent ſervir davantage qu'en ladite Architecture ſeulement: parquoy en ce 2 livre ſera traité d'iceux & des circonſtances qui ſont de la meſme matiere, dont le contenu ſe verra en l'Argument ſubſequent.

## ARGUMENT DE CE DEUXIESME LIVRE.

*APres les Definitions neceſſaires des termes de l'art, ſuivra la premiere propoſition du mouvement de la terre en general, les autres ſuivantes de la continuelle ſeparation & rejonction de ſa matiere, comme de ſable, argile, terre ſulphurée, pierres, & metaux des païs plats & montagneux. Davantage du changement des bords des rivieres tant de ceux qui ſont cavez à plomb, qu'en pente, & des bancs qui ſont au ſueil des havres, que de leur accroiſſement continuel. Puis de la cauſe du rejailliſſement de l'eau, & ſable hors la terre. Finalement que la mer ſera & a eſté, où eſt à preſent la terre ferme; & qu'au contraire ce ſera terre ferme, & a eſté, où la mer eſt preſentement.*

## DEFINITIONS.

### DEFINITION I.

*HYlocineſe terreſtre, eſt le changement de lieu des diverſes matieres, dont la terre eſt compoſée, ſans changer ſa figure ſpherique, ny de lieu.*

Ce qui eſt icy dit ſans changer de lieu, eſt pour diſtinguer le mouvement de la matiere dont la terre eſt compoſée, (comme de l'eau, ſable, & air compris en icelle, leſquels ayant roulé de coſté & d'autre, ſont tantoſt en haut, puis en bas, changeans inceſſamment) d'avec le mouvement local du tout, comme il en ſera parlé plus à plain au traité ſuivant du cours des aſtres.

### DEFINITION II.

*COurs à ſable rapide, eſt lors que le cours de l'eau eſt tel, que non ſeulement il eſmeut le ſable, mais auſſi l'emporte. Au contraire cours à lent ſable, qui laiſſe couler le ſable au fond, n'ayant auſſi la force d'eſmouvoir le ſable.*

De meſme qu'és horloges, il y a des poids ſi peſants qu'ils feroyent mouvoir toutes les rouës; & d'autres ſi legers qui n'auroyent pas la force de les eſmouvoir. Auſſi y a-il des cours de riviere qui peuvent eſmouvoir & emporter le ſable, d'autres non.

### DEFINITION III.

*COurs d'argile rapide, eſt lors que le cours de l'eau eſt tel, que non ſeulement il eſmeut l'argile, mais auſſi l'emporte: au contraire cours d'argile lent, qui laiſſe couler l'argile à fond, ſans avoir auſſi la force de l'eſmouvoir.*

La choſe eſt facile à comprendre par la precedente; on pourroit y en adjoindre encore d'autres comme les cours rapides & lents des cailloux, pierres, metaux & autres matieres terreſtres; mais d'autant que les deux precedens ſuffiſent à la declaration des choſes ſuivantes, celles là n'auront icy leur particuliere declaration.

## LES PROPOSITIONS.

### PROPOSITION I.

*DEclarer en general, la qualité du mouvement du globe terreſtre.*

Il ſemble que le premier moteur, vueille que toute autre choſe aye mouvement de luy, tant au regard des parties que du total: car la terre ne fait pas ſeulement ſon circuit annuel alentour du ſoleil, & tous les jours ſa ſuperfice alentour de ſon axe, mais auſſi la matiere de laquelle elle eſt compoſée, change, & vire de lieu en lieu, par entrelaſſemens, ſeparations, & rejonctions des parties, la terre acquiert deux divers mouvemens de l'air & de l'eau, car par le mouvement de l'eau, les pais ſont rompus & d'autres en ſont faits, aſſavoir pays plats & au niveau, qu'on pourroit appeller pays croiſſans, comme on le verra cy apres à la 4 propoſition & ſuivantes. Par le mouvement de l'air, c'eſt à dire par le vent, ſont faits les païs hauts & montagneux, ce qu'on verra en la cinquieſme propoſition plus amplement, comme auſſi aux autres ſuivantes. Mais puis qu'on pourroit demander la cauſe du mouvement de l'air & l'eau, il faut ſçavoir que l'eau, comme grande partie du globe terreſtre, reçoit trois divers mouvemens notables: l'un du ſoleil; l'autre de la lune; l'autre de l'air. Car par la chaleur du ſoleil elle eſt attirée en vapeur, qui environne la terre comme un autre globe, eſt appellé Globe des vapeurs, des qualités duquel & de ſa hauteur deſſus la terre ſera traité cy apres en un traité à part, au troiſieme livre ſuivant. Ceſte vapeur, comme on en voit de ſemblable és diſtillations communes, ſe change en goute, d'où procede la pluye, mais ſe congelant devient greſle: que ſi la vapeur ſe vient à geler, devant que de changer en goute, ce ſera neige. Ceſte pluye, greſle & nege, ne laiſſe de couvrir la terre, par le moyen du vent, nonobſtant qu'elles ſe ſoient faites ſur le deſſus de la mer, & ainſi en tombant ſur la terre, cauſent les ſuſdits changemens és diverſes matieres terreſtres. Touchant le mouvement que l'eau acquiert par la lune, qui eſt le flux & reflux de la marée, nous en traiterons particulierement au ſixieſme livre de la Geographie. Et quant au troiſieſme mouvement que l'eau acquiert par l'air, c'eſt le vent, lequel tient l'eau en continuelle eſmotion, comme chacun ſçait. *Concluſion.* Nous avons donc declaré en general la qualité du mouvement du globe de la terre ſelon le requis.

ALB.

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

ALB. GIRARD.

*L'Autheur parle de l'eſlevation & depreſſion des vapeurs, ſelon la maniere ordinaire, c'eſt à dire ſans autre demonſtration, de laquelle choſe il eſt bien à excuſer, pour eviter prolixité, & auſſi puis que ça eſté une choſe incognuë juſques à preſent. La raiſon eſt telle: c'eſt que le ſoleil par ſa chaleur, tient l'eau liquide, c'eſt à dire qu'il la contregarde de s'engeler: or l'eau non gelée, evapore continuellement, & ceſte vapeur n'eſt rien autre choſe, qu'un amas de tres-petites bouteilles, ou veſcies, comme je l'ay veu de mes yeux, enfermant un air plus chaud que celuy qui eſt à l'entour, lequel ne ſe meſlant pas avec celuy de dehors, retient mieux la chaleur du ſoleil, qui l'eſchauffe de plus en plus; & l'air tant plus il eſt chaut, & tant plus il s'eſleve plus viſte, & prend plus grande dimenſion, fait encor enfler davantage ces veſcies (ſi la chaleur eſt vehemente) juſques à les crever avec le temps; que ſi devant de crever, elles paſſent par un air plus agité, ou plus froid, alors l'air qui eſt dedans ſe refroidiſſant peu à peu, la dimenſion diminue, aſſavoir chacune bouteillette devient ſi petite, qu'elle devient maſſive, & de telle grandeur que celles qui ſont propres à l'arc en ciel, c'eſt à dire tres-pres l'une de l'autre ſans ſe meſler, qu'avec longue agitation de vent; ce meſlange ſe fait d'autant plus viſte qu'elles ſont plus pres, & que le nombre eſt grand; or venant à ſe conjoindre (ce qui n'arrive pas ſi toſt, pource que les petites goutes menées du vent, demeurent egalement diſtantes, le vent pouſſant l'une auſſi bien que l'autre) tant plus la nuée eſt maſſive, & tant pluſtoſt peut elle tomber. Il faut auſſi noter que la chaleur de l'eſté, (de jour) ſe termine touſiours environ une meſme diſtance, (cauſe que les nues ne vont plus haut) & non pas loing de la ſuperfice de la terre, encor moins en hyver, car la chaleur du ſoleil eſt beaucoup augmentée de la reflexion des raids ſur icelle ſuperfice; & principalement, lors que les angles, incidens ſont plus pres de la droiture, veu que vers le pole le ſoleil luit un demy an de long, & ſi ne peut pas eſchauffer, à cauſe que leſdits angles ſont fort obliques: parquoy ſi la chaleur du ſoleil eſt tant aidée de la reverberation des raids incidens ſur la ſurface de la terre, telle chaleur ſe termine bien pres, puis que celle qui eſt ſur l'Equinoctial, ne ſe peut eſtendre à eſchauffer l'air ſi avant, que ceux qui ſont vers le pole en puiſſent eſtre eſchauffez, tellement qu'entre nous & le ſoleil, és plus grandes chaleurs, il gele, d'autant que la chaleur du ſoleil ne ſe monſtre que là où les raids trouvent plus de reſiſtance, & quand on ſent de la difference de chaleur en deux jours ſuivans, c'eſt lors que l'air d'entre deux eſtant plus coy, la chaleur ſe rend plus vehemente.*

## PROPOSITION II.

*DEclarer que de la matiere des pays hauts, (laquelle eſt emportée par la pluye & neige,) ſont faits d'autres terroirs, jouxte les rivieres, & auſſi où elles ſont leur entrée dans la mer.*

On remarque qu'és pays montagneux, lors que la neige fond, & courant vers le bas elle emporte quant & quant, ſable, argile, cailloux, & choſes ſemblables: laquelle roule inceſſamment juſques aux rivieres, en grande quantité, ce qui ne vient pas ſeulement des hauteurs prochaines, mais de pluſieurs lieux quelques journées de chemin de diſtance, auſſi de part & d'autre des rivieres, l'on remarque que grand' partie des montagnes avec les bois, & tout ce qui eſt deſſus, vient à renverſer: tellement que les hauts pays plats, ſont maintefois rongez, que ce qui reſte ſemble eſtre des montagnes hautes. Ceſte eau venant donc à ſe desborder pour la grande quantité de ce qui y vient deſcendre, s'eſpard par les champs voiſins, & principalement és plus bas lieux, & marets d'alentour ſe mettant au large, ce qui luy fait perdre la force de ſon cours, & partant laiſſe couler au fond ce qu'elle contenoit de plus eſpais, faiſant ainſi un rehauſſement tel quel ſur ces terres là. Mais le reſte eſtant encor au milieu du fil de la riviere, elle l'emporte juſques à ſon entrée dans la mer, où ſemblablement entrant au large n'eſt plus ſi rapide, laiſſe couler au fonds ce ſable & matiere, dont elle eſtoit chargée. *Concluſion.* Nous avons donc, &c.

## PROPOSITION III.

*DEclarer pourquoy une meſme riviere amene en d'aucuns endroits des terroirs nouvellement crus, du ſable maigre, & en d'autres de l'argile graſſe.*

On pourroit trouver eſtrange de ce que le ſable & l'argile eſtant meſlez dans les rivieres, neantmoins d'aucuns endroits des terroirs de nouvelle crue, ſont rehauſſés de ſable maigre, d'autres de bonne terre graſſe: mais c'eſt pource que l'eau eſpaiſſe (comme à la 2 propoſition) laiſſe tomber premierement ce qui eſt le plus peſant, comme les pierres & cailloux, puis apres le ſable à la fin du cours à ſable rapide, apres cela le ſable ne pouvant venir plus avant, l'argile tombe peu à peu, laquelle eſt emportée plus loing, comme l'experience le teſmoigne, puis l'eau claire retournant en ſon lieu par laps de temps laiſſe toute ſa voiture là. *Concluſion.* Nous avons donc declaré, pourquoy une meſme riviere, &c.

## PROPOSITION IV.

*DEclarer comme les terres horizontales croiſſent.*

Les terroirs du globe terreſtre, ont deux diverſitez notables, les uns horizontaux, giſans fort plats, & au niveau, voire en d'aucuns lieux quelques journees de chemin en longueur. Les autres ſont montagneux; mais la maniere comment les horizontaux ſont jadis venus à eſtre tels, ſera deduite en ceſte propoſition, delaiſſant l'expoſition des terroirs montagneux à la ſuivante 5 propoſition.

Les pays horizontaux, ſont de trois principales eſpeces; les uns gras, & argilleux: les autres ſont des bruyeres aquatiques maigres & ſablonneuſes; la troiſieme eſpece ſulphureuſe (appellée *Veen* en Flamand, c'eſt dequoi on fait les tourbes pour le chauffage en Hollande) or ces trois prennent leur croiſſance egale, comme s'enſuit.

Combien que les pays ſous l'eau puiſſent bien eſtre de profondeurs inegales, ceſte inegalité devient peu à peu en egalité, pource que les plus profonds lieux prennent plus d'accroiſſement que les moins profonds; car le vent faiſant mouvoir l'eau, à laquelle l'argile & ſable eſt ſuſpendu, c'eſt une choſe notoire que là où il y a plus d'eau, comme és lieux plus profonds, là il y a plus de matiere ſuſpendue; lors auſſi que l'argile ſe raſſeoit ſur les moins profonds elle eſt encor molle, & ſe renverſe tant plus facilement aux concavités d'alentour, tellement que là tout cerche l'egalité; or l'accroiſſement eſtant ſi haut, que l'eau baſſe, il eſt à decouvert, il ſe trouve de la diverſité entre l'accroiſſement fait de ſable & celuy d'argile; car de celuy de ſable ſont faits les pays montagneux, comme nous dirons en la prop. 5. mais de celui d'argile ſont faits les pays horizontaux, comme il ſera declaré cy apres plus amplement.

Les terres horizontales d'argile ou de limon croiſſent ainſi; apres que l'eau eſt decoulée de la terre, & qu'elle ſe ſeche, elle s'endurcit fort & ferme enſemble, ſans pouvoir recevoir aucun changement par le vent: ainſi que l'une crouſte vient ſur l'autre, comme l'on voit és bords des rivieres où la terre du bord eſt à plomb, & telles incruſtations eſpaiſſes d'un poulce ou deux ou environ, leſquelles ſont ainſi diſtinguées par l'herbe

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

l'herbe qui croiſt à chaque fois ſur icelles. Or ceux qui n'ont jamais veu telles choſes pourroyent trouver ce que deſſus contraire à leur opinion, mais afin de les en aſſeurer davantage, c'eſt une choſe notoire qu'en Hollande, & ſemblable pays croiſſant, que ſouventesfois les proprietaires ſont en doute, & en diſcord s'ils arreſteront tel accroiſſement, par des digues & chauſſées, ou bien s'ils laiſſeront quelques années accroiſtre le tout plus haut par telles incruſtations, pource qu'en pluſieurs lieux on trouve tous les ans beaucoup de changement.

Les bruyeres ſablonneuſes, & plates, ne ſe ſont emmoncelées par le vent en montagnes ou dunes, à cauſe qu'en hyver & eſté, elles ſont touſiours humides, eſtant arroſées de quelques torrens, & autres eaux courantes, tellement qu'elles ne peuvent eſtre eſlevées du vent, comme il fait le ſable ſec, & cependant les bruyeres croiſſent deſſus, qui contregarde le ſable davantage. Il advient aucunefois qu'on y voit des collines, à cauſe qu'il a fait plus ſec là qu'en autre lieu.

Touchant les terroirs horizontaux ſulphureux ou bitumineux (en Flamand *Veen*) leur accroiſſement ſe fait comme il a eſté dit de l'argile par le rempliſſement des bas terroirs de ceſte ſorte de terre là, de la maniere & comment elle croiſt, il en ſera parlé en ſon lieu (propoſition 7) plus amplement.

Notez que par les choſes ſuſdites, qui ſe ſont faites, & ſe feront encor cy apres, que la terre emplit la mer, la rendant eſtroite de plus en plus, & au contraire la mer ſubmerge & inonde la terre peu à peu, ainſi que ces deux ſe changent de l'un en l'autre.

### Corollaire.

D'icy s'enſuit qu'il eſt impoſſible que les terroirs horizontaux puiſſent croiſtre auſſi haut que les plus hautes inondations, veu qu'iceux doivent touſiours eſtre ſous l'eau pour pouvoir recevoir augmentation, ſi ce n'eſt que leſdites eaux decroiſſent, ou ſe devoyent, comme il advient ſouvent, ainſi qu'il ſera dit en ſon lieu.

## Proposition V.

*Expoſer comment les terroirs inegaux & montagneux croiſſent.*

Les pays montagneux croiſſent principalement en deux façons, par les rivieres ou par la mer: par les rivieres, lors que les accroiſſemens de ſable eſtans faits, comme il a eſté expoſé en la 3 propoſition, & ſi haut qu'ils ſont à deſcouvert, l'eau eſtant baſſe, & qu'ils ne ſont tenus humides par des torrens, ou ruiſſeaux, le ſable devenant ſec, alors par un fort vent (devant que l'herbe croiſſe deſſus, laquelle requiert beaucoup de temps) ſont faites par cy par là des foſſes & boſſes.

Mais ceux qui n'ont jamais veu telle choſe peuvent voir le meſme en la neige, laquelle en temps doux & coy s'eſpard egalement par la plaine, mais par le vent s'emmoncelle çà & là, & en aucuns lieux, elle eſt du tout envahie par la force du vent; de meſme en eſt-il du ſable; finalement apres ceſte creüe une autre venant, remplit les lieux bas, puis l'eau s'abaiſſant le ſable ſeche, & puis du vent eſt derechef emmoncellé vers le haut; ce qui advenant par des grands flux, alors le païs devient montagneux & plus haut de beaucoup que les plus hautes eauës ne peuvent parvenir, ce qui n'advient pas és creües horizontales, par le corr. de la 4 prop.

Notez qu'il arrive ſouvent qu'en des terroirs gras & feconds, là où le ſable ne ſouloit s'amaſſer qu'il s'y amaſſe puis apres, & ce par l'eau qui vient à paſſer par deſſus les digues, ce qui arrive par deux moyens principaux, dont l'un eſt par des inondations extraordinaires, leſquelles adviennent à peine dans 30 ou 40 ans une fois; l'autre quand apres une longue & forte gelée, ſuit un degel avec grand' pluye; ainſi que la glace deſcendant en abondance, s'amaſſe l'une ſur l'autre & bouche la riviere, laquelle pour ceſte raiſon s'enfle & vient à paſſer par deſſus les digues. Or l'eau tombant de haut en bas fait des creux dans terre, penetrant non ſeulement la crouſte d'argille de deſſus, mais auſſi quelques braſſes de profondeur dans le ſable, tellement qu'il s'eſpard au deſſus des terroirs gras d'alentour: D'aucuns pourroient penſer (ne ſçachant rien de cela par experience) que ce ſont des opinions & ſpeculations pourpenſées, mais il y en a auſſi d'autres qui en ſont ſi certains à leur dam, qu'ils n'y peuvent penſer ſans doleance.

Notez auſſi qu'il arrive bien apres telles creües de ſable, que l'argille vient encor deſſus, & derechef encor du ſable. Ce qui ſe voit bien lors qu'en foſſoyant profondement l'on trouve argile, ſable, puis argile, terre noire, & ainſi conſequemment.

Mais pour parler des montuoſitez, qui ſont cauſées de la mer, il faut ſçavoir que l'arene du rivage reçoit divers changemens, comme des grands vents qui viennent du coſté de la terre & qui ſuivent apres la tempeſte de la mer, par leſquels accidens, il arrive qu'on deſcouvre encor la maiſon de *Britten* pres *Catvvick*: mais ces vens venans de la mer en temps de tempeſte, le ſable eſt ramené abondamment ſur le rivage, lequel ſe ſechant au ſoleil au decroiſt & en baſſe marée, le vent le chaſſe en haut & en rehauſſe les dunes.

La raiſon pourquoy il y a des dunes beaucoup plus hautes en un pays qu'en l'autre au rivage de la mer, vient de ce que d'aucuns rivages ſont plus hauts & larges, & par conſequent il y a plus de ſable qui ſe ſeche à la fois, ainſi que la tempeſte de la mer ſurvenant eſt chaſſé en haut en grande quantité.

Touchant ce qu'on pourroit mettre en doute de ce que les dunes demeurent en eſtre, nonobſtant que les vens de la terre les diminuent & les vens de la mer les augmentent: c'eſt pource qu'és lieux où les dunes croiſſent qu'il y a beaucoup plus de vens de mer que de terre; & auſſi que ſur les dunes avec le temps, l'herbe croiſt, comme auſſi pluſieurs arbriſſeaux qui aprofondiſſent leurs racines de plus en plus, ce qui retient beaucoup le ſable qu'il ne s'envolle par le vent dans la mer: d'où vient que ceux de Hollande remarquant ces choſes, les parſement d'une herbe appellée *Helm* ou *Heaume*, pour retenir le ſable és lieux les plus neceſſaires: A *Goere* on fait venir des dunes, où il n'y en avoit auparavant, par le moyen des joncs & roſeaux qu'ils fichent dans le ſable.

Notez encore, qu'ainſi comme les creües ſur les terroirs horizontaux, ſe font crouſte ſur crouſte, par le moyen des hautes eauës, comme il a eſté dit à la 4 propoſition: qu'auſſi les creües montagneuſes, ſe font de meſme tant par la mer, que par les rivieres; ce qu'on remarque advenir és dunes, & montagnes de ſable, là où la grãde pluye en a fait eſcouler une bonne partie, car illec ſe peut voir que l'herbe fait diſtinction entre chacune creüe, d'autant que l'herbe n'eſtoit pas ſi toſt levée qu'une nouvelle crouſte la venoit couvrir. Toutesfois ces creües different en cela que les montagneuſes ſont plus tortues & moins unies que les autres. Davantage il ſera dit en la neufieſme propoſition ſuivante, que ceſte diſtinction ſe remarque és rochers, laquelle

demeure

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

demeure encor lors que les dunes se viennent à petrifier & que la distinction demeure notoirement.

Jusqu'icy a esté dit comment les dunes croissent sur les montagnes de sable : mais d'autant qu'on pourroit penser qu'il y a icy manque d'explication touchant les creuës des montagnes par le moyen d'autre matiere que de sable, comme de terre noire & grasse, argile, rochers, metaux, & choses semblables; veu que le titre de ceste proposition semble devoir parler des creuës des montagnes en general. On doit sçavoir que toutes les montagnes ont esté premierement sable, excepté celles qui pourroient estre faites de main d'homme, ou par quelque estrange & extraordinaire accident, comme par les tremblemens de terre : desquelles choses la suivante proposition restituera ce qui sembloit avoir esté oublié.

*Conclusion.* Nous avons donc declaré comment les montagnes & pays mal unis croissent, selon le requis.

## Proposition VI.

*Declarer comment les terroirs sablonneux & les dunes se changent en terre grasse & noire.*

On voit par effect qu'avec le temps, tant sur le sable des dunes de mer, que de riviere, il vient à croistre plusieurs sortes de plantes, desquelles les fueilles & fruicts tombans se changent en terre grasse & noire par la putrefaction, qui fait ce qu'on appelle terre, laquelle descend si profondement que la longueur du temps le donne : & qu'aussi il y a des choses les unes plus grasses que les autres, qui causent en cela le plus & le moins, comme les semences de lin, de naveaux, choux; & d'aucuns fruicts, comme noix, amandes, olives, &c. desquels on tire de l'huile à grande abondance, & par consequent engraissent plus la terre que non pas d'autres semences & fruicts plus maigres : Item des autres plus noires les unes que les autres, comme noix de gale, noix communes, glans, &c. Or que la terre noire soit sable engraissé & ainsi meslé, c'est une chose notoire, comme là où la pluye a passé ayant descouvert une partie de sable, roule & coule avec la terre grasse en quelque lieu plus bas. Mais si on veut voir le mesme par d'autres exemples (comme je l'ay esprouvé en diverses fois, & en diverses matieres) prenant un verre ou vaisseau plein de terre noire, & jettant de l'eau claire là dessus, puis les remuer ensemble, & jetter l'eau noire, l'arrestant en sorte que le plus pesant aille au fonds, dans autant de temps qu'on feroit 5 ou 6 pas, & puis reiterant le mesme souventefois jusques à ce que la noirceur soit separée, on trouvera le restant estre du maigre sable, blanc, jaune ou gris, ou selon que la nature le diversifie.

*Conclusion.* Nous avons donc declaré comment, &c. selon le requis.

## Proposition VII.

*Declarer comment la tourbe (ou veen selon les Flamans) vient en la terre.*

Tourbe est une certaine terre de laquelle les Hollandois se servent au lieu de bois pour le chauffage. Or il est advenu, comme il a esté dit en la proposition precedente, qu'en demeslant la terre noire du sable, qu'elle estoit aussi noire que de l'encre, excepté qu'elle ne valloit rien pour escrire, estant trop rousse sur le papier, laquelle estant sechée dans un verre, estoit de mesme matiere que les tourbes, veu qu'elle brusloit comme de la mesche, laquelle est de nature sulphureuse; ainsi que la noire graisse de la terre separée de son sable, peut estre tenuë pour tourbe. Ce qui estant ainsi il appert comment la tourbe se trouve en beaucoup de pays plats, souvent de 20 pieds de profondeur en terre; car les rivieres estant enflées, passant par dessus les terroirs gras, se noircissent en emportant ceste terre noire quant & soy, comme est l'eau (pres de la mer appellée *Zuyrzee*) qui tombe dans la riviere de *l'Issel*, emportant donc la noirceur avec le sable ensemble, & venant au large laisse tomber son sable, & transporte la noirceur plus loing, là où se fait une creuë de tourbe.

Il y a aussi beaucoup de terre de tourbe avec des fueilles, des racines des bruyeres, le tout selon que les terres sont, sur lesquelles les rivieres desbordées passent.

## Proposition VIII.

*Declarer comment le voarre, les pierres, les metaux, & autres matieres solides viennent à estre fluides en l'eau.*

On trouve que plusieurs fontaines sortant des rochers ont quelque couleur verte ou bleuë, comme l'eau forte ou royale là où on a mis de l'or ou de l'argent, ce qu'aussi l'eau de pluye acquiert, passant par des lieux mineraux : Or l'eau de la mer est de tout costé de telle couleur, parquoy on peut conclurre qu'elle l'acquiert par mesme maniere, assavoir par la continuelle rencontre de ladite eau avec les rochers qui contiennent des especes metalliques, tant au fonds, qu'au rivage de la mer : tellement que ces matieres viennent à estre fluides en l'eau, nonobstant qu'elles ayent esté auparavant fermes & solides. De mesme en est-il des pierres, voarre, & autres matieres, lesquelles l'eau ronge par laps de temps, & ainsi deviennent fluides, & se meslent avec l'eau; & ce d'autant plus que les Chimistes tesmoignent, que cuisant de l'eau (assavoir de l'eau marine laquelle a en soy ces matieres) fort long-temps, & remplissant continuellement ce qui s'evapore, que finalement on trouve du voarre dans le pot, lequel ne viendroit pas là, s'il n'estoit premierement en l'eau. Ce voarre fluide meslé avec matiere pierreuse, se trouve souvent aussi dans les canaux & tuyaux des conduits & fontaines qui ont esté long temps sous terre, lesquels sont bouchez de ce meslange, ce qui est cause qu'ils crevent; veu que telle matiere de voarre petrifié se trouve en iceux, lors qu'on les raccommode : Pareillement on en trouve és piliers & stiles des ponts de bois, où les rivieres passent dessous, ce qui n'adviendroit, s'il n'y avoit telle matiere en l'eau : Il est donc manifeste qu'elle y doit estre, puis qu'on l'y trouve.

*Conclusion.* Nous avons donc declaré comment le voarre, les pierres, les metaux, & autres matieres solides viennent à estre fluides en l'eau, selon le requis.

## Proposition IX.

*Declarer la maniere comment l'argile, voarre, pierre, & le metail croissent.*

Nous avons dit à la deuxiesme Proposition comment l'argile & la tourbe viennent des pays hauts sur les terroirs horizontaux, puis apres en la septiesme Proposition, comment la tourbe vient sur lesdits hauts terroirs, qui n'estoyent que sable, par la cinquiesme Proposition. Maintenant il nous faut dire comment l'argile, (d'autre espece que la tourbe, car bruslée devient pierre ou voarre, & la tourbe se reduit en cendre) vient sur les hauts terroirs, comme aussi le voarre, pierre, & metail. Il faut donc sçavoir preallablement qu'en fossoyant profondement au fonds des montagnes, ou en leurs

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

leurs vaux, l'on trouve de l'argile, tourbe, cailloux & pierres, lesquelles n'y sont pas creuës apres la construction des montagnes, mais y ayant esté auparavant: comme sous les dunes d'Hollande y a des pierres, de l'argile, tourbe & choses semblables, comme sous la campagne rase qui est pres de là, ce qu'on apperçoit en d'aucuns lieux au bord de la mer, au pied des dunes, comme de la terre noire entremeslée: la raison est que la mer est presentement, où autrefois la terre a esté, assavoir lors que la maison de *Bretten* estoit esloignée de la mer quelques lieuës (& maintenant bien avant dans la mer) par le moyen des creues que le Rhin causoit en son entrée dans le mer; mais depuis que le Rhin s'est destourné dans la Meuse, la mer a emporté & ravagé ces creuës, & les dunes se sont venuës rendre (selon la cinquiesme Proposition) sur le plat terroir d'argile, & pour semblables raisons l'on trouve de l'argile, tourbe, & cailloux, sous plusieurs montagnes, & bien haut, illec parvenus par les grands flux des rivieres, comme il a esté dit en la 4. & 5. Proposition. Toutesfois de parler comment l'argile, tourbe, & pierres viennent és montagnes par telles semblables raisons, ce n'en est pas icy le lieu, mais du meslange des terroirs sablonneux, avec l'argile, apres avoir esté formés, & de leur changement en grands rochers mineraux, lesquels ne sont subjects à l'impetuosité des vagues.

Et pour venir à la chose mesme, je dis premierement que c'est une chose certaine que telle cruë de pierre tant és pays plats que montagneux (és montagneux davantage) advient apres estre formés & achevez, dequoy il a esté dit à la precedente, pour ces raisons: Il arrive qu'en des pays plats, y ayant fossoyé un pied ou deux, (comme l'experience le monstre és sieges des villes où nous nous sommes trouvé) on y remarque un pavé de pierres, lequel est espais d'un pied ou environ, qu'il faut rompre avec des picqs & hoyaux; apres quoy on trouve derechef de la terre molle, comme on a veu en un fort au dehors de la ville de Hulst en Flandre, & encore en d'autres ouvrages de terre vers là; le pays est plat & entouré de digues, & est croyable que ce lict de pierre n'est pas venu en une fois. Et de mesme en est-il de la petrification & metallification des montagnes; mesme j'ay veu les commencemens de ces choses sous terre, devant Grolle comme il me semble, & ce en forme de mine de fer, & en autre lieu d'autre façon. La raison de ces choses est, pource qu'en l'eau de pluye y a du verre & de la pierre fluide, qu'on trouve dans le vaisseau apres avoir long-temps bouïlli, & aussi dans les tuyaux des fontaines & conduits; ce qui se congele par laps de temps, comme a esté dit cy dessus, ce ne sera de merveille si l'eau passant par le sable y laisse ces matieres là, veu que l'eau marine y laisse bien son sel & devient douce. On remarque aussi que le grais (qui est une pierre pour aiguiser les utensilles de fer) n'est autre chose que sable ramassé & petrifié, ou vitrifié ensemble: ce qui se voit si aisement, qu'és rochers il y a aucunefois du sable lequel sans le toucher, fait douter s'il est petrifié ou non, pource qu'on y remarque le sable & sa couleur fort naifvement. Les distinctions qui sont és pierres des montagnes, tesmoignent encore de la petrification des dunes, dont la cause a esté dite à la cinquiesme Proposition, nommement qu'elles aviennent de diverses tempestes marines avec l'accroissement des herbes entredeux, où l'on peut recognoistre que les pierres plus espesses, sont telles par les plus vehomentes tempestes, ou de plus grande conjonction de sable sans croissance d'herbe entredeux. Davantage comme l'argent apres estre fluide dans l'eau forte, est rendu solide par la practique des Orfevres, il ne sera pas esmerveillable, que le metail estant fluide par la pluye és montagnes, vienne à estre solide dans terre par laps de temps, & puis apres fluide. En somme il appert que non seulement l'eau de la mer est eslevée en vapeur par l'Archée du globe terrestre, mais aussi les metaux, pierres, & autres matieres qu'on trouve és dunes & aux pays horizontaux. Il semble aussi que le mesme avient des autres matieres tant animées qu'inanimées: Peut estre que pour ceste cause les anciens ont tant parlé de l'esprit du monde, duquel les ames des brutes viennent & retournent, comme l'eau vient & retourne en la mer. Or il y a cela de difference entre telle Alchimie & la susdite, de l'eau, sable, cailloux, argile & tourbe, dont la maniere de la conjonction de chaque matiere avec son espece est cognue, par la cause, mais l'autre non: car comment l'or se joinct dans terre avec l'or, comment les matieres de mesmes especes se conjoignent en semence, tant animale que vegetable, je n'en sçay du tout rien. Si on sçavoit par la cause comment l'argent fluide en l'eau forte, est amassé par le cuivre, & le cuivre fluide par le fer, & le fer fluide par l'aimant, peut estre qu'on auroit un commencement pour parvenir à la cognoissance de la conjonction des metaux sous terre, & par consequent de la Chrysopée des sages, laquelle est tant recerchée des Lachrymistes de ce temps: mais nous estant incognuë telle conjonction des metaux, laquelle nous faisons bien nous-mesmes; ce n'est pas merveille si la conjonction des metaux soufterrains, & aussi des autres especes, nous est du tout incognuë, & c'est pour cela qu'en ceste proposition nous n'avons pas peu promettre de declarer la cause de la generation de ces matieres là, mais bien d'en parler en quelque façon, recommandant la recerche aux autres.

*Conclusion.* Nous avons donc declaré la maniere comment l'argile, voarre, pierre & le metail croissent, selon le requis.

## Notez.

Les choses estant ainsi comme dit est, & comme je croy qu'elles sont, de la solution & congelation generale des matieres terrestres, la cognoissance des mesmes pourroit donner avantage à la recerche de la cause & proprieté des matieres; car quelqu'un se proposant que la montagne pierreuse où il est, a esté autrefois quelque dune sablonneuse, & qu'elle a esté changée du depuis, & se change encor continuellement par l'eau de pluye qui passe au travers, laquelle y laisse son sel, soulphre, voarre, pierre, & metail, ce qui donne occasion de recercher & de croire que la congelation se fait par quelque ordre, que quelque chose y doit preceder & d'autre doit suivre, & comment les matieres de mesme espece se conjoignent, & choses semblables. Comme par exemple pour recercher comme l'argile croist, il me semble que le limon (plus gras que sable, & plus maigre que l'argile) est le commencement d'argile, ou est argile imparfaite, & l'argile le commencement de roche: car l'argile des montagnes n'est pas emportée de la pluye ny de la neige, comme les matieres propres à faire les terroirs horizontaux, selon la quatriesme Proposition, & ainsi peut s'endurcir avec le temps & se petrifier.

Quant à ce qu'on pourroit objecter, que si la petrification des montagnes venoit de ce que l'eau de pluye passe au travers, que ladite petrification commence-



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

roit au dessus de la superfice de la terre ; ce qui est contre l'experience, veu qui c'est environ à un ou deux pieds de profondeur, comme il a esté dit cy dessus.

Mais à cela il faut respondre qu'en effect ceste petrification commenceroit sur le dessus de la superfice de la terre, n'estoit que les vens, pluyes, neiges, gresles, gelées & telles choses, y sont contraires : ce qu'on peut bien voir en ce que les maçonneries engelées ne tiennent pas bien, & qu'ordinairement le devant des murailles est facile à desrompre, mais tant plus profondement qu'on parvient, & d'autant plus elle est dure; mesme la terre sur laquelle elle est appuyée (comme aux terranes de fortifications) est d'autant plus dure qu'on y approfondist, si elle est construite long-temps auparavant, se tenant ensemble comme une seule pierre. Parquoy si en recerchant par experience la cause de tout cela, estant fondé sur des choses certaines, & que cognoissant ce qui est tres-certain & ce qui l'est moins, il se pourroit faire qu'on atteindroit en une tres-parfaite cognoissance de ceste matiere.

## Proposition X.

*Declarer comment il n'y a pas de matiere terrestre qui ne soit mestée de diverses especes.*

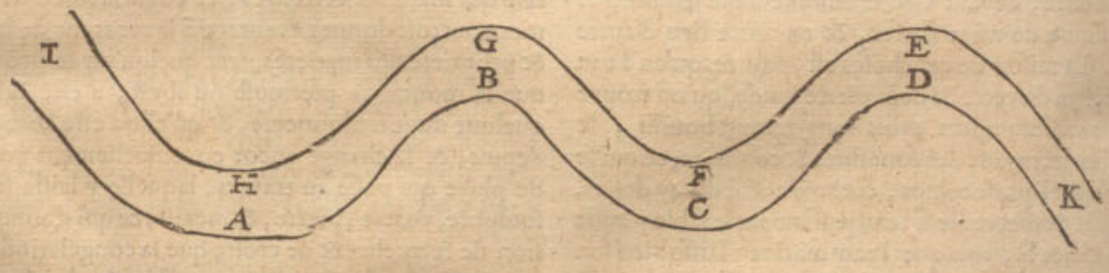
Les Grecs disent bien qu'il n'y a rien qui ne soit mesté, comme nulle eau sans aïr & plusieurs matieres terrestres : & nulle matiere terrestre sans eau, air & plusieurs autres especes. Ce qui pourroit estre encor un Aphorisme du siecle sage ; mais il ne semble pas qu'ils ayent peu par cela parvenir à la cognoissance des causes, ny à la maniere en general comment il en est : ce que je pense apparoistre en ce que dessus, nommément (pour le redire en bref) que la pluye passant par les montagnes metalliques & sulphureuses rend fluides les mesmes metaux, & soulphre, comme il se peut remarquer en la couleur, & odeur de l'eau, & consequemment rend fluides d'autres matieres, lesquelles ne se peuvent remarquer, ny par couleur, ny odeur, comme pierre, voarre, & ce que ce soit : Ainsi que l'eau de riviere est mestée de plusieurs materiaux des montagnes d'ou elle vient. Ces rivieres courantes en la mer, laquelle a de semblables meslanges par son perpetuel mouvement contre le rivage & le fond; parquoy l'eau de mer a en soy un meslange de diverses matieres terrestres : ceste eau s'evapore continuellement, entretenant le Globe des vapeurs, qui pour mesme raison a aussi un meslange de toute matiere : Ceste vapeur se tourne incessamment en rosée, pluye, neige, gresle, qui contient aussi pour mesme raison un meslange desdites matieres, & venant à tomber sur terre y laisse la plus part de son meslange pour l'assemblage & facture de renovation, puis passant par les vieilles compositions remporte en la mer les mesmes en forme fluide comme devant. Et ainsi les matieres terrestres ont un continuel mouvement de meslange les unes avec les autres.

*Conclusion.* Nous avons donc declaré comment il n'y a pas de matiere terrestre sans estre meslée de diverses especes.

## Proposition XI.

*Declarer la cause pourquoy les bords des rivieres sont ou plats, ou en pente ; & pourquoy les rivieres deviennent courbes de plus en plus.*

Il advient encor un grand mouvement à la terre, de plat, ou en pente, dont la cognoissance est profitable à plusieurs choses, comme entre autres choses à achepter, & vendre les terres, y faire des desdaines, contreforts, & digues, aussi à la situation des Villes, Forteresses, & ramelioration d'icelles, afin aussi de prejuger où il y aura alluvion & eluvion future. Il faut sçavoir que les bords des rivieres sont aucuns comme coupez à plomb, c'est à dire fort en pente, tellement que l'eau est comme à sa profondeur, mesme au bord, & alors la terre est rongée de l'eau de plus en plus, ce qu'on appelle en Flandre *schoor* ou bien *schoorkant* ; & si c'est contre une digue *schoordÿge*, c'est à dire digue qui est coupée de l'eau fort à pente. D'autres bords sont tout au rebours, car ils sont tout plats, quasi à niveau, non profonds, croissans (c'est à dire que l'eau y apporte de la terre) en Flamand *aenvvas*, ou *grint*, ou *strant* ; ce dernier mot est dit par la similitude de tel bord croissant, au bord de la mer qui est tousiours de telle façon. Or pour declarer la proprieté des bords plats & en pente, Soit ABCD une riviere à quatre curvitez dont le cours soit de I vers K ; alors l'eau qui vient de I, rencontre la terre rudement en A, de sorte que




si ceste terre, estant emportée par l'eau, de plus en plus fait audit bord une grande profondeur ; & de mesme de A en G, de l'autre costé de la riviere ; & alors le cours est plus foible en B, d'autant plus qu'il est plus fort en G, & ainsi l'eau ne pouvant porter son sable, le laisse tomber en B, faisant illec une nouvelle creuë : & tout ainsi que les bords en A, & G sont en pente & profonds, le mesme en est-il des autres C, E ; au contraire tout ainsi qu'en B la terre croist, & le bord est plat, de mesme en est-il de H, F, D.

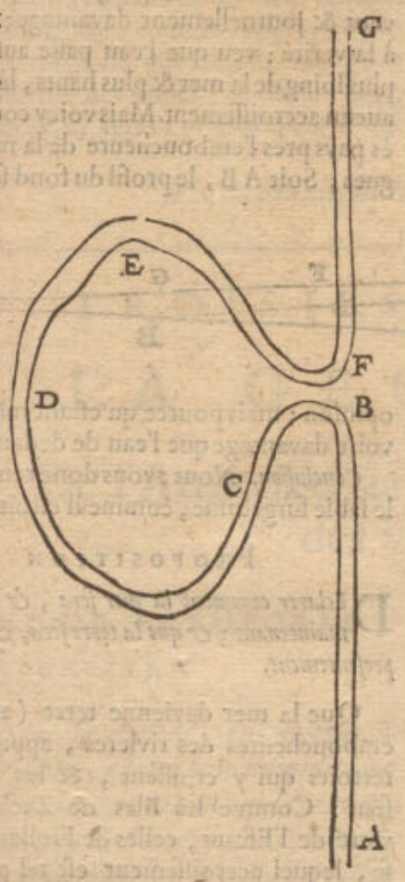
Laquelle chose continuée, la riviere devient courbe de plus en plus, tous les ans davantage, & ce d'autant plus que la terre est molle. Il est evident aussi que quand une riviere seroit droite quelque journees de chemin de long, qu'avec le temps elle deviendroit courbe; car là où elle commence, là elle continuera de plus en plus.

Toutefois il arrive qu'elles deviennent droites, mais c'est par accident, comme icy la riviere ABCDEFG avec une curvité BCDEF, là où les deux pentes B, F s'approchent de plus en plus, alors la riviere se joindra en BF, & coulera A en B tout droit dans F jusques à G, delaissant BCDE sans cours, laquelle se vient puis apres à remplir.

Notez encor, que les bonnes villes qui sont pres des rivieres (comme Anvers, Londres, Coulogne, Nimeghe, Rotterdam, &c.) sont ordinairement du costé que la riviere a son bord en pente, afin que les navires y trou-

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

y trouvent assez de profondeur, & qu'on les puisse bien charger & descharger commodement. Et quant au debris cõtinuel que l'eau y fait, cela se repare, & se pourvoit par main d'hõme, en y faisant des bords convenables, & des retinacles de pierre ou bois, selon la commodité du lieu; mais nous remettrons cecy en l'Architecture suivãte. Ceste reigle semble avoir quelque exception, d'autant qu'il arrive bien que les deux costez de la riviere sont tous deux en pente, ou tous deux plats, ce qui advient pour des raisons evidentes, comme quand l'eau passe par un lieu estroit entre deux roches, les bords pourront bien estre en pente tous deux, & semblablement quand il y a une Isle au milieu de la riviere, ou s'il y a quelque banc au fond. Il advient aussi qu'une riviere estant fort large en d'aucuns lieux, que les lieux plus profonds d'icelle, font ce qu'avons dit avenir à veuë d'œil sur les terroirs horizontaux, & qu'alors les deux costez de la riviere sont plats, mais quand les curvitez du fond parviennent jusques aux bords, ils se font en pente alors, par longueur de temps.

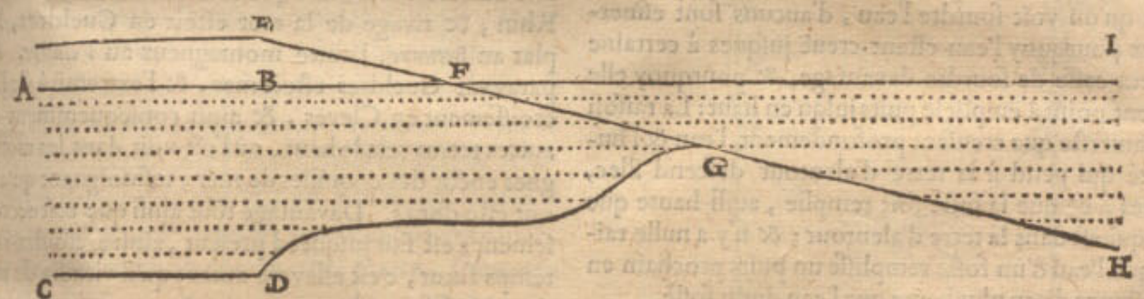



*Conclusion.* Nous avons donc declaré la cause pourquoy les bords des rivieres sont plats, ou en pente, &c. ce qu'il falloit faire.

## Proposition XII.

*Declarer la cause pourquoy devant les havres à la fin des rivieres il y a des bancs sous l'eau, qu'on appelle sueils.*

La raison pourquoy l'on sçait qu'il y a des bancs devant les havres à la fin des rivieres, c'est qu'on sonde le fond bien precisement, pour trouver les lieux plus profonds & y mettre des enseignes, & qu'un peu loing devant les rivieres, on trouve qu'elles y sont moins profondes que plus pres, ou plus loing, combien qu'en d'aucuns lieux, cela n'y face rien pour la grande profondeur des rivieres, & partant qu'il n'est besoing de sonder là le fond, nonobstant la reigle generale, qui veut qu'il y aye un banc, dont il y a deux raisons; la premiere, si la riviere est estroite & plus haute que la mer, alors l'eau venant tomber dans la profondeur large, coule encor quelque peu, emportant quant & soy son sable & sa charge, jusques à ce que le cours venant plus lent, elle le laisse tomber, & ainsi se fait un banc devant les rivieres. L'autre raison est la cause aidante à la construction desdits bancs, c'est que le rivage de la mer va en glassis, c'est à dire un bien peu en pente. Par exemple soit une description orthographique, c'est à




dire un profil à angle droit sur l'horizon, le long de la riviere ABCD, & GH le glassis du rivage de la mer, les poincts signifient l'eau, & B la bouche de ladite riviere, BFI le fil superieur de la mer, G le sueil; la riviere est profonde de A en B, c'est à dire de C en D, pour son cours rapide, causé de son canal estroit: Et l'eau venant à sortir du canal, elle rinsse le sable, premierement assez fort, puis apres tousiours plus foiblement, à cause de la grande largeur où elle entre; & partant quand elle n'apporteroit aucune charge de sable de la riviere, il y viendroit toutesfois un sueil au devant de la riviere, à raison de ce rinssement de sable du rivage: & G estant le lieu où le cours est fort foible, elle y laisse tomber son sable, faisant illec le sueil G, qui est plus profond en D & en H, plus pres ou plus loing de l'emboucheure de la riviere.

*Conclusion.* Nous avons donc declaré pourquoy il y a des sueils devant les havres à l'emboucheure des rivieres, selon le requis.

## Corollaire.

Il appert que tant plus l'emboucheure de la riviere croist vers la mer, d'autant plus le sueil s'avance dans la mer.

Touchant la maniere d'approfondir le sueil ce qui se fait plus aisement par la cognoissance de la cause, cela sera remis au traité de l'Architecture cy-apres.

## Proposition XIII.

*Declarer la raison pourquoy l'eau des rivieres devient haute de plus en plus.*

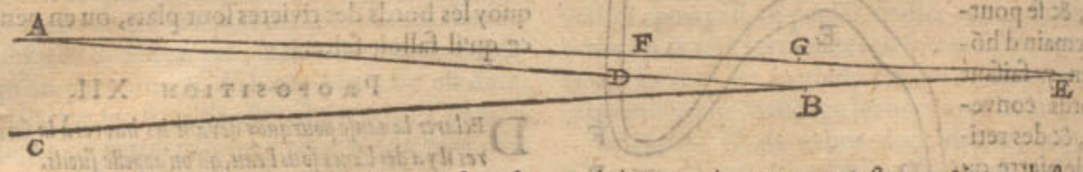
Il arrive en plusieurs lieux que les rivieres se departissent en deux, comme le Rhin à *s'Gravenvveert*, l'une partie vers Nimeghe, l'autre vers Arnhem & lieux semblables. Or quand le cours de l'une partie ramoindrit, l'autre croist d'autant plus. Or on apperçoit ceste accroissement beaucoup mieux és lieux qui sont entourez de digues, comme en Hollande; car lors qu'on faisoit les digues, le pays estoit d'autant plus haut que l'eau, qu'on se pouvoit servir d'escluses, pour se desfaire de l'eau du pays; mais 50 ou 60 ans apres, cela ne se pouvoit plus faire, pource que l'eau est plus haute que le terroir; & partant il se faut servir de moulins, autrement la terre demeureroit infructueuse sous l'eau.



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

J'ay ouy teſmoigner le meſme par des vieux haturels du pays digué de Melving en Pruſſe, declarans que l'eau du Nagats illec, eſtoit plus de trois pieds plus haute, qu'elle n'eſtoit en leur jeune temps, de ſorte qu'il ſe falloit auſſi ſervir de moulins.

Ce grand rehauſſement apparoiſt plus fort, en la fin des rivieres, où elles entrent dans la mer. L'opinion commune eſt, qu'il y vient plus d'eau qu'auparavant & journellement davantage; ce qui eſt contraire à la verité; veu que l'eau paſſe auſſi en d'autres lieux plus loing de la mer & plus hauts, là où on ne remarque aucun accroiſſement. Mais voicy comment cela advient és pays pres l'emboucheure de la mer, où il y a des digues; Soit A B, le profil du fond ſablonneux d'une ri-




viere, B l'emboucheure de la riviere venant dans la mer B E, du temps qu'on faiſoit les digues; & quelques annees apres, le fond A B vient à croiſtre plus loing dans la mer en E, en ſorte que A B le vieil fond ſe rempliſt de ſable, & au lieu de A B E, devient A E, & touſiours ainſi de plus haut en plus haut juſques à eſtre au niveau: parquoy B G eſt la hauteur creuë au fond de l'eau depuis qu'on faiſoit les digues, & cependant le terroir habité au delà des digues ne croiſt pas, ce qui monſtre la difference, plus que non pas où il n'y a point de digues, à cauſe que l'eau feroit auſſi croiſtre le terroir.

*Concluſion.* Nous avons donc declaré comment les rivieres viennent hautes de plus en plus, ſelon le requis.

## Proposition XIV.

*Declarer la cauſe pourquoy l'eau ſurgeonne.*

Lors qu'on fait un puits dans terre, auſſi profondement qu'on voit ſourdre l'eau, d'aucuns ſont eſmerveillez pourquoy l'eau eſtant creuë juſques à certaine hauteur ceſſe de ſourdre davantage, & pourquoy elle ne vient point à emplir le puits juſqu'en haut: La raiſon eſt manifeſte que creuſant profondement, l'eau & l'humidité qui pend à la terre d'alentour deſcend illec, juſques à ce que la foſſe ſoit remplie, auſſi haute que l'eau qui eſt dans la terre d'alentour; & n'y a nulle raiſon que l'eau d'un foſſé rempliſſe un puits prochain en conſiſtance d'eau plus haute que l'eau dudit foſſé.

*Concluſion.* Nous avons donc declaré pourquoy l'eau ſourd hors de terre ſelon le requis; ce qu'on appelle en Flaman *quelmvvater*.

## Proposition XV.

*Declarer la cauſe pourquoy le ſable ſurgeonne.*

Cela advient pour la meſme raiſon de la propoſition quatorſieſme precedente, car la terre eſt ſpongieuſe & retient l'eau egalement haute dedans ſoy; Or donc quand on foſſoye bien profondement dans le ſable, on parvient à une profondeur qui ſemble ineſpuiſable; car oſtant le ſable du fonds, il y en revient continuellement d'autre; dont la raiſon eſt que ledit ſable eſt fort maigre, & que l'eau penetre au travers, comme elle feroit au travers des globes qui ſont amaſſez l'un ſur l'autre, lors qu'ils ſont ſeuls, ſans terre entredeux: & puis l'eau ſourdant de terre emporte quant & ſoy ce ſable mouvant juſques à conſiſtance egale à la hauteur de l'humidité d'alentour. Tel ſable s'appelle en Flamand, *vvelſant*, *quelmſant*, & *zeeſant* d'aucuns, d'autres *druſſ-ſant*. Finalement cecy n'advient pas à cauſe du ſable maigre ſeulement, comme pluſieurs ont opinion; mais pource qu'eſtant maigre, il eſt auſſi bas, voire davantage que l'eau de dedans terre.

*Concluſion.* Nous avons donc rendu raiſon pourquoy le ſable ſurgeonne, comme il eſtoit requis.

## Proposition XVI.

*Declarer comment la mer ſera, & a eſté, où la terre eſt maintenant; & que la terre ſera, & a eſté, où la mer eſt preſentement.*

Que la mer devienne terre (aſſavoir le lieu) aux emboucheures des rivieres, appert en effect par les terroirs qui y croiſſent, & les Iſles qui s'y amaſſent: Comme les Iſles de Zeelande devant la riviere de l'Eſcaut, celles de Hollande devant la Meuſe, lequel accroiſſement eſt tel preſentement qu'on y a fait depuis n'agueres des digues, là où de memoire d'homme les navires chargez ſouloyent paſſer. Et comme ces deux creuës ſe font maintenant, ainſi ont elles fait du temps jadis, d'où s'enſuit qu'Hollande a eſté autrefois mer, lors que l'extreme accroiſſement du Rhin, & rivage de la mer eſtoit en Gueldres, l'un plat au *Betuvve*, l'autre montagneux au *Veluvve*. Auparavant Gueldres eſtoit mer, & l'extremité de l'accroiſſement en Cleves, & ainſi conſequemment des autres terres vers le haut, où l'on voit dans les montagnes encor des coquilles de mer, teſmoignant qu'elles ont eſté dunes. Davantage tout ainſi que ceſt accroiſſement s'eſt fait juſques à preſent, ainſi accroiſtra-il au temps futur, c'eſt aſſavoir autant qu'il viendra de matiere à ſuffiſance des montagnes & terroirs pour entretenir l'accroiſſement: ce qui peut encor durer long-temps au Rhin (ſi on en pouvoit juger ſelon la forme que l'orbe de la terre tient maintenant:) car combien que les Alpes pierreuſes d'où le Rhin procede (qui ont eſté auparavant montagnes fecondes & fructueuſes, & encor par devant ont eſté dunes) ne donnaſſent rien pour l'accroiſſement, & que les autres montagnes y contribuaſſent de moins en moins, ſi eſt-ce peut eſtre que l'accroiſſement preſent, eſt auſſi grand que la matiere rinſſée comporte, aſſavoir que le bas eſt d'autant creu que le haut eſt amoindri.

Par ce qui a eſté dit de l'accroiſſement d'Hollande, le meſme faut-il entendre de celuy de Pruſſe, d'Egypte, & de tous autres accroiſſemens de la terre totale, d'où il faut conclurre que ce qui eſt mer, doit eſtre terre: Mais au contraire, que ce qui eſt terre maintenant, devienne mer cy-apres, apparoiſt lors que la terre graſſe & ſablonneuſe eſt tout rincée, & que les rivieres ne contribuent plus de matiere dans la mer; car alors la mer commence à battre contre les rochers qui reſiſtent long-temps, comme on voit maintenant à Norvvege, & en autres lieux, là où les rochers qui ſouloyent eſtre une terre ferme, ſont parſemez & entrecoupez dans

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

dans la mer, & ſeparez de grande concavitez & profondeurs, pource que les rochers ne donnent point de matiere pour faire un rivage, comme ils faiſoyent lors qu'ils eſtoyent tant terre graſſe, que ſablonneuſe. Joint qu'auparavant c'eſtoient des dunes, & devant mer, comme ils ſeront encor cy apres, pource qu'ils diminuent continuellement par la rigueur des ondes; car les goutes d'eau peuvent bien creuſer les plus dures pierres avec le temps.

*Concluſion.* Nous avons donc declaré, comment ce qui eſt terre, ſera mer; & ce qui eſt mer, ſera terre, & a eſté.

*Fin du deuxieſme livre de la Geographie.*

---

# TROISIESME LIVRE
# DE LA GEOGRAPHIE.

## De l'Atmeorie terreſtre, ou hauteur des vapeurs.

### ARGUMENT DE L'ATMEORIE TERRESTRE.

*LE Soleil par ſa chaleur, eſchauffant la terre & l'eau, eſleve leur humidité en vapeur (la maniere comme on le peut appercevoir ſera declarée cy apres) laquelle vapeur, comme un orbe, enferme le globe terreſtre pour telle fin, comme il a eſté dit en l'Hylocineſie, aſſavoir pour conjoindre & ſeparer les matieres que la terre contient. Mais comme les anciens, deſireux d'en ſçavoir les proprietez & circonſtances, (leſquels j'eſtime eſtre de ceux du ſiecle ſage) y ayant travaillé, ont recognu que ceſt orbe cauſe les crepuſcules, & ont auſſi meſuré ſa hauteur au deſſus de la terre par voye Mathematique; ce qui eſt venu és mains* d'Alhazen, *qui l'ayant eſcrit en langue Arabique, a depuis eſté traduit en Latin par* Gerard de Cremone, *& amplifié par* Petrus Nonius, *duquel nous avons tiré le preſent traité, ſelon noſtre ſtile.*

---

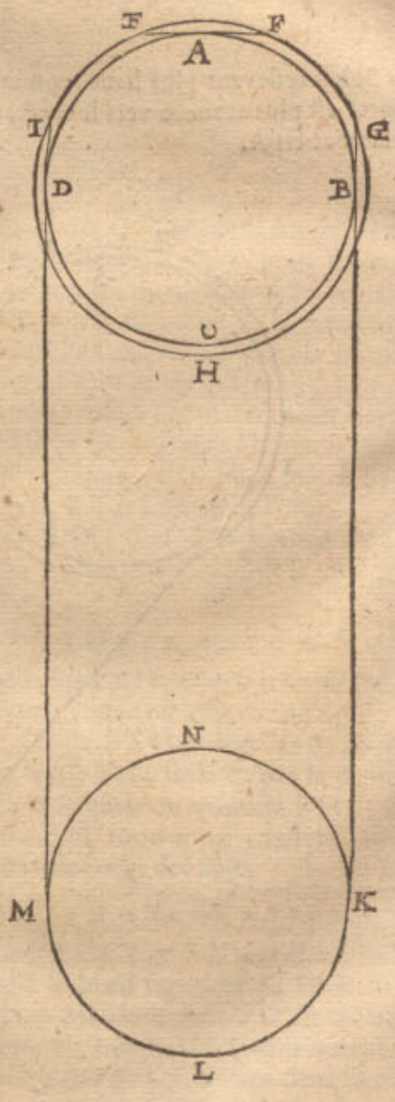
### PROPOSITION I.

*DEclarer par quel moyen on voit l'orbe des vapeurs, & comment il cauſe le crepuſcule.*

Devant que venir à la maniere de trouver la hauteur des vapeurs, il eſt premierement neceſſaire de declarer qu'elles ſont en effect, comment on les void, & ſur quoy les Mathematiciens ſe fondent: Or c'eſt une choſe notoire que le Soleil eſtant 16 degrez ſous l'horizon devant ſon lever, on voit une blancheur qui ſe leve en l'aïr qu'on appelle l'Aurore ou Crepuſcule, & s'augmente de plus en plus, ſe dilatant par le zenith juſques à l'occident.

Par exemple, ſoit ABCD la terre, & EFGHI, l'orbe des nuës à l'entour d'iceluy; & le poinct A l'œil du ſpectateur ſur terre, duquel EF eſt ſon horizon naturel, ſe terminant de part & d'autre en la circonference dudit orbe en E, & F: Davantage du ſoleil KLMN ſoyent menees des tangentes communes avec la terre KG, MI, touchant la terre és poincts B, D, & la circonference de l'orbe des nuës en G, I. Qui monſtre comment l'orbe eſt eſclairé du ſoleil, depuis I, par H, juſques à G, & non pas le reſte GFEI, qui eſt obſcur, & par ainſi le ſpectateur en A ne void nulle clarté.

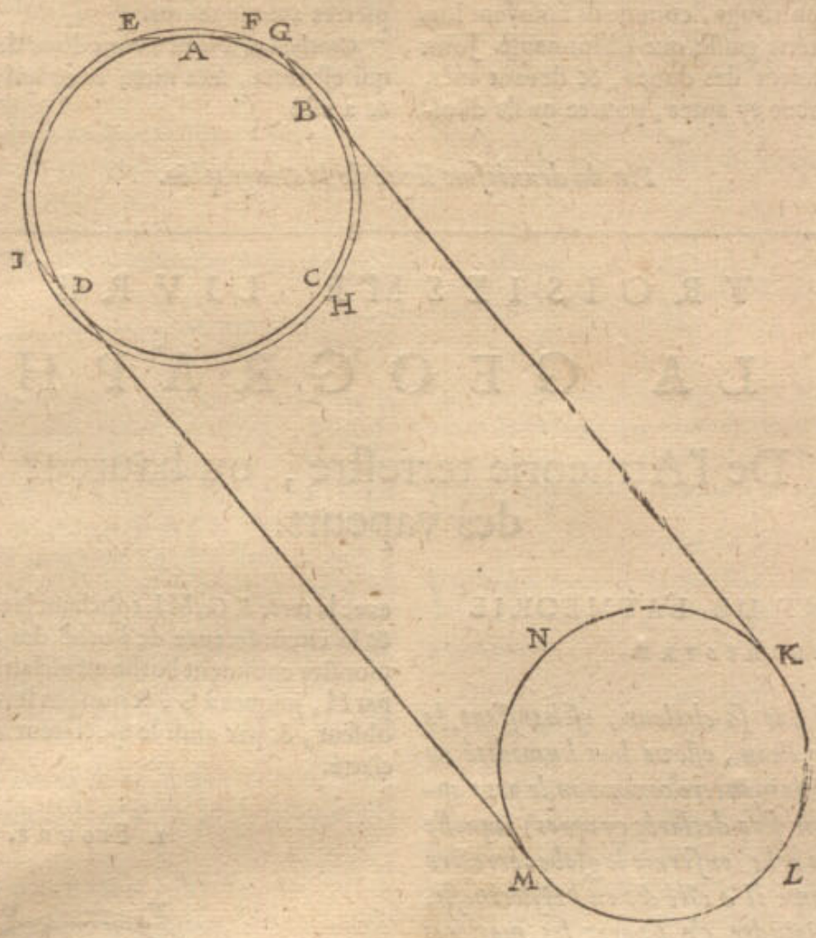
1. FIGVRE.





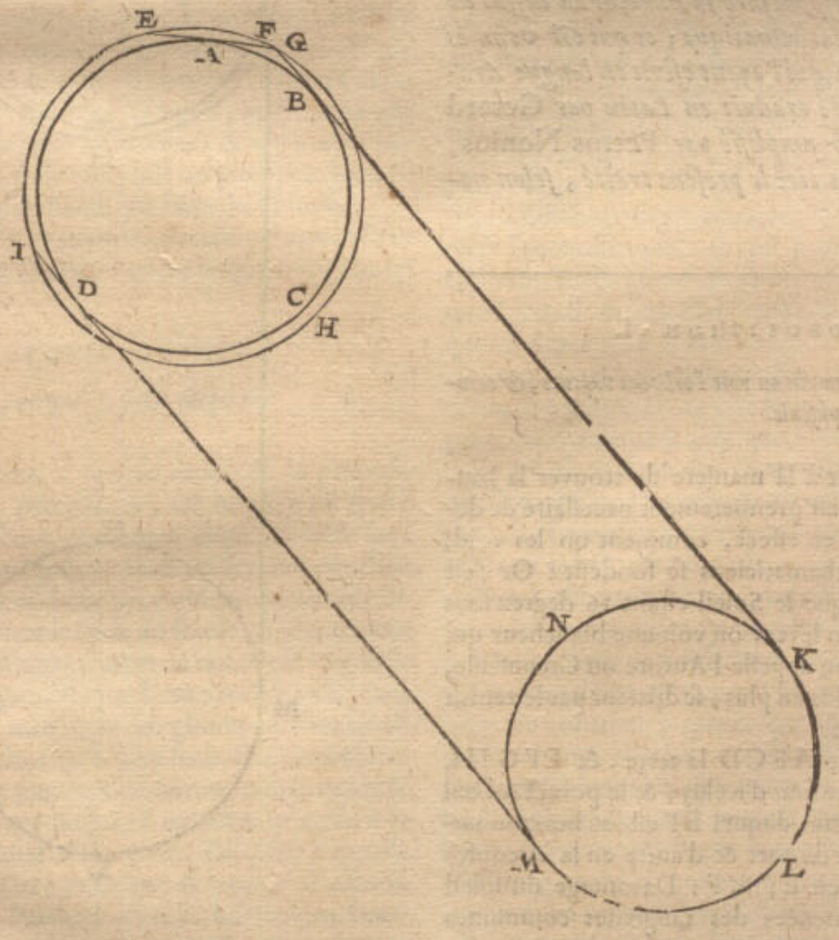

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

2. Figvre.




Mais le Soleil s'eſlevant plus haut, comme en la deuxieſme figure, de laquelle les lettres ſont comme devant, alors la clarté eſt plus avancée vers le ſpectateur: toutefois ladite clarté ſe terminant en G, n'eſclaire nullement iceluy ſpectateur en A.

3. Figvre.

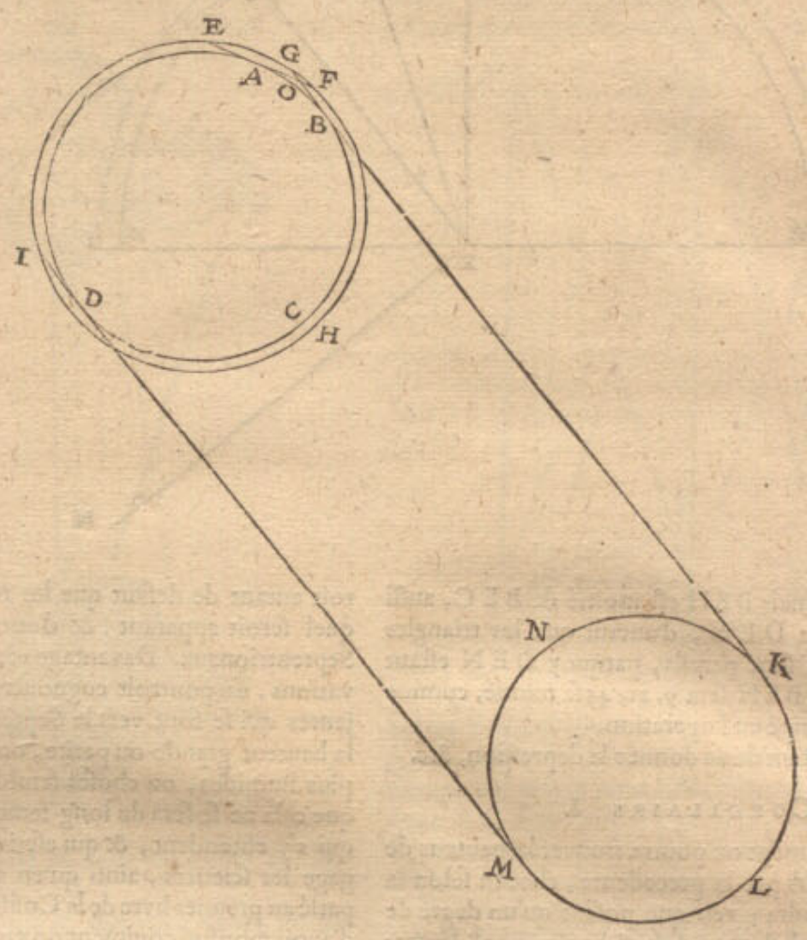



Or le

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

Or le Soleil s'eſlevant davantage, comme en la troiſieſme figure, (là où les lettres ſont comme és deux premieres figures) le ſpectateur en A, verra en F la clarté G; & s'eſlevant encor d'avantage, comme en la quatrieſme figure, alors tout ce qui eſt en F G E ſera eſclairé, dont la demonſtration eſt manifeſte.

4. Figvre.




*Concluſion.* Nous avons donc declaré comment l'orbe des vapeurs eſt apperceu, & comment il eſt cauſe du Crepuſcule, ſelon le requis.

---

Alb. Girard.

*Ie tiens pour certain qu'il n'y a pas de hauteur de vapeur determinée, mais fort vague, & commence depuis la ſuperfice de la terre, juſques à telle longueur, qui n'eſt pas touſiours de meſme, mais bien 100 fois plus haute l'une des fois que l'autre; & que ledit orbe eſt touſiours plus eſpais és deux poles de la terre, que non pas vers l'equinoctial, le plus ſouvent, & qu'il eſt fort interrompu. Davantage que les reflections y font beaucoup; par exemple en la troiſieſme figure le raid K G reflechit en E, & E plus avant, le tout irregulierement ſelon l'irregularité des nuës.*

## Proposition II.

*Estant donnée la depreſſion du bord ſuperieur du ſoleil ſous l'horizon, au temps que le Crepuſcule commence, trouver la hauteur de l'orbe des vapeurs, en parties telles que le raid du globe terreſtre en contient* 10000000.

*Le donné.* Soit A B C D la terre, ſon centre E, & A D l'horizon, l'orbe des vapeurs alentour d'iceluy ſoit F G H I, B l'œil du ſpectateur ſur terre, duquel l'horizon naturel ſoit G H ſe terminant de part & d'autre en l'orbe és poincts G, H: puis ſoit menée une ligne du bord ſuperieur du ſoleil K H au temps que le Crepuſcule commence, & partant touchera la terre en C, par les raiſons de la troiſieſme figure de la premiere propoſition: Alors (pour ſuivre l'exemple *d'Alhacen*) le centre du ſoleil ſera 19 degrez deprimé ſous l'horizon: & ſuppoſé que le diametre viſuel du ſoleil ſoit 33 ①, à l'ordinaire; alors le bord ſuperieur du ſoleil ſera diſtant de ſon centre $16\frac{1}{2}$ ① (c'eſt à dire le ſemidiametre viſuel) & partant ledit bord ſera deprimé de 18 degr. $43\frac{1}{2}$ ① ſous l'horizon. En apres ſoit menée E B, juſques en L, ainſi que E B eſt le raid de la terre, & B L la hauteur de l'orbe.

*Le requis.* Il faut trouver la hauteur de l'orbe ſuſdit en telles parties que le raid de la terre en contient 10000000.

### Operation.

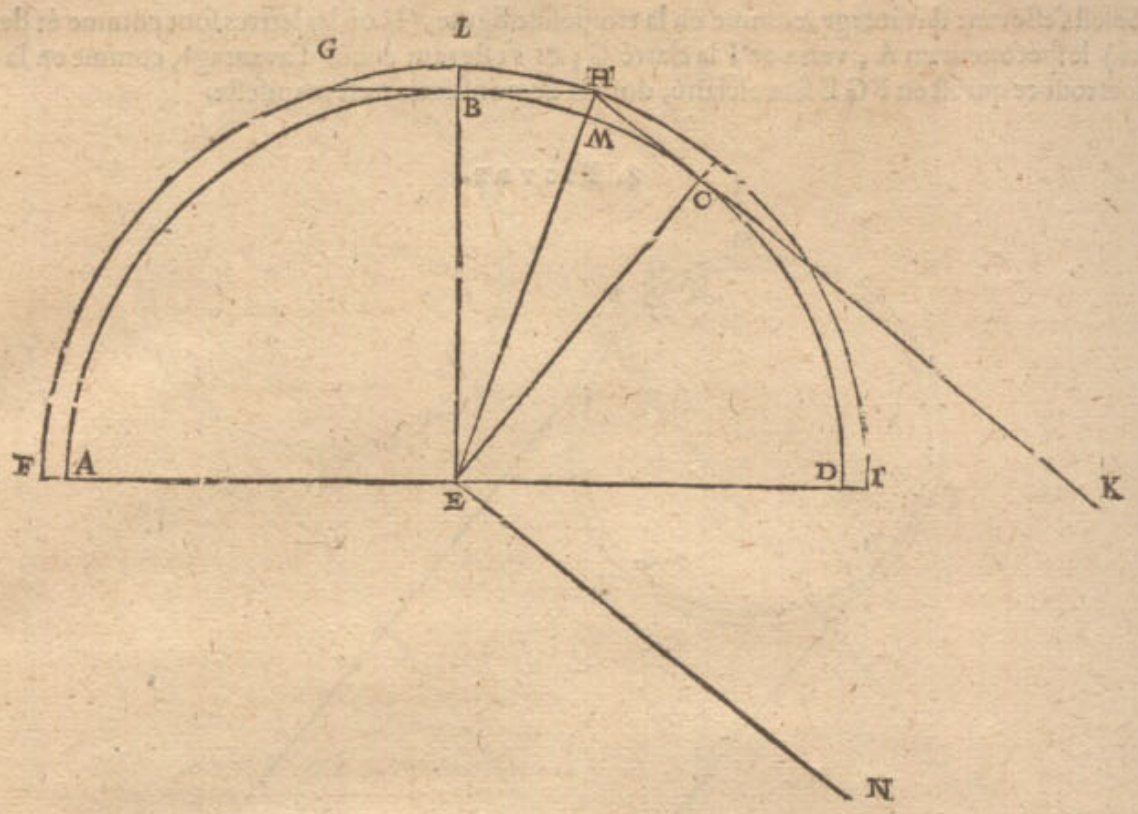
Je mene la ligne E H, alors le triangle B E H a trois termes cognus, aſſavoir E B 10000000, l'angle B droit, & l'angle B E H 9 degr. 21 ① 45 ② (moitié de 18 degr. 43 ① 30 ② donnez par la demonſtration ſuivante) par leſquels on trouvera E H de 10135006, duquel oſté E M 10000000, reſtera 135006 pour M H hauteur de l'orbe des nuës.

### Demonstration.

Ayant mené E C, & E N parallele à H K, alors d'autant que le bord ſuperieur du ſoleil eſt deprimé ſous l'horizon Mathematique A D de 18 degr. 43, 30, ſelon le donné, l'angle D E N ſera autant, & auſſi B E C; car B E D & C E N ſont deux angles egaux, chacun droit, veu que E C K eſt droit, & partant auſſi C E N, oſtant le commun C E D, alors B E C ſera



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©




egal à DEN ; mais BEH eſt moitié de BEC, auſſi ſera-il moitié de DEN, d'autant que les triangles BEH & HEC ſont pareils, parquoy DEN eſtant 18 degr. 43, 30 : BEH ſera 9. 21, 45 ſa moitié, comme il avoit eſté anticipé en l'operation.

*Concluſion.* Eſtant donc donnée la depreſſion, &c.

### Corollaire I.

Il appert comment on pourra trouver la hauteur de l'orbe des vapeurs par la precedente, chacun ſelon la meſure qu'il voudra ; veu que poſant qu'un degré de la circonference de la terre ſoit 18 lieuës, ou 18 heures de chemin, & la raiſon du diametre à la circonference, comme 7 à 22, alors diſant 10000000 raid terreſtre donne 135006 parties, hauteur ſuſdite combien 2062 lieuës ? (car autant feroit le raid terreſtre) viendra $27\frac{4}{5}$ lieuës pour la hauteur de l'orbe des vapeurs, dont chacune contient 1500 verges de Rinlande en Hollande.

Que ſi quelqu'un ayant leu *Alhazen*, & ſon commentateur *Petrus Nonius*, trouvoit difference entre leur ſolution & la noſtre, (combien que petite) ce ne ſera pour autre raiſon, ſinon qu'ils comptent la clarté du crepuſcule par le centre du ſoleil, & nous par le bord, eſtant auſſi en effect meilleur ; car il eſt comme contraint apres, de ſe ſervir de ceſte partie de la terre qui eſt de ſurplus que l'hemiſphere terreſtre, illuminée du ſoleil, à cauſe que le ſoleil eſt plus grand que la terre, & par conſequent en eſclaire plus de la moitié, ce qui ne ſert de rien en cecy : toutefois je diray encore,

### *Comment on pourroit parvenir en une cognoiſſance plus exacte de ceſte matiere.*

Les vapeurs ſuſdites ſont tenuës pour cauſe des refractions que les lumieres celeſtes patiſſent : & tant plus que c'eſt du coſté du pole, & tant plus ſont remarquables : Parquoy ſeroit de beſoing, afin de parvenir à plus grande cognoiſſance, que pluſieurs obſervateurs s'y exerçaſſent chacun en ſa region, en obſervant les refractions & les hauteurs des vapeurs enſemble. Car poſant que le ſoleil ſoit au lieu là où il doit eſtre, ſelon que les reigles ſpheriques le demonſtrent, on trouveroit autant de defaut que les refractions cauſent ; lequel ſeroit apparant, & d'autant plus grand és pays Septentrionaux. Davantage par telle pluralité d'obſervations, on pourroit cognoiſtre ſi les refractions majeures qui ſe font vers le Septentrion ſont cauſées par la hauteur grande ou petite, ou pour eſtre les vapeurs plus humides, ou choſes ſemblables. Mais d'autant que cela ne ſe fera de long-temps, pour le peu de gens qui s'y entendent, & qui eſcrivent en leur propre langage les ſciences, ainſi qu'en avons plus amplement parlé au premier livre de la Coſmographie, il nous ſuffit d'avoir monſtré comment on y pourroit parvenir.

### Proposition III.

*Declarer comment l'on peut quelquefois meſurer la hauteur des nues.*

Puis que nous ſommes au traité de la hauteur des vapeurs, & que les nuës ſont auſſi des vapeurs, dont la hauteur ſe trouve eſtre diverſe quelque fois, nous dirons comment il peut venir à propos de les meſurer.

Il advient donc qu'en temps ſerein, que d'aucunefois on verra un ſeul nuage obſcur ſous le bleu celeſtin, qui ſe meut fort lentement, & donne ombrage ſur une campagne raſe, dont la grandeur eſtant meſurée ſur terre, avec l'angle viſuel, & par ainſi on peut meſurer ſa hauteur, dont l'exemple s'enſuit.

### 1. *Exemple le ſoleil eſtant au Zenith.*

*Le donné.* Soit ABCD un nuage de telle qualité que dit eſt, aſſavoir d'une figure competante, ſeparé d'autres, d'un mouvement lent, donnant ombrage ſur un terroir applany, comme pourroit eſtre EFGH, qui ſera en apparence plus grande que le nuage meſme, nonobſtant qu'elle ſoit en effect plus petite : & que le ſoleil ſoit premierement au Zenith.

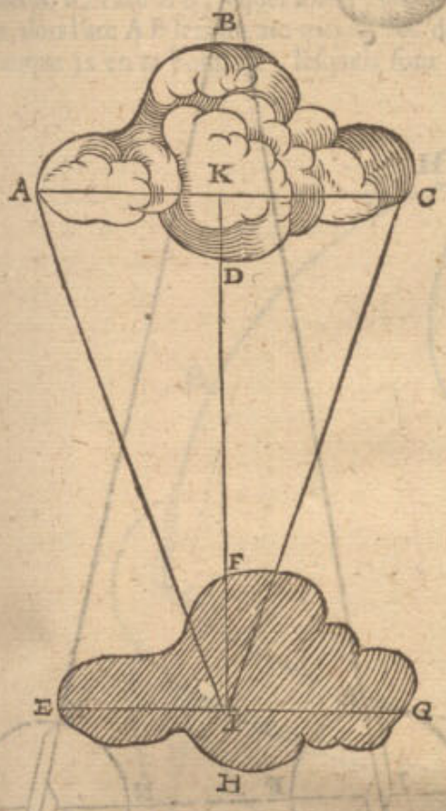
*Le requis.* Il faut trouver la hauteur de la nuë.

### Construction.

Il eſt evident que l'ombrage ſera ſemblable en figure plane, à la nuë ABCD, ſeulement autant moindre que le diametre viſuel du ſoleil y comporte, dequoy nous ferons la ſupputation cy apres. Donc me tenant environ

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

environ le milieu de l'ombre en I, prenant garde aux extremitez E, G, comme ombres de A, C, puis obſervant l'angle A I C, lequel ſoit par exemple de 4 degrez, & la ligne E G de 100 verges, ce qu'on peut faire




commodement par l'aide de deux perſonnes qui ſuivront l'ombre de la nue.

Des 4 degrez ſouſtrait le diametre viſuel du ſoleil 33 ①. reſtera 3 degrez 27 ①.

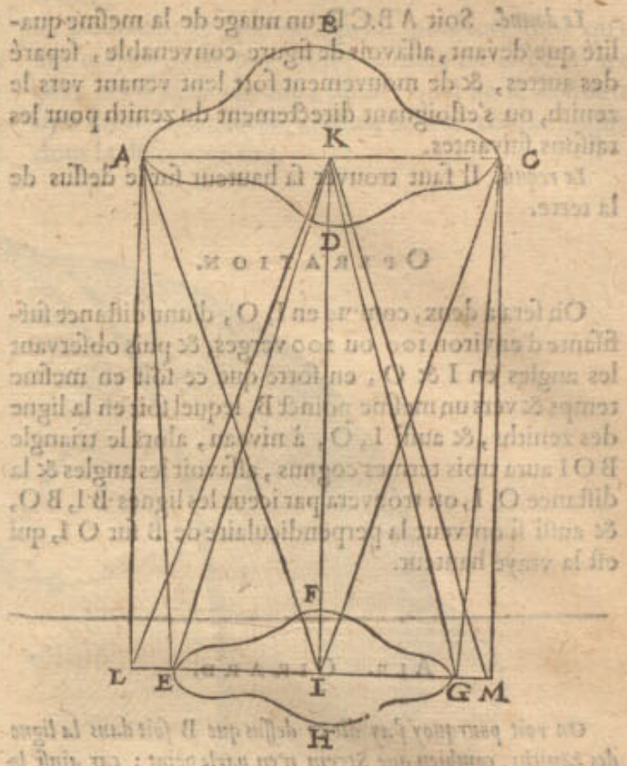
Puis diſant ſi 3 degr. 27 ①. donnent le diametre viſuel 33 ①, combien E G 100 verges? viendra aſſez pres de 16 verges, leſquelles adjouſtées à 100, feront 116 verges pour la longueur de A C.

Davantage ayant mené I K perpendiculaire à A C, alors A K I aura trois termes cognus, aſſavoir A K 58 verges (moitié de A C 116 verges) l'angle A I K 2 degrez (moitié de l'angle A I C 4 degrez) & l'angle K droit; par leſquels on trouvera la ligne I K de 1661 verges à peu pres.

*Preparation.* Pour ne point obſcurcir la precedente figure, ſoit encore autrement tracée A B C D E F G H I K, comme devant, & menées K E, K G, A E, C G, & prolongée E G de part & d'autre en L, M, ainſi que A L, C M ſoyent perpendiculaires à L M.

### Demonstration.

Comme les angles L K I à L K E ainſi fort pres (à cauſe de la parvité des angles) L I à L E, par la .... propoſition de l'Aſtronomie. Mais L A E eſt egal à peu pres à L K E; donc comme L K I à L A E, ainſi L I à L E: Mais L K I eſt egal à A I K 2 degrez, (comme moitié de 4 degrez A I C) & L A E egal à la moitié du diametre viſuel du ſoleil qui ſera donc $16\frac{1}{2}$ ①; parquoy comme 2 degr. à $16\frac{1}{2}$, ainſi L I à L E: & par raiſon diviſée, comme 2 degr. moins $16\frac{1}{2}$ ① (c'eſt 1 degr. $45\frac{1}{2}$ ①) à $16\frac{1}{2}$ ①, ainſi L I moins L E (c'eſt E I) à E L: Mais leur double ſont encor en meſme raiſon: parquoy comme 3 degr. 27 ① à 33 ①, ainſi E G (double de E I) à L E avec G M (double de E L.) Et ainſi quand nous avons dit en l'operation 3 degr. 27 ① donnent 33 ①, combien 100

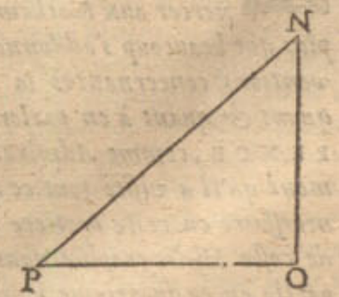



verges E G? ce qui venoit, aſſavoir 16 verges, eſtoit pour L E & G M, leſquelles adjouſtées avec E G 100, vienent 116 verges pour L M; mais A C eſt egale à L M, donc A C fait auſſi 116 verges, comme cy deſſus. Touchant la demonſtration du reſte, elle eſt aſſez manifeſte.

### 2. *Exemple, le ſoleil n'eſtant au Zenith.*

Que ſi le ſoleil n'eſtoit pas au zenith, comme au 1. exemple, mais bien plus bas, comme il advient le plus ſouvent, l'operation ſera telle. Soit imaginé un plan paſſant par le centre du ſoleil & par le milieu du nuage, & une ligne le long de l'horizon perpendiculaire deſſus, dont les extremitez au circuit ſe terminent en lieux convenables, (ce qui ſe peut facilement faire à veuë d'œil, autant qu'il en eſt de beſoing) ceſte ligne aura telle raiſon à ſon homologue en la nue, comme E G à A C, au 1 exemple, & ainſi pourſuivant le reſte comme deſſus, on viendra au requis. Mais les autres lignes de l'ombrage n'ont pas de certitude en cecy, comme tombant plus loing qu'il ne faut, & telle incertitude eſt d'autant plus que le ſoleil eſt bas, ſelon les reigles de l'Optique.

Or ayant trouvé la diſtance entre la nuë & l'obſervateur, on pourra bien trouver ſa hauteur perpendiculaire ſur la terre, en ayant ſon eſlevation ſur l'horizon, laquelle eſtant par exemple de 45 degrez N P O; alors le triangle aura 3 termes cognus, aſſavoir N P, ladite diſtance entre la nuë N & l'obſervateur P; l'angle P 45 degrez: & l'angle O droit, eſtant P O ligne ſur la terre, alors on cognoiſtra N O la hauteur requiſe.




3. *Exem-*

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

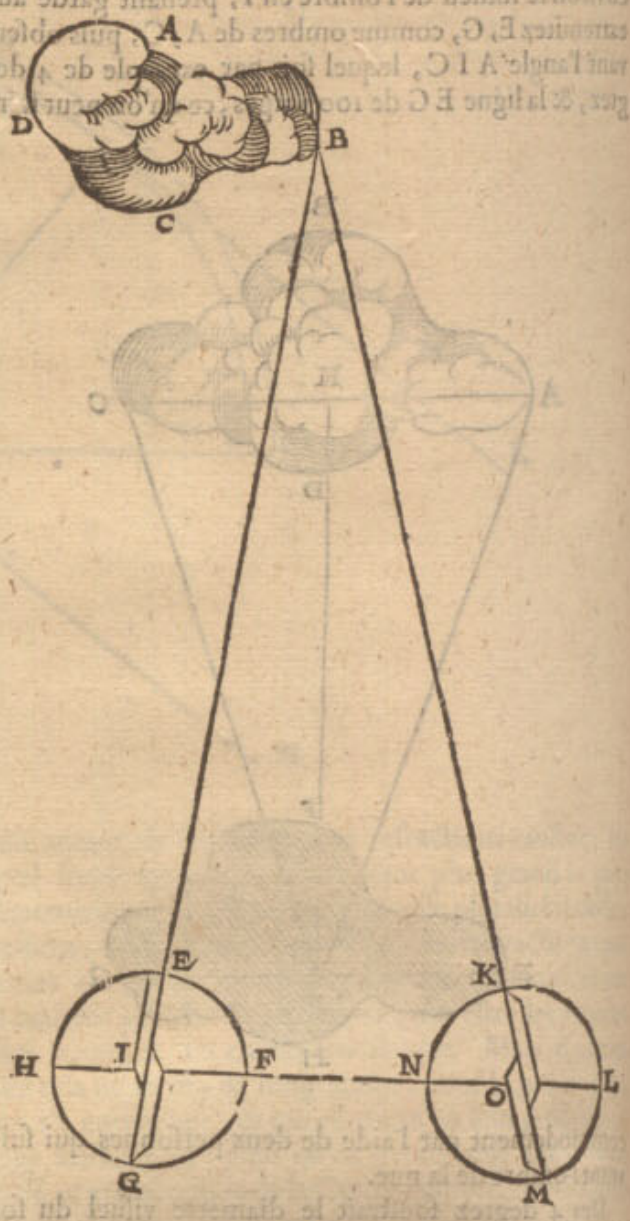
### 3. *Exemple ſans ſoleil.*

*Le donné.* Soit A B C D un nuage de la meſme qualité que devant, aſſavoir de figure convenable, ſeparé des autres, & de mouvement fort lent venant vers le zenith, ou s'eſloignant directement du zenith pour les raiſons ſuivantes.

*Le requis.* Il faut trouver ſa hauteur ſur le deſſus de la terre.

#### Operation.

On ſera à deux, comme en I, O, d'une diſtance ſuffiſante d'environ 100 ou 200 verges, & puis obſervant les angles en I & O, en ſorte que ce ſoit en meſme temps & vers un meſme poinct B, lequel ſoit en la ligne des zeniths, & auſſi I, O, à niveau, alors le triangle B O I aura trois termes cognus, aſſavoir les angles & la diſtance O, I, on trouvera par iceux les lignes B I, B O, & auſſi ſi on veut la perpendiculaire de B ſur O I, qui eſt la vraye hauteur.




#### Alb. Girard.

*On voit pourquoy j'ay dit cy deſſus que* B *ſoit dans la ligne des zeniths, combien que Stevin n'en parle point ; car ainſi le plan du triangle ſera perpendiculaire ſur le niveau ; que ſi le nuage eſtoit bien diſtant de telle ligne des zeniths, il faudroit prendre ſa hauteur par l'ayde de trois perſonnes, faiſant un triangle, & non une ligne droite.*

*Fin de la hauteur des vapeurs.*

---

# QUATRIESME LIVRE DE LA GEOGRAPHIE.

## De l'Hiſtiodromie, ou cours des Navires.

### ARGUMENT DE l'Histiodromie.

*L'Hydrographie eſt une des cauſes principales qui a meu* Son Excellence *à s'exercer aux Mathematiques, & ce d'autant plus que beaucoup s'addonnans à recercher des inventions concernantes la Navigation venoyent quant & quant à en parler à* Son Excellence, *comme Admiral pour en juger : Tellement qu'il a viſité tout ce qui eſt de plus ſubtil & neceſſaire en ceſte matiere, comme j'eſtime. Or de ceſte Hydrographie nous en avons compris une partie en ce quatrieme livre traitant de l'Hiſtiodromie ; en apres ſuivront le Trouve-port, & un traité du flux & reflux de la mer, d'autant que nous y avons quelque choſe de particulier ; touchant le reſte de l'Hydrographie, les traitez des meilleurs Autheurs luy ſuffiſoyent, ſans en faire icy autre mention.*

*Apres 5 definitions ſuivront* 11 *propoſitions, dont les deux premieres ſont des cours droits, & les autres des cours obliques : puis finalement y ſera adjoint une Appendice des cours obliques, ou des Rombs.*

#### Definition I.

*Cours, ne ſont rien autre choſe que les traces & lignes qui ſont deſcrites par les navires.*

Quand un navire va de l'Ooſt vers le Weſt, la ligne imaginaire par où il a paſſé s'appelle en general *Cours*, mais particulierement Cours d'Ooſt-en-Weſt, & ainſi des autres.

Defi-

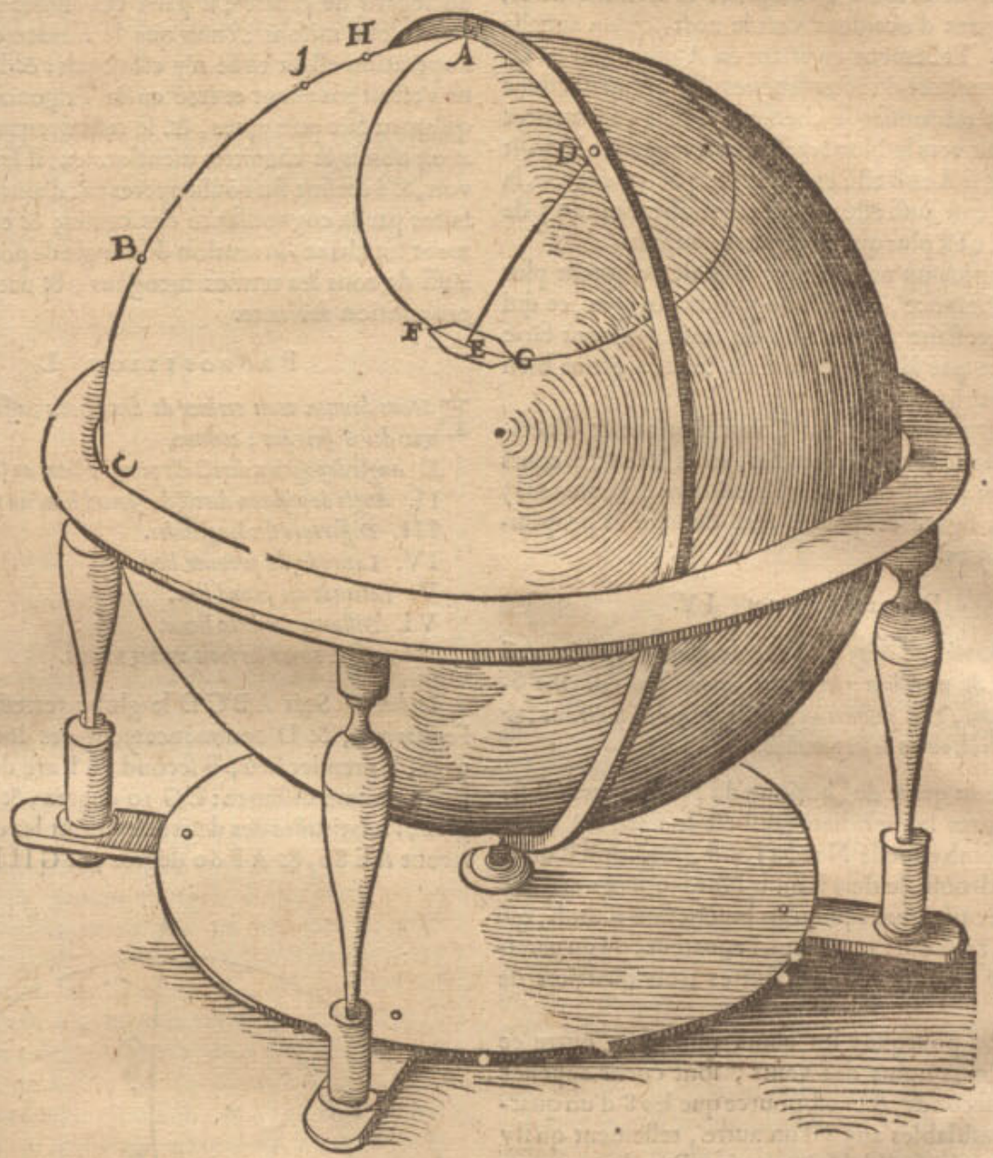
Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

DEFINITION II.

*COurs droit, eſt l'arc deſcrit ſur le globe terreſtre, le plus court entre deux poincts.*

Soit A B C la terre, ſur laquelle ſoit mené entre les poincts A, B, l'arc A B, lequel ſoit le plus court entre iceux, alors l'arc A B ſera un arc majeur : & de tels on en marque 32 en la bouſſole, leſquels ſont produits par imagination juſques en l'horizon, & ſont appellés les 32 vents ou cours. (*Voyez leurs noms à la fin de ce traité.*)

Touchant ce que quelqu'un pourroit dire qu'un arc majeur n'eſt pas droit, comme en effect il n'eſt pas, il eſt ainſi appellé, pource qu'il ne ſe deſtourne ny à droit, ny à gauche, comme font les cours obliques, dont la definition ſuit.




DEFINITION III.

*ROmb, ou cours oblique, eſt une ligne qui fait touſiours des meſmes angles à tous les meridiens, & n'eſt ny l'equateur, ny un meridien.*

Soit à la figure de la deuxieſme definition, D le pole de la terre, & E un navire, lequel de A eſt venu en E, tellement que l'arc E D mené du pole ſur la carine du navire F E G, a fait touſiours un angle egal à F E D; ce qui advient ainſi lors que le navire tient touſiours un meſme cours de la bouſſole, ſuppoſé que la fleur de lis monſtraſt touſiours le vray Nort. Et alors la ligne, ou arc A F E, que le navire a fait, s'appelle Romb, ou Cours oblique. Que ſi l'angle F E D eſt droit, le navire aura touſiours allé vers l'Orient, ou vers l'Occident, & l'arc A F E ſera partie du cercle mineur : ainſi que s'il pourſuivoit de meſme il reviendroit où il auroit commencé, achevant le cercle. D'ou l'on peut conclurre que le droit cours oriental A B, & l'oblique A E different de beaucoup : car poſé que C ſoit le vray poinct d'Orient de ceux qui ſont en A (lequel ſera l'interſection de l'horizon & l'equinoctial terreſtre) & A ſoit le poinct vertical ou zenith de la poſition oblique du globe terreſtre, comme en la figure, alors A B C ſera un arc de cercle majeur; Soit A B egal à l'arc A F E, & prenant qu'un navire navige le long de A B C, il ira touſiours vers l'Orient au jugement de ceux qui ſont en A, (s'ils ne le perdoyent pas de veuë) mas non pas au jugement de ceux qui ſeront dans le navire meſme, leſquels trouveront que la difference croiſt de plus en plus, voire ſi grande, que prenant le poinct A eſtre en la latitude de 50 degrez, le pilote arrivant environ C, ſe trouvera naviger auſſi environ les 50 degrez d'Orient vers midy : (*Car notez que venant en C, qui eſt en l'equinoctial ; il le croiſera faiſant un angle d'autant de degrez qu'eſt la latitude du poinct* A.) Derechef, combien que B ſoit droit Orient de A, toutesfois un navire navigant de A inceſſamment vers l'Orient, au juge-

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

jugement de ceux qui ſont dedans, il n'arrivera pas en B, mais bien loing de là en E: Prenant, comme il a eſté dit, que A B & A F E ſoyent arcs egaux.

Remarquez auſſi, que combien que B ſoit oriental de A, toutesfois A n'eſt pas occidental de B; ce qui differe beaucoup és grands arcs. Par exemple que A ſoit de 45 degrez de latitude, & allant vers l'orient directement 90 degrez de voyage, il arrivera à C; alors C ne trouvera pas que A ſoit à ſon occident, mais d'autant plus ſeptentrional qu'emporte la latitude de A, c'eſt 45 degrez d'occident vers le nort, qu'on appelle Nortvveſt. Tellement qu'eſtant en A pour aller en C, il faut commencer directement vers l'Ooſt, mais eſtant en C pour rebrouſſer le chemin, il faut commencer directement vers le Nordvveſt, ſi on veut aller le droit chemin: & ſi A euſt eſté en la latitude de 57 degrez, la difference euſt auſſi eſté (pour rebrouſſer chemin) de 57 degrez, c'eſt plus que 5 Rombs communs.

Et tant plus on navige pres le pole, d'autant plus y a-il de difference, au faict de grands voyages, ce qui eſt tres-neceſſaire d'eſtre ſceu de ceux qui vont faire de recerche par là, autrement ils ſe trouveront bien loing de leur but.

Juſqu'icy a eſté parlé des Cours d'orient & d'occident, qui ſont touſiours cercles, mais les autres cours ſont des ſpirales, (excepté les meridiens & l'equateur) deſquels la figure & qualité ſera deduite és propoſitions ſuivantes.

### Definition IV.

*Premier Romb, eſt celuy qui à chacun quart de l'horizon eſt prochain du meridien: les autres ſuivans ſont dits eſtre ſecond, troiſieme, &c. juſques au huictieſme qui eſt le dernier, & ou l'equinoctial, ou un de ſes parallels.*

Comme au quart de l'horizon du Nord, vers l'Ooſt, le Romb pres le meridien (qui eſt le nord là) eſt le premier Romb appellé Nord à l'ooſt, le ſecond Romb Nord-nord-ooſt, le tiers Romb Nord-ooſt à nord, & ainſi conſecutivement juſqu'au huictieſme Romb, qui eſt l'Ooſt, touſiours cercle, ou l'equateur, ou un parallel à iceluy, de meſme des autres trois quartiers de l'horizon.

La raiſon pourquoy les cours obliques, outre ce qu'ils ont leurs noms des vents, ſont encor appellez premiers, ſeconds, &c. eſt pource que les 8 d'un quartier ſont ſemblables aux 8 d'un autre, tellement qu'il y en a touſiours 4 ſemblables premiers Rombs, comme Nord ten ooſten, Nord ten vveſten, Zud ten ooſten, Zud ten vveſten, & ainſi 4 ſemblables Rombs ſeconds, &c.

De ſorte que ſi l'on vouloit parler du premier Romb, par le nom des vens, il en faudroit nommer 4 comme deſſus.

### Definition V.

*Angle de poſition d'un lieu, eſt un angle fait du meridien, & de la ligne qui paſſe par ledit lieu, ayant ſon ſommet où ſe fait l'obſervation.*

---

Alb. Girard.

*Comme en la figure de la premiere propoſition ſuivante* A *pole*, F *le lieu de l'obſervateur, alors* A F E *eſt angle de poſition de* E. *Stevin ne met ceſte definition, neantmoins elle eſt neceſſaire pour entendre les choſes ſuivantes.*

## S'ENSUIVENT LES PROPOSITIONS.

Ainſi comme Son Excellence en la lecture de la *Coſmographie de Pierre Appian & Gemma Friſon*, eſtoit parvenu au chap. 13 de la premiere partie: & en apres au 7 chap. au livre de la maniere de faire la deſcription des lieux; là où il y avoit comment par le moyen des nombres on pouvoit recognoiſtre l'angle de poſition, c'eſt à dire de quel coſté & Romb, un lieu eſtoit au regard de l'autre; il paſſa ces choſes ſans les lire, pour deux raiſons: l'une que le fondement, duquel l'operation eſtoit tirée n'y eſtoit pas; & l'autre, qu'il ne s'eſtoit pas encor exercé en la Trigonometrie. Ce qu'ayant fait puis apres, & ſe reſſouvenant de ce qu'il avoit obmis és chapitres mentionnez, il les a voulu revoir, & à meſme fin voulu operer par d'autres manieres, faites par la cognoiſſance des cauſes; & ce non ſeulement touchant l'invention de l'angle de poſition, mais auſſi de tous les termes incognus, & neceſſaires à la propoſition ſuivante.

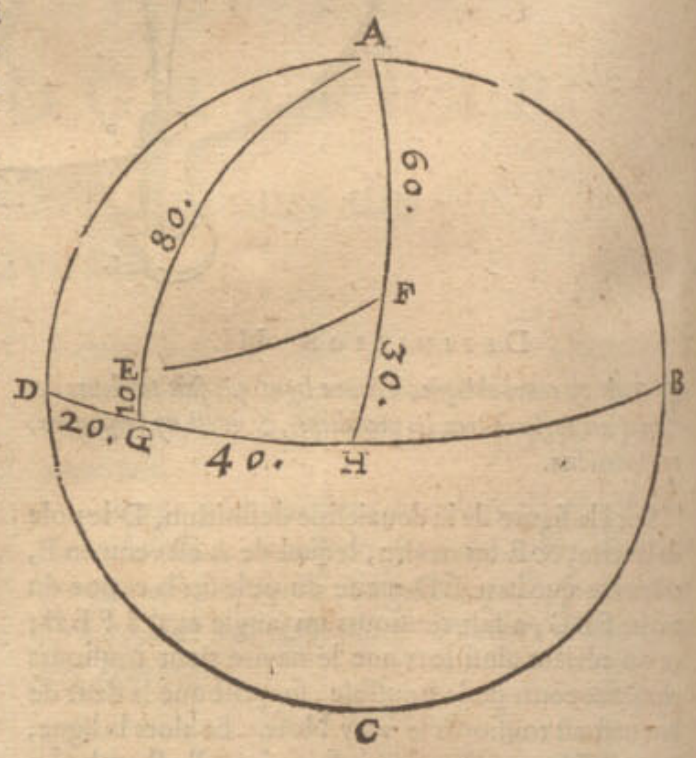
### Proposition I.

*Estans donnez trois termes de deux lieux, aſſavoir trois termes des 6 ſuivans: comme,*

I. *Angle de poſition direct du premier lieu, au ſecond.*
II. *Angle de poſition direct du ſecond lieu, au premier.*
III. *Difference des longitudes.*
IV. *Latitude du premier lieu.*
V. *Latitude du ſecond lieu.*
VI. *Diſtance des deux lieux.*

*Trouver les trois autres termes.*

*Le donné.* Soit A B C D le globe terreſtre, & B D l'equateur, & D commencement des longitudes, A pole, E premier lieu, F ſecond, E F arc de cercle majeur, comme diſtance: E G 10 degrez, & F H 30 degrez, les latitudes des deux lieux, dont les complemens ſeront A E 80, & A F 60 degrez, & G H la difference




des longitudes pour l'angle G A H, 40 degrez; tellement que des 6 termes, trois ſont donnez, aſſavoir E A, A F, complemens des latitudes, & l'angle E A F, difference des longitudes.

*Le requis.* Il faut trouver les trois autres termes incognus, comme l'angle de poſition direct du premier lieu,

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

lieu A E F, du second lieu A F E, & la distance des lieux, c'est la grandeur de l'arc E F.

Notez que les 6 termes susdits, sont les 6 termes d'un triangle spherique, ou d'iceux on les peut inferer.

*Construction.* Le triangle E A F a trois termes donnez, E A, A F, & l'angle E A F; par lesquels on trouvera les trois autres, selon la 40 proposition des triangles spheriques; assavoir les angles de position A E F 55 deg. 51 ①, du Nort vers l'Orient, & A F E 109 deg. 44 ① du Nort par l'Occident vers le Zud : ou bien 19 deg. 44 ① d'Occident vers le Zud, & la distance E F 42 degr. 15 ①.

### Corollaire.

D'icy s'ensuit que trois termes donnez, on trouvera les trois autres; tellement qu'il ne sera besoing d'en faire une particuliere description.

*Conclusion.* Estant donc donnez trois termes, &c.

## Proposition II.

### *Naviger à cours droit.*

Apres que Son Excellence eust entendu la navigation par rombs, comme on les verra cy apres, & comparant les cours droicts à iceux, comme plus courts, il luy a semblé bon que j'en escrive quelque chose, puis que l'ordre mesme le requerroit, si on s'en vouloit servir, & ainsi j'en ay fait ces deux descriptions suivantes, l'une Mechanique, l'autre Mathematique.

### 1 *Exemple, Mechaniquement.*

*Le donné.* Soyent à la fig. de la 1 definition, A & B deux lieux sur la terre, A où est le navire, & B où il doit naviger.

*Le requis.* On veut naviger à cours droict de A jusques à B.

*Construction.* On marquera un arc de cercle majeur depuis A jusques à B, tel qu'il se puisse effacer, denotant le chemin que le navire doit tenir, puis A estant posé au Zenith, posant en apres le quadrant vertical (qui est ordinairement attaché au meridien du globe) sur B, & monstrant sur l'horizon que B est (je prens) occidental de A directement. Ce qui monstre qu'il faut commencer à faire voile vers l'occident, ce qu'on fera aussi 3 ou 4 degrez, comme de A en H, & marquant le poinct H, on le fera venir au Zenith (en le posant premierement sous le meridien, & abbaissant le pole) puis adaptant le quadrant vertical sur B, comme devant, je prens qu'il monstre que B est 3 degrez d'Occident vers midy à l'esgard de H; parquoy l'on prendra tel cours de nouveau 4 ou 5 degrez de long, & soit en I, d'où l'on procedera comme dessus, & trouvera-on qu'il faudra encor changer de cours tirant plus vers le midy pour venir vers B, & faisant tousiours ainsi jusques à ce qu'on y soit parvenu, on aura fait le cours A B droit; car combien que de A en H on ayt fait un cours oblique, neantmoins tant plus on prend tels arcs, comme A H, H I fort petits, & tant plus pres du droit sera le cours entier, ce qui ne peut alors beaucoup differer, combien qu'au lieu de A H, arc de cercle majeur, on ayt navigé une partie du cercle mineur, avançant trop d'Occident vers le Nort; & que H I soit partie d'une spirale, avançant pareillement trop de l'Occident vers le Nort, qui fait que la faute tournera de ce costé là.

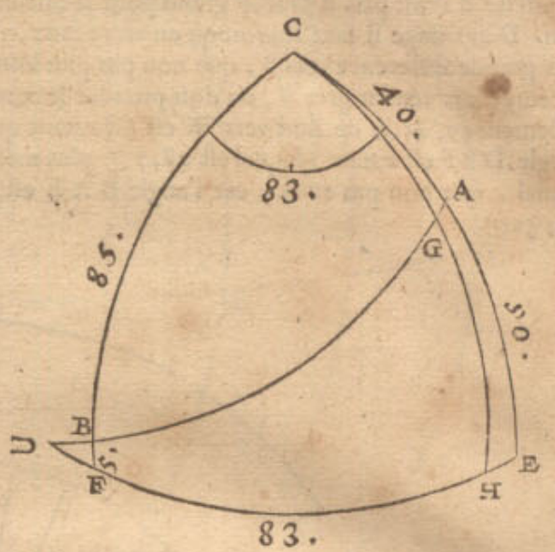
On fait bien quelque preuve; car estant en H, on verra si la latitude du lieu où l'on est, s'accorde avec celle de H, ce qu'estant ainsi ce sera signe qu'on a bien acheminé le tour, ce qui s'en ensuit, si on a bien conjecturé.

### Corollaire.

Si la navigation se fait sur l'equateur, c'est une chose notoire qu'il faut tousiours diriger le navire vers l'Orient ou l'Occident; & sur le Meridien, vers le Nord ou le Zud.

### 2 *Exemple, Mathematiquement.*

*Le donné.* Soyent A & B deux lieux sur la terre, C pole, F E l'equateur, B F latitude de B, 5 degrez, A E 50 deg. latitude de A, & iceux produits se rencontrerons




au pole C, ainsi que B C, C A seront les complemens des latitudes, & F E 83 deg. difference des longitudes, pour l'angle B C A.

*Le requis.* On veut faire un cours droit de A jusques en B, par voye Mathematique, assavoir par le moyen des triangles spheriques.

### 1 *Preparation.*

Je tire A B arc de cercle majeur, le produisant jusques à l'equateur en D.

### 1 *Partie de l'operation.*

Au triangle B C A, lequel a trois termes cognus, B C, C A, & l'angle B C A 83 deg. par lesquels on trouvera les 3 termes incognus, selon la 40 prop. des triangles spheriques, comme C A B 92 deg. 8 ① angle de position directe, & d'autant faut-il s'esloigner du Nort par l'Occident vers le Zud, c'est à dire 87 deg. 52 ① de Zud vers V Vest, ce qu'on fera aussi environ 4 degrez de long, comme de A en G; & touchant les autres deux termes, l'angle C B A 39 deg. 45 ①, & A B la distance requise 81 deg. 41 ①.

### 2 *Preparation.*

D'autant que les triangles rectangles sont plus faciles, il seroit bon de calculer D B F, lequel ayant trois termes cognus, l'angle D B F egal à C B A 39 deg. 45 ① F droit, & B F 5 deg. par l'hypothese; alors cerchant l'angle D, qui se trouvera 50 deg. 26 ①, & D B 6 deg. 27 ①, lesquels adjoustez à B A 81, 41 ① viendra D A 88 deg. 8 ①.

### 2 *Partie de l'operation.*

Pour cognoistre quel cours on prendra de G vers B; je mene de C par G jusques à l'equateur E F, l'arc C G H, comme meridien; puis par le moyen du triangle rectangle D G H, lequel a 3 termes cognus le costé D G 84 deg. 8 ① (ayant fait A G 4 deg.) l'angle D 50, 26 ①, & H droit, on cognoistra l'angle D G H 87, 45 ①, par la 34 prop.



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

des triangles ſpheriques, pour le cours requis qui eſt 7 ① plus Meridional que tantoſt en A ; & touſiours ainſi juſques à B.

Notez premierement, que combien que les 7 ① cy deſſus, ſoit une difference ſi petite, qu'elle ne puiſſe eſtre pratiquée avec un navire, toutefois on entend par là qu'on peut faire un plus grand arc, que n'eſt A G 4 deg. mais ſi on en euſt pris une plus grande, ainſi que la difference euſt eſté plus remarquable, meſme qu'on en euſt peu practiquer de moindre, c'euſt eſté un argument manifeſte d'avoir pris A G trop grand pour la calculation. D'avantage il faut ſçavoir qu'en arcs egaux, y a plus grande difference vers B, que non pas plus loing d'iceluy; car venant pres B, on doit prendre le cours ſeulement 39, 45 ① de Zud vers Weſt (d'autant que l'angle D B F eſt autant) lequel eſt 48, 7 ① plus meridional, que non pas en A, car l'angle B A E eſtoit 87, 52 ①.

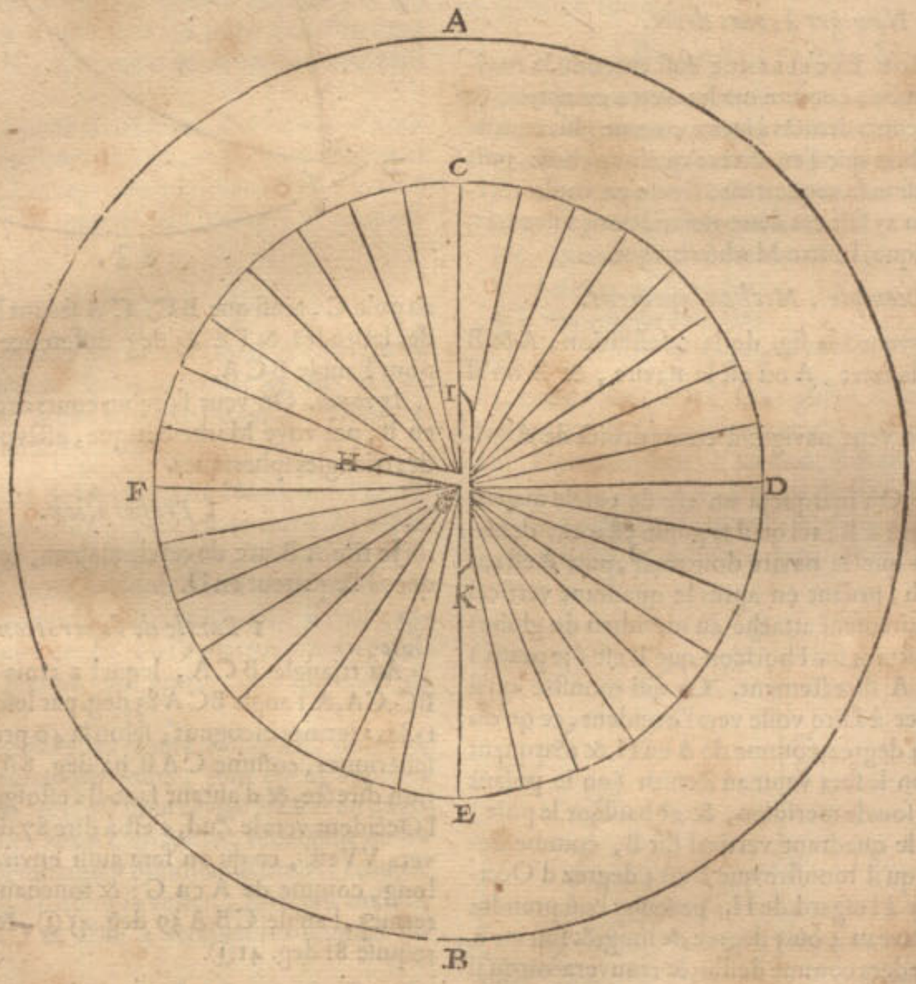
Notez ſecondement que ſi on requerroit d'avoir la latitude de G, pour eſprouver ſi le navire, & le calcul s'accordent, il ne fraudroit que cercher G H, qui eſt la vraye latitude de G.

*Concluſion.* Nous avons donc navigé directement, ſelon le requis.

## Proposition III.

### *Marquer les rombs Mechaniquement.*

Ceux qui font les Globes terreſtres, uſent de divers moyens pour tracer les Rombs, un chacun ſelon la maniere qu'il eſtime la meilleure. Nous en declarerons icy une, non pas pour la ſuivre, mais pource qu'elle explique d'autant mieux le fondement de ce qu'on requiert, & qui doit eſtre mieux fait par apres. Soit A B un Globe, ſur lequel ſoit un cercle mineur C D E F, dont G ſoit le centre, iceluy cercle diviſé en 32 parties



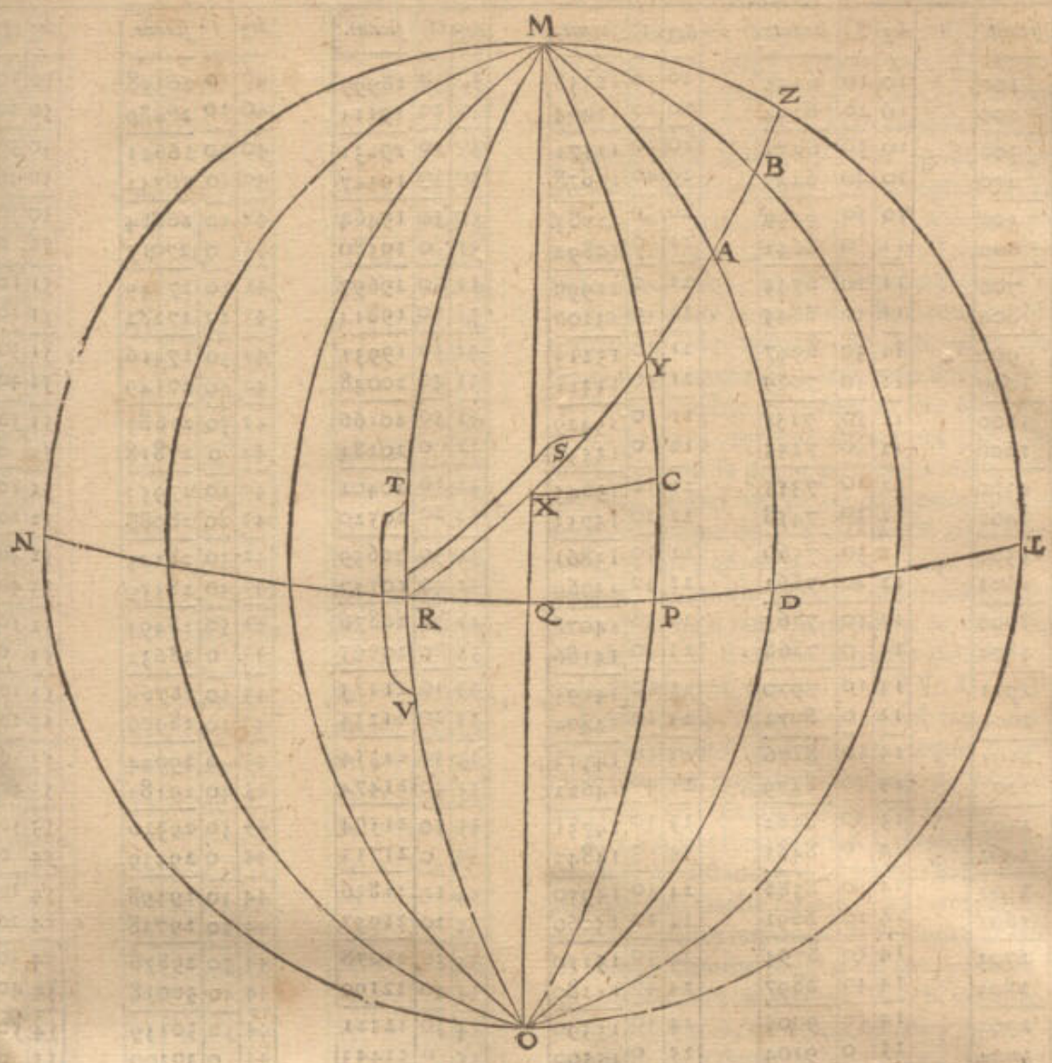

egales par des arcs paſſans par G, qui denotent les 32 vents communs, & ſoit C Nort, B Zud; F G D de Weſt vers l'Ooſt, & fais un angle oblique de cuivre, comme H G I K, qui convienne ſur la ſuperfice du Globe, & ainſi des autres rombs; tellement qu'on en fera 7 de tels, pour les rombs d'entre F C; puis ayant achevé, on prend un autre Globe de meſme grandeur, comme L M N O, dont L N l'equateur, M pole arctique, O l'antarctique, puis marquant des meridiens M R O, M Q O, M P O, &c. de degrez en degrez, on vient à marquer les rombs deſſus, poſant un angle de cuivre ſuſdit ſur les meridiens. Par exemple on requiert le romb de Nordooſt, je prens l'angle de cuivre qui a eſté fait tel qu'a eſté dit R S T V, poſant T V ſur l'un des meridiens M R O, & ſe ſur l'equateur marquant une ligne au long de R S, juſques au meridien prochain, juſques à X: remettant donc l'angle de cuivre ſur M Q O, au poinct X, comme on a fait ſur R, & marqué X Y, puis Y A, &c. & ainſi tant qu'on voudra de degré en degré, voire juſques à venir aſſez pres du pole; or ces lignes ſpirales ne peuvent jamais parvenir dans le pole & ſe peuvent produire infiniment de part & d'autre à l'entour des poles, à parler de telle ſpirale Mathematiquement, mais mechaniquement un pole viſible peut eſtre atteint.

D'icy ſe peut appercevoir comment on pourra faire les autres rombs, voire en commençant où l'on voudra en lieu quelconque ſur le Globe.

*Concluſion.* Nous avons donc marqué Mechaniquement les rombs, ſelon le requis.

De

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©




*De l'incertitude de la precedente deſcription.*

Veu que par la pluralité des poſitions de l'angle de cuivre, il y a des defauts; il y a auſſi de l'incertitude, ſi la choſe eſt bien ou non, & de combien eſt la faute; mais nous l'avons deſcrit, pource que ceſte maniere declare ſuffiſamment la maniere d'y proceder par nombres, afin d'avoir le tout un peu mieux reglé, comme s'enſuit.

## PROPOSITION IV.

### *Faire une Table des Rombs.*

Le ſommaire de ceſte propoſition eſt que nous devons trouver par nombres, de quelle longueur ſont les arcs (de la fig. precedente) QX, PY, & autres de meſme; car tels nombres eſtant cognus, & les poincts X, Y, A, B, Z, marquez, puis conduiſant une ligne de poinct en poinct, on aura le Romb requis; or la maniere de trouver tels arcs pourroit eſtre comme s'enſuit.

## PREMIERE FACON DES TABLES DES ROMBS.

Soit RZ encor le quatrieſme Romb, on veut trouver les arcs QX, PY: à ceſte fin, dis-je, que le triangle XQR a trois termes cognus XRQ 45 degrez, XQR droit, le coſté RQ 1 degré: ſoit cerché QX, par la 36 prop. ſera trouvée de 59 ①, 59 ②, puis pour avoir PY, je mene l'arc XC parallele à QP, alors PC ſera auſſi 59 ① 59 ②, comme QX: ainſi donc que du triangle YCX on doit avoir CY, pour l'adjouſter à PC, afin d'avoir PY: lequel a auſſi 3 termes cognus, l'angle YXC 45 deg. l'angle YCX droit, & le coſté XC 59 ① 58 ② autant fait-il par les Tables communes, qui ſeront auſſi icy: parquoy cerchant CY, ſera trouvée de 59 ① 57 ②, leſquels adjouſtez à PC 59 ① 59 ②, viendra pour PY 1 deg. 59 ① 56 ②, & ainſi des autres.

## SECONDE FACON DES TABLES DES ROMBS.

Veu que la maniere precedente ſeroit plus longue que le loiſir que je pourrois avoir, je me ſerviray en ſa place d'une autre jà faite par *Edvvart VVright*; & combien qu'elles ayent quelques imperfections, dequoy ſera parlé en l'Appendice, toutefois elles pourront ſervir à la declaration de noſtre deſſein.

Pour la conſtruction des tables des rombs, on doit premierement faire une table de la ſomme des ſecantes, de 10 ① à 10 ①, ou moins, comme s'enſuit:

Secante de 10 ① fait 10000042.
A laquelle adjouſtée la ſecante de 20 ①, 10000168, fait 20000210.
A laquelle ſomme adjouſtée la ſecante de 30 ①, 10000381, fait 30000591.

Et ainſi conſecutivement, puis ayant achevé, on coupera 5 lettres en queüe, & ſera une table comme s'enſuit.

---

ALB. GIRARD.

*De ces Tables-cy le docte* Snellius *en a fait, avec d'autres, au livre intitulé* Tiphys Batavus, *en l'an 1624. & vont de minute en minute juſques à 70 degrez.*



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

| deg | ① | secant. | deg | ① | secant. | deg | ① | secant. | deg | ① | secant. | deg | ① | secant. | deg | ① | secant. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 10 | 100 | 10 | 10 | 6132 | 20 | 10 | 12358 | 30 | 10 | 18999 | 40 | 10 | 26358 | 50 | 10 | 34902 |
| 0 | 20 | 200 | 10 | 20 | 6234 | 20 | 20 | 12464 | 30 | 20 | 19115 | 40 | 20 | 26489 | 50 | 20 | 35058 |
| 0 | 30 | 300 | 10 | 30 | 6335 | 20 | 30 | 12571 | 30 | 30 | 19231 | 40 | 30 | 26621 | 50 | 30 | 35215 |
| 0 | 40 | 400 | 10 | 40 | 6437 | 20 | 40 | 12678 | 30 | 40 | 19347 | 40 | 40 | 26752 | 50 | 40 | 35373 |
| 0 | 50 | 500 | 10 | 50 | 6539 | 20 | 50 | 12785 | 30 | 50 | 19464 | 40 | 50 | 26884 | 50 | 50 | 35531 |
| 1 | 0 | 600 | 11 | 0 | 6641 | 21 | 0 | 12892 | 31 | 0 | 19580 | 41 | 0 | 27017 | 51 | 0 | 35690 |
| 1 | 10 | 700 | 11 | 10 | 6743 | 21 | 10 | 12999 | 31 | 10 | 19697 | 41 | 10 | 27149 | 51 | 10 | 35849 |
| 1 | 20 | 800 | 11 | 20 | 6845 | 21 | 20 | 13106 | 31 | 20 | 19814 | 41 | 20 | 27282 | 51 | 20 | 36009 |
| 1 | 30 | 900 | 11 | 30 | 6947 | 21 | 30 | 13213 | 31 | 30 | 19931 | 41 | 30 | 27416 | 51 | 30 | 36169 |
| 1 | 40 | 1000 | 11 | 40 | 7049 | 21 | 40 | 13321 | 31 | 40 | 20048 | 41 | 40 | 27549 | 51 | 40 | 36330 |
| 1 | 50 | 1100 | 11 | 50 | 7151 | 21 | 50 | 13429 | 31 | 50 | 20166 | 41 | 50 | 27683 | 51 | 50 | 36491 |
| 2 | 0 | 1200 | 12 | 0 | 7253 | 22 | 0 | 13537 | 32 | 0 | 20284 | 42 | 0 | 27818 | 52 | 0 | 36654 |
| 2 | 10 | 1300 | 12 | 10 | 7355 | 22 | 10 | 13645 | 32 | 10 | 20402 | 42 | 10 | 27953 | 52 | 10 | 36816 |
| 2 | 20 | 1400 | 12 | 20 | 7458 | 22 | 20 | 13753 | 32 | 20 | 20520 | 42 | 20 | 28088 | 52 | 20 | 36980 |
| 2 | 30 | 1500 | 12 | 30 | 7560 | 22 | 30 | 13861 | 32 | 30 | 20639 | 42 | 30 | 28223 | 52 | 30 | 37144 |
| 2 | 40 | 1601 | 12 | 40 | 7662 | 22 | 40 | 13969 | 32 | 40 | 20757 | 42 | 40 | 28359 | 52 | 40 | 37308 |
| 2 | 50 | 1701 | 12 | 50 | 7765 | 22 | 50 | 14078 | 32 | 50 | 20876 | 42 | 50 | 28495 | 52 | 50 | 37473 |
| 3 | 0 | 1801 | 13 | 0 | 7868 | 23 | 0 | 14186 | 33 | 0 | 20995 | 43 | 0 | 28632 | 53 | 0 | 37639 |
| 3 | 10 | 1901 | 13 | 10 | 7970 | 23 | 10 | 14295 | 33 | 10 | 21115 | 43 | 10 | 28769 | 53 | 10 | 37806 |
| 3 | 20 | 2001 | 13 | 20 | 8073 | 23 | 20 | 14404 | 33 | 20 | 21234 | 43 | 20 | 28906 | 53 | 20 | 37973 |
| 3 | 30 | 2101 | 13 | 30 | 8176 | 23 | 30 | 14513 | 33 | 30 | 21354 | 43 | 30 | 29044 | 53 | 30 | 38141 |
| 3 | 40 | 2201 | 13 | 40 | 8279 | 23 | 40 | 14622 | 33 | 40 | 21474 | 43 | 40 | 29182 | 53 | 40 | 38309 |
| 3 | 50 | 2302 | 13 | 50 | 8382 | 23 | 50 | 14731 | 33 | 50 | 21594 | 43 | 50 | 29320 | 53 | 50 | 38478 |
| 4 | 0 | 2402 | 14 | 0 | 8485 | 24 | 0 | 14840 | 34 | 0 | 21715 | 44 | 0 | 29459 | 54 | 0 | 38648 |
| 4 | 10 | 2502 | 14 | 10 | 8588 | 24 | 10 | 14950 | 34 | 10 | 21836 | 44 | 10 | 29598 | 54 | 10 | 38819 |
| 4 | 20 | 2602 | 14 | 20 | 8691 | 24 | 20 | 15060 | 34 | 20 | 21957 | 44 | 20 | 29738 | 54 | 20 | 38990 |
| 4 | 30 | 2703 | 14 | 30 | 8794 | 24 | 30 | 15170 | 34 | 30 | 22078 | 44 | 30 | 29878 | 54 | 30 | 39162 |
| 4 | 40 | 2803 | 14 | 40 | 8897 | 24 | 40 | 15280 | 34 | 40 | 22199 | 44 | 40 | 30018 | 54 | 40 | 39334 |
| 4 | 50 | 2903 | 14 | 50 | 9001 | 24 | 50 | 15390 | 34 | 50 | 22321 | 44 | 50 | 30159 | 54 | 50 | 39508 |
| 5 | 0 | 3004 | 15 | 0 | 9104 | 25 | 0 | 15500 | 35 | 0 | 22443 | 45 | 0 | 30300 | 55 | 0 | 39682 |
| 5 | 10 | 31 | 15 | 10 | 9208 | 25 | 10 | 15610 | 35 | 10 | 22565 | 45 | 10 | 30442 | 55 | 10 | 39857 |
| 5 | 20 | 3205 | 15 | 20 | 9312 | 25 | 20 | 15721 | 35 | 20 | 22688 | 45 | 20 | 30584 | 55 | 20 | 40032 |
| 5 | 30 | 3305 | 15 | 30 | 9415 | 25 | 30 | 15832 | 35 | 30 | 22811 | 45 | 30 | 30726 | 55 | 30 | 40208 |
| 5 | 40 | 3405 | 15 | 40 | 9519 | 25 | 40 | 15942 | 35 | 40 | 22934 | 45 | 40 | 30869 | 55 | 40 | 40385 |
| 5 | 50 | 3506 | 15 | 50 | 9623 | 25 | 50 | 16053 | 35 | 50 | 23057 | 45 | 50 | 31013 | 55 | 50 | 40563 |
| 6 | 0 | 3606 | 16 | 0 | 9727 | 26 | 0 | 16165 | 36 | 0 | 23180 | 46 | 0 | 31156 | 56 | 0 | 40741 |
| 6 | 10 | 3707 | 16 | 10 | 9831 | 26 | 10 | 16276 | 36 | 10 | 23304 | 46 | 10 | 31301 | 56 | 10 | 40921 |
| 6 | 20 | 3808 | 16 | 20 | 9935 | 26 | 20 | 16388 | 36 | 20 | 23428 | 46 | 20 | 31445 | 56 | 20 | 41101 |
| 6 | 30 | 3908 | 16 | 30 | 10039 | 26 | 30 | 16499 | 36 | 30 | 23552 | 46 | 30 | 31590 | 56 | 30 | 41282 |
| 6 | 40 | 4009 | 16 | 40 | 10144 | 26 | 40 | 16611 | 36 | 40 | 23677 | 46 | 40 | 31736 | 56 | 40 | 41463 |
| 6 | 50 | 4110 | 16 | 50 | 10248 | 26 | 50 | 16723 | 36 | 50 | 23802 | 46 | 50 | 31882 | 56 | 50 | 41646 |
| 7 | 0 | 4210 | 17 | 0 | 10353 | 27 | 0 | 16835 | 37 | 0 | 23927 | 47 | 0 | 32028 | 57 | 0 | 41829 |
| 7 | 10 | 4311 | 17 | 10 | 10457 | 27 | 10 | 16947 | 37 | 10 | 24052 | 47 | 10 | 32175 | 57 | 10 | 42013 |
| 7 | 20 | 4412 | 17 | 20 | 10562 | 27 | 20 | 17060 | 37 | 20 | 24178 | 47 | 20 | 32322 | 57 | 20 | 42198 |
| 7 | 30 | 4513 | 17 | 30 | 10667 | 27 | 30 | 17173 | 37 | 30 | 24304 | 47 | 30 | 32470 | 57 | 30 | 42384 |
| 7 | 40 | 4614 | 17 | 40 | 10772 | 27 | 40 | 17285 | 37 | 40 | 24430 | 47 | 40 | 32618 | 57 | 40 | 42570 |
| 7 | 50 | 4715 | 17 | 50 | 10877 | 27 | 50 | 17398 | 37 | 50 | 24556 | 47 | 50 | 32767 | 57 | 50 | 42758 |
| 8 | 0 | 4815 | 18 | 0 | 10982 | 28 | 0 | 17512 | 38 | 0 | 24683 | 48 | 0 | 32916 | 58 | 0 | 42946 |
| 8 | 10 | 4916 | 18 | 10 | 11087 | 28 | 10 | 17625 | 38 | 10 | 24810 | 48 | 10 | 33066 | 58 | 10 | 43135 |
| 8 | 20 | 5018 | 18 | 20 | 11192 | 28 | 20 | 17738 | 38 | 20 | 24938 | 48 | 20 | 33216 | 58 | 20 | 43325 |
| 8 | 30 | 5119 | 18 | 30 | 11298 | 28 | 30 | 27852 | 38 | 30 | 25065 | 48 | 30 | 33367 | 58 | 30 | 43516 |
| 8 | 40 | 5220 | 18 | 40 | 11403 | 28 | 40 | 17966 | 38 | 40 | 25193 | 48 | 40 | 33518 | 58 | 40 | 43708 |
| 8 | 50 | 5321 | 18 | 50 | 11509 | 28 | 50 | 18080 | 38 | 50 | 25321 | 48 | 50 | 33670 | 58 | 50 | 43901 |
| 9 | 0 | 5422 | 19 | 0 | 11615 | 29 | 0 | 18194 | 39 | 0 | 25450 | 49 | 0 | 33822 | 59 | 0 | 44095 |
| 9 | 10 | 5523 | 19 | 10 | 11720 | 29 | 10 | 18309 | 39 | 10 | 25579 | 49 | 10 | 33975 | 59 | 10 | 44289 |
| 9 | 20 | 5625 | 19 | 20 | 11826 | 29 | 20 | 18423 | 39 | 20 | 25708 | 49 | 20 | 34128 | 59 | 20 | 44485 |
| 9 | 30 | 5726 | 19 | 30 | 11932 | 29 | 30 | 18538 | 39 | 30 | 25837 | 49 | 30 | 34282 | 59 | 30 | 44681 |
| 9 | 40 | 5827 | 19 | 40 | 12038 | 29 | 40 | 18653 | 39 | 40 | 25967 | 49 | 40 | 34436 | 59 | 40 | 44879 |
| 9 | 50 | 5929 | 19 | 50 | 12145 | 29 | 50 | 18768 | 39 | 50 | 26097 | 49 | 50 | 34591 | 59 | 50 | 45078 |
| 10 | 0 | 6030 | 20 | 0 | 12251 | 30 | 0 | 18884 | 40 | 0 | 26228 | 50 | 0 | 34746 | 60 | 0 | 45277 |

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

| deg | ① | secant. | deg | ① | secant. | deg | ① | secant. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 60 | 10 | 45478 | 70 | 10 | 59960 | 80 | 10 | 84354 |
| 60 | 20 | 45679 | 70 | 20 | 60257 | 80 | 20 | 84945 |
| 60 | 30 | 45882 | 70 | 30 | 60555 | 80 | 30 | 85546 |
| 60 | 40 | 46085 | 70 | 40 | 60856 | 80 | 40 | 86158 |
| 60 | 50 | 46290 | 70 | 50 | 61159 | 80 | 50 | 86781 |
| 61 | 0 | 46496 | 71 | 0 | 61465 | 81 | 0 | 87415 |
| 61 | 10 | 46703 | 71 | 10 | 61774 | 81 | 10 | 88061 |
| 61 | 20 | 46911 | 71 | 20 | 62085 | 81 | 20 | 88719 |
| 61 | 30 | 47120 | 71 | 30 | 62399 | 81 | 30 | 89389 |
| 61 | 40 | 47330 | 71 | 40 | 62716 | 81 | 40 | 90073 |
| 61 | 50 | 47541 | 71 | 50 | 63035 | 81 | 50 | 90771 |
| 62 | 0 | 47754 | 72 | 0 | 63357 | 82 | 0 | 91483 |
| 62 | 10 | 47967 | 72 | 10 | 63682 | 82 | 10 | 92210 |
| 62 | 20 | 48182 | 72 | 20 | 64011 | 82 | 20 | 92952 |
| 62 | 30 | 48398 | 72 | 30 | 64342 | 82 | 30 | 93711 |
| 62 | 40 | 48616 | 72 | 40 | 64676 | 82 | 40 | 94486 |
| 62 | 50 | 48834 | 72 | 50 | 65014 | 82 | 50 | 95280 |
| 63 | 0 | 49054 | 73 | 0 | 65354 | 83 | 0 | 96091 |
| 63 | 10 | 49275 | 73 | 10 | 65698 | 83 | 10 | 96923 |
| 63 | 20 | 49497 | 73 | 20 | 66045 | 83 | 20 | 97775 |
| 63 | 30 | 49720 | 73 | 30 | 66396 | 83 | 30 | 98648 |
| 63 | 40 | 49945 | 73 | 40 | 66750 | 83 | 40 | 99544 |
| 63 | 50 | 50171 | 73 | 50 | 67107 | 83 | 50 | 100464 |
| 64 | 0 | 50399 | 74 | 0 | 67468 | 84 | 0 | 101409 |
| 64 | 10 | 50628 | 74 | 10 | 67833 | 84 | 10 | 102380 |
| 64 | 20 | 50858 | 74 | 20 | 68202 | 84 | 20 | 103380 |
| 64 | 30 | 51090 | 74 | 30 | 68574 | 84 | 30 | 104409 |
| 64 | 40 | 51323 | 74 | 40 | 68950 | 84 | 40 | 105471 |
| 64 | 50 | 51557 | 74 | 50 | 69331 | 84 | 50 | 106565 |
| 65 | 0 | 51793 | 75 | 0 | 69715 | 85 | 0 | 107696 |
| 65 | 10 | 52030 | 75 | 10 | 70104 | 85 | 10 | 108865 |
| 65 | 20 | 52269 | 75 | 20 | 70497 | 85 | 20 | 110075 |
| 65 | 30 | 52510 | 75 | 30 | 70894 | 85 | 30 | 111328 |
| 65 | 40 | 52752 | 75 | 40 | 71296 | 85 | 40 | 112630 |
| 65 | 50 | 52995 | 75 | 50 | 71703 | 85 | 50 | 113982 |
| 66 | 0 | 53241 | 76 | 0 | 72114 | 86 | 0 | 115389 |
| 66 | 10 | 53487 | 76 | 10 | 72530 | 86 | 10 | 116856 |
| 66 | 20 | 53736 | 76 | 20 | 72951 | 86 | 20 | 118389 |
| 66 | 30 | 53986 | 76 | 30 | 73377 | 86 | 30 | 119993 |
| 66 | 40 | 54237 | 76 | 40 | 73808 | 86 | 40 | 121675 |
| 66 | 50 | 54491 | 76 | 50 | 74245 | 86 | 50 | 123444 |
| 67 | 0 | 54746 | 77 | 0 | 74687 | 87 | 0 | 125209 |
| 67 | 10 | 55003 | 77 | 10 | 75134 | 87 | 10 | 127180 |
| 67 | 20 | 55262 | 77 | 20 | 75588 | 87 | 20 | 129272 |
| 67 | 30 | 55522 | 77 | 30 | 76047 | 87 | 30 | 131498 |
| 67 | 40 | 55784 | 77 | 40 | 76512 | 87 | 40 | 133879 |
| 67 | 50 | 56049 | 77 | 50 | 76984 | 87 | 50 | 136437 |
| 68 | 0 | 56315 | 78 | 0 | 77462 | 88 | 0 | 139200 |
| 68 | 10 | 56583 | 78 | 10 | 77947 | 88 | 10 | 142205 |
| 68 | 20 | 56853 | 78 | 20 | 78438 | 88 | 20 | 145497 |
| 68 | 30 | 57124 | 78 | 30 | 78937 | 88 | 30 | 149139 |
| 68 | 40 | 57398 | 78 | 40 | 79442 | 88 | 40 | 153213 |
| 68 | 50 | 57674 | 78 | 50 | 79955 | 88 | 50 | 157834 |
| 69 | 0 | 57953 | 79 | 0 | 80476 | 89 | 0 | 163176 |
| 69 | 10 | 58233 | 79 | 10 | 81004 | 89 | 10 | 169501 |
| 69 | 20 | 58515 | 79 | 20 | 81541 | 89 | 20 | 177259 |
| 69 | 30 | 58800 | 79 | 30 | 82085 | 89 | 30 | 187284 |
| 69 | 40 | 59086 | 79 | 40 | 82639 | 89 | 40 | 201513 |
| 69 | 50 | 59375 | 79 | 50 | 83201 | 89 | 50 | 226223 |
| 70 | 0 | 59667 | 80 | 0 | 83773 | 90 | 0 | 000000 |

Ceſte preparation de table des ſecantes ſommées, eſtant faite, nous viendrons à la conſtruction des tables des rombs, & ſoit à la figure precedente R Z le premier romb, ainſi que l'angle X R Q du triangle X R Q fait 78 deg. 45 ①; or pour trouver l'arc Q X, je prens que le triangle X R Q ſoit plat, pour ſa petiteſſe, & trouve iceluy avoir trois termes cognus, X Q R droit, X R Q 78, 45 ①, & le coſté Q R 1 degré, par leſquels on trouvera que Q X eſt 5 deg. 1 ①, lequel je mets à la table des rombs, au premier alendroit de 1 degré de longitude dans la colomne de latitude. Maintenant pour trouver les latitudes de ceſte table par quelque briefveté, je cerche dans la ſomme des tables des ſecantes, quel nombre eſt alendroit des ſuſdits 5 deg. 1 ①, & trouve 3014, car les 5 degrez ont 3004, auquel adjouſté 10 pour la partie proportionnelle de 1 ① viendra 3014, lequel me ſervira communement pour trouver les nombres de P Y, D A, & autres ſemblables: ainſi, A 3014 adjouſté encor 3014, vient 6028, qui dans les tables des ſommes des ſecantes eſt alendroit de 10 deg. qu'il faut mettre dans la table ſuivante du premier romb, dans les latitudes alendroit de la longitude de 2 degrez, comme pour P Y. De meſme à 6028 j'adjouſte 3014, vient 9042, qui ſe rapporte dans la table precedente à 14 deg. 54 ①, lequel il faut poſer à la table ſuivante joignant les 3 degr. de longitude, comme pour D A. Et ainſi des autres rombs.

Aux ſuſdites longitudes & latitudes des rombs j'y ay adjoinct les diſtances, pour les arcs R X, R Y, R A, &c. afin que ſans Globe terreſtre, ou carte plane, on puiſſe par les nombres reſpondre & reſoudre ce qui concerne les rombs, comme on verra és propoſitions ſuivantes; on trouve R X au triangle X Q R comme plat, de 5 deg. 6 ① 54 ②, qu'il faut mettre joignant la latitude alendroit de 1 degr. de longitude; on trouvera R Y ainſi comme la precedente ligne R X, car au triangle rectangle X C Y comme plat, l'angle X Y C eſt le nombre du premier romb, aſſavoir de 78 deg. 45 ① & le coſté C Y 4 deg. 59 ①, comme on peut inferer de la table ſuivante; car oſtant P C 5, 1 ① (egale à Q X) de P Y 10 deg. reſtera pour C Y, comme dit eſt: donc on trouvera X Y 5, 12 ① 54 ② qu'il faut adjouſter avec R X 5, 6 ① 54 ② viendra pour R Y 10 deg. 19 ① 48 ②, lequel je mets dans la colomne des diſtances alendroit des 2 degrez de longitude dans la table du premier romb, & ainſi de R A, & tout le reſte, combien qu'elles ne ſoyent és tables, à cauſe du peu de loiſir, & de l'imperfection deſdites tables.



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

## PREMIER ROMB.

| long. deg. | latit. deg. ① | distance deg. ① | long. deg. | latit. deg. ① | distance. deg. ① | long. deg. | latit. deg. ① | distance. deg. ① | long. deg. | latit. deg. ① | distance. deg. ① | long. deg. | latit. deg. ① | distance. deg. ① | long. deg. | latit. deg. ① | distance. deg. ① |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 5 1 | 5 7 | 31 | 82 27 | | 61 | 89 27 | | 91 | 87 31 | | 121 | 89 17 | | 152 | 89 48 | |
| 2 | 10 0 | 10 2 | 32 | 83 5 | | 62 | 89 29 | | 92 | 87 37 | | 122 | 89 19 | | 154 | 89 49 | |
| 3 | 14 54 | | 33 | 83 39 | | 63 | 89 32 | | 93 | 87 43 | | 123 | 89 21 | | 156 | 89 49 | |
| 4 | 19 42 | | 34 | 84 11 | | 64 | 89 34 | | 94 | 87 48 | | 124 | 89 22 | | 158 | 89 50 | |
| 5 | 24 22 | | 35 | 84 40 | | 65 | 89 36 | | 95 | 87 54 | | 125 | 89 24 | | 160 | 89 51 | |
| 6 | 28 51 | | 36 | 85 7 | | 66 | 89 38 | | 96 | 87 59 | | 126 | 89 25 | | 162 | 89 52 | |
| 7 | 33 10 | | 37 | 85 32 | | 67 | 89 40 | | 97 | 88 4 | | 127 | 89 27 | | 164 | 89 52 | |
| 8 | 37 16 | | 38 | 85 54 | | 68 | 89 41 | | 98 | 88 9 | | 128 | 89 28 | | 166 | 89 53 | |
| 9 | 41 9 | | 39 | 86 15 | | 69 | 89 43 | | 99 | 88 13 | | 129 | 89 29 | | 168 | 89 53 | |
| 10 | 44 50 | | 40 | 86 33 | | 70 | 89 44 | | 100 | 88 18 | | 130 | 89 30 | | 170 | 89 54 | |
| 11 | 48 17 | | 41 | 86 51 | | 71 | 89 46 | | 101 | 88 22 | | 131 | 89 32 | | 172 | 89 54 | |
| 12 | 51 31 | | 42 | 87 7 | | 72 | 89 47 | | 102 | 88 26 | | 132 | 89 33 | | 174 | 89 55 | |
| 13 | 54 32 | | 43 | 87 21 | | 73 | 89 48 | | 103 | 88 30 | | 133 | 89 34 | | 176 | 89 55 | |
| 14 | 57 21 | | 44 | 87 35 | | 74 | 89 49 | | 104 | 88 33 | | 134 | 89 35 | | 178 | 89 55 | |
| 15 | 59 58 | | 45 | 87 47 | | 75 | 89 50 | | 105 | 88 37 | | 135 | 89 36 | | 180 | 89 56 | |
| 16 | 62 23 | | 46 | 87 58 | | 77 | 89 51 | | 106 | 88 40 | | 136 | 89 37 | | 183 | 89 56 | |
| 17 | 64 38 | | 47 | 88 8 | | 79 | 89 52 | | 107 | 88 44 | | 137 | 89 38 | | 186 | 89 56 | |
| 18 | 66 42 | | 48 | 88 17 | | 81 | 89 53 | | 108 | 88 47 | | 138 | 89 39 | | 189 | 89 57 | |
| 19 | 68 36 | | 49 | 88 26 | | 83 | 89 54 | | 109 | 88 50 | | 139 | 89 39 | | 192 | 89 57 | |
| 20 | 70 22 | | 50 | 88 34 | | 85 | 89 55 | | 110 | 88 52 | | 140 | 89 40 | | 195 | 89 57 | |
| 21 | 71 59 | | 51 | 88 41 | | 87 | 89 56 | | 111 | 88 55 | | 141 | 89 41 | | 198 | 89 57 | |
| 22 | 73 29 | | 52 | 88 47 | | 90 | 89 56 | | 112 | 88 58 | | 142 | 89 42 | | 201 | 89 58 | |
| 23 | 74 51 | | 53 | 88 53 | | 93 | 89 57 | | 113 | 89 0 | | 143 | 89 42 | | 204 | 89 58 | |
| 24 | 76 6 | | 54 | 88 59 | | 96 | 89 58 | | 114 | 89 3 | | 144 | 89 43 | | 207 | 89 58 | |
| 25 | 77 16 | | 55 | 89 4 | | 99 | 89 58 | | 115 | 89 5 | | 145 | 89 44 | | 210 | 89 58 | |
| 26 | 78 19 | | 56 | 89 9 | | 102 | 89 58 | | 116 | 89 7 | | 146 | 89 44 | | 213 | 89 58 | |
| 27 | 79 18 | | 57 | 89 13 | | 105 | 89 58 | | 117 | 89 9 | | 147 | 89 45 | | 216 | 89 58 | |
| 28 | 80 11 | | 58 | 89 17 | | 108 | 89 59 | | 118 | 89 12 | | 148 | 89 46 | | 219 | 89 58 | |
| 29 | 81 0 | | 59 | 89 20 | | 111 | 89 59 | | 119 | 89 13 | | 149 | 89 46 | | 222 | 89 58 | |
| 30 | 81 46 | | 60 | 89 24 | | 114 | 89 59 | | 120 | 89 15 | | 150 | 89 47 | | 225 | 89 59 | |

## DEUXIESME ROMB.

| | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 24 | | 31 | 59 41 | | 61 | 81 14 | | 1 | 1 29 | | 31 | 42 1 | | 61 | 67 1 | |
| 2 | 4 49 | | 32 | 60 53 | | 62 | 81 36 | | 2 | 2 59 | | 32 | 43 7 | | 62 | 67 35 | |
| 3 | 7 13 | | 33 | 62 2 | | 63 | 81 56 | | 3 | 4 29 | | 33 | 44 12 | | 63 | 68 9 | |
| 4 | 9 36 | | 34 | 63 8 | | 64 | 82 16 | | 4 | 5 58 | | 34 | 45 16 | | 64 | 68 42 | |
| 5 | 11 58 | | 35 | 64 13 | | 65 | 82 35 | | 5 | 7 27 | | 35 | 46 18 | | 65 | 69 14 | |
| 6 | 14 20 | | 36 | 65 14 | | 66 | 82 54 | | 6 | 8 56 | | 36 | 47 20 | | 66 | 69 46 | |
| 7 | 16 39 | | 37 | 66 14 | | 67 | 83 11 | | 7 | 10 25 | | 37 | 48 20 | | 67 | 70 16 | |
| 8 | 18 57 | | 38 | 67 11 | | 68 | 83 28 | | 8 | 11 53 | | 38 | 49 17 | | 68 | 70 46 | |
| 9 | 21 13 | | 39 | 68 6 | | 69 | 83 44 | | 9 | 13 20 | | 39 | 50 17 | | 69 | 71 15 | |
| 10 | 23 27 | | 40 | 68 59 | | 70 | 83 59 | | 10 | 14 47 | | 40 | 51 14 | | 70 | 71 44 | |
| 11 | 25 39 | | 41 | 69 50 | | 71 | 84 14 | | 11 | 16 14 | | 41 | 52 10 | | 71 | 72 12 | |
| 12 | 27 48 | | 42 | 70 39 | | 72 | 84 28 | | 12 | 17 40 | | 42 | 53 4 | | 72 | 72 30 | |
| 13 | 29 55 | | 43 | 71 26 | | 73 | 84 42 | | 13 | 19 5 | | 43 | 53 57 | | 73 | 73 5 | |
| 14 | 31 59 | | 44 | 72 11 | | 74 | 84 55 | | 14 | 20 30 | | 44 | 54 50 | | 74 | 73 31 | |
| 15 | 34 1 | | 45 | 72 55 | | 75 | 85 8 | | 15 | 21 53 | | 45 | 55 41 | | 75 | 73 56 | |
| 16 | 35 59 | | 46 | 73 36 | | 76 | 85 20 | | 16 | 23 16 | | 46 | 56 31 | | 76 | 74 21 | |
| 17 | 37 55 | | 47 | 74 16 | | 77 | 85 31 | | 17 | 43 38 | | 47 | 57 20 | | 77 | 74 45 | |
| 18 | 39 48 | | 48 | 74 55 | | 78 | 85 42 | | 18 | 25 59 | | 48 | 58 8 | | 78 | 75 8 | |
| 19 | 41 37 | | 49 | 75 32 | | 79 | 85 53 | | 19 | 27 20 | | 49 | 58 55 | | 79 | 75 31 | |
| 20 | 43 24 | | 50 | 76 7 | | 80 | 86 3 | | 20 | 28 39 | | 50 | 59 40 | | 80 | 75 53 | |
| 21 | 45 8 | | 51 | 76 41 | | 81 | 86 13 | | 21 | 29 57 | | 51 | 60 25 | | 81 | 76 14 | |
| 22 | 46 49 | | 52 | 77 14 | | 82 | 86 22 | | 22 | 31 14 | | 52 | 61 9 | | 82 | 76 35 | |
| 23 | 48 26 | | 53 | 77 45 | | 83 | 86 31 | | 23 | 32 31 | | 53 | 61 52 | | 83 | 76 56 | |
| 24 | 50 1 | | 54 | 78 15 | | 84 | 86 40 | | 24 | 33 46 | | 54 | 62 34 | | 84 | 77 16 | |
| 25 | 51 32 | | 55 | 78 44 | | 85 | 86 48 | | 25 | 35 0 | | 55 | 63 15 | | 85 | 77 36 | |
| 26 | 53 1 | | 56 | 79 12 | | 86 | 86 56 | | 26 | 36 13 | | 56 | 63 55 | | 86 | 77 55 | |
| 27 | 54 27 | | 57 | 79 38 | | 87 | 87 4 | | 27 | 37 25 | | 57 | 64 34 | | 87 | 78 13 | |
| 28 | 55 49 | | 58 | 80 4 | | 88 | 87 11 | | 28 | 38 36 | | 58 | 65 12 | | 88 | 78 31 | |
| 29 | 57 9 | | 59 | 80 28 | | 89 | 87 18 | | 29 | 39 45 | | 59 | 65 49 | | 89 | 78 49 | |
| 30 | 58 26 | | 60 | 80 52 | | 90 | 87 25 | | 30 | 40 55 | | 60 | 66 25 | | 90 | 79 6 | |

## TROISIESME ROMB.

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

| long. deg. | latit. deg. ① | distance. deg. ① | long. deg. | latit. deg. ① | distance. deg. ① | long. deg. | latit. deg. ① | distance. deg. ① | long. deg. | latit. deg. ① | distance. deg. ① | long. deg. | latit. deg. ① | distance. deg. ① | long. deg. | latit. deg. ① | distance. deg. ① |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 91 | 79 23 | | 151 | 87 46 | | 212 | 89 32 | | 1 | 0 59 | 1 25 | 61 | 51 56 | | 121 | 76 11 | |
| 92 | 79 39 | | 152 | 87 50 | | 214 | 89 33 | | 2 | 1 59 | 2 50 | 62 | 52 33 | | 122 | 76 25 | |
| 93 | 79 55 | | 153 | 87 53 | | 216 | 89 35 | | 3 | 2 59 | 4 15 | 63 | 53 8 | | 123 | 76 39 | |
| 94 | 80 10 | | 154 | 87 56 | | 218 | 89 36 | | 4 | 3 59 | 5 39 | 64 | 53 45 | | 124 | 76 53 | |
| 95 | 80 26 | | 155 | 87 59 | | 220 | 89 37 | | 5 | 4 59 | 7 4 | 65 | 54 20 | | 125 | 77 7 | |
| 96 | 80 40 | | 156 | 88 3 | | 222 | 89 38 | | 6 | 5 59 | 8 29 | 66 | 54 55 | | 126 | 77 20 | |
| 97 | 80 55 | | 157 | 88 6 | | 224 | 89 39 | | 7 | 6 58 | 9 53 | 67 | 55 29 | | 127 | 77 33 | |
| 98 | 81 9 | | 158 | 88 8 | | 226 | 89 40 | | 8 | 7 58 | 11 17 | 68 | 56 3 | | 128 | 77 46 | |
| 99 | 81 22 | | 159 | 88 11 | | 228 | 89 41 | | 9 | 8 57 | 12 41 | 69 | 56 36 | | 129 | 77 58 | |
| 100 | 81 35 | | 160 | 88 14 | | 230 | 89 42 | | 10 | 9 56 | 14 4 | 70 | 57 9 | | 130 | 78 11 | |
| 101 | 81 48 | | 161 | 88 17 | | 232 | 89 43 | | 11 | 10 55 | 15 28 | 71 | 57 41 | | 131 | 78 23 | |
| 102 | 82 1 | | 162 | 88 19 | | 234 | 89 44 | | 12 | 11 54 | 16 51 | 72 | 58 13 | | 132 | 78 35 | |
| 103 | 82 13 | | 163 | 88 22 | | 236 | 89 45 | | 13 | 12 53 | 18 15 | 73 | 58 44 | | 133 | 78 46 | |
| 104 | 82 25 | | 164 | 88 24 | | 238 | 89 45 | | 14 | 13 51 | 19 37 | 74 | 59 15 | | 134 | 78 58 | |
| 105 | 82 37 | | 165 | 88 27 | | 240 | 89 46 | | 15 | 14 49 | 20 59 | 75 | 59 46 | | 135 | 79 9 | |
| 106 | 82 48 | | 166 | 88 29 | | 242 | 89 47 | | 16 | 15 47 | 22 21 | 76 | 60 16 | | 136 | 79 21 | |
| 107 | 82 59 | | 167 | 88 32 | | 244 | 89 47 | | 17 | 16 45 | 23 43 | 77 | 60 45 | | 137 | 79 32 | |
| 108 | 83 10 | | 168 | 88 34 | | 246 | 89 48 | | 18 | 17 42 | 25 3 | 78 | 61 14 | | 138 | 79 42 | |
| 109 | 83 21 | | 169 | 88 36 | | 248 | 89 48 | | 19 | 18 39 | 26 24 | 79 | 61 43 | | 139 | 79 53 | |
| 110 | 83 31 | | 170 | 88 38 | | 250 | 89 49 | | 20 | 19 36 | 27 44 | 80 | 62 11 | | 140 | 80 3 | |
| 111 | 83 41 | | 171 | 88 40 | | 252 | 89 50 | | 21 | 20 32 | 29 4 | 81 | 62 39 | | 141 | 80 14 | |
| 112 | 83 51 | | 172 | 88 42 | | 254 | 89 50 | | 22 | 21 28 | 30 23 | 82 | 63 6 | | 142 | 80 24 | |
| 113 | 84 0 | | 173 | 88 44 | | 256 | 89 50 | | 23 | 22 24 | 31 42 | 83 | 63 33 | | 143 | 80 34 | |
| 114 | 84 9 | | 174 | 88 46 | | 258 | 89 51 | | 24 | 23 19 | 33 0 | 84 | 64 0 | | 144 | 80 43 | |
| 115 | 84 18 | | 175 | 88 48 | | 260 | 89 51 | | 25 | 24 14 | 34 18 | 85 | 64 26 | | 145 | 80 53 | |
| 116 | 84 27 | | 176 | 88 50 | | 262 | 89 52 | | 26 | 25 9 | 35 35 | 86 | 64 51 | | 146 | 81 2 | |
| 117 | 84 36 | | 177 | 88 52 | | 264 | 89 52 | | 27 | 26 3 | 36 52 | 87 | 65 17 | | 147 | 81 12 | |
| 118 | 84 44 | | 178 | 88 53 | | 266 | 89 52 | | 28 | 26 56 | 38 7 | 88 | 65 41 | | 148 | 81 21 | |
| 119 | 84 52 | | 179 | 88 55 | | 268 | 89 53 | | 29 | 27 50 | 39 23 | 89 | 66 6 | | 149 | 81 30 | |
| 120 | 85 0 | | 180 | 88 57 | | 270 | 89 53 | | 30 | 28 42 | 40 37 | 90 | 66 30 | | 150 | 81 38 | |
| 121 | 85 8 | | 181 | 88 58 | | 273 | 89 54 | | 31 | 29 35 | | 91 | 66 55 | | 151 | 81 47 | |
| 122 | 85 15 | | 182 | 89 0 | | 276 | 89 54 | | 32 | 30 27 | | 92 | 67 17 | | 152 | 81 56 | |
| 123 | 85 23 | | 183 | 89 1 | | 279 | 89 54 | | 33 | 31 18 | | 93 | 67 40 | | 153 | 82 4 | |
| 124 | 85 30 | | 184 | 89 3 | | 282 | 89 55 | | 34 | 32 9 | | 94 | 68 3 | | 154 | 82 12 | |
| 125 | 85 37 | | 185 | 89 4 | | 285 | 89 55 | | 35 | 33 0 | | 95 | 68 25 | | 155 | 82 20 | |
| 126 | 85 43 | | 186 | 89 6 | | 288 | 89 55 | | 36 | 33 50 | | 96 | 68 47 | | 156 | 82 28 | |
| 127 | 85 50 | | 187 | 89 7 | | 291 | 89 56 | | 37 | 34 40 | | 97 | 69 8 | | 157 | 82 36 | |
| 128 | 85 56 | | 188 | 89 9 | | 294 | 89 56 | | 38 | 35 29 | | 98 | 69 30 | | 158 | 82 43 | |
| 129 | 86 1 | | 189 | 89 10 | | 297 | 89 56 | | 39 | 36 17 | | 99 | 69 50 | | 159 | 82 51 | |
| 130 | 86 9 | | 190 | 89 11 | | 300 | 89 56 | | 40 | 37 5 | | 100 | 70 11 | | 160 | 82 58 | |
| 131 | 86 15 | | 191 | 89 12 | | 303 | 89 57 | | 41 | 37 53 | | 101 | 70 31 | | 161 | 83 6 | |
| 132 | 86 20 | | 192 | 89 14 | | 306 | 89 57 | | 42 | 38 40 | | 102 | 70 51 | | 162 | 83 13 | |
| 133 | 86 26 | | 193 | 89 15 | | 309 | 89 57 | | 43 | 39 27 | | 103 | 71 10 | | 163 | 83 20 | |
| 134 | 86 32 | | 194 | 89 16 | | 312 | 89 57 | | 44 | 40 13 | | 104 | 71 30 | | 164 | 83 27 | |
| 135 | 86 37 | | 195 | 89 17 | | 315 | 89 57 | | 45 | 40 58 | | 105 | 71 48 | | 165 | 83 33 | |
| 136 | 86 42 | | 196 | 89 18 | | 318 | 89 57 | | 46 | 41 43 | | 106 | 72 7 | | 166 | 83 40 | |
| 137 | 86 47 | | 197 | 89 19 | | 321 | 89 57 | | 47 | 42 28 | | 107 | 72 25 | | 167 | 83 47 | |
| 138 | 86 52 | | 198 | 89 20 | | 324 | 89 58 | | 48 | 43 17 | | 108 | 72 43 | | 168 | 83 53 | |
| 139 | 86 57 | | 199 | 89 21 | | 327 | 89 58 | | 49 | 43 38 | | 109 | 73 1 | | 169 | 83 59 | |
| 140 | 87 2 | | 200 | 89 22 | | 330 | 89 58 | | 50 | 44 21 | | 110 | 73 18 | | 170 | 84 6 | |
| 141 | 87 7 | | 201 | 89 23 | | 333 | 89 58 | | 51 | 45 21 | | 111 | 73 35 | | 171 | 84 12 | |
| 142 | 87 11 | | 202 | 89 24 | | 336 | 89 58 | | 52 | 46 3 | | 112 | 73 52 | | 172 | 84 18 | |
| 143 | 87 15 | | 203 | 89 25 | | 339 | 89 58 | | 53 | 46 44 | | 113 | 74 9 | | 173 | 84 24 | |
| 144 | 87 20 | | 204 | 89 26 | | 342 | 89 58 | | 54 | 47 25 | | 114 | 74 25 | | 174 | 84 29 | |
| 145 | 87 24 | | 205 | 89 27 | | 345 | 89 58 | | 55 | 48 5 | | 115 | 74 41 | | 175 | 84 35 | |
| 146 | 87 28 | | 206 | 89 27 | | 348 | 89 58 | | 56 | 48 45 | | 116 | 74 57 | | 176 | 84 41 | |
| 147 | 87 32 | | 207 | 89 28 | | 351 | 89 58 | | 57 | 49 24 | | 117 | 75 12 | | 177 | 84 46 | |
| 148 | 87 35 | | 208 | 89 29 | | 354 | 89 58 | | 58 | 50 3 | | 118 | 75 27 | | 178 | 84 52 | |
| 149 | 87 39 | | 209 | 89 30 | | 357 | 89 58 | | 59 | 50 41 | | 119 | 75 42 | | 179 | 84 57 | |
| 150 | 87 43 | | 210 | 89 31 | | 360 | 89 59 | | 60 | 51 49 | | 120 | 75 57 | | 180 | 85 2 | |



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

| long. deg. | latit. deg. (1) | distance deg. (1) | long. deg. | latit. deg. (1) | distance deg. (1) | long. deg. | latit. deg. (1) | distance deg. (1) | long. deg. | latit. deg. (1) | distance deg. (1) | long. deg. | latit. deg. (1) | distance deg. (1) | long. deg. | latit. deg. (1) | distance deg. (1) |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 181 | 85 7 | | 241 | 88 17 | | 302 | 89 24 | | 1 | 0 40 | | 61 | 37 42 | | 121 | 62 31 | |
| 182 | 85 12 | | 242 | 88 19 | | 304 | 89 25 | | 2 | 1 20 | | 62 | 38 13 | | 122 | 62 53 | |
| 183 | 85 17 | | 243 | 88 20 | | 306 | 89 26 | | 3 | 2 0 | | 63 | 38 44 | | 123 | 63 11 | |
| 184 | 85 22 | | 244 | 88 22 | | 308 | 89 27 | | 4 | 2 40 | | 64 | 39 16 | | 124 | 63 29 | |
| 185 | 85 27 | | 245 | 88 24 | | 310 | 89 28 | | 5 | 3 20 | | 65 | 39 47 | | 125 | 63 47 | |
| 186 | 85 32 | | 246 | 88 25 | | 312 | 89 29 | | 6 | 4 0 | | 66 | 40 17 | | 126 | 64 5 | |
| 187 | 85 36 | | 247 | 88 27 | | 314 | 89 30 | | 7 | 4 40 | | 67 | 40 48 | | 127 | 64 22 | |
| 188 | 85 41 | | 248 | 88 29 | | 316 | 89 31 | | 8 | 5 20 | | 68 | 41 18 | | 128 | 64 39 | |
| 189 | 85 45 | | 249 | 88 30 | | 318 | 89 32 | | 9 | 6 0 | | 69 | 41 48 | | 129 | 64 56 | |
| 190 | 85 50 | | 250 | 88 32 | | 320 | 89 33 | | 10 | 6 40 | | 70 | 42 18 | | 130 | 65 13 | |
| 191 | 85 54 | | 251 | 88 33 | | 322 | 89 34 | | 11 | 7 19 | | 71 | 42 57 | | 131 | 65 30 | |
| 192 | 85 58 | | 252 | 88 35 | | 324 | 89 35 | | 12 | 7 59 | | 72 | 43 17 | | 132 | 65 46 | |
| 193 | 86 2 | | 253 | 88 36 | | 326 | 89 36 | | 13 | 8 39 | | 73 | 43 46 | | 133 | 66 3 | |
| 194 | 86 6 | | 254 | 88 38 | | 328 | 89 37 | | 14 | 9 18 | | 74 | 44 14 | | 134 | 66 19 | |
| 195 | 86 10 | | 255 | 88 39 | | 330 | 89 37 | | 15 | 9 58 | | 75 | 44 43 | | 135 | 66 35 | |
| 196 | 86 14 | | 256 | 88 40 | | 332 | 89 38 | | 16 | 10 37 | | 76 | 45 11 | | 136 | 66 51 | |
| 197 | 86 18 | | 257 | 88 42 | | 334 | 89 39 | | 17 | 11 17 | | 77 | 45 40 | | 137 | 67 6 | |
| 198 | 86 22 | | 258 | 88 43 | | 336 | 89 40 | | 18 | 11 56 | | 78 | 46 7 | | 138 | 67 22 | |
| 199 | 86 26 | | 259 | 88 44 | | 338 | 89 40 | | 19 | 12 35 | | 79 | 46 35 | | 139 | 67 37 | |
| 200 | 86 30 | | 260 | 88 46 | | 340 | 89 41 | | 20 | 13 14 | | 80 | 47 3 | | 140 | 67 52 | |
| 201 | 86 33 | | 261 | 88 47 | | 342 | 89 41 | | 21 | 13 53 | | 81 | 47 30 | | 141 | 68 7 | |
| 202 | 86 37 | | 262 | 88 48 | | 344 | 89 42 | | 22 | 14 32 | | 82 | 47 57 | | 142 | 68 22 | |
| 203 | 86 40 | | 263 | 88 49 | | 346 | 89 43 | | 23 | 15 11 | | 83 | 48 23 | | 143 | 68 37 | |
| 204 | 86 44 | | 264 | 88 51 | | 348 | 89 43 | | 24 | 15 49 | | 84 | 48 50 | | 144 | 68 52 | |
| 205 | 86 47 | | 265 | 88 52 | | 350 | 89 44 | | 25 | 16 28 | | 85 | 49 16 | | 145 | 69 6 | |
| 206 | 86 50 | | 266 | 88 53 | | 352 | 89 44 | | 26 | 17 6 | | 86 | 49 42 | | 146 | 69 20 | |
| 207 | 86 54 | | 267 | 88 54 | | 354 | 89 45 | | 27 | 17 45 | | 87 | 50 8 | | 147 | 69 34 | |
| 208 | 86 57 | | 268 | 88 55 | | 356 | 89 45 | | 28 | 18 23 | | 88 | 50 34 | | 148 | 69 48 | |
| 209 | 87 0 | | 269 | 88 56 | | 358 | 89 46 | | 29 | 19 1 | | 89 | 50 59 | | 149 | 70 2 | |
| 210 | 87 4 | | 270 | 88 57 | | 360 | 89 46 | | 30 | 19 38 | | 90 | 51 24 | | 150 | 70 15 | |
| 211 | 87 7 | | 271 | 88 58 | | 6 | 89 47 | | 31 | 20 16 | | 91 | 51 49 | | 151 | 70 29 | |
| 212 | 87 10 | | 272 | 89 0 | | 12 | 89 49 | | 32 | 20 54 | | 92 | 52 14 | | 152 | 70 42 | |
| 213 | 87 13 | | 273 | 89 1 | | 18 | 89 50 | | 33 | 21 31 | | 93 | 52 38 | | 153 | 70 55 | |
| 214 | 87 15 | | 274 | 89 2 | | 24 | 89 51 | | 34 | 22 8 | | 94 | 53 2 | | 154 | 71 8 | |
| 215 | 87 18 | | 275 | 89 3 | | 30 | 89 51 | | 35 | 22 45 | | 95 | 53 26 | | 155 | 71 21 | |
| 216 | 87 21 | | 276 | 89 4 | | 36 | 89 52 | | 36 | 23 22 | | 96 | 53 50 | | 156 | 71 34 | |
| 217 | 87 24 | | 277 | 89 5 | | 42 | 89 53 | | 37 | 23 59 | | 97 | 54 14 | | 157 | 71 47 | |
| 218 | 87 26 | | 278 | 89 5 | | 48 | 89 53 | | 38 | 24 35 | | 98 | 54 37 | | 158 | 71 59 | |
| 219 | 87 29 | | 279 | 89 6 | | 54 | 89 54 | | 39 | 25 12 | | 99 | 55 0 | | 159 | 72 11 | |
| 220 | 87 32 | | 280 | 89 7 | | 60 | 89 55 | | 40 | 25 48 | | 100 | 55 23 | | 160 | 72 24 | |
| 221 | 87 34 | | 281 | 89 8 | | 66 | 89 55 | | 41 | 26 24 | | 101 | 55 45 | | 161 | 72 36 | |
| 222 | 87 37 | | 282 | 89 9 | | 72 | 89 55 | | 42 | 27 0 | | 102 | 56 8 | | 162 | 72 48 | |
| 223 | 87 39 | | 283 | 89 10 | | 78 | 89 56 | | 43 | 27 35 | | 103 | 56 30 | | 163 | 72 59 | |
| 224 | 87 42 | | 284 | 89 11 | | 84 | 89 56 | | 44 | 28 11 | | 104 | 56 52 | | 164 | 73 11 | |
| 225 | 87 44 | | 285 | 89 12 | | 90 | 89 56 | | 45 | 28 46 | | 105 | 57 14 | | 165 | 73 22 | |
| 226 | 87 46 | | 286 | 89 12 | | 96 | 89 57 | | 46 | 29 21 | | 106 | 57 36 | | 166 | 73 34 | |
| 227 | 87 49 | | 287 | 89 13 | | 102 | 89 57 | | 47 | 29 56 | | 107 | 57 57 | | 167 | 73 45 | |
| 228 | 87 51 | | 288 | 89 14 | | 108 | 89 57 | | 48 | 30 31 | | 108 | 58 18 | | 168 | 73 56 | |
| 229 | 87 53 | | 289 | 89 15 | | 114 | 89 57 | | 49 | 31 5 | | 109 | 58 39 | | 169 | 74 7 | |
| 230 | 87 55 | | 290 | 89 16 | | 120 | 89 57 | | 50 | 31 39 | | 110 | 59 0 | | 170 | 74 18 | |
| 231 | 87 57 | | 291 | 89 16 | | 126 | 89 58 | | 51 | 32 13 | | 111 | 59 20 | | 171 | 74 29 | |
| 232 | 88 0 | | 292 | 89 17 | | 132 | 89 58 | | 52 | 32 47 | | 112 | 59 41 | | 172 | 74 40 | |
| 233 | 88 2 | | 293 | 89 18 | | 138 | 89 58 | | 53 | 33 21 | | 113 | 60 1 | | 173 | 74 50 | |
| 234 | 88 4 | | 294 | 89 19 | | 144 | 89 58 | | 54 | 33 54 | | 114 | 60 21 | | 174 | 75 1 | |
| 235 | 88 6 | | 295 | 89 19 | | 150 | 89 58 | | 55 | 34 27 | | 115 | 60 40 | | 175 | 75 11 | |
| 236 | 88 8 | | 296 | 89 20 | | 156 | 89 58 | | 56 | 35 0 | | 116 | 61 0 | | 176 | 75 21 | |
| 237 | 88 9 | | 297 | 89 21 | | 162 | 89 58 | | 57 | 35 33 | | 117 | 61 19 | | 177 | 75 31 | |
| 238 | 88 11 | | 298 | 89 21 | | 168 | 89 58 | | 58 | 36 5 | | 118 | 61 38 | | 178 | 75 41 | |
| 239 | 88 13 | | 299 | 89 22 | | 174 | 89 58 | | 59 | 36 38 | | 119 | 61 57 | | 179 | 75 51 | |
| 240 | 88 15 | | 300 | 89 23 | | 180 | 89 59 | | 60 | 37 10 | | 120 | 62 16 | | 180 | 76 1 | |

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

| long. deg. | latit. deg. ① | distance deg. ① | long. deg. | latit. deg. ① | distance deg. ① | long. deg. | latit. deg. ① | distance deg. ① | long. deg. | latit. deg. ① | distance deg. ① | long. deg. | latit. deg. ① | distance deg. ① | long. deg. | latit. deg. ① | distance deg. ① |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 181 | 76 10 | | 241 | 83 6 | | 301 | 86 34 | | 1 | 88 17 | | 61 | 89 8 | | 155 | 89 42 | |
| 182 | 76 20 | | 242 | 83 11 | | 302 | 86 36 | | 2 | 88 18 | | 62 | 89 9 | | 160 | 89 43 | |
| 183 | 76 29 | | 243 | 83 15 | | 303 | 86 38 | | 3 | 88 20 | | 63 | 89 10 | | 165 | 89 44 | |
| 184 | 76 39 | | 244 | 83 20 | | 304 | 86 41 | | 4 | 88 21 | | 64 | 89 10 | | 170 | 89 45 | |
| 185 | 76 48 | | 245 | 83 25 | | 305 | 86 43 | | 5 | 88 22 | | 65 | 89 11 | | 175 | 89 46 | |
| 186 | 76 57 | | 246 | 83 29 | | 306 | 86 45 | | 6 | 88 23 | | 66 | 89 11 | | 180 | 89 46 | |
| 187 | 77 6 | | 247 | 83 34 | | 307 | 86 47 | | 7 | 88 24 | | 67 | 89 12 | | 185 | 89 47 | |
| 188 | 77 15 | | 248 | 83 38 | | 308 | 86 50 | | 8 | 88 25 | | 68 | 89 12 | | 190 | 89 48 | |
| 189 | 77 24 | | 249 | 83 43 | | 309 | 86 52 | | 9 | 88 26 | | 69 | 89 13 | | 195 | 89 48 | |
| 190 | 77 32 | | 250 | 83 47 | | 310 | 86 55 | | 10 | 88 27 | | 70 | 89 13 | | 200 | 89 49 | |
| 191 | 77 41 | | 251 | 83 51 | | 311 | 86 57 | | 11 | 88 28 | | 71 | 89 14 | | 205 | 89 50 | |
| 192 | 77 49 | | 252 | 84 56 | | 312 | 86 59 | | 12 | 88 29 | | 72 | 89 15 | | 210 | 89 50 | |
| 193 | 77 58 | | 253 | 84 0 | | 313 | 87 1 | | 13 | 88 31 | | 73 | 89 15 | | 215 | 89 51 | |
| 194 | 78 6 | | 254 | 84 4 | | 314 | 87 3 | | 14 | 88 32 | | 74 | 89 16 | | 220 | 89 51 | |
| 195 | 78 14 | | 255 | 84 8 | | 315 | 87 5 | | 15 | 88 33 | | 75 | 89 16 | | 225 | 89 52 | |
| 196 | 78 22 | | 256 | 84 12 | | 316 | 87 7 | | 16 | 88 34 | | 76 | 89 17 | | 230 | 89 52 | |
| 197 | 78 30 | | 257 | 84 16 | | 317 | 87 9 | | 17 | 88 35 | | 77 | 89 17 | | 235 | 89 52 | |
| 198 | 78 38 | | 258 | 84 20 | | 318 | 87 11 | | 18 | 88 36 | | 78 | 89 18 | | 240 | 89 53 | |
| 199 | 78 46 | | 259 | 84 24 | | 319 | 87 13 | | 19 | 88 37 | | 79 | 89 18 | | 245 | 89 53 | |
| 200 | 78 54 | | 260 | 84 28 | | 320 | 87 15 | | 20 | 88 37 | | 80 | 89 18 | | 250 | 89 53 | |
| 201 | 79 2 | | 261 | 84 32 | | 321 | 87 17 | | 21 | 88 38 | | 81 | 89 19 | | 255 | 89 54 | |
| 202 | 79 9 | | 262 | 84 35 | | 322 | 87 19 | | 22 | 88 39 | | 82 | 89 19 | | 260 | 89 54 | |
| 203 | 79 17 | | 263 | 84 39 | | 323 | 87 21 | | 23 | 88 40 | | 83 | 89 20 | | 265 | 89 54 | |
| 204 | 79 24 | | 264 | 84 43 | | 324 | 87 22 | | 24 | 88 41 | | 84 | 89 20 | | 270 | 89 55 | |
| 205 | 79 31 | | 265 | 84 47 | | 325 | 87 24 | | 25 | 88 42 | | 85 | 89 21 | | 275 | 89 55 | |
| 206 | 79 39 | | 266 | 84 50 | | 326 | 87 26 | | 26 | 88 43 | | 86 | 89 21 | | 280 | 89 55 | |
| 207 | 79 46 | | 267 | 84 54 | | 327 | 87 28 | | 27 | 88 44 | | 87 | 89 22 | | 285 | 89 55 | |
| 208 | 79 53 | | 268 | 84 57 | | 328 | 87 29 | | 28 | 88 45 | | 88 | 89 22 | | 290 | 89 55 | |
| 209 | 80 0 | | 269 | 85 1 | | 329 | 87 31 | | 29 | 88 46 | | 89 | 89 23 | | 295 | 89 56 | |
| 210 | 80 7 | | 270 | 85 4 | | 330 | 87 33 | | 30 | 88 46 | | 90 | 89 23 | | 300 | 89 56 | |
| 211 | 80 14 | | 271 | 85 8 | | 331 | 87 35 | | 31 | 88 47 | | 92 | 89 24 | | 310 | 89 56 | |
| 212 | 80 20 | | 272 | 85 11 | | 332 | 87 36 | | 32 | 88 48 | | 94 | 89 25 | | 320 | 89 57 | |
| 213 | 80 27 | | 273 | 85 14 | | 333 | 87 38 | | 33 | 88 49 | | 96 | 89 25 | | 330 | 89 57 | |
| 214 | 80 34 | | 274 | 85 18 | | 334 | 87 40 | | 34 | 88 50 | | 98 | 89 26 | | 340 | 89 57 | |
| 215 | 80 40 | | 275 | 85 21 | | 335 | 87 41 | | 35 | 88 51 | | 100 | 89 27 | | 350 | 89 57 | |
| 216 | 80 47 | | 276 | 85 24 | | 336 | 87 43 | | 36 | 88 51 | | 102 | 89 28 | | 360 | 89 57 | |
| 217 | 80 53 | | 277 | 85 27 | | 337 | 87 44 | | 37 | 88 52 | | 104 | 89 28 | | 10 | 89 58 | |
| 218 | 80 59 | | 278 | 85 30 | | 338 | 87 46 | | 38 | 88 53 | | 106 | 89 29 | | 20 | 89 58 | |
| 219 | 81 5 | | 279 | 85 34 | | 339 | 87 47 | | 39 | 88 54 | | 108 | 89 30 | | 30 | 89 58 | |
| 220 | 81 12 | | 280 | 85 37 | | 340 | 87 49 | | 40 | 88 54 | | 110 | 89 30 | | 40 | 89 58 | |
| 221 | 81 18 | | 281 | 85 40 | | 341 | 87 51 | | 41 | 88 55 | | 112 | 89 31 | | 50 | 89 58 | |
| 222 | 81 24 | | 282 | 85 43 | | 342 | 87 52 | | 42 | 88 56 | | 114 | 89 32 | | 60 | 89 58 | |
| 223 | 81 30 | | 283 | 85 46 | | 343 | 87 55 | | 43 | 88 57 | | 116 | 89 32 | | 70 | 89 58 | |
| 224 | 81 36 | | 284 | 85 49 | | 344 | 87 53 | | 44 | 88 57 | | 118 | 89 33 | | 80 | 89 58 | |
| 225 | 81 41 | | 285 | 85 51 | | 345 | 87 56 | | 45 | 88 58 | | 120 | 89 34 | | 90 | 89 59 | |
| 226 | 81 47 | | 286 | 85 54 | | 346 | 87 58 | | 46 | 88 59 | | 122 | 89 34 | | 100 | 89 59 | |
| 227 | 81 53 | | 287 | 85 57 | | 347 | 87 59 | | 47 | 88 59 | | 124 | 89 35 | | 110 | 89 59 | |
| 228 | 81 58 | | 288 | 86 0 | | 348 | 88 1 | | 48 | 89 0 | | 126 | 89 35 | | 120 | 89 59 | |
| 229 | 82 4 | | 289 | 86 3 | | 349 | 88 2 | | 49 | 89 1 | | 128 | 89 36 | | 130 | 89 59 | |
| 230 | 82 9 | | 290 | 86 6 | | 350 | 88 3 | | 50 | 89 2 | | 130 | 89 36 | | 140 | 89 59 | |
| 231 | 82 15 | | 291 | 86 8 | | 351 | 88 5 | | 51 | 89 2 | | 132 | 89 37 | | 150 | 89 59 | |
| 232 | 82 20 | | 292 | 86 11 | | 352 | 88 6 | | 52 | 89 3 | | 134 | 89 37 | | 160 | 89 59 | |
| 233 | 82 26 | | 293 | 86 14 | | 353 | 88 7 | | 53 | 89 4 | | 136 | 89 38 | | 170 | 89 59 | |
| 234 | 82 31 | | 294 | 86 16 | | 354 | 88 9 | | 54 | 89 4 | | 138 | 89 38 | | 180 | 89 59 | |
| 235 | 82 36 | | 295 | 86 19 | | 355 | 88 10 | | 55 | 89 5 | | 140 | 89 39 | | 190 | 89 59 | |
| 236 | 82 41 | | 296 | 86 21 | | 356 | 88 11 | | 56 | 89 5 | | 142 | 89 39 | | 200 | 89 59 | |
| 237 | 82 46 | | 297 | 86 24 | | 357 | 88 12 | | 57 | 89 6 | | 144 | 89 40 | | 210 | 89 59 | |
| 238 | 82 51 | | 298 | 86 26 | | 358 | 88 14 | | 58 | 89 7 | | 146 | 89 40 | | 220 | 89 59 | |
| 239 | 82 56 | | 299 | 86 29 | | 359 | 88 15 | | 59 | 89 7 | | 148 | 89 41 | | 230 | 89 59 | |
| 240 | 83 1 | | 300 | 86 31 | | 360 | 88 16 | | 60 | 89 8 | | 150 | 89 41 | | 240 | 89 59 | |

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

| long. deg. | latit. deg. ① | distance deg ① | long. deg. | latit. deg. ① | distance deg. ① | long. deg. | latit. deg. ① | distance deg. ① | long. deg. | latit. deg. ① | distance deg. ① | long. deg. | latit. deg. ① | distance deg. ① | long. deg. | latit. deg. ① | distance deg. ① |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 0 24 | | 61 | 24 29 | | 121 | 44 43 | | 181 | 59 45 | | 241 | 70 7 | | 301 | 77 2 | |
| 2 | 0 49 | | 62 | 24 51 | | 122 | 45 1 | | 182 | 59 57 | | 242 | 70 16 | | 302 | 77 8 | |
| 3 | 1 14 | | 63 | 25 14 | | 123 | 45 18 | | 183 | 60 10 | | 243 | 70 24 | | 303 | 77 13 | |
| 4 | 1 39 | | 64 | 25 36 | | 124 | 45 36 | | 184 | 60 22 | | 244 | 70 32 | | 304 | 77 19 | |
| 5 | 2 4 | | 65 | 25 59 | | 125 | 45 53 | | 185 | 60 34 | | 245 | 70 41 | | 305 | 77 24 | |
| 6 | 2 29 | | 66 | 26 21 | | 126 | 46 10 | | 186 | 60 46 | | 246 | 70 49 | | 306 | 77 30 | |
| 7 | 2 53 | | 67 | 26 43 | | 127 | 46 28 | | 187 | 60 58 | | 247 | 70 57 | | 307 | 77 35 | |
| 8 | 3 18 | | 68 | 27 5 | | 128 | 46 45 | | 188 | 61 10 | | 248 | 71 5 | | 308 | 77 40 | |
| 9 | 3 43 | | 69 | 27 27 | | 129 | 47 2 | | 189 | 61 22 | | 249 | 71 13 | | 309 | 77 46 | |
| 10 | 4 8 | | 70 | 27 49 | | 130 | 47 19 | | 190 | 61 34 | | 250 | 71 21 | | 310 | 77 51 | |
| 11 | 4 33 | | 71 | 28 11 | | 131 | 47 35 | | 191 | 61 46 | | 251 | 71 29 | | 311 | 77 56 | |
| 12 | 4 57 | | 72 | 28 33 | | 132 | 47 52 | | 192 | 61 58 | | 252 | 71 37 | | 312 | 78 1 | |
| 13 | 5 22 | | 73 | 28 55 | | 133 | 48 9 | | 193 | 62 9 | | 253 | 71 45 | | 313 | 78 6 | |
| 14 | 5 47 | | 74 | 29 17 | | 134 | 48 25 | | 194 | 62 21 | | 254 | 71 52 | | 314 | 78 11 | |
| 15 | 6 12 | | 75 | 29 38 | | 135 | 48 42 | | 195 | 62 32 | | 255 | 72 0 | | 315 | 78 16 | |
| 16 | 6 36 | | 76 | 30 0 | | 136 | 48 58 | | 196 | 62 44 | | 256 | 72 8 | | 316 | 78 21 | |
| 17 | 7 1 | | 77 | 30 21 | | 137 | 49 14 | | 197 | 62 55 | | 257 | 72 15 | | 317 | 78 26 | |
| 18 | 7 26 | | 78 | 30 43 | | 138 | 49 30 | | 198 | 63 7 | | 258 | 72 23 | | 318 | 78 31 | |
| 19 | 7 50 | | 79 | 31 4 | | 139 | 49 47 | | 199 | 63 18 | | 259 | 72 30 | | 319 | 78 36 | |
| 20 | 8 15 | | 80 | 31 25 | | 140 | 50 3 | | 200 | 63 29 | | 260 | 72 38 | | 320 | 78 41 | |
| 21 | 8 39 | | 81 | 31 46 | | 141 | 50 18 | | 201 | 63 40 | | 261 | 72 45 | | 321 | 78 46 | |
| 22 | 9 4 | | 82 | 32 8 | | 142 | 50 34 | | 202 | 63 51 | | 262 | 72 52 | | 322 | 78 51 | |
| 23 | 9 29 | | 83 | 32 29 | | 143 | 50 50 | | 203 | 64 2 | | 263 | 73 0 | | 323 | 78 56 | |
| 24 | 9 53 | | 84 | 32 50 | | 144 | 51 6 | | 204 | 64 13 | | 264 | 73 7 | | 324 | 79 0 | |
| 25 | 10 17 | | 85 | 33 10 | | 145 | 51 21 | | 205 | 64 23 | | 265 | 73 14 | | 325 | 79 5 | |
| 26 | 10 42 | | 86 | 33 31 | | 146 | 51 37 | | 206 | 64 34 | | 266 | 73 21 | | 326 | 79 10 | |
| 27 | 11 6 | | 87 | 33 52 | | 147 | 51 52 | | 207 | 64 45 | | 267 | 73 28 | | 327 | 79 14 | |
| 28 | 11 31 | | 88 | 34 12 | | 148 | 52 7 | | 208 | 64 55 | | 268 | 73 35 | | 328 | 79 19 | |
| 29 | 11 55 | | 89 | 34 33 | | 149 | 52 23 | | 209 | 65 6 | | 269 | 73 42 | | 329 | 79 24 | |
| 30 | 12 19 | | 90 | 34 53 | | 150 | 52 38 | | 210 | 65 16 | | 270 | 73 49 | | 330 | 79 28 | |
| 31 | 12 44 | | 91 | 35 14 | | 151 | 52 53 | | 211 | 65 27 | | 271 | 73 56 | | 331 | 79 33 | |
| 32 | 13 8 | | 92 | 35 34 | | 152 | 53 8 | | 212 | 65 37 | | 272 | 74 3 | | 332 | 79 37 | |
| 33 | 13 32 | | 93 | 35 54 | | 153 | 53 23 | | 213 | 65 47 | | 273 | 74 10 | | 333 | 79 42 | |
| 34 | 13 56 | | 94 | 36 14 | | 154 | 53 37 | | 214 | 65 57 | | 274 | 74 17 | | 334 | 79 46 | |
| 35 | 14 20 | | 95 | 36 34 | | 155 | 53 52 | | 215 | 66 7 | | 275 | 74 23 | | 335 | 79 50 | |
| 36 | 14 44 | | 96 | 36 54 | | 156 | 54 7 | | 216 | 66 17 | | 276 | 74 30 | | 336 | 79 55 | |
| 37 | 15 8 | | 97 | 37 14 | | 157 | 54 21 | | 217 | 66 27 | | 277 | 74 37 | | 337 | 79 59 | |
| 38 | 15 32 | | 98 | 37 34 | | 158 | 54 36 | | 218 | 66 37 | | 278 | 74 43 | | 338 | 80 3 | |
| 39 | 15 56 | | 99 | 37 53 | | 159 | 54 50 | | 219 | 66 47 | | 279 | 74 50 | | 339 | 80 8 | |
| 40 | 16 20 | | 100 | 38 13 | | 160 | 55 4 | | 220 | 66 57 | | 280 | 74 56 | | 340 | 80 12 | |
| 41 | 16 44 | | 101 | 38 32 | | 161 | 55 18 | | 221 | 67 6 | | 281 | 75 3 | | 341 | 80 16 | |
| 42 | 17 8 | | 102 | 38 52 | | 162 | 55 33 | | 222 | 67 16 | | 282 | 75 9 | | 342 | 80 20 | |
| 43 | 17 31 | | 103 | 39 11 | | 163 | 55 47 | | 223 | 67 26 | | 283 | 75 15 | | 343 | 80 25 | |
| 44 | 17 55 | | 104 | 39 30 | | 164 | 56 0 | | 224 | 67 35 | | 284 | 75 22 | | 344 | 80 29 | |
| 45 | 18 19 | | 105 | 39 49 | | 165 | 56 14 | | 225 | 67 45 | | 285 | 75 28 | | 345 | 80 33 | |
| 46 | 18 42 | | 106 | 40 8 | | 166 | 56 28 | | 226 | 67 54 | | 286 | 75 34 | | 346 | 80 37 | |
| 47 | 19 6 | | 107 | 40 27 | | 167 | 56 42 | | 227 | 68 3 | | 287 | 75 40 | | 347 | 80 41 | |
| 48 | 19 29 | | 108 | 40 46 | | 168 | 56 55 | | 228 | 68 13 | | 288 | 75 46 | | 348 | 80 45 | |
| 49 | 19 53 | | 109 | 41 5 | | 169 | 57 9 | | 229 | 68 22 | | 289 | 75 52 | | 349 | 80 49 | |
| 50 | 20 16 | | 110 | 41 24 | | 170 | 57 22 | | 230 | 68 31 | | 290 | 75 59 | | 350 | 80 53 | |
| 51 | 20 39 | | 111 | 41 42 | | 171 | 57 36 | | 231 | 68 40 | | 291 | 76 5 | | 351 | 80 57 | |
| 52 | 21 2 | | 112 | 42 1 | | 172 | 57 49 | | 232 | 68 49 | | 292 | 76 10 | | 352 | 81 1 | |
| 53 | 21 26 | | 113 | 42 19 | | 173 | 58 2 | | 233 | 68 58 | | 293 | 76 16 | | 353 | 81 4 | |
| 54 | 21 49 | | 114 | 42 38 | | 174 | 58 15 | | 234 | 69 7 | | 294 | 76 22 | | 354 | 81 8 | |
| 55 | 22 12 | | 115 | 42 56 | | 175 | 58 28 | | 235 | 69 16 | | 295 | 76 28 | | 355 | 81 12 | |
| 56 | 22 35 | | 116 | 43 14 | | 176 | 58 41 | | 236 | 69 24 | | 296 | 76 34 | | 356 | 81 16 | |
| 57 | 22 58 | | 117 | 43 32 | | 177 | 58 54 | | 237 | 69 33 | | 297 | 76 40 | | 357 | 81 20 | |
| 58 | 23 20 | | 118 | 43 50 | | 178 | 59 7 | | 238 | 69 42 | | 298 | 76 45 | | 358 | 81 23 | |
| 59 | 23 43 | | 119 | 44 8 | | 179 | 59 20 | | 239 | 69 50 | | 299 | 76 51 | | 359 | 81 27 | |
| 60 | 24 6 | | 120 | 44 26 | | 180 | 59 32 | | 240 | 69 59 | | 300 | 76 57 | | 360 | 81 31 | |

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

| long. deg. | latit. deg. ⑴ | distance. deg. ⑴ | long. deg. | latit. deg. ⑴ | distance. deg. ⑴ | long. deg. | latit. deg. ⑴ | distance. deg. ⑴ | long. deg. | latit. deg. ⑴ | distance. deg. ⑴ | long. deg. | latit. deg. ⑴ | distance. deg. ⑴ | long. deg. | latit. deg. ⑴ | distance. deg. ⑴ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 81 34 | | 61 | 84 32 | | 121 | 86 27 | | 182 | 87 43 | | 302 | 89 2 | | 128 | 89 44 | |
| 2 | 81 38 | | 62 | 84 34 | | 122 | 86 28 | | 184 | 87 45 | | 304 | 89 3 | | 136 | 89 45 | |
| 3 | 81 42 | | 63 | 84 36 | | 123 | 86 30 | | 186 | 87 47 | | 306 | 89 3 | | 144 | 89 46 | |
| 4 | 81 45 | | 64 | 84 39 | | 124 | 86 31 | | 188 | 87 49 | | 308 | 89 4 | | 152 | 89 46 | |
| 5 | 81 49 | | 65 | 84 41 | | 125 | 86 33 | | 190 | 87 50 | | 310 | 89 5 | | 160 | 89 47 | |
| 6 | 81 52 | | 66 | 84 43 | | 126 | 86 34 | | 192 | 87 52 | | 312 | 89 6 | | 168 | 89 48 | |
| 7 | 81 56 | | 67 | 84 45 | | 127 | 86 36 | | 194 | 87 54 | | 314 | 89 7 | | 176 | 89 48 | |
| 8 | 81 59 | | 68 | 84 48 | | 128 | 86 37 | | 196 | 87 56 | | 316 | 89 7 | | 184 | 89 49 | |
| 9 | 82 3 | | 69 | 84 50 | | 129 | 86 39 | | 198 | 87 58 | | 318 | 89 8 | | 192 | 89 50 | |
| 10 | 82 6 | | 70 | 84 52 | | 130 | 86 40 | | 200 | 87 59 | | 320 | 89 9 | | 200 | 89 50 | |
| 11 | 82 9 | | 71 | 84 54 | | 131 | 86 42 | | 202 | 88 1 | | 322 | 8 99 | | 208 | 89 51 | |
| 12 | 82 13 | | 72 | 84 57 | | 132 | 86 43 | | 204 | 88 3 | | 324 | 89 10 | | 216 | 89 51 | |
| 13 | 82 16 | | 73 | 84 59 | | 133 | 86 44 | | 206 | 88 4 | | 326 | 89 11 | | 224 | 89 52 | |
| 14 | 82 19 | | 74 | 85 1 | | 134 | 86 46 | | 208 | 88 6 | | 328 | 89 12 | | 232 | 89 52 | |
| 15 | 82 23 | | 75 | 85 3 | | 135 | 86 47 | | 210 | 88 8 | | 330 | 89 12 | | 240 | 89 52 | |
| 16 | 82 26 | | 76 | 85 5 | | 136 | 86 49 | | 212 | 88 9 | | 332 | 89 13 | | 248 | 89 53 | |
| 17 | 82 29 | | 77 | 85 7 | | 137 | 86 50 | | 214 | 88 11 | | 334 | 89 14 | | 256 | 89 53 | |
| 18 | 82 33 | | 78 | 85 9 | | 138 | 86 51 | | 216 | 88 12 | | 336 | 89 14 | | 264 | 89 53 | |
| 19 | 82 36 | | 79 | 85 12 | | 139 | 86 53 | | 218 | 88 14 | | 338 | 89 15 | | 272 | 89 54 | |
| 20 | 82 39 | | 80 | 85 14 | | 140 | 86 55 | | 220 | 88 16 | | 340 | 89 16 | | 280 | 89 54 | |
| 21 | 82 42 | | 81 | 85 16 | | 141 | 86 56 | | 222 | 88 17 | | 342 | 89 16 | | 288 | 89 54 | |
| 22 | 82 45 | | 82 | 85 18 | | 142 | 86 57 | | 224 | 88 18 | | 344 | 89 17 | | 296 | 89 55 | |
| 23 | 82 48 | | 83 | 85 20 | | 143 | 86 58 | | 226 | 88 20 | | 346 | 89 17 | | 304 | 89 55 | |
| 24 | 82 51 | | 84 | 85 22 | | 144 | 87 0 | | 228 | 88 21 | | 348 | 89 18 | | 312 | 89 55 | |
| 25 | 82 55 | | 85 | 85 24 | | 145 | 87 1 | | 230 | 88 23 | | 350 | 89 19 | | 320 | 89 55 | |
| 26 | 82 58 | | 86 | 85 26 | | 146 | 87 2 | | 232 | 88 24 | | 352 | 89 19 | | 328 | 89 56 | |
| 27 | 83 1 | | 87 | 85 28 | | 147 | 87 4 | | 234 | 88 25 | | 354 | 89 20 | | 336 | 89 56 | |
| 28 | 83 4 | | 88 | 85 30 | | 148 | 87 5 | | 236 | 88 27 | | 356 | 89 20 | | 344 | 89 56 | |
| 29 | 83 7 | | 89 | 85 32 | | 149 | 87 6 | | 238 | 88 28 | | 358 | 89 21 | | 352 | 89 56 | |
| 30 | 83 10 | | 90 | 85 33 | | 150 | 87 7 | | 240 | 88 29 | | 360 | 89 21 | | 360 | 89 56 | |
| 31 | 83 12 | | 91 | 85 35 | | 151 | 87 9 | | 242 | 88 31 | | 4 | 89 22 | | 10 | 89 56 | |
| 32 | 83 15 | | 92 | 85 37 | | 152 | 87 10 | | 244 | 88 32 | | 8 | 89 23 | | 20 | 89 57 | |
| 33 | 83 18 | | 93 | 85 39 | | 153 | 87 11 | | 246 | 88 33 | | 12 | 89 25 | | 30 | 89 57 | |
| 34 | 83 21 | | 94 | 85 41 | | 154 | 87 12 | | 248 | 88 34 | | 16 | 89 26 | | 40 | 89 57 | |
| 35 | 83 24 | | 95 | 85 43 | | 155 | 87 13 | | 250 | 88 36 | | 20 | 89 26 | | 50 | 89 57 | |
| 36 | 83 27 | | 96 | 85 45 | | 156 | 87 15 | | 252 | 88 37 | | 24 | 89 27 | | 60 | 89 57 | |
| 37 | 83 30 | | 97 | 85 47 | | 157 | 87 16 | | 254 | 88 38 | | 28 | 89 28 | | 70 | 89 57 | |
| 38 | 83 32 | | 98 | 85 48 | | 158 | 87 17 | | 256 | 88 39 | | 32 | 89 29 | | 80 | 89 57 | |
| 39 | 83 35 | | 99 | 85 50 | | 159 | 87 18 | | 258 | 88 40 | | 36 | 89 30 | | 90 | 89 58 | |
| 40 | 83 38 | | 100 | 85 52 | | 160 | 87 19 | | 260 | 88 41 | | 40 | 89 31 | | 100 | 89 58 | |
| 41 | 83 41 | | 101 | 85 54 | | 161 | 87 20 | | 262 | 88 43 | | 44 | 89 32 | | 110 | 89 58 | |
| 42 | 83 43 | | 102 | 85 56 | | 162 | 87 22 | | 264 | 88 44 | | 48 | 89 32 | | 120 | 89 58 | |
| 43 | 83 46 | | 103 | 85 57 | | 163 | 87 23 | | 266 | 88 45 | | 52 | 89 33 | | 130 | 89 58 | |
| 44 | 83 49 | | 104 | 85 59 | | 164 | 87 24 | | 268 | 88 46 | | 56 | 89 34 | | 140 | 89 58 | |
| 45 | 83 52 | | 105 | 86 1 | | 165 | 87 25 | | 270 | 88 47 | | 60 | 89 35 | | 150 | 89 58 | |
| 46 | 83 54 | | 106 | 86 2 | | 166 | 87 26 | | 272 | 88 48 | | 64 | 89 35 | | 160 | 89 58 | |
| 47 | 83 57 | | 107 | 86 4 | | 167 | 87 27 | | 274 | 88 49 | | 68 | 89 36 | | 170 | 89 58 | |
| 48 | 83 59 | | 108 | 86 6 | | 168 | 87 28 | | 276 | 88 50 | | 72 | 89 37 | | 180 | 89 58 | |
| 49 | 84 2 | | 109 | 86 8 | | 169 | 87 29 | | 278 | 88 51 | | 76 | 89 37 | | 190 | 89 58 | |
| 50 | 84 5 | | 110 | 86 9 | | 170 | 87 30 | | 280 | 88 52 | | 80 | 89 38 | | 200 | 89 58 | |
| 51 | 84 7 | | 111 | 86 11 | | 171 | 87 32 | | 282 | 88 53 | | 84 | 89 39 | | 210 | 89 58 | |
| 52 | 84 10 | | 112 | 86 12 | | 172 | 87 33 | | 284 | 88 54 | | 88 | 89 39 | | 220 | 89 58 | |
| 53 | 84 12 | | 113 | 86 14 | | 173 | 87 34 | | 286 | 88 55 | | 92 | 89 40 | | 230 | 89 59 | |
| 54 | 84 15 | | 114 | 86 16 | | 174 | 87 35 | | 288 | 88 56 | | 96 | 89 40 | | 240 | 89 59 | |
| 55 | 84 17 | | 115 | 86 17 | | 175 | 87 36 | | 290 | 88 57 | | 100 | 89 41 | | 250 | 89 59 | |
| 56 | 84 20 | | 116 | 86 19 | | 176 | 87 37 | | 292 | 88 58 | | 104 | 89 41 | | 260 | 89 59 | |
| 57 | 84 22 | | 117 | 86 21 | | 177 | 87 38 | | 294 | 88 58 | | 108 | 89 42 | | 270 | 89 59 | |
| 58 | 84 24 | | 118 | 86 22 | | 178 | 87 39 | | 296 | 88 59 | | 112 | 89 42 | | 280 | 89 59 | |
| 59 | 84 27 | | 119 | 86 24 | | 179 | 87 40 | | 298 | 89 0 | | 116 | 89 43 | | 290 | 89 59 | |
| 60 | 84 29 | | 120 | 86 25 | | 180 | 87 41 | | 300 | 89 1 | | 120 | 89 43 | | 300 | 89 59 | |

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

| long. deg. | latit. deg. ① | distance deg ① | long. deg. | latit. deg. ① | distance deg. ① | long. deg. | latit. deg. ① | distance deg. ① | long. deg. | latit. deg. ① | distance deg. ① | long. deg. | latit. deg. ① | distance deg. ① | long. deg. | latit. deg. ① | distance deg. ① |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 0 11 | | 61 | 12 2 | | 121 | 23 25 | | 181 | 33 50 | | 241 | 43 9 | | 301 | 51 14 | |
| 2 | 0 23 | | 62 | 12 14 | | 122 | 23 34 | | 182 | 34 0 | | 242 | 43 18 | | 302 | 51 21 | |
| 3 | 0 35 | | 63 | 12 25 | | 123 | 23 45 | | 183 | 34 10 | | 243 | 43 26 | | 303 | 51 29 | |
| 4 | 0 47 | | 64 | 12 37 | | 124 | 23 56 | | 184 | 34 20 | | 244 | 43 35 | | 304 | 51 37 | |
| 5 | 1 0 | | 65 | 12 49 | | 125 | 24 7 | | 185 | 34 30 | | 245 | 43 44 | | 305 | 51 44 | |
| 6 | 1 12 | | 66 | 13 0 | | 126 | 24 18 | | 186 | 34 39 | | 246 | 43 52 | | 306 | 51 51 | |
| 7 | 1 23 | | 67 | 13 12 | | 127 | 24 28 | | 187 | 34 49 | | 247 | 44 1 | | 307 | 51 59 | |
| 8 | 1 35 | | 68 | 13 24 | | 128 | 24 30 | | 188 | 34 59 | | 248 | 44 9 | | 308 | 52 6 | |
| 9 | 1 47 | | 69 | 13 35 | | 129 | 24 50 | | 189 | 35 9 | | 249 | 44 18 | | 309 | 52 13 | |
| 10 | 1 59 | | 70 | 13 47 | | 130 | 25 1 | | 190 | 35 19 | | 250 | 44 27 | | 310 | 52 21 | |
| 11 | 2 11 | | 71 | 13 58 | | 131 | 25 12 | | 191 | 35 28 | | 251 | 44 35 | | 311 | 52 28 | |
| 12 | 2 23 | | 72 | 14 10 | | 132 | 25 22 | | 192 | 35 38 | | 252 | 44 44 | | 312 | 52 35 | |
| 13 | 2 35 | | 73 | 14 22 | | 133 | 25 33 | | 193 | 35 48 | | 253 | 44 52 | | 313 | 52 42 | |
| 14 | 2 47 | | 74 | 14 33 | | 134 | 25 44 | | 194 | 35 57 | | 254 | 45 0 | | 314 | 52 50 | |
| 15 | 2 59 | | 75 | 14 45 | | 135 | 25 55 | | 195 | 36 7 | | 255 | 45 9 | | 315 | 52 57 | |
| 16 | 3 11 | | 76 | 14 56 | | 136 | 26 5 | | 196 | 36 17 | | 256 | 45 17 | | 316 | 53 4 | |
| 17 | 3 22 | | 77 | 15 8 | | 137 | 26 16 | | 197 | 36 26 | | 257 | 45 26 | | 317 | 53 11 | |
| 18 | 3 34 | | 78 | 15 19 | | 138 | 26 27 | | 198 | 36 36 | | 258 | 45 34 | | 318 | 53 18 | |
| 19 | 3 46 | | 79 | 15 31 | | 139 | 26 38 | | 199 | 36 45 | | 259 | 45 42 | | 319 | 53 25 | |
| 20 | 3 58 | | 80 | 15 42 | | 140 | 26 48 | | 200 | 36 55 | | 260 | 45 51 | | 320 | 53 32 | |
| 21 | 4 10 | | 81 | 15 54 | | 141 | 26 59 | | 201 | 37 4 | | 261 | 45 59 | | 321 | 53 40 | |
| 22 | 4 22 | | 82 | 16 5 | | 142 | 27 9 | | 202 | 37 14 | | 262 | 46 7 | | 322 | 53 47 | |
| 23 | 4 34 | | 83 | 16 17 | | 143 | 27 20 | | 203 | 37 23 | | 263 | 46 16 | | 323 | 53 54 | |
| 24 | 4 46 | | 84 | 16 28 | | 144 | 27 31 | | 204 | 37 33 | | 264 | 46 24 | | 324 | 54 1 | |
| 25 | 4 58 | | 85 | 16 40 | | 145 | 27 41 | | 205 | 37 42 | | 265 | 46 32 | | 325 | 54 8 | |
| 26 | 5 9 | | 86 | 16 51 | | 146 | 27 52 | | 206 | 37 52 | | 266 | 46 40 | | 326 | 54 15 | |
| 27 | 5 21 | | 87 | 17 2 | | 147 | 28 2 | | 207 | 38 1 | | 267 | 46 48 | | 327 | 54 22 | |
| 28 | 5 33 | | 88 | 17 14 | | 148 | 28 13 | | 208 | 38 11 | | 268 | 46 57 | | 328 | 54 29 | |
| 29 | 5 45 | | 89 | 17 25 | | 149 | 28 23 | | 209 | 38 20 | | 269 | 47 5 | | 329 | 54 36 | |
| 30 | 5 57 | | 90 | 17 37 | | 150 | 28 34 | | 210 | 38 29 | | 270 | 47 13 | | 330 | 54 42 | |
| 31 | 6 9 | | 91 | 17 48 | | 151 | 28 44 | | 211 | 38 39 | | 271 | 47 21 | | 331 | 54 49 | |
| 32 | 6 21 | | 92 | 17 59 | | 152 | 28 55 | | 212 | 38 48 | | 272 | 47 29 | | 332 | 54 56 | |
| 33 | 6 33 | | 93 | 18 11 | | 153 | 29 5 | | 213 | 38 57 | | 273 | 47 37 | | 333 | 55 3 | |
| 34 | 6 44 | | 94 | 18 22 | | 154 | 29 16 | | 214 | 39 7 | | 274 | 47 45 | | 334 | 55 10 | |
| 35 | 6 56 | | 95 | 18 33 | | 155 | 29 26 | | 215 | 39 16 | | 275 | 47 53 | | 335 | 55 17 | |
| 36 | 7 8 | | 96 | 18 44 | | 156 | 29 36 | | 216 | 39 25 | | 276 | 48 1 | | 336 | 55 23 | |
| 37 | 7 20 | | 97 | 18 56 | | 157 | 29 47 | | 217 | 39 34 | | 277 | 48 9 | | 337 | 55 30 | |
| 38 | 7 32 | | 98 | 19 7 | | 158 | 29 57 | | 218 | 39 43 | | 278 | 48 17 | | 338 | 55 37 | |
| 39 | 7 44 | | 99 | 19 19 | | 159 | 30 8 | | 219 | 39 53 | | 279 | 48 25 | | 339 | 55 44 | |
| 40 | 7 55 | | 100 | 19 30 | | 160 | 30 18 | | 220 | 40 2 | | 280 | 48 33 | | 340 | 55 50 | |
| 41 | 8 7 | | 101 | 19 41 | | 161 | 30 28 | | 221 | 40 11 | | 281 | 48 41 | | 341 | 55 57 | |
| 42 | 8 19 | | 102 | 19 52 | | 162 | 30 38 | | 222 | 40 20 | | 282 | 48 49 | | 342 | 56 4 | |
| 43 | 8 31 | | 103 | 20 3 | | 163 | 30 49 | | 223 | 40 29 | | 283 | 48 56 | | 343 | 56 10 | |
| 44 | 8 43 | | 104 | 20 15 | | 164 | 30 59 | | 224 | 40 38 | | 284 | 49 4 | | 344 | 56 17 | |
| 45 | 8 54 | | 105 | 20 26 | | 165 | 31 9 | | 225 | 40 47 | | 285 | 49 12 | | 345 | 56 24 | |
| 46 | 9 6 | | 106 | 20 37 | | 166 | 31 19 | | 226 | 40 56 | | 286 | 49 20 | | 346 | 56 30 | |
| 47 | 9 18 | | 107 | 20 48 | | 167 | 31 29 | | 227 | 41 5 | | 287 | 49 28 | | 347 | 56 37 | |
| 48 | 9 30 | | 108 | 20 59 | | 168 | 31 40 | | 228 | 41 14 | | 288 | 49 35 | | 348 | 56 43 | |
| 49 | 9 42 | | 109 | 21 10 | | 169 | 31 50 | | 229 | 41 23 | | 289 | 49 43 | | 349 | 56 50 | |
| 50 | 9 53 | | 110 | 21 22 | | 170 | 32 0 | | 230 | 41 32 | | 290 | 49 51 | | 350 | 56 56 | |
| 51 | 10 5 | | 111 | 21 33 | | 171 | 32 10 | | 231 | 41 41 | | 291 | 49 58 | | 351 | 57 3 | |
| 52 | 10 17 | | 112 | 21 44 | | 172 | 32 20 | | 232 | 41 50 | | 292 | 50 6 | | 352 | 57 9 | |
| 53 | 10 29 | | 113 | 21 55 | | 173 | 32 30 | | 233 | 41 59 | | 293 | 50 14 | | 353 | 57 16 | |
| 54 | 10 40 | | 114 | 22 6 | | 174 | 32 40 | | 234 | 42 8 | | 294 | 50 21 | | 354 | 57 22 | |
| 55 | 10 52 | | 115 | 22 17 | | 175 | 32 50 | | 235 | 42 16 | | 295 | 50 29 | | 355 | 57 29 | |
| 56 | 11 4 | | 116 | 22 28 | | 176 | 33 0 | | 236 | 42 25 | | 296 | 50 37 | | 356 | 57 35 | |
| 57 | 11 15 | | 117 | 22 39 | | 177 | 33 10 | | 237 | 42 34 | | 297 | 50 44 | | 357 | 57 41 | |
| 58 | 11 27 | | 118 | 22 50 | | 178 | 33 20 | | 238 | 42 43 | | 298 | 50 52 | | 358 | 57 48 | |
| 59 | 11 37 | | 119 | 23 1 | | 179 | 33 30 | | 239 | 42 52 | | 299 | 50 59 | | 359 | 57 54 | |
| 60 | 11 50 | | 120 | 23 12 | | 180 | 33 40 | | 240 | 43 0 | | 300 | 51 7 | | 360 | 58 1 | |

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

| long. deg. | latit. deg. ① | distance deg. ① | long. deg. | latit. deg. ① | distance deg. ① | long. deg. | latit. deg. ① | distance deg. ① | long. deg. | latit. deg. ① | distance deg. ① | long. deg. | latit. deg. ① | distance deg. ① | long. deg. | latit. deg. ① | d istanc e deg. ① |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 58 7 | | 61 | 63 53 | | 121 | 68 40 | | 182 | 72 36 | | 241 | 75 50 | | 301 | 78 29 | |
| 2 | 58 13 | | 62 | 63 58 | | 122 | 68 44 | | 182 | 72 40 | | 242 | 75 53 | | 302 | 78 31 | |
| 3 | 58 19 | | 63 | 64 3 | | 123 | 68 48 | | 183 | 72 43 | | 243 | 75 56 | | 303 | 78 33 | |
| 4 | 58 26 | | 64 | 64 8 | | 124 | 68 53 | | 184 | 72 47 | | 244 | 75 59 | | 304 | 78 36 | |
| 5 | 58 32 | | 65 | 64 14 | | 125 | 68 57 | | 185 | 72 50 | | 245 | 76 2 | | 305 | 78 38 | |
| 6 | 58 38 | | 66 | 64 19 | | 126 | 69 1 | | 186 | 72 54 | | 246 | 76 5 | | 306 | 78 40 | |
| 7 | 58 44 | | 67 | 64 24 | | 127 | 69 6 | | 187 | 72 57 | | 247 | 76 7 | | 307 | 78 43 | |
| 8 | 58 50 | | 68 | 64 29 | | 128 | 69 10 | | 188 | 73 1 | | 248 | 76 10 | | 308 | 78 45 | |
| 9 | 58 57 | | 69 | 64 34 | | 129 | 69 14 | | 189 | 73 4 | | 249 | 76 13 | | 309 | 78 47 | |
| 10 | 59 3 | | 70 | 64 39 | | 130 | 69 18 | | 190 | 73 8 | | 250 | 76 16 | | 310 | 78 50 | |
| 11 | 59 9 | | 71 | 64 44 | | 131 | 69 22 | | 191 | 73 11 | | 251 | 76 19 | | 311 | 78 52 | |
| 12 | 59 15 | | 72 | 64 50 | | 132 | 69 27 | | 192 | 73 15 | | 252 | 76 22 | | 312 | 78 54 | |
| 13 | 59 21 | | 73 | 64 55 | | 133 | 69 31 | | 193 | 73 18 | | 253 | 76 24 | | 313 | 78 57 | |
| 14 | 59 27 | | 74 | 65 0 | | 134 | 69 35 | | 194 | 73 22 | | 254 | 76 27 | | 314 | 78 59 | |
| 15 | 59 33 | | 75 | 65 5 | | 135 | 69 39 | | 195 | 73 25 | | 255 | 76 30 | | 315 | 79 1 | |
| 16 | 59 39 | | 76 | 65 10 | | 136 | 69 43 | | 196 | 73 28 | | 256 | 76 33 | | 316 | 79 3 | |
| 17 | 59 45 | | 77 | 65 15 | | 137 | 69 47 | | 197 | 73 32 | | 257 | 76 36 | | 317 | 79 6 | |
| 18 | 59 51 | | 78 | 65 20 | | 138 | 69 52 | | 198 | 73 35 | | 258 | 76 38 | | 318 | 79 8 | |
| 19 | 59 57 | | 79 | 65 25 | | 139 | 69 56 | | 199 | 73 39 | | 259 | 76 41 | | 319 | 79 10 | |
| 20 | 60 3 | | 80 | 65 30 | | 140 | 70 0 | | 200 | 73 42 | | 260 | 76 44 | | 320 | 79 12 | |
| 21 | 60 9 | | 81 | 65 35 | | 141 | 70 4 | | 201 | 73 45 | | 261 | 76 47 | | 321 | 79 15 | |
| 22 | 60 15 | | 82 | 65 39 | | 142 | 70 8 | | 202 | 73 49 | | 262 | 76 49 | | 322 | 79 17 | |
| 23 | 60 21 | | 83 | 65 44 | | 143 | 70 12 | | 203 | 73 52 | | 263 | 76 52 | | 323 | 79 19 | |
| 24 | 60 27 | | 84 | 65 49 | | 144 | 70 16 | | 204 | 73 55 | | 264 | 76 55 | | 324 | 79 21 | |
| 25 | 60 33 | | 85 | 65 54 | | 145 | 70 20 | | 205 | 73 58 | | 265 | 76 57 | | 325 | 79 23 | |
| 26 | 60 39 | | 86 | 65 59 | | 146 | 70 24 | | 206 | 74 2 | | 266 | 77 0 | | 326 | 79 26 | |
| 27 | 60 44 | | 87 | 66 4 | | 147 | 70 28 | | 207 | 74 5 | | 267 | 77 3 | | 327 | 79 28 | |
| 28 | 60 50 | | 88 | 66 9 | | 148 | 70 32 | | 208 | 74 8 | | 268 | 77 5 | | 328 | 79 30 | |
| 29 | 60 56 | | 89 | 66 14 | | 149 | 70 36 | | 209 | 74 12 | | 269 | 77 8 | | 329 | 79 32 | |
| 30 | 61 2 | | 90 | 66 18 | | 150 | 70 40 | | 210 | 74 15 | | 270 | 77 11 | | 330 | 79 34 | |
| 31 | 61 8 | | 91 | 66 23 | | 151 | 70 44 | | 211 | 74 18 | | 271 | 77 13 | | 331 | 79 36 | |
| 32 | 61 13 | | 92 | 66 28 | | 152 | 70 48 | | 212 | 74 21 | | 272 | 77 16 | | 332 | 79 39 | |
| 33 | 61 19 | | 93 | 66 33 | | 153 | 70 52 | | 213 | 74 24 | | 273 | 77 19 | | 333 | 79 41 | |
| 34 | 61 25 | | 94 | 66 37 | | 154 | 70 56 | | 214 | 74 28 | | 274 | 77 21 | | 334 | 79 43 | |
| 35 | 61 31 | | 95 | 66 42 | | 155 | 70 59 | | 215 | 74 31 | | 275 | 77 24 | | 335 | 79 45 | |
| 36 | 61 36 | | 96 | 66 47 | | 156 | 71 3 | | 216 | 74 34 | | 276 | 77 26 | | 336 | 79 47 | |
| 37 | 61 42 | | 97 | 66 52 | | 157 | 71 7 | | 217 | 74 37 | | 277 | 77 29 | | 337 | 79 49 | |
| 38 | 61 48 | | 98 | 66 56 | | 158 | 71 11 | | 218 | 74 40 | | 278 | 77 32 | | 338 | 79 51 | |
| 39 | 61 53 | | 99 | 67 1 | | 159 | 71 15 | | 219 | 74 44 | | 279 | 77 34 | | 339 | 79 53 | |
| 40 | 61 59 | | 100 | 67 5 | | 160 | 71 19 | | 220 | 74 47 | | 280 | 77 37 | | 340 | 79 55 | |
| 41 | 62 4 | | 101 | 67 10 | | 161 | 71 23 | | 221 | 74 50 | | 281 | 77 39 | | 341 | 79 58 | |
| 42 | 62 10 | | 102 | 67 15 | | 162 | 71 26 | | 222 | 74 53 | | 282 | 77 42 | | 342 | 80 0 | |
| 43 | 62 16 | | 103 | 67 19 | | 163 | 71 30 | | 223 | 74 56 | | 283 | 77 44 | | 343 | 80 2 | |
| 44 | 62 21 | | 104 | 67 24 | | 164 | 71 34 | | 224 | 74 59 | | 284 | 77 47 | | 344 | 80 4 | |
| 45 | 62 27 | | 105 | 67 29 | | 165 | 71 38 | | 225 | 75 2 | | 285 | 77 49 | | 345 | 80 6 | |
| 46 | 62 32 | | 106 | 67 33 | | 166 | 71 41 | | 226 | 75 5 | | 286 | 77 52 | | 346 | 80 8 | |
| 47 | 62 38 | | 107 | 67 38 | | 167 | 71 45 | | 227 | 75 8 | | 287 | 77 54 | | 347 | 80 10 | |
| 48 | 62 43 | | 108 | 67 42 | | 168 | 71 49 | | 228 | 75 11 | | 288 | 77 57 | | 348 | 80 12 | |
| 49 | 62 49 | | 109 | 67 47 | | 169 | 71 53 | | 229 | 75 14 | | 289 | 77 59 | | 349 | 80 14 | |
| 10 | 62 54 | | 110 | 67 51 | | 170 | 71 56 | | 230 | 75 17 | | 290 | 78 2 | | 350 | 80 16 | |
| 51 | 62 59 | | 111 | 67 56 | | 171 | 72 0 | | 231 | 75 20 | | 291 | 78 4 | | 351 | 80 18 | |
| 52 | 63 5 | | 112 | 68 0 | | 172 | 72 4 | | 232 | 75 23 | | 292 | 78 7 | | 352 | 80 20 | |
| 53 | 63 10 | | 113 | 68 5 | | 173 | 72 7 | | 233 | 75 26 | | 293 | 78 9 | | 353 | 80 22 | |
| 54 | 63 16 | | 114 | 68 9 | | 174 | 72 11 | | 234 | 75 29 | | 294 | 78 12 | | 354 | 80 24 | |
| 55 | 63 21 | | 115 | 68 13 | | 175 | 72 15 | | 235 | 75 32 | | 295 | 78 14 | | 355 | 80 26 | |
| 56 | 63 26 | | 116 | 68 18 | | 176 | 72 18 | | 236 | 75 35 | | 296 | 78 17 | | 356 | 80 28 | |
| 57 | 63 32 | | 117 | 68 22 | | 177 | 72 22 | | 237 | 75 38 | | 297 | 78 19 | | 357 | 80 30 | |
| 58 | 63 37 | | 118 | 68 27 | | 178 | 72 25 | | 238 | 75 41 | | 298 | 78 21 | | 358 | 80 32 | |
| 59 | 63 42 | | 119 | 68 31 | | 179 | 72 29 | | 239 | 75 44 | | 299 | 78 24 | | 359 | 80 34 | |
| 60 | 63 47 | | 120 | 68 35 | | 180 | 72 33 | | 240 | 75 47 | | 300 | 78 26 | | 360 | 80 36 | |



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

| long. deg. | latit. deg. ′ | distance deg. ′ | long. deg. | latit. deg. ′ | distance deg. ′ | long. deg. | latit. deg. ′ | distance deg. ′ | long. deg. | latit. deg. ′ | distance deg. ′ | long. deg. | latit. deg. ′ | distance deg. ′ | long. deg. | latit. deg. ′ | distance deg. ′ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 80 38 | | 61 | 82 23 | | 121 | 83 49 | | 181 | 84 58 | | 241 | 85 55 | | 301 | 86 41 | |
| 2 | 80 40 | | 62 | 82 25 | | 122 | 83 50 | | 182 | 84 59 | | 242 | 85 55 | | 302 | 86 41 | |
| 3 | 80 42 | | 63 | 82 26 | | 123 | 83 51 | | 183 | 85 0 | | 243 | 85 56 | | 303 | 86 42 | |
| 4 | 80 44 | | 64 | 82 28 | | 124 | 83 52 | | 184 | 85 1 | | 244 | 85 57 | | 304 | 86 43 | |
| 5 | 80 45 | | 65 | 82 29 | | 125 | 83 54 | | 185 | 85 2 | | 245 | 85 58 | | 305 | 86 43 | |
| 6 | 80 47 | | 66 | 82 31 | | 126 | 83 55 | | 186 | 85 3 | | 246 | 85 59 | | 306 | 86 44 | |
| 7 | 80 49 | | 67 | 82 32 | | 127 | 83 56 | | 187 | 85 4 | | 247 | 86 0 | | 307 | 86 45 | |
| 8 | 80 51 | | 68 | 82 34 | | 128 | 83 57 | | 188 | 85 5 | | 248 | 86 0 | | 308 | 86 45 | |
| 9 | 80 53 | | 69 | 82 35 | | 129 | 83 59 | | 189 | 85 6 | | 249 | 86 1 | | 309 | 86 46 | |
| 10 | 80 55 | | 70 | 82 37 | | 130 | 84 0 | | 190 | 85 7 | | 250 | 86 2 | | 310 | 86 47 | |
| 11 | 80 57 | | 71 | 82 38 | | 131 | 84 1 | | 191 | 85 8 | | 251 | 86 3 | | 311 | 86 47 | |
| 12 | 80 59 | | 72 | 82 40 | | 132 | 84 2 | | 192 | 85 9 | | 252 | 86 4 | | 312 | 86 48 | |
| 13 | 81 1 | | 73 | 82 41 | | 133 | 84 4 | | 193 | 85 10 | | 253 | 86 5 | | 313 | 86 49 | |
| 14 | 81 2 | | 74 | 82 43 | | 134 | 84 5 | | 194 | 85 11 | | 254 | 86 5 | | 314 | 86 49 | |
| 15 | 81 4 | | 75 | 82 45 | | 135 | 84 6 | | 195 | 85 12 | | 255 | 86 6 | | 315 | 86 50 | |
| 16 | 81 6 | | 76 | 82 46 | | 136 | 84 7 | | 196 | 85 13 | | 256 | 86 7 | | 316 | 86 51 | |
| 17 | 81 8 | | 77 | 82 48 | | 137 | 84 8 | | 197 | 85 14 | | 257 | 86 8 | | 317 | 86 51 | |
| 18 | 81 10 | | 78 | 82 49 | | 138 | 84 10 | | 198 | 85 15 | | 258 | 86 9 | | 318 | 86 52 | |
| 19 | 81 12 | | 79 | 82 50 | | 139 | 84 11 | | 199 | 85 16 | | 259 | 86 9 | | 319 | 86 53 | |
| 20 | 81 13 | | 80 | 82 52 | | 140 | 84 12 | | 200 | 85 17 | | 260 | 86 10 | | 320 | 86 54 | |
| 21 | 81 15 | | 81 | 82 53 | | 141 | 84 13 | | 201 | 85 18 | | 261 | 86 11 | | 321 | 86 54 | |
| 22 | 81 17 | | 82 | 82 55 | | 142 | 84 15 | | 202 | 85 19 | | 262 | 86 12 | | 322 | 86 55 | |
| 23 | 81 19 | | 83 | 82 56 | | 143 | 84 16 | | 203 | 85 20 | | 263 | 86 13 | | 323 | 86 56 | |
| 24 | 81 21 | | 84 | 82 58 | | 144 | 84 17 | | 204 | 85 21 | | 264 | 86 13 | | 324 | 86 56 | |
| 25 | 81 22 | | 85 | 82 59 | | 145 | 84 18 | | 205 | 85 22 | | 265 | 86 14 | | 325 | 86 57 | |
| 26 | 81 24 | | 86 | 83 1 | | 146 | 84 19 | | 206 | 85 23 | | 266 | 86 15 | | 326 | 86 58 | |
| 27 | 81 26 | | 87 | 83 2 | | 147 | 84 20 | | 207 | 85 24 | | 267 | 86 16 | | 327 | 86 58 | |
| 28 | 81 28 | | 88 | 83 4 | | 148 | 84 22 | | 208 | 85 25 | | 268 | 86 16 | | 328 | 86 59 | |
| 29 | 81 30 | | 89 | 83 5 | | 149 | 84 23 | | 209 | 85 26 | | 269 | 86 17 | | 329 | 86 59 | |
| 30 | 81 31 | | 90 | 83 6 | | 150 | 84 24 | | 210 | 85 27 | | 270 | 86 18 | | 330 | 87 0 | |
| 31 | 81 33 | | 91 | 83 8 | | 151 | 84 25 | | 211 | 85 28 | | 271 | 86 19 | | 331 | 87 1 | |
| 32 | 81 35 | | 92 | 83 9 | | 152 | 84 26 | | 212 | 85 29 | | 272 | 86 20 | | 332 | 87 1 | |
| 33 | 81 37 | | 93 | 83 11 | | 153 | 84 27 | | 213 | 85 30 | | 273 | 86 20 | | 333 | 87 2 | |
| 34 | 81 38 | | 94 | 83 12 | | 154 | 84 29 | | 214 | 85 31 | | 274 | 86 21 | | 334 | 87 3 | |
| 35 | 81 40 | | 95 | 83 14 | | 155 | 84 30 | | 215 | 85 32 | | 275 | 86 22 | | 335 | 87 3 | |
| 36 | 81 42 | | 96 | 83 15 | | 156 | 84 31 | | 216 | 85 32 | | 276 | 86 23 | | 336 | 87 4 | |
| 37 | 81 43 | | 97 | 83 16 | | 157 | 84 32 | | 217 | 85 33 | | 277 | 86 24 | | 337 | 87 4 | |
| 38 | 81 45 | | 98 | 83 18 | | 158 | 84 33 | | 218 | 85 34 | | 278 | 86 24 | | 338 | 87 5 | |
| 39 | 81 47 | | 99 | 83 19 | | 159 | 84 34 | | 219 | 85 35 | | 279 | 86 25 | | 339 | 87 6 | |
| 40 | 81 49 | | 100 | 83 21 | | 160 | 84 35 | | 220 | 85 36 | | 280 | 86 26 | | 340 | 87 6 | |
| 41 | 81 50 | | 101 | 83 22 | | 161 | 84 36 | | 221 | 85 37 | | 281 | 86 26 | | 341 | 87 7 | |
| 42 | 81 52 | | 102 | 83 23 | | 162 | 84 38 | | 222 | 85 38 | | 282 | 86 27 | | 342 | 87 7 | |
| 43 | 81 54 | | 103 | 83 25 | | 163 | 84 39 | | 223 | 85 39 | | 283 | 86 28 | | 343 | 87 8 | |
| 44 | 81 55 | | 104 | 83 26 | | 164 | 84 40 | | 224 | 85 40 | | 284 | 86 28 | | 344 | 87 9 | |
| 45 | 81 57 | | 105 | 83 27 | | 165 | 84 41 | | 225 | 85 41 | | 285 | 86 29 | | 345 | 87 9 | |
| 46 | 81 59 | | 106 | 83 29 | | 166 | 84 42 | | 226 | 85 42 | | 286 | 86 30 | | 346 | 87 10 | |
| 47 | 82 0 | | 107 | 83 30 | | 167 | 84 43 | | 227 | 85 42 | | 287 | 86 31 | | 347 | 87 10 | |
| 48 | 82 2 | | 108 | 83 31 | | 168 | 84 44 | | 228 | 85 43 | | 288 | 86 31 | | 348 | 87 11 | |
| 49 | 82 4 | | 109 | 83 33 | | 169 | 84 45 | | 229 | 85 44 | | 289 | 86 32 | | 349 | 87 11 | |
| 50 | 82 5 | | 110 | 83 34 | | 170 | 84 46 | | 230 | 85 45 | | 290 | 86 33 | | 350 | 87 12 | |
| 51 | 82 7 | | 111 | 83 35 | | 171 | 84 47 | | 231 | 85 46 | | 291 | 86 34 | | 351 | 87 13 | |
| 52 | 82 8 | | 112 | 83 37 | | 172 | 84 49 | | 232 | 85 47 | | 292 | 86 34 | | 352 | 87 13 | |
| 53 | 82 10 | | 113 | 83 38 | | 173 | 84 50 | | 233 | 85 48 | | 293 | 86 35 | | 353 | 87 14 | |
| 54 | 82 12 | | 114 | 83 39 | | 174 | 84 51 | | 234 | 85 49 | | 294 | 86 36 | | 354 | 87 14 | |
| 55 | 82 13 | | 115 | 83 41 | | 175 | 84 52 | | 235 | 85 49 | | 295 | 86 36 | | 355 | 87 15 | |
| 56 | 82 15 | | 116 | 83 42 | | 176 | 84 53 | | 236 | 85 50 | | 296 | 86 37 | | 356 | 87 15 | |
| 57 | 82 17 | | 117 | 83 43 | | 177 | 84 54 | | 237 | 85 51 | | 297 | 86 38 | | 357 | 87 16 | |
| 58 | 82 18 | | 118 | 83 45 | | 178 | 84 55 | | 238 | 85 52 | | 298 | 86 38 | | 358 | 87 17 | |
| 59 | 82 20 | | 119 | 83 46 | | 179 | 84 56 | | 239 | 85 53 | | 299 | 86 39 | | 359 | 87 17 | |
| 60 | 82 21 | | 120 | 83 47 | | 180 | 84 57 | | 240 | 85 54 | | 300 | 86 40 | | 360 | 87 18 | |

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

| long. deg. | latit. deg. ′ | distance deg. ′ | long deg. | latit. deg. ′ | distance deg. ′ | long. deg. | latit. deg. ′ | distance deg. ′ | long. deg. | latit. deg. ′ | distance deg. ′ | long. deg. | latit. deg. ′ | distance deg. ′ | long. deg. | latit. deg. ′ | distance deg. ′ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 87 18 | | 62 | 87 49 | | 183 | 88 34 | | 3 | 89 13 | | 215 | 89 37 | | 190 | 89 52 | |
| 2 | 87 19 | | 64 | 87 50 | | 186 | 88 34 | | 6 | 89 14 | | 220 | 89 37 | | 200 | 89 52 | |
| 3 | 87 19 | | 66 | 87 51 | | 189 | 88 35 | | 9 | 89 14 | | 225 | 89 38 | | 210 | 89 53 | |
| 4 | 87 20 | | 68 | 87 52 | | 192 | 88 36 | | 12 | 89 15 | | 230 | 89 38 | | 220 | 89 53 | |
| 5 | 87 21 | | 70 | 87 53 | | 195 | 88 37 | | 15 | 89 15 | | 235 | 89 39 | | 230 | 89 53 | |
| 6 | 87 21 | | 72 | 87 53 | | 198 | 88 38 | | 18 | 89 16 | | 240 | 89 39 | | 240 | 89 53 | |
| 7 | 87 22 | | 74 | 87 54 | | 201 | 88 39 | | 21 | 89 16 | | 245 | 89 39 | | 250 | 89 53 | |
| 8 | 87 22 | | 76 | 87 55 | | 204 | 88 40 | | 24 | 89 16 | | 250 | 89 40 | | 260 | 89 54 | |
| 9 | 87 23 | | 78 | 87 56 | | 207 | 88 40 | | 27 | 89 17 | | 255 | 89 40 | | 270 | 89 54 | |
| 10 | 87 23 | | 80 | 87 57 | | 210 | 88 41 | | 30 | 89 17 | | 260 | 89 40 | | 280 | 89 54 | |
| 11 | 87 24 | | 82 | 87 58 | | 213 | 88 42 | | 33 | 89 18 | | 265 | 89 41 | | 290 | 89 54 | |
| 12 | 87 24 | | 84 | 87 59 | | 216 | 88 43 | | 36 | 89 18 | | 270 | 89 41 | | 300 | 89 54 | |
| 13 | 87 25 | | 86 | 87 59 | | 219 | 88 44 | | 39 | 89 19 | | 275 | 89 41 | | 310 | 89 54 | |
| 14 | 87 25 | | 88 | 88 0 | | 222 | 88 44 | | 42 | 89 19 | | 280 | 89 42 | | 320 | 89 55 | |
| 15 | 87 26 | | 90 | 88 1 | | 225 | 88 45 | | 45 | 89 19 | | 285 | 89 42 | | 330 | 89 55 | |
| 16 | 87 26 | | 92 | 88 2 | | 228 | 88 46 | | 48 | 89 20 | | 290 | 89 42 | | 340 | 89 55 | |
| 17 | 87 27 | | 94 | 88 3 | | 231 | 88 47 | | 51 | 89 20 | | 295 | 89 42 | | 350 | 89 55 | |
| 18 | 87 28 | | 96 | 88 3 | | 234 | 88 47 | | 54 | 89 21 | | 300 | 89 43 | | 360 | 89 55 | |
| 19 | 87 28 | | 98 | 88 4 | | 237 | 88 48 | | 57 | 89 21 | | 305 | 89 43 | | 15 | 89 55 | |
| 20 | 87 29 | | 100 | 88 5 | | 240 | 88 49 | | 60 | 89 21 | | 310 | 89 43 | | 30 | 89 56 | |
| 21 | 87 29 | | 102 | 88 6 | | 243 | 88 50 | | 63 | 89 22 | | 315 | 89 44 | | 45 | 89 56 | |
| 22 | 87 30 | | 104 | 88 7 | | 246 | 88 50 | | 66 | 89 22 | | 320 | 89 44 | | 60 | 89 56 | |
| 23 | 87 30 | | 106 | 88 7 | | 249 | 88 51 | | 69 | 89 23 | | 325 | 89 44 | | 75 | 89 56 | |
| 24 | 87 31 | | 108 | 88 8 | | 252 | 88 52 | | 72 | 89 23 | | 330 | 89 44 | | 90 | 89 56 | |
| 25 | 87 31 | | 110 | 88 9 | | 255 | 88 52 | | 75 | 89 23 | | 335 | 89 45 | | 105 | 89 56 | |
| 26 | 87 32 | | 112 | 88 10 | | 258 | 88 53 | | 78 | 89 24 | | 340 | 89 45 | | 120 | 89 57 | |
| 27 | 87 32 | | 114 | 88 10 | | 261 | 88 54 | | 81 | 89 24 | | 345 | 89 45 | | 135 | 89 57 | |
| 28 | 87 33 | | 116 | 88 11 | | 264 | 88 55 | | 84 | 89 24 | | 350 | 89 45 | | 150 | 89 57 | |
| 29 | 87 33 | | 118 | 88 12 | | 267 | 88 55 | | 87 | 89 25 | | 355 | 89 46 | | 165 | 89 57 | |
| 30 | 87 34 | | 120 | 88 13 | | 270 | 88 56 | | 90 | 89 25 | | 360 | 89 46 | | 180 | 89 57 | |
| 31 | 87 34 | | 122 | 88 13 | | 273 | 88 56 | | 94 | 89 26 | | 6 | 89 46 | | 195 | 89 57 | |
| 32 | 87 35 | | 124 | 88 14 | | 276 | 88 57 | | 98 | 89 26 | | 12 | 89 46 | | 210 | 89 57 | |
| 33 | 87 35 | | 126 | 88 15 | | 279 | 88 58 | | 102 | 89 27 | | 18 | 89 47 | | 225 | 89 57 | |
| 34 | 87 36 | | 128 | 88 16 | | 282 | 88 58 | | 106 | 89 27 | | 24 | 89 47 | | 240 | 89 57 | |
| 35 | 87 36 | | 130 | 88 16 | | 285 | 88 59 | | 110 | 89 27 | | 30 | 89 47 | | 255 | 89 57 | |
| 36 | 87 37 | | 132 | 88 17 | | 288 | 89 0 | | 114 | 89 28 | | 36 | 89 47 | | 270 | 89 58 | |
| 37 | 87 37 | | 134 | 88 18 | | 291 | 89 0 | | 118 | 89 28 | | 42 | 89 48 | | 285 | 89 58 | |
| 38 | 87 38 | | 136 | 88 18 | | 294 | 89 1 | | 122 | 89 29 | | 48 | 89 48 | | 300 | 89 58 | |
| 39 | 87 38 | | 138 | 88 19 | | 297 | 89 1 | | 126 | 89 29 | | 54 | 89 48 | | 315 | 89 58 | |
| 40 | 87 39 | | 140 | 88 20 | | 300 | 89 2 | | 130 | 89 30 | | 60 | 89 48 | | 330 | 89 58 | |
| 41 | 87 39 | | 142 | 88 20 | | 303 | 89 3 | | 134 | 89 30 | | 66 | 89 48 | | 345 | 89 58 | |
| 42 | 87 40 | | 144 | 88 21 | | 306 | 89 3 | | 138 | 89 30 | | 72 | 89 49 | | 360 | 89 58 | |
| 43 | 87 40 | | 146 | 88 22 | | 309 | 89 4 | | 142 | 89 31 | | 78 | 89 49 | | 20 | 89 58 | |
| 44 | 87 41 | | 148 | 88 23 | | 312 | 89 4 | | 146 | 89 31 | | 84 | 89 49 | | 40 | 89 58 | |
| 45 | 87 41 | | 150 | 88 23 | | 315 | 89 5 | | 150 | 89 32 | | 90 | 89 49 | | 60 | 89 58 | |
| 46 | 87 42 | | 152 | 88 24 | | 318 | 89 6 | | 154 | 89 32 | | 96 | 89 50 | | 80 | 89 58 | |
| 47 | 87 42 | | 154 | 88 25 | | 321 | 89 6 | | 158 | 89 32 | | 102 | 89 50 | | 100 | 89 58 | |
| 48 | 87 42 | | 156 | 88 25 | | 324 | 89 7 | | 162 | 89 33 | | 108 | 89 50 | | 120 | 89 58 | |
| 49 | 87 43 | | 158 | 88 26 | | 327 | 89 7 | | 166 | 89 33 | | 114 | 89 50 | | 140 | 89 58 | |
| 50 | 87 43 | | 160 | 88 26 | | 330 | 89 8 | | 170 | 89 33 | | 120 | 89 50 | | 160 | 89 58 | |
| 51 | 87 44 | | 162 | 88 27 | | 333 | 89 8 | | 174 | 89 34 | | 126 | 89 50 | | 180 | 89 58 | |
| 52 | 87 44 | | 164 | 88 28 | | 336 | 89 9 | | 178 | 89 34 | | 132 | 89 51 | | 200 | 89 59 | |
| 53 | 87 45 | | 166 | 88 28 | | 339 | 89 9 | | 182 | 89 34 | | 138 | 89 51 | | 220 | 89 59 | |
| 54 | 87 45 | | 168 | 88 29 | | 342 | 89 10 | | 186 | 89 35 | | 144 | 89 51 | | 224 | 89 59 | |
| 55 | 87 46 | | 170 | 88 30 | | 345 | 89 10 | | 190 | 89 35 | | 150 | 89 51 | | 260 | 89 59 | |
| 56 | 87 46 | | 172 | 88 30 | | 348 | 89 11 | | 194 | 89 35 | | 156 | 89 51 | | 280 | 89 59 | |
| 57 | 87 47 | | 174 | 88 31 | | 351 | 89 11 | | 198 | 89 36 | | 162 | 89 51 | | 300 | 89 59 | |
| 58 | 87 47 | | 176 | 88 31 | | 354 | 89 12 | | 202 | 89 36 | | 168 | 89 52 | | 320 | 89 59 | |
| 59 | 87 48 | | 178 | 88 32 | | 357 | 89 12 | | 206 | 89 36 | | 174 | 89 52 | | 340 | 89 59 | |
| 60 | 87 48 | | 180 | 88 33 | | 360 | 89 13 | | 210 | 89 37 | | 180 | 89 52 | | 360 | 89 59 | |

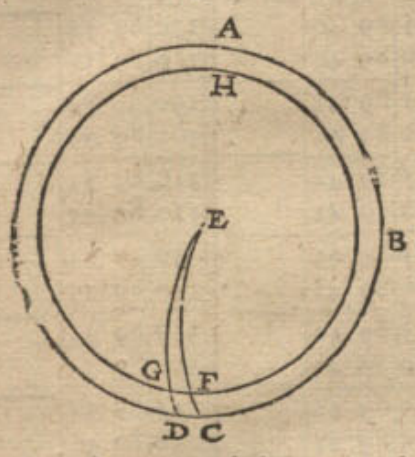


Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

Jusques icy sont descrits les sept rombs, & non le huictiesme, d'autant qu'il est cercle parfait, parallel, ou l'equateur mesme ; desquels il n'est besoing que de la distance, à quoy la table suivante servira.

## DE LA CONSTRUCTION DE LA table du huictiesme romb, ou bien des parallels.

Soit A B C D une sphere, A B C D equateur, E pole F G H parallel, C D un degré comme difference de longitude entre les poincts D, C : soyent menez les quadrans E D, E C, & soit G D ; je prens 10 degrez pour la latitude du parallel, parquoy G F sera moindre à D C, cõbien que G F soit 1 degré de son cercle ; mais le tout est de pouvoir reduire les arcs des parallels en degrez, & ①, ② de l'equateur, assavoir que les parties de l'equateur soyent mesures des autres, comme si on les vouloit tous remettre sur iceluy pour les mesurer.




*Le donné.* Soit donc 1 degré de longitude en un parallel qui a 10 degrez de latitude.

*Le requis.* Il faut trouver combien de ① & ② d'equateur, fait ce degré de parallel.

### Construction.

Le raid 10000000.
Donne sinus de complement des 10 degrez 9848078.
Combien 1 degré de l'equateur faisant 60 ①
Viendra pour le requis 59 ① 5 ②.
Comme il est en la table suivante, & ainsi des autres.

### Demonstration.

Comme le raid de l'equateur, au raid du parallel, ainsi la grandeur d'un arc de l'equateur à la grandeur d'un arc semblable sur le parallel ; soit de quelle mesure qu'on les vueille mesurer. Or on compare les arcs du parallel à l'arc mesuré de l'equateur, donc le nombre de solution sera la grandeur de l'arc requis : quant au sinus de G E, complement de D G 10 deg. c'est le raid du parallel.

La construction des tables ainsi declarée, nous y avons adjoinct les tables descrites en la Cosmographie de *Pierre Appian*, premiere partie, chap. 13. comme s'ensuit.

## TABLE DU HUICTIESME ROMB, MONSTRANT combien fait 1 degré de chacun parallel, mesuré par ① & ② de l'equateur.

| latitude du parallel, deg. ① | 1 degré de longit. fait ① | ② | | latitude du parallel, deg. ① | 1 degré de longit. fait ① | ② | | latitude du parallel, deg. ① | 1 degré de longit. fait ① | ② | | latitude du parallel, deg. ① | 1 degré de longit. fait ① | ② | | latitude du parallel, deg. ① | 1 degré de longit. fait ① | ② | | latitude du parallel, deg. ① | 1 degré de longit. fait ① | ② | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 30 | 59 | 59 | 0 | 16 0 | 57 | 40 | 9 | 31 0 | 51 | 25 | 16 | 46 0 | 41 | 40 | 23 | 61 0 | 29 | 5 | 28 | 76 0 | 14 | 30 | 30 |
| 1 0 | 59 | 59 | 1 | 16 30 | 57 | 31 | 9 | 31 30 | 51 | 9 | 17 | 46 30 | 41 | 18 | 23 | 61 30 | 28 | 37 | 28 | 76 30 | 14 | 0 | 31 |
| 1 30 | 59 | 58 | 1 | 17 0 | 57 | 22 | 9 | 32 0 | 50 | 52 | 17 | 47 0 | 40 | 55 | 23 | 62 0 | 28 | 10 | 28 | 77 0 | 13 | 29 | 31 |
| 2 0 | 59 | 57 | 1 | 17 30 | 57 | 13 | 10 | 32 30 | 50 | 36 | 17 | 47 30 | 40 | 32 | 23 | 62 30 | 27 | 42 | 28 | 77 30 | 12 | 59 | 31 |
| 2 30 | 59 | 56 | 1 | 18 0 | 57 | 3 | 10 | 33 0 | 50 | 19 | 17 | 48 0 | 40 | 8 | 23 | 63 0 | 27 | 14 | 28 | 78 0 | 12 | 28 | 31 |
| 3 0 | 59 | 55 | 2 | 18 30 | 56 | 53 | 10 | 33 30 | 50 | 2 | 18 | 48 30 | 39 | 43 | 24 | 63 30 | 26 | 46 | 28 | 78 30 | 11 | 57 | 31 |
| 3 30 | 59 | 53 | 2 | 19 0 | 56 | 43 | 10 | 34 0 | 49 | 44 | 18 | 49 0 | 39 | 21 | 24 | 64 0 | 26 | 18 | 28 | 79 0 | 11 | 26 | 31 |
| 4 0 | 59 | 51 | 2 | 19 30 | 56 | 33 | 11 | 34 30 | 49 | 6 | 18 | 49 30 | 38 | 58 | 24 | 64 30 | 25 | 49 | 28 | 79 30 | 10 | 56 | 31 |
| 4 30 | 59 | 48 | 2 | 20 0 | 56 | 22 | 11 | 35 0 | 49 | 8 | 18 | 50 0 | 38 | 34 | 24 | 65 0 | 25 | 21 | 29 | 80 0 | 10 | 25 | 31 |
| 5 0 | 59 | 46 | 3 | 20 30 | 56 | 11 | 11 | 35 30 | 48 | 50 | 18 | 50 30 | 38 | 9 | 24 | 65 30 | 24 | 52 | 29 | 80 30 | 9 | 54 | 31 |
| 5 30 | 59 | 43 | 3 | 21 0 | 56 | 0 | 11 | 36 0 | 48 | 32 | 18 | 51 0 | 37 | 45 | 24 | 66 0 | 24 | 24 | 29 | 81 0 | 9 | 23 | 31 |
| 6 0 | 59 | 40 | 3 | 21 30 | 55 | 49 | 12 | 36 30 | 48 | 14 | 19 | 51 30 | 37 | 21 | 25 | 66 30 | 23 | 55 | 29 | 81 30 | 8 | 52 | 31 |
| 6 30 | 59 | 36 | 3 | 22 0 | 55 | 37 | 12 | 37 0 | 47 | 55 | 19 | 52 0 | 36 | 56 | 25 | 67 0 | 23 | 26 | 29 | 82 0 | 8 | 21 | 31 |
| 7 0 | 59 | 33 | 4 | 22 30 | 55 | 25 | 12 | 37 30 | 47 | 36 | 19 | 52 30 | 36 | 31 | 25 | 67 30 | 22 | 57 | 29 | 82 30 | 7 | 49 | 31 |
| 7 30 | 59 | 29 | 4 | 23 0 | 55 | 13 | 12 | 38 0 | 47 | 16 | 19 | 53 0 | 36 | 6 | 25 | 68 0 | 22 | 28 | 29 | 83 0 | 7 | 18 | 31 |
| 8 0 | 59 | 24 | 4 | 23 30 | 55 | 1 | 13 | 38 30 | 46 | 57 | 20 | 53 30 | 35 | 41 | 25 | 68 30 | 21 | 59 | 29 | 83 30 | 6 | 47 | 31 |
| 8 30 | 59 | 20 | 4 | 24 0 | 54 | 48 | 13 | 39 0 | 46 | 37 | 20 | 54 0 | 35 | 16 | 26 | 69 0 | 21 | 30 | 29 | 84 0 | 6 | 16 | 31 |
| 9 0 | 59 | 15 | 5 | 24 30 | 54 | 35 | 13 | 39 30 | 46 | 17 | 20 | 54 30 | 34 | 50 | 26 | 69 30 | 21 | 30 | 30 | 84 30 | 5 | 45 | 31 |
| 9 30 | 59 | 10 | 5 | 25 0 | 54 | 22 | 13 | 40 0 | 45 | 57 | 20 | 55 0 | 34 | 24 | 26 | 70 0 | 20 | 31 | 30 | 85 0 | 5 | 13 | 31 |
| 10 0 | 59 | 5 | 6 | 25 30 | 54 | 9 | 14 | 40 30 | 45 | 37 | 21 | 55 30 | 34 | 59 | 26 | 70 30 | 20 | 1 | 30 | 85 30 | 4 | 42 | 31 |
| 10 30 | 58 | 59 | 6 | 26 0 | 53 | 55 | 14 | 41 0 | 45 | 16 | 21 | 56 0 | 33 | 33 | 26 | 71 0 | 19 | 32 | 30 | 86 0 | 4 | 11 | 31 |
| 11 0 | 58 | 53 | 6 | 26 30 | 53 | 41 | 14 | 41 30 | 44 | 56 | 21 | 56 30 | 33 | 6 | 26 | 71 30 | 19 | 2 | 30 | 86 30 | 3 | 39 | 31 |
| 11 30 | 58 | 47 | 6 | 27 0 | 53 | 27 | 14 | 42 0 | 44 | 35 | 21 | 57 0 | 32 | 40 | 26 | 72 0 | 18 | 32 | 30 | 87 0 | 3 | 8 | 31 |
| 12 0 | 58 | 41 | 7 | 27 30 | 53 | 13 | 15 | 42 30 | 44 | 14 | 22 | 57 30 | 32 | 14 | 27 | 72 30 | 18 | 2 | 30 | 87 30 | 2 | 37 | 31 |
| 12 30 | 58 | 34 | 7 | 28 0 | 52 | 58 | 15 | 43 0 | 43 | 52 | 22 | 58 0 | 31 | 47 | 27 | 73 0 | 17 | 32 | 30 | 88 0 | 2 | 5 | 31 |
| 13 0 | 58 | 27 | 7 | 28 30 | 52 | 43 | 15 | 43 30 | 43 | 31 | 22 | 58 30 | 31 | 21 | 27 | 73 30 | 17 | 2 | 30 | 88 30 | 1 | 34 | 31 |
| 13 30 | 58 | 20 | 7 | 29 0 | 52 | 28 | 15 | 44 0 | 43 | 9 | 22 | 59 0 | 30 | 54 | 27 | 74 0 | 16 | 32 | 30 | 89 0 | 1 | 2 | 31 |
| 14 0 | 58 | 13 | 7 | 29 30 | 52 | 13 | 15 | 44 30 | 42 | 47 | 22 | 59 30 | 30 | 27 | 27 | 74 30 | 16 | 2 | 30 | 89 30 | 0 | 31 | 31 |
| 14 30 | 58 | 5 | 8 | 30 0 | 51 | 57 | 16 | 45 0 | 42 | 25 | 22 | 60 0 | 30 | 0 | 27 | 75 0 | 15 | 31 | 30 | 90 0 | 0 | 0 | 31 |
| 15 0 | 57 | 57 | 8 | 30 30 | 51 | 41 | 16 | 45 30 | 42 | 3 | 22 | 60 30 | 29 | 32 | 27 | 75 30 | 15 | 1 | 30 | | | | |
| 15 30 | 57 | 49 | 8 | | | | | | | | 23 | | | | | | | | | | | | |

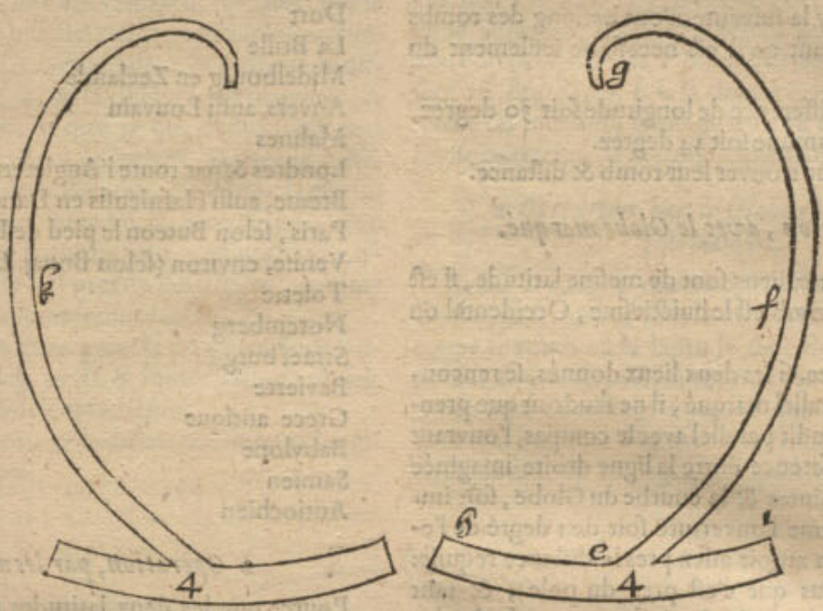
Ayant

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

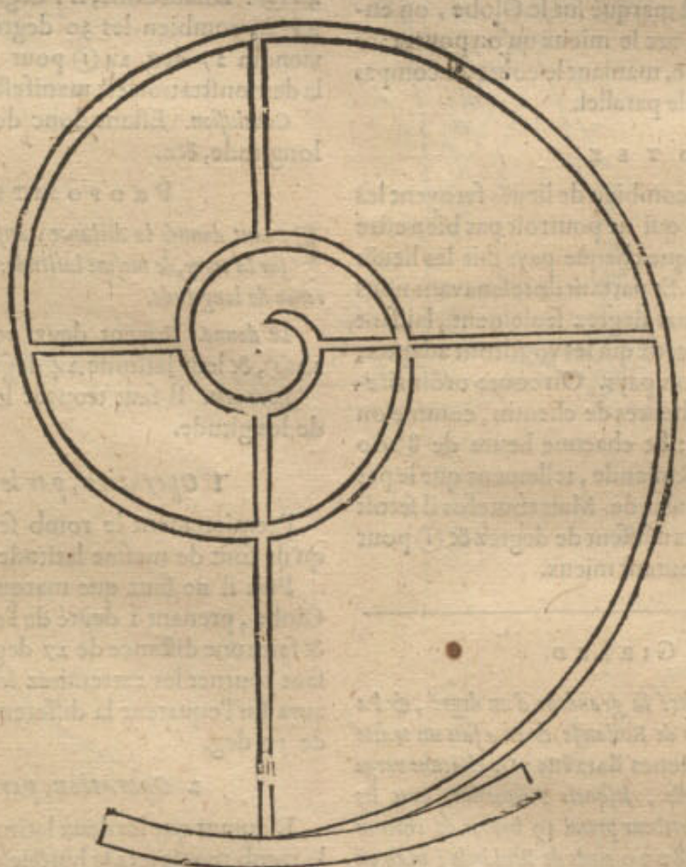
Ayant ainsi descrit les 7 rombs, de degré en degré de longitude, combien ils ont de latitude, d'où appert comment on les pourra descrire sur les Globes terrestres avec grand' certitude, avec des poincts, puis des lignes de l'un à l'autre, pour chacun romb : Les tables servent aussi pour esprouver si les rombs desia faicts sur les Globes qu'on rencontre sont bien ou non.

## DE LA FABRIQVE DES ROMBS DE CUIVRE.

Ce ne seroit pas chose mal à propos de faire 7 Rombs de cuivre à droit, & 7 à gauche, avec un reglet H I pour poser sur l'equateur, afin que le romb soit bien posé sur le Globe, qu'ils soient aussi concaves pour convenir sur




la superfice du Globe; & les marquer 1, 1, 2, 2, &c. comme cy dessous, pour denoter le quantiesme romb est un chacun, & s'il y a beaucoup de tours, qu'ils soyent retenus comme le suivant, d'autant qu'estant autrement trop foible, il seroit inutile; mais ceux qui ne font pas de tours de suffisante longueur, pourront estre faits un peu plus



larges sans retinacle, comme les quatriesmes icy de Noord-oost & Zud-west, ils pourroyent apporter beaucoup de facilité; car de tracer sur les Globes à tous momens, cela est fascheux, ils seront propres pour les choses suivantes aussi; touchant les parallels on n'a que faire d'en faire de cuivre.

*Conclusion.* Nous avons donc marqué des rombs, selon le requis.



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

### Proposition V.

*Estant donnée la difference des longitudes, de deux lieux de meſme latitude, auſſi leur latitude; trouver leur romb & diſtance.*

### Notez.

Nous reſoudrons les propoſitions ſuivantes en trois manieres, aſſavoir par les rombs de cuivre, & par le Globe où les rombs ſont marquez, ce qui eſt Mechaniquement, puis Mathematiquement par les nombres.

Or ceſte-cy ny la ſuivante n'ont beſoing des rombs de cuivre, d'autant qu'il eſt neceſſaire ſeulement du huictieſme.

*Le donné.* La difference de longitude ſoit 30 degrez, & la latitude commune ſoit 24 degrez.

*Le requis.* Il faut trouver leur romb & diſtance.

#### 1 *Operation, avec le Globe marqué.*

Puis que les deux lieux ſont de meſme latitude, il eſt certain que leur romb eſt le huictieſme, Occidental ou Oriental.

Pour la diſtance, ſi les deux lieux donnés, ſe rencontroyent ſur un parallel marqué, il ne faudroit que prendre la longueur dudit parallel avec le compas, l'ouvrant ſi peu que la difference entre la ligne droite imaginée entre ſes deux pointes & la courbe du Globe, ſoit imperceptible, comme l'ouverture ſoit de 1 degré de l'equateur, alors on auroit aſſez pres la diſtance requiſe: toutefois tant plus que c'eſt pres du pole, & tant moins y auroit-il de certitude ainſi, au contraire le plus pres de l'equateur, ſeroit avec moindre erreur: & finalement on trouvera que la diſtance requiſe ſera 27 deg. 24 ①.

Que ſi le parallel n'eſt marqué ſur le Globe, on enſuivra par diſcretion ſon arc le mieux qu'on pourra: ce qui pourra ſervir de guide, maniant le cours du compas parallel au prochain cercle parallel.

### Notez.

On pourroit requerir combien de lieuës feroyent les ſuſdits 27 deg. 24 ①, ce qui ne pourroit pas bien eſtre defini en general, veu que chaque pays fait les lieuës ſelon que bon luy ſemble. Et partant doreſenavant nous conterons les diſtances par degrez ſeulement, laiſſant les lieuës à la volonté de ceux qui les voudront adapter, chacun à la maniere de ſon pays. On conte ordinairement qu'un degré eſt 18 heures de chemin, comme on marche communement: Et chacune heure de 8000 pas, ou 1500 verges de Rinlande, tellement que le pas revient à $2\frac{1}{4}$ pieds de Rinlande. Mais toutefos il ſeroit à deſirer que les Mariniers uſaſſent de degrez & ① pour s'entendre l'un l'autre d'autant mieux.

---

Alb. Girard.

*Le docte* Snellius *a meſuré la grandeur d'un degré, & l'a trouvé eſtre de* 28500 *verges de Rinlande, & en a fait un traité particulier, intitulé* Eratoſthenes Batavus: *Or chacune verge contient* 12 *pieds de Rinlande, leſquels s'accordent avec les pieds Romains; le meſme Autheur prend* 19 *heures de chemin pour un degré; chacune de* 18000 *pieds de Rinlande; mais on ſouloit touſiours conter* 15 *lieuës d'Alemaigne pour un degré, tellement qu'au meſme compte chacune ſeroit* 22800 *pieds. Touchant les Tables des Rombs il en a fait auſſi un livre particulier, intitulé* Tiphys Batavus, *duquel il me ſouvient m'avoir dit autrefois que la maniere de calculation qu'il monſtre là, eſt plus facile & plus exacte de beaucoup que l'ordinaire: finalement à ce compte-la ſeroit, comme* Snellius *eſcrit,*

Le diametre de la terre 3265860 verges de Rinlande.
Le circuit d'icelle 10260000 verges.
La ſuperfice 33507717774840 verges quarrees.
Et la ſolidité 182385922037791532 64 verges cubiques.

*Le pied de Rinlande, ou de Rome, eſtant de* 1000 *parties.*

| | |
|---|---|
| Le pied d'Amſterdam ſera de | 904. |
| Dort | 1050. |
| La Brille | 1060. |
| Midelbourg en Zeelande | 960. |
| Anvers, auſſi Louvain | 909. |
| Malines | 890. |
| Londres & par toute l'Angleterre | 968. |
| Breme, auſſi Hafnienſis en Danemare | 934. |
| Paris, ſelon Buteon le pied de Roy, environ | 1055. |
| Veniſe, environ (ſelon Bonaj. Lorini.) | 1120. |
| Tolette | 867. |
| Noremberg | 974. |
| Straeſburg | 891. |
| Bavierre | 914. |
| Grece antique | 1042. |
| Babylone | 1172. |
| Samien | 1200. |
| Antiochien | 1360. |

#### 2 *Operation, par les nombres.*

Pource que les deux latitudes ſont egales, le romb ſera le huictieſme: Et alors cerchant dans la table d'iceluy en la quatrieſme propoſition, la latitude donnée 24 deg. on trouvera qu'un degré de longitude ſera 54 ①, 48 ②: Diſant donc, ſi 1 degré de longitude fait 54 ①, 48 ②, combien les 30 degrez donnés de longitude? viendra 27 deg. 24 ① pour la diſtance requiſe, dont la demonſtration eſt manifeſte.

*Concluſion.* Eſtant donc données les differences de longitude, &c.

### Proposition VI.

*Estant donnée la diſtance, auſſi la latitude de deux poincts ſur la terre, de meſme latitude: trouver leur romb, & la difference de longitude.*

*Le donné.* Soyent deux poincts diſtans de 27 deg. 24 ①, & leur latitude 24 degrez.

*Le requis.* Il faut trouver leur romb, & la difference de longitude.

#### 1 *Operation, par le Globe marqué.*

Premierement le romb ſera le huictieſme, à cauſe qu'ils ſont de meſme latitude.

Puis il ne faut que marquer les deux poincts ſur le Globe, prenant 1 degré de l'equateur avec le compas, & faire une diſtance de 27 deg. 24 ① ſur le Globe, faiſant tourner les extremitez ſous le meridien, alors on aura ſur l'equateur la difference de longitude, aſſavoir de 30 deg.

#### 2 *Operation, par les nombres.*

D'autant que les deux latitudes données ſont egales, le romb requis ſera le huictieſme.

Pour trouver la difference des longitudes, il faut cercher (en la table du huictieſme Romb deſcrite à la quatrieſme propoſition) la latitude de 24 degrez, où ſe rencontre 54 ① 48 ② pour la difference de longitude de 1 degré; diſant puis apres 54 ① 48 ② donne 1 degré

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

1 degré, combiem 27 deg. 24 ①? viendra 30 degrez pour la difference de longitude requise.

*Conclusion.* Estant donc donnée la distance, aussi la latitude, nous avons trouvé leur romb, & la difference des longitudes, selon le requis.

## Proposition VII.

*Le romb & latitudes de deux poincts estant donnés: Trouver la difference des longitudes & leurs distances (lors que les latitudes sont inegales.)*

On sçait que si les latitudes estoyent inegales, que le romb requis seroit le huictiesme; & si c'estoit le huictiesme que les latitudes seroyent egales; & puis que la difference des longitudes, & la distance, se trouvent icy par diverses latitudes, & qu'à ce que dessus il n'y en a point; on ne pourroit par ce moyen trouver la difference des latitudes, ny la distance: c'est donc à ceste fin que la parenthese est inserée en la proposition, d'où s'ensuit que quand les latitudes sont presques egales, assavoir que le romb est fort pres du huictiesme, qu'alors la solution en sera d'autant moins exacte.

*Le donné.* Soit des deux poincts proposés l'une latitude Occidentale 5 deg. 59 ①, & l'autre latitude 28 deg. 42 ①, & leur romb soit le quatriesme.

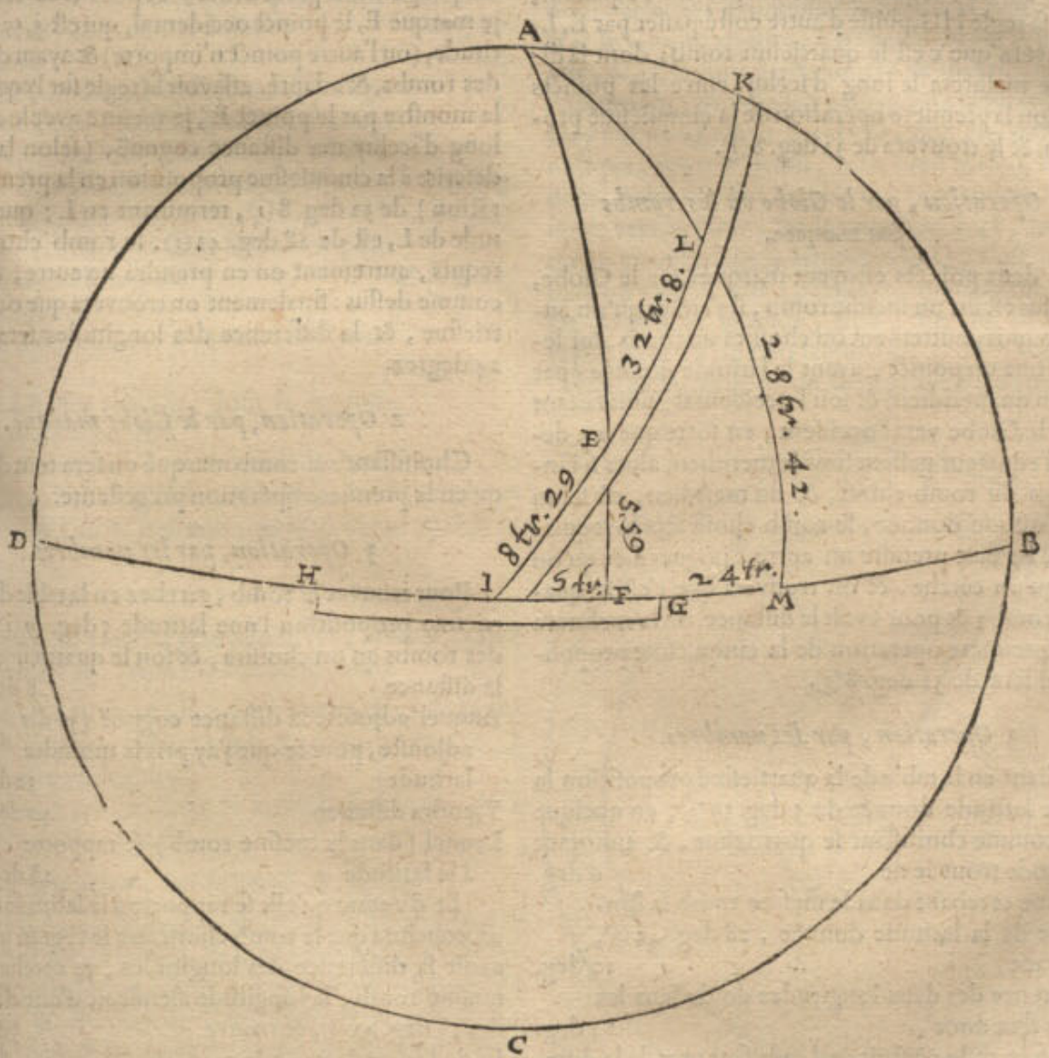
*Le requis.* Il faut trouver la difference de leurs longitudes, & leur distance.

### 1 *Operation, par le romb de cuivre.*

Soit A B C D un Globe terrestre, A pole, B D l'equateur, sur lequel soit marqué un poinct occulte E, ainsi que sa latitude F E soit 5 deg. 59 ① pour celle du poinct Occidental; & adapte le quatriesme romb de cuivre H G I K (selon l'hypothese) sur le Globe, tellement que sa reigle H G soit sur l'equateur, & le romb I K passe par le poinct E: D'avantage tournant le Globe vers l'Occident (pource que l'autre poinct est vers l'Orient) jusques à ce que le romb coupe le meridien en la latitude donnée de 28 deg. 42 ①, comme en L, alors on trouvera que F M la difference des longitudes sera 24 degrez; & E L la distance de 32 deg. 8 ①, laquelle on mesurera selon qu'il a esté monstré en la premiere operation de la cinquiesme proposition.

### 2 *Operation, par le Globe où les rombs sont marquez.*

Ayant trouvé le quatriesme Romb marqué sur le Globe, je le tourne sous le meridien jusques à ce qu'il coupe le romb en la latitude de 5 deg. 59 ①, pour le poinct E Occidental, & tournant le Globe sous le meridien vers l'occident (pource que l'autre poinct est Oriental) jusques à ce que le meridien coupe le romb en la latitude de 28 deg. 42 ①, puis mesurant la distan-




ce E L selon la premiere operation de la cinquiesme proposition, qu'on trouvera de 32 deg. 8 ①; quant à la difference des longitudes F M, on la trouvera marquée sur le Globe de 24 degrez.

### 3 *Operation, par les nombres.*

Cherchant à la table de la quatriesme proposition, le quatriesme romb donné, regarde quelle longitude



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

& distance se rencontrent alendroit des deux latitudes données, & trouve alendroit de la moindre latitude de 5, 59 ① longit. 6 deg. dist. 8, 29 ①.
Et de l'autre, qui est de 28, 42 ① longit. 30 deg. dist. 40, 37 ①.
Desquels soustraits les premiers en l'ordre, restera pour le requis longit. 24 deg. dist. 32, 8 ①.
Dont la demonstration est manifeste.

*Conclusion.* Le romb donc & latitudes de deux poincts estant donnez, nous avons trouvé la difference des longitudes, & leur distance (lors que leurs latitudes sont inegales) selon le requis.

## Proposition VIII.

*Estant données les latitudes, & la difference des longitudes de deux poincts: trouver leur romb, & leur distance.*

*Le donné.* Soit la latitude du poinct occidental de 5 deg. 59 ①; l'autre de 28 deg. 42 ①; la difference des longitudes 24 deg.

*Le requis.* Il faut trouver leur romb, & leur distance.

### 1 *Operation, par le romb de cuivre.*

Si ces poincts n'estoyent marqués sur le Globe, on les y marquera, suivant l'hypothese, & soyent E, L en la figure precedente, puis on choisira un romb, d'entre les 7 de cuivre, lequel estant adapté sur l'equateur, quant à sa regle HG, puisse d'autre costé passer par E, L, on trouvera que c'est le quatriesme romb; dont la distance se mesurera le long d'iceluy entre les poincts E, L, selon la premiere operation de la cinquiesme proposition, & se trouvera de 32 deg. 8 ①.

### 2 *Operation, par le Globe où les rombs sont marquez.*

Si les deux poincts estoyent marqués sur le Globe, & qui plus est sur un mesme romb, il s'ensuit qu'on auroit les requis; autrement on choisira un romb, sur lequel on fera un poinct, ayant la latitude donnée (par le moyen du meridien) & soit l'occidental; puis faisant tourner le Globe vers l'occident, en sorte que 24 degrez de l'equateur passent sous le meridien, alors si l'intersection du romb choisi, & du meridien, est selon l'autre latitude donnée, le romb choisi sera le requis: sinon, il en faut prendre un autre, jusques à ce qu'on aye ce qu'on cerche, & on trouvera que c'est le quatriesme romb; & pour avoir la distance, on la mesurera selon la premiere operation de la cinquiesme proposition, qui sera de 32 deg. 8 ①.

### 3 *Operation, par les nombres.*

Cerchant en la table de la quatriesme proposition la moindre latitude donnée de 5 deg. 59 ①, en quelque romb, comme choisissant le quatriesme, & annotant la longitude trouvée de 6 deg.
De mesme cerchant dans le mesme romb la longitude de la latitude donnée, 28 deg. 42 ①, trouvant 30 deg.
La difference des deux longitudes de dedans les tables sera donc 24 deg.

Que si ce reste n'estoit egal, ou fort pres de la difference de longitude donnée, il faudroit choisir un autre romb, jusques à ce qu'on ayt ce qu'on cerche: parquoy le romb requis sera le quatriesme.

Et pour avoir la distance, on aura les deux distances dans le mesme quatriesme romb, alendroit des deux latitudes, assavoir 8 deg. 29 ①; & l'autre de 40 deg. 37 ①, dont leur difference est 32 deg. 8 ① pour la distance desirée, dont la demonstration est manifeste.

*Conclusion.* Estant donc données les latitudes, &c.

## Proposition IX.

*Estant données les Latitudes, & distance de deux poincts: Trouver leur romb, & la difference des longitudes.*

### Notez.

S'il advient que cognoissant les latitudes, & la distance de deux poincts, assavoir la distance par conjecture, en faisant le voyage, & desirant sçavoir le romb, & la difference des longitudes pour regler le second voyage mieux que le premier, ou pour les marquer sur le Globe; ou y estant marquez recognoistre si son compte revient à icelury, ceste proposition servira à cela mesme.

*Le donné.* Soit la latitude du poinct occidental 5 deg. 59 ①, & de l'autre 28, 42 ①, & leur distance 32 deg. 8 ①.

*Le requis.* Il faut trouver leur romb & la difference des longitudes.

### 1 *Operation, par le romb de cuivre.*

Soit un Globe terrestre, (voyez la figure de la septiesme proposition precedente) & pour trouver le romb, je marque E, le poinct occidental, qui est 5, 59 ① de latitude, (ou l'autre poinct n'importe) & ayant choisi l'un des rombs, & adapté, assavoir sa regle sur l'equateur, & la monstre par le poinct E, je mesure avec le compas le long d'iceluy ma distance cognuë, (selon la maniere descrite à la cinquiesme proposition en la premiere operation) de 32 deg. 8 ①, terminant en L; que si la latitude de L, est de 28 deg. 42 ①, le romb choisi sera le requis, autrement on en prendra un autre, & on fera comme dessus: finalement on trouvera que c'est le quatriesme, & la difference des longitudes sera FM de 24 degrez.

### 2 *Operation, par le Globe marqué.*

Choisissant un romb marqué on fera tout de mesme qu'en la premiere operation precedente.

### 3 *Operation, par les nombres.*

Pour trouver le romb, cerchez en la table de la quatriesme proposition l'une latitude 5 deg. 59 ①, en l'un des rombs qu'on choisira, & soit le quatriesme, trouve la distance 8 deg. 29 ①.
Auquel adjousté la distance cognuë (je dis adjousté, pource que j'ay pris la moindre latitude) 32 deg. 8 ①.
Viendra distance 40 deg. 37 ①.
Lequel (dans le mesme romb) se rapporte à la latitude 28 deg. 42 ①.

Et d'autant qu'elle se rapporte à la latitude donnée, on conclura que le romb choisi sera le requis: puis pour avoir la difference des longitudes, je cerche dans le mesme romb, la longitude alendroit d'une des latitudes 28 deg. 42 ①, & trouve 30 degrez.
Et de l'autre donnée de 5, 59 ① 6 degrez.
La difference des longitudes requise sera donc 24 degrez.
Dont la demonstration est notoire.

*Conclusion.* Estant donc données les latitudes & distance, &c.

Propo-

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

## PROPOSITION X.

*Ayant le romb de deux poincts, & la difference des longitudes, & latitude de l'un : Trouver l'autre latitude, & la distance.*

*Le donné.* Soit le quatrieſme romb, la difference des longitudes 24 deg. & la latitude mineure 5 deg. 59 ①, pour le poinct occidental.

*Le requis.* Il faut trouver la distance & la latitude de l'autre poinct.

### 1 *Operation, par le romb de cuivre.*

Soit à la figure de la ſeptieſme propoſition marqué le poinct E, de la latitude donnée 5, 59 ① pour le poinct occidental, & ayant adapté le romb par iceluy, & ſa regle ſur l'equateur G H, marquant auſſi par le moyen du meridien la diff. des longitudes, on trouvera l'autre latitude (du poinct oriental) de 28 deg. 42 ①, & la diſtance de 32 deg. 8 ①, ſelon la maniere deſcrite à la cinquieſme propoſition, premiere operation.

### 2 *Operation, par le Globe où les rombs ſont marqués.*

On fera de meſme qu'en la premiere operation.

### 3 *Operation, par les nombres.*

Je cerche la latitude donnée 5 deg. 59 ① en la table de la quatrieſme propoſition au quatrieſme romb donné, & trouve y convenir la diſtance 8 deg. 29.
La longitude 6 deg.
A laquelle adjouſtée la difference des longitudes donnée (je dis adjouſtée, d'autant que c'eſt la moindre latitude, ſi c'eſtoit la majeure, il faudroit ſouſtraire) faiſant 24 deg.
Viendra longitude 30 deg.
A laquelle correſpond dans les tables pour l'autre latitude requiſe 28 deg. 42.
Auſſi la diſtance 40 deg. 37.
Laquelle differe du 8, 29 premier en l'ordre de 32 deg. 8 ①.
Pour la diſtance requiſe, dont la demonſtration eſt manifeſte.

*Concluſion.* Ayant donc le romb de deux poincts, & la difference des longitudes, & la latitude de l'un, nous avons trouvé l'autre latitude, & la diſtance, ſelon le requis.

## PROPOSITION XI.

*Cognoiſſant le romb de deux poincts, & la diſtance, auſſi la latitude de l'un : Trouver la latitude de l'autre.*

*Le donné.* Soit donné le quatrieſme romb ; & la latitude du poinct occidental & la moindre, 5 deg. 59 ①, & la diſtance 32 deg. 8 ①.

*Le requis.* Il faut trouver la latitude de l'autre, & la difference des longitudes.

### 1 *Operation, par le romb de cuivre.*

Soit à la figure de la ſeptieſme propoſition, marqué le poinct E ſur un Globe, de la latitude donnée, par lequel faiſant paſſer un romb, adapté comme il faut, & meſurant la diſtance le long d'iceluy vers l'orient, trouve le poinct L, & ſa latitude 28 deg. 42 ①, & la diff. des longitudes 24 degrez.

### 2 *Operation, par le Globe où les rombs ſont marquez.*

Ceſte operation n'a quaſi rien de different avec la precedente, qui ne ſoit treſ-facile.

### 3 *Operation, par les nombres.*

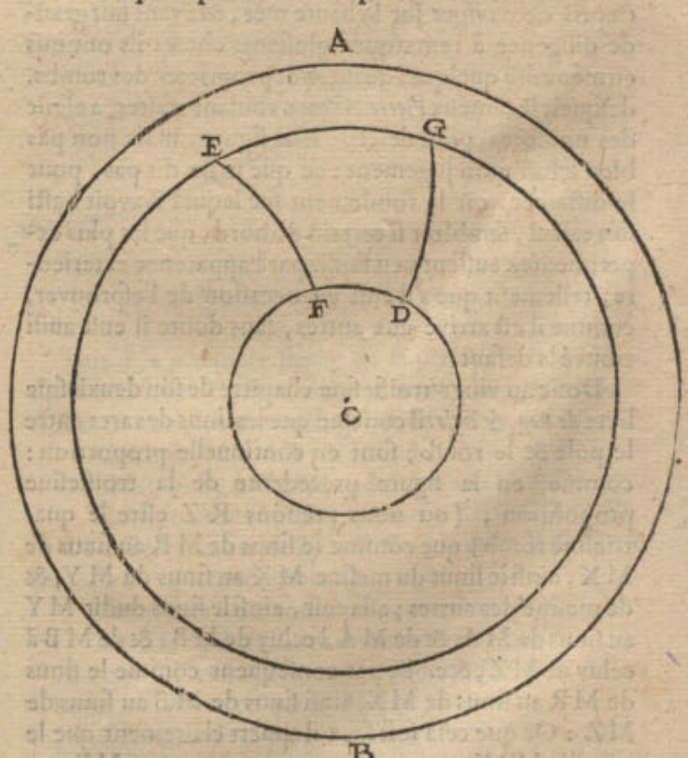
Je cerche dans la table du quatrieſme romb, & trouve convenir à la latitude donnée, la longitude de 6 deg.
Et la diſtance 8 deg. 29 ①.
A laquelle adjouſtée la diſtance donnée (je dis adjouſtée, parce que la latitude donnée eſt la moindre, autrement ſi elle eſtoit la majeure, il faudroit ſouſtraire) faiſant 32 deg. 8 ①.
Viendra diſtance 40 deg. 37 ①.
Icelle cerchée dans la ſuſdite table du quatrieſme romb, on trouvera qu'elle convient avec la latitude requiſe du deuxieſme poinct 28 deg. 42 ①.
Et tout joignant y a la longitude de 30 deg.
Dont la difference d'avec 6 degrez premier en l'ordre, pour la difference de longitude requiſe, 24 deg.
Dequoy la demonſtration eſt manifeſte.

*Concluſion.* Cognoiſſant donc le romb de deux poincts, & la diſtance auſſi la latitude de l'un ; nous avons trouvé la latitude de l'autre, ſelon le requis.

### NOTEZ.

Nous avons parlé cy-deſſus du cours droit & oblique ; mais és grands voyages maritimes, on ſe ſert (lors qu'il vient à poinct) d'un autre, qui eſt compoſé d'iceux, aſſavoir du huictieſme romb, & d'un meridien, duquel nous parlerons maintenant. Soit à la figure ſuivante A B le Globe terreſtre, A B l'equateur, C le pole arctique, & D, E, ſont deux poincts de diverſes longitudes & latitudes, par leſquels paſſent les parallels D F, E G ; Or pour naviguer de E vers D, non en cours droit ny oblique, comme deſſus, mais bien le long d'un meridien, & huictieſme romb ; On va premierement de E droit vers le Nort, ſur le meridien E, F, juſques à ce qu'on vienne dans la latitude de D, c'eſt juſqu'à F, puis on tourne vers l'occident, demeurant touſiours ſur la meſme latitude, c'eſt à dire ſur le huctieſme romb, tant qu'on parvienne à D.

Notez qu'on pourroit bien premierement aller de E




vers l'occident, juſques à G, aſſavoir juſques à ce qu'on ayt la longitude de D, puis de G droit vers le nort en D; toutes-

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

toutesfois il ſeroit meilleur de tirer premierement vers F, & de F vers D, s'il n'avient qu'on ſoit empeſché du vent, ou du courant de l'eau, pource qu'on eſt plus certain de F juſques à D meſme latitude, que de G vers D, meſme longitude; joinct que faillant alors on pourroit arriver trop orientalement ou trop occidentalement de D; voire D eſtant une petite Iſle, il pourroit arriver (comme de fait il arrive ſouvent) qu'on ne ſçauroit ſi D eſt vers l'orient ou l'occident, nonobſtant qu'on ayt la vraye latitude. Mais venant de E vers F, ſoit qu'on faille quelque peu en ſe deſtournant vers l'orient, ou l'occident, il n'importe, car on ne laiſſe d'aller vers l'occident eſtant en F, pour recontrer D.

En ceſte maniere on va bien ſeurement, & ſans les calculations precedentes, mais c'eſt un plus long chemin, comme on l'apperçoit en la figure.

---

ALB. GIRARD.

*C'eſt encor le plus long, & moins certain, d'aller par* E G D, *que par* E F D, *d'autant que combien que* E F *ſoit egale à* G D, *neantmoins ſi* F D *eſt plus pres du pole, que* E G, *(ou ce qui eſt tout un, ſi* F D *eſt de moindre cercle, que non pas* E G) *alors* F D *ſera plus courte que* E G.

# APPENDICE
## des Rombs.

### CHAPITRE I.
*Sur l'ordre des rombs.*

AUcuns, comme *Robert Hues*, comptent les rombs depuis le meridien vers l'equateur; prenant celuy de Nord à l'Ooſt le premier, puis Nord-nord-ooſt le ſecond, &c. Autres, comme *Edvvart VVright*, les comprent de l'equateur vers le meridien: prenant celuy de Ooſt à Nord le premier; puis Ooſt-nord-ooſt le ſecond, &c. Mais afin d'eviter confuſion, il ſeroit bon que tous les appellaſſent de meſme, & le meſme ordre: & quant à la maniere de *Robert Hues*, elle me ſemble meilleure, d'autant qu'ainſi les paralleles ſeront rombs, aſſavoir les huictieſmes; mais ſelon l'autre ils ne ſeroyent rombs, & toutefois ils ne ſont directs, comme les cercles majeurs; auſſi qu'il faudroit trop diſtinguer, diſant le premier romb eſtre apres l'equateur, & autrefois apres un parallele.

### CHAPITRE II.
*Des fautes és nombres des rombs, faits par* Petrus Nonius.

Apres que les Portugais & Eſpagnols, eurent entrepris de naviger ſur la haute mer, & ayant fait grande diligence à remarquer pluſieurs choſes ils ont mis en memoire quelques qualitez & proprietez des rombs, deſquels le fameux *Pierre Nugnez* voulant traiter, a eſcrit des nombres, pour deſcrire leur figure, mais non pas bien ſelon mon jugement: ce que je ne dis pas, pour le diffamer, car le fondement ſur lequel il avoit baſti ſon calcul, ſembloit ſi certain d'abord, que les plus experimentez euſſent peu faillir par l'apparence exterieure, tellement que s'il euſt eu occaſion de l'eſprouver, comme il eſt arrivé aux autres, ſans doute il euſt auſſi trouvé le defaut.

Donc au vingt-troiſieſme chapitre de ſon deuxieſme livre *de Reg. & inſtr.* il conclud que les ſinus des arcs entre le pole & le romb, ſont en continuelle proportion: comme en la figure precedente de la troiſieſme propoſition, (où nous prenons R Z eſtre le quatrieſme romb) que comme le ſinus de M R au ſinus de M X, ainſi le ſinus du meſme M X au ſinus de M Y, & de meſme des autres; aſſavoir, ainſi le ſinus dudit M Y au ſinus de M A, & de M A à celuy de M B, & de M B à celuy de M Z, &c. Et par conſequent comme le ſinus de M R au ſinus de M X, ainſi ſinus de M B au ſinus de M Z: Or que cela ſoit faux il appert clairement que le triangle M R X, a trois termes cognus, comme M R 90 degrez, l'angle M R X 45 degrez, & l'angle R M X 1 deg. par leſquels on trouvera le coſté M X de 89 degrés, ſon ſinus 9998: ainſi que le ſinus de M R a telle raiſon au ſinus de M X, que comme 10000 à 9998. Soit maintenant le romb de R juſqu'à B, produit ſi pres du pole que M B face 10 degrez, ſon ſinus eſt 1736. Cela ainſi poſé, le ſinus de M Z devroit faire 1736, car diſant, ſinus de M R 10000, donne ſinus de M X 9998, combien ſinus de M B 1736? viendra un ſinus lequel devroit eſtre pour M Z, comme il a eſté dit, de 1736: mais qu'iceluy ne le puiſſe pas eſtre, ſe peut demonſtrer ainſi: Le triangle M B Z a 3 termes cognus, M B 10 degr. l'angle M B Z 45 deg. & l'angle B M Z 1 degré: par leſquels on trouvera le coſté M Z (par la 42 propoſition des triangles ſpheriques) de 8 degrez 33 ①, dont le ſinus eſt 1487 bien differant du precedent 1736, lequel devroit eſtre ainſi, s'ils eſtoyent proportionnaux, comme il dit. Tellement qu'au lieu que l'arc n'eſt que 8 degrez 33 ①, elle ſeroit 10 degrez: qui differe 1 deg. 27 ①, & d'autant eſt elle trop. D'avantage telle faute ſe trouvant jà ſi grande ſur une regle de trois, combien ſeroit-elle augmentée, ſi on euſt fait toutes les regles de trois depuis un bout qui eſt quadrant, juſques à l'autre, qui approche de 10 degrez le pole.

### CHAPITRE III.
*Des fautes qui ſont dans les tables des Rombs* d'Edwart Wright.

Les Anglois ſuivent les Portugais, & Eſpagnols, au faict de la Navigation, leſquels regardans de pres la qualité des rombs, ont recogneu la faute de *Nonius*, & pour ramelioration ont eſté nagueres miſes en lumiere les tables des Rombs d'*Edvvart VVright*, comme celles qui ſont en la quatrieſme propoſition precedente, leſquelles approchent plus pres de la choſe meſme: La preuve par où j'ay remarqué ceſte proximité, eſt qu'en cerchant les latitudes du quatrieſme romb ſelon la premiere maniere de la quatrieſme propoſition (en laquelle l'operation eſt facile par continuelles additions, ſans multiplications ny diviſions, d'autant que la tangente de 45 degrez & le ſinus total ſont egaux) juſques à la longitude de 78 degrez, là où je trouvay convenir 61 deg. 26 ①: Mais dans les tables de *VVright* on trouve 61 deg. 14 ①, ſeulement 12 ① de difference en ſi long interval: Et qui plus eſt que j'eſtois certain que le vray nombre devoit eſtre moindre que leſdits 61 deg. 26 ①, en fin je preſumay pour lors que les tables approchoyent fort pres du vray: mais je n'ay pas recerché la meſme preuve des autres rombs, à cauſe d'autres empeſchements. Toutefois le vray fondement n'y eſt pas, comme je declareray preſentement.

THEO-

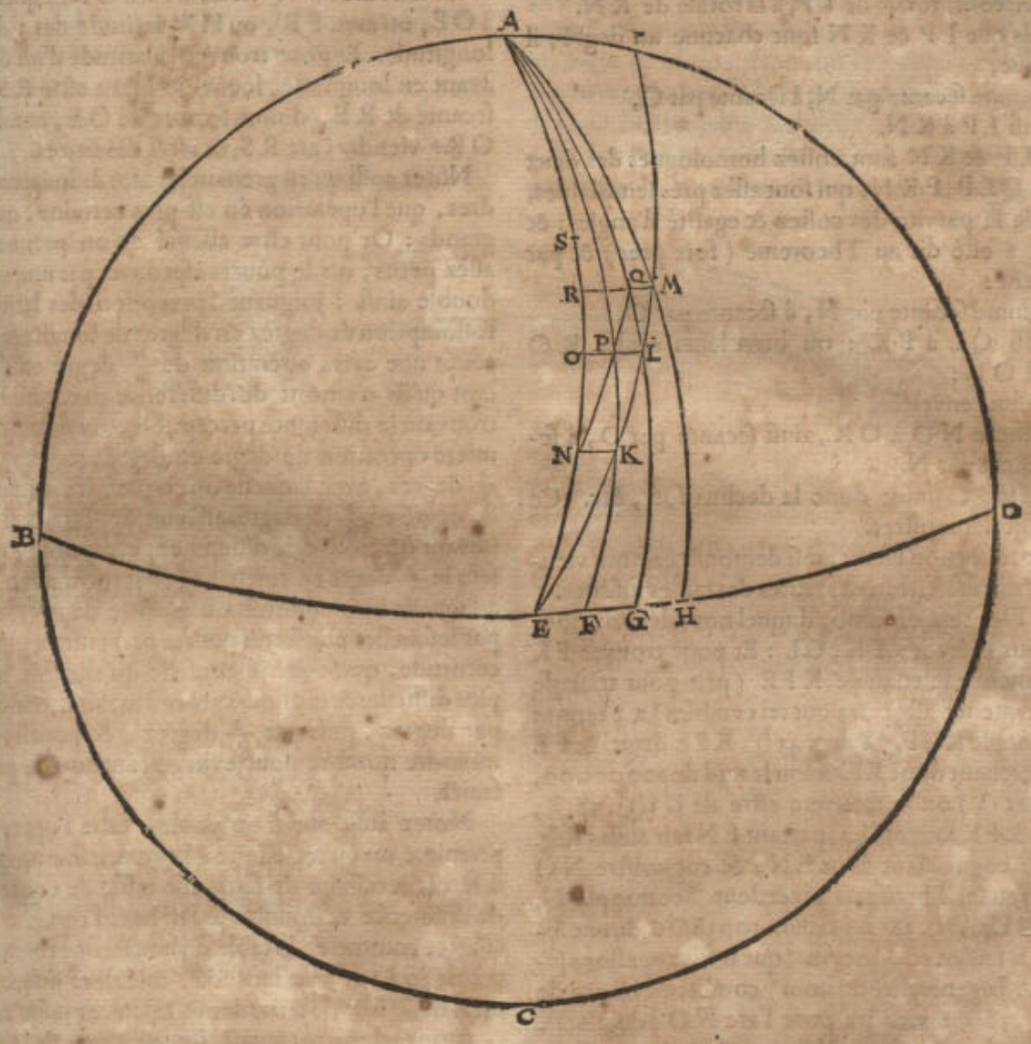
Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

THEOREME.

*Comme la declinaiſon du romb de l'equateur progrediant d'un degré de longitude, à la declinaiſon ſuivante, d'un degré en longitude; ainſi fort pres la ſecante par le commencement du dernier progrés, à la ſecante par le commencement du premier progrés.*

*Le donné.* Soit A B C D le Globe terreſtre, A ſon pole, B E D l'equateur, où ſont marquez les 4 poincts E, F, G, H, diſtans 1 degré l'un de l'autre, & par où paſſent 4 meridiens, A E, &c. puis ſoit E I un romb (comme par exemple, le premier) coupant les meridiens és poincts K, L, M, par où l'on fait paſſer des paralleles N K, L O, M R coupans les meridiens en P, Q, puis ſoit un premier Romb, paſſant par les 3 poincts N, P, Q, qui doit eſtre de meſme, & egal à K L M.

Ce qu'eſtant ainſi, F K eſt la declinaiſon du romb, depuis l'equateur juſques à ſa progreſſion d'un degré de longitude: c'eſt aſſavoir que le romb ayant fait ſon progrés de E juſques à K, recevant du changement en ſa longitude d'un degré E F, ſa declinaiſon de l'equi-noctial (qui eſt icy latitude) ſera F K, ou bien E N de meſme en dira-on de N O, qui eſt declinaiſon du romb, ayant fait ſon progres de K en L d'un degré de ſurplus en longitude. Semblablement O R ſera la declinaiſon d'un degré de ſurplus en longitude, faiſant




progrez de L en M. Tellement que N Q, eſt la declinaiſon d'un degré de longitude, & O R declinaiſon d'un degré de progrés de ſurplus en longitude.

*Le requis.* Il faut demonſtrer que comme N O à O R, ainſi fort pres la ſecante du centre du Globe par le poinct L commencement du dernier progrez L M, à la ſecante par K, commencement du premier progrés K L: mais la ſecante par N, eſt egale à celle de par K: & celle de par O egale à celle de par L, parquoy faut demonſtrer que comme N O à O R, ainſi la ſecante par O, à la ſecante par N.

Pour dire à quelle fin cecy eſt fait, & declarer le deſſeing ſommairement, c'eſt que les ſuſdits nombres des tables ſeront demonſtrez n'avoir ceſte proprieté, & partant ne ſont pas fort precis. D'avantage comment par tel fondement on pourroit faire des tables certaines, combien que ce ſoit par un moyen plus difficile.

DEMONSTRATION.

Soit à la premiere figure de la premiere definition de la conſtruction des tables de ſinus: là où le triangle A B I eſt ſemblable au triangle A F C, & partant,

Comme I A à A B ainſi, C A à A F;
Mais A B, A C ſont egales, auſſi G C, A F;
Donc, comme I A à A B, ainſi A B à G C.

Or I A eſt ſecante de B C; A B eſt le raid, & G C eſt ſinus de complement: parquoy,

Comme la ſecante d'un arc, au raid;
Ainſi le raid, au ſinus de complement.

Ce qu'eſtant ainſi, nous viendrons à la figure de ce Theoreme, & par ce qui a eſté dit,

Comme la ſecante par N, (de l'arc N E) au raid:
Ainſi le raid, au ſinus de complement de N E qui eſt ſinus de A N, & pour le dire plus briefvement:

Com-

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

Comme la secante par N, au raid:
Ainsi le raid, au sinus de AN.

Puis derechef,

Comme secante par O, au raid:
Ainsi le raid, au sinus de AO.

Et d'autant qu'à chaque fois le raid est moyen proportionel, il s'ensuit, que,

Comme la secante par N, à la secante par O;
Ainsi le sinus de AO, au sinus de AN.

Mais comme ce sinus de AO à celuy de AN, ainsi la circonf. sur le raid du sinus de AO, (c'est la circonf. d'où LP est partie) à la circonf. sur le raid de AN (c'est la circonf. d'où KN est partie) parquoy,

Comme secante par N, à secante par O, ainsi la circonf. totale de LP, à la totale de KN.

Et puis que LP & KN sont chacune un degré, il s'ensuit que,

Comme secante par N, à secante par O,
Ainsi LP à KN.

Mais LP & KN sont costez homologues des deux triangles QLP, PKN, qui sont assez prés semblables, à cause de la parvité des costez & egalité d'angles: & pourtant a esté dit au Theoreme (fort pres) & par consequent:

Comme secante par N, à secante par O,
Ainsi QL à PK: ou bien leurs egales RO à ON:

Et par raison renversée,

Comme NO à OR, ainsi secante par O, à secante par N.

*Conclusion.* Comme donc la declinaison, &c. Ce qu'il falloit demonstrer.

Ceste proportion estant ainsi demonstrée, nous viendrons à la manifestation des fautes des tables susdites.

Soit EI le premier romb, duquel nous devons trouver les deux latitudes FK, GL: Et pour trouver FK premierement: le triangle KFE (pris pour triangle plan, comme il a esté pris pour tel és tables) a 3 termes cognus, l'angle KEF, 78 deg. 45 ①, KFE droit, & FE 1 degré: cerchant donc KF, (selon le raid de 10000000, jusques aux ②) on le trouvera estre de 5, 1 ①, 38 ②; mais EN & FK sont egales, partant EN fait aussi 5 deg. 1 ①, 38 ②; cognoissant donc EN, & cognoistre NO par le moyen du Theoreme precedent. Secante par N, (c'est de NE 5, 1 ①, 38 ②) faisant 10038616 donne secante par E faisant 10000000 (que nous appellons secante pour la generalité du nom) combien NE arc de 5 deg. 1 ①, 38 ②? viendra pour l'arc NO 5 deg. 0 ①, 28 ②: lesquels adjoustez à NE 5, 1, 38 ② viendra EO, ou pour la requise GL 10 degr. 2 ①, 6 ②: Et autant vient-il suivant la premiere maniere de la construction des tables des rombs, en la quatrieſme proposition, car NK comme base du triangle rectangle PKN fait 59 ①, 46 ②, par lesquels, suivant la regle de la Trigonometrie plane, on trouve KP, ou NO, 5 deg. 0 ①, 28 ②, & par consequent EO, en la perfection susdite. Mais non pas par la deuxieſme maniere, car tout compté jusques aux ②, GL sera 10 deg. 1 ①. Or pour declarer ceste seconde maniere; cerchant aux tables des secantes adjoustées ce qui se rapporte à 5 deg. 1 ①, 38 ② de EN, on trouve 3020, où adjousté encor 3020, vient 6040, auquel convient és mesmes tables pour GL de EO, 10 deg. 1 ①, lesquels different de 1 ①, 6 ②, de 10, 2 ①, 6 ②, & partant n'est pas tant parfait, car peu à peu progrediant on aura la difference aussi plus grande.

Notez encor que la raison requiert, qu'à la recerche de KF du triangle KFE, que ce triangle ne doit pas estre pris pour plat, veu que les deux costez avec lesquels se fait la calculation EF, FK, sont arcs, ainsi que FK cerché par les triangles spheriques, se trouve estre 5 degrés 0 ①, 51 ②, differant des 5 deg. 1 ①, 38 ② de 47 ②: car combien qu'ils soyent petits d'eux-mesmes, neantmoins la faute devient grande estant produite.

## Chapitre IV.

*Comment on pourroit faire des tables de rombs, certaines selon l'opinion de l'Autheur.*

Comme NO, est trouvée, selon le Theoreme du troisieſme chapitre de ceſt Appendice, ainsi trouvera-on OR; disant, secante de CE donne secante de NE, combien l'arc NO? viendra l'arc OR, lequel adjousté à OE, on aura ER, ou HM latitude des 3 degrez de longitude. Et pour trouver la latitude d'un degré plus avant en longitude, lequel je prens estre RS; je dis, secante de RE, donne secante de OE, combien l'arc OR? viendra l'arc RS, & ainsi des autres.

Notez aussi qu'en prenant les arcs de longitude moindres, que l'operation en est plus certaine, que par les grands: Or pour estre asseuré qu'on prenne les arcs assez petits, on le pourra esprouver par une operation double ainsi: joignant l'invention des latitudes par l'assomption de degrez en degrez de longitude, on fera encor une autre operation de $\frac{1}{2}$ degré en $\frac{1}{2}$ degré, tant qu'ils n'auront de difference perceptible: Mais trouvant la difference perceptible, on delaissera la premiere operation de degré en degré, retenant celle des $\frac{1}{2}$ degrez, avec laquelle on en prendra un autre de $\frac{1}{4}$ de degré en $\frac{1}{4}$ de degré, assavoir de 15 ①, & si en poursuivant on trouve de difference perceptible, on delaissera le $\frac{1}{2}$ degré en retenant l'operation avec les 15 ①; à laquelle on y adjoindra une autre de 10 ① en 10 ①; par lesquelles choses on pourra parvenir en plus grande certitude, quoy que je confesse qu'elle soit beaucoup plus difficile: & tousiours procedant ainsi, commençant par degrez, puis par $\frac{1}{2}$ degrez, & poursuivant par moindre nombre pour eviter beaucoup de peine sans fruict.

Notez aussi que si on vouloit faire l'operation à la premiere maniere deduite à la quatrieſme proposition, il seroit necessaire de faire une table de ce que 1 degré de difference de longitude fait hors l'equateur, en ①, ②, ③, comme en la table du huictieſme romb, & non pas de 30 à 30 ① de latitude, calculées jusques au ②, mais de ① à ① de latitude, & calculées jusqu'au ③.

Ayant achevé ce travail, il appert que de là en avant on n'auroit besoing que de multiplication seulement, sans division, là où en la maniere precedente, par les secantes, il falloit multiplier & diviser, toutefois il n'estoit pas necessaire de faire une autre table pour lors.

Voila la maniere plus certaine qui me soit en main presentement; & combien que l'operation seroit difficile, toutefois estant une fois bien faite, on s'y pourroit fier. Nonobstant si quelqu'un trouvoit une maniere plus facile, il la faudroit plustost suivre.

---

Alb. Girard.

*La maniere parfaite est plus facile que celle que* Stevin *a fait, & qu'on n'a trouvé jusques à present, mais où sont ceux qui payeroyent la peine de celuy qui feroit quelque chose d'excellent? Tout va d'un si bon ordre entre les hommes, & la science si bien estimée, que c'est merveilles si on ne revient en un siecle plus barbare que celuy mesme de fer: là dessus je feray ceste question à la veuë d'un chacun;*

Un

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

Un romb faiſant 89 degrez ſur chacun meridien, iceluy commençant en un poinct de l'equateur (ſoit au commencement des longitudes) & progrediant du coſté de ſeptentrion d'occident vers orient, on demande combien de longitude aura un poinct dans iceluy romb, lequel a 89 degrez de latitude; & combien de circuit un tel romb a fait; finalement combien il y a de diſtance d'un poinct à l'autre, le tout ſans tables.

*On peut bien penſer que celuy qui fera cela en fera bien d'autres plus faciles: la ſolution ſe fera en temps opportun, ſi Dieu plaiſt. Or ſelon la maniere ordinaire, qui eſt difficile, & treſimparfaite, la vie d'un homme n'y ſuffiroit pas.*

## Chapitre V.

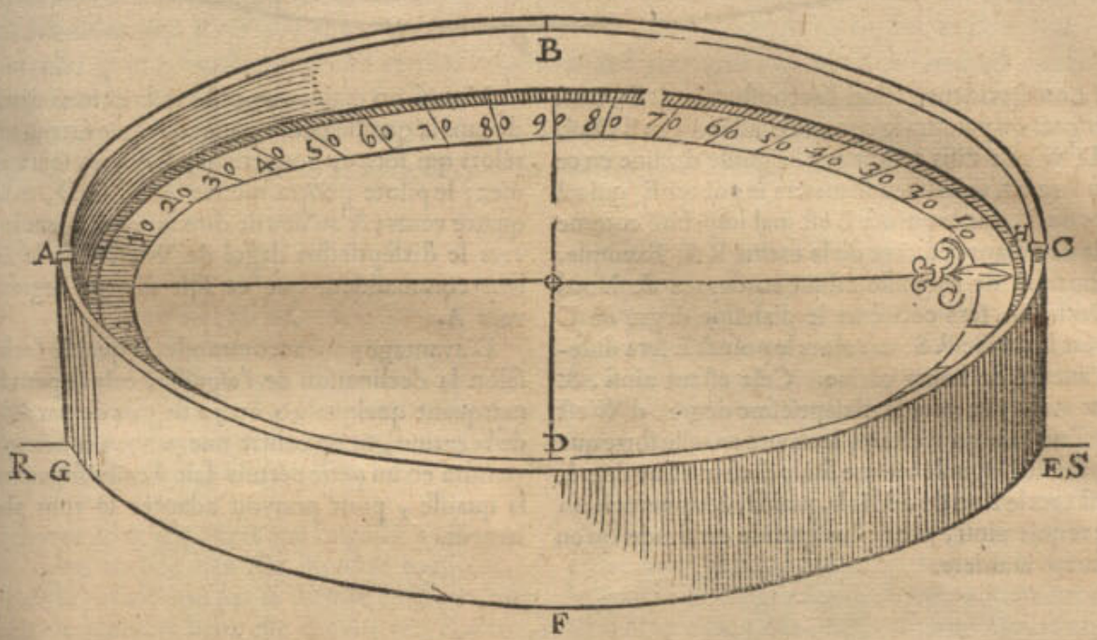
### *Comment c'eſt qu'on pourroit naviguer avec la Bouſſole plus correctement, que par la maniere ordinaire.*

La Bouſſole, ne ſouloit eſtre diviſée qu'en 8 parties egales, & puis apres, lors qu'on a fait des plus grands voyages en 32: Et d'autres les coupant en 2, en 64; ce qu'aucuns eſtiment pour impoſſible, diſant que ſur un navire vogant, elles ne ſe pourroyent pas bien diſtinguer: Mais *Son Excellence*, y ayant recogneu la poſſibilité, non pas ſeulement en 64, mais de degré en degré en 360 parties egales, voire en plus, ſelon que la grandeur & la bonté de l'inſtrument le permettra: Joignant ceſte matiere dans l'Appendice preſent pour la convenance du ſubject, declarée par les deux exemples ſuivans.

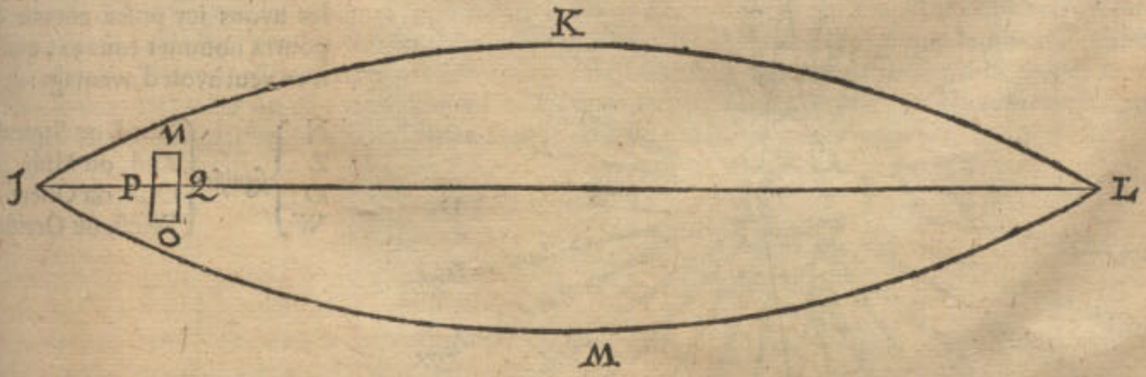
### 1 *Exemple, d'une bouſſolle avec la fleur de lis ſur un carton.*

Soit A B C D E F G une bouſſole, ayant un cercle de carton, non diviſé en 32 ſelon l'accouſtumé, mais en 360 parties egales, commençant le compte à chacun quartier depuis le meridien juſques à 90: Et au deſſous un autre rond de carton, où l'eſguille ſe puiſſe mettre, la pouvant remettre lors qu'il en ſera beſoing, à cauſe de la declinaiſon de l'eſguille.

Et ſur l'exterieur de la quaiſſe, ſoit menée une ligne droite CE, perpendicle à l'horizon, puis CH, de C vers




le centre de la bouſſole, & une autre de H vers le bas parallele à C E, puis A tellement que la ligne imaginée de C en A paſſe par le centre: puis A G, comme C E, ainſi que E G paſſe ſous le centre de la bouſſole: & ſoit I K L M la deſcription du fond d'un navire; N O le lieu de la bouſſole, ou ſoit P Q, parallele à la carine I L,




laquelle eſt une ligne d'un bout à l'autre du navire ſelon ſa droiture & longueur: & d'autant que P Q ſeroit icy trop petite, ſoit une autre plus longue R S, laquelle j'appelleray la carine, ſur laquelle ſoit poſée la bouſſole, en ſorte que les 2 poincts E, G ſoyent deſſus.

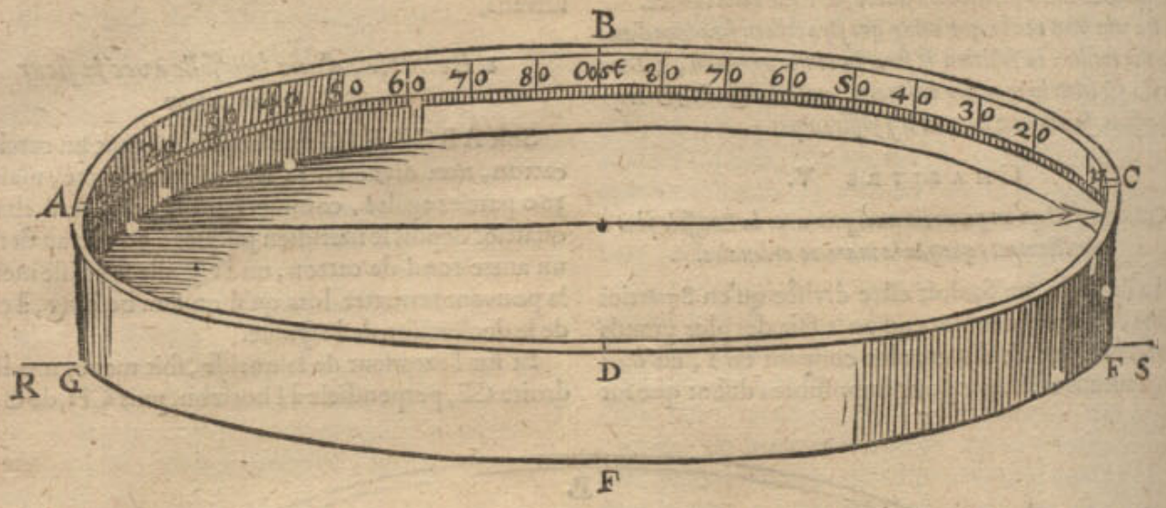
Pour donc naviger avec certitude de degré en degré ou bien de moindres parties; comme par exemple, voulant naviguer ſur le dixſeptieſme deg. d'occident vers midy; on gouvernera le navire tellement, que ledit dixſeptieſme degré ſoit convenant avec ladite ligne de H parallele à C E, car tant qu'ils conviennent, peut-on dire qu'on va droitement, & s'il s'en faut $\frac{1}{2}$ degré, ou autrement, tous jugeront comme d'une bouche, qu'on ne va pas le droit chemin.



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

### 2 *Exemple, avec une bouſſole qui a une eſguille.*

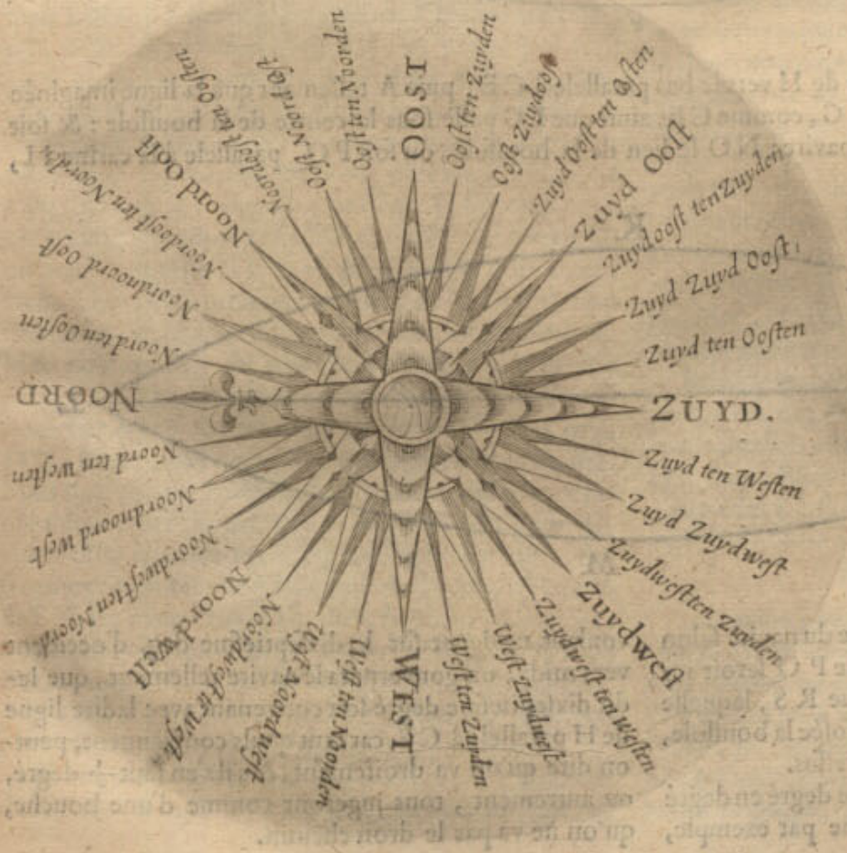
Mais d'autant qu'une eſguille ſans carton, eſt plus preciſe qu'autrement, & plus naturelle, que non pas deux fers recourbez à l'ordinaire en figure de rombe, & collez avec le carton : On pourra donc faire une eſguille ſimplement, avec plus de certitude ainſi : Que ABCD, FGHRS ſoit de meſme que deſſus, marquant le bord interieur avec ſes 360, commençant en la ligne à plomb H, le diviſant en 4 quadrans, chacun de 90 degrez, & les nombres de H vers B ; & de H vers D ; puis de A vers B & vers D, eſcrivant au poinct H Nord ; à A Zud : B qui devroit eſtre marqué




Weſt (ou Occident) ſelon l'accouſtumé, & D, Ooſt (ou Orient) on y eſcrira le contraire, aſſavoir en B Ooſt, & en D Weſt : Puis autant que l'eſguille decline en ce lieu où l'on eſt, en tel lieu ſe mettra le poinct E (qui eſt icy pres de S, car le poinct E eſt mal imprimé comme un F) le declinant d'autant de la carine R S. Exemple, la declinaiſon de l'eſguille eſtant 10 degrez de Nord vers Ooſt, on fera convenir le dixieſme degré de C vers B ſur la carine R S, car alors le poinct E ſera different d'autant de ladite carine. Cela eſtant ainſi, & voulant naviguer vers le dixſeptieſme degré, d'Weſt vers le Zud, on gouvernera le navire en telle ſorte que la poincte de l'eſguille vienne ſur le dixſeptieſme degré, d'Weſt vers le Zud de dedãs la quaiſſe, & appert qu'on aura le requis ainſi, avec plus grande certitude qu'en la premiere maniere.

Mais ſi on craint que ceſte inſcription contraire de dedans la quaiſſe puiſſe cauſer quelque erreur aux matelots qui ſont au gouvernail, & qui n'y ſont accouſtumez ; le pilote pourra mettre A, B, C, D, au lieu des quatre vents ; & au lieu de dire qu'ils dirigent le navire vers le dixſeptieſme degré de Weſt vers le Zud, il leur commandera que ce ſoit dixſept degrez de D vers A.

D'avantage pour accommoder la quaiſſe ſur la carine ſelon la declinaiſon de l'eſguille, cela ſe peut faire en marquant quelque 40 ou 50 degrez de part & d'autre de la carine, & au centre une petite poincte qui conviendra en un petit pertuis fait à ceſte fin au centre de la quaiſſe, pour pouvoir adapter le tout plus facilement.




Les noms des vents ſont mieux exprimez par les Flamens que par aucune nation qui ſoit, parquoy nous les avons icy poſez comme on les pourra nommer tous 32, quand on n'en veut avoir d'avantage :

| | | |
|---|---|---|
| N | *ſignifie* | Nord, ou Septentrion, |
| Z | | Zud, ou Midy, |
| O | | Ooſt, ou Orient, |
| W | | Weſt, ou Occident. |

*Fin du quatrieſme livre de la Geographie.*

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

# CINQUIESME LIVRE DE LA GEOGRAPHIE.

## Du Trouve-port, ou la maniere de trouver les Havres.

### ARGVMENT.

*C'Est une chose assez cognue, que dés il y a long temps, principalement depuis que commencerent les grandes navigations aux Indes & Amerique, on a cerché le moyen, par lequel le Pilote en mer, pourroit sçavoir la longitude terrestre de la place, où presentement est son navire, pour par ce moyen reconvrir les ports & havres qu'on desire de trouver, sans que jusques à maintenant on ayt sceu parvenir à quelque cognoissance certaine de longitude. Car quelques uns l'esperant trouver par les diverses monstrances, & regards de l'aiguille marine, ont aux mesmes monstrances attribué un pole, qu'ils nommoyent pole de l'aimant; mais depuis, apres plus amples observations, on a trouvé que les declinaisons d'aiguille, ne tiennent point de regle sur ce pole: Aussi la maniere de trouver les longitudes par tel moyen n'est pas assez certainement fondée, dont toutesfois s'en sont ensuivies des observations telles, par lesquelles on peut à present recouvrir tels ports que l'on voudra, combien que la vraye longitude tant du navire, que des ports soit incognue. Et de ceste invention des ports, que nous appellons* Trouve-port, *(& non pas invention des longitudes, ce qui pourroit estre d'avantage, comme estant chose de plus grande consequence) avons entrepris de traicter en ce cinquiesme livre.*

### DEFINITIONS.

#### Definition I.

*LA declinaison de l'aiguille du nord vers l'orient, s'appelle declinaison orientale; mais vers l'occident, occidentale, & en general declinaison. Mais declinaison, & aussi monstrement vers le vray nord, s'appelle en general direction.*

Un chacun sçait par effect que l'aiguille a telle proprieté, qu'en mesme lieu elle monstre tousiours le mesme costé, mais non pas le mesme costé, en tout lieu; car en quelques lieux elle decline vers l'orient, & en d'autres vers l'occident; ce que nous appellons suivant la definition, direction en general. Et quant à la cause de ceste declinaison desreglée, cela se reservera en son lieu, en l'Astronomie, assavoir au cours de la terre comme estant planete. Or afin de mieux expliquer tant ceste definition que les suivantes, je descriray premierement la table qui s'ensuit des directions de l'aiguille, comme elles ont esté trouvées par effect sur les lieux mesmes, lesquelles on esté recueillies en un, par le tres-docte Geographe Monsieur *Pierre Plancius*, non sans grands despens, & trauvail continuel, & ce de divers quartiers & coins de la terre, tant de ceux qui sont pres, que des loingtains, tellement que quand les Pilotes en general, trouveront par ceste maniere les havres & les pays; comme aussi aucuns en particulier les ont desja trouvez, le mesme *Plancius* sera à bon droit tenu, pour le premier de ceste invention.

Toutesfois devant que de venir à la description d'icelle, je diray en passant, que si par cy apres, par des experiences plus exactes, l'on trouvoit les directions, latitudes, & longitudes des lieux, autrement qu'elles ne sont en ceste table, & qu'alors on ayt besoing d'autres declarations, & definitions de mots que les subsequentes, qu'en tel cas, cela ne doit apporter detriment à nostre dessein present, mais plustost nous y pousser d'avantage, à celle fin de parvenir peu à peu à plus parfaicte cognoissance d'un traicté bien fondé. Ce qu'estant ainsi, & ensuivant ceste opinion, je poursuivray par ce qui m'est le plus vray-semblable, comme s'il estoit vray, car chacun faisant ainsi en son temps, on pourra parvenir avec le temps à la verité de la nature de ceste matiere.



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

# TABLE

## De la monſtrance ou direction de l'aiguille.

| | | | declinaiſon orientale. | | latitude. | | longitude. | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | *deg.* | ①. | *degr.* | ①. | *degr.* | ①. |
| Du premier parc vers le nort | Declinaiſon orientale augmentant | Corvo une des Iſles de Flandres | 0. | 0. | S. 37. | | 0. | 0. |
| | | Sancta Maria une des Iſles de Flandres | 3. | 20. | S. 37. | | 8. | 20. |
| | | Joignant l'Iſle de Majo | 4. | 55. | S. 15. | | 11. | 20. |
| | | Joignant Palma Iſle de Canarie | 6. | 10. | S. 28. | 30. | 16. | 20. |
| | | Pres Cabo de Roca pres de Liſbona | 10. | | S. 38. | 55. | 24. | 30. |
| | | Le plus occidental d'Yrlande | 11. | 0. | S. 52. | 8. | 24. | 12. |
| | | Au bout d'Angleterre | 12. | 40. | S. 50. | 21. | 28. | |
| | declinaiſon orientale diminuant | Une lieuë de Pleymouth vers orient | 13. | 24. | S. 50. | 18 | 30. | 0. |
| | | Pres de Timout en mer | 12. | 40. | S. 55. | 0. | 33. | 0. |
| | | Londres en Angleterre | 11. | 30. | S. 51. | 24. | 34. | 6. |
| | | La coſte d'Angleterre dit Voorlant | 11. | 0. | S. 51. | 8. | 35. | 40. |
| | | Amſterdam | 9. | 30. | S. 52. | 20. | 39. | 30. |
| | | | declinaiſon occidentale | | | | | |
| Du deuxieſme parc vers le nort | declinaiſon occidentale augmentant | Helmſhuy pres de Noortcaep vers occident en Finmarque | 0. | 0. | S. | | 60. | 0. |
| | | Noortcaep en Finmarque | 0. | 55. | S. 71. | 25. | 61. | 30. |
| | | Noortkin | 2. | | S. 71. | 10. | 63. | 30. |
| | | S^t. Michel en Ruſſie nommé Archangel | 12. | 30. | S. 64. | 54. | 83. | 30. |
| | | L'eſtroict meridional de Waygats | 24. | 30. | S. 69. | 30. | 103. | 0. |
| | | Langenes en nova Zembla | 25. | 0. | S. 73. | 20. | 100. | 30. |
| | declinaiſon occidentale diminuant | Willems Eylant pres de nova Zembla | 33. | 0. | S. 75. | 55. | 110. | 0. |
| | | Yſhouck en nova Zembla | 27. | 0. | S. 77. | 12. | 120. | 30. |
| | | Het Winterhuys ou maiſon hyvernale en nova Zembla | 26. | 0. | S. 76. | 0 | 120. | 30. |
| | | | declinaiſon orientale. | | | | | |
| Du premier parc vers le midi | declinaiſon orientale augmentant | 105 lieuës d'Eſpagne vers occident de Cabo ſainct Auguſtin en Breſil | *degr.* | ①. | *degr.* | ①. | *degr.* | ①. |
| | | | 0. | 0. | M. | | 0. | 0. |
| | | Pres Cabo ſainct Anguſtin en Breſil | 3. | 10. | M. 8. | 30. | 6. | 0. |
| | | Sur midi & nort avec Cabo das Almas en Guinea | 12. | 15. | M. 0. | 0. | 29. | 0. |
| | | Noort-weſt avec un peu plus de nort des Iſles de Triſtan da Cuncha. | 19. | 0. | M. 31. | 30. | 30. | |
| | declinaiſon orientale diminuant | Nort-weſt avec un peu plus du weſt des ſuſdictes Iſles | 15. | 0. | M. 31. | 30. | 36. | 0. |
| | | Sur midi & nort avec Cabo de Bonne eſperance | 2. | 30. | M. 35. | 30. | 57. | |
| | | | declinaiſon occidentale | | | | | |
| Du deuxieſme parc vers midi (exepté Goa, Cochin & Cantan.) | declinaiſon occidentale augmentant | 17 lieuës d'Allemagne de Cabo das Aguillas vers orient | 0. | 0. | M. | | 60. | |
| | | Environ 5 lieuës en mer du pais Natal | 4 | 30. | M. 33. | | 66. | |
| | | Pres les Baixos da India | 11. | 0. | M. 22. | | 79. | 30. |
| | | Moſambique | 11. | | M. 14. | 50. | 81. | 40. |
| | | En la Baye S^t. Auguſtin en Madagaſcar | 13. | | M. 23. | 30. | 83. | 0. |
| | | Vers le midi de Cabo ſainct Roman | 16. | | M. 28. | | 86. | 20. |
| | | En la Baye d'Anton Gilen Madagaſcar | 15. | | M. 16. | 20 | 91. | 0. |
| | | 34 lieuës d'Allemagne Zudooſt de S^t. Brandaon | 22. | 0 | M. 19. | 20. | 110. | 0. |
| | declinaiſon occidentale diminuant | Goa ville marchande & renommée des Indes | 15. | 10. | S. 15. | 30. | 120. | |
| | | Cochin | 15. | | S. 9. | 45. | 121. | |
| | | 25 lieuës weſt au nort du coing de Samatra | 6. | | M. 5. | 28. | 147. | |
| | | Bantan ville marchande aux Indes | 4. | 45 | M. 6. | 0. | 150. | |
| | | l'Iſle Luboc | 2. | 25 | M. 6. | 10. | 155. | |
| | | Le coing ſud-weſt de l'Iſle Baly | 1. | 30. | M. 8. | 40. | 157. | |
| | | L'emboucheure de la riviere de Cantan en China | 0. | 0. | S. 23. | | 160. | |
| | | Bunam 46 lieuës du bout orientale de Java vers orient | 0 | 0. | M. | | 160. | |

Ceſte

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

Ceste table estant ainsi descrite, où l'on voit trois colomnes; la premiere touchant la declinaison de l'aiguille d'un chacun lieu : la seconde, leur latitude, à laquelle est encore adjoustée une troisiesme colomne des longitudes si pres que l'on estime, afin qu'on puisse trouver les mesmes lieux sur les Globes terrestres, pour aussi cy apres declarer plus manifestement les qualitez des directions de l'aiguille. La lettre S à la deuxiesme colomne signifie latitude septentrionale ; mais M, meridionale.

### Definition II.

*Declinaison orientale ou occidentale augmentante est celle qui s'augmente, l'aiguille estant portée d'occident vers l'orient : & diminuante, celle qui alors se diminue.*

Cecy est assez intelligible dans la precedente table ; mais pour le declarer plus amplement, je diray ceste exemple: on voit en icelle que l'aiguille en *Corvo*, monstre le vray nort, mais de là vers l'orient, on voit qu'elle decline de plus en plus vers l'orient, jusques à une lieuë pres de Plemouth orientalement, là où la declinaison est en son extreme, de 13 deg. 24 ①; & de là en avant elle se diminue jusques à Helmshuy pres de Nortcap en Finmarck devers l'occident, là où elle monstre derechef le vray nort. D'avantage la difference de longitude entre Corvo & Helmshuy, est de 60 deg. ce qui estant ainsi, il appert que ladite extreme declinaison de 13 deg. 24 ① pres de Pleymouth, ayant sa longitude de 30 deg. advient au milieu des deux places où l'aiguille monstre le droit nort, car le 30 deg. est au milieu entre le commencement & le 60 deg.

Ce que nous avons dit du changement de la direction sur le costé septentrional de la terre, le mesme se trouve aussi par experience au costé meridional. Car 105 lieuës Espagnoles de Cabo sainct Augustin vers occident, sur le commencement de longitude, l'aiguille monstre le vray nort, comme elle fait aussi au lieu en la table nommé 17 lieuës d'Allemagne. Du Cabo das Aquillas, estant au 60 degré de longitude, & au milieu entre les deux, (ce qui est au 30 degré) vient le mesme comme au costé septentrional, assavoir l'extreme declinaison orientale, ce qui est au lieu en la table nommé, nortwest un peu plus vers le nort des Isles de Tristan da Cuncha, faisant icelle declinaison 19 degrez.

De cecy, on a opinion, que l'aiguille monstre le vray nort, en tous les lieux situez sous les deux semi-meridiens de Corvo & Helmshuy, d'un pole jusques à l'autre. Et aussi que l'extreme declinaison orientale, est en tous les lieux sous le semi-meridien qui passe sur la susdite place qui est une lieuë de distance de Pleymouth vers l'orient.

Tellement que la partie terrestre comprise entre ces deux semi-meridiens distans 60 deg. en longitude l'un de l'autre, pourroit estre dite un parc, dans lequel la declinaison est de tous costez orientale, & qu'en la moitié de ce parc (qui est la partie de la terre comprise en deux certains semi-meridiens, assavoir l'un par le commencement de longitude, l'autre par le 30 deg.) seroit par tout declinaison orientale augmentante : Et en l'autre moitié, declinaison orientale diminuante : assavoir lors qu'on va de l'occident vers l'orient, ce qui est selon la consequence des degrez de longitude.

Et tout ainsi qu'il a esté dit du parc, de declinaison orientale, & de ses deux parties, l'une augmentante, l'autre diminuante, de mesme se pourra facilement entendre une semblable qualité d'un autre parc de declinaison occidentale & de ses deux parties, l'une augmentante, l'autre diminuante : Car en l'emboucheure de la riviere de Cantan en China, qui a 160 degrez de longitude depuis Corvo, la direction est pour la troisiesme fois vray nort. Partant si par le mesme lieu est tiré un troisiesme semi-meridien, la partie terrestre comprise entre iceluy & le deuxiesme, 100 degrez l'un de l'autre est un parc, auquel la declinaison est de tout costé occidentale; & au milieu de ces deux, qui est au semi-meridien qui mipartissant ce parc passe par les 50 degrez depuis le second semi-meridien & 110 deg. du premier par Corvo, se trouve aussi l'extreme declinaison occidentale, comme il se peut voir en la table en deux lieux, assavoir en l'Isle de Willem pres la Nova Zembla, où la plus grande declinaison sur icelle latitude, est 33 deg. l'autre 34 lieuës d'Allemagne Zudwest de S. Brandaon, où la plus grande declinaison est de 22 degrez, estans les mesmes lieux un chacun 110 degrez de longitude; tellement qu'en la moitié de ce deuxiesme parc, qui est la partie terrestre comprise entre les deux semi meridiens, dont l'un a de longitude 60 deg. l'autre 110 deg. feroit de tout costé declinaison occidentale augmentante, & en l'autre moitié diminuante.

Jusques icy des 160 degrez de longitude, à 20 degrez pres de la moitie de la longitude totale, desquels le susdit Sieur *Plancius* à recouvert les directions cy-dessus descrites; mais les observations du reste, assavoir de Cantan vers orient, ou de Corvo vers occident, n'ont esté bien faites, d'autant que ce qu'il a eu des Espagnols, Anglois, & des nostres ne s'accordent pas bien les unes aux autres, comme estant faictes sans instruments propres à ceste effect, & avec peu d'experience. Mais il en attend de plus seures nouvelles.

### Definition III.

*Les semi-meridiens qui passent là où l'aiguille monstre le vray nort, nous les nommons premier, second semi-meridien, & ainsi des autres, selon l'ordre des degrez de longitude, autant qu'il y en a, en commençant au semi-meridien qui passe par Corvo.*

Comme le semi-meridien, dont l'une partie septentrionale passe par Corvo; & l'australe par le lieu qui est nommé en la table 150 lieuës Espagnoles du Cap S. Augustin en Bresil vers l'occident, s'appelle premier semi-meridien. Et celuy qui passe septentrionalement par Helmshuy, & meridionnellement par le lieu denommé en la table 17 lieuës d'Allemagne du Cabo das Aguillas vers orient, s'appelle second : Et celuy qui passe par l'emboucheure de la riviere de Cantan en la Chine, le troisiesme.

### Definition IV.

*La superfice comprise entre le premier & second semi-meridien s'appelle premier parc; & les autres par ordre, deuxiesme, troisiesme parc, jusques au dernier.*

## S'ensuivent les Propositions.

### Proposition I.

*Trouver la direction de l'aiguille sur mer.*

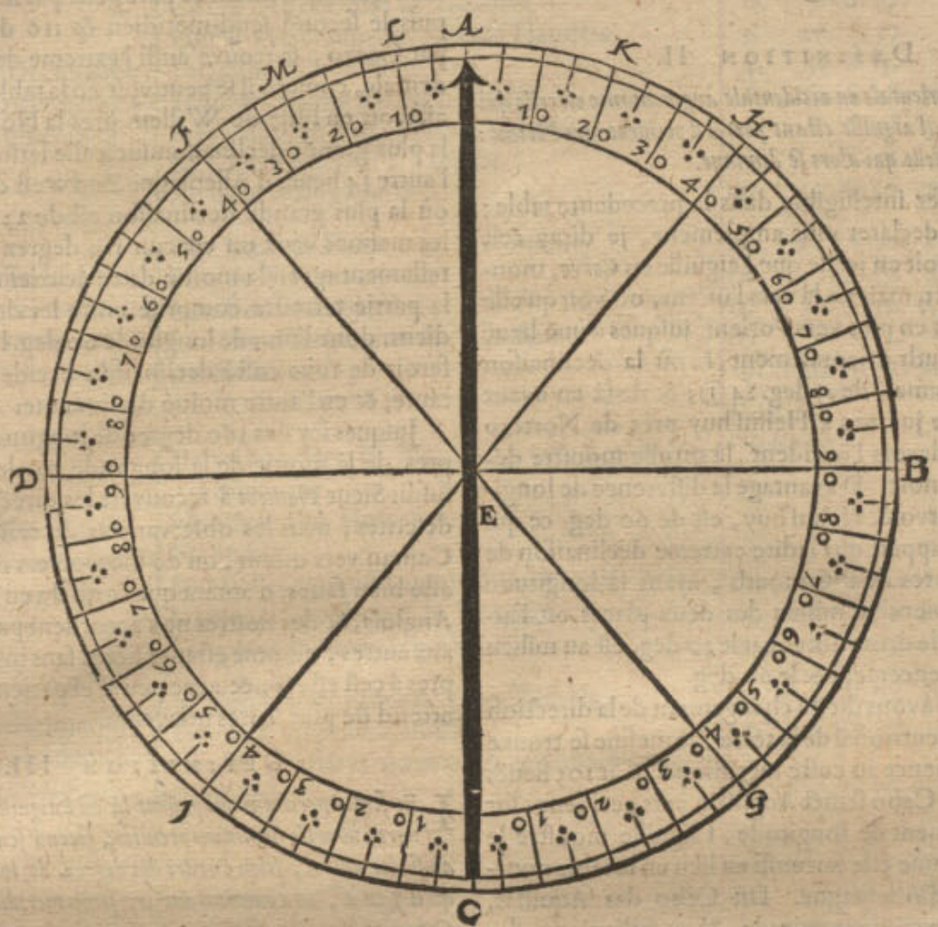
Pour parvenir en un port requis par l'aide de ceste maniere premise, il est besoing de sçavoir preallablement comment l'on trouve la direction sur mer; ce que nous declarerons cy dessous pour ceux qui ne le sçavent pas.



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

Puis que l'on veut icy trouver la declinaiſon de l'aiguille du nort, on cerche premieremẽt le poinct du nort pour comparer à iceluy la direction: la maniere de trouver ce poinct du nort en une nef mobile ſur mer a grande cõmunauté à celle qui ſe fait ſur terre ferme, comme il s'enſuit. En la bouſſole on fait convenir la fleur de lis ſur le bout ſeptentrional de l'acier ou de l'aiguille qui eſt deſſous : Ou bien au lieu de la fleur de lis, on met l'aiguille meſme deſſus la carte, en diviſant le cercle de la meſme carte en 360 deg. en commençant au poinct du nort, comme cy deſſous le cercle A B C D, là où l'aiguille A C, eſt fixe ſur la meſme carte ; & E le centre ; l'uſage eſt tel.

Tout ainſi que le Pilote en cerchant la latitude, attend juſques à ce que le midi ſoit venu, aſſavoir quand l'ombre du filet d'un plomb pendant convient droite-




ment avec la ligne, laquelle en ſon compas il tient pour meridienne, ainſi fera-il icy le ſemblable, excepté qu'il commence 3, 4, ou 5 heures ou plus, devant midy, prenant alors garde ſur quel degré, l'ombre de la perpendiculaire ſera ; & ſoit par exemple ſur le 40 deg. en F, tellement que G E F, ſignifie l'ombre, & prenant alors la hauteur du ſoleil, la trouve (par exemple) de 25 degrez, leſquels il tiendra en la memoire auſſi bien que les 40 deg. puis attendant apres midy, juſques à ce que le Soleil ſoit deſcendu à la meſme hauteur precedente, 25 deg. & verra encore où l'ombre de la perpendicle tombera ſur le papier, laquelle, par exemple, tombe ſur le 40 de l'autre coſté, comme en H, tellement que I E H denote l'ombre : ceci eſtant ainſi, le milieu de l'arc F H, comme A, eſt le poinct du vray nort requis, & pource que l'aiguille monſtre directement ſur le meſme, elle n'a en ceſt exemple aucune declinaiſon, ains monſtre le vray nort.

Mais ſi à la ſuſdite obſervation apres midy, l'ombre de la perpendicle n'euſt pas monſtré 40 deg. de l'autre coſté de A, mais, par exemple, ſeulement 20 degrez, juſques à K, alors on euſt diviſé l'arc F K, faiſant 60 deg. en deux egalement au poinct L, ainſi que L F, & L K font chacun 30 degrez. Ce qui eſtant ainſi, L eſt le poinct du nort, & telle declinaiſon eſt orientale de L à A 10 deg. pour la requiſe.

Pareillement, ſi à la ſuſdite obſervation apres midy, l'ombre du filet euſt monſtré le poinct L, ce qui eſt 30 deg. de F, alors on diviſe l'arc F L faiſant 30 deg. au poinct M en deux egalement, aſſavoir que M F & M L ſoient chacun 15 deg. Alors M ſera le vray nort, & la declinaiſon requiſe ſera de M à A 25 degrez, qui eſt orientale ; & ainſi de tout autre exemple. Or ſi l'aiguille tournoit ſans eſtre attachée ſur la carte, comme cy-deſſus, & que les degrez fuſſent marquez ſur le bord de la caſſe, comme il ſe fait bien ; l'uſage en ſera comme cy-deſſus, moyennant qu'au temps de l'obſervation on tourne la caſſe juſques à ce que l'aiguille monſtre le commencement des degrez.

Il y en a qui prennent un quadrant vertical, dont le plan horizontal demeure touſiours au niveau, nonobſtant la variation du navire ; car par iceluy ſe trouvent la hauteur du Soleil, & l'arc vertical enſemble. La forme eſt telle, A B C ſignifie un quadrant qui eſt perpendiculaire ſur le cercle B D C E, diviſé en ſes 360 deg. pour l'horizon ; F centre, ſur lequel tourne le quadrant ; & afin qu'il demeure touſiours perpendiculairement ſur ledit cercle B D C E, il y a un appuy d'un coſté & d'autre, comme de G juſques à D & E fiché audit quadrant qui tourne avec iceluy : Puis il y a une vitre au cercle B D C E, qui couvre l'aiguille auſſi grande que la caſſe le permet, où ſont auſſi 360 deg. que l'aiguille monſtre de ſa poincte, qui conviennent avec les 360 degrez de l'horizon. L'inventeur de ceſt inſtrument eſt *Regnier Pieterſzoon*, & eſt fait pendant ſur deux eſſieux, comme les bouſſoles marines, afin que le cercle

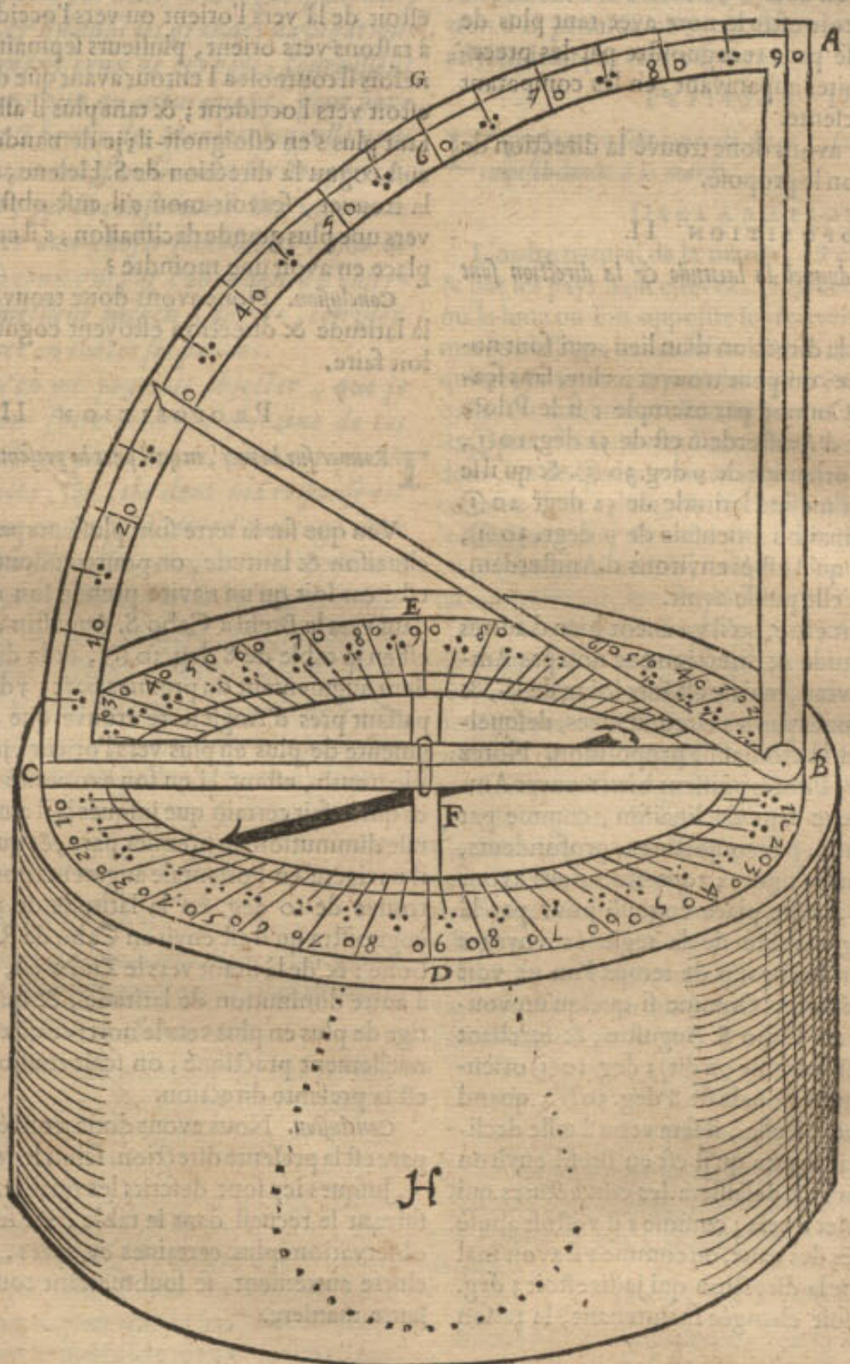
Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

cle B D C E demeure touſiours au niveau, combien que le navire ſoit vacillant : Et afin que la choſe ſoit plus certaine, au deſſous eſt appliqué un pois H, de 25 ou 30 livres, ou autant que requiert l'inſtrument.

Notez auſſi qu'il eſt convenable que le quadrant ſoit d'un & d'autre coſté egalement peſant, afin d'eſtre bien à plomb ſur le cercle horizontal ; c'eſt à dire que le coſté de F vers C, ſoit auſſi peſant comme de F vers B; ce qui ſe peut parfaire en pendant le quadrant ſeul par le poinct G, & pres de F, & en limant le coſté plus peſant, autant que la reigle B C pende en equilibre.

A cela on objecteroit que le mouvement de l'alidade cauſeroit changement au niveau de B C; je reſponds que la faute ne peut eſtre ſenſible, veu que H eſtant un pois fort peſant, d'autre coſté l'alidade eſt fort legere.

Quant à l'uſage d'iceluy pour trouver la declinaiſon de l'aiguille, on commence comme en la premiere maniere, quelques heures devant midy, tournant l'inſtrument juſques à ce que l'aiguille monſtre le commencement des degrez, puis on tourne le quadrant çà & là, tant que le Soleil paſſe par les pinnules : Ce qui eſtant




ainſi, je poſe que l'Indice du quadrant ſur l'horizon, monſtre 40 deg. & la hauteur du Soleil que l'alidade monſtre, ſoit 25 deg. leſquels je retiens en memoire, juſques à ce que le Soleil apres midy ſoit deſcendu à la meſme hauteur de 25 deg. alors on tourne la bouſſole tant que l'aiguille monſtre le commencement des degrez ; cela fait, on diviſe l'arc de l'horizon entre les deux obſervations ſuſdictes, dont le milieu denote le vray meridien : alors la declinaiſon ſe verra, ſi l'aiguille ne monſtre juſtement ledit poinct.

Or comme nous avons dit avec le Soleil, le meſme ſe peut faire avec toute ſorte d'eſtoile de nuit, horſmis la lune, à cauſe de ſa viteſſe & de la parallaxe d'icelle, pour ſa proximité.

Notez encore qu'on peut faire devant midy 2, 3, 4, obſervations & d'avantage : comme par exemple, le Soleil eſtant eſlevé 10 deg. en la premiere ; puis 15 deg. en la ſeconde ; puis 20 deg. en la troiſieſme ; & alors apres midy faiſant auſſi trois autres telles obſervations à telle hauteur, on trouvera comment les unes s'accor-



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

dent avec les autres, ce qui donnera alors d'autant plus de certitude à l'obſervateur.

Il peut advenir que le Pilote navigant 10, ou 12, heures entre les premieres & dernieres operations, d'orient vers l'occident, ou au contraire, trouveroit 1 deg. ou plus de difference, de la direction; de ſorte que le nort qui ſe trouveroit entre la premiere obſervation devant midy, & la derniere apres midy, ne conviendroit avec le nort entre la derniere obſervation devant midy, & la premiere apres midy, nonobſtant qu'il ait bien fait. En tel accident, il pourra bien juger combien la declinaiſon aura changé en autant d'heures, & eſtimer par cela, où que pourroit eſtre le nort avec tant plus de certitude. Ce qui ſe peut recognoiſtre par les precedentes directions faites auparavant, en les comparant avec la direction preſente.

*Concluſion.* Nous avons donc trouvé la direction de l'aiguille ſur mer ſelon le propoſé.

## Proposition II.

*TRouver un port duquel la latitude & la direction ſont cognuës.*

Par la latitude & la direction d'un lieu, qui ſont notoires par experience, ou peut trouver iceluy, ſans ſçavoir la longitude. Comme par exemple, ſi le Pilote ſçait que la latitude d'Amſterdam eſt de 52 deg. 20 ①, avec la declinaiſon orientale de 9 deg. 30 ①, & qu'il ſe trouve en mer à la meſme latitude de 52 degr. 20 ① avec la ſuſdite declinaiſon orientale de 9 degr. 30 ①, il cognoiſt par cela qu'il eſt és environs d'Amſterdam, quelle longitude qu'elle puiſſe avoir.

On objectera peut eſtre, qu'il y a encor bien d'autres lieux de pareille latitude & direction que non pas Amſterdam: il eſt bien vray, mais c'eſt fort loing de là, & peuvent eſtre recognuës par les circonſtances, deſquelles nous parlerons à la troiſieſme propoſition. Notez que combien que les Pilotes puiſſent bien trouver Amſterdam par autre voye ſans declinaiſon, comme par les lieux circonvoiſins, par conjectures, profondeurs, ſables, & par d'autres ſignes; toutesfois nous avons pris pour exemple, ceſte place cognuë pour par là mieux declarer la generalité de la regle és voyages loingtains, là où en beaucoup de temps l'on ne voit aucunefois point de terre. Comme ſi quelqu'un voulant naviger d'icy vers Cabo S. Auguſtin, & ſçachant que la declinaiſon eſt (comme on dit) 3 deg. 10 ① orientale, & la latitude meridionale de 8 deg. 30 ①; quand donc en navigant vers icelle, il ſera venu à telle declinaiſon & latitude, il ſçaura qu'il eſt en Breſil environ le Cabo S. Auguſtin: & delaiſſera les conjectures qui pourroyent contrarier à cela; comme s'il s'eſtoit abuſé par les cours occultes des eaux, ou comme s'il avoit mal conjecturé. Car que la direction qui jadis eſtoit 3 deg. 10 ① en ce lieu là, ſoit changée maintenant, la raiſon ne veut pas qu'en penſant cela, on ſe vueille fonder puis apres là deſſus, pour le mettre en practique: Ou bien ſi quelqu'un trouvoit en mer une autre declinaiſon que celle-là, qu'il confeſſe eſtre bonne, & toutesfois voulant delaiſſer l'experience, & ſuivre la conjecture, diſant qu'il eſt pres de Cabo S. Auguſtin, qui eſt-ce qui n'entendroit qu'il parle contre ſoy meſme, diſant qu'icelle declinaiſon eſt de 3 degr. 10 ① & qu'elle n'y eſt point.

D'avantage il eſt bien advenu qu'un Pilote navigant vers l'Iſle de ſaincte Helene, & eſtant venu à ceſte latitude, & ne l'y trouvant pas, ne ſçachant auſſi ſi elle eſtoit de là vers l'orient ou vers l'occident, il a cerché à taſtons vers orient, pluſieurs ſepmaines, voire aucunefois il tournoit a l'entour avant que d'y entrer, ce qui eſtoit vers l'occident; & tant plus il alloit avant, d'autant plus s'en eſloignoit-il; je demande maintenant s'il euſt cognu la direction de S. Helene, & la maniere de la trouver, ſçavoir-mon s'il euſt obſtinément navigé vers une plus grande declinaiſon, s'il euſt ſceu que ceſte place en avoit une moindre?

*Concluſion.* Nous avons donc trouvé un havre dont la latitude & direction eſtoyent cognuës: ce qu'il falloit faire.

## Proposition III.

*TRouver ſur la mer, en quel parc la preſente direction eſt.*

Veu que ſur la terre ſont pluſieurs parcs, d'egale declinaiſon & latitude, on pourroit douter ſur lequel on eſt: car ſoit qu'un navire prenne ſon cours d'Amſterdam vers le Breſil à Cabo S. Auguſtin, dont la latitude eſt en la table de 8 deg. 30 ①, & la direction, d'occident augmentant du premier parc, 3 deg. 10 ①: & en paſſant pres d'Angleterre trouve que ſa direction augmente de plus en plus vers l'orient, juſques aupres de Plemouth, eſtant là en ſon extremité de 13 deg. 24 ①, ce qui le fait certain que juſques là il a navigé en l'orientale diminution du premier parc, & que de là en avant il navigera en l'orientale augmentation, & que s'il la trouve de 10 deg. en la latitude de 38 deg. 55 ①, il cognoiſtra qu'il eſt environ Cabo de Roca pres de Liſbone: & de là tirant vers le Zudweſt, trouvera de jour à autre diminution de latitude, & que l'aiguille ſe dirige de plus en plus vers le nort; ce qu'eſtant ainſi continuellement practiqué, on ſçait touſiours en quel parc eſt la preſente direction.

*Concluſion.* Nous avons donc trouvé ſur mer en quel parc eſt la preſente direction, ſelon le requis.

Juſques icy ſont deſcrits les qualitez des directions, ſuivant le recueil dans la table; s'il ſe trouve d'autres obſervations plus certaines cy apres, on pourra conclurre autrement, ſe ſoubmettant touſiours à la meilleure maniere.

*Fin du cinquieſme livre de la Geographie.*

SIXESME

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

SIXIESME LIVRE

# DE LA GEOGRAPHIE.

## De la Theorie des Marées.

### ARGUMENT.

*VEu que l'experience est le fondement plus certain pour tirer de là les regles generales, afin de parvenir à la cognoissance des choses, & qu'aussi les grandes navigations que font maintenant ceux de ces pays, fournissent des moyens suffisans plus qu'auparavant, pour pouvoir descrire une Theorie des Marées, laquelle nous descrirons presentement, fondée tant sur l'experience, que conduite, par la conformité des jugemens qu'on doit donner aux choses semblables; afin de donner occasion à ceux qui par l'abondance d'observations auront meilleur moyen d'escrire, conviez de la perfectionner en toutes ses parties.*

*Quant à ce qu'on me pourroit objecter, que je devois moy-mesme faire recerche certaine de ces choses, ou la faire faire par d'autres, devant que de divulguer ce traicté; sur cela donc ma response est telle, que puis que ce ne peut estre l'ouvrage d'un homme, ou de peu de personnes, que ceste voye m'a semblé la plus propre, pour acquerir en peu de temps beaucoup de choses de ceste matiere, & grande certitude; car plusieurs estant advertis des observations susdites, il pourra advenir qu'à ceux-cy, un grand nombre d'autres s'y adjoindront, plus que mon seul advancement ne pourroit faire à d'autres particuliers.*

### PETITIONS.

#### Petition I.

*QV'on nous concede de dire que la lune & son poinct opposite tirent & succent continuellement l'eau du Globe terrestre.*

#### Declaration.

On trouve par experience journalieres, que les marées sont regies de la lune, que les plus hautes marées aussi se font en nouvelle & pleine lune, (qu'on appelle en bas-Alemand *springvloet*) mais les moins hautes se font és quartiers de lune: cognoissant mesme l'heure des marees au grand avantage de la navigation, desquelles choses on n'a besoing d'en faire des petitions particulieres, puis que cela est hors de dispute. Mais d'autant qu'à chaque circuit que la lune fait alentour de la terre (d'environ 25 heures de temps) se font deux flux, & deux reflux, il advient que plusieurs ont estimé que la lune & son poinct opposite ont une mesme proprieté, qu'ils attirent & succent l'eau en haut vers eux: toutefois il est incertain si en la nature la chose soit telle, car par leur pressement ou repoussement (qui est le contraire d'attirer) il adviendroit aussi deux flux & deux reflux. Mais lequel des deux est la cause de ce, ou bien si une troisieme proprieté en est la cause, je pense que cela est incognu, faute d'experience. J'ay bien fait quelques enquestes à nos mariniers du flux & reflux des lieux où ils ont esté, sans pouvoir apprendre d'eux ce que je cerchois: Et d'autant que quelques uns des plus aviséz ont esté de mon opinion touchant l'attirement ou succement, cela me donne occasion de faire petition que cela me soit concedé, afin de donner un fondement à la Theorie; & sera finalement fait mention à la penultieme proposition, quel changement il adviendroit par repoussement.

#### Petition II.

*ET que la terre soit couverte d'eau, sans que le vent donne empeschement à la marée.*

#### Declaration.

L'ordre naturel de la marée, est empesché par vents & par les pays haut eslevez, tellement qu'en tout lieu où la lune ou son opposite se trouvent au meridien, la marée n'est pas haute selon que la regle generale le requiert, & suivant la premiere petition: mais peut estre basse, ou autrement: Secondement que le flux ne viendra point d'orient vers l'occident, mais bien de l'occident, ou de quelque autre endroit. Tiercement qu'en certains lieux, desquels le zenith est loing de la lune, le flux journalier aura esté plus haut que ceux qui auront eu la lune pour zenith, ce qui toutefois devoit avenir au contraire suivant l'hypothese.

Et afin que ces desreglemens ne nous empeschassent de comprendre la grande proprieté generale de la marée, laquelle nous descrirons en forme Theorique, nous demandons que les choses mentionnées en la presente petition soyent concedées; afin de pouvoir puis apres traicter à part de la qualité des empeschemens, distingant le regulier de l'irregulier, comme on fait en la Geometrie; car combien que l'Arpentage n'ayt pas un subject Mathematique qui convienne à la perfection des figures Geometriques, neantmoins ne laisse d'estre estimé pour chose belle & utile, de mesme faut-il entendre de ce present traicté, qui peut estre utile à la navigation, combien que la mer n'aye la perfection posée en ceste petition.

### DEFINITIONS.

#### Definition I.

*SI on mene une ligne du centre de la terre jusques à celuy de la lune: le poinct où elle passe en la superfice de l'eau, est appellé sommet du flux; & son poinct opposite, contresommet du flux.*

#### Declaration.

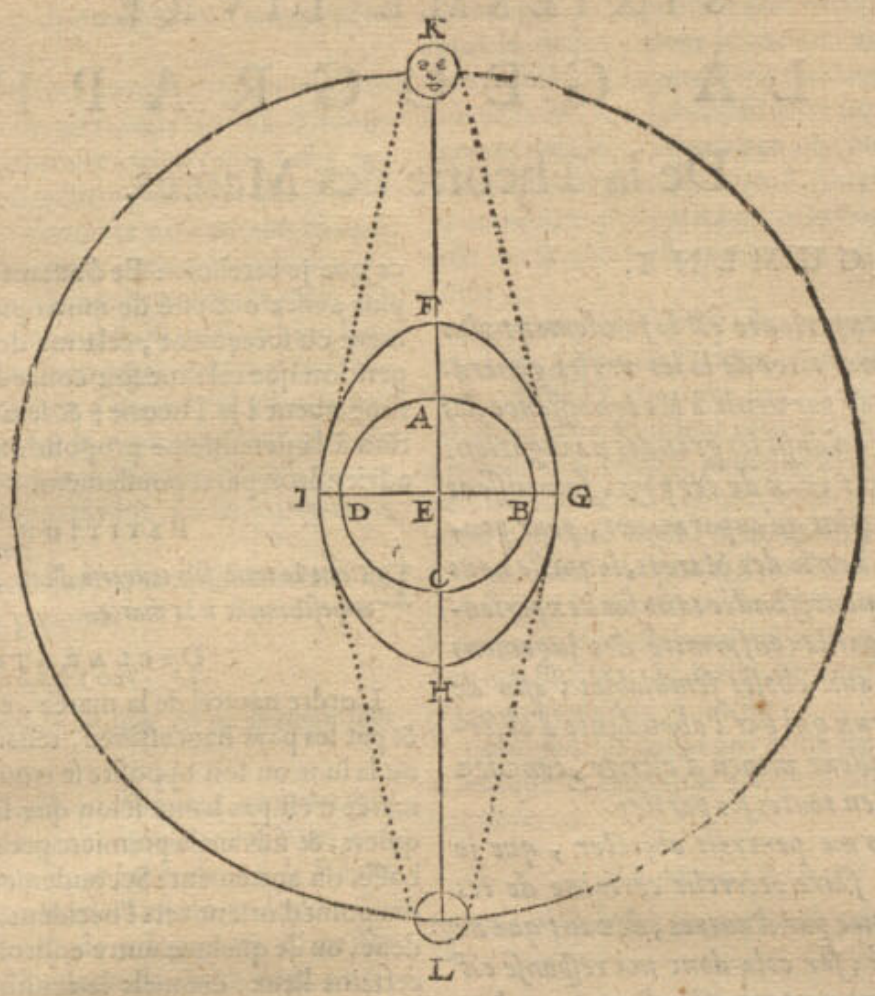
Soit IFGH l'eau alentour de la terre ABCD, & du centre d'icelle E soit menée une ligne vers la lune en sa voye K, coupant la superfice de l'eau en F, lequel nous appellons sommet du flux, & H contresommet du flux: & puis que F & H sont tirez de K & L, il s'ensuit que l'eau aura une figure ovale solide ou d'elipsoide; soit menée IG à angles droits sur FH pour servir à la suivante definition.

#### Definition II.

*LE cercle alentour de la terre, duquel le plan est à angles droits, & coupe en deux egalement la ligne entre les deux sommets des flux; ce cercle donc soit appellé cercle de reflux.*

Decla-

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©




DECLARATION.

Ce cercle a pour diametre I G, & ſon plan eſt à angles droits ſur la ligne des ſommets F, H: & c'eſt en la circonference d'iceluy cercle de reflux que la marée eſt la plus baſſe, car E I eſt la ligne plus courte vers l'eau.

## S'ENSUIVENT LES PROPOSITIONS.

### PROPOSITION I.

*REcercher les qualitez generales des Marées.*

Pour avoir une choſe propre à bien demonſtrer la qualité des Marées, il ne ſeroit pas mauvais de faire faire une demie figure de Marée, comme une moitié d'œuf coupé par le flanc, ainſi que I F G cy-deſſus, tellement que le diametre I G ſoit egal au diametre d'un Globe terreſtre, comme *Son Excellence* en fit faire de carton, lors qu'il s'exerçoit en la Theorie. Mais d'autant qu'au Globe celeſte il y a deux cercles & 4 poincts propres pour fournir d'exemples à ceſte matiere, les cercles pour cercles de reflux, & les poincts pour ſommets des flux, cela nous ſuffira.

*1 Exemple, la lune eſtant en la ſection vernale, aſſavoir en l'equinoctial.*

Les ſections vernales & automnales d'un Globe celeſte me denoteront les ſommets des flux, & le colure des ſolſtices pour le cercle de reflux: parquoy cependant que la lune court au deſſus de l'equateur, ceux qui l'auront pour zenith, auront auſſi le flux, & $6\frac{1}{4}$ heures apres (qui eſt environ le temps que la lune a fait le $\frac{1}{4}$ du circuit alentour de la terre) le cercle du reflux ſera parvenu au meſme lieu, & auront alors baſſe marée. Et derechef dans $6\frac{1}{4}$ heures encore haute marée, & touſiours ainſi.

*2 Exemple, la lune eſtant au 90 degré de l'ecliptique.*

Ayant pris un Globe celeſte, les 90 & 270 degrez ſur l'ecliptique denoteront les ſommets des flux, & le cercle qui paſſe par les equinoxes & les poles de l'ecliptique, ſera le cercle du reflux. Or les temps entre flux & reflux ne ſeront pas egaux, comme au premier exemple; & en un lieu plus de difference qu'en l'autre, ſelon la difference de leur latitude. Soit qu'on vueille trouver le meſme ſur la latitude de 50 degrez; j'eſleve le pole ſur l'horizon de 50 deg. & amene le 90 deg. de l'ecliptique ſous le meridien, puis tourne le Globe juſques à ce que le cercle du reflux vienne à couper le meridien en la latitude de 50 deg. c'eſt au zenith: & conſidere combien de degrez de l'equinoctial ſont paſſez, & trouve (je prens) 121 deg. 13 ☉; & puis que 15 degrez de l'equinoctial ſe paſſent en une heure, le ſuſdit nombre, vaudra 8 heures 5 ☉, pour le temps entre la haute & baſſe marée, & de là juſques au flux conſequent (du contreſommet) y aura 3 heures 55 ☉ pour faire enſemble 12 heures, ſans y comprendre le propre mouvement de la lune, que je delaiſſe pour eviter prolixité.

NOTEZ.

*Son Excellence* recerchant le ſuſdit deuxieſme exemple avec le Globe celeſte, & pourſuivant le propoſé de pluſieurs flux & reflux l'un apres l'autre, y a trouvé l'ordre ſuivant.

Le temps depuis le premier flux mentionné juſques au reflux, eſt de 3 heures 55 ☉, comme a eſté dit, puis juſques au flux ſuivant, on trouve 8 heures 5 ☉: tellement que ſi la lune eſtoit inceſſamment au 90 degré de l'ecliptique (ce qui ſe peut poſer pour apprendre les choſes faciles premierement) l'ordre des marées s'entreſuivroit comme icy deſſous:

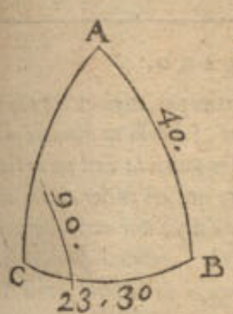
Flux

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

| | | |
|---|---|---|
| Flux | 8 heures | 5 ☉. |
| Reflux | 3 | 55 ☉. |
| Flux | 3 | 55 ☉. |
| Reflux | 8 | 5 ☉. |
| Flux | 8 | 5 ☉. |
| Reflux | 3 | 55 ☉. |
| Flux | 3 | 55 ☉. |
| Reflux | 8 | 5 ☉. |
| Flux | 8 | 5 ☉. |

Et ainsi consequemment : toutefois il advient tel changement en cecy, autant que le cours de la lune emporte.

Mais pour trouver le susdit temps par les triangles spheriques, je remarque la fin de l'operation susmentionnée sur le Globe celeste, la forme du triangle compris des trois poincts ; assavoir du pole de l'equinoctial B, du pole de l'ecliptique C, & du zenith A ; & notez que l'angle au pole de l'ecliptique C, est droit : & que CB, costé entre les deux poles, est 23 degr. 30 ☉ : Et le costé A B entre le zenith A & le pole de l'equinoctial, est 40 deg. (complement de la latitude 50.) donc tel triangle ayant trois termes cognus, on doit cercher l'angle B, par la 32 proposition des triangles spheriques, qui sera de 58 degrez 47 ☉ : lesquels ostez de 180, restera son adjoinct 121 deg. 13 ☉, & autant fait l'arc passé de l'equinoctial, qui vaut 8 heures 5 ☉ pour le requis.




### Demonstration.

AB, BC, prolongez jusques à l'equinoctial, comprenent un arc d'iceluy, qui est la grandeur de l'angle B, c'est 58 deg. 47 ☉ : mais le prolongé de B C passe aussi par le 270 degr. de l'ecliptique, entre lequel & le 90 deg. de l'ecliptique y a 180 deg. lesquels au temps depuis la haute marée jusques à la basse, sont passez moins l'angle B 58 deg. 47 ☉, qui est 121 degr. 13 ☉, comme en l'operation.

### Corollaire I.

L'eau est au plus bas, és poles de la terre, lors que la lune est en l'equinoctial, comme il a esté dit au premier Exemple ; & est au plus haut là mesme, lors que la lune est aux tropiques, & avec cela encor en son extreme latitude boreale ou australe, d'où s'ensuit que de 7 jours en 7 jours, arrivent flux & reflux. Toutefois il y a quelque changement là, comme ailleurs, en ce que les flux sont plus hauts en nouvelle & pleine lune, qu'au temps des quartiers.

### Corollaire II.

Mais en l'equateur ils se suivent tousiours (assavoir flux & reflux) de $6\frac{1}{4}$ heures environ, où que la lune puisse estre. Soit, par exemple, la lune au 90 deg. de l'ecliptique : alors le cercle de reflux passera par les equinoxes & par les poles de l'ecliptique, qui est appertement 6 heures du cours de l'equinoctial, assavoir entre l'equinoxe & les 90 degrez de l'ecliptique : & tout de mesme des autres lieux où la lune puisse estre : comme il se peut voir plus clairement par ces sommets des flux en carton sur le Globe, comme il a esté dit au commencement de la 1 proportion.

### Corollaire III.

Il appert que sur la terre, que les lieux plus pres du pole, que la lune de l'equinoctial, qu'ils ne sont touchez par le cercle de reflux : tellement qu'ils n'ont le reflux si bas, que quand ledit cercle passe par iceux.

### Notez.

Comme *Son Excellence* eust veu le contenu de ce troisiesme corollaire, il voulust aussi quant & quant voir quel temps il y a entre le plus bas reflux jusques au plus haut flux : & trouva que c'estoit 12 heures (comme feront ceux qui cercheront le mesme) & conclud là dessus, que tel accident devoit avenir à ceux qui ont la latitude au dessus de 61 deg. 30 ☉, car autant est le complement de la grande declinaison de la lune, assavoir 28 deg. 30 ☉.

Il me souvient avoir ouy dire à quelque Matelot expert, qu'il avoit esté en des lieux, où la haute & basse marée s'entresuivoyent de 12 en 12 heures ; mais que cela ne duroit pas long temps, voire qu'il s'en ensuivoit par apres un ordre desreglé. Mais si cela arrive pour ceste raison, on en pourroit avoir la decision, lors qu'on mettroit en œuvre la neusiesme proposition suivante.

### Corollaire IV.

Il est notoire que l'un des sommets de flux, cause plus haute marée que l'autre, tantost le sommet, tantost son contresommet, assavoir celuy qui vient plus pres du lieu requis.

### Notez.

Que de ce qu'est dit, se conclud, qu'en terre il y a 4 notables diversitez de marées, touchant leur ordre alternatif.

Premierement, que sur l'equateur se suivent tousiours de $6\frac{1}{4}$ d'heures l'une l'autre, comme au 1 exemple, & 2 corollaire.

Secondement, hors l'equateur jusques à la latitude d'environ 61 deg. 30 ☉, là où elles different, selon le contenu du deuxiesme exemple.

Tiercement, depuis le 61, 30 ☉ jusques aupres du pole, là où en d'aucuns temps elles s'entresuivent de 12 en 12 heures, comme à la note du troisiesme exemple.

Quartement sous le pole, où elles s'entresuivent d'environ 7 jours, comme au premier corollaire.

### Corollaire V.

Il appert que par les deux exemples & corollaires susdits, ausquels les deux sommets de flux & le cercle de reflux estoyent marquez sur le Globe celeste : on peut entendre aisement les regles des autres exemples, qui n'ont leurs sommets de flux & cercles de reflux marquez sur le Globe, mais peuvent bien estre marqués par un instrument de marée, duquel a esté parlé au commencement de ceste proposition.

*Conclusion.* Nous avons donc recerché les qualitez generales des marées, selon le requis.

### Proposition II.

*Declarer La cause pourquoy apres le haut flux, suit un reflux plus bas, qu'apres le flux bas.*

On trouve par experience, qu'apres le haut flux, suit un reflux plus bas, que non pas le reflux qui suit apres un flux du temps des quarts aspects lunaires : tellement qu'és ouvrages de mer, lesquels doivent estre faits dans des lieux profonds, & au temps qu'ils sont secs, il faut attendre le reflux qui suit un haut flux, comme nagueres entre autres lieux devant Ostende, sur la greve de la mer. La raison est telle, comme en la figure de la premiere definition, l'eau és plus hauts flux (qui arrivent en nou-

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

en nouvelle & pleine lune) eſt attirée en plus grande quantité, & plus haut en F & H, qu'au temps des quartiers de lune; donc le cercle de reflux a plus de defaut d'eau, & eſt l'eau plus baſſe, que non pas au temps des quartiers de lune.

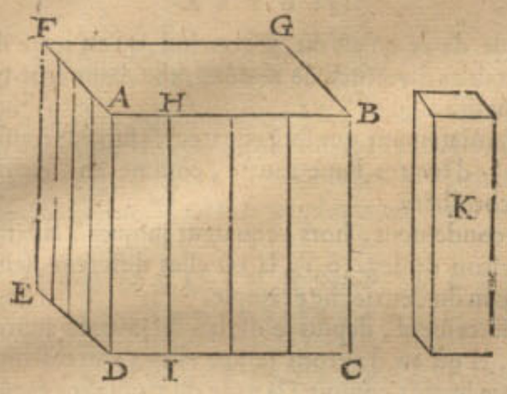
*Concluſion.* Nous avons donc declaré la cauſe pourquoy, &c. ſelon le requis.

Juſques icy les propoſitions ont ſervy à declarer la qualité generale des marées : les ſuivantes ſeront particulieres, aſſavoir des cauſes pourquoy en d'aucuns lieux de la terre, la regle generale n'a point de lieu.

### Proposition III.

*Declarer pourquoy les petites eauës ne ſont pas attirées ſi haut de la lune & de ſon poinct oppoſite, que les grandes.*

On ne remarque pas que les petites eauës, comme les petits canaux, rivieres, fontaines, ou l'eau dedans un ſeau, ou un verre, &c. ſoyent attirées de la lune: toutefois on pourroit dire qu'elles devroyent auſſi bien eſtre attirées de la lune, que les grandes, & plus facilement. Pour en declarer la raiſon: Soit ABCDEFG un vaiſſeau plein d'eau, & les coſtez, comme ABCD ſoyent quarrez, 4 pieds de haut, & 4 pieds de large; parquoy ſur ce quarré il y aura un poids qui preſſera à l'encontre autant que feroit 32 pieds d'eau par la 15 prop. des elemens ponderaux de l'eau : & toute l'eau




contient 64 pieds. Soit auſſi poſé que chaque quarré ſoit diviſé en 4 planches, comme eſt la planche AHID, haute de 4 pieds, & large d'un pied: alors contre une chacune d'icelle, y aura un poids qui preſſera à l'encontre, egal au poids de 8 pieds d'eau, (qui eſt le $\frac{1}{4}$ de 32) & y aura 16 telles planches. Et poſant qu'en dehors il faille ſouſtenir les planches pour les tenir en telle forme que deſſus, & pouſſant egalement par dehors que l'eau pouſſe en dedans, c'eſt à dire 8 pieds d'eau; & qu'à ceſte fin on prenne 64 forces diſtinctes, comme ſeroyent 64 hommes, aſſavoir autant comme il y a de pieds d'eau dedans le vaiſſeau; alors il y aura 4 hommes à chacune planche. Soit maintenant K un autre petit vaiſſeau plein d'eau ayant 4 telles planches à l'entour, ce vaiſſeau contiendra 4 pieds d'eau, eſtant 4 pieds de haut; cela eſtant ainſi, ſi quelqu'un vouloit dire, que puis qu'il ne faut que 64 hommes pour retenir 64 pieds d'eau, de 4 pieds de haut, qu'auſſi il ne faudroit que 4 hommes à l'entour du petit vaiſſeau K, pour retenir 4 pieds d'eau, 4 pieds de haut, & ainſi ne mettre qu'un homme pour ſouſtenir une planche, au lieu qu'il y en a 4 à une chacune planche du grand vaiſſeau; il y auroit de l'erreur, d'autant qu'à chaque planche de K, il y a autant de peſanteur qui pouſſe à l'encontre qu'à chaque planche du grand vaiſſeau par la 11 prop. des elements ponderaux de l'eau : tellement qu'il ne faudroit pas ſeulement 4 hommes à l'entour de K, mais 16. Et par conſequent 4 hommes ne pourront pas ſi bien eſlever 4 pieds d'eau auſſi haut au petit vaiſſeau K, que feroyent 64 hommes, 64 pieds d'eau au grand vaiſſeau. D'où s'enſuit auſſi, qu'un commandant ſur ces gens-là, les ordonnant tellement que le nombre de ceux qui ſeroyent au grand vaiſſeau auroit telle raiſon au nombre de ceux qui ſeroyent au petit, comme l'eau du grand au petit, qu'alors ceux qui ſeroyent au petit, n'eſleveroient pas ſi haut l'eau, que ceux qui ſont au grand; le meſme faut-il entendre de la lune & de ſon poinct oppoſite, leſquels combien qu'ils attirent l'eau, neantmoins n'attirent pas tant les petites comme les grandes, voire non pas ſi haut; & ne ſe peut pas remarquer.

*Concluſion.* Nous avons donc declaré pourquoy les petites eauës ne ſont pas attirées ſi haut par la lune & ſon poinct oppoſite que les grandes, ſelon le requis.

---

Alb. Girard.

*On pourroit dire que la lune n'attire pas, mais qu'il y a de la matiere lunaire eſparſe dans la mer, laquelle ne demande qu'à retourner en ſon lieu; & que ceſte matiere-là n'eſt pas en l'eau douce, ce qu'on preſumeroit eſtre ce qui eſt enclos dans la ſaumure & amertume de la mer: & qu'il y a une autre choſe auſſi dans la mer qui a antipathie à la lune, comme le feu qu'on fait ſur la terre a une antipathie au centre de la terre, car il s'en deſtourne tant qu'il eſt poſſible.*

### Proposition IV.

*Declarer pourquoy le flux ne vient pas en pluſieurs lieux d'orient vers l'occident, comme la regle generale de la Theorie le requiert.*

S'enſuit de la propoſition precedente que les petites eauës ne ſont attirées ſi haut que les grandes: & partant que les rivieres qui ſont des petites eauës n'ont point de flux, voire que les flux qu'on y remarque, viennent de la mer; & partant ſi l'emboucheure de la riviere, eſt diſpoſée en telle ſorte que le flux y entre d'occident vers l'orient, que par accident cela ſe fait contre la regle generale de la Theorie, & la riviere eſtant d'un autre coſté le flux y viendra auſſi, combien que ce ne ſoit d'orient vers occident: comme le flux qui vient de la mer dans la riviere de l'Eſcaut, court de Bergues ſur le Zom vers Anvers, qui eſt vers le midy, & de là vers Baſtro, car comme le conduit de la riviere eſt, ainſi court-elle. Or tout ainſi que cela ſe fait de la mer en une riviere, ainſi en advient-il d'une grand' mer en une petite: & par exemple on voit le flux venir d'occident vers orient le long des coſtes de France, Flandre & Hollande; pource que la grande large mer d'Eſpagne, qui s'eſtend juſques à l'Amerique, eſt ſeparée de la petite mer Germanique par l'Angleterre & l'Eſcoſſe: laquelle moindre mer eſtant plus baſſe que l'autre grande, le grand flux y vient deſcouler d'occident vers l'orient entre France & Angleterre, comme nous avons dit de la riviere cy-deſſus: & combien que cela ſemble du commencement eſtre contre la nature, toutefois on voit que pour bonne raiſon cela doit eſtre ainſi.

*Concluſion.* Nous avons donc declaré pourquoy le flux ne vient pas en pluſieurs lieux d'orient vers l'occident, &c.

### Proposition V.

*Declarer pourquoy en beaucoup de lieux la marée n'eſt pas haute, eſtant la lune ou ſon poinct oppoſite au meridien, comme la regle generale de la Theorie le requiert.*

Veu

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

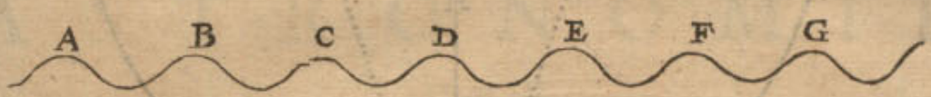
Veu que le flux des petites mers, eſt cauſé du flux des grandes, comme il a eſté dit en la quatrieſme propoſition : il s'enſuit que les petites mers qui ſont pres des grandes, doivent avoir le flux pluſtoſt que celles qui en ſont plus eſloignées. Comme on voit en noſtre petite mer Germanique, où les lieux orientaux reçoivent la haute marée plus tard que les lieux occidentaux.

*Concluſion.* Nous avons donc declaré, ſelon la propoſition, pourquoy en beaucoup de lieux la marée n'eſt pas haute, eſtant la lune ou ſon poinct oppoſite au meridien, comme la regle de la Theorie le requiert.

## Proposition VI.

*Declarer la cauſe pourquoy en pluſieurs lieux la plus haute marée n'y advient que quelques jours apres la nouvelle ou pleine lune.*

Il a eſté dit en la cinquieſme propoſition que le flux n'arrive en pluſieurs lieux, que quelques heures apres que la lune, ou ſon poinct oppoſite ſe trouvent au meridien, d'où l'on ne trouvera eſtrange que les plus hauts flux n'y arrivent auſſi ſinon que quelques heures apres : mais quelques jours apres la nouvelle ou pleine lune, de cela on en pourroit douter (comme il advient en effect, ainſi que j'ay ouï dire à des gens de mer, que devant Hollande, il y a difference de deux jours, plus devers l'occident moins, & plus devers l'orient d'avantage.) Pour donc en declarer la cauſe, ſuivant ce qui a eſté dit en la quatrieſme propoſition, que les flux des petites mers, & rivieres, ne viennent pas d'eux meſmes, mais des grandes mers ; or le flux qui entre dans les rivieres, ne peut couler ſi viſte, à cauſe que l'eau de la riviere qui eſt derriere, eſt bien plus haute que celle de la mer, mais le flux qui entre és petites mers y paſſe plus aiſement, d'autant que l'eau de derriere n'eſt pas plus haute. Comme ſoit A B C D E F G la ſuperfice ſuperieure de quelque petite mer, A le grand flux, qui




vient par l'emboucheure de la grand' mer, laquelle 6 heures apres ſera baſſe, & 6 heures apres ſera derechef haute, la petite mer eſt tenuë ainſi en continuel mouvement, avec divers flux & reflux entre deux, l'un apres l'autre, tous cauſez du premier & haut flux A, devenant peu à peu plus petit, de ſorte que finalement on ne remarque plus de flux & reflux. Mais puis que quelques jours ſe paſſent, devant que le premier-haut flux A parvienne juſques au dernier haut flux G, d'autant qu'il doit paſſer par les flux B, C, D, E, F, & ce ſelon qu'ils ſont eſloignez ; comme par exemple, à Calais la marée eſt haute en nouvelle & pleine lune à 10 heures : à Nieuport à 11 : à Oſtende à 11 $\frac{1}{2}$ : à Blankebergue à 1 heure : à Fliſſingues à 2 heures : à Bergues ſur le Zom à 4 heures : à Anvers à 6 heures : à Baſtrode à 8 heures : tellement que le flux eſt 1 heure en chemin pour parvenir de Calais à Nieuport : $\frac{1}{2}$ heure de Nieuport à Oſtende : 2 heures d'Oſtende à Blankebergue : $\frac{1}{2}$ heure de Blankebergue à Fliſſingue : 2 heures de Fliſſingue à Bergues ſur le Zom : 2 heures de Bergues ſur le Zom à Anvers : 2 heures d'Anvers à Baſtrode : c'eſt aſſavoir de Calais à Baſtrode 10 heures : d'ou s'enſuit que lors qu'à Calais il fait haute marée : qu'à Baſtrode il ſera haute marée 10 heures apres. Et les meſmes calculées d'un lieu plus loing de Baſtrode que n'eſt Calais, voire plus vers l'occident que n'eſt Calais, on auroit au lieu de 10 heures quelques jours : parquoy combien que le haut flux advienne avec la nouvelle & pleine lune és lieux qui n'ont nul empeſchement, ſi eſt-ce qu'és lieux où il y en a, comme les terroirs hauts & les promontoires qu'il y a difference, de quelques jours devant qu'ils ayent le flux apres la nouvelle & pleine lune.

*Concluſion.* Nous avons donc declaré la cauſe pourquoy en pluſieurs lieux la plus haute marée qui arrive en nouvelle & pleine lune autrement, n'y advient que quelques jours apres, ſelon le propoſé.

## Proposition VII.

*Declarer comment il peut avenir qu'en d'aucuns lieux plus eſloignez des ſommets des flux que d'autres, & neantmoins ont leurs marées plus hautes.*

Selon la regle generale, la marée devroit eſtre plus haute és ſommets des flux qu'autrement, & tant plus pres d'iceux, & tant plus haute marée, ce que toutefois on voit advenir autrement en d'aucuns lieux. Car veu que les ondes qui viennent à heurter quelque promontoire, amaſſent là plus d'eau que ne font les autres ondes en mer : ce qui ſe fait, pource qu'apres l'une ſuit une autre, autrement elle reculeroit apres avoir choqué contre le rivage, mais celle qui eſt plus derriere entretient en hauteur, & empeſche le recul de celle qui eſt plus devant, faiſant un amoncelement plus haut que ce qui pourroit eſtre en pleine mer : cela eſtant ainſi, prenant toute l'eau eſlevée d'un flux comme une onde, laquelle eſt longue de quelques lieuës ; ce n'eſt pas merveille qu'en pluſieurs lieux où elle pouſſe directement, que l'eau ſoit plus haute qu'en pleine mer, où il n'y avoit de reſiſtance : comme le flux de la grand' mer d'Eſpagne, roulant vers la petite mer Germanique, comme il a eſté dit cy-devant, & venant à choquer contre les coſtes d'Angleterre en ce deſtroit qui eſt appellé mer Britanique, & Germanique, s'enfle quelques 10 ou 11 braſſes au deſſus la hauteur de la baſſe marée, qui eſt plus haut que le flux en d'aucuns lieux plus pres du ſommet de flux, voire plus haut que ledit ſommet meſme, & cela pour des raiſons notoires.

*Concluſion.* Nous avons donc declaré comment il peut avenir qu'en d'aucuns lieux plus eſloignez des ſommets des flux que d'autres, ayent neantmoins leurs marées plus hautes, comme il eſtoit propoſé.

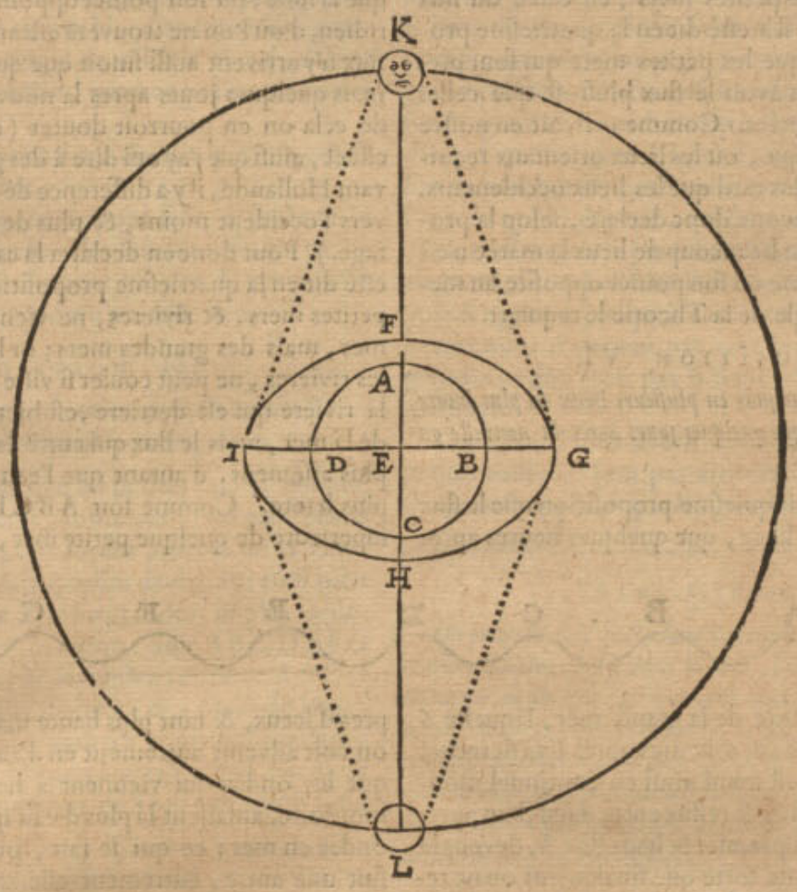
## Proposition VIII.

*Declarer la proprieté que les marées auroyent, ſi elles eſtoyent cauſées par le repouſſement de la lune & de ſon poinct oppoſite.*

Nous avons poſé juſques icy, comme ſi la lune & & ſon poinct oppoſite, attiroyent l'eau de la mer ſuivant le contenu de la premiere petition : mais ſi cela advenoit par repouſſement, il y auroit des regles qui ſeroyent au rebours. Car ſoit en la figure ſuivante les lettres de renvoy de meſme qu'en celle de la premiere definition, excepté que la lune K & ſon poinct oppoſite L n'attirent pas l'eau, mais la repouſſent, tellement que la ligne F H, eſt plus courte que I G, & ainſi F, H ſeroyent ſommets des reflux, I G cercle de



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©




flux, & de meſme pluſieurs qualitez ſeront contraires aux precedentes, comme aux 1, & 2 exemples, & 1, 2, 3, & 4 corollaire, de la 1 propoſition.

Premierement, les lieux où la lune eſt au zenith auront baſſe marée, comme la premiere poſition.

Secondement, la lune eſtant au 90 deg. de l'ecliptique, ce qui eſt au deuxieſme exemple de la 1 propoſition, compté eſtre de 8 heures 5 ☊, ſera de 3 heures 55 ☊; & derechef ce qui eſtoit là 3 heures 55 ☊, ſera 8 heures 5 ☊.

Tiercement, la lune parcourant l'equinoctial, les poles de la terre auront haute marée, & la plus baſſe, lors qu'elle eſt en ſes latitudes extremes, tant ſeptentrionale que meridionale, contre la regle du 1 corollaire de la 1 propoſition.

En quatrieſme lieu, l'un des ſommets de reflux qui vient le plus pres de quelque lieu cauſera plus baſſe marée que l'autre; ce qui eſt different du 4 corollaire de la 1 propoſition.

En cinquieſme lieu, les lieux plus pres des poles que la lune de l'equinoctial, ne ſeront point attaints du cercle de flux; ainſi qu'en ce temps-la ils n'ont le flux ſi grand que là où le cercle de flux paſſe, contre le 3 corollaire de la 1 propoſition.

Or laquelle des deux eſt la vraye poſition, ou s'il y en a une autre troiſieſme en nature, j'eſtime que nous avons defaut d'experience pour en juger; mais comment on y pourroit parvenir la ſuivante propoſition ſervira pour la deduction de ce qu'il m'en ſemble.

*Concluſion.* Nous avons donc declaré, &c.

## Proposition IX.

*Declarer comment il ſemble qu'on pourroit parvenir en plus grande cognoiſſance de la nature des marées qu'on n'a preſentement.*

Lors que le reflux, le flux commun & le plus haut flux ne conviennent en temps & quantité avec la commune computation des marées, ſelon laquelle les gens de mer ſe comportent, comme plus toſt ou plus tard, ou qu'il advient un bas flux, avec un vent qui en cauſe un grand; ou au contraire, grand flux avec vent qui amene quant & ſoy un moindre flux, on dit ordinairement qu'il y doit avoir d'autres vents ſur mer, ou qu'ils y ont eſté, qui ſont peut eſtre advenus pour les raiſons de la regle generale cy-deſſus, ou qui ſont, ou ſeront deduites par d'autres Autheurs. Mais d'autant que d'icy il arrive aucunefois perte de vies & biens, il me ſemble n'eſtre pas inutile de taſcher de venir en cognoiſſance parfaite de ceſte matiere. Et à ceſte fin ſeroit bon qu'un grand nombre d'hommes fiſſent des obſervations par toute la terre, où il vient à poinct, afin d'en tirer des regles certaines & generales, mettant par eſcrit ce qui advient de jour à autre: comme à quelle heure flux, & reflux: de quelle hauteur & profondeur ils ſont; quels vents, s'il y en a, ou s'il fait calme: finalement tels eſcrits mis entre les mains d'un Theoricien, ſi l'obſervateur ne l'eſtoit pas meſme, on pourroit trouver la difference ou la convenance qu'il y a avec la Theorie commune, ayant regard de conſiderer les empeſchements qui cauſent des effects contraires à la generalité des regles. Il faut auſſi noter que la recerche des qualitez generales, deſquelles a eſté parlé en la deuxieſme propoſition, ſe feroyent bien proprement ſur quelque petite Iſle, dans une grande mer, & fort loing de terre ferme, pour n'avoir pas tant d'empeſchement, comme eſt l'Iſle de Saincte Helene & autres ſemblables. De là on pourroit bien voir s'il y a deux ſommets de flux ſous la lune & ſon poinct oppoſite & un cercle de reflux, ſuivant la premiere poſition: ou deux ſommets de reflux & un cercle de flux, ſuivant la deuxieſme poſition de la huictieſme propoſition.

En ſecond lieu, ſi la lune parcourant l'equinoctial, ſi les flux & reflux ſe ſuivent dans $6\frac{1}{4}$ heures, comme la Theo-

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

la Theorie le requiert en la 1 propoſition au 1 exemple.

En troiſieſme lieu, la lune declinant au plus de l'equinoctial, ſi les marées ſe font ſelon le deuxieſme exemple de la 1 propoſition, touchant la difference des temps entre flux & reflux; car cela nous rendroit certain d'attraction ou de repouſſement.

En quatrieſme lieu, ſi l'eau eſt baſſe au plus qu'il eſt poſſible, environ ſous le pole, lors que la lune eſt ſous l'equinoctial, ſuivant la premiere poſition, comme au 1 corollaire de la 1 propoſition; ou au plus haut, ſuivant la 2 poſition, comme en la huictieſme propoſition au troiſieſme article: ce qui nous pourroit acertainer d'attirement, ou de repouſſement d'humeurs par la lune & ſon poinct oppoſite.

En cinquieſme lieu, ſi le flux advient au plus haut, lors que la vertu d'attraction de la lune, ou de ſon poinct oppoſite, aſſavoir lors que l'une des deux eſt plus pres du zenith de l'obſervateur: ou s'ils ſont egalement hauts, & que la difference ſoit aux reflux, ce qui adviendroit par repouſſement. Leſquelles choſes ſi on trouvoit convenir avec l'une des deux ſuppoſitions; mais y ayant difference, on pourroit taſcher d'amender les fautes.

*Concluſion.* Nous avons donc declaré comment il ſemble qu'on pourroit parvenir en plus grande cognoiſſance de la nature des marées qu'on n'a pas preſentement, ſuivant le contenu de la propoſition.

*Fin du ſixieſme livre de la Geographie.*

---

# ASTRONOMIE,

Qui eſt

*La troiſieſme partie de la*

# COSMOGRAPHIE.

## Argument de l'Aſtronomie.

*DV commencement je deſcriray l'Aſtronomie, comme ſi auparavant il n'en avoit eſté parlé en aucune façon; ce qui ſe pourſuivra, & avec tel ordre & progrés, comme il ſemble qu'elle a augmenté de temps en temps, comprenant le tout en trois livres.*

Le premier, ſera de l'invention du cours des Planetes, & des eſtoiles fixes, par les Ephemerides obſervées: le tout fondé ſur la ſuppoſition que la terre eſt ſtable ou fixe; c'eſt en un mot, ſur l'hypotheſe de terre immobile.

Le ſecond, de l'invention du cours des Planetes par voye Mathematique, avec l'hypotheſe de terre immobile, & de la premiere inegalité.

Le troiſieſme, de la ſeconde inegalité, où ſe trouve l'hypotheſe de terre mobile de Copernique.

---

## PREMIER LIVRE
# DE L'ASTRONOMIE,
## De l'invention du cours des Planetes, & des eſtoiles fixes, par les Ephemerides obſervées, ſelon l'hypotheſe impropre de terre fixe.

### Sommaire du premier livre.

*APres les definitions, ce livre ſera departy en huict diſſections touchant l'invention du cours du Soleil, de la Lune, de Mercure, Venus, Mars, Iupiter, Saturne, & des eſtoiles fixes, par le moyen des ephemerides obſervées, ſuppoſant que la terre ſoit fixe, & centre du Monde; car combien qu'elle ſe mouve circulairement, comme les autres Planetes, toutefois on apprend plus facilement les commencemens de ceſte ſcience, par le mouvement apparant, que par le propre, comme on verra plus amplement au troiſieſme livre, propoſition ſeptieſme; auquel ſera auſſi declaré, pourquoy la propre hypotheſe de terre mobile, eſt plus commode à la Theorie.*



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

## DEFINITIONS.

Les cercles, arcs, & poincts qui ont esté definis au 4 livre de la Trigonometrie, seront icy tenus pour cognus : les autres definitions neceſſaires s'ensuivent.

### Definition I.

*IOur naturel, est le temps que le centre du corps du Soleil met à faire un tour, en commençant & finissant au meridien. Et les jours naturels sont dits inegaux. Aussi ce temps-là est appellé, temps inegal.*

Le temps d'un jour naturel, est terminé par un tour que fait l'equateur, & avec ce encor un petit arc d'iceluy, autant que le propre mouvement du Soleil cause, tousiours contre le cours du premier mobile. Que si ces petits arcs estoient egaux, les jours naturels seroient aussi egaux, ce qui n'est pas pour deux raisons : l'une, à cause de l'excentricité de la voye du Soleil ; l'autre, à cause de l'obliquité, ou declinaison de l'ecliptique : & combien que ceste difference soit imperceptible en un jour, neantmoins en beaucoup de jours, elle se peut facilement recognoistre.

### Definition II.

*AN naturel, est le temps que le Soleil met à circuir l'ecliptique, commençant & finissant en un poinct pris, lequel demeure tousiours egalement distant de la section vernale, ce qui se fait en 365 jours, 5 heures, & encore une partie incertaine.*

*Ptolemée* a posé ceste partie incertaine de 55 ① & 12 ② : *Albategne* de 46 ①, 24 ② : d'autres ont trouvé quelque changement.

---

### Alb. Girard.

*Touchant ceste partie incertaine, cela vient que les mouvemens celestes pour la pluſpart sont incommensurables entr'eux, selon le temps, assavoir les jours naturels, aux revolutions des planetes ; aussi les revolutions entr'elles, item selon les distances, comme de nos degrez, aux declinaisons, & latitudes, &c.*

### Definition III.

*L'An Egyptien comprend 365 jours.*

Ceſt an comparé au naturel, est moindre quasi de la quatrieſme partie d'un jour.

### Definition IV.

*ANs Iuliens comprennent 365 jours, trois fois de suite ; mais le quatrieſme est de 366 jours, appellé biſſexte, faisant le mois de Fevrier de 29 jours, là où autrement n'en auroit que 28.*

Pour remedier à la defectuosité des ans Egyptiens & approcher plus pres de l'an naturel, Jules Cæsar a introduit ce jour de surplus en Fevrier, & ce de 4 en 4 ans, voila pourquoy ils sont appellez ans Juliens.

---

### Alb. Girard.

*Ces ans Iuliens pour leurs excés ont esté abolis & changez, par l'Eveſque de Rome Gregoire XIII. environ l'an 1582. retranchant 10 jours, qui s'estoyent escoulez insensiblement, ordonnant la meſme choſe au reſte que Iules Cæsar, horsmis que dans chaque terme de 400 ans on ne tiendroit compte de trois années biſſextes, leſquelles au lieu d'avoir 366 jours, n'en auroyent que 365, ainsi que l'an 1700, (qui devroit estre biſſexte en son ordre) n'en aura qui 365.*

### Definition V.

*SI l'on preſuppoſe qu'il y ait autant de jours egaux, & d'heures egales, avec leurs parties, comme il y a de jours & d'heures inegales, avec leurs parties ; iceux sont appellez jours egaux, ou jours moyens ; & un tel temps est dit en general Temps egal, ou moyen.*

Jours egaux ou moyens, sont ainsi appellez, pource qu'ils sont entre les jours naturels longs & courts de la 1 definition.

### Definition VI.

*PLanetes, sont 7 corps mondains lumineux, leſquels semblent errer çà & là sans regle, comme Saturne, Iupiter, Mars, Soleil, Venus, Mercure, Lune.*

Combien que la terre soit auſſi à proprement parler une planete, toutesfois l'ayant suppoſée estre fixe, suivant les raisons deduites en l'Argument cy-devant, c'est cela qu'elle n'est icy placée & miſe au rang des planetes.

---

### Alb. Girard.

*Il ne faut pas penſer que le nombre des planetes ne soit bien d'avantage, car ces 8 ont seulement esté apperceuës des anciens : mais de ce temps on a deſcouvert par des yeux artificiels, (qu'on appelle lunettes, ou lynx) que non seulement la voye Lactée n'est autre choſe qu'un amas d'estoiles fort pres l'une de l'autre, chacune deſquelles est inviſible à nos yeux sans celynx ; mais auſsi qu'il y a 4 autres planetes ſubalternes à l'entour de Iupiter, appellées Medicées par* Galilee de Galileis, *tousiours en meſme plan avec iceluy, comme un ſecond zodiaque ; qui seroyent en tout 12 planetes ne contant Saturne que pour une, combien qu'il soit trouvé estre compoſé de 3 globes contingens, dont celuy du milieu est le majeur ; mais il est aiſé à conjecturer, qu'il y en a beaucoup, que nous ne pouvons pas voir, pour leur grand eſloignement de la terre, pour leur petiteſſe, pour la grande proximité d'iceux au ſoleil (ce qu'on pourroit remarquer és grandes eclipſes de ſoleil) & pour le defaut d'inſtruments optiques, ou de meilleurs lynx que nous n'avons ; auſsi pour la paucité d'obſervateurs, & le peu de temps qu'on s'y adonne. Il ne faut pas auſsi penſer, que* Copernique *ſoit le premier qui ayt poſé que la terre ſoit mobile & le ſoleil fixe ; veu qu'*Archimedes *en ſon livre du nombre de l'arene au commencement, fait mention d'un ancien nommé* Ariſtarque Samien *(duquel il nous reſte encor quelque choſe, comme le livre de la diſtance du ſoleil & de la lune) lequel tenoit les meſmes hypotheſes. Il ne faut pas auſsi penſer que ces choſes ſoyent contre la ſaincte Eſcriture, veu qu'elle eſt eſcrite comme begayant avec les hommes, leſquels ont perdu, & ſont deſtituez de ceſte vivacité naturelle de l'entendement, de laquelle Dieu avoit orné le premier homme ; & ce d'autant moins que l'office de la ſaincte Eſcriture, n'eſt pas pour nous monſtrer l'Aſtronomie, ny autre choſe qui ne touche en rien noſtre Salut ; mais ſe contente de nous interpreter ſimplement, & d'une maniere intelligible, meſme aux plus groſſiers, comment c'eſt que la terre nous doit apparoir à touſiours, comment le ſoleil, La lune, & les eſtoiles, quels leurs mouvemens apparants, le tout ſans paradoxe eſtrange quant à nous, qui euſt peu ſembler ſi peu que rien contrarier à nos yeux : car Dieu parle à nous qui habitons la terre, comme à ceux à qui la terre doit ſembler eſtre fixe, & eſt vrayement fixe quant à nous, mais non pas quant au tout. De meſme du temps de Ioſué, le ſoleil s'arreſtoit vrayement ſelon le jugement de la veuë, mais ce pouvoit eſtre la terre qui ne tournoit pas ſi viſte ſur ſon axe d'occident vers orient, comme elle avoit de couſtume, il ſuffiſoit à Ioſué d'avoir receu ceſte faveur de Dieu ; il n'avoit auſsi beſoing d'entendre l'Aſtronomie, pour requerir l'aide de Dieu, qui entend meſmes nos ſouſpirs : ce n'eſt pas Dieu, qui a fait cognoiſtre à nos premiers parens qu'ils eſtoyent nuds, mais ceſte neceſſité, à laquelle l'homme ayant peché a eſté reduit, aſſavoir d'apprendre par*

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

par experience. Il y a plusieurs arguments que la terre tourne sur son axe; comme, pource qu'elle peut plustost circuire iceluy, & plus aisement avec toutes les mesmes apparences, que non pas tous les corps mondains tourner à l'entour de la terre; que si celuy qui tourne est de moindre qualité & moins noble, que celuy qui se tient coy, attendant le service d'un chacun, pourquoy voudrions-nous faire servir tous les astres & les cometes, pour faire faire une chose difficile, & servir un plus vile, lors qu'il se pourroit faire plus aisement? Et que le centre de la terre soit fixe, il y deux arguments; assavoir l'œil de ceux qui sont sur la terre, & celuy qui pourroit estre sur la lune, (car la terre luy apparoist fixe, comme nous feroit le pole, s'il estoit visible), quant aux autres arguments que l'on a fait jusques à present, que la terre soit fixe, c'est une pitié de voir qu'ils en parlent, comme les aveugles des couleurs: ils disent que la terre est pesante, & partant qu'elle tend vers le bas. Cela est bien dit pour les apprentifs, mais il y a bien autre chose: venons un peu à parler de pesanteur, les hommes n'y ont rien entendu jusques à present, je seray bref. Pesanteur naturelle en general, est l'appetit qu'un corps a de retourner en son lieu, n'y estant point.

Il y a autant de sortes de corps primitifs, qu'il y a d'astres.

On sçayt qu'un primitif a plusieurs derivatifs; & que l'homme, & les autres animaux, & aussi les metaux, les plantes, & les pierres que nous voyons, sont pris de la terre; or combien que les Astres soyent tous primitifs, neantmoins je ne voudrois contredire qu'ils ne soyent tous engendrez (non pas composez) d'une ou deux matieres premieres: mais pource qu'elles ne se peuvent trouver simplement, je n'entens pas en parler icy: Notez qu'il y en a qui sont subalternes, ou moins primitifs, que j'appelle extraits par distinction.

La diversité des corps primitifs, requiert divers lieux: & de telles distances que la sympathie ou antipathie le trouve necessaire, & selon qu'ils ont plus de besoing l'un de l'autre ils seront d'autant plus pres, & au contraire.

Touchant finalement leur mouvement, grandeur, extraction, & vertu magnetique; il est certain que le moindre, & l'extrait (qui est moins primitif) & le plus ignoble, doit tourner à l'entour de son majeur, d'où il prend son origine, & d'autant plus viste, qu'il est moins noble, comme cerchant continuellement tout ce qui luy est necessaire par le moyen des apparences, aspects, proximité & esloignement, figure & harmonie: pour les vertus magnetiques, cela sert à plusieurs choses, & sont diverses en un mesme corps; car les unes servent pour tenir en bride leurs superfices (veu qu'il n'y a rien plus aisé à faire mouvoir par le moindre moteur qu'on pourroit donner, qu'une grande superfice spherique, lors que la sphere ne repose que sur son centre) comme le meslange que Dieu a mis dans l'aimant, est pris des poles arctique, ou antarctique; comme aussi le meslange que Dieu a fait, meslant de la terre en la superfice de la lune, à commencer depuis son centre comme dans des rochers, & finissant en figure de pyramide jusques à l'hemisphere de la lune qui nous apparoit tousiours, toutesfois si peu, que cela ne suffit à emporter quant & soy une portion de la matiere dont est composée la lune, pour retourner en terre, en son lieu, & aussi tant qu'il suffise à resister aux plus grands vents (car l'air est commun) & autres accidens, qui pourroyent changer les climats & l'ordre des saisons qu'il y peut avoir. Les autres vertus magnetiques sont pour faire tourner les corps, & les faire approcher & reculer selon leur mutuelle necessité; (car celle qui attire les corps en leur lieu, & que chacune partie demande d'estre au centre qui est ce lieu-là, & pressans egalement sont reduits en forme spherique par leurs liqueurs propres: or ceste vertu magnetique qui ramasse les corps, & cause qu'ils figurent une figure spherique, c'est la pesanteur naturelle susdite, laquelle j'ay definy premierement, d'autant que ceste vertu magnetique est la premiere & principale) je dis selon leur necessité; car par exemple, si le soleil estoit plus loing en son apogée qu'il ne faut, ou beaucoup plus pres que son perigée, il n'y auroit pas d'eau sur la terre; sans la lune ceste eau s'en iroit amonceler tout au centre de la terre, & n'y en auroit plus en la superfice; les fontaines & rivieres seroyent taries: la raison est, que le trop grand esloignement du soleil nous petrifieroit l'eau, & toute l'humidité des nuées terrestres tomberoyent & deviendroyent pierres de cristal; & puis rien ne pourroit estre engendré sur la terre, &c. Au contraire la trop grande proximité du soleil, bruslerois la terre, & la dessecheroit; de la mer il ne nous resteroit que le sel, la douceur de l'eau se retireroit és nuées, les metaux seroyent tous liquides, puis s'esvanoüyroient apres; il n'y resteroit que l'or, & toute la terre ne seroit qu'un fourneau d'Alchimie, car par la nuit, les vapeurs retomberoyent en terre, & les metaux se fixeroyent par l'espace des temps, à cause de la circulation continuelle.

Devant que de finir ce discours je diray qu'en la lune la terre apparoist comme son pole plus que l'hemisphere lunaire, & n'apparoist jamais à la moindre; la superfice de la terre luy apparoist plus que 9 fois plus grande, qu'icy la lune ne fait, c'est à dire le diametre visuel 1 degré & demy plus que triple à celuy de la lune: les eclipses de soleil sont là, cum mora, & non pas les eclipses de terre: la terre luit, & a des taches, qui changent tousiours, combien que la figure de croissant, ou pleine, ne change; car c'est comme icy la lune, (autant en fait Venus, car elle croit & descroit, & on dit qu'elle vient à estre pleine, comme estant lors plus esloignée d'icy que le soleil) tous les mois, la lune decouvre les deux poles de la terre l'un apres l'autre, les jours y sont du moins 29 fois plus grands qu'icy, & aussi les nuicts de mesme; & en un jour & une nuict de là, la terre apparoist nouvelle, croissant, pleine, decroissant, & toutesfois en mesme espace de temps, qu'à nous la lune en fait de mesme, mais en ordre contraire, assavoir (au regard de ce que dessus) pleine, decroissant, nouvelle & croissant: les estoiles fixes apparoissent faire le circuit autour de la lune environ en 27 jours.

Touchant le corps de la lune mesme, en la partie meridionale, dans l'hemisphere qui se tourne vers la terre, on y remarque d'icy une extremement grande fosse & ronde, de laquelle procedent plusieurs lignes claires, quasi comme les meridiens passent par les poles és cartes, on y remarque aussi aisement les fosses & les bosses; car és concavitez, l'ombre est du costé du soleil, & és convexités des montagnes la clarté est du mesme costé que le soleil.

Les taches noires sont plus solides, & raboteuses; mais les plus luisantes, sont d'une matiere plus liquide, ou plus blanche; & plus polie, & l'air circuit tous les corps, contre l'opinion de nos Physiciens, qui n'ont jamais rien apporté d'eux-mesmes que ce qu'ils avoyent leu, ou ouy dire, depuis Ptolemée, ou Aristote, jusques à present mesmes, n'ont pas encor seulement resout combien il y avoit d'Elemens; ils en sont tres-esloignez, & ne sçavent pas que c'est du vuide, dont on a fait tant de disputes jusques à maintenant, sans une seule resolution: cependant qu'ils ayent encor temps pour y penser, je laisseray ces choses-là pour un autre fois, puis que cela requiert plus de temps à expliquer, que je n'ay de loisir: seulement je parleray en passant des cometes, que ce sont des corps qui changent de lieu, comme estant denués de force, & gastez de vieillesse, ayant esté retenus en un lieu, & ayant du depuis changé de qualité, ils viennent à tomber en un autre, qui est propre à recevoir telle sorte de matiere, & en y tombant les plus massives vont devant, puis les moins solides (comme est l'eau, & le sable) suivent apres, ce que nous appellons la queuë de la comete, &c. Ordinairement elles viennent de la voye lactée, qui sont des estoiles bien plus distantes d'icy que les estoiles fixes plus visibles, (car il faut sçavoir que les fixes ne sont en une superfice spherique, mais bien l'une est pres, l'autre est plus loing de nous, & ainsi jusques où ils peuvent parvenir) & pourroit avenir que la terre sera quelque jour une comete, c'est à dire (je n'en oseray rien definir, car il n'appartient qu'à Dieu) abysmera & changera de place, lors que nostre Seigneur la viendra juger, & la transporter en autre lieu; mais je laisseray cecy pour une autre fois.

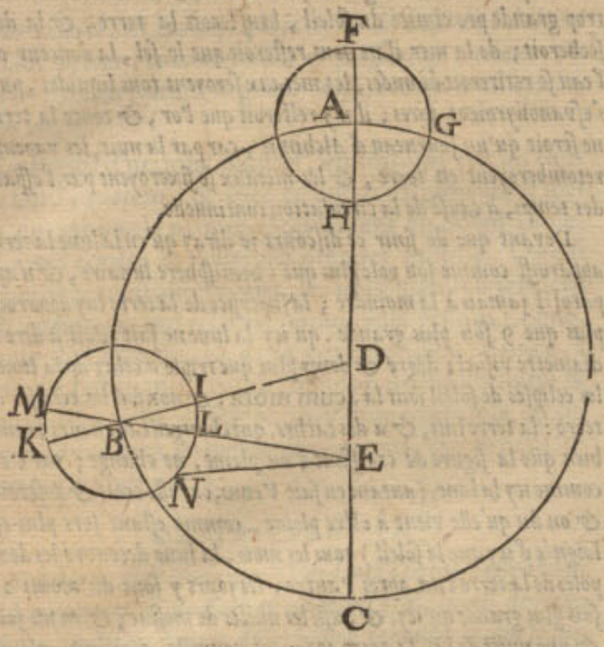


Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

### Definition VII.

*Cercle excentrique est celuy dont le centre est autre que celuy de la terre ; mais cercle concentrique, ou homocentre, est celuy qui avec la terre a mesme centre.*

Soit le cercle A B C, son centre D, la terre E ; iceluy




cercle A B C est excentrique, or il eust esté concentrique, si D eust esté la terre.

### Definition VIII.

*La ligne du centre de l'excentrique, au centre de la terre, s'appelle ligne de l'excentricité.*

Telle est la ligne D E de la septiesme definition.

### Definition IX.

*Apogée de l'excentrique, est un poinct le plus distant de la terre: Perigée, le plus pres.*

Si on produit l'excentricité D E de la precedente figure, jusques à la circonference en A & C, alors A est dit Apogée, & C perigée.

### Definition X.

*Deferant est un cercle excentrique, où la planete est portée.*

### Definition XI.

*Si en l'excentrique on prend un poinct comme centre, descrivant un petit cercle, à l'entour duquel la planete se meut ; iceluy cercle mineur s'appelle Epicycle : & le grand s'appelle Deferant l'epicycle.*

Soit d'un poinct A pris en la circonference de l'excentrique en la figure de la septiesme definition, & comme centre soit fait un cercle mineur FGH, où l'on suppose qu'une planete se meut, iceluy s'appelle epicycle, & A B C deferant l'epicycle.

### Definition XII.

*Apogée d'epicycle, est le poinct dans l'epicycle qui est le plus esloigné de la terre ; & Perigée, qui est le plus pres : mais moyen apogée d'epicycle, est le poinct d'iceluy le plus esloigné du centre de l'excentrique ; & moyen perigée qui est le plus pres.*

Soit à la figure de la septiesme definition produit le diametre C A jusques en F, en la circonference de l'epicycle : lequel poinct estant le plus esloigné que nul autre poinct de l'epicycle, de la terre E, sera ledit F appellé apogée de l'epicycle, & aussi H perigée de l'epicycle : mais si l'epicycle estoit en B, M seroit encor l'apogée d'iceluy, & L le perigée ; & non pas K, I, sinon qu'à l'esgard du poinct D centre du cercle ; parquoy K est dit moyen apogée, & I moyen perigée : ces deux apogées se joignent & unissent quand l'epicycle est dans la production de D E, comme en A, ou en C ; & autrement sont tousiours separez. Or K a son cours uniforme, estant veu de D centre, au contraire M a son cours difforme de quel poinct qu'il soit veu, soit de D, ou de E, tantost allant viste, tantost lentement, entre lesquels mouvemens K se meut mediocrement.

### Definition XIII.

*L'Arc dans l'epicycle entre les apogées, est appellé arc d'apogées (les autres l'appellent equation du centre en l'epicycle) & l'autre entre les perigées, est appellé arc des perigées.*

Comme à la figure de la septiesme definition, M K est l'arc des apogées (ou selon les autres Autheurs equation du centre de l'epicycle) & I L arc des perigées.

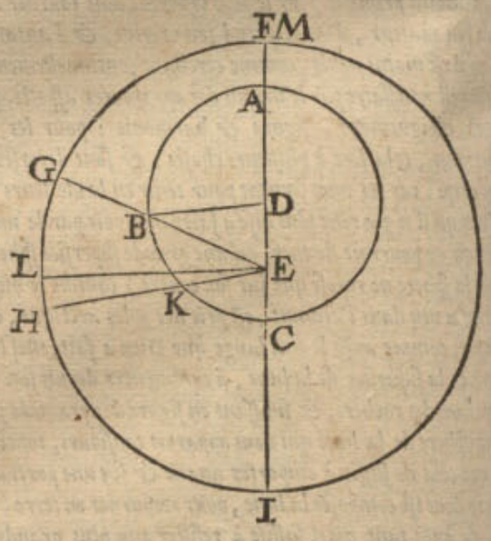
### Definition XIV.

*Premier hemicercle, est celuy qui selon l'ordre des degrez, est compris entre l'apogée, & perigée, contenant 180 degrez, le restant est appellé dernier ou second hemicercle.*

### Definition XV.

*Planete apparente, est le lieu auquel elle semble estre, & toutesfois n'y est pas. Et l'arc de mouvement apparant, est celuy qu'elle semble parcourir, combien qu'en effect cela ne soit pas.*

Soit A B C le deferant de planete, D centre, E la terre, duquel l'ecliptique soit descrite F G H, dont le diametre F I, passant par les poincts E, D, coupe le deferant en l'apogée A, & perigée C : le lieu de la planete au deferant B, par lequel menée E B, soit produite en G : Or B est le vray & propre lieu de la planete, toutesfois de la terre E, elle semble estre entre les estoiles




fixes en G, & partant G est le lieu apparant d'icelle : si de B elle parvient en K, & menée E K H, la planete estant veuë de la terre, semblera parcourir l'arc G H (dissemblable à l'arc B K) alors cest arc G H, ou bien l'angle G E H, ou B E K, est le mouvement apparant.

### Corollaire.

Par cest exemple de planete apparante, par la supposition d'un deferant, ou cercle excentrique, se pourra aussi entendre le semblable par la supposition d'un epicycle.

Aussi

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

Auſſi par ce qui a eſté dit, on cognoiſtra que c'eſt d'un arc apparant, apogée apparant F, &c.

### Definition XVI.

*PLanete moyenne eſt un poinct imaginé dans l'ecliptique, qui ſe meut uniformement, & touſiours en l'apogée apparant, quand la vraye planete n'ayant point d'epicycle, eſt en ſon apogée au deferant: mais ayant un epicycle, quand le centre du meſme epicycle eſt en l'apogée: & ſon mouvement s'appelle mouvement moyen, à compter touſiours depuis la ſection vernale.*

Par exemple, quand la planete (en la figure de la 15 definition) eſt en l'apogée A, alors il y a au meſme temps un poinct imaginé eſtre à l'apogée apparant F, qui ſe meut touſiours uniformement; comme quand la vraye planete ayant fait un tour, rentre au poinct A, alors la planete moyenne revient auſſi en l'apogée apparant, ayant pareillement fait un tour entier, & d'avantage, tant que l'apogée apparant s'eſt eſcoulé cependant: un tel poinct s'appelle planete moyenne, & ſon cours, ou mouvement, s'appelle mouvement moyen: ce qu'eſtant declaré touchant le temps d'un tour entier, ſera encor repeté pour expliquer la partie d'un tour ainſi. La vraye planete eſtant parvenuë de A vers B, cependant la moyenne planete aura fait un arc ſemblable à AB, ſoit icelle FL (ayant fait EL parallele à DB) & encor autant plus, qu'importe le cours de l'apogée apparant, lequel ſoit de M juſqu'à F, tellement que ML eſt le mouvement moyen, s'accordant en temps avec le cours de la vraye planete AB, il s'appelle mouvement moyen, à cauſe qu'il eſt moyen entre les mouvents agile & tardif.

Par ceſt exemple de planete moyenne & mouvement moyen, en ſuppoſant un deferant, on cognoiſt facilement le pareil en ſuppoſant un epicycle; car prenant le centre de l'epicycle pour planete, tout ce qui a eſté dit cy-deſſus luy conviendra.

### Definition XVII.

*ADdition, ou proſtheſe, eſt ce en quoy la vraye planete eſt plus avancée en apparence dans le zodiaque, que la planete moyenne: diminution, ou aphereſe, eſt ce en quoy la vraye planete ſemble eſtre moins avancee en apparence que la moyenne. Et le nom commun de ces choſes eſt dit Proſtaphereſe.*

Comme par exemple la vraye planete en la figure de la 15 definition, eſtant parvenue de A en B, & eſt en apparence en G, cependant la planete moyenne aura fait l'arc FL ſemblable à AB; où l'on voit que la planete apparante eſt moins avancée, que la moyenne planete L, de la grandeur de l'arc GL, lequel à ceſte cauſe s'appelle diminution, ou aphereſe, & advient touſiours au premier hemicercle du deferant. Mais quand telle choſe ſe fait par addition, cela advient au dernier hemicercle, & s'appelle, comme dit eſt, addition ou proſtheſe; & en general tant l'addition que la diminution s'appellent proſtaphereſe.

Il faut ſçavoir que l'angle DBE, auſſi bien que l'arc GL, s'appelle diminution de la planete: à cauſe qu'ils ſe rapportent en nombre de degrez, puis que les angles DBE & GEL ſont egaux.

Juſques icy ſont deſcrits les exemples avec des deferants, mais touchant les epicycles, les planetes y ont les proſtaphereſes en deux manieres, l'une de par le centre de l'epicycle, laquelle eſt de meſme qualité que celle qui a eſté dite cy-deſſus, des planetes, és deferans; l'autre de par le mouvement de la planete en l'epicycle; & la proſtaphereſe cauſée de ces deux dites proſtaphereſes, ſe dit en general proſtaphereſe des planetes.

Soit pour plus ample declaration, en la figure de la ſeptieſme definition, la planete en l'epicycle au poinct N, où joinct la dimunition qu'il reçoit de par le centre de l'epicycle, acquiert d'autre part addition de l'angle BEN, lequel avec DBE (aſſavoir adjouſté, quand ils ſont de meſme nom; & ſouſtrait l'un de l'autre, quand ils ſont de differens noms, comme icy) ce qui en viendra, s'appelle la proſtaphereſe des planetes.

Notez auſſi que le nombre des degrez de l'arc d'apogée MK, ou du perigée IL, s'accorde touſiours avec le nombre de la proſtaphereſe du centre de l'epicycle, comme DBE, pource que IL eſt un arc deſcrit ſur le centre B.

### Definition XVIII.

*PRemiere proſtaphereſe, eſt celle du centre de l'epicycle. Deuxieſme proſtaphereſe, celle de la planete en l'epicycle: finalement egalée, celle qui eſt faite du meſlange de la premiere & ſeconde.*

La planete ſans epicycle n'a qu'une proſtaphereſe, aſſavoir que celle qu'elle reçoit par l'excentricité du deferant, & ainſi n'a beſoing de diſtinction de proſtaphereſe premiere, deuxieſme, ou egalée, de ceſte definition; mais ſeulement appartient aux planetes qui ont epicycles, dont la premiere & la ſeconde eſtant chacune proſtheſe, leur ſomme ſera proſtheſe egalée; & chacune eſtant diminution (ou aphereſe) leur ſomme ſera dite aphereſe egalée: finalement l'une eſtant proſtheſe, l'autre aphereſe, alors la difference avec le nom du majeur nombre des deux, ſera la ſpecification de la proſtaphereſe egalée.

### Definition XIX.

*CE qu'une planete en un temps donné, eſt plus avancée qu'une autre, ou gaigne ſur une autre, eſt dit Gain de planete.*

Ce temps eſt ſouvent entendu commencer en la conjonction de deux planetes, tellement qu'on prend l'arc apparant, qui eſt entre icelles, à conter ſelon l'ordre des ſignes, depuis le tardif juſques à l'agile, pour le Gain de planete en general; ce qui ſe peut auſſi bien calculer par planetes moyennes, que vrayes.

### Definition XX.

*DEux corps lumineux du monde, ayant une meſme longitude au zodiaque, ſont dits eſtre en conjonction: mais differens d'un demicercle apparant, en oppoſition.*

### Definition XXI.

*LEs conjonctions & oppoſitions des planetes moyennes, ſont dites conjonctions moyennes, & oppoſitions moyennes.*

### Definition XXII.

*EPhemerides obſervées des planetes, ſont celles qui contiennent un journal, ou la deſcription des lieux des planetes, jour pour jour, ainſi qu'on les a obſervées par inſtruments à ce idoines, avec le temps de leurs conjonctions, oppoſitions, trine, quadrin, ou autres aſpects, tant avec les eſtoiles fixes, qu'avec les autres planetes; & autres tels accidens, comme ſont les eclipſes, grandeur de la partie eclipſée, & quelle, vers où, quand elles commencent & finiſſent, & choſes ſemblables.*

### Definition XXIII.

*EPhemerides ſupputées des planetes, ſont celles qui par la cognoiſſance de l'Aſtronomie ſont calculées, & redigées en ordre en forme de journal, aſſavoir où les planetes ſeront au temps à venir, jour pour jour: item des eclipſes de ſoleil, & de lune, & de tous leurs accidens.*



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

Telles Eph. supputées sont en abondance, & mises en lumiere, comme de *Iean Stoflerus*, *Erasme Renoldus*, *Leovitius*, *Stadius*, *Maginus*, *Martin Everart*, & d'autres.

### Definition XXIV.

*Temps periodique d'une planete, est la restitution d'icelle, au mesme terme de son orbe, trouvée par beaucoup d'observations exactes, par où l'on peut trouver la celerité de son mouvement au temps donné.*

### Notez.

Le zodiaque, comme aussi l'equinoctial, & autres cercles seront divisés en 360 degrez, simplement, & non pas en douze signes à l'antique, afin d'eviter superfluité, combien que le tout revienne au mesme but, veu qu'ils sont divisez aussi en 30 degrez signe pour signe.

## PREMIERE DISTINCTION DV PREMIER LIVRE,

### Touchant la maniere de trouver le mouvement du Soleil par les Ephemerides observées.

*Devant que de traiter du mouvement du Soleil en particulier, sera parlé en general de l'invention du cours des planetes en la* I *proposition suivante.*

### Proposition I.

*Declarer comment il semble que les hommes ont premierement commencé à avoir la cognoissance du cours des planetes; ou comment ils pourroyent commencer pour y parvenir, s'il n'y en avoit du tout.*

On sçait bien qu'il est necessaire à la description d'une science, de commencer par les premiers fondemens, si on veut faire quelque chose intelligible, & bien ordonnée; c'est pourquoy il m'a semblé bon de dire icy mon opinion, comment peuvent avoir fait, ceux qui ont jadis commencé à apprendre l'Astronomie, ou bien en quelle maniere on pourroit commencer pour parvenir à quelque chose, s'il n'y avoit eu auparavant aucune trace, ou relique d'icelle entre les monumens des devanciers. Pour donc entrer en matiere, & declarer ceste celeste, par un exemple terrestre, je dis, que tout ainsi que voulant mettre en carte un payſage, lequel auparavant n'y eust esté redigé, il faudroit l'avoir veu, si on ne se veut contenter du rapport d'autruy, si paraventure il y en a: de mesme aussi voulant entendre le cours des Astres, lequel auparavant n'auroit esté descrit de personne, il est necessaire d'en estre le spectateur, ou bien recevoir l'instruction de ceux qui y ont observé quelque chose: Nos ancestres ont fait de mesme, & remarquant diligemment le lieu des lumieres celestes, ont veu qu'entre la multitude des estoiles fixes, il y en avoit d'autres mobiles, en nombre de 7 (avec le soleil & la lune) & d'un mouvement tres-irregulier quant à l'apparence, tantost viste, puis lent, & puis apres estre immobiles, voire jusques à rebrousser & reculer: recerchant donc la raison de choses si esmerveillables, ils ont remarqué les lieux d'icelles entre les estoiles fixes, aussi les eclipses de soleil & de lune avec toutes leurs circonstances, comme leurs durées, quand elles commençoyent, la quantité de la partie eclipsée, & vers quel costé, sous quel poinct en l'ecliptique, & partant la longitude & latitude d'icelle au temps que le milieu de l'eclipse se faisoit, en quel lieu sur la terre ils faisoyent telles observations. Cela n'apporte pas peu de certitude en ce subject, que de remarquer les eclipses des autres planetes, & aussi des estoiles fixes, lors qu'elles sont cachées à nos yeux par l'entremise des planetes comme plus pres de nous; apres plusieurs & semblables observations on remarque qu'elles changent de longitude & latitude les unes plus, les autres moins, annotant toutes ces choses en forme d'Ephemerides, lesquelles venant entre les mains de leurs successeurs long temps apres, qui en font autant d'eux-mesmes, peuvent par ce moyen parvenir à une plus grande cognoissance que les premiers du propre mouvement, des periodes, & accidents du cours des Astres, comme ont fait *Hyparchus*, *Ptolemée*, & ceux qui leur ont succedé, & qui ont eu leurs escrits.

Mais telles ephemerides & escrits estant perdus, & depuis nuls autres n'ayant esté faits comme la chose le requiert, je prendray au defaut d'iceux, quelques Ephemerides supputées qui sont presentement en lumiere, comme celles de *Stadius*, lesquelles combien qu'elles soyent calculées sur temps egal, & que les Ephemerides d'experience quotidienne se facent en temps inegal & naturel, avec ce qu'elles ne s'accordent pas bien comme il faut avec la chose mesme, en partie à cause des erreurs des supputations, comme aussi que le cours des Astres n'est pas bien cognu en ce temps; toutesfois elles pourront servir d'exemples pour declarer mon dessein, assavoir comment on peut appercevoir que les planetes sont dans des cercles excentriques, & qui plus est dans des epicycles. Aussi comment par les Ephemerides on vient à cognoistre le mouvement moyen des planetes; & les longitudes apparentes des apogées & perigées, tant des deferants que des epicycles.

Les mouvemens des planetes estant ainsi esbauchés, & les commencemens plus grossiers esclarcis, je me mettray puis apres au deuxiesme livre, & aux suivans, à poursuivre la chose, comme à l'investigation de ceste matiere, par voye Mathematique, selon l'ordre declaré cy-dessus, en l'argument de l'Astronomie. Car de vouloir cercher du commencement les choses susdites selon la maniere *d'Hyparchus* & de *Ptolemée*, & comme ils les ont receuës, & nous aussi d'eux (ausquels nous sommes redevables, & tenus de leur en sçavoir bon gré) assavoir par operation Mathematique, fondée sur 3 observations de l'apparante longitude d'une planete, il n'est pas vray-semblable que les premiers recercheurs, ayent commencé par là, mais que plusieurs choses devoyent preceder, par lesquelles on apprenoit que telles observations, pourroyent servir puis apres à tel certain fondement pour la cognoissance de l'Astronomie; aussi que les operations mathematiques ont esté adjoinctes aux autres pour plus grande amplification & certitude. Et ainsi les escriray-je aussi, selon que la chose aura esté entendue preallablement par les Ephemerides observées: Notez aussi, que tout ainsi que la terre semble estre fixe en apparence exterieure, & que les commencemens de l'apprentissage de l'Astronomie ont este avec telle supposition; & qu'ainsi elle est plus intelligible & plus commode au commencement, aussi nous suivrons icy ceste supposition tant au premier qu'au second livre, mais au troisiesme de l'Astronomie, avec la naturelle supposition de la terre mobile.

Selon que *Ptolemée* affirme, la cognoissance des astres chez les anciens, estoit tres-simple comme il la receut d'eux; car la lune, ainsi que le soleil, avoit un seul eccentrique, & les autres planetes, un eccentrique avec un epicycle, mais comme *Ptolemée* ne trouvant la concordance assez exacte avec les observations, y joignit d'autres

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

d'autres hypotheſes de ſon invention: *Copernic* à uſurpé auſſi tels meſlanges, avec le mouvement de la terre. Or ma deliberation n'eſtãt d'inſiſter ſur ces veſtiges meſlez, mais ſeulement d'expliquer la maniere des premieres hypotheſes, afin que nous les ayons devant les yeux, ſelon la ſimplicité en laquelle *Ptolemée* les a receus. Quant aux anomaux feints puis apres, (obſcurs, & eſloignez de la verité, & de la nature) il en ſera parlé particulierement puis apres, afin qu'il conſte aux apprentifs, quelles choſes ſont celles qui requierent amandement par meilleure Theorie, en la reſtauration de l'Aſtronomie. Car ce chemin m'a ſemblé eſtre le plus commode pour expliquer à *Son Excellence* les mouvements des planetes qui me ſont cognus, au plus brief, & le plus clairement; & que je demonſtre combien ſont neceſſaires les obſervateurs & les Eph. obſervées, & de quel uſage elles ſont, afin que nous puiſſions parvenir où les hommes ont jadis atteint du ſiecle ſage.

NOTEZ.

Devant que d'aller plus outre, il ſera bon d'avertir, que je n'entreprens pas de deſigner avec grande exactitude les vrays lieux des planetes pour le temps futur; mais ſeulement la maniere de leurs cours, prenant pour exemple ce qui vient mieux à propos, ſoit certain, ou non; pource que ceſte ſcience en general n'a pas, ſelon mon opinion, encor de fondement aſſez ferme, à cauſe des anomaux, ou mouvemens irreguliers incognus, & en requiert un plus precis, qui ne peut pas eſtre ſi toſt adapté: en partie d'autant qu'il n'y a point de gens, ny nation qui s'y exerce en commun, & en ſon propre langage, & par conſequent pas tant d'experience ny d'obſervateurs, comme la choſe le requiert, comme il a eſté plus amplement dedait à la 6 defin. du premier livre de la Geographie: & d'autre part qu'avec cela meſme il faut auſſi du temps. Voila donc comment il ſemble, que les anciens ont commencé à recognoiſtre aucunement le cours des aſtres, & auſſi comment il faudroit faire, ſi nous n'euſſions rien herité d'eux de ce coſté-la.

## PROPOSITION II.

*TRouver la grandeur de l'an naturel par les Eph. obſervées.*

D'autant qu'on a beſoing d'un temps determiné & definy, il eſt neceſſaire de cõmencer par l'inveſtigation de la grandeur de l'an naturel, par lequel on puiſſe meſurer le cours des aſtres. Et afin d'entrer en ceſte perquiſition, il ne ſeroit pas mauvais d'avoir les Eph. de *Stadius*, ou autres au deffaut d'icelles, leſquelles nous ſuppoſons eſtre ainſi obſervées, car ſans cela tout ſeroit d'autant plus obſcur: les ayant donc, je cerche en quel an, (je prens le premier qui eſt l'an 1554,) le ſoleil eſtoit au plus pres en la ſection vernale ſur un midy; & trouve l'onzieſme Mars, car alors il eſtoit au 359 deg. 59 ①, n'y ayant que 1 ① de difference juſques à ladite ſection vernale. Puis cerchant en l'année ſuivante 1555, quand le ſoleil eſtoit derechef au meſme 359 deg. 59 ①, & trouve l'onzieſme Mars apres midy à 5 heures & 36 ①, car ſur le midy il eſtoit comme aux Eph. au 359 deg. 45 ①, ainſi qu'il y reſte encor le temps de parcourir 14 ①: pour à quoy parvenir je conſidere là meſme que le ſoleil faiſoit 1 deg. par jour, c'eſt 60 ①, parquoy je dis, ſi 60 ① donnent 24 heures, combien donneront les ſuſdites 14 ①? ſont, comme dit eſt, 5 heures 36 ①: mais depuis le 11 Mars 1554 juſques au 11 Mars 1555, il y a 365 jours, donc ſelon ce compte-la l'an ſeroit de 365 jours 5 heures & 36 ①.

Cecy eſt fait en forme d'exemple d'une ſeule circuition ſolaire, afin d'entendre plus clairement le requis: mais d'autant qu'il y a beaucoup plus de certitude par le moyen de pluſieurs circuits que par un ſeul, ou par un peu, veu qu'ayant failli en 1000 ans une ſeule heure, la faute ne ſeroit que $\frac{1}{1000}$ d'heure en un an: là où que faillant d'une heure en un an, la faute ſeroit 1000 fois plus grande, 1000 heures en 1000 ans, qui ſont preſque 6 ſepmaines d'erreur, ce qui eſt cauſe que nous prendrons autant d'années que les Eph. s'eſtendẽt; je cerche donc en l'année 1606 quand c'eſt que le ſoleil obtient 359 deg. 59 ①, & trouve que c'eſt au 10 Mars apres midy 11 heures 47 ① 48 ②, car ſur le midy il eſtoit au 359 deg. 30 ①, de ſorte qu'il manquoit encor le temps du cours de 29 ①: pour quelle choſe trouver, je regarde aux tables, combien c'eſt que le ſoleil faiſoit par jour alors, & trouve 29 ①, je dis donc 59 ① donnent 24 heures, combien les ſuſdites 29 ①? vient comme deſſus 11 heures 47 ①, 48 ②. Et puis que depuis le 11 Mars 1554 & le 10 Mars 1606 à 11 heures 47 ① 48 ② apres midy ſont faits 52 circuits, auſquels le ſoleil a mis 18992 jours 11 heures 47 ① 48 ②, (aſſavoir 52 fois 365 duquel produit faut oſter 1, à cauſe que c'eſt du 11 Mars au 10 Mars, viendra 18979, auquel adjouſté 13 jours, des 13 années biſſextes, qui y ſont compriſes, & ce à leur mois de Fevrier) Cela fait, je dis 52 tours durẽt 18992 jours 11 heures 47 ① 48 ②, combien durera 1 tour? fait pour la longueur d'un an, ſelon ce compte, 365 jours 5 heures 45 ① 55 ②. qui eſt donc la maniere de trouver la quantité de l'an naturel par les Ephemerides obſervées.

## PROPOSITION III.

*TRouver le mouvement moyen du ſoleil en un temps donné, & en deſcrire des tables.*

NOTEZ I.

Il a eſté dit en la deuxieſme propoſition que l'an avoit 365 jours 5 heures 45 ① 55 ②, ſur quel fondement, on pourroit conſtruire des tables du mouvement moyen du ſoleil: mais pource que cela me ſeroit un peu faſcheux, & que ceſte concluſion de la longueur de l'an (comme auſſi toute autre, depuis le ſiecle ſage) n'eſt pas du tout certaine, joint que ce n'eſt qu'en forme d'exemple, pour les raiſons deduites à la 1 propoſition; je prendray donc, pour eviter telle peine, que la longueur de l'an ſoit comme *Ptolemée* l'a deſcrit, avec ſes tables; or il la defini de 365 jours 5 heures 55 ① 12 ②, leſquelles par autres parties (ſans nommer les heures) font 365 jours 14 ① 48 ②, ou bien 365 $\frac{37}{150}$ jours.

Et tout de meſme que nous diſons du cours du ſoleil, ainſi le faudra-il entendre cy-apres, lors que nous prendrons les mouvemens moyens des autres planetes dudit *Ptolemée*, au lieu d'en faire des nouvelles.

*Le donné.* Soit le temps d'un jour. *Le requis.* On veut trouver le mouvement moyen du ſoleil ſur un tel temps. *Conſtruction.* Je dis en 365 $\frac{37}{150}$ jours le ſoleil fait 360 deg. (par la premiere note de ceſte propoſition) cõbien fera-il en 1 jour? fait pour le requis 59 ① 8. 17. 13. 12. 31.

NOTEZ II.

Nous avons mis un exemple, auquel ſe trouve le mouvement moyen du ſoleil en un jour, par une regle de trois, ce qui ſeroit difficile de repeter à chaque fois pour tel temps qu'on deſireroit, qui fait que la commodité d'une table eſt fort requiſe, auſſi à cauſe de ſon frequent uſage, laquelle ſe fait comme s'enſuit.

## CONSTRVCTION DES TABLES du moyen mouvement du Soleil.

LE cours ſuſdit d'un jour, ou 24 heures, eſt de 59 ① 8. 17. 13. 12. 31.
Si pour les heures, la $\frac{1}{24}$ eſt pour 1 heure. 2 ① 27. 50. 43. 3. 1.
Son double pour 2 heures. 4 ① 55. 41. 26. 6. 2.

Et ainſi conſequemment on trouve le mouvement pour toutes les autres heures juſques à 23, puis le cours d'un jour, puis de 2, &c. juſques à d'avantage, & pour les ans Egyptiens juſques à 810, comme en ceſte table:

TABLE

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

## TABLE DU MOYEN MOUVEMENT DU SOLEIL.

| heur. | deg. | ① | ② | ③ | ④ | ⑤ | ⑥ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 0 | 2 | 27 | 50 | 43 | 3 | 1 |
| 2 | 0 | 4 | 55 | 41 | 26 | 6 | 2 |
| 3 | 0 | 7 | 23 | 32 | 9 | 9 | 3 |
| 4 | 0 | 9 | 51 | 22 | 52 | 12 | 5 |
| 5 | 0 | 12 | 19 | 13 | 35 | 15 | 6 |
| 6 | 0 | 14 | 47 | 4 | 18 | 18 | 7 |
| 7 | 0 | 17 | 14 | 55 | 1 | 21 | 9 |
| 8 | 0 | 19 | 42 | 45 | 44 | 24 | 10 |
| 9 | 0 | 22 | 10 | 36 | 27 | 27 | 11 |
| 10 | 0 | 24 | 38 | 27 | 10 | 30 | 12 |
| 11 | 0 | 27 | 6 | 17 | 53 | 33 | 14 |
| 12 | 0 | 29 | 34 | 8 | 36 | 36 | 15 |
| 13 | 0 | 32 | 1 | 59 | 19 | 39 | 16 |
| 14 | 0 | 34 | 29 | 50 | 2 | 42 | 18 |
| 15 | 0 | 36 | 57 | 40 | 45 | 45 | 19 |
| 16 | 0 | 39 | 25 | 31 | 28 | 48 | 20 |
| 17 | 0 | 41 | 53 | 22 | 11 | 51 | 21 |
| 18 | 0 | 44 | 21 | 12 | 54 | 54 | 23 |
| 19 | 0 | 46 | 49 | 3 | 37 | 57 | 24 |
| 20 | 0 | 49 | 16 | 54 | 21 | 0 | 25 |
| 21 | 0 | 51 | 44 | 45 | 4 | 3 | 27 |
| 22 | 0 | 54 | 12 | 35 | 47 | 6 | 28 |
| 23 | 0 | 56 | 40 | 26 | 30 | 9 | 29 |
| jours | | | | | | | |
| 1 | 0 | 59 | 8 | 17 | 13 | 12 | 31 |
| 2 | 1 | 58 | 16 | 34 | 26 | 25 | 2 |
| 3 | 2 | 57 | 24 | 51 | 39 | 37 | 33 |
| 4 | 3 | 56 | 33 | 8 | 52 | 50 | 4 |
| 5 | 4 | 55 | 41 | 26 | 6 | 2 | 35 |
| 6 | 5 | 54 | 49 | 43 | 19 | 15 | 6 |
| 7 | 6 | 53 | 58 | 0 | 32 | 27 | 37 |
| 8 | 7 | 53 | 6 | 17 | 45 | 40 | 8 |
| 9 | 8 | 52 | 14 | 34 | 58 | 52 | 39 |
| 10 | 9 | 51 | 22 | 52 | 12 | 5 | 10 |
| 11 | 10 | 50 | 31 | 9 | 25 | 17 | 41 |
| 12 | 11 | 49 | 39 | 26 | 38 | 30 | 12 |
| 13 | 12 | 48 | 47 | 43 | 51 | 42 | 43 |
| 14 | 13 | 47 | 56 | 1 | 4 | 55 | 14 |
| 15 | 14 | 47 | 4 | 18 | 18 | 7 | 45 |
| 16 | 15 | 46 | 12 | 35 | 31 | 20 | 16 |
| 17 | 16 | 45 | 20 | 52 | 44 | 32 | 47 |
| 18 | 17 | 44 | 29 | 9 | 57 | 45 | 18 |
| 19 | 18 | 43 | 37 | 27 | 10 | 57 | 49 |
| 20 | 19 | 42 | 45 | 44 | 24 | 10 | 20 |
| 21 | 20 | 41 | 54 | 1 | 37 | 22 | 51 |
| 22 | 21 | 41 | 2 | 18 | 50 | 35 | 22 |
| 23 | 22 | 40 | 10 | 36 | 3 | 47 | 53 |
| 24 | 23 | 39 | 18 | 53 | 17 | 0 | 24 |
| 25 | 24 | 38 | 27 | 10 | 30 | 12 | 55 |
| 26 | 25 | 37 | 35 | 27 | 43 | 25 | 26 |
| 27 | 26 | 36 | 43 | 44 | 56 | 37 | 57 |
| 28 | 27 | 35 | 52 | 2 | 9 | 50 | 28 |
| 29 | 28 | 35 | 0 | 19 | 23 | 2 | 59 |
| 30 | 29 | 34 | 8 | 36 | 36 | 15 | 30 |
| 60 | 59 | 8 | 17 | 13 | 12 | 31 | 0 |
| 90 | 88 | 42 | 25 | 49 | 48 | 46 | 30 |
| 120 | 118 | 16 | 34 | 26 | 25 | 2 | 0 |
| 150 | 147 | 50 | 43 | 3 | 1 | 17 | 30 |
| 180 | 177 | 24 | 51 | 39 | 37 | 33 | 0 |
| 210 | 206 | 59 | 0 | 16 | 13 | 48 | 30 |
| 240 | 236 | 33 | 8 | 52 | 50 | 4 | 0 |
| 270 | 266 | 7 | 17 | 29 | 26 | 19 | 30 |
| 300 | 295 | 41 | 26 | 6 | 2 | 35 | 0 |
| 330 | 325 | 15 | 34 | 42 | 38 | 50 | 30 |
| 360 | 354 | 49 | 43 | 19 | 15 | 6 | 0 |

| ans. | deg. | ① | ② | ③ | ④ | ⑤ | ⑥ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 359 | 45 | 24 | 45 | 21 | 8 | 35 |
| 2 | 359 | 30 | 49 | 30 | 42 | 17 | 10 |
| 3 | 359 | 16 | 14 | 16 | 3 | 25 | 45 |
| 4 | 359 | 1 | 39 | 1 | 24 | 34 | 0 |
| 5 | 358 | 47 | 3 | 46 | 45 | 42 | 35 |
| 6 | 358 | 32 | 28 | 32 | 6 | 51 | 30 |
| 7 | 358 | 17 | 53 | 17 | 28 | 0 | 5 |
| 8 | 358 | 3 | 18 | 2 | 49 | 8 | 40 |
| 9 | 357 | 48 | 42 | 48 | 10 | 17 | 15 |
| 10 | 357 | 34 | 7 | 33 | 31 | 25 | 50 |
| 11 | 357 | 19 | 32 | 18 | 52 | 34 | 25 |
| 12 | 357 | 4 | 57 | 4 | 13 | 43 | 0 |
| 13 | 356 | 50 | 21 | 49 | 34 | 51 | 35 |
| 14 | 356 | 35 | 46 | 34 | 56 | 0 | 10 |
| 15 | 356 | 21 | 11 | 20 | 17 | 8 | 45 |
| 16 | 356 | 6 | 36 | 5 | 38 | 17 | 20 |
| 17 | 355 | 52 | 0 | 50 | 59 | 25 | 55 |
| 18 | 355 | 37 | 25 | 36 | 20 | 34 | 30 |
| 36 | 351 | 14 | 51 | 12 | 41 | 9 | 0 |
| 54 | 346 | 52 | 16 | 49 | 1 | 43 | 30 |
| 72 | 342 | 29 | 42 | 25 | 22 | 18 | 0 |
| 90 | 338 | 7 | 8 | 1 | 42 | 52 | 30 |
| 108 | 333 | 44 | 33 | 38 | 3 | 27 | 0 |
| 126 | 329 | 21 | 59 | 14 | 23 | 1 | 30 |
| 144 | 324 | 59 | 24 | 50 | 44 | 36 | 0 |
| 162 | 320 | 36 | 50 | 27 | 5 | 10 | 30 |
| 180 | 316 | 14 | 16 | 3 | 25 | 45 | 0 |
| 198 | 311 | 51 | 41 | 39 | 46 | 19 | 30 |
| 216 | 307 | 29 | 7 | 16 | 6 | 54 | 0 |
| 234 | 303 | 6 | 32 | 52 | 27 | 28 | 30 |
| 252 | 298 | 43 | 58 | 28 | 48 | 3 | 0 |
| 270 | 294 | 21 | 24 | 5 | 8 | 37 | 30 |
| 288 | 289 | 58 | 49 | 41 | 29 | 12 | 0 |
| 306 | 285 | 36 | 15 | 17 | 49 | 46 | 30 |
| 324 | 281 | 13 | 40 | 45 | 10 | 21 | 0 |
| 342 | 276 | 51 | 6 | 30 | 30 | 55 | 30 |
| 360 | 272 | 28 | 32 | 6 | 51 | 30 | 0 |
| 378 | 268 | 5 | 57 | 43 | 12 | 4 | 30 |
| 396 | 263 | 43 | 23 | 19 | 32 | 39 | 0 |
| 414 | 259 | 20 | 48 | 55 | 53 | 13 | 30 |
| 432 | 254 | 58 | 14 | 32 | 13 | 48 | 0 |
| 450 | 250 | 35 | 40 | 8 | 34 | 22 | 30 |
| 468 | 246 | 13 | 5 | 44 | 54 | 57 | 0 |
| 486 | 241 | 50 | 31 | 21 | 15 | 31 | 30 |
| 504 | 237 | 27 | 56 | 57 | 36 | 6 | 0 |
| 522 | 233 | 5 | 22 | 33 | 56 | 40 | 30 |
| 540 | 228 | 42 | 48 | 10 | 17 | 15 | 0 |
| 558 | 224 | 20 | 13 | 46 | 37 | 49 | 30 |
| 576 | 219 | 57 | 39 | 22 | 58 | 24 | 0 |
| 594 | 215 | 35 | 4 | 59 | 18 | 58 | 30 |
| 612 | 211 | 12 | 30 | 35 | 39 | 33 | 0 |
| 630 | 206 | 49 | 56 | 12 | 0 | 7 | 30 |
| 648 | 202 | 27 | 21 | 48 | 20 | 42 | 0 |
| 666 | 198 | 4 | 47 | 24 | 41 | 16 | 30 |
| 684 | 193 | 42 | 13 | 1 | 1 | 51 | 0 |
| 702 | 189 | 19 | 38 | 37 | 22 | 25 | 30 |
| 720 | 184 | 57 | 4 | 13 | 42 | 50 | 0 |
| 738 | 180 | 34 | 29 | 50 | 3 | 34 | 30 |
| 756 | 176 | 11 | 55 | 26 | 24 | 9 | 0 |
| 774 | 171 | 49 | 21 | 2 | 44 | 43 | 30 |
| 792 | 167 | 26 | 46 | 39 | 5 | 18 | 0 |
| 810 | 163 | 4 | 12 | 15 | 25 | 52 | 30 |

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

## VSAGE DE CESTE TABLE.

Soit qu'on desire d'avoir le propre mouvement du soleil, qu'il fait en 879 ans Egyptiens 66 jours & 2 heures. *Operation.* Si és tables les 879 ans Egyptiens 66 jours 2 heures, avec le moyen mouvement des mesmes, estoient en une seule ligne droite, on auroit incontinent le requis; mais cela n'estant ainsi, on prendra plusieurs pieces (à chaque fois les plus grandes qu'on pourra pour avoir plustost fait) pour achever les nombres donnés. A ceste fin je prens dans les tables les 879, ou le plus approchant mineur 810, avec le moyen mouvement correspondant jusques aux ②, comme suffisantes (car les autres ne servent qu'à faire les tables, & non pas à leur usage, comme il sera plus amplement dit en la derniere partie de l'advertissement de la Construction des tables) alors la premiere ligne sera ainsi,

810. ans 163. deg. 4. 12.

Il y a encor manque de 69 ans, au lieu d'iceux je prendray 54 & 15 (on pourroit bien faire encor autrement) puis 60 & 6 jours, & finalement 2 heures: lesquels posez ordonnément sous les susdits 810 ans, & adjoustant les nombres correspondans, l'operation sera comme icy dessous.

| | | |
|---|---|---|
| 810 ans | 163 deg. | 4. 12. |
| 54 ans | 146 deg. | 52. 17. |
| 15 ans | 356 deg. | 21. 11. |
| 60 jours | 59 deg. | 8. 17. |
| 6 jours | 5 deg. | 54. 50. |
| 2 heures | 0 deg. | 4. 56. |
| | 931 deg. | 25. 43. |

De ce 931 faut oster tous les circuits entiers, c'est à dire diviser par 360, & viendra 2 circuits; lesquels je delaisse, & reste 211 deg. qui avec les autres font 211 deg. 25. 43. & delaissant les 43 ②, viendra assez pres pour le mouvement requis 211 deg. 26 ①. Voila touchant la maniere de calculer les moyens mouvemens du soleil en un temps proposé.

## ADVERTISSEMENT SVR LA CONSTRVCTION DES TABLES.

Ce ne sera hors de propos de dire icy, que les tables augmentant de jour en jour, se font alors par addition, ou multiplication, & non par soustraction, ou division: Comme par exemple, estant cognu le cours de 18 ans, assavoir de 168 deg. 49. 52. 9. 9. 45. 0. & que par iceluy on vueille sçavoir le cours de 4 fois 18, qui font 72 ans, on multipliera lesdits nombres par 4. & viendra (apres avoir rejetté les cercles entiers) 315 deg. 9. 18. 36. 9. 0. 0. Ce qui se fait bien voirement par multiplication, comme il a esté dit cy-dessus: Mais si on eust cognu auparavant le cours des 72 ans, & qu'on eust requis celuy de 18 ans; divisant par 4 lesdits 315 deg. &c. il ne s'ensuivroit pas pourtant que ce qui viendroit au quotient, soit le vray nombre requis, à cause qu'en la multiplication on a rejetté des cercles, le nombre desquels n'est pas cognu, pour les pouvoir diviser; & partant tels mouvemens ne sont pas aisés à diviser, à cause desdits cercles qui sont delaissez, si ce n'est que l'on vueille prendre un peu plus de peine: il est aisé aussi à voir que tels inconvenients ne peuvent survenir en la subdivision de 365 jours, ou moins, pource qu'alors il n'y a pas de cercle rejetté.

Davantage, puis qu'és observations les ①, ②, ou ③, &c. sont de fort peu de consequence, voire mesme peu certaines, comment est-ce que nous en usons és tables du cours du soleil, on y admet des parties plus petites que ① jusques aux ⑥; & pourquoy est-ce que l'on ne se contente d'escrire que le cours d'iceluy n'est que de 59 ① par jour? La response est manifeste par les precedentes, car puis que les anciens ont eu dessein d'escrire une table de 810 ans, comprenans 295650 jours, & que le cours du soleil des mesmes se trouve par la somme de tant de cours journaliers, là où que si on eust seulement posé és tables les 59 ① pour un jour, delaissant les 8 ②, on eust delaissé en 810 ans, 810 fois 8 ②, qui montent bien plus que 657 degrez, ou bien pour obvier à ce defaut il eust fallu faire autant de regle de trois que de jours, mois & années desdites tables, ce qui seroit trop difficile, & prendre une peine ridicule: de mesme si on les eust construits jusques aux ④ en delaissant les ⑤, alors en beaucoup de temps cela eust redondé jusques aux ②, veu que 29560 fois 30 ⑤ feroient plus que 40 ②, puis les mesmes dans des ingrediens de grande addition, feroient vaciller les ①, parquoy les faisant jusques aux ⑤, voire pour mieux eviter les inconvenients, les anciens les ont fait jusques aux ⑥, & non pas plus outre, puis que ce seroit chose inutile.

### NOTEZ.

Tout ainsi que la table du mouvement du soleil est commencée icy par le cours d'un jour; de mesme aussi seront cy-apres construites les tables des autres Planetes, & de leurs cieux, par le cours d'un jour; toutesfois nous ne descrirons pas là leurs constructions, ny leurs usages, à cause de la convenance de telles explications avec la precedente: pource aussi que l'advertissement qui est icy en titre servira là semblablement.

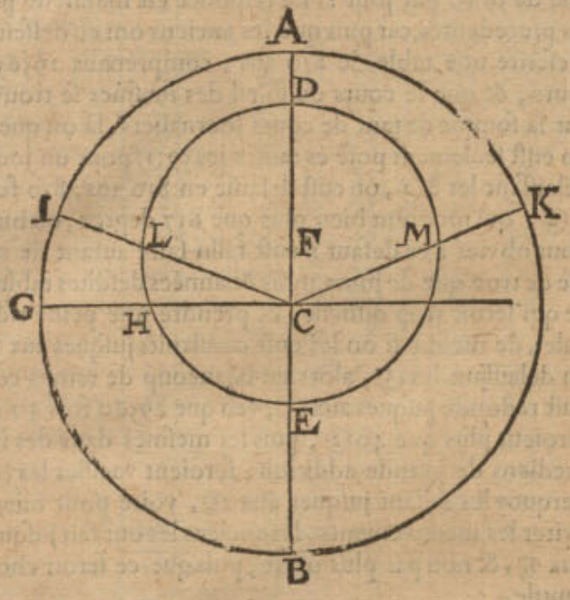
## PROPOSITION IV.

*PAr les Ephem. observées, trouver la longitude de l'apogée & perigée de l'excentrique du Soleil.*

Si l'on fueillete exactement les tables de *Stadius* (lesquelles pour les raisons dites en la 1 proposition sont supposées estre observées) on trouvera de l'inegalité au mouvement apparant du soleil, assavoir en un temps, environ 3 ou 4 ① par jour, plus qu'en un autre, avec ce que d'an en an, ledit cours est le plus debile & tardif à la mi-Juin, comme de 57 ①: & par exemple le 15 Juin en l'an 1555 on trouve le soleil au 92 deg. 39 ①; & sur le 16 apres, au 93 deg. 36 ①, de sorte que du 15 au 16 Juin, il ne fait que 57 ①, & de mesme és autres années precedentes & suivantes. Au contraire à la mi-Decembre, il est annuellement le plus viste alors, d'environ 1 deg. 1 ①: Ce qui fait cognoistre que le soleil se meut en un cercle, le centre duquel n'est au centre de la terre, mais autre part. Ce qui sera plus manifeste par ceste figure; Soit A B le cercle de l'ecliptique, son centre & aussi le centre de la terre C, & D E L le deferant, ou voye du soleil, & F son centre, D l'apogée, & E perigée: & soit C G perpendiculaire sur A B, coupant le deferant en H; là où on voit la raison pourquoy le soleil courant en iceluy de D en H plus qu'un quart de cercle, toutesfois en l'ecliptique semble seulement faire un quart de cercle A G; & au contraire faisant moins qu'un quadran de H en E, semble toutesfois parfaire un autre quadran complet en l'ecliptique G B. On voit aussi que le soleil faisant deux arcs egaux en apparence A G, G B, & neantmoins met plus de temps en l'une A G (à cause de D H) qu'en l'autre G B (à cause de H E) mais és deux demicercles apparants A G B. B K A, y met autant de temps en l'un qu'en l'autre (à causes des

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

des demicercles DHE, EMD) & en tout l'apparant, comme en tout le circuit qu'il fait en son deferant: & par consequent qu'estant en D apogée, il est veu estre




au milieu de son mouvement, plus tardif; & en son perigée E, au milieu de son cours, le plus viste. Or le requis de ceste proposition, est de trouver ces milieux ou auges, pour à quoy parvenir, soyent menées CI, CK, ainsi que AI, AK soyent arcs egaux, alors les arcs DL, & DM seront aussi egaux, & ainsi des arcs EL, EM; d'où s'ensuit, que lors qu'on trouve és Ephemerides observées, un lieu apparant A, duquel les arcs apparants d'un costé & d'autre AI, AK, sont parcourus du soleil en temps egaux, qu'alors ledit poinct apparant A sera l'apogée du soleil.

L'investigation est telle. Je choisis quelque mois de Juin (où se trouve que le soleil est le plus tardif) comme Juin de 1554, & cerche où le Soleil semble estre le plus tardif, comme environ le dixiesme, estant au 88 deg. 2 ☉; mais 3 mois devant (en la note suivante je rendray raison pourquoy je choisis plustost 3 mois qu'un autre temps) assavoir le 10 Mars il estoit au 359 degré, tellement que tel arc est 89 deg. 2 ☉: & 3 mois apres le 10 Juin (c'est le 10 Septembre) le Soleil estoit au 176 degré 39 ☉, faisant tel arc 88 degrez 37 ☉, lequel n'accordant au susdit arc 89 deg. 2 ☉, je conclus donc que l'apogée n'estoit pas sous le 88 deg. 2 ☉.

De mesme ayant fait telle recerche au 15 Juin, le Soleil estant au 92 deg. 49 ☉, je trouve que l'arc des 3 mois precedens estoit de 88 deg. 53 ☉, & que l'arc des 3 mois apres estoit de 88 degr. 46 ☉, lesquels ne s'accordant non plus, aussi que le dernier arc est le plus petit, comme en l'inquisition precedente, c'est un argument qu'il faut encor proceder plus auant dans Juin: je cerche donc encor sur le 19 Juin, le Soleil estant au 96 deg. 39 ☉, l'arc des 3 mois precedens de 88, 46 ☉, mais l'arc des 3 mois consequens, 88 deg. 51 ☉, lesquels ne s'accordant non plus; mais l'arc dernier estant devenu le majeur, cela signifie que c'est trop avancé dans Juin, & qu'il faut rebrousser chemin; parquoy j'esprouve le mesme au 16 Juin, le Soleil estant au 93 deg. 46 ☉, lequel je trouve n'estre pas aussi propre; mais devant aller plus avant, j'esprouve le 17 Juin, le Soleil estant au 94 degr. 43 ☉, & l'arc des 3 mois de precedence de 88 deg. 48 ☉; & l'arc des 3 mois de consequence de 88 degrez 50 ☉.

Tellement que jusques icy j'ay trouvé que l'apogée est entre le 93 deg. 46 ☉ & le 94 deg. 43 ☉. Mais pour l'avoir plus precisement, je remarque qu'au 16 Juin le dernier arc estoit trop petit (de 3 ☉) & au 17 Juin trop grand, qui fait cognoistre que le cerché est entre iceux, assavoir le 16 Juin & quelques heures; parquoy recerchant le 16 Juin, & encor 12 heures, & puis d'avantage, je trouve qu'és 16 heures le Soleil estoit au 94 deg. 24 ☉, & l'arc des 3 mois premiers de 88 deg. 49 ☉, mais la derniere de 88 deg 49 ☉ 20 ☽, ce qui differe peu; toutefois ceux qui le voudront plus exactement, le pourront recercher avec les parties d'heures. Je retiens donc ce 94 deg. 24 ☉, pour le lieu de l'apogée; auquel adjousté 180 degrez, viendra pour le lieu du perigée au zodiaque, 274 deg. 24 ☉. Notez que Copernic la descrit de son temps estre sous le 96 deg. 40 ♉: neantmoins selon ces Ephemerides, & ceste methode il vient ainsi.

Joignant la mesme il y a une autre maniere qui peut servir de preuve à la premiere, comme s'ensuit.

Il a esté dit cy-dessus, que le Soleil apparoist faire le demicercle A G B en mesme temps, que l'autre B K A; d'où s'ensuit, qu'és Ephemerides si l'on trouve deux poincts apparans du Soleil, distans l'un de l'autre de 180 deg. qu'ainsi le Soleil aye mis autant de temps à parcourir l'un, que l'autre, qu'alors deux tels poincts seront les auges du Soleil; assavoir l'un l'apogée, l'autre le perigée. Donc pour les trouver par ceste voye, & adjousté 180 degrez à 94 deg. 24 ♉ (lieu de l'apogée susdit) vient 274, 24 ☉, comme dessus pour le perigée: cerchant és Ephemerides quand c'est que le Soleil apparant estoit audit perigée, se trouve audit an 1554 en Decembre le 16 jour 8 heures & 16 ☉: que si le Soleil met autant de temps à faire les 180 degrez, qui sont depuis le 16 Juin 16 heures, jusques au 16 Decembre 8 heures 16 ☉, que les autres 180 degrez restans; ou bien (ce qui revient à un) qu'il y mette un demy an, qui est 182 jours 14 heures 58 ☉, alors le lieu susnommé pour l'apogée seroit le vray lieu, comme estant approuvé de deux diverses operations: mais dudit jour de Juin jusques audit jour de Decembre il y a 182 jours 16 heures 16 ☉, excedant seulement en 1 heure 18 ☉, il ne sera pas loing de là. Et pour approcher plus pres par ceste voye je m'enquiers d'un autre jour, comme dessus, prenant le 18 Juin, où le Soleil estoit au 95, 45 ♋, & poursuivant tout du long, trouve 0 heure 25 ☉ trop peu, ainsi qu'en ceste maniere l'apogée est entre le 94, 24 ☉ & le 95, 41 ☉; finalement esprouvant entre iceux, comme le 17 Juin & 13 heures, où le Soleil estoit au 95, 14 ☉, & poursuivant la recerche, trouve le cours du demicercle de 0 heure 2 ☉ trop petit, lequel, comme dessus, se pourra prendre comme accordant, l'apogée se dira estre au 95, 14 ☉, là où l'autre a esté trouvé au 94, 24 ☉, lesquels different seulement de 50 ☉, qui est en tel accident de petite consequence, comme pouvant deriver de l'imperfection des Ephemerides.

### Corollaire.

Tout ainsi qu'icy les arcs de 3 mois devant & apres sont egaux, ainsi (si les Ephemerides estoyent bien faites) devroyent aussi estre egaux toute sorte d'arcs, faits en temps egaux devant & apres l'apogée. Exemple, un mois de 31 jours devant & apres le 17 Juin 1554, le Soleil estoit presques egalement distant de l'apogée, assavoir d'un costé 29, 37 ☉, & d'autre costé 29, 39 ☉: & en 2 mois de 61 jours, il estoit d'un costé 58, 31 ☉, & d'autre costé 58, 33 ☉; quant à ceste petite difference de 2 ☉, elle procede notoirement de l'imperfection des tables: mais en autre lieu que l'apogée & perigée, ceste

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

ceſte difference peut & doit eſtre trouvée grande. Exemple, le 14 Septembre, n'eſt pas l'apogée ny perigée, le Soleil eſtoit au 180 deg. 36 ① & 3 mois auparavant, il avoit fait 3 deg. 5 ① moins que 3 mois apres; car au 14 Juin, aſſavoir 3 mois auparavant, (qui ſont 92 jours) il eſtoit au 91, 51 ①: mais 92 jours apres le 14 Septembre, aſſavoir le 15 Decembre, il eſtoit au 273 deg. 2 ①: le premier mouvement apparant 89 deg. 21 ①, eſt, comme il a eſté dit, de 3 deg. 5 ① moindre que le ſecond, qui eſt de 92 deg. 26 ①.

### Notez.

Cy-deſſus a eſté promis de rendre raiſon pourquoy le chois d'un quart de cercle de part & d'autre à l'apogée cauſoit plus grande certitude qu'un arc majeur ou moindre: pour à quoy ſatisfaire, ſoit par exemple, le 12 Mars 1555, le Soleil eſtant au 0 deg. 45 ①, & 3 mois auparavant, aſſavoir 90 jours (il eſt bien vray que pour plus grande certitude, il faudroit prendre le quart d'an accompli, toutefois la choſe ſe pourra aſſez bien declarer ainſi) il avoit apparemment parcouru 3 deg. 7 ① d'avantage, que non pas 3 mois par apres. Ceſte grande difference donne plus d'aſſeurance qu'une moindre, & que le 180 deg. 36 ① ſuſmentionné ſoit diſtant de l'apogée, cela ſe peut remarquer par la ſuſdite aſſomption de temps, par lequel le Soleil fait un quart de cercle: car ſi par exemple nous euſſions ſeulement pris 2 jours devant & apres; le 14 Septembre, nous euſſions trouvé les arcs de tels mouvements egaux, chacun de 1 deg. 30 ①, ſans cognoiſſance ſi on eſtoit à l'apogée, ou non. Semblablement prenant deux temps egaux de part & d'autre, le poinct choiſi à l'inveſtigation de l'apogée, & chacun plus qu'un quart de cercle, iceux apporteront auſſi moins de certitude, veu qu'ils ſeront d'autant plus pres du perigée, chacun moins qu'un quart de cercle, qui eſt la meſme difficulté qu'avec le perigée.

Il faut auſſi ſçavoir, que combien que cy-deſſus nous euſſions parlé de l'aſſomption du temps, par lequel le Soleil eſt diſtãt de l'apogée d'un quart de cercle; toutesfois on ne doit pas entendre par là ſeulement le quart d'un an, comme nous avons fait, mais auſſi lors que le Soleil vient en tels lieux devant & apres l'apogée, (excepté autant que le cours de l'apogée importe) combien que ce ſoit 3 quarts d'an, ou 5 quarts d'an, voire quelques années & un quart d'an plus ou moins; or ledit cours de l'apogée eſt de petite conſequence en peu d'années, & pourtant n'y fait pas grand eſchec.

Semblablement, ce qui a eſté dit cy-deſſus du Soleil, le meſme faudra-il entendre des autres planetes, deſquelles on traitera cy-apres; là où en la perquiſition de l'apogée viendra auſſi à propos de prendre des temps devant & apres, eſquels la planete eſt un quart de cercle diſtante de l'apogée. Voila touchant l'invention de l'apogée, & en quel lieu il ſe trouve au zodiaque, par le moyen des Ephemerides obſervées.

### Proposition V.

*Par les Ephemerides obſervées, trouver le cours de l'apogée de l'eccentrique du Soleil.*

Ayant premierement trouvé le lieu de l'apogée du Soleil, comme en la 4 propoſition precedente, aſſavoir en l'an 1554 au 94 deg. 24 ①, j'en fais de meſme en une autre année, comme en l'an 1594, le trouvant 97 deg. 53, (où le Soleil ſe trouve le 20 Juin, alors 3 mois devant eſtoit au 9 deg. & 3 mois apres au 186 deg. 46 ①, leſquels deux arcs font chacun 88 deg. 53 ①) ainſi que depuis l'an 1554 juſques à 1594, il y a 40 ans, auſquels l'apogée (ſelon ces tables) s'eſt meu de 3 deg. 29 ①, car autant y a-il du 94, 24 ① juſqu'au 97, 53 ①. Et par tel compte ſe pourra trouver le cours de l'apogée en tout temps donné: comme par exemple le voulant avoir ſur un an, on dira 40 ans donnent 3 deg. 29 ①, combien 1 an? vient 5 ① 13 ②.

On voit bien que *Stadius* a failli en la ſupputation de ſes Ephemerides, toutefois l'exemple ſervira à entendre la maniere comment on fera avec des meilleures obſervations: & pour trouver le requis plus preciſement, on euſt peu prendre la premiere obſervation plus ancienne de plus loing, afin d'avoir une grande eſpace de temps entre les deux obſervations, comme celle que *Ptolemée* eſcrit au 4 chapitre de ſon 3 livre, 463 ans apres la mort *d'Alexandre le Grand*, où il dit avoir trouvé l'apogée de l'eccentrique du Soleil au 65 deg. 30 ① (& combien que ſuivant ſon hypotheſe je trouve 65 deg. 36 ①, toutefois ſoit iceluy pris par exemple, comme il dit) & pour l'autre experience ſoit pris le ſuſdit 97 deg. 53 ① du 20 Juin 1594, qui eſtoit 1918 ans apres *Alexandre*, alors l'apogée aura parcouru en 1455 ans 32 deg 23 ①, autant y a-il du 65 deg 30 ① juſques au 97 deg. 53 ①: Et quand on voudra trouver le cours d'un temps donné, je prens d'un an, on dira 1455 ans donnent 32 deg. 23 ①, combien 1 an? viendra 1 ① 20 ②: lequel je prendray au lieu du ſuſdit 5 ① 13 ②, lors qu'il en ſera beſoing.

*Concluſion.* Nous avons donc trouvé par les Ephemerides obſervées le cours de l'apogée du Soleil, ſelon le requis.

### Proposition VI.

*Par les Ephemerides obſervées trouver le mouvement du Soleil en ſon Deferant.*

Le cours de l'apogée eſt trouvé eſtre en un an par la 5 propoſition de 1 ① 20 ②.
Le meſme oſté du moyen mouvement du Soleil, & auſſi d'un an, aſſavoir an Egyptien, qui eſt par la 3 propoſition 359 deg. 45 ①.
Reſtera pour le mouvement du Soleil en un an Egyptien, ſelon le requis, 359 deg. 43 ① 40 ②.

Et par ceſt exemple eſt manifeſte, comment on fera pour trouver le cours du Soleil ſelon tel temps qu'on voudra.

*Demonſtration.* D'autant que le Soleil circuit l'ecliptique en un an ſelon l'apparence, & que cependant ſon deferant fait 1 ① 20 ②, il faut donc que le Soleil aye d'autant moins fait de chemin en ſon deferant: ce qu'il falloit demonſtrer.

### Proposition VII.

*Par les Ephemerides obſervées trouver la declinaiſon du Deferant du Soleil de l'equateur.*

Les declinaiſons journalieres du Soleil ne ſont pas deſcrites en ces Ephemerides, mais bien en d'aucunes ſelon la regle commune d'une table à ceſte fin; que ſi elles y eſtoyent, comme és vrayes Ephemerides obſervées (ce qu'on peut ainſi poſer par maniere d'eſtude) on trouveroit la plus grande declinaiſon eſchoir deux fois par an, l'une environ le 12 Juin vers ſeptentrion, l'autre environ le 12 Decembre vers midy, & ce en ces Ephemerides, ſuivant la poſition de *Copernic*, qui eſt de 23 deg. 28 ①: auſſi trouveroit-on que ce ſeroit touſjours de 90 degrez de la ſection vernale: dequoy on conclud que la declinaiſon du plan de l'ecliptique, eſt de 23 degrez 28 ①; ce qui eſt aiſé à demonſtrer par le moyen des triangles ſpheriques.



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

### Proposition VIII.

*Par le moyen des Ephemerides observées, construire des Ephemerides du mouvement du Soleil pour le temps à venir.*

Quand on prend garde és Eph. de *Stadius* (que nous supposons estre observées) aux progressions semblables des lieux apparants du Soleil, afin que par les lieux du passé, on puisse descrire ceux du futur, on remarque que de 4 en 4 ans, le Soleil és jours semblables, revient quasi tousiours és mesmes lieux : comme par exemple, en l'an 1554 le 1 Janvier le Soleil estoit au 290. 36 ①. Et 4 ans apres, assavoir le 1 Janvier 1558, au 290. 37 ①. Et en l'an 1562, 1566, 1570, 1574, 1578, le 1 Janvier, a esté trouvé és 290. 37 ①, 290. 36 ①, 290. 37 ①, 290. 37 ①, 290. 38 ①, & ainsi des autres.

De là on peut conclurre, que si les Ephemerides n'estoyent observées, que jusques au 1 Janvier 1578, & que de là en avant on vueille poursuivre pour le temps avenir, on pourroit faire les 4 ans suivans, en mesme progression que les 4 années precedentes, disant que le 2 Janvier 1578 sera comme le 2 Janvier 1574, & ainsi consequemment, l'on trouvera le cours du Soleil pour le temps futur.

#### Notez I.

Si la longueur de l'an naturel estoit precisement de 365 jours & 6 heures, comme l'an Iulien, il n'y auroit point de changement de 4 en 4 ans : mais iceluy estant trouvé en ces Ephemerides de 365 jours 5 heures & 55 ②, alors il y aura difference en chaque an de 14 ① 5 ② d'une heure, auquel temps le Soleil fait environ 35 ②, qui est en 4 ans 2 ① 20 ②, & autant faudroit-il adjouster au dessus des autres, tous les 4 ans, à chacun jour. Mais la longueur d'un an prise selon *Ptolemée*, de 365 jours 14 ① 48 ②, lesquels defaillent de $365\frac{1}{4}$ d'environ 12 ②, qui montent en 4 ans 48 ②, & autant faudroit-il adjouster sur chacun jour des 4 années precedentes, selon le compte de *Ptolemée*.

#### Notez II.

Notez aussi que d'icy on recognoist la raison du changement des temps, assavoir pourquoy le 1 Mars, qui escheoit presentement au Printemps, viendroit avec le temps dans l'Esté, puis en l'Automne, & ainsi tousiours, si ce n'est qu'on revienne à retrancher les jours, comme on a fait l'an 1582, des 10 jours retranchez en plusieurs lieux ; car suivant la supputation de la grandeur de l'an de *Ptolemée* en 300 ans un jour s'escoule, ce qui doit estre d'avantage selon le compte d'autres Autheurs.

#### Notez III.

Si quelqu'un revisite les Ephemerides de *Stadius*, comme dessus, il y trouvera des fautes, à ceste fin soyent descrits les lieux du Soleil de 4 ans en 4 ans sur le 1 Ianvier, comme s'ensuit :

| | | |
|---|---|---|
| 1554. | 290 deg. | 36 ①. |
| 1558. | 290 | 37 |
| 1562. | 290 | 37 |
| 1566. | 290 | 36 |
| 1570. | 290 | 37 |
| 1574. | 290 | 37 |
| 1578. | 290 | 38 |
| 1582. | 290 | 39 |
| 1586. | 290 | 39 |
| 1590. | 290 | 40 |
| 1594. | 290 | 40 |
| 1598. | 291 | 31 |
| 1602. | 291 | 32 |
| 1606. | 291 | 7 |

Là où on peut remarquer un progrés assez bien jusques à l'an 1594 (toutefois non pas d'augmentation suffisante) mais de là en avant les differences sont exorbitantes ; neantmoins n'estant la faute de la regle generale susmentionnée, ains seulement d'erreur en la supputation, ou en l'impression.

*Conclusion.* Nous avons donc par le moyen des Ephemerides, &c.

Iusques icy a esté declaré mon dessein touchant les commencemens de la cognoissance du cours du Soleil, tirés de la visite des Ephem. observées, sur lesquelles, comme fondemens, on pourroit poursuivre plus avant par voye Mathematique, mais avant ceste poursuite, je produiray semblable acheminement à la cognoissance des autres planetes, puis apres en ce deuxiesme livre sera traité ce qui a esté dit, assavoir des planetes en general par voye Mathematique, suivant le project deduit en l'Argument precedent de l'Astronomie.

## DEUXIESME DISTINCTION DV PREMIER LIVRE,

### Touchant l'invention du cours de la Lune par le moyen des Ephemerides supputées.

#### Definition I.

*Quand deux luminaires sont en conjonction, tellement que l'un offusque l'autre à nostre veuë ; le caché est dit estre eclipsé.*

Ceste definition est commune tant aux planetes, qu'és estoiles fixes, la suivante est seulement pour la lune.

#### Definition II.

*Quand la lune est opposée au Soleil, tellement que la terre l'empesche de recevoir la clarté du Soleil, elle est dite estre eclipsée.*

#### Definition III.

*Noeuds, sont les communes sections des plans de l'eccentrique lunaire, & de l'ecliptique.*

Les plans ausquels les planetes font leurs conversions (excepté celuy du Soleil) declinent de celuy de l'ecliptique, d'où procede qu'ils se coupent estant suffisamment produicts, en deux poincts dans l'ecliptique : Tels poincts causez de l'eccentrique lunaire & de l'ecliptique sont appellez nœuds, & sont fameux de ce que les eclipses de Soleil & de Lune se font en iceux, ou à l'environ.

#### Definition IV.

*Le nœud auquel la Lune estant, vient vers la partie septentrionale de l'ecliptique est appellé teste du Dragon, ou nœud ascendant : l'autre nœud est la queuë du Dragon, ou nœud descendant.*

#### Definition V.

*Lunaison, est l'intervalle de temps entre deux nouvelles lunes prochaines, (c'est à dire entre deux conjonctions du Soleil & de la Lune, prises immediatement) mais des conjonctions moyennes, on dira lunaison moyenne.*

## LES PROPOSITIONS.

### Proposition IX.

*Declarer comment par l'aide des Ephemerides supputées, on peut recognoistre la proprieté du cours de la Lune tout de nouveau.*

Quand on visite les Ephemerides supputées, touchant l'investi-

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

l'inveſtigation du cours de la Lune, on trouve 5 diverſitez remarquables.

1. Le cours de la Lune en ſon orbe, (c'eſt en ſa voye.)
2. Le cours de l'apogée.
3. Le moyen mouvement de la Lune en l'apparante longitude de l'ecliptique.
4. La lunaiſon, & le gain lunaire.
5. La latitude de la Lune, le cours des nœuds, & la latitude ou deviation du deferant de la Lune & de l'ecliptique.

Deſquelles diverſitez je deduiray les cinq membres ſuivans.

### 1 *Membre, du cours de la Lune en ſon orbe.*

Je conſidere és Ephemerides de *Stadius* (leſquelles nous avons uſurpé, comme ſi elles avoyent eſté ainſi trouvées par obſervation, ſelon ce qui a eſté dit cy-devant en la 1 propoſition) & trouve en quelque lieu, comme en Ianvier 1569, en la colomne de la Lune, qu'elle va le plus viſte au ſeptieſme jour (ce qui eſt remarqué par ce mot *perigée* eſcrit en Grec & abbregé ainſi περιγ. mais ἀπογ. ſignifie *apogée*) aſſavoir du 6 au 7 de 14.33 ☊, de là commence de plus en plus à allentir & eſtre plus tardive, juſques au 22, faiſant du 21 au 22 ſeulement 11 deg. 47 ☊: puis environ 14 jours apres allant plus viſte, & 14 encor apres plus lentement, continuant ainſi alternativement, donne à entendre qu'elle ſe meut en un eccentrique, où elle fait le circuit en 27 ou 28 jours, duquel nombre pour en eſtre plus certain, & remarquant auſſi que l'une celerité eſt plus viſte que l'autre; par exemple, celle du 1 juſques au 2 Avril au meſme an 1569, eſt de 15 degrez; mais du 19 juſqu'au 20 Iuillet ſuivant, eſt ſeulement de 14 deg. 38 ☊: & confrontant leurs qualitez, on voit que celle de 15 deg. ſe fait en l'oppoſition du Soleil, & l'autre de 14,38 ☊ environ le quartier. Voyant en apres que cela tient regle és autres pleines Lunes & quartiers: deſquels je donneray quelques exemples lors qu'elles choſes arrivent le plus pres du midy, pour avoir moins de fractions de jours, comme s'enſuit:

1. En premier lieu en l'an 1569, le 1 Avril o heure 3 ☊ y avoit une celerité majeure en temps d'oppoſition.
2. De meſme encor une en l'an 1572, le 23 Aouſt à o heure 22 ☊.
3. Finalement, auſſi en l'an 1581, le 14 Aouſt à o heure & 30 ☊.

En toutes ces annotations ſe trouve que la ſuſdite regle tient lieu, aſſavoir que la celerité eſt alors plus viſte que non pas és quartiers de Lune, (c'eſt à dire és quarts aſpects) d'où je conclus, que la celerité eſt plus viſte en oppoſition, que non pas és quartiers.

Ce qu'eſtant ainſi, & ſelon le deſſein, voulant trouver le temps que la Lune met à circuire ſon orbe, en quoy je mets en œuvre les ſuſdites circonvolutions entieres, faites en oppoſition, pour ainſi trouver plus certainement le moyen mouvement d'un circuit; diſant, depuis la premiere oppoſition juſqu'à la ſeconde, y a 1240 jours, eſquels la lune (comme on remarque és Ephemerides) vient 45 fois en la celerité, ou au perigée: parquoy 45 tels circuits ſe font en 1240 jours, combien durera un circuit? il fait 27 jours 33 ☊ 20 ☋: derechef,

De la ſuſdite ſeconde oppoſition juſqu'à la troiſieſme, y a 3278 jours, eſquels la Lune ſe trouve avoir eſté 119 fois au perigée, parquoy je dis, 119 tels circuits ſe font en 3278 jours, en combien de jours ſe fera 1 circuit? vient aſſez pres, comme devant, 27 jours 32 ☊ 46 ☋.

Par ainſi l'on peut voir, que le temps d'une circonvolution entiere ſe fait en temps d'oppoſition. Et touchant l'irregularité & anomalité qu'on y remarque, il en ſera dit quelque choſe au troiſieſme livre, & s'appelle ſeconde anomalité.

Et d'autant qu'avec plus de circonvolutions, on trouve plus de certitude, je dis, depuis la premiere oppoſition juſques à la troiſieſme, y a 4518 jours, eſquels ſe trouve que la Lune a eſté 164 fois au perigée: parquoy 164 tels circuits ſe font en 4518 jours, en combien ſe fera 1 circuit? vient 27 jours 32 ☊ 56 ☋.

Et le meſme recerché en plus de temps apporteroit d'avantage de certitude. Que ſi on vouloit cognoiſtre le cours d'un jour, on pourroit dire 4518 jours donnent 164 circuits faiſans 59040 degrez, combien 1 jour? Et avec ce qu'il vient 13 deg. 4 ☊, accordant aſſez pres avec la poſition de *Ptolemée* de 13 deg. 3 ☊ 53, 56. deſquels ſe pourroit conſtruire une table du moyen mouvement de la Lune en ſon orbe, ce qui ſerviroit à quelque ſuffiſance pour des principes, comme auſſi elle ſera deſcrite en la 11 propoſition.

### 2 *Membre, du cours de l'apogée du deferant de la Lune.*

Ayant donc entendu comment ſe trouve le mouvement de la Lune en ſon orbe, & pourſuivant la recerche plus avant par les Ephemerides, on y trouve encor d'autre Theorie. En premier lieu que ſon apogée tient un cours remarquable: Exemple, en l'an 1572 on trouve la celerité eſtre au 23 Aouſt, eſtant la Lune, & par conſequent le perigée, au 339 deg. 35 ☊. Mais la celerité qui ſuit quaſi un an apres, ſur le 15 Aouſt 1573, eſt au 3 deg. 15 ☊, auquel temps, ſelon l'indice, l'apogée ſeroit avancé de 23 deg. 40 ☊: puis un an apres au 9 d'Aouſt 1574, eſt au 53 deg. 30 ☊, ayant avancé en telle année 50 deg. 15 ☊: tellement que l'on voit l'apogée s'avancer tous les ans de plus en plus; car au 15 Aouſt 1581, il eſt parvenu au 345 deg. 35 ☊, faiſant un peu plus qu'un circuit en 9 ans ou environ. Et ainſi de 9 ans en 9 ans: & pour ſçavoir le cours d'un jour je prens à ceſte fin pluſieurs circuits (pour les raiſons deduites en la 2 propoſition) autant qu'il y en a en nos Ephemerides, aſſavoir 5: par exemple, en l'an 1554 le 5 Ianvier eſtoit la celerité au 316 deg. mais en l'an 1598 le 23 Novembre eſt quaſi au meſme poinct de l'ecliptique au 315 deg. 5 ☊: qui eſt un intervalle de 45 ans moins 43 jours, qui ſont 16393 jours, trouvant que le perigée a fait à peu pres 5 tours entiers, qui ſont 1800 degrez: donc en 16393 jours le perigée fait 1800 degrez, combien en 1 jour? vient 6 ☊ 35 ☋, aſſez bien accordant avec la ſuppoſition de *Ptolemée* 6 ☊ 41 ☋, lequel on a, tirant le cours de la Lune en ſon epicycle 13 deg. 3.53. 56, de ſon cours en longitude 13 deg. 10. 34. 59; car *Ptolemée* uſe d'un epicycle en ſes hypotheſes: & faiſant ainſi en d'autres lieux, on trouvera aſſez pres le meſme; comme en l'an 1560 le 18 Ianvier, ſe trouve la celerité au 197 deg. 49 ☊, mais en l'an 1604 le 5 Decembre, elle ſe trouve quaſi au meſme lieu dans le zodiaque, aſſavoir au 191 deg. 53 ☊: en cet intervalle de temps auſſi bien 16393 jours que devant, le perigée a fait preſque 5 tours entiers, dequoy le cours en un jour ſera trouvé quaſi de meſme qu'en la premiere fois 6 ☊ 34 ☋: Ce qu'eſtant ainſi, on en pourroit faire des tables (comme il a eſté fait pour le cours du Soleil) pour le cours de l'apogée de la Lune, comme auſſi elle ſe verra en l'onzieſme propoſition.



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

NOTEZ.

On pourroit objecter, comment il se peut faire que le cours du perigée estant uniforme, que neantmoins en un an, selon les Ephemerides, il est trouvé plus grand qu'en l'autre, voire qu'un circuit comparé à un autre, il semble que le perigée recule : comme en l'an 1572 le 18 Octobre, la celerité estoit au 357 deg. 32 ☊, & la premiere celerité suivante le 14 Novembre, au 353 deg. 9 ☊, esquels 27 jours le perigée semble reculer de 3 deg. 23 ☊, où proprement il avoit avancé de 3 degrez. La raison de cecy est, que l'heure & ses parties, quand la Lune vient en son perigée, n'est pas annotée icy ; car on prend que cela arrive precisement sur le midy, ce qui peut aucunefois differer d'un jour, sur lequel la Lune parcourant 12 ou 13 degrez, & ce lieu estant pris pour le perigée, la raison de la difference est alors notoire. Voire il advient qu'en l'assomption du temps du lieu de l'apogée, on est en doute d'un jour entier, comme quand les mouvements faits au precedent & consequent sont egaux : & par telle assomption en un lieu un jour trop, & en un autre lieu un jour trop peu, peut arriver une faute, d'autant que la Lune court en deux jours.

Mais pour prevenir un tel inconvenient, & pourvoir avec plus de certitude à l'heure que la Lune vient au perigée, on pourra faire ainsi : on verra premierement si la Lune sur 7 jours (où on atteint environ la majeure prostapherese du cours de la Lune) devant le midy pourpensé, & 7 jours apres, parcourt deux arcs egaux apparants ; car iceux estant egaux, tel midy sera le requis. Et estant differents, on cerchera par adjonction ou distraction de quelques heures, où c'est que telle egalité d'arcs peut avenir, comme a esté fait avec le cours du Soleil à la 4 proposition. Exemple, je trouve que 7 jours devant & apres la celerité du 17 Ianvier 1560, tels deux arcs different, assavoir le premier de 98, 44 ☊, l'autre de 96, 40 ☊ : parquoy cerchant le mesme sur ledit 17 Ianvier moins quelques heures, trouve egalité assez pres sur le 16 Ianvier & 12 heures, estant la Lune au perigée sur le 174 deg. 55 ☊.

### 3 *Membre du moyen mouvement de la Lune en longitude apparante.*

Quand l'on prend garde aux Ephemerides, on remarque encor par dessus les susdits cours, l'un de la Lune en son orbe, l'autre de l'apogée, encor une troisieme diversité en longitude apparante, dont la perquisition est telle. Prenant un an comme il avient 1569, trouve la lune le 7 Ianvier au 173. 15 ☊, & le 14 jour suivant est au 271. 51 ☊, tellement qu'elle a couru sur ces 7 jours au zodiaque en apparence 98 deg. 36 ☊ : mais au 21 Ianvier suivant elle estoit au 358 deg. 28 ☊, de sorte qu'és 7 jours derniers elle a couru au zodiaque 86 deg. 37 ☊ en apparance, ce qui est 11 deg. 59 ☊ d'avantage és 7 premiers jours, qu'aux derniers. Recerchant la cause de ceste inegalité, je remarque qu'elle vient tant de l'eccentricité de l'orbe de la Lune que de la deuxiesme anomalité : tellement que pour parvenir à la cognoissance d'un moyen mouvement, & prevenir ces deux inconveniens, je trouve estre necessaire que les lieux observez soient faits en temps de conjonction ou d'opposition du Soleil & de la Lune, sous un mesme poinct en l'ecliptique, alors que la Lune est à chacune fois sur un mesme poinct de son orbe ; car par ce moyen y aura des circonvolutions solaires, avec quoy le temps est supputé, & des circonvolutions lunaires, avec celles de son apogée, le tout entierement accomply, sans estre empesché d'eccentricitez, ny de seconde anomalité, lesquelles selon l'hypothese n'eschoyent pas en conjonction, ny en opposition.

A ceste fin, j'ay fueilleté les Ephemerides, & extraict toutes les celeritez, ou cours du perigée qui eschoyent en opposition, comme s'ensuit :

| *l'An.* | | *Lieux du perigée.* | |
|---|---|---|---|
| 1560 | le 10 Avril. | 209 deg. | 30 ☊. |
| 1569 | 1 Avril. | 201 | 0. |
| 1570 | 17 Iuillet. | 303 | 46. |
| 1572 | 23 Aoust. | 339 | 35. |
| 1575 | 17 Decembre. | 94 | 37. |
| 1578 | 23 Mars. | 192 | 2. |
| 1580 | 26 Iuiller. | 312 | 58. |
| 1581 | 14 Aoust. | 330 | 35. |
| 1588 | 28 Iuin. | 286 | 20. |
| 1589 | 17 Iuillet. | 304 | 3. |
| 1590 | 5 Aoust. | 321 | 42. |
| 1597 | 19 Iuin. | 277 | 29. |
| 1598 | 8 Iuillet. | 295 | 7. |
| 1603 | 3 May. | 218 | 31. |
| 1606 | 10 Iuin. | 268 | 35. |

I'ay trouvé plusieurs lieux du perigée icy, qui arrivent environ à 9 degrez pres, d'une mesme longitude, assavoir ceux qui sont distants de 9 ans moins 9 jours l'un de l'autre, & au mesme temps j'ay aussi trouvé que la Lune avoit fait 120 circonvolutions ecliptiques apparantes moins 9 degrez, ce sont 119 revolutions, & encor environ 351 degrez : tels lieux sont comme s'ensuit.

1. Du 10 Avril 1560 jusqu'au 1 Avril 1569, sont 9 ans moins 9 jours, entre lesquels on trouve le cours estre de 119 revolutions 351 deg. 30 ☊.
2. Du 1 Avril 1569 jusqu'au 23 Mars 1578 sont 9 ans moins 9 jours, entre lesquels se trouve le cours estre de 119 revolutions 351 deg. 2 ☊.
3. Du 23 Aoust 1572 jusqu'au 14 Aoust 1581 sont 9 ans moins 9 jours, entre lesquels se trouve le cours estre de 119 revolutions 351 degrez.
4. Du 26 Iuillet 1580 jusqu'au 17 Iuillet 1589, y a 9 ans moins 9 jours, entre lesquels se trouve le cours estre de 119 revolutions 351 deg. 5 ☊.
5. Du 14 Aoust 1581 jusqu'au 5 Aoust 1590, y a 9 ans moins 9 jours, entre lesquels se trouve le cours avoir esté de 119 revolutions 351 deg. 7 ☊.
6. Du 28 Iuin 1588 jusques au 19 Iuin 1597, y a 9 ans moins 9 jours, entre lesquels le cours se trouve estre de 119 revolutions 351 deg. 9 ☊.
7. Du 17 Iuillet 1589 jusqu'au 8 Iuillet 1598, y a 9 ans moins 9 jours, entre lesquels le cours est de 119 revolutions 351 deg. 4 ☊.
8. Du 19 Iuin 1597 jusques au 10 Iuin 1606, y a 9 ans moins 9 jours, entre lesquels le cours est de 119 revolutions 351 deg. 6 ☊.

Maintenant pour trouver le susdit moyen mouvement de la Lune en longitude apparante, je dis en 3278 jours (autant font les 9 ans moins 9 jours) la Lune fait 119 revolutions 351 deg. combien en 1 jour ? viendra 13 deg. 9 ☊ assez pres des 13 degr. 10 ☊ 35 ☋ de *Ptolemée*.

Mais si les Ephemerides estoyent d'autant d'années, tellement qu'on puisse trouver en plus de terme de 3278 semblable cõvenance, il appert que l'on trouveroit plus grande certitude en ces choses, pour les raisons pareilles declarées à la 2 proposition.

Notez

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

Notez auſſi que ce cours ſe peut trouver en adjouſtant le cours de la Lune en ſon orbe, avec le cours de l'apogée car ces deux enſemble doivent faire neceſſairement le cours de la Lune en longitude apparante. Exemple, le cours de la Lune en ſon orbe eſt en un jour (par le 1 membre) de 13 deg. 4 ① : auquel adjouſté le cours de l'apogée faiſant en un jour (par le 2 membre) 6 ① 35 ②, vient en tout 13 deg. 10 ① 35 ②, bien peu differant des mentionnez 13 deg. 9 ①.

Il appert puis que le cours apparant de la Lune en longitude, eſt de 13 deg. 10 ①, comment on en pourroit faire une table, ainſi qu'il a eſté fait du Soleil, or icelle ſe verra en la propoſition 11. Et auſſi comment on parvient à la cognoiſſance de tel moyen mouvement par le moyen des Ephemerides obſervées.

### 4 *Membre des lunaiſons, & gain de Lune.*

Quand la Lune vient en oppoſition apres une autre oppoſition, cela ne ſe fait pas en une meſme longitude; mais d'autant plus que le Soleil s'eſt meu cependant, & d'avantage, avec autant de proſtaphereſe, que l'eccentricité de l'orbe de la Lune en cauſe, qui fait que les lunaiſons, en ſont auſſi inegales. Exemple, la lunaiſon depuis l'oppoſition du 18 Ianvier 1554 à 6 heures 47 ① juſques à la ſuivante oppoſition du 17 Fevrier à 1 heure 6 ①, dure 2 heures 20 ① d'avantage que non pas la lunaiſon depuis la derniere oppoſition juſqu'à l'oppoſition ſuivante du 18 Mars 17 heures 5 ①: d'où s'enſuit que telles converſions, ou pluralité de telles rencontres, quelles elles puiſſent eſtre, ne reſpondront pas à la pluralité d'aucunes des trois precedentes. Tellement que la queſtion eſt de la grandeur d'une moyenne lunaiſon : il faut avoir deux oppoſitions qui comprennent & enferment les revolutions completes du Soleil & de la Lune; car alors les eccentricites n'apportent nul empeſchement. A ceſte fin on verra és precedentes celeritez qui adviennent en oppoſition, deſcrites au troiſieſme membre, aſſavoir s'il y en a deux qui ſoyent au meſme lieu du zodiaque; & trouve l'une des telles au plus pres en l'an 1570 le 17 Iuillet, eſtant la Lune au 303 deg. 46 ①; l'autre en l'an 1589 le 17 Iuillet, au 304 deg. 30 ①, dont l'intervalle eſt 19 ans, auquel ſe ſont faites 235 oppoſitions: je dis donc 235 oppoſitions ou lunaiſons, durent 19 ans, c'eſt 6940 jours, combien une lunaiſon? vient 29 jours 32 ①.

Mais pour trouver gain de Lune ſur un jour, je dis 6940 jours donnent 235 cercles faiſant 84600 deg. combien 1 jour? vient 12 degr. 11 ① 25 ② guetes differant des poſitions de *Ptolemée* & *Copernic* 12 degr. 11 ① 27 ②.

Notez auſſi que ce cours peut eſtre trouvé par le moyen mouvement du Soleil, ſouſtrait du moyen mouvement de longitude apparant de la Lune. Exemple, le moyen mouvement du Soleil eſt (par la troiſieſme propoſition) 59 ①, lequel oſté du moyen mouvement de longitude apparant de la Lune ſur 1 jour (par le troiſieſme membre) 13 degrez 10 ①, reſtera pour gain de Lune ſur un jour 12 deg. 11 ①, peu differant du precedent 12 deg. 12 ①.

Ayant donc le gain de Lune ſur un jour, de 12 deg. 11 ①, il appert qu'on en pourroit auſſi faire une table, comme auſſi elle ſe verra en l'onzieſme propoſition.

### 5 *Membre du mouvement de latitude de la Lune, cours des nœuds, & diſcrepance des plans de l'orbe de la Lune & de l'ecliptique, qui eſt la plus grande latitude de la Lune.*

D'avantage on trouve encor à declarer la qualité du mouvement de latitude de la Lune, car elle arrive plus ſouvent en ſon extreme latitude, qu'en ſon apogée, & qu'en meſme longitude. Toutesfois nous ne pourrions pas ſi bien faire la recerche de la qualité avec ces Ephemerides, comme il ſemble qu'on a fait au ſiecle ſage par des Ephemerides obſervées. Car veu qu'en contant la pluralité des extremes latitudes de Lune, qui ſe ſont obſervées par longues années, il ſemble que la meſme latitude ait eſté deſcrite joignant le cours de longitude de la Lune, comme il eſt auſſi fait en ces Ephemerides, touchant celle des cinq autres planetes, mais non pas de la Lune, ſinon que par le moyen d'une regle peculiere à ceſte fin, pour trouver la latitude d'icelle en temps donné par quelque calcul. Quoy que c'en ſoit, ſi elle y eſtoit, (comme il ſe peut ſuppoſer par maniere d'apprendre qu'elle y ſoit deſcrite) il eſt notoire que ce mouvement ſeroit recognu: & par conſequent le mouvement des nœuds, car ayant trouvé qu'en diverſes fois la Lune ſans aucune latitude ſe trouve dans l'ecliptique (c'eſt és nœuds) on remarqueroit que cela arrive en divers lieux de l'ecliptique, contre l'ordre des degrez : ce qui nous aſſeureroit que les nœuds tournent leur mouvement de ce coſté là. Mais cela n'eſtant en ces Ephemerides, je prendray par exemple, qu'en 1089 jours ſe ſont trouvées 40 latitudes extremes ſeptentrionales, & qu'en ce temps le nœud ayt reculé de 57 deg. 38 ①.

Alors pour trouver le cours de latitude en un jour, je dis en 1089 jours la Lune a fait 40 circuits de latitude, qui font 14400 degrez, combien en un jour? vient 13 deg. 13 ① 23 ②, bien peu differant des poſitions de *Copernic* & *Ptolemée*, 13 deg. 13 ① 46 ② : de meſme pour trouver le cours des nœuds ſur un jour, je dis en 1089 jours, l'un des deux nœuds fait 57 deg. 38 ①; combien fera-il en un jour? vient 3 ① 10 ②, differant de bien peu de la poſition de *Ptolemée*, 3 ① 11 ②, qu'on a là, en oſtant le cours de la Lune en longitude, de ſon cours en latitude; car le reſte eſt le requis : & ſuivant cela, oſtant dudit cours de latitude d'un jour 13 degr. 13 ① 46 ②, le cours de longitude de la Lune en un jour (par le troiſieſme membre) 13 degr. 10 ① 35 ②, il reſtera quaſi comme devant 3 ① 11 ②: donc le cours de latitude en un jour eſtant de 13 deg. 13 ① 46 ②, & des nœuds en un jour de 3 ① 10 ②, il eſt notoire qu'on en pourra faire une table, comme il a eſté fait du cours du Soleil, leſquelles ſeront deſcrites en l'onzieſme propoſition.

Touchant l'inclinaiſon des plans de l'orbe de la Lune & de l'ecliptique, on la pourroit trouver ſi les Ephemerides obſervées y euſſent contribué, & euſt peu eſtre de 5 degrez; aſſavoir que la plus grande latitude de la Lune ſeroit de 5 deg. laquelle eſt telle lors que la Lune eſt 90 degrez diſtante des nœuds.

*Concluſion.* Nous avons donc declaré, comment par les Ephemerides, &c.

## Proposition X.

### *Comment on peut trouver le periode de la Lune par les Ephemerides obſervées.*

Quelqu'un voyant que c'eſt que periode ſignifie en la 23 definition, pourroit penſer qu'il eſt ſuffiſamment



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

deſcrit en la precedente 8 propoſition. Toutefois remarquant qu'il eſt là mis par exemple, ſelon la ſubſcription de ladite 8 propoſition, & que du depuis on a trouvé une methode plus certaine à cela, nous mettrons icy plus proprement la deſcription d'icelle, comme s'enſuit.

Ayant remarqué groſſierement les ſuſdits mouvemens divers de la Lune, en partie par oppoſition du Soleil & de la Lune, & qu'avec cela les Ephemerides obſervées s'augmentent avec le temps de plus en plus, par le ſurcroiſt de beaucoup d'années, tellement que par ce prolongement on peut faire ce qu'on ne pouvoit pas auparavant en ſi peu d'années qu'elles contenoyent: car prenant puis apres des oppoſitions, & en temps d'eclipſe de Lune, (leſquelles ſont plus certaines, que les conjonctions avec eclipſes du Soleil, à cauſe des parallaxes) car prenant le poinct oppoſite du Soleil qui eſt notoire, pour le lieu de la Lune, alors quelle parallaxe que la Lune aye, cela ne nuira point, d'autant qu'on ne met pas en œuvre ſon lieu apparant, auſſi que tels circuits ont d'autant plus de certitude. Mais pource que nos Ephemerides n'ont pas de ſi grands intervalles de temps, pour choiſir de telles eclipſes de lune que la choſe le requiert, je prendray à ceſte fin celles que *Hyparchus* (comme *Ptolemée* raconte) avoit pour y parvenir; aſſavoir deux oppoſitions à tel effect comme celle du troiſieſme membre de la huictieſme propoſition, mais avec eclipſe, ou à chaque fois la Lune eſtoit environ au meſme poinct apparant de l'ecliptique, auſſi au meſme poinct en ſon orbe: telles deux eclipſes de Lune ont eſté trouvées l'une apres l'autre de l'intervalle de 126007 jours 1 heure.

Où ſe ſont trouvé 4573 circuits de Lune en ſon orbe (leſquels doivent eſtre parfaits, pource qu'elle eſtoit derechef dans le meſme poinct de ſon orbe) aſſavoir 4573.

Et des circuits de l'apogée en longitude apparente 38 encor 352 deg. 30.

Or que le dernier circuit ne ſoit parfait, y deffaillant encor 7 deg. 30 ☊, cela n'apporte nul empeſchement, puis que l'apogée va uniformement tant proprement, qu'en apparance.

Quant au moyen mouvement de la Lune en apparante longitude, on le peut avoir (ainſi qu'il a eſté dit de meſme à la fin du troiſieſme membre de la huictieſme propoſition) en adjouſtant les 4573 circuits de la Lune en ſon orbe, avec 38 circuits & 352 deg. 30 ☊ de l'apogée, leſquels font enſemble 4611 circuits 312 deg. 30 ☊.

Les lunaiſons eſtoyent au nombre de 4267.

Leſquelles eſtoyent auſſi bien moyennes lunaiſons que naturelles, c'eſtoit ſuffiſamment en circuits entiers & parfaits de rencontre; pource que la Lune, eſtoit en l'une & l'autre eclipſe en un meſme poinct de ſon orbe; pareillement le Soleil auſſi eſtoit quaſi en un meſme lieu; car combien qu'il y aye encor 7 deg. 30 ☊ de defaut, toutefois l'eccentricité du deferant du Soleil ne pouvoit faire d'empeſchement ſur un ſi petit arc, & en ſi grande eſpace de temps.

Les revolutions de la latitude de la Lune defailloyent encor à *Hyparchus*, leſquelles il ne pouvoit avoir par les deux eclipſes de lune ſuſdites; car ſans ce qui a eſté dit cy-deſſus, elles devoyent eſtre ſous un meſme nœud, egalement eclipſées, tant en la premiere eclipſe, qu'en la ſeconde, & la partie obſcurcie des deux vers un meſme coſté, comme vers le ſeptentrion ou midy. Il eſt bien vray que ſi ces qualitez ſe fuſſent trouvées en la premiere paire d'oppoſitions, qu'il ne luy euſt eſté beſoing de cercher une autre paire, comme auſſi il a eſté contraint d'en choiſir une autre particuliere pour les circuits de latitude, aſſavoir où l'une & l'autre eclipſe eſtoit en un meſme nœud, & où la Lune eſtoit egalement obſcurcie, & tirant vers un meſme coſté, laiſſant en arriere la longitude apparante de la Lune, & ſon lieu en ſon orbe, ainſi qu'il en pouvoit arriver; car puis que le cours des nœuds (qui cauſe diverſité entre les cours de longitude & de latitude, cõme a eſté dit au 5 membre de la 8 propoſition) eſt uniforme, c'eſt qu'en temps egaux, ſe font chemins egaux, alors l'eccentricité du deferant du Soleil, ny de la Lune, ne pouvoit empeſcher la choſe. Ce qu'eſtant ainſi, il faut qu'és deux telles eclipſes, la Lune ſoit egalement diſtante d'un meſme nœud, & partant les revolutions de latitude entre icelles, ſoyent entieres & parfaites.

Ayant donc *Hyparchus*, trouvé deux telles eclipſes de Lune, il dit entre icelles y avoir eu 5458 lunaiſons, & que la pluralité des revolutions de latitudes ont eſté de 5923.

*Concluſion.* Nous avons donc trouvé le periode de la Lune par le moyen des Ephemerides obſervées, ſelon le requis.

## Proposition XI.

*Trouver les moyens mouvemens, appartenans à la Lune, ſur un temps donné, & en deſcrire les tables.*

*Le donné.* Soit le temps d'un jour.

*Le requis.* On veut trouver là deſſus les moyens mouvemens, appartenans à la Lune.

*Operation.* En 126007 jours 1 heure, la Lune fait 4573 revolutions en ſon orbe par la 9 propoſition, combien en 1 jour? vient 13 deg 3. 53. 56. 34. 21. 41.

En 126007 jours 1 heure, l'apogée de la Lune fait 38 revolutions 352 deg. 30 ☊ par la 9 propoſition, combien ſur 1 jour? vient 6 ☊. 40. 54. 22. 11. 55.

Pour avoir le moyen mouvement en longitude apparante, j'adjouſte le ſuſdit cours de la Lune en ſon orbe 13 degr. 3. 53. 56. 34. 21. 41. au cours de l'apogée 6 ☊. 40. 54. 22. 11. 55. vient pour le requis 13 degr. 10. 34. 50. 56. 33. 36.

Pour avoir le gain de Lune ſur un jour j'oſte le moyen mouvement du Soleil d'un jour, qui eſt 0 deg. 59. 8. 17. 13. 12. 31. par la 3 propoſition, du moyen mouvement en longitude ſuſdit, faiſant en un jour 13 deg. 10. 34. 50. 56. 33. 36. reſte pour le requis gain de Lune ſur un jour 12 deg. 11. 26. 33. 43. 21. 5.

Pour avoir le cours de latitude ſur un jour, il eſt neceſſaire de ſçavoir combien de temps durent les 5458 lunaiſons, trouvées en la deuxieſme paire d'eclipſe par *Hyparchus*, en la 9 propoſition, lequel n'eſcrit pas le temps: à ceſte fin je dis 4267 moyennes lunaiſons durent (par la 9 propoſition) 126007 jours 1 heure, combien dureront les 5458 lunaiſons ſuſdites *d'Hyparchus*? vient $\frac{161619144021}{1024008}$ jours. Secondement je dis en une telle fraction de jours, la Lune court 5923 revolutions de latitude (en la deuxieſme paire d'eclipſe *d'Hyparchus*) combien en un jour? ce qui viendroit, ſeroit pour le cours de latitude requis en un jour: la raiſon pourquoy ce nombre n'eſt icy poſé, ſera deduite cy-apres.

Pour avoir le cours des nœuds ſur un jour, il faut ſouſtraire le moyen mouvement de la Lune en apparante longitude ſur un jour, du ſuſdit mouvement de la-

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

de latitude en un jour, le reste sera pour le cours des nœuds.

NOTEZ.

D'autant que les susdites supputations sur un jour n'accordent du tout avec les tables que *Ptolemée* en a fait, nous declarerons cela, comme s'ensuit: A ceste fin soit faite une recapitulation d'iceux nombres sur un jour, & briefvement.

*En un jour.*

| | deg. |
|---|---|
| Cours de la Lune en son orbe | 13.3.53.56.34.21.41. |
| Cours de l'apogée | 0.6.40.54.22.11.55. |
| Moyen mouvement de Lune en longitude apparante | 13.10.34.50.56.33.36. |
| Gain de Lune | 12.11.26.33.43.21.5. |

Touchant le cours de latitude, & des nœuds, la supputation n'a esté achevée cy dessus.

Au lieu d'iceux, *Ptolemée* a posé les mouvemens suivans.

*En un jour.*

| | deg. |
|---|---|
| Cours de la Lune en son orbe | 13.3.53.56.17.51.59. |
| Cours de l'apogée | 0.6.41.2.15.38.31. |
| Moyen mouvement de la Lune en longitude apparante | 13.10.34.58.33.30.30. |
| Gain de Lune | 12.11.26.41.20.17.59. |
| Cours de latitude | 13.13.45.39.48.56.37. |
| Cours des nœuds | 0.3.10.41.15.26.7. |

La raison de ceste difference est telle.

1. En premier lieu il faut sçavoir qu'*Hyparchus* avoit calculé le cours de la Lune en son orbe en un jour de 13 deg. 3. 53. 56. 29. 38. 38. mais *Ptolemée* le trouvant trop grand de 11 ⊕ 46. 39. par ses observations, comme il le declare au chapitre 7 de son 4 livre, il les en a ostez, restant comme dessus, 13. degr. 3. 53. 56. 17. 51. 59. ce que *Ptolemée* retient pour le cours d'un jour, ainsi recorrigé, & là dessus fist ses tables, comme elles se verront cy-apres: touchant la difference de 4 ⊕ 43.30. entre nostre supputation & celle d'*Hyparchus*, elle vient de ce que la sienne n'est pas si precise, que celle-cy.
2. Le moyen mouvement de la Lune en apparante longitude, sur un jour, est chez nous de 7 ☉ 36 ⊕ & beaucoup plus grand que celuy de *Ptolemée*, d'où s'ensuit que le cours en 810 ans Egyptiens, (d'autant sont faites les tables) font 10 degrez d'avantage que non pas selon la supputation fondée sur l'hypothese, car si on eust adjoinct la fraction restante (à ce qui a esté trouvé cy-dessus) comme 13 deg. 10. 34. 50. 56. 33. 36 $\frac{1444896}{3024169}$, la conclusion eust esté parfaite.
3. Veu que l'on soustrait le cours de la Lune en son orbe, de son moyen mouvement en apparante longitude, pour avoir le cours de l'apogée, la raison est notoire de telle difference.
4. Veu que le gain de Lune est trouvé, en ostant le mouvement du Soleil, du moyen mouvement de la Lune en apparante longitude, la raison de telle difference est semblablement notoire.
5. Touchant les cours de latitude, & des nœuds, si on en faisoit la supputation comme dessus, on trouveroit de la difference entre telle conclusion, & celle d'*Hyparchus*, dont le jugement en seroit comme devant.

Ce qui a esté dit en ceste note, estant plus chose de debat, que pour apprendre; on me pourroit objecter, que cela eust esté mieux adapté en l'appendice; que non pas icy, selon ce qu'en avons fait en semblable occasion: mais cela est plus commodement inseré en ce lieu, pour ne point faire arrester court, & mettre hors de doute ceux qui en passant, eussent trouvé difference avec *Ptolemée*, sans sçavoir pourquoy.

Donc le cours sur un jour estant selon *Ptolemée* comme dessus, il appert comment on en pourra faire des tables, comme celles du Soleil en la troisiesme proposition, lesquelles seront icy adjointes pour plus grande facilité, & sont tirées des tables de *Ptolemée*.



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

## TABLE DU COURS DE LA LUNE, EN SON ORBE.

| heur. | deg. | ① | ② | ③ | ④ | ⑤ | ⑥ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 0 | 32 | 39 | 44 | 50 | 44 | 40 |
| 2 | 1 | 5 | 19 | 29 | 41 | 29 | 20 |
| 3 | 1 | 37 | 59 | 14 | 32 | 14 | 0 |
| 4 | 2 | 10 | 38 | 59 | 22 | 58 | 40 |
| 5 | 2 | 43 | 18 | 44 | 13 | 43 | 20 |
| 6 | 3 | 15 | 58 | 29 | 4 | 28 | 0 |
| 7 | 3 | 48 | 38 | 13 | 55 | 12 | 40 |
| 8 | 4 | 21 | 17 | 58 | 45 | 57 | 20 |
| 9 | 4 | 53 | 57 | 43 | 36 | 42 | 0 |
| 10 | 5 | 26 | 37 | 28 | 27 | 26 | 40 |
| 11 | 5 | 59 | 17 | 13 | 18 | 11 | 20 |
| 12 | 6 | 31 | 56 | 58 | 8 | 56 | 0 |
| 13 | 7 | 4 | 36 | 42 | 59 | 40 | 39 |
| 14 | 7 | 37 | 16 | 27 | 50 | 25 | 19 |
| 15 | 8 | 9 | 56 | 12 | 41 | 9 | 59 |
| 16 | 8 | 42 | 35 | 57 | 31 | 54 | 39 |
| 17 | 9 | 15 | 15 | 42 | 22 | 39 | 19 |
| 18 | 9 | 47 | 55 | 27 | 13 | 23 | 59 |
| 19 | 10 | 20 | 35 | 12 | 4 | 8 | 39 |
| 20 | 10 | 53 | 14 | 56 | 54 | 53 | 19 |
| 21 | 11 | 25 | 54 | 41 | 45 | 37 | 59 |
| 22 | 11 | 58 | 34 | 26 | 36 | 22 | 39 |
| 23 | 12 | 31 | 14 | 11 | 27 | 7 | 19 |
| jours | | | | | | | |
| 1 | 13 | 3 | 53 | 56 | 17 | 51 | 59 |
| 2 | 26 | 7 | 47 | 52 | 35 | 43 | 58 |
| 3 | 39 | 11 | 41 | 48 | 53 | 35 | 57 |
| 4 | 52 | 15 | 35 | 45 | 11 | 27 | 56 |
| 5 | 65 | 19 | 29 | 41 | 29 | 19 | 55 |
| 6 | 78 | 23 | 23 | 37 | 47 | 11 | 54 |
| 7 | 91 | 27 | 17 | 34 | 5 | 3 | 53 |
| 8 | 104 | 31 | 11 | 30 | 22 | 55 | 52 |
| 9 | 117 | 35 | 5 | 27 | 40 | 47 | 51 |
| 10 | 130 | 38 | 59 | 22 | 58 | 39 | 50 |
| 11 | 143 | 42 | 53 | 19 | 16 | 31 | 49 |
| 12 | 156 | 46 | 47 | 15 | 34 | 23 | 48 |
| 13 | 169 | 50 | 41 | 11 | 52 | 15 | 47 |
| 14 | 182 | 54 | 35 | 8 | 10 | 7 | 46 |
| 15 | 195 | 58 | 29 | 4 | 27 | 59 | 45 |
| 16 | 209 | 2 | 23 | 0 | 45 | 51 | 44 |
| 17 | 222 | 6 | 16 | 57 | 3 | 43 | 43 |
| 18 | 235 | 10 | 10 | 53 | 21 | 35 | 42 |
| 19 | 248 | 14 | 4 | 49 | 39 | 27 | 41 |
| 20 | 261 | 17 | 58 | 45 | 57 | 19 | 40 |
| 21 | 274 | 21 | 52 | 42 | 15 | 11 | 39 |
| 22 | 287 | 25 | 46 | 38 | 33 | 3 | 38 |
| 23 | 300 | 29 | 40 | 34 | 50 | 55 | 37 |
| 24 | 313 | 33 | 34 | 31 | 8 | 47 | 36 |
| 25 | 326 | 37 | 28 | 27 | 26 | 39 | 35 |
| 26 | 339 | 41 | 22 | 23 | 44 | 31 | 34 |
| 27 | 352 | 45 | 16 | 20 | 2 | 23 | 33 |
| 28 | 5 | 49 | 10 | 16 | 20 | 19 | 32 |
| 29 | 18 | 53 | 4 | 12 | 38 | 7 | 31 |
| 30 | 31 | 56 | 58 | 8 | 55 | 59 | 30 |
| 60 | 63 | 53 | 56 | 17 | 51 | 59 | 0 |
| 90 | 95 | 50 | 54 | 26 | 47 | 58 | 30 |
| 120 | 127 | 47 | 52 | 35 | 43 | 58 | 0 |
| 150 | 159 | 44 | 50 | 44 | 39 | 57 | 30 |
| 180 | 191 | 41 | 48 | 53 | 35 | 57 | 0 |
| 210 | 223 | 38 | 47 | 2 | 31 | 56 | 30 |
| 240 | 255 | 35 | 45 | 11 | 27 | 56 | 0 |
| 270 | 287 | 32 | 43 | 20 | 23 | 55 | 30 |
| 300 | 319 | 29 | 41 | 29 | 19 | 55 | 0 |
| 330 | 351 | 26 | 39 | 38 | 15 | 54 | 30 |
| 360 | 23 | 23 | 37 | 47 | 11 | 54 | 0 |

| ans. | deg. | ① | ② | ③ | ④ | ⑤ | ⑥ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 88 | 43 | 7 | 28 | 41 | 13 | 55 |
| 2 | 177 | 26 | 14 | 57 | 22 | 27 | 50 |
| 3 | 266 | 9 | 22 | 26 | 3 | 41 | 45 |
| 4 | 354 | 52 | 29 | 54 | 44 | 55 | 40 |
| 5 | 83 | 35 | 37 | 23 | 26 | 9 | 35 |
| 6 | 172 | 18 | 44 | 52 | 7 | 23 | 30 |
| 7 | 261 | 1 | 52 | 20 | 48 | 37 | 25 |
| 8 | 349 | 44 | 59 | 49 | 29 | 51 | 20 |
| 9 | 78 | 28 | 7 | 18 | 11 | 5 | 15 |
| 10 | 167 | 11 | 14 | 46 | 52 | 19 | 10 |
| 11 | 255 | 54 | 22 | 15 | 33 | 33 | 5 |
| 12 | 344 | 37 | 29 | 44 | 14 | 47 | 0 |
| 13 | 73 | 20 | 37 | 12 | 56 | 0 | 55 |
| 14 | 162 | 3 | 44 | 41 | 37 | 14 | 50 |
| 15 | 250 | 46 | 52 | 10 | 18 | 20 | 45 |
| 16 | 339 | 29 | 59 | 38 | 59 | 42 | 40 |
| 17 | 68 | 13 | 7 | 7 | 40 | 56 | 35 |
| 18 | 156 | 56 | 14 | 36 | 22 | 10 | 30 |
| 36 | 313 | 52 | 29 | 12 | 44 | 21 | 0 |
| 54 | 110 | 48 | 43 | 49 | 6 | 31 | 30 |
| 72 | 267 | 44 | 58 | 25 | 28 | 42 | 0 |
| 90 | 64 | 41 | 13 | 1 | 50 | 52 | 30 |
| 108 | 221 | 37 | 27 | 38 | 13 | 3 | 0 |
| 126 | 18 | 33 | 42 | 14 | 35 | 13 | 30 |
| 144 | 175 | 29 | 56 | 50 | 57 | 24 | 0 |
| 162 | 332 | 26 | 11 | 27 | 19 | 34 | 30 |
| 180 | 129 | 22 | 26 | 3 | 41 | 45 | 0 |
| 198 | 286 | 18 | 40 | 40 | 3 | 55 | 30 |
| 216 | 83 | 14 | 55 | 16 | 26 | 6 | 0 |
| 234 | 240 | 11 | 9 | 52 | 48 | 16 | 30 |
| 252 | 37 | 7 | 24 | 29 | 10 | 27 | 0 |
| 270 | 194 | 3 | 39 | 5 | 32 | 37 | 30 |
| 288 | 350 | 59 | 53 | 41 | 54 | 48 | 0 |
| 306 | 147 | 56 | 8 | 18 | 16 | 58 | 30 |
| 324 | 304 | 52 | 22 | 54 | 39 | 9 | 0 |
| 342 | 101 | 48 | 37 | 31 | 1 | 19 | 30 |
| 360 | 258 | 44 | 52 | 7 | 23 | 30 | 0 |
| 378 | 55 | 41 | 6 | 43 | 45 | 40 | 30 |
| 396 | 212 | 37 | 21 | 20 | 7 | 51 | 0 |
| 414 | 9 | 33 | 35 | 55 | 30 | 1 | 30 |
| 432 | 166 | 29 | 50 | 32 | 52 | 12 | 0 |
| 450 | 323 | 26 | 5 | 9 | 14 | 22 | 30 |
| 468 | 120 | 22 | 19 | 45 | 36 | 33 | 0 |
| 486 | 277 | 18 | 34 | 21 | 58 | 43 | 30 |
| 504 | 74 | 14 | 48 | 58 | 20 | 54 | 0 |
| 522 | 231 | 11 | 3 | 34 | 43 | 4 | 30 |
| 540 | 28 | 7 | 18 | 11 | 5 | 15 | 0 |
| 558 | 185 | 3 | 32 | 47 | 27 | 25 | 30 |
| 576 | 341 | 59 | 47 | 23 | 49 | 36 | 0 |
| 594 | 138 | 56 | 2 | 0 | 11 | 46 | 30 |
| 612 | 295 | 52 | 16 | 36 | 33 | 57 | 0 |
| 630 | 92 | 48 | 31 | 12 | 56 | 7 | 30 |
| 648 | 249 | 44 | 45 | 49 | 18 | 18 | 0 |
| 666 | 46 | 41 | 0 | 25 | 40 | 28 | 30 |
| 684 | 203 | 37 | 15 | 2 | 2 | 39 | 0 |
| 702 | 0 | 33 | 29 | 38 | 24 | 49 | 30 |
| 720 | 157 | 29 | 44 | 14 | 47 | 0 | 0 |
| 738 | 314 | 25 | 58 | 51 | 9 | 1 | 30 |
| 756 | 111 | 22 | 13 | 27 | 31 | 21 | 0 |
| 774 | 268 | 18 | 28 | 3 | 53 | 31 | 30 |
| 792 | 65 | 14 | 42 | 40 | 15 | 42 | 0 |
| 810 | 222 | 10 | 57 | 16 | 37 | 52 | 30 |

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

## TABLE DU COURS DE L'APOGEE DE L'ORBE DE LA LUNE.

| heur. | deg. | ① | ② | ③ | ④ | ⑤ | ⑥ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 0 | 0 | 16 | 42 | 35 | 39 | 6 |
| 2 | 0 | 0 | 33 | 25 | 11 | 18 | 12 |
| 3 | 0 | 0 | 50 | 7 | 46 | 57 | 18 |
| 4 | 0 | 1 | 6 | 50 | 22 | 36 | 24 |
| 5 | 0 | 1 | 23 | 32 | 58 | 15 | 30 |
| 6 | 0 | 1 | 40 | 15 | 33 | 54 | 36 |
| 7 | 0 | 1 | 56 | 58 | 9 | 33 | 43 |
| 8 | 0 | 2 | 13 | 40 | 45 | 12 | 49 |
| 9 | 0 | 2 | 30 | 23 | 20 | 51 | 55 |
| 10 | 0 | 2 | 47 | 5 | 56 | 31 | 2 |
| 11 | 0 | 3 | 3 | 48 | 32 | 10 | 8 |
| 12 | 0 | 3 | 20 | 31 | 7 | 49 | 14 |
| 13 | 0 | 3 | 37 | 13 | 43 | 28 | 21 |
| 14 | 0 | 3 | 53 | 56 | 19 | 7 | 28 |
| 15 | 0 | 4 | 10 | 38 | 54 | 46 | 33 |
| 16 | 0 | 4 | 27 | 21 | 30 | 25 | 40 |
| 17 | 0 | 4 | 44 | 4 | 6 | 4 | 46 |
| 18 | 0 | 5 | 0 | 46 | 41 | 43 | 52 |
| 19 | 0 | 5 | 17 | 29 | 17 | 22 | 59 |
| 20 | 0 | 5 | 34 | 11 | 53 | 2 | 6 |
| 21 | 0 | 5 | 50 | 54 | 28 | 41 | 12 |
| 22 | 0 | 6 | 7 | 37 | 4 | 20 | 18 |
| 23 | 0 | 6 | 24 | 19 | 39 | 59 | 25 |
| jours | | | | | | | |
| 1 | 0 | 6 | 41 | 2 | 15 | 38 | 31 |
| 2 | 0 | 13 | 22 | 4 | 31 | 17 | 2 |
| 3 | 0 | 20 | 3 | 6 | 46 | 55 | 33 |
| 4 | 0 | 26 | 44 | 9 | 2 | 34 | 4 |
| 5 | 0 | 33 | 25 | 11 | 18 | 12 | 35 |
| 6 | 0 | 40 | 6 | 13 | 33 | 51 | 6 |
| 7 | 0 | 46 | 47 | 15 | 49 | 29 | 37 |
| 8 | 0 | 53 | 28 | 18 | 5 | 8 | 8 |
| 9 | 0 | 0 | 9 | 19 | 20 | 46 | 39 |
| 10 | 1 | 6 | 50 | 22 | 36 | 25 | 10 |
| 11 | 1 | 13 | 31 | 24 | 52 | 3 | 41 |
| 12 | 1 | 20 | 12 | 27 | 7 | 42 | 12 |
| 13 | 1 | 26 | 53 | 29 | 23 | 20 | 43 |
| 14 | 1 | 33 | 34 | 31 | 38 | 59 | 14 |
| 15 | 1 | 40 | 15 | 33 | 54 | 37 | 45 |
| 16 | 1 | 46 | 56 | 36 | 10 | 16 | 16 |
| 17 | 1 | 53 | 37 | 38 | 25 | 54 | 47 |
| 18 | 2 | 0 | 18 | 40 | 41 | 33 | 18 |
| 19 | 2 | 6 | 59 | 42 | 57 | 11 | 49 |
| 20 | 2 | 13 | 40 | 45 | 12 | 58 | 20 |
| 21 | 2 | 20 | 21 | 47 | 28 | 28 | 51 |
| 22 | 2 | 27 | 2 | 49 | 44 | 7 | 22 |
| 23 | 2 | 33 | 43 | 51 | 59 | 45 | 53 |
| 24 | 2 | 40 | 24 | 54 | 15 | 24 | 24 |
| 25 | 2 | 47 | 5 | 56 | 31 | 2 | 55 |
| 26 | 2 | 53 | 46 | 58 | 46 | 41 | 26 |
| 27 | 3 | 0 | 28 | 1 | 2 | 19 | 57 |
| 28 | 3 | 7 | 9 | 3 | 17 | 58 | 28 |
| 29 | 3 | 13 | 50 | 5 | 33 | 36 | 59 |
| 30 | 3 | 20 | 31 | 7 | 49 | 15 | 30 |
| 60 | 6 | 41 | 2 | 15 | 38 | 31 | 0 |
| 90 | 10 | 1 | 33 | 23 | 27 | 46 | 30 |
| 120 | 13 | 22 | 4 | 31 | 17 | 2 | 0 |
| 150 | 16 | 42 | 35 | 39 | 6 | 17 | 30 |
| 180 | 20 | 3 | 6 | 46 | 55 | 33 | 0 |
| 210 | 23 | 23 | 37 | 54 | 44 | 48 | 30 |
| 240 | 26 | 44 | 9 | 2 | 34 | 4 | 0 |
| 270 | 30 | 4 | 40 | 10 | 23 | 19 | 30 |
| 300 | 33 | 25 | 11 | 18 | 12 | 35 | 0 |
| 330 | 36 | 45 | 42 | 25 | 1 | 50 | 30 |
| 360 | 40 | 6 | 13 | 33 | 51 | 6 | 0 |

| ans. | deg. | ① | ② | ③ | ④ | ⑤ | ⑥ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 40 | 39 | 38 | 45 | 9 | 18 | 35 |
| 2 | 81 | 19 | 17 | 30 | 18 | 37 | 10 |
| 3 | 121 | 58 | 56 | 15 | 27 | 55 | 45 |
| 4 | 162 | 38 | 35 | 0 | 37 | 14 | 20 |
| 5 | 203 | 18 | 13 | 45 | 46 | 32 | 55 |
| 6 | 243 | 57 | 52 | 30 | 55 | 51 | 30 |
| 7 | 284 | 37 | 31 | 16 | 5 | 10 | 5 |
| 8 | 325 | 17 | 10 | 1 | 14 | 28 | 40 |
| 9 | 5 | 56 | 48 | 46 | 23 | 47 | 15 |
| 10 | 46 | 36 | 27 | 31 | 33 | 5 | 50 |
| 11 | 87 | 16 | 6 | 16 | 42 | 24 | 25 |
| 12 | 127 | 55 | 45 | 1 | 51 | 43 | 0 |
| 13 | 168 | 35 | 23 | 47 | 1 | 1 | 35 |
| 14 | 209 | 15 | 2 | 32 | 10 | 20 | 10 |
| 15 | 249 | 54 | 41 | 17 | 19 | 38 | 45 |
| 16 | 290 | 34 | 20 | 2 | 28 | 57 | 20 |
| 17 | 331 | 13 | 58 | 47 | 38 | 15 | 55 |
| 18 | 11 | 53 | 37 | 32 | 47 | 34 | 30 |
| 36 | 23 | 47 | 15 | 5 | 35 | 9 | 0 |
| 54 | 35 | 40 | 52 | 38 | 22 | 43 | 30 |
| 72 | 47 | 34 | 30 | 11 | 10 | 18 | 0 |
| 90 | 59 | 28 | 7 | 43 | 57 | 52 | 30 |
| 108 | 71 | 21 | 45 | 16 | 45 | 27 | 0 |
| 126 | 83 | 15 | 22 | 49 | 34 | 1 | 30 |
| 144 | 95 | 9 | 0 | 22 | 20 | 36 | 0 |
| 162 | 107 | 2 | 37 | 55 | 8 | 10 | 30 |
| 180 | 118 | 56 | 15 | 27 | 55 | 45 | 0 |
| 198 | 130 | 49 | 53 | 0 | 43 | 19 | 30 |
| 216 | 142 | 43 | 30 | 33 | 30 | 54 | 0 |
| 234 | 154 | 37 | 8 | 6 | 18 | 28 | 30 |
| 252 | 166 | 30 | 45 | 39 | 6 | 3 | 0 |
| 270 | 178 | 24 | 23 | 11 | 53 | 37 | 30 |
| 288 | 190 | 18 | 0 | 44 | 41 | 12 | 0 |
| 306 | 202 | 11 | 38 | 17 | 28 | 46 | 30 |
| 324 | 214 | 5 | 15 | 50 | 16 | 21 | 0 |
| 342 | 225 | 58 | 53 | 23 | 3 | 55 | 30 |
| 360 | 237 | 52 | 30 | 55 | 51 | 30 | 0 |
| 378 | 249 | 46 | 8 | 28 | 39 | 4 | 30 |
| 396 | 261 | 39 | 46 | 1 | 26 | 39 | 0 |
| 414 | 273 | 33 | 23 | 34 | 14 | 13 | 30 |
| 432 | 285 | 27 | 1 | 7 | 1 | 48 | 0 |
| 450 | 297 | 20 | 38 | 39 | 49 | 22 | 30 |
| 468 | 309 | 14 | 16 | 12 | 36 | 56 | 0 |
| 486 | 321 | 7 | 53 | 45 | 24 | 31 | 30 |
| 504 | 333 | 1 | 31 | 18 | 12 | 6 | 0 |
| 522 | 344 | 55 | 8 | 50 | 59 | 40 | 30 |
| 540 | 356 | 48 | 46 | 23 | 47 | 15 | 0 |
| 558 | 8 | 42 | 23 | 56 | 34 | 49 | 30 |
| 576 | 20 | 36 | 1 | 29 | 22 | 24 | 0 |
| 594 | 32 | 29 | 39 | 2 | 9 | 58 | 30 |
| 612 | 44 | 23 | 16 | 34 | 57 | 33 | 0 |
| 630 | 56 | 16 | 54 | 7 | 45 | 7 | 30 |
| 648 | 68 | 10 | 31 | 40 | 32 | 42 | 0 |
| 666 | 80 | 4 | 9 | 13 | 20 | 16 | 30 |
| 684 | 91 | 57 | 46 | 46 | 7 | 51 | 0 |
| 702 | 103 | 51 | 24 | 18 | 55 | 25 | 30 |
| 720 | 115 | 45 | 1 | 51 | 43 | 0 | 0 |
| 738 | 127 | 38 | 39 | 24 | 30 | 34 | 30 |
| 756 | 139 | 32 | 16 | 57 | 18 | 9 | 0 |
| 774 | 151 | 25 | 54 | 30 | 5 | 43 | 30 |
| 792 | 163 | 19 | 32 | 2 | 53 | 18 | 0 |
| 810 | 175 | 13 | 9 | 35 | 40 | 52 | 30 |

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

## MOYEN MOUVEMENT DE LA LUNE EN LONGITUDE.

| heur. | deg. | (1) | (2) | (3) | (4) | (5) | (6) |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 0 | 32 | 56 | 27 | 26 | 23 | 46 |
| 2 | 1 | 5 | 52 | 54 | 52 | 47 | 32 |
| 3 | 1 | 38 | 49 | 22 | 19 | 11 | 18 |
| 4 | 2 | 11 | 45 | 49 | 45 | 35 | 5 |
| 5 | 2 | 44 | 42 | 17 | 11 | 58 | 51 |
| 6 | 3 | 17 | 38 | 44 | 38 | 22 | 37 |
| 7 | 3 | 50 | 35 | 12 | 4 | 46 | 23 |
| 8 | 4 | 23 | 31 | 39 | 31 | 10 | 10 |
| 9 | 4 | 56 | 28 | 6 | 57 | 33 | 56 |
| 10 | 5 | 29 | 24 | 34 | 23 | 57 | 42 |
| 11 | 6 | 2 | 21 | 1 | 50 | 21 | 28 |
| 12 | 6 | 35 | 17 | 29 | 16 | 45 | 15 |
| 13 | 7 | 8 | 13 | 56 | 43 | 9 | 1 |
| 14 | 7 | 41 | 10 | 24 | 9 | 32 | 47 |
| 15 | 8 | 14 | 6 | 51 | 35 | 56 | 33 |
| 16 | 8 | 47 | 3 | 19 | 2 | 20 | 20 |
| 17 | 9 | 19 | 59 | 46 | 28 | 44 | 6 |
| 18 | 9 | 52 | 56 | 13 | 55 | 7 | 52 |
| 19 | 10 | 25 | 52 | 41 | 21 | 31 | 38 |
| 20 | 10 | 58 | 49 | 8 | 47 | 53 | 25 |
| 21 | 11 | 31 | 45 | 36 | 14 | 19 | 11 |
| 22 | 12 | 4 | 42 | 3 | 40 | 42 | 57 |
| 23 | 12 | 37 | 38 | 31 | 7 | 6 | 43 |
| jours | | | | | | | |
| 1 | 13 | 10 | 34 | 58 | 33 | 30 | 30 |
| 2 | 26 | 21 | 9 | 57 | 7 | 1 | 0 |
| 3 | 39 | 31 | 44 | 55 | 40 | 31 | 30 |
| 4 | 52 | 42 | 19 | 54 | 14 | 2 | 0 |
| 5 | 65 | 52 | 54 | 52 | 47 | 32 | 30 |
| 6 | 79 | 3 | 29 | 51 | 21 | 3 | 0 |
| 7 | 92 | 14 | 4 | 49 | 54 | 33 | 30 |
| 8 | 105 | 24 | 39 | 48 | 28 | 4 | 0 |
| 9 | 118 | 35 | 14 | 47 | 1 | 34 | 30 |
| 10 | 131 | 45 | 49 | 45 | 35 | 5 | 0 |
| 11 | 144 | 56 | 24 | 44 | 8 | 35 | 30 |
| 12 | 158 | 6 | 59 | 42 | 42 | 6 | 0 |
| 13 | 171 | 17 | 34 | 41 | 15 | 36 | 30 |
| 14 | 184 | 28 | 9 | 39 | 49 | 7 | 0 |
| 15 | 197 | 38 | 44 | 22 | 22 | 37 | 30 |
| 16 | 210 | 49 | 19 | 36 | 56 | 8 | 0 |
| 17 | 223 | 59 | 54 | 35 | 29 | 38 | 30 |
| 18 | 237 | 10 | 29 | 34 | 3 | 9 | 0 |
| 19 | 250 | 21 | 4 | 32 | 36 | 39 | 30 |
| 20 | 263 | 31 | 39 | 31 | 10 | 10 | 0 |
| 21 | 276 | 42 | 14 | 29 | 43 | 40 | 30 |
| 22 | 289 | 52 | 49 | 28 | 17 | 11 | 0 |
| 23 | 303 | 3 | 24 | 26 | 50 | 41 | 30 |
| 24 | 316 | 13 | 59 | 25 | 24 | 12 | 0 |
| 25 | 329 | 24 | 34 | 23 | 57 | 42 | 30 |
| 26 | 342 | 35 | 9 | 22 | 31 | 13 | 0 |
| 27 | 355 | 45 | 44 | 21 | 4 | 43 | 30 |
| 28 | 8 | 56 | 19 | 19 | 38 | 14 | 0 |
| 29 | 22 | 6 | 54 | 18 | 11 | 44 | 30 |
| 30 | 35 | 17 | 29 | 16 | 45 | 15 | 0 |
| 60 | 70 | 34 | 58 | 33 | 30 | 30 | |
| 90 | 105 | 52 | 27 | 50 | 15 | 45 | |
| 120 | 141 | 9 | 57 | 7 | 1 | 0 | |
| 150 | 176 | 27 | 26 | 23 | 46 | 15 | |
| 180 | 211 | 44 | 55 | 40 | 31 | 30 | |
| 210 | 247 | 2 | 24 | 57 | 16 | 45 | |
| 240 | 282 | 19 | 54 | 14 | 2 | 0 | |
| 270 | 317 | 37 | 23 | 30 | 47 | 15 | |
| 300 | 352 | 54 | 52 | 47 | 32 | 30 | |
| 330 | 28 | 12 | 22 | 4 | 17 | 45 | |
| 360 | 63 | 29 | 51 | 21 | 3 | 0 | |

| ans. | deg. | (1) | (2) | (3) | (4) | (5) | (6) |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 129 | 22 | 46 | 13 | 50 | 32 | 30 |
| 2 | 258 | 45 | 32 | 27 | 41 | 5 | 0 |
| 3 | 28 | 8 | 18 | 41 | 31 | 37 | 30 |
| 4 | 157 | 31 | 4 | 55 | 22 | 10 | 0 |
| 5 | 286 | 53 | 51 | 9 | 12 | 42 | 30 |
| 6 | 56 | 16 | 37 | 23 | 3 | 15 | 0 |
| 7 | 185 | 39 | 23 | 36 | 53 | 47 | 30 |
| 8 | 315 | 2 | 9 | 50 | 44 | 20 | 0 |
| 9 | 84 | 24 | 56 | 4 | 34 | 52 | 30 |
| 10 | 213 | 47 | 42 | 18 | 25 | 25 | 0 |
| 11 | 343 | 10 | 28 | 32 | 15 | 57 | 0 |
| 12 | 112 | 31 | 14 | 46 | 6 | 30 | 0 |
| 13 | 241 | 56 | 0 | 59 | 57 | 2 | 0 |
| 14 | 11 | 18 | 47 | 13 | 47 | 35 | 0 |
| 15 | 140 | 41 | 33 | 27 | 38 | 7 | 0 |
| 16 | 270 | 4 | 19 | 41 | 28 | 40 | 0 |
| 17 | 39 | 27 | 5 | 55 | 19 | 12 | 0 |
| 18 | 168 | 49 | 52 | 9 | 9 | 45 | 0 |
| 36 | 337 | 39 | 44 | 18 | 19 | 30 | 0 |
| 54 | 146 | 29 | 36 | 27 | 29 | 15 | 0 |
| 72 | 315 | 19 | 28 | 36 | 39 | 0 | 0 |
| 90 | 124 | 9 | 20 | 45 | 48 | 45 | 0 |
| 108 | 292 | 59 | 12 | 54 | 58 | 30 | 0 |
| 126 | 101 | 49 | 5 | 4 | 8 | 15 | 0 |
| 144 | 270 | 38 | 57 | 13 | 18 | 0 | 0 |
| 162 | 79 | 28 | 49 | 22 | 27 | 45 | 0 |
| 180 | 248 | 18 | 41 | 31 | 37 | 30 | 0 |
| 198 | 57 | 8 | 33 | 40 | 47 | 15 | 0 |
| 216 | 225 | 58 | 25 | 49 | 57 | 0 | 0 |
| 234 | 34 | 48 | 17 | 59 | 6 | 45 | 0 |
| 252 | 203 | 38 | 10 | 8 | 16 | 30 | 0 |
| 270 | 12 | 28 | 2 | 17 | 26 | 15 | 0 |
| 288 | 181 | 17 | 54 | 26 | 36 | 0 | 0 |
| 306 | 350 | 7 | 46 | 35 | 45 | 45 | 0 |
| 324 | 158 | 57 | 38 | 44 | 55 | 30 | 0 |
| 342 | 127 | 47 | 30 | 54 | 5 | 15 | 0 |
| 360 | 136 | 37 | 23 | 3 | 15 | 0 | 0 |
| 378 | 305 | 27 | 15 | 12 | 24 | 45 | 0 |
| 396 | 114 | 17 | 7 | 21 | 34 | 30 | 0 |
| 414 | 283 | 6 | 59 | 30 | 44 | 15 | 0 |
| 432 | 91 | 56 | 51 | 39 | 54 | 0 | 0 |
| 450 | 260 | 46 | 43 | 49 | 3 | 45 | 0 |
| 468 | 69 | 36 | 35 | 58 | 13 | 30 | 0 |
| 486 | 238 | 26 | 28 | 7 | 23 | 15 | 0 |
| 504 | 47 | 16 | 20 | 16 | 33 | 0 | 0 |
| 522 | 216 | 6 | 12 | 25 | 42 | 45 | 0 |
| 540 | 24 | 56 | 4 | 34 | 52 | 30 | 0 |
| 558 | 193 | 45 | 56 | 44 | 2 | 15 | 0 |
| 576 | 2 | 35 | 48 | 53 | 12 | 0 | 0 |
| 594 | 171 | 25 | 41 | 2 | 21 | 45 | 0 |
| 612 | 340 | 15 | 33 | 11 | 31 | 30 | 0 |
| 630 | 149 | 5 | 25 | 20 | 41 | 15 | 0 |
| 648 | 317 | 55 | 17 | 29 | 51 | 0 | 0 |
| 666 | 126 | 45 | 9 | 39 | 0 | 45 | 0 |
| 684 | 295 | 35 | 1 | 48 | 10 | 30 | 0 |
| 702 | 104 | 24 | 53 | 57 | 20 | 15 | 0 |
| 720 | 273 | 14 | 46 | 6 | 30 | 0 | 0 |
| 738 | 82 | 4 | 38 | 15 | 39 | 45 | 0 |
| 756 | 250 | 54 | 30 | 24 | 49 | 30 | 0 |
| 774 | 59 | 44 | 22 | 23 | 59 | 15 | 0 |
| 792 | 228 | 34 | 14 | 43 | 9 | 0 | 0 |
| 810 | 37 | 24 | 6 | 52 | 18 | 45 | 0 |

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

## TABLE DU GAIN DE LUNE.

| heur. | deg. | ① | ② | ③ | ④ | ⑤ | ⑥ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 0 | 30 | 28 | 36 | 43 | 20 | 45 |
| 2 | 1 | 0 | 57 | 13 | 26 | 41 | 30 |
| 3 | 1 | 31 | 25 | 50 | 10 | 2 | 15 |
| 4 | 2 | 1 | 54 | 26 | 53 | 23 | 0 |
| 5 | 2 | 32 | 23 | 3 | 36 | 43 | 45 |
| 6 | 3 | 2 | 51 | 40 | 20 | 4 | 30 |
| 7 | 3 | 33 | 20 | 17 | 3 | 25 | 15 |
| 8 | 4 | 3 | 48 | 53 | 46 | 46 | 0 |
| 9 | 4 | 34 | 17 | 30 | 30 | 6 | 45 |
| 10 | 5 | 4 | 46 | 7 | 13 | 27 | 30 |
| 11 | 5 | 35 | 14 | 43 | 56 | 48 | 15 |
| 12 | 6 | 5 | 48 | 20 | 40 | 9 | 0 |
| 13 | 6 | 36 | 11 | 57 | 23 | 29 | 44 |
| 14 | 7 | 6 | 40 | 34 | 6 | 50 | 29 |
| 15 | 7 | 37 | 9 | 10 | 50 | 11 | 14 |
| 16 | 8 | 7 | 37 | 47 | 33 | 31 | 59 |
| 17 | 8 | 38 | 6 | 24 | 16 | 52 | 44 |
| 18 | 9 | 8 | 35 | 1 | 0 | 13 | 39 |
| 19 | 9 | 39 | 3 | 37 | 43 | 34 | 14 |
| 20 | 10 | 9 | 32 | 14 | 26 | 54 | 59 |
| 21 | 10 | 40 | 0 | 51 | 10 | 15 | 44 |
| 22 | 11 | 10 | 29 | 27 | 53 | 36 | 29 |
| 23 | 11 | 40 | 58 | 4 | 56 | 57 | 14 |
| jours | | | | | | | |
| 1 | 12 | 11 | 26 | 51 | 20 | 17 | 59 |
| 2 | 24 | 22 | 53 | 22 | 40 | 35 | 58 |
| 3 | 36 | 34 | 20 | 4 | 0 | 53 | 57 |
| 4 | 48 | 45 | 46 | 45 | 21 | 11 | 56 |
| 5 | 60 | 57 | 13 | 26 | 41 | 29 | 55 |
| 6 | 73 | 8 | 40 | 8 | 1 | 47 | 54 |
| 7 | 85 | 20 | 6 | 49 | 22 | 5 | 53 |
| 8 | 97 | 31 | 36 | 30 | 42 | 23 | 52 |
| 9 | 109 | 43 | 0 | 12 | 2 | 41 | 51 |
| 10 | 121 | 54 | 26 | 53 | 22 | 59 | 50 |
| 11 | 134 | 5 | 53 | 34 | 43 | 17 | 49 |
| 12 | 146 | 17 | 20 | 16 | 3 | 35 | 48 |
| 13 | 158 | 28 | 46 | 57 | 23 | 53 | 47 |
| 14 | 170 | 40 | 13 | 38 | 44 | 11 | 46 |
| 15 | 184 | 51 | 40 | 20 | 4 | 29 | 45 |
| 16 | 195 | 3 | 7 | 1 | 24 | 47 | 44 |
| 17 | 207 | 14 | 33 | 42 | 45 | 5 | 43 |
| 18 | 219 | 26 | 0 | 24 | 5 | 23 | 42 |
| 19 | 231 | 37 | 27 | 5 | 25 | 41 | 41 |
| 20 | 243 | 48 | 53 | 46 | 45 | 59 | 40 |
| 21 | 256 | 0 | 20 | 28 | 6 | 17 | 39 |
| 22 | 268 | 11 | 47 | 9 | 26 | 35 | 38 |
| 23 | 280 | 23 | 13 | 50 | 46 | 53 | 37 |
| 24 | 292 | 34 | 40 | 32 | 7 | 11 | 36 |
| 25 | 304 | 46 | 7 | 13 | 27 | 29 | 35 |
| 26 | 316 | 57 | 33 | 54 | 47 | 47 | 34 |
| 27 | 329 | 9 | 0 | 36 | 8 | 5 | 33 |
| 28 | 341 | 20 | 27 | 17 | 28 | 23 | 32 |
| 29 | 353 | 31 | 53 | 58 | 48 | 41 | 31 |
| 30 | 5 | 43 | 20 | 40 | 8 | 59 | 30 |
| 60 | 11 | 26 | 41 | 20 | 17 | 59 | 0 |
| 90 | 17 | 10 | 2 | 0 | 26 | 58 | 30 |
| 120 | 22 | 53 | 22 | 40 | 35 | 58 | 0 |
| 150 | 28 | 36 | 43 | 20 | 44 | 57 | 30 |
| 180 | 34 | 20 | 4 | 0 | 53 | 57 | 0 |
| 210 | 40 | 3 | 24 | 41 | 2 | 56 | 30 |
| 240 | 45 | 46 | 45 | 21 | 11 | 56 | 0 |
| 270 | 51 | 30 | 6 | 1 | 20 | 55 | 30 |
| 300 | 57 | 13 | 26 | 41 | 29 | 55 | 0 |
| 330 | 62 | 56 | 47 | 21 | 38 | 54 | 30 |
| 360 | 68 | 40 | 8 | 1 | 47 | 54 | 0 |

| ans. | deg. | ① | ② | ③ | ④ | ⑤ | ⑥ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 129 | 37 | 21 | 28 | 29 | 23 | 55 |
| 2 | 259 | 14 | 42 | 56 | 58 | 47 | 50 |
| 3 | 28 | 52 | 4 | 25 | 28 | 11 | 45 |
| 4 | 158 | 39 | 25 | 53 | 57 | 35 | 40 |
| 5 | 288 | 6 | 47 | 22 | 26 | 59 | 35 |
| 6 | 57 | 44 | 8 | 50 | 56 | 23 | 30 |
| 7 | 187 | 21 | 30 | 19 | 25 | 47 | 25 |
| 8 | 316 | 58 | 51 | 47 | 55 | 11 | 20 |
| 9 | 86 | 36 | 13 | 16 | 24 | 35 | 15 |
| 10 | 216 | 13 | 34 | 44 | 53 | 59 | 10 |
| 11 | 345 | 50 | 56 | 13 | 23 | 23 | 5 |
| 12 | 115 | 28 | 17 | 41 | 52 | 47 | 0 |
| 13 | 245 | 5 | 39 | 10 | 22 | 10 | 55 |
| 14 | 14 | 43 | 0 | 38 | 51 | 34 | 50 |
| 15 | 144 | 20 | 22 | 7 | 20 | 58 | 45 |
| 16 | 273 | 57 | 43 | 34 | 50 | 22 | 40 |
| 17 | 43 | 35 | 5 | 4 | 19 | 46 | 35 |
| 18 | 173 | 12 | 26 | 32 | 49 | 10 | 30 |
| 36 | 346 | 24 | 53 | 5 | 38 | 21 | 0 |
| 54 | 159 | 37 | 19 | 38 | 27 | 31 | 30 |
| 72 | 332 | 49 | 46 | 11 | 16 | 42 | 0 |
| 90 | 146 | 2 | 12 | 44 | 5 | 52 | 30 |
| 108 | 319 | 14 | 39 | 16 | 55 | 3 | 0 |
| 126 | 132 | 27 | 5 | 49 | 44 | 13 | 30 |
| 144 | 305 | 39 | 32 | 22 | 33 | 24 | 0 |
| 162 | 118 | 51 | 58 | 55 | 22 | 34 | 30 |
| 180 | 292 | 4 | 25 | 28 | 11 | 45 | 0 |
| 198 | 105 | 16 | 52 | 1 | 0 | 55 | 30 |
| 216 | 278 | 29 | 18 | 33 | 50 | 6 | 0 |
| 234 | 91 | 41 | 45 | 6 | 39 | 16 | 30 |
| 252 | 264 | 54 | 11 | 39 | 28 | 27 | 0 |
| 270 | 98 | 6 | 38 | 12 | 17 | 37 | 30 |
| 288 | 251 | 19 | 4 | 45 | 6 | 48 | 0 |
| 306 | 64 | 31 | 31 | 17 | 55 | 58 | 30 |
| 324 | 237 | 43 | 57 | 50 | 45 | 9 | 0 |
| 342 | 50 | 56 | 24 | 23 | 34 | 19 | 30 |
| 360 | 224 | 8 | 50 | 56 | 23 | 30 | 0 |
| 378 | 37 | 21 | 17 | 29 | 12 | 40 | 30 |
| 396 | 210 | 33 | 44 | 1 | 1 | 51 | 0 |
| 414 | 23 | 46 | 10 | 34 | 51 | 1 | 30 |
| 432 | 196 | 58 | 37 | 7 | 40 | 12 | 0 |
| 450 | 10 | 11 | 3 | 40 | 29 | 22 | 30 |
| 468 | 183 | 23 | 30 | 13 | 18 | 33 | 0 |
| 486 | 356 | 35 | 56 | 46 | 7 | 43 | 30 |
| 504 | 369 | 48 | 23 | 18 | 56 | 54 | 0 |
| 522 | 343 | 0 | 49 | 51 | 46 | 4 | 30 |
| 540 | 156 | 13 | 16 | 24 | 35 | 15 | 0 |
| 558 | 329 | 25 | 42 | 57 | 24 | 25 | 30 |
| 576 | 142 | 38 | 9 | 30 | 13 | 36 | 0 |
| 594 | 315 | 50 | 36 | 2 | 2 | 46 | 30 |
| 612 | 129 | 3 | 2 | 35 | 51 | 57 | 0 |
| 630 | 302 | 15 | 29 | 8 | 41 | 7 | 30 |
| 648 | 115 | 27 | 55 | 41 | 1 | 28 | 0 |
| 666 | 288 | 40 | 22 | 14 | 19 | 28 | 30 |
| 684 | 101 | 52 | 48 | 47 | 8 | 39 | 0 |
| 702 | 275 | 5 | 15 | 19 | 57 | 49 | 30 |
| 720 | 88 | 17 | 41 | 52 | 47 | 0 | 0 |
| 738 | 261 | 30 | 8 | 25 | 36 | 10 | 30 |
| 756 | 74 | 42 | 34 | 58 | 25 | 21 | 0 |
| 774 | 247 | 55 | 1 | 31 | 14 | 31 | 30 |
| 792 | 61 | 7 | 28 | 3 | 3 | 42 | 0 |
| 810 | 234 | 19 | 54 | 36 | 52 | 52 | 30 |

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

## COURS DE LA LATITVDE DE LA LUNE.

| heur. | deg. | ① | ② | ③ | ④ | ⑤ | ⑥ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 0 | 33 | 4 | 24 | 9 | 32 | 22 |
| 2 | 1 | 6 | 8 | 48 | 19 | 4 | 43 |
| 3 | 1 | 39 | 13 | 12 | 28 | 37 | 5 |
| 4 | 2 | 12 | 17 | 36 | 38 | 9 | 26 |
| 5 | 2 | 45 | 22 | 0 | 47 | 41 | 48 |
| 6 | 3 | 18 | 26 | 24 | 57 | 14 | 9 |
| 7 | 3 | 51 | 30 | 49 | 6 | 46 | 31 |
| 8 | 4 | 24 | 35 | 13 | 16 | 18 | 52 |
| 9 | 4 | 57 | 39 | 37 | 25 | 51 | 14 |
| 10 | 5 | 30 | 44 | 1 | 35 | 23 | 3 |
| 11 | 6 | 3 | 48 | 25 | 44 | 55 | 5 |
| 12 | 6 | 36 | 52 | 49 | 54 | 28 | 1 |
| 13 | 7 | 9 | 57 | 14 | 4 | 0 | 40 |
| 14 | 7 | 43 | 1 | 38 | 13 | 33 | 2 |
| 15 | 8 | 16 | 6 | 2 | 23 | 5 | 23 |
| 16 | 8 | 49 | 10 | 26 | 32 | 37 | 45 |
| 17 | 9 | 22 | 14 | 50 | 42 | 10 | 6 |
| 18 | 9 | 55 | 19 | 14 | 51 | 42 | 28 |
| 19 | 10 | 28 | 23 | 39 | 1 | 14 | 49 |
| 20 | 11 | 1 | 28 | 3 | 10 | 47 | 11 |
| 21 | 11 | 34 | 32 | 27 | 20 | 19 | 32 |
| 22 | 12 | 7 | 36 | 51 | 29 | 51 | 54 |
| 23 | 12 | 40 | 41 | 15 | 39 | 24 | 15 |
| jours | | | | | | | |
| 1 | 13 | 13 | 45 | 39 | 48 | 56 | 37 |
| 2 | 26 | 27 | 31 | 19 | 37 | 53 | 14 |
| 3 | 39 | 41 | 16 | 59 | 26 | 49 | 51 |
| 4 | 52 | 55 | 2 | 39 | 15 | 46 | 28 |
| 5 | 66 | 8 | 48 | 19 | 4 | 43 | 5 |
| 6 | 79 | 22 | 33 | 58 | 53 | 39 | 42 |
| 7 | 92 | 36 | 19 | 38 | 42 | 36 | 19 |
| 8 | 105 | 50 | 5 | 18 | 31 | 32 | 56 |
| 9 | 119 | 3 | 50 | 58 | 20 | 29 | 33 |
| 10 | 132 | 17 | 36 | 38 | 9 | 26 | 10 |
| 11 | 145 | 31 | 22 | 17 | 58 | 22 | 47 |
| 12 | 158 | 45 | 7 | 57 | 47 | 19 | 24 |
| 13 | 171 | 58 | 53 | 37 | 36 | 16 | 1 |
| 14 | 185 | 12 | 39 | 17 | 25 | 12 | 38 |
| 15 | 198 | 26 | 24 | 57 | 14 | 9 | 15 |
| 16 | 211 | 40 | 10 | 37 | 3 | 5 | 52 |
| 17 | 224 | 53 | 56 | 16 | 52 | 2 | 29 |
| 18 | 238 | 7 | 41 | 56 | 40 | 59 | 6 |
| 19 | 251 | 21 | 27 | 36 | 29 | 55 | 43 |
| 20 | 264 | 35 | 13 | 16 | 18 | 52 | 20 |
| 21 | 277 | 48 | 58 | 56 | 7 | 48 | 57 |
| 22 | 294 | 2 | 44 | 35 | 56 | 45 | 34 |
| 23 | 304 | 16 | 30 | 15 | 45 | 42 | 11 |
| 24 | 317 | 30 | 15 | 55 | 34 | 38 | 48 |
| 25 | 330 | 44 | 1 | 35 | 23 | 35 | 25 |
| 26 | 343 | 57 | 47 | 15 | 12 | 32 | 2 |
| 27 | 357 | 11 | 32 | 55 | 1 | 28 | 39 |
| 28 | 10 | 25 | 18 | 34 | 50 | 25 | 16 |
| 29 | 23 | 39 | 4 | 14 | 39 | 21 | 53 |
| 30 | 36 | 52 | 49 | 54 | 28 | 18 | 30 |
| 60 | 73 | 45 | 39 | 48 | 26 | 37 | 0 |
| 90 | 110 | 38 | 29 | 43 | 24 | 55 | 30 |
| 120 | 147 | 31 | 19 | 37 | 53 | 14 | 0 |
| 150 | 184 | 24 | 9 | 32 | 21 | 32 | 30 |
| 180 | 221 | 16 | 59 | 26 | 49 | 51 | 0 |
| 210 | 258 | 9 | 49 | 21 | 18 | 9 | 30 |
| 240 | 295 | 2 | 39 | 15 | 46 | 28 | 0 |
| 270 | 331 | 55 | 29 | 10 | 14 | 46 | 30 |
| 300 | 8 | 48 | 19 | 4 | 43 | 5 | 0 |
| 330 | 45 | 41 | 8 | 59 | 11 | 23 | 30 |
| 360 | 82 | 33 | 58 | 53 | 39 | 42 | 0 |

| ans. | deg. | ① | ② | ③ | ④ | ⑤ | ⑥ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 148 | 42 | 47 | 12 | 44 | 25 | 5 |
| 2 | 297 | 25 | 34 | 25 | 28 | 50 | 10 |
| 3 | 86 | 8 | 21 | 38 | 13 | 15 | 15 |
| 4 | 234 | 51 | 8 | 50 | 57 | 40 | 20 |
| 5 | 23 | 33 | 56 | 3 | 42 | 5 | 25 |
| 6 | 172 | 16 | 43 | 16 | 26 | 30 | 30 |
| 7 | 320 | 59 | 30 | 29 | 10 | 55 | 35 |
| 8 | 109 | 43 | 17 | 41 | 55 | 20 | 40 |
| 9 | 258 | 25 | 4 | 54 | 39 | 45 | 45 |
| 10 | 47 | 7 | 52 | 7 | 24 | 10 | 50 |
| 11 | 195 | 50 | 39 | 20 | 8 | 35 | 55 |
| 12 | 344 | 33 | 26 | 32 | 53 | 1 | 0 |
| 13 | 133 | 16 | 13 | 45 | 37 | 26 | 5 |
| 14 | 281 | 59 | 0 | 58 | 21 | 51 | 10 |
| 15 | 0 | 41 | 48 | 11 | 6 | 16 | 15 |
| 16 | 219 | 24 | 35 | 23 | 50 | 41 | 20 |
| 17 | 8 | 7 | 22 | 36 | 35 | 6 | 25 |
| 18 | 156 | 50 | 9 | 49 | 19 | 31 | 30 |
| 36 | 313 | 40 | 19 | 38 | 39 | 3 | 0 |
| 54 | 110 | 30 | 29 | 27 | 58 | 34 | 30 |
| 72 | 267 | 20 | 39 | 17 | 18 | 6 | 0 |
| 90 | 64 | 10 | 49 | 6 | 37 | 37 | 30 |
| 108 | 221 | 0 | 58 | 55 | 57 | 9 | 0 |
| 126 | 17 | 51 | 8 | 45 | 16 | 40 | 30 |
| 144 | 174 | 41 | 18 | 34 | 36 | 13 | 0 |
| 162 | 331 | 31 | 28 | 23 | 55 | 43 | 30 |
| 180 | 128 | 21 | 38 | 13 | 15 | 15 | 0 |
| 198 | 285 | 11 | 48 | 2 | 34 | 46 | 30 |
| 216 | 82 | 1 | 57 | 51 | 54 | 18 | 0 |
| 234 | 238 | 52 | 7 | 41 | 13 | 49 | 30 |
| 252 | 35 | 42 | 17 | 30 | 33 | 21 | 0 |
| 270 | 192 | 32 | 27 | 19 | 52 | 52 | 30 |
| 288 | 349 | 22 | 37 | 9 | 12 | 24 | 0 |
| 306 | 140 | 12 | 46 | 58 | 31 | 55 | 30 |
| 324 | 303 | 2 | 56 | 47 | 51 | 27 | 0 |
| 342 | 99 | 53 | 6 | 37 | 10 | 59 | 30 |
| 360 | 256 | 43 | 16 | 26 | 30 | 30 | 0 |
| 378 | 53 | 33 | 26 | 15 | 59 | 1 | 30 |
| 396 | 210 | 23 | 36 | 5 | 9 | 33 | 0 |
| 414 | 7 | 13 | 45 | 54 | 28 | 4 | 30 |
| 432 | 164 | 3 | 55 | 43 | 48 | 36 | 0 |
| 450 | 320 | 54 | 5 | 33 | 8 | 7 | 30 |
| 468 | 117 | 44 | 15 | 22 | 27 | 39 | 0 |
| 486 | 274 | 34 | 25 | 11 | 47 | 10 | 30 |
| 504 | 71 | 24 | 35 | 1 | 6 | 42 | 0 |
| 522 | 228 | 14 | 44 | 50 | 26 | 13 | 30 |
| 540 | 25 | 4 | 54 | 39 | 45 | 45 | 0 |
| 558 | 181 | 55 | 4 | 29 | 5 | 16 | 30 |
| 576 | 338 | 45 | 14 | 18 | 24 | 48 | 0 |
| 594 | 135 | 35 | 24 | 7 | 44 | 19 | 30 |
| 612 | 292 | 25 | 33 | 57 | 3 | 51 | 0 |
| 630 | 59 | 15 | 43 | 46 | 23 | 22 | 30 |
| 648 | 246 | 5 | 53 | 35 | 42 | 54 | 0 |
| 666 | 42 | 56 | 3 | 25 | 2 | 25 | 30 |
| 684 | 199 | 46 | 13 | 14 | 21 | 57 | 0 |
| 702 | 356 | 36 | 23 | 3 | 41 | 28 | 30 |
| 720 | 153 | 26 | 32 | 53 | 1 | 0 | 0 |
| 738 | 310 | 16 | 42 | 42 | 20 | 31 | 30 |
| 756 | 107 | 6 | 52 | 31 | 40 | 3 | 0 |
| 774 | 263 | 57 | 2 | 20 | 59 | 34 | 30 |
| 792 | 60 | 47 | 12 | 10 | 19 | 6 | 0 |
| 810 | 217 | 37 | 21 | 59 | 38 | 37 | 30 |

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

*Conclusion.* Nous avons donc trouvé le moyen mouvement appartenant à la Lune, sur un temps donné, & en avons descrit des tables, selon le requis.

## Proposition XII.

*Declarer comment par le moyen des Ephemerides observées, on commence à remarquer les causes & circonstances des eclipses de Lune.*

Quand avec les Ephemerides on recerche la cognoissance des causes des eclipses de Soleil & Lune, on remarque que celle du Soleil arrive tousiours en conjonction, & celle de la Lune tousiours en opposition: Et considerant de là en avant on trouve qu'elles arrivent tousiours environ les nœuds; comme l'eclipse de Soleil de l'an 1600 le 30 Juin à 0 heure 55 ☊, estoit en conjonction sous le 108 deg. 11 ☊, alors la queuë du Dragon estoit au 111 degr. 23 ☊: tellement que ceste eclipse estoit fort pres dudit nœud, assavoir de 3 degrez 12 ☊: Semblablement l'eclipse de Lune de l'an 1554, le 8 Decembre à 13 heures 3 ☊ se fit en opposition, le Soleil estoit au 266 deg. 29 ☊, & la queuë du Dragon au 262 deg. 30 ☊, differant seulement de 3 deg. 59 ☊. D'avantage on y remarque aussi que la Lune est d'autant plus eclipsée, qu'elle est pres des nœuds; & d'autant moins eclipsée, qu'elle en est esloignée. Item, que les eclipses egales ne sont de mesme durée de necessité, dont la cause est la viteſſe ou tardiveté de la Lune. Lesquelles choses estant ainsi simplement remarquées és ephemerides, ont donné occasion d'en recercher de plus pres les qualitez par voye Mathematique, comme on verra au deuxiesme livre.

*Conclusion.* Nous avons donc declaré comment par le moyen des Ephemerides observées, on commence à remarquer les causes & circonstances des eclipses de Lune, selon le requis.

## Proposition XIII.

*Escrire les tables ou Ephemerides du cours de la Lune, & ce pour le temps à venir par le moyen des Ephemerides supputées.*

Lors qu'on recerche és Ephemerides, en combien de temps c'est que la Lune revient tousiours sous un mesme poinct en l'ecliptique environ le mesme temps de l'année; on trouve que c'est à peu pres en 19 ans. Comme par exemple, en l'an 1554 le 1 Jan. la Lune estoit au 257 deg. 10 ☊: & dans 19 ans apres, (c'est le 1 Janvier 1573) elle estoit au 260 degré 2 ☊, ce n'est que seulement 2 deg. 52 ☊ d'avantage; mais dans 19 ans encor apres, assavoir au 1 Janvier 1592, elle estoit au 254 deg. 26 ☊, qui est 5 deg. 36 ☊ en arriere; & ainsi semblablement des autres, aucunefois plus, & aucunefois moins, jusques à differer 8 au 9 degrez; toutesfois il y a telles 19 ans qui comprennent 5 années bissextiles, les autres 4 seulement, là où on peut trouver 1 jour de difference, auquel la Lune fait de 11 à 15 degrez, parquoy il faut avoir egard à ces choses.

Notez aussi qu'en prenant le lieu de la Lune estant en conjonction ou opposition, qu'alors on en est plus certain, pource qu'on evite la deuxiesme anomalité; quoy que c'en soit on y trouve aussi de l'imperfection, comme devant: mais si quelqu'un ne se soucioit de si peu de difference, il pourroit aisément faire des Ephemerides pour le temps futur, par les observées, & si on en avoit de beaucoup d'années, on y trouveroit peut estre plus de conformité.

Ceste proprieté dixneufvenaire du cours de la Lune, contenant 235 lunaisons quasi entieres, laquelle on dit avoir esté trouvée d'un certain *Methon Athenien*, par l'aide, ce semble, des Ephemerides, comme dessus; & fust appellée *grand an dixneufvenaire de Methon*, lequel estant trouvé de belle invention par plusieurs, fust enregistré à Athenes à l'hostel de ville, & en autres lieux en lettre d'or; & c'est ce qu'on appelle encor aujourd'huy le *nombre d'or.*

*Conclusion.* Nous avons donc descrit les Ephemerides du cours de la Lune, &c.

## Proposition XIV.

*Par les Ephemerides observées, trouver l'heure & ses parties de la conjonction & opposition des planetes.*

Quelques Ephemerides observées n'admettent que les conjonctions & oppositions & autres aspects de la Lune avec les autres planetes, & ce à telle heure, comme celles de *Stadius*, & non pas des autres planetes l'une envers l'autre; ce qui toutesfois seroit necessaire és choses subsequentes, parquoy j'escriray la commune façon & la regle generale de trouver ces aspects, comme s'ensuit.

*Le donné.* Soit requis de trouver à quelle heure le Soleil & la Lune seront en conjonction en l'an 1576, le 26 Juin.

*Construction.* On regarde combien la planete plus viste gaigne en une heure, & ce qu'elle doit gaigner pour l'aspect requis. Puis on dira, le gain trouvé donne 1 heure, combien ce qui est à gaigner? (assavoir la difference entre les deux planetes) ce qui viendra sera le requis. Par exemple,

Le Soleil court sur un jour, depuis le 25 jusques au 26 Juin, comme il appert és Ephemerides 57 ☊.
La Lune depuis le 25 jusqu'au 26 court 14 deg. 39 ☊.
Duquel soustraits les 57 ☊ susdits, resteront pour le gain de Lune en un jour 13 deg. 42 ☊.
Distance de la Lune au Soleil, le 26 Juin 0 deg. 36 ☊.
Puis 13 degr. 42 ☊ (troisiesme en l'ordre) donnent 24 heures, combien 36 ☊? (le quatriesme en l'ordre) viendra pour le temps de la conjonction en heures & minutes apres midy selon le requis 1 heure 3 ☊.
Dont la demonstration est manifeste.

*Conclusion.* Nous avons donc par le moyen des Ephemerides observées, trouvé l'heure & ses parties de la conjonction & opposition des planetes: ce qu'il falloit faire.

### Corollaire.

Par l'exemple precedent appert, comme on trouvera les autres aspects, comme d'opposition, trine, quadril & sextil.

# TROISIESME DISTINCTION DV PREMIER LIVRE,

## Traitant la maniere de trouver le cours de Saturne par l'aide des Ephemerides observées.

## Proposition XV.

*Declarer comment par l'aide d'Ephemerides observées, on peut recognoistre en gros le temps de la revolution de Saturne: avec la qualité de sa retrogradation & station: & comment il tourne en un epicycle.*

A ceste fin par l'aide des Ephemerides observées (ou en leur place les calculées de *Stadius* pour les raisons deduites en la premiere proposition) & ayant esgard à la



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

troiſieſme colomne qui eſt celle de Saturne, je prens quelque jour comme il peut advenir, & ſoit le 1 Ianvier 1554, auquel il eſtoit au 342 deg. 27 ♑; & un an apres, aſſavoir le 1 Ianvier 1555, il eſtoit au 353 deg. 53 ♑, tellement qu'en ceſte année-la il auroit avancé de 11 deg. 26 ♑: Et de meſme le trouve avoir advancé le 1 Ianvier 1556, encor 11 degrez 51 ♑. Et touſiourſainſi, juſques à l'an 1584, aſſavoir qu'au 1 Ianvier il ſe retrouve un peu avoir paſſé le poinct qu'il tenoit en l'an 1554, comme au 347 deg. 54 ♑, ayant mis pres de 30 ans à faire une revolution, ce qu'on trouve accorder touſiours, en prenant d'autres exemples.

Puis prenant garde de plus pres ſur la qualité de ſon mouvement en chaque année, on trouve qu'en certain temps il ſemble ſe haſter, autrefois eſtre plus lent, voire quelquefois s'arreſter, & qui plus eſt maintefois reculer. Sur quoy on remarque d'autres accidens, comme quand il eſt au milieu de ſon recul, qu'alors il eſt environ oppoſé au Soleil, & que tant plus il approche du Soleil, d'autant plus il ſe haſte quand il avance. Par exemple, en l'an 1569, au commencement de Iuin, il court 1 ♑ par jour, puis apres 2 ♑, & ainſi augmente, juſques au commencement de Septembre, là où il fait par jour 8 ♑: or eſtant illec au plus veloce, commence peu à peu à la fin du mois de s'allentir, tellement que du 18 juſques au 24 Ianvier 1570, il s'arreſte, & ce au 202 deg. 20 ♑, puis commence à reculer, & ce proprement le 21 Ianvier, & dure juſques à l'onzieſme Iuin, contenant 141 jours, dont la moitié eſt 70 jours, tellement que tel milieu arrive ſur le 1 Avril, & non gueres loing de là, aſſavoir le 30 Mars, qui ſont 2 jours auparavant, eſtoit l'oppoſition du Soleil & Saturne: tellement que (comme il a eſté dit) le milieu de la retrogradation advient environ l'oppoſition d'iceluy au Soleil. Mais tant plus il approche du Soleil, & tant plus il ſe haſte; tellement que ſon cours le plus veloce, advient environ en conjonction; comme le cours plus veloce ſuſdit en Septembre, y avoit conjonction (poſé qu'on l'euſt peu appercevoir en effect) le 25 dudit mois. On remarque auſſi, que de l'une oppoſition à l'autre, de l'une conjonction à l'autre, de principe de retrogradation à l'autre, y a touſiours un an & encor environ un demy mois: comme de l'oppoſition du 17 Mars 1569, juſques à l'oppoſition ſuivante du 30 Mars 1570, y a un an encor environ un demy mois; auquel temps arrive touſiours une retrogradation, durant, comme dit eſt, 140 jours, & ſeulement 2 ou 3 jours plus ou moins.

Ce que deſſus fait cognoiſtre que Saturne ne fait pas ſon cours en telle maniere comme le Soleil, car il ne s'en pourroit enſuivre aucune retrogradation, mais dans un epicycle: tellement qu'eſtant en oppoſition avec le Soleil, il eſt environ le perigée de ſon epicycle: là où parcourant l'epicycle il va plus en arriere, que le centre de l'epicycle dans le deferãt ne le fait avancer, de là vient la retrogradation. Mais eſtant environ en conjonction avec le Soleil en l'apogée, il va d'autant plus viſte que le cours du centre de l'epicycle, que peut cauſer ſon mouvement propre en l'epicycle.

Donc Saturne avançant, & reculant alternativement, s'enſuit qu'il doit eſtre coy, & s'arreſter à chaque fois entre deux mouvemens divers: Et au contraire, puis qu'il avance, s'arreſte, & recule, il s'enſuit qu'il court en un epicycle.

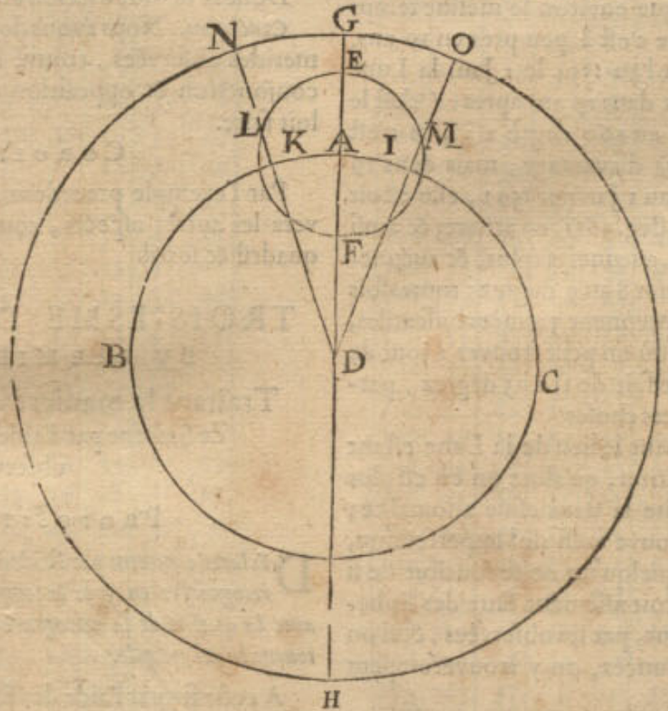
*Concluſion.* Nous avons donc declaré comment par l'aide d'Ephemerides obſervées, on peut, &c. ſelon le requis.

## Proposition XVI.

*Declarer comment l'on peut remarquer par l'aide des Ephemerides obſervées, que le deferant de Saturne eſt eccentrique.*

Si le deferant de Saturne eſtoit concentrique, il s'enſuivroit qu'en temps egaux quelconques, l'un devant l'oppoſition (ou environ) du Soleil, l'autre apres, les arcs apparants ſeroyent egaux, contre l'experience: Soit par exemple A B C le deferant de Saturne, & s'il eſtoit poſſible, concentrique, aſſavoir ſon centre D, & auſſi le centre de la terre: & de A, comme centre ſoit fait un epicycle E F, duquel E apogée, & F perigée, & de D, comme centre de l'ecliptique G H, & G apogée apparant de E; & ſoient marquées I, K, au deferant egalement diſtans de part & d'autre de A, & les deux poincts L, M en l'epicycle equidiſtans de F, & menées D L N, D M O.

Le centre de l'epicycle, ayant eſté premierement




en K, & alors Saturne en L, & en apparence en N; puis ledit centre d'epicycle eſt venu de I en A, & au meſme temps Saturne de L à F au perigée, où il ſera pour les raiſons mentionnées oppoſite au Soleil: puis s'eſtant

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

s'estant passé un temps egal au precedent, le centre de l'epicycle viendra de A en K, arc egal à l'arc A I, & Saturne de F à M, arc egal à F L; & O sera le lieu apparant de Saturne, autant esloigné de G, que N de G, à cause de l'egalité des angles G D O, G D N : comme si nous voulions dire, si le deferant de Saturne estoit concentrique comme icy, il s'ensuivroit qu'il feroit les arcs apparants egaux en temps egaux, l'un devant l'opposition du Soleil, l'autre apres, ce qui est contre l'experience; parquoy il faut tenir le deferant pour eccentrique: Prenons par exemple quelque opposition, comme celle qui se fist en l'an 1569 le 17 Mars, Saturne estant au 186 deg. 29 ☉: Et quelque temps auparavant, je prens 7 ans, assavoir le 17 Mars en l'an 1562, il estoit à 88 deg. 14 ☉, entre lesquels y a un arc de 98 deg. 15 ☉: mais 7 ans apres, assavoir le 17 Mars 1576, il estoit sous le 271 deg. 44 ☉; dont l'arc est 85 deg. 15 ☉, (assavoir du 186 deg. 29 ☉) qui differe de 13 degrez du premier arc 98 deg. 15 ☉.

*Conclusion.* Nous avons donc declaré comment par les Ephemerides observées on remarque que le deferant de Saturne est eccentrique, selon le requis.

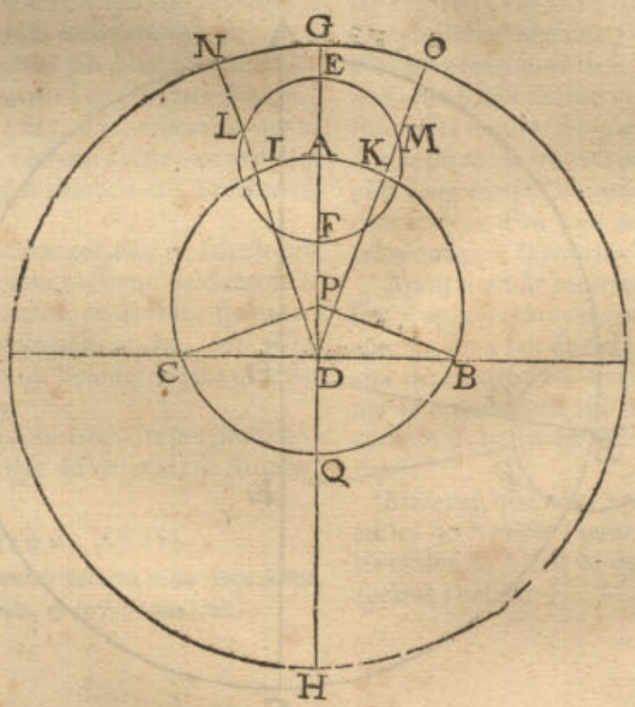
## Proposition XVII.

*Trouver par les Ephemerides observées la longitude apparante de l'apogée & perigée du deferant de Saturne.*

Par la seiziesme proposition, ayant remarqué que le deferant est eccentrique, il reste de recercher la longitude apparante de l'apogée : Pour ceste cause on a estimé que s'il avenoit une opposition de Saturne & le Soleil, lors que le centre de l'epicycle est à l'apogée ou perigée du deferant, qu'ainsi en chaque deux temps egaux, l'un devant l'opposition, l'autre apres, il devroit avoir parcouru deux arcs apparans egaux : Et au contraire, remarquant és Ephemerides observées, une telle opposition qu'iceluy en chaque deux temps egaux, l'un devant l'opposition, l'autre apres, parcourt deux arcs egaux, qu'alors le centre de l'epicycle en telle opposition doit estre en l'apogée ou perigée de son deferant, qui fait que la longitude apparante d'iceux apogée & perigée est cognuë.

Soit pour exemple de ce que dit est, la figure suivante, comme en la 16 proposition avec les lettres de mesme signification, excepté que ce deferant A B C est eccentrique, assavoir que le centre de la terre D, ne soit le centre du deferant, mais P: & que A le centre de l'epicycle, soit en l'apogée de son deferant, estant Saturne au perigée de l'epicycle F, en opposition avec le Soleil. Ce qu'estant ainsi, je considere que les cours apparans G N, G O, doivent estre en temps egaux, aussi egaux entr'eux, à cause de l'egalité des angles G D N, G D O, causée par l'egalité de F L & F M. Aussi que cela doit advenir de mesme, estant le centre de l'epicycle en Q, apogée du deferant.

Notez que dessus a esté dit, que Saturne est tousiours au perigée d'epicycle environ son opposition avec le Soleil: mais pour en parler plus proprement il n'est pas precisement en son perigée d'epicycle, sinon que lors




qu'il est en opposition, estant non seulement le centre de l'epicycle au perigée du deferant, mais aussi encor le Soleil estant à son apogée ou perigée, car puis qu'il apparoist se mouvoir inegalement le long de l'ecliptique, & Saturne egalement en son epicycle, il ne peut en toutes les oppositions du Soleil, estre au perigée de son epicycle, mais bien en toutes les oppositions moyennes, (or le moyen Soleil se meut uniformement par la 16 definition :) & partant cy-apres pour parler de cecy proprement, nous le dirons estre au perigée ou apogée, en son opposition ou conjonction moyenne.

Ce qu'estant ainsi, pour venir à la recerche de la longitude apparante de l'apogée, ou perigée du deferant de Saturne, il appert par les raisons precedentes, qu'il faut trouver és Ephemerides observées une de ses oppositions moyennes, telle qu'en chaque deux temps egaux devant & apres il face des arcs apparans egaux: & pour les trouver, je prens tel lieu comme il advient, & soit l'an 1569, où se trouve son opposition du Soleil estre au 17 Mars, estant Saturne au 186 deg. 29 ☉ (il est bien vray qu'au lieu du vray Soleil, on devoit prendre le Soleil moyen, suivant les raisons precedentes, mais il sera assez temps de le faire à la fin, lors qu'avec le vray Soleil on recognoist estre assez pres du requis) avec quoy je recerche comment les arcs susdits en temps egaux conviendront, assavoir l'un devant l'opposition, l'autre apres) lesquels temps je choisis de 7 ans, pour les raisons deduites à la note de la 4 proposition, qui est envi-



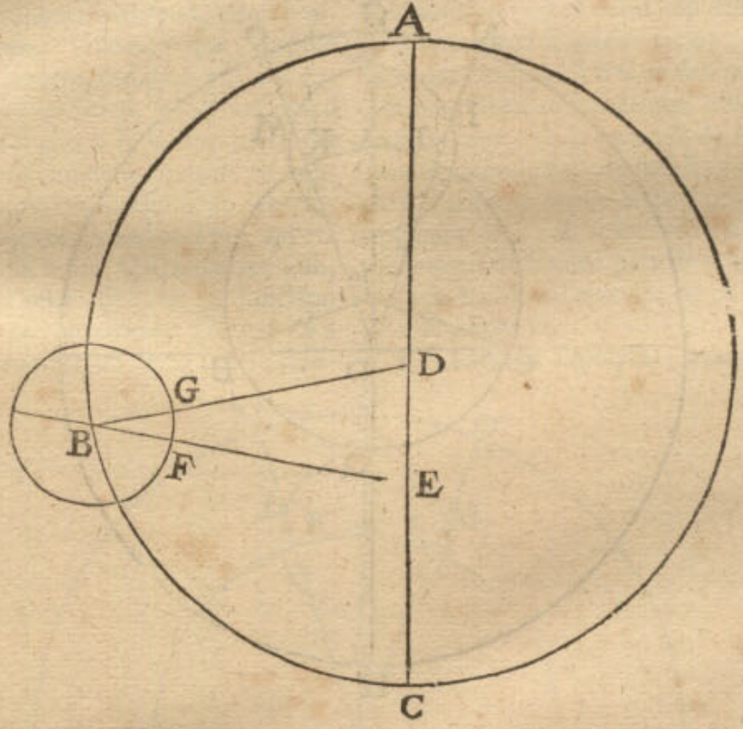
Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

ron le quart d'un tour, lequel dure 30 ans par la 15 proposition) & trouve 7 ans auparavant (qui est le 17 Mars 1562, au 88 deg. 14 ☉ jusqu'au 17 Mars 1569 au 186 deg. 29 ☉) avoir fait 98 deg. 15 ☉: mais 7 ans apres (qui est le 17 Mars 1569 au 186 degr. 29 ☉ jusqu'au 17 Mars 1576, au 271 deg. 44 ☉) trouve avoir fait seulement 85 deg. 15 ☉, qui differe beaucoup de l'autre arc 98 deg. 15 ☉, assavoir 13 degrez; parquoy l'apogée apparant (ou perigée) est loing du susdit 186 deg. 29 ☉, & de son oppositе 6 deg. 29 ☉. Toutefois l'un des deux n'en peut pas estre esloigné plus que 90 degrez; qui fait que je cerche entre ce terme devant ou apres l'an 1569 de mesme que dessus, comme en l'an 1572, où l'opposition se trouve au 23 Avril, Saturne estant au 222 deg. 51 ☉, ainsi que le calcul comme dessus de sept ans devant & apres, trouve encor les deux arcs differer de 9 deg. 42 ☉: partant je cerche de mesme en un autre lieu, plus avant (pource que l'arc premier estoit trop grand) comme à l'opposition de l'an 1576 au 10 Juin sous le 268 deg. 20 ☉, & le compte fait, comme dessus à 7 ans devant & apres, ne trouve differer que 4 ☉, ce qui est de nulle estime.

Cela estant ainsi avec le vray Soleil, je cerche où le Soleil moyen estoit en ce temps-là pour faire le compte plus precis, & à son opposition: A ceste fin je prens l'apogée du Soleil, selon qu'il a esté dit en la 4 proposition, estre au 94 degr. 24 ☉, où le Soleil apparant & moyen se rencontrent par la 16 definition, qui estoit le 16 Juin, lesquels apparant & moyen ne different au 10 Juin que ce que 6 jours peuvent emporter; car autant y a-il du 10 Juin au 16, ce differend se trouve ainsi: le Soleil apparant a fait és 6 jours dans les Ephemerides 5 deg. 44 ☉, mais le moyen 5 deg. 55 ☉, par la 3 proposition, qui est seulement 11 ☉ de difference, & de nulle estime; partant je retiens le compte precedent; que si on le vouloit avoir plus precis, on soustrairoit 11 ☉ de la longitude apparante du Soleil 88 degrez 20 ☉, laquelle il avoit le 10 Juin, & le reste 88 deg. 9 ☉ sera pour le lieu du Soleil moyen, sur lequel on pourra puis apres calculer l'opposition de Saturne, qui eschoit plustost qu'avec le vray Soleil, aussi pour achever la calculation comme dessus.

On pourra en apres faire la preuve de ceste longitude apparente de l'apogée ou perigée, en d'autre temps que de 7 ans: Comme par exemple, sur 10 ans devant & apres le 10 Juin 1576 je ne trouve de difference, que seulement 5 ☉; & sur 20 ans, seulement 3 ☉, qui est cause que je retiens le susdit 268 degr. 20 ☉ pour le requis.

Jusques icy ayant trouvé que l'apogée ou perigée est au 268 deg. 20 ☉; il reste maintenant à recognoistre lequel c'est des deux. Soit A B C à ceste fin le deferant de Saturne, son centre D eccentrique, assavoir E la terre, A apogée, C perigée, & sur B, comme centre, soit descrit l'epicycle G F, son perigée F, & moyen perigée G; il appert que A estant l'apogée, il faut que le moyen mouvement ADB au premier demicercle ABC soit plus grand que l'apparant AEB: & par la converse, il est notoire, que




quand le cours du cẽtre de l'epicycle, ou le moyen mouvement de Saturne, en temps defiy, au demicercle premier, est trouvé plus grand que l'apparant, il faut que le poinct où l'on commence à compter soit l'apogée: le contraire advenant, faut que ce soit le perigée. Parquoy je cerche és Ephemerides quelque opposition assez distante de A ou C, c'est à dire assez distante de 268 deg. 20 ☉, ou de son oppositе; & me venant en main l'opposition de l'an 1584 le 15 Septembre, Saturne estant au 2 deg. 44 ☉, où le mouvement apparant du centre de son epicycle à compter du 268 deg. 20 ☉, fait 94 deg. 24 ☉ pour l'angle AEB: mais le propre mouvemẽt dudit centre d'epicycle au mesme temps (assavoir du 10 Juin 1576 jusqu'au 15 Septembre 1584, qui sont huict ans Egyptiens 99 jours) fait par la suivante 18 proposition 101 deg. 6 ☉ pour l'angle ADB, lequel estant majeur à AEB 94 deg. 24 ☉, alors pour les raisons susdites, A qui est le 268 deg. 20 ☉, sera l'apogée, & C, qui est le 88 deg. 20 ☉, sera le perigée.

Touchant ce qu'on pourroit dire que la ligne droite, laquelle au temps de l'opposition passe de la terre E par Saturne F, ne traverse le centre B de necessité pour des causes manifestes, assavoir des eccẽtricitez des deferans de Saturne & du Soleil, & partant doutast de la conclusion susdite. Là dessus on peut dire qu'on en peut avoir la certitude en perfection en ceste maniere: En trouvant le nombre

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

nombre de l'arc de l'epicycle, entre Saturne & le moyen perigée, egal à l'arc du perigée, qui doit estre au temps de l'opposition, qu'alors Saturne sera au perigée necessairement.

Pour ce faire je soustrais l'angle dessusdit ADB 101 degr. 6 ☉ de 180 reste l'angle EDB 78 deg 54 ☉.

Et l'angle AEB, qui est aussi DEB, fait comme devant 94 deg. 24 ☉.

Ces deux angles EDB, DEB, du triangle EDB font ensemble 173 deg. 18 ☉, lesquels soustraits de 180 degr. reste pour l'angle DBE, ce qui est aussi pour l'arc du perigée FG, 6 deg. 42 ☉.

Maintenant je dis, que si l'arc de l'epicycle, depuis le perigée moyen G, jusques à Saturne, au temps de ceste opposition, estoit trouvé aussi de 6 deg. 42 ☉, qu'alors Saturne devroit avoir esté au perigée E, & par consequent en la ligne droite EB; mais tel arc a esté trouvé de 5 deg. 27 ☉; car Saturne a és huict ans Egyptiens & 99 jours susmentionez, couru en l'epicycle, par la 19 proposition suivante, 354 degr. 33 ☉, lesquels ostez de 360 degrez, restera comme devant 5 deg. 27 ☉.

Lesquels different seulement des 6 degr. 42 ☉ 1 deg. 15 ☉.

Ceux qui desireront quelque chose de plus precis, pourront rechercher semblables computations avec une opposition devant ou apres la mentionnée, jusques à ce qu'ils la trouvent. Comme par exemple, computant cecy par une opposition de l'an 1583 au 3 Septembre, trouve trop peu de 1 deg. 13 ☉, tellement que A demeure l'apogée requis, comme dessus, au 268 deg. 20 ☉, convenant assez pres des 268 deg. de *Rheinolde és tables Pruteniques.*

Quant à ce que la perfection requiert de faire le calcul par l'opposition moyenne (assavoir de Saturne & du Soleil moyen) telle maniere ne semble estre necessaire à l'apprentif en ces commencemens, veu qu'en telle recerche exquise il seroit besoing de plus grandes Ephemerides que celles-cy.

*Conclusion.* Nous avons donc trouvé la longitude apparante de l'apogée & perigée du deferant de Saturne, selon le requis.

## PROPOSITION XVIII.

*TRouver le moyen mouvement de Saturne en un temps donné, par les Ephemerides observées, & en faire une table.*

On trouve le mouvement du centre de l'epicycle par les Ephemerides, ainsi: on cognoist qu'en 30 ans environ, Saturne circuit le zodiaque, parquoy on cherchera en quel an & jour environ 30 ans (ou plusieurs trentaines d'années, autant que les Ephemerides en comprennent) devant ou apres le susdit 10 Juin 1576, où Saturne est au 268 deg. 20 ☉ (apogée du deferant par la 17 proposition) quand c'est qu'il sera en opposition avec le Soleil; ainsi le periode ou periodes sont assez pres parfaicts, afin de n'avoir nul erreur de consequence des eccentricitez des deferans, tant de Saturne que du Soleil: D'avantage le temps entre l'une opposition & la suivante estant ainsi cognu, on trouvera le cours sur un jour, pour en faire des tables, comme a esté dit de celles du Soleil, lesquelles on corrige par des longs à plus longs termes. De toutes ces choses pour en donner exemple, je cerche és Ephemerides environ 30 ans (ou environ tant de trentaines d'années que durent les Ephemerides) devant ou apres la susdite opposition du 10 Juin 1576, une opposition où Saturne soit fort pres de 268 deg. 20 ☉, & ainsi se trouve celle du quatriesme Juin 1605 au 263 deg. 35 ☉, lequel differe de l'autre de 4 deg. 45 ☉; mais en des arcs si petits les eccentricitez ne font aucune alteration de consequence, voire en un exemple comme icy.

Puis j'apperçois que Saturne, & par consequent le centre de son epicycle a couru 355 deg. 15 ☉, depuis le 10 Juin 1576, jusques au 4 Juin 1605, qui sont 10586 jours, assavoir depuis le 268 degr 20 ☉ jusques au 263 deg. 35 ☉: & partant je dis 10586 jours donnent 355 deg. 15 ☉, combien 1 jour? viendra 2 ☉ 0 ☽ 49 ☿: Ce qui differe peu des 2 ☉ 3 ☽ 36 ☿ de *Copernique* où *Ptolemée* prend pres de 2 ☉ 0 ☽ 34 ☿: Que si on eust eu l'opposition susdite (qui differe de la vraye opposition en 3 deg. 18 ☉) plus pres de la vraye opposition (on la pourroit trouver plus pres és Ephemerides d'un plus long temps, comme on avoit au siecle sage) ce mouvement d'un jour auroit approché plus pres de celuy que pose *Copernique.*

Ayant donc le mouvement d'un jour comme dessus, il appert comment on en pourroit faire des tables, comme on a fait du Soleil à la troisiesme proposition, afin de trouver en quel temps que l'on puisse donner le mouvement du centre d'epicycle de Saturne, comme il arrive qu'on en a de besoing en la pratique.

Mais veu que nous avons entrepris de prendre les tables de *Ptolemée*, pour les raisons declarées devant les tables du Soleil & de la Lune, je les mettray icy comme s'ensuit.



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

## TABLE DU MOYEN MOUVEMENT DE SATVRNE.

| heur. | deg. | ① | ② | ③ | ④ | ⑤ | ⑥ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 0 | 0 | 5 | 1 | 23 | 48 | 42 |
| 2 | 0 | 0 | 10 | 2 | 46 | 37 | 24 |
| 3 | 0 | 0 | 15 | 4 | 11 | 26 | 6 |
| 4 | 0 | 0 | 20 | 5 | 35 | 14 | 48 |
| 5 | 0 | 0 | 25 | 6 | 59 | 3 | 31 |
| 6 | 0 | 0 | 30 | 8 | 22 | 52 | 13 |
| 7 | 0 | 0 | 35 | 9 | 46 | 40 | 55 |
| 8 | 0 | 0 | 40 | 11 | 10 | 29 | 37 |
| 9 | 0 | 0 | 45 | 12 | 34 | 18 | 19 |
| 10 | 0 | 0 | 50 | 13 | 58 | 7 | 1 |
| 11 | 0 | 0 | 55 | 15 | 21 | 55 | 43 |
| 12 | 0 | 1 | 0 | 16 | 45 | 44 | 25 |
| 13 | 0 | 1 | 5 | 18 | 9 | 33 | 8 |
| 14 | 0 | 1 | 10 | 19 | 33 | 21 | 50 |
| 15 | 0 | 1 | 15 | 20 | 57 | 10 | 32 |
| 16 | 0 | 1 | 20 | 22 | 20 | 59 | 14 |
| 17 | 0 | 1 | 25 | 23 | 44 | 47 | 55 |
| 18 | 0 | 1 | 30 | 25 | 8 | 36 | 38 |
| 19 | 0 | 1 | 35 | 26 | 32 | 25 | 20 |
| 20 | 0 | 1 | 40 | 27 | 56 | 14 | 2 |
| 21 | 0 | 1 | 45 | 29 | 20 | 2 | 45 |
| 22 | 0 | 1 | 50 | 30 | 43 | 51 | 27 |
| 23 | 0 | 1 | 55 | 32 | 7 | 40 | 9 |
| jours | | | | | | | |
| 1 | 0 | 2 | 0 | 33 | 31 | 28 | 51 |
| 2 | 0 | 4 | 1 | 7 | 2 | 57 | 42 |
| 3 | 0 | 6 | 1 | 40 | 34 | 26 | 33 |
| 4 | 0 | 8 | 2 | 14 | 5 | 55 | 24 |
| 5 | 0 | 10 | 2 | 47 | 37 | 24 | 15 |
| 6 | 0 | 12 | 3 | 21 | 8 | 53 | 6 |
| 7 | 0 | 14 | 3 | 54 | 40 | 21 | 57 |
| 8 | 0 | 16 | 4 | 28 | 11 | 50 | 48 |
| 9 | 0 | 18 | 5 | 1 | 43 | 19 | 39 |
| 10 | 0 | 20 | 5 | 35 | 14 | 48 | 30 |
| 11 | 0 | 22 | 6 | 8 | 46 | 17 | 21 |
| 12 | 0 | 24 | 6 | 42 | 17 | 46 | 12 |
| 13 | 0 | 26 | 7 | 15 | 49 | 15 | 3 |
| 14 | 0 | 28 | 7 | 49 | 20 | 43 | 54 |
| 15 | 0 | 30 | 8 | 22 | 52 | 12 | 45 |
| 16 | 0 | 32 | 8 | 56 | 23 | 41 | 36 |
| 17 | 0 | 34 | 9 | 29 | 55 | 10 | 27 |
| 18 | 0 | 36 | 10 | 3 | 26 | 39 | 18 |
| 19 | 0 | 38 | 10 | 36 | 58 | 8 | 9 |
| 20 | 0 | 40 | 11 | 10 | 29 | 37 | 0 |
| 21 | 0 | 42 | 11 | 44 | 1 | 5 | 51 |
| 22 | 0 | 44 | 12 | 17 | 32 | 34 | 42 |
| 23 | 0 | 46 | 12 | 51 | 4 | 3 | 33 |
| 24 | 0 | 48 | 13 | 24 | 35 | 32 | 24 |
| 25 | 0 | 50 | 13 | 58 | 7 | 1 | 15 |
| 26 | 0 | 52 | 14 | 31 | 38 | 30 | 6 |
| 27 | 0 | 54 | 15 | 5 | 9 | 58 | 57 |
| 28 | 0 | 56 | 15 | 38 | 41 | 27 | 48 |
| 29 | 0 | 58 | 16 | 12 | 12 | 56 | 39 |
| 30 | 1 | 0 | 16 | 45 | 44 | 25 | 30 |
| 60 | 2 | 0 | 33 | 31 | 28 | 51 | 0 |
| 90 | 3 | 0 | 50 | 17 | 13 | 16 | 30 |
| 120 | 4 | 1 | 7 | 2 | 57 | 42 | 0 |
| 150 | 5 | 1 | 23 | 48 | 42 | 7 | 30 |
| 180 | 6 | 1 | 40 | 34 | 26 | 33 | 0 |
| 210 | 7 | 1 | 57 | 20 | 10 | 58 | 30 |
| 240 | 8 | 2 | 14 | 5 | 55 | 24 | 0 |
| 270 | 9 | 2 | 30 | 51 | 39 | 49 | 30 |
| 300 | 10 | 2 | 47 | 37 | 24 | 15 | 0 |
| 330 | 11 | 3 | 4 | 23 | 8 | 40 | 30 |
| 360 | 12 | 3 | 21 | 8 | 53 | 6 | 0 |

| ans. | deg. | ① | ② | ③ | ④ | ⑤ | ⑥ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 12 | 13 | 23 | 56 | 30 | 30 | 15 |
| 2 | 24 | 26 | 47 | 53 | 1 | 0 | 30 |
| 3 | 36 | 40 | 11 | 49 | 31 | 30 | 45 |
| 4 | 48 | 53 | 35 | 46 | 2 | 1 | 0 |
| 5 | 61 | 6 | 59 | 42 | 32 | 31 | 15 |
| 6 | 73 | 20 | 23 | 39 | 3 | 1 | 30 |
| 7 | 85 | 33 | 47 | 35 | 33 | 31 | 45 |
| 8 | 97 | 47 | 11 | 33 | 4 | 2 | 0 |
| 9 | 110 | 0 | 35 | 28 | 34 | 32 | 15 |
| 10 | 122 | 13 | 59 | 25 | 5 | 2 | 30 |
| 11 | 234 | 27 | 23 | 21 | 35 | 32 | 45 |
| 12 | 146 | 40 | 47 | 18 | 6 | 3 | 0 |
| 13 | 158 | 54 | 11 | 14 | 36 | 33 | 15 |
| 14 | 171 | 7 | 35 | 11 | 7 | 3 | 30 |
| 15 | 183 | 20 | 59 | 7 | 37 | 33 | 45 |
| 16 | 195 | 34 | 23 | 4 | 8 | 4 | 0 |
| 17 | 207 | 47 | 47 | 0 | 38 | 34 | 15 |
| 18 | 220 | 1 | 10 | 57 | 9 | 4 | 30 |
| 36 | 80 | 2 | 21 | 54 | 18 | 9 | 0 |
| 54 | 300 | 3 | 32 | 51 | 27 | 13 | 30 |
| 72 | 160 | 4 | 43 | 48 | 36 | 18 | 0 |
| 90 | 20 | 5 | 54 | 45 | 45 | 22 | 30 |
| 108 | 240 | 7 | 5 | 42 | 54 | 27 | 0 |
| 126 | 100 | 8 | 16 | 40 | 3 | 31 | 30 |
| 144 | 320 | 9 | 27 | 37 | 12 | 36 | 0 |
| 162 | 180 | 10 | 38 | 34 | 21 | 40 | 30 |
| 180 | 40 | 11 | 49 | 31 | 30 | 45 | 0 |
| 198 | 260 | 13 | 0 | 28 | 39 | 49 | 30 |
| 216 | 120 | 14 | 11 | 25 | 48 | 54 | 0 |
| 234 | 340 | 15 | 22 | 22 | 57 | 58 | 30 |
| 252 | 200 | 16 | 33 | 20 | 7 | 3 | 0 |
| 270 | 60 | 17 | 44 | 17 | 16 | 7 | 30 |
| 288 | 280 | 18 | 55 | 14 | 25 | 12 | 0 |
| 306 | 140 | 20 | 6 | 11 | 34 | 16 | 30 |
| 324 | 0 | 21 | 17 | 8 | 43 | 21 | 0 |
| 342 | 220 | 22 | 28 | 5 | 52 | 25 | 30 |
| 360 | 80 | 23 | 39 | 3 | 1 | 30 | 0 |
| 378 | 300 | 24 | 50 | 0 | 10 | 34 | 30 |
| 396 | 160 | 26 | 0 | 57 | 19 | 39 | 0 |
| 414 | 20 | 27 | 11 | 54 | 28 | 43 | 30 |
| 432 | 240 | 28 | 22 | 51 | 37 | 48 | 0 |
| 450 | 100 | 29 | 33 | 8 | 46 | 52 | 30 |
| 468 | 320 | 30 | 44 | 45 | 55 | 57 | 0 |
| 486 | 180 | 31 | 55 | 43 | 5 | 1 | 30 |
| 504 | 40 | 33 | 6 | 40 | 14 | 6 | 0 |
| 522 | 260 | 34 | 17 | 37 | 23 | 10 | 30 |
| 540 | 120 | 35 | 28 | 34 | 32 | 15 | 0 |
| 558 | 340 | 36 | 39 | 31 | 41 | 19 | 30 |
| 576 | 200 | 37 | 50 | 28 | 50 | 24 | 0 |
| 594 | 60 | 39 | 1 | 25 | 59 | 28 | 30 |
| 612 | 280 | 40 | 12 | 23 | 8 | 33 | 0 |
| 630 | 40 | 41 | 23 | 20 | 17 | 37 | 30 |
| 648 | 0 | 42 | 34 | 17 | 26 | 42 | 0 |
| 666 | 220 | 43 | 45 | 14 | 35 | 46 | 30 |
| 684 | 80 | 44 | 56 | 11 | 44 | 51 | 0 |
| 702 | 300 | 46 | 7 | 8 | 53 | 55 | 30 |
| 720 | 160 | 47 | 18 | 6 | 3 | 0 | 0 |
| 738 | 20 | 48 | 29 | 3 | 12 | 4 | 30 |
| 756 | 240 | 49 | 40 | 0 | 21 | 9 | 0 |
| 774 | 100 | 50 | 50 | 57 | 30 | 13 | 30 |
| 792 | 320 | 52 | 1 | 54 | 39 | 18 | 0 |
| 810 | 180 | 53 | 12 | 51 | 48 | 22 | 30 |

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

*Conclusion.* Nous avons donc par les Ephemerides observées trouvé le moyen mouvement de Saturne en un temps donné, & aussi escrit des tables consequemment, selon le requis.

## Proposition XIX.

*Trouver par les Ephemerides observées le cours de Saturne en son epicycle en un temps proposé, & en construire des tables.*

*Le donné.* Soit à trouver le cours de Saturne en son epicycle en un jour.

### Notez.

Ayant escrit l'operation de ceste proposition selon la maniere ordinaire, ostant le moyen mouvement de Saturne du moyen mouvement du Soleil, comme il apparoistra cy-apres, il est arrivé que Son Excellence a voulu y adjoindre encor une operation construite sur le fondement propre de Saturne, comme s'ensuit, & s'ensuivra és autres planetes suivantes.

### I. Operation.

Il a cerché à ceste fin és Ephemerides, deux oppositions de Saturne avec le Soleil, le plus loing l'une de l'autre qu'il estoit possible, & quasi sous un mesme poinct de l'ecliptique; car ainsi ses periodes en l'epicycle, comme aussi les periodes du Soleil doivent estre parfaicts, sans que les eccentricitez puissent nuire aucunement, & aussi sans que le calcul par le Soleil moyen soit necessaire, pour causes manifestes. La premiere de ces deux oppositions, si esloignées l'une de l'autre, estoit celle qui se fit l'an 1576 le 10 Juin, & l'autre en l'an 1605 le 4 Juin, entre lesquelles y a pres de 29 ans qui font 10586 jours, tellement que Saturne a tant de fois circuit son epicycle qu'il y a eu d'oppositions qui sont 28, chacune de 360 degrez, qui sont 10080 degrez. Avec lesquels je dis 10586 jours me donnent 10080 degrez, combien 1 jour? viendra pour le requis 57 ☉ 7. 55. peu differant des conclusions de *Copernic* & *Ptolemée*, comme s'ensuit.

### II. Operation.

| | |
|---|---|
| Du moyen mouvement du Soleil, qui fait en un jour par la troisiesme proposition | o deg. 59. 8. 17. 13. 12. 31. |
| Soit osté le moyen mouvement du Soleil sur un jour, faisant par la 17 proposition | o deg. 2. o. 33. 31. 28. 51. |
| Restera pour le cours de Saturne requis, assavoir en son epicycle sur un jour | o deg. 57. 7. 43. 41. 43. 40. |

### Demonstration.

Veu que Saturne est en son perigée d'epicycle lors qu'il est en opposition avec le Soleil moyen par les precedentes, il faut donc necessairement que son cours en l'epicycle soit egal au moyen mouvement du Soleil, moins autant qu'emporte le mouvement du centre de son epicycle, & pour declarer cecy plus amplement, je dis ainsi: Si par exemple le centre de l'epicycle estoit fixe, & que Saturne és conjonctions vienne tousiours en son apogée d'epicycle, il appert que le cours de Saturne en son epicycle seroit egal au moyen mouvement du Soleil: Mais le centre de l'epicycle a fait cependant quelque mouvement, parquoy autant qu'emporte ce mouvement, autant faut-il que le cours de Saturne en son epicycle dure moins, assavoir soit plustost fait que le moyen mouvement du Soleil, & par consequent ostant le cours du centre d'epicycle de Saturne, du moyen mouvement du Soleil, le reste sera le cours de Saturne en son epicycle, comme a esté l'operation cy-dessus.

### Corollaire.

Le cours d'un jour estant comme cy-devant, il appert comment on en fera des tables, comme du cours du Soleil en la 3 proposition, ainsi que sont les suivantes, pour trouver le cours de Saturne en son epicycle avec facilité, à tel temps qu'on puisse donner comme il avient souvent en la pratique.

Notez aussi que pour preuve de l'operation precedente, on peut voir si souvent qu'on le trouvera necessaire, si le nombre qu'on trouve à la fin est egal au nombre qui y convient: Comme par exemple du nombre du mouvement du Soleil en un an, ayant osté le nombre du mouvement de Saturne en son epicycle, en un an, assavoir-mon si le reste convient bien avec le nombre qu'on aura trouvé par experience.



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

## TABLE DU MOUVEMENT DE SATURNE EN SON EPICYCLE.

| heur. | deg. | ① | ② | ③ | ④ | ⑤ | ⑥ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 0 | 2 | 22 | 49 | 19 | 14 | 19 |
| 2 | 0 | 4 | 45 | 38 | 28 | 28 | 38 |
| 3 | 0 | 7 | 8 | 27 | 57 | 42 | 57 |
| 4 | 0 | 9 | 31 | 17 | 16 | 57 | 17 |
| 5 | 0 | 11 | 54 | 6 | 36 | 11 | 36 |
| 6 | 0 | 14 | 16 | 55 | 55 | 25 | 55 |
| 7 | 0 | 16 | 39 | 45 | 14 | 40 | 14 |
| 8 | 0 | 19 | 2 | 34 | 33 | 54 | 33 |
| 9 | 0 | 21 | 25 | 23 | 53 | 8 | 52 |
| 10 | 0 | 23 | 48 | 13 | 12 | 23 | 12 |
| 11 | 0 | 26 | 11 | 2 | 31 | 37 | 31 |
| 12 | 0 | 28 | 33 | 51 | 50 | 51 | 50 |
| 13 | 0 | 31 | 56 | 41 | 10 | 6 | 9 |
| 14 | 0 | 33 | 19 | 30 | 29 | 20 | 28 |
| 15 | 0 | 35 | 42 | 19 | 48 | 34 | 47 |
| 16 | 0 | 38 | 5 | 9 | 7 | 49 | 7 |
| 17 | 0 | 40 | 27 | 58 | 27 | 3 | 26 |
| 18 | 0 | 42 | 50 | 47 | 46 | 17 | 45 |
| 19 | 0 | 45 | 13 | 37 | 5 | 32 | 4 |
| 20 | 0 | 47 | 36 | 26 | 24 | 46 | 23 |
| 21 | 0 | 49 | 59 | 15 | 44 | 0 | 42 |
| 22 | 0 | 52 | 22 | 5 | 3 | 15 | 2 |
| 23 | 0 | 54 | 44 | 54 | 22 | 29 | 21 |
| jours | | | | | | | |
| 1 | 0 | 57 | 7 | 43 | 41 | 43 | 40 |
| 2 | 1 | 54 | 15 | 27 | 23 | 27 | 20 |
| 3 | 2 | 51 | 23 | 11 | 5 | 11 | 0 |
| 4 | 3 | 48 | 30 | 54 | 46 | 54 | 40 |
| 5 | 4 | 45 | 38 | 38 | 28 | 38 | 20 |
| 6 | 5 | 42 | 46 | 22 | 10 | 22 | 0 |
| 7 | 6 | 39 | 54 | 5 | 52 | 5 | 40 |
| 8 | 7 | 37 | 1 | 49 | 33 | 49 | 20 |
| 9 | 8 | 34 | 9 | 33 | 15 | 33 | 0 |
| 10 | 9 | 31 | 17 | 16 | 57 | 16 | 40 |
| 11 | 10 | 28 | 25 | 0 | 39 | 0 | 20 |
| 12 | 11 | 25 | 32 | 44 | 20 | 44 | 0 |
| 13 | 12 | 22 | 40 | 28 | 2 | 27 | 40 |
| 14 | 13 | 19 | 48 | 11 | 44 | 11 | 20 |
| 15 | 14 | 16 | 55 | 55 | 25 | 55 | 0 |
| 16 | 15 | 14 | 3 | 39 | 7 | 38 | 40 |
| 17 | 16 | 11 | 11 | 22 | 49 | 22 | 20 |
| 18 | 17 | 8 | 19 | 6 | 31 | 6 | 0 |
| 19 | 18 | 5 | 26 | 50 | 12 | 49 | 40 |
| 20 | 19 | 2 | 34 | 33 | 54 | 33 | 20 |
| 21 | 19 | 59 | 42 | 17 | 36 | 17 | 0 |
| 22 | 20 | 56 | 50 | 1 | 18 | 0 | 40 |
| 23 | 21 | 53 | 57 | 44 | 59 | 44 | 20 |
| 24 | 22 | 51 | * 5 | 28 | 41 | 28 | 0 |
| 25 | 23 | 48 | 13 | 12 | 23 | 11 | 40 |
| 26 | 24 | 45 | 20 | 56 | 4 | 55 | 20 |
| 27 | 25 | 42 | 28 | 39 | 46 | 39 | 0 |
| 28 | 26 | 39 | 36 | 23 | 28 | 22 | 40 |
| 29 | 27 | 36 | 44 | 7 | 10 | 6 | 20 |
| 30 | 28 | 33 | 51 | 50 | 51 | 50 | 0 |
| 60 | 57 | 7 | 43 | 41 | 43 | 40 | 0 |
| 90 | 85 | 41 | 35 | 32 | 35 | 30 | 0 |
| 120 | 114 | 15 | 27 | 23 | 27 | 20 | 0 |
| 150 | 142 | 49 | 19 | 14 | 19 | 10 | 0 |
| 180 | 171 | 23 | 11 | 5 | 11 | 0 | 0 |
| 210 | 199 | 57 | 2 | 56 | 2 | 50 | 0 |
| 240 | 228 | 30 | 54 | 46 | 54 | 40 | 0 |
| 270 | 257 | 4 | 46 | 37 | 46 | 30 | 0 |
| 300 | 285 | 38 | 38 | 28 | 38 | 20 | 0 |
| 330 | 314 | 12 | 30 | 19 | 30 | 10 | 0 |
| 360 | 342 | 46 | 22 | 10 | 22 | 0 | 0 |

| ans. | deg. | ① | ② | ③ | ④ | ⑤ | ⑥ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 347 | 32 | 0 | 48 | 50 | 38 | 20 |
| 2 | 335 | 4 | 1 | 37 | 41 | 16 | 40 |
| 3 | 322 | 36 | 2 | 26 | 31 | 55 | 0 |
| 4 | 310 | 8 | 3 | 15 | 22 | 33 | 20 |
| 5 | 297 | 40 | 4 | 4 | 13 | 11 | 40 |
| 6 | 285 | 12 | 4 | 53 | 3 | 50 | 0 |
| 7 | 272 | 44 | 5 | 41 | 54 | 28 | 20 |
| 8 | 260 | 16 | 6 | 30 | 45 | 6 | 40 |
| 9 | 247 | 48 | 7 | 19 | 35 | 45 | 0 |
| 10 | 235 | 20 | 8 | 8 | 26 | 23 | 20 |
| 11 | 222 | 52 | 8 | 57 | 17 | 1 | 40 |
| 12 | 210 | 24 | 9 | 46 | 7 | 40 | 0 |
| 13 | 197 | 56 | 10 | 34 | 58 | 18 | 20 |
| 14 | 185 | 28 | 11 | 23 | 48 | 56 | 40 |
| 15 | 173 | 0 | 12 | 12 | 39 | 35 | 0 |
| 16 | 160 | 32 | 13 | 1 | 30 | 13 | 20 |
| 17 | 148 | 4 | 13 | 50 | 20 | 51 | 40 |
| 18 | 135 | 36 | 14 | 39 | 11 | 30 | 0 |
| 36 | 271 | 12 | 29 | 18 | 23 | 0 | 0 |
| 54 | 46 | 48 | 43 | 57 | 34 | 30 | 0 |
| 72 | 182 | 24 | 58 | 36 | 46 | 0 | 0 |
| 90 | 318 | 1 | 13 | 15 | 57 | 30 | 0 |
| 108 | 93 | 37 | 27 | 55 | 9 | 0 | 0 |
| 126 | 229 | 13 | 42 | 34 | 20 | 30 | 0 |
| 144 | 4 | 49 | 57 | 13 | 32 | 0 | 0 |
| 162 | 140 | 26 | 11 | 52 | 43 | 30 | 0 |
| 180 | 276 | 2 | 26 | 31 | 55 | 0 | 0 |
| 198 | 51 | 38 | 41 | 11 | 6 | 30 | 0 |
| 216 | 187 | 14 | 55 | 50 | 18 | 0 | 0 |
| 234 | 322 | 51 | 10 | 92 | 29 | 30 | 0 |
| 252 | 98 | 27 | 25 | 8 | 41 | 0 | 0 |
| 270 | 234 | 3 | 39 | 47 | 52 | 30 | 0 |
| 288 | 9 | 39 | 54 | 27 | 4 | 0 | 0 |
| 306 | 145 | 16 | 9 | 6 | 15 | 30 | 0 |
| 324 | 280 | 52 | 23 | 45 | 27 | 0 | 0 |
| 342 | 56 | 28 | 38 | 24 | 38 | 30 | 0 |
| 360 | 192 | 4 | 53 | 3 | 50 | 0 | 0 |
| 378 | 327 | 41 | 7 | 43 | 1 | 30 | 0 |
| 396 | 103 | 17 | 22 | 22 | 13 | 0 | 0 |
| 414 | 238 | 53 | 37 | 1 | 24 | 30 | 0 |
| 432 | 14 | 29 | 51 | 40 | 36 | 0 | 0 |
| 450 | 150 | 6 | 6 | 19 | 47 | 30 | 0 |
| 468 | 285 | 42 | 20 | 58 | 59 | 0 | 0 |
| 486 | 61 | 18 | 35 | 38 | 10 | 30 | 0 |
| 504 | 196 | 54 | 50 | 17 | 22 | 0 | 0 |
| 522 | 332 | 31 | 4 | 56 | 33 | 30 | 0 |
| 540 | 108 | 7 | 19 | 35 | 45 | 0 | 0 |
| 558 | 243 | 43 | 34 | 14 | 56 | 30 | 0 |
| 576 | 19 | 19 | 48 | 54 | 8 | 0 | 0 |
| 594 | 154 | 56 | 3 | 33 | 19 | 30 | 0 |
| 612 | 290 | 32 | 18 | 12 | 31 | 0 | 0 |
| 630 | 66 | 8 | 3 | 51 | 42 | 30 | 0 |
| 648 | 201 | 44 | 4 | 30 | 54 | 0 | 0 |
| 666 | 337 | 21 | 2 | 10 | 5 | 30 | 0 |
| 684 | 112 | 57 | 16 | 49 | 17 | 0 | 0 |
| 702 | 248 | 33 | 31 | 28 | 28 | 30 | 0 |
| 720 | 24 | 9 | 46 | 7 | 40 | 0 | 0 |
| 738 | 159 | 46 | 0 | 46 | 51 | 30 | 0 |
| 756 | 295 | 22 | 15 | 26 | 3 | 0 | 0 |
| 774 | 70 | 58 | 30 | 5 | 14 | 30 | 0 |
| 792 | 206 | 34 | 44 | 44 | 26 | 0 | 0 |
| 810 | 342 | 10 | 59 | 23 | 37 | 30 | 0 |

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

*Concluſion.* Nous avons donc trouvé le cours de Saturne en ſon epicycle ſur un temps donné par l'aide des Ephemerides obſervées; ce qu'il falloit faire.

NOTEZ.

Si les Ephemerides de *Stadius*, duroient auſſi long temps, & contenoient autant de periodes de Saturne, que l'on y puiſſe trouver deux de ſes oppoſitions avec le Soleil d'une meſme longitude, nous pourrions icy deſcrire une propoſition, comme il a eſté fait au cours du Soleil & de la Lune, aſſavoir des Ephemerides calculées pour l'advenir du cours de Saturne: mais veu qu'elles ne contiennent qu'une revolution d'iceluy, telle choſe ne ſe peut pas bien faire icy: Toutesfois la maniere de computation Mathematique, à la recerche de la longueur que les Ephemerides devroyent eſtre, pour trouver telle identité, cela ſe verra en un autre lieu.

PROPOSITION XX.

*TRouver le mouvement de l'apogée du deferant de Saturne par les Ephemerides obſervées.*

Veu que les Ephemerides de *Stadius* (que nous ſuppoſons eſtre obſervées pour les raiſons deduites à la premiere propoſition) ſont trop courtes pour trouver le requis comme il faudroit, je prendray à mon aide les obſervations de *Ptolemée*, lequel au 5 chapitre du liv. II. trouve l'apogée du deferant de Saturne au 233 degr. mais nous l'avons trouvé en la 16 propoſition au 268 deg. 20 ☉, qui eſt 35 deg. 20 ☉ plus avant; alors le mouvement de l'apogée eſtant tel en 1450 ans environ, aſſavoir depuis l'an 127 juſques à l'an 1576, le cours dudit apogée ſe trouvera ſur un tel temps qu'on voudra: comme pour l'avoir en un an, je dis 1450 ans donnent 35 deg. 20 ☉, combien 1 an? Vient 1 ☉ 28 ☌.

*Concluſion.* Nous avons donc trouvé le cours de l'apogée du deferant de Saturne, ſelon le requis.

PROPOSITION XXI.

*TRouver le cours du centre de l'epicycle de Saturne, par l'aide des Ephemerides obſervées.*

Le cours de l'apogée du deferant de Saturne, eſt par la 20 propoſition en un an de 1 ☉ 28 ☌.

Iceluy ſouſtraict du moyen mouvement de Saturne auſſi en un an, aſſavoir un an Egyptien, faiſant par la 18 propoſition 12 deg. 13 ☉.

Reſtera pour le cours requis, du centre de l'epicycle en un an Egyptien 12 deg. 12 ☉.

Par cecy eſt manifeſte qu'ainſi ſe trouvera le cours de tout temps donné: dont la demonſtration eſt manifeſte par l'operation.

*Concluſion.* Nous avons donc trouvé par les Ephem. obſervées le cours du centre de l'epicycle de Saturne, ſelon le requis.

# QVATRIESME DISTINCTION DV PREMIER LIVRE,

## Traictant l'invention du cours de Jupiter par les Ephemerides obſervées.

*Avant que venir à la choſe meſme, je diray que le cours de Iupiter eſt de meſme qualité que celuy de Saturne, ſe mouvant comme luy dans un epicycle, & iceluy en un eccentrique, differens ſeulement en quantité, aſſavoir qu'il eſt plus frequent en ſes periodes, & ayant auſſi d'autre excentricité & choſes ſemblables. Ce qu'eſtant dit icy, chacun pourroit de ſoy-meſme entendre tout le mouvement de Iupiter par celuy de Saturne. Toutesfois pour plus ample declaration je deſcriray icy ce qui m'eſt advenu à la recerche d'iceluy avec un ordre pareil que celuy de Saturne.*

PROPOSITION XXII.

*DEclarer comment par les Ephemerides obſervées, on remarque le temps periodique de Iupiter en gros: Avec la qualité de ſa retrogradation, & ſtation; auſſi qu'il tourne en un Epicycle.*

Le deſſein eſtant de recercher la qualité du cours de Jupiter par les Ephemerides obſervées (au lieu deſquelles nous prenons les Ephemerides calculées de *Stadius* pour les raiſons deduites en la 1 propoſition) ayant donc egard à la quatrieſme colomne qui eſt de Jupiter: je prens ce qu'il avient, comme le 1 Janvier 1554, ſur lequel jour il eſtoit au 184 deg. 53 ☉: & un an apres, aſſavoir le 1 Janvier 1555, au 212 deg. 44 ☉; tellement qu'il eſt avancé en ceſt an-là 27 deg. 51 ☉: de meſme au 1 Janvier 1556 eſt avancé 26 deg. 4 ☉: & ainſi enſuivant il avance juſques à l'an 1566 au 1 Janvier, eſtant revenu un peu plus avant que là où il avoit commencé, aſſavoir au 189 deg. ayant mis à faire un tel periode pres de 12 ans: ce que je trouve ainſi accorder en d'autres années.

Puis prenant garde plus avant en ſon cours, & en chaque periode, je remarque qu'il va fort viſte aucunefois, tantoſt lentement, voire meſme qu'il eſt ſtationaire, c'eſt à dire qu'il eſt coy, & ce qui eſt plus eſtrange, c'eſt qu'il recule auſſi: or remarquant tousjours davantage les circonſtances, on trouve le milieu de ſon reculement (qu'on appelle retrogradation) à chaque fois advenir environ l'oppoſition du Soleil; & que tant plus il approche du Soleil, tant plus il eſt viſte en ſon cours. Par exemple, en l'an 1554 le 16 May, il court tous les jours 1 ☉, puis 2 ☉, & ainſi conſecutivement de plus en plus, juſques en Octobre, là où il fait journellement 13 ☉, eſtant là en ſon mouvement plus viſte: il commence en Novembre derechef à s'allentir de plus en plus, juſques à eſtre coy depuis le neufieſme Fevrier 1555 juſques à l'onſieme dudit mois, ſous le 215 deg. 6 ☉, puis de là commence à reculer, ce qui commence proprement le 10 Fevrier, & dure juſqu'au 13 Juin, qui ſont 123 jours, dont la moitié eſt 61 jours; tellement que le milieu advient le 12 Avril, & non loing de là il eſtoit oppoſite au Soleil, aſſavoir le 11 Avril ſeulement 1 jour auparavant, ſelon ce qui a eſté dit cy-deſſus qu'il eſt pres de l'oppoſition du Soleil au milieu de ſa retrogradation, & tant plus il approche du Soleil tant plus il va viſte, de ſorte qu'il va le plus viſte eſtant en conjonction. Comme environ le ſuſdit cours plus viſte, il eſtoit en conjonction (poſant le cas qu'on l'euſt ſceu voir alors) le 8 Septembre. La ſuſdite retrogradation donne à cognoiſtre que Jupiter ne fait pas ſon cours en un deferant ſeul, comme le Soleil, mais en un epicycle, pour les raiſons ſemblables deduites au cours de Saturne en la 15 propoſition.

*Concluſion.* Nous avons donc declaré comment par les Ephemerides obſervées on remarque groſſierement le temps periodique de Jupiter: & qu'il eſt ſtatio-

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

ſtationaire & retrograde, tournant en un epicycle, ſelon le requis.

PROPOSITION XXIII.

*DEclarer comment on recognoiſt par les Ephemerides obſervées, que le deferant de Iupiter eſt eccentrique.*

Si le deferant de Iupiter eſtoit concentrique, il s'enſuivroit qu'en temps egaux, l'un devant l'environ de l'oppoſition du ſoleil, l'autre apres, qu'il feroit les arcs apparans egaux, pour ſemblables raiſons deduites plus amplement au mouvement de Saturne en la 16 propoſition, ce qui contrediroit manifeſtement à l'experience du mouvement de Iupiter : car par exemple, ſoit une oppoſition comme celle qui eſt advenuë en l'an 1593 le 30 Iuin, eſtant Iupiter au 287 deg. 36 ☉ : Et quelque temps auparavant, je prens 3 ans, aſſavoir le 30 Iuin 1590, il eſtoit au 189 degr. 50 ☉, l'arc intercepté eſt 97 deg. 46 ☉ : mais 3 ans apres, qui eſt le 30 Iuin 1596 il eſtoit au 37 deg. 18 ☉, & l'arc intercepté (aſſavoir des 287 deg. 36 ☉) eſt 109 deg. 42 ☉, lequel differe du premier arc de 11 deg. 56 ☉.

*Concluſion.* Nous avons donc declaré, &c.

PROPOSITION XXIV.

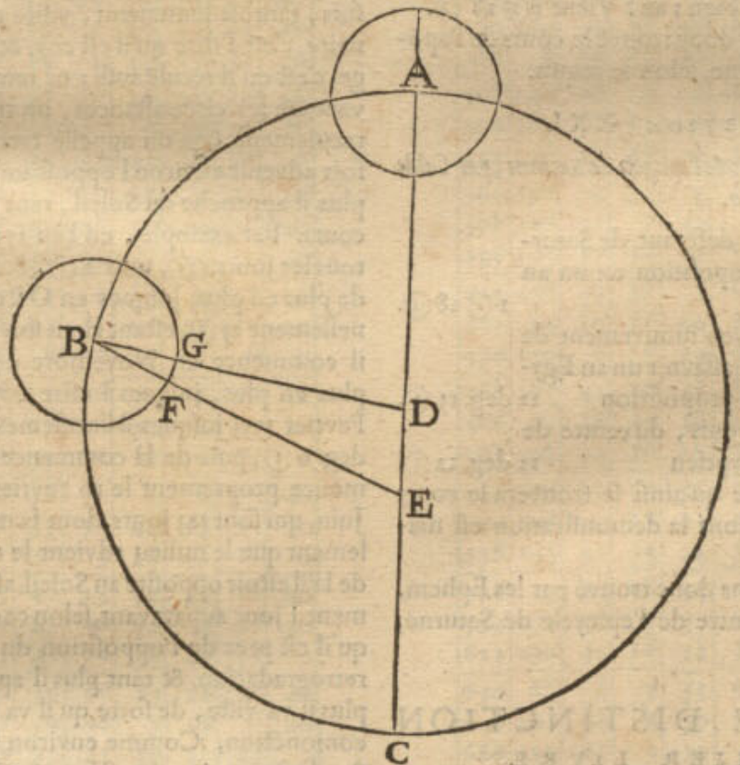
*TRouver la longitude apparente de l'apogée & perigée du deferant de Iupiter par les Ephemerides obſervées.*

Par la 23 propoſition ayant remarqué que le deferant eſt eccentrique, il reſte à recercher la longitude apparante de l'apogée ou perigée : ce qui eſt aſſez manifeſte par ce qui a eſté declaré du mouvement de Saturne cy-devant en la 17 propoſition, que trouvant és Ephemerides une oppoſition moyenne (c'eſt à dire de Iupiter & le moyen Soleil) qu'en tous deux temps egaux, l'un devant l'oppoſition, l'autre apres, trouvant des arcs egaux, que le centre de l'epicycle en ceſte oppoſition doit eſtre en l'apogée ou perigée du deferant, qui donne à cognoiſtre la longitude apparante de l'un ou l'autre. Pour trouver tels arcs, je prens, comme il advient, l'oppoſition de l'an 1557 du 15 Iuin au 273 deg. 18 ☉ : Avec quoy recerchant en deux temps egaux l'un devant, l'autre apres, chacun de 3 ans (je prens 3 ans eſtant à peu prés le quart du periode de 12 ans, pour les raiſons declarées en la 17 propoſition) & trouve la premiere, majeure à la ſeconde de 48 degr. 55 ☉, qui eſt beaucoup de difference ; & partant l'apogée ou perigée apparant bien loing du ſuſdit 273 deg. 18 ☉, & auſſi de ſon poinct oppoſite 93 deg. 18 ☉ ; toutesfois il ne peut eſtre eſloigné de l'un d'iceux de plus de 90 degrez : Parquoy recerchant le meſme en autre lieu, je viens finalement en une oppoſition de l'an 1598 le 19 Mars au 188 deg. 56 ☉, avec laquelle j'eſpreuve s'il y a egalité d'arcs, en deux temps egaux, chacun de 3 ans, & trouve ſeulement une difference inperceptible de 29 ☉.

Ceſte eſpreuve faite, on pourroit maintenant voir le meſme par des oppoſitions moyennes, mais trouvant des differences, les tables d'Ephemerides ne ſont aſſez longues pour faire les eſpreuves comme il faut pour trouver la parfaite oppoſition, tellement que nous prendrons icy le 188 deg. 56 ☉ pour ſervir d'exemple.

Duquel on peut faire encor d'autres eſpreuves, aſſavoir en d'autres temps, que de 3 ans : Comme par exemple, de 15 ans devant & apres le 19 Mars 1578 je trouve ſeulement difference de 16 ☉, d'où s'enſuit que je prens le ſuſdit 188 deg. 56 ☉ pour le requis.

Iuſques icy ayant trouvé que l'apogée ou perigée eſt au 188 deg. 56 ☉, il reſte maintenant à recognoiſtre lequel c'eſt des deux. Soit à ceſte fin A B C le deferant de Iupiter, ſon centre D, & le poinct eccentrique, ou la terre E, A l'apogée, C perigée, & ſur B, comme centre, ſoit deſcrit l'epicycle G F, ſon perigée F, & moyen




perigée G ; il eſt manifeſte que puis que A eſt apogée, il faut que le moyen mouvement A D B au premier demicercle A B C, ſoit plus grand que l'apparant A E B : & par la converſe, il eſt notoire, que quand le cours du centre de l'epicycle ou le moyen mouvement de Iupiter en temps defini au demicercle premier, eſt trouvé plus grand que l'apparant, il faut que le poinct où l'on commence à compter, ſoit l'apogée ; le contraire avenant, faut que ce ſoit le perigée : Parquoy je cerche és Ephemerides quelque oppoſition aſſez diſtante de A ou C, c'eſt à dire aſſez diſtante de 188 deg. 56 ☉, ou de ſon oppoſite, & me venant en main l'oppoſition de l'an 1581 le 25 Iuin, eſtant Iupiter au 282 deg. 33 ☉, où le mouvement apparant du centre de ſon epicycle à compter du 188 deg. 56 ☉ fait 93 deg. 37 ☉ pour l'angle A E B ; mais le propre mouvement dudit centre d'epicycle au meſme temps (aſſavoir du 19 Mars 1578 juſqu'au 25 Iuin 1581, qui ſont 3 ans Egyptiens 99 jours) fait

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

fait par la ſuivante 25 propoſition 99 deg. 15 ☉ pour l'angle ADB, lequel eſtant majeur à AEB 93 deg. 37 ☉, alors pour les raiſons ſuſdites, A qui eſt au 188 deg. 56 ☉, ſera l'apogée, & C, qui eſt 8 deg. 56 ☉, ſera le perigée.

Touchant ce qu'on pourroit dire que la ligne droite, laquelle au temps de l'oppoſition paſſe de la terre E par Iupiter F, ne traverſe le centre B de neceſſité pour cauſes manifeſtes, aſſavoir des eccentricitez des deferans de Iupiter & du Soleil, & partant qu'on doutaſt de la concluſion ſuſdite; là deſſus ſe peut dire qu'on en peut avoir la certitude en perfection, aſſavoir ſi les trois angles du triangle DEB font enſemble 180 degrez, qu'alors Iupiter ſera au perigée neceſſairement.

Pour ce faire, je ſouſtrais l'angle deſſuſdit

| | |
|---|---|
| ADB 99 deg. 15 ☉ de 180 deg. reſte l'angle EDB | 80 deg. 45 ☉. |
| Et l'angle AEB, qui eſt auſſi DEB, fait comme devant | 93 deg. 37 ☉. |
| Mais l'angle EBD 2 deg. 24 ☉, car ſur les trois ans Egyptiens & 99 jours, Iupiter a couru par la 26 propoſition ſuivante de l'apogée moyen G juſques au perigée F, 357 degr. 36 ☉, leſquels oſtez du total 360 degr. reſtera pour l'arc de perigée FG, qui eſt pour l'angle EBD, comme devant, | 2 deg. 24 ☉. |
| Leſquels trois, aſſavoir EDB 80 deg. 45 ☉, premier en l'ordre, DEB 93 deg. 37 ☉, deuxieſme en l'ordre, & EBD, troiſieſme en l'ordre, font enſemble | 176 deg. 16 ☉. |
| Qui defaut du demicercle ſeulement | 3 deg. 44 ☉. |

Ceux qui voudront avoir quelque choſe de plus precis, pourront faire ſemblable operation, avec une oppoſition devant ou apres la ſuſdite juſques à ce qu'ils la trouvent : Comme par exemple, faiſant le meſme avec l'oppoſition en l'an 1580 le 21 May, je trouve trop peu ſeulement de 2 deg. 26 ☉. Mais par oppoſition, en l'an 1579 le 20 Avril, DEB eſtoit 30 deg. 57 ☉, BDE 147 deg. & EBD 2 deg. 36 ☉, leſquels trois font enſemble 180 deg. 33 ☉, qui ſont ſeulement 33 ☉ de trop, qui ſe peut prendre pour une aſſez bonne convenance. Tellement que A demeure l'apogée requis, comme devant au 188 deg. 56 ☉, convenant aſſez pres avec les 186 deg. de *Rheinolde és tables Pruteniques.*

Quant à ce qui eſt de la perfection, laquelle requiert qu'on face les recerches avec le Soleil moyen, il ſemble que ce n'eſt choſe fort neceſſaire en ces rudimens, leſquels ne ſont que propoſez pour exemple; joint que les Ephemerides que nous avons ſont trop courtes.

*Concluſion.* Nous avons donc trouvé la longitude apparante de l'apogée de Iupiter, ſelon le requis.

## PROPOSITION XXV.

*TRouver le moyen mouvement de Iupiter au temps donné, par les Ephemerides obſervées; & en faire une table.*

La maniere eſt telle : on voit que Iupiter environ en 12 ans fait un periode, parquoy on cerche en quel an & jour environ les 12 ans (ou quelques douzaines d'années, autant que les Ephemerides s'eſtendent) devant & apres le ſuſdit 19 Mars 1578, en ſorte qu'environ le 19 Mars, Iupiter ſoit au 188 deg. 56 ☉ (eſtant l'apogée du deferant par la 21 propoſition) en oppoſition du Soleil, & que le periode, ou periodes ſoyent alors parfaicts aſſez pres, afin que les eccentricitez des deferants de Iupiter & du Soleil, n'apportent aucun erreur perceptible. D'avantage le temps depuis l'une oppoſition juſques à l'autre eſt cognu, par lequel on trouve auſſi le cours d'un jour, & conſtruit-on des tables, & comme a eſté dit au cours du Soleil, ſont rameliorées puis apres par la longueur des temps.

Comme par exemple, je cerche és Ephemerides (environ 12 ans devant l'oppoſition ſuſdite du 19 Mars 1578;) une oppoſition où Jupiter ſoit fort pres du 188 deg. 56 ☉, ce qui ſe trouve au 12 Mars 1566, ſous le 185 deg. 8 ☉, qui differe peu de l'autre de 3 deg. 48 ☉, car en tels petis arcs, l'eccentricité n'eſt perceptible, auſſi n'importe-il pas beaucoup pour un exemple comme icy. Puis je vois que Iupiter, & par conſequent le centre de ſon epicycle, en 4390 jours (qui eſt depuis le 12 Mars 1566 juſqu'au 19 Mars 1578) à fait 363 deg. 48 ☉, combien en 1 jour? vient 4 ☉, 58, 20 : ce qui differe peu de la poſition de *Ptolemée* 4 ☉. 59. 14.

SON EXCELLENCE, fit une calculation plus preciſe, par un plus long temps, aſſavoir en deux oppoſitions (n'eſtimant rien de s'aſtreindre aux conjonctions qui adviennent és apogées ou perigées du deferant) qui ſe trouvent bien plus eſloignées l'une de l'autre, qu'elles ne ſe peuvent trouver és Ephemerides, dont la premiere eſcheut le 11 Mars 1554, l'autre le 25 Mars 1602, ſur quel temps de 48 ans, qui ſont 17546 jours, ſe ſont faits 4 periodes & encor 15 degrez 35 ☉, par lequel je trouve le cours ſur un jour de 4 ☉. 58. 39. Il eſt vray que les eccentricitez cauſent plus d'erreur, que ſur l'autre 3 deg. 48 ☉ ſuſdit, mais auſſi on a tant plus de certitude en un plus long temps.

Notez encor qu'il n'eſt pas neceſſaire de faire cy-deſſus ſon compte ſur le Soleil moyen, pour ſemblables raiſons deduites à la fin de la 17 propoſition au cours de Saturne.

Le cours d'un jour eſtant donc comme deſſus, il appert comment on pourroit faire des tables, comme on a faict du Soleil en la troiſieſme propoſition, afin qu'avec facilité on puiſſe trouver le cours du centre de l'epicycle, ou pour dire autrement, le moyen mouvement de Iupiter en tout temps donné, comme il advient d'en avoir beſoing en la pratique. Mais veu que nous mettrons en œuvre les tables de *Ptolomée* par exemple, nous les poſerons auſſi cy-deſſous pour ſemblabes raiſons declarées és cours du Soleil & Lune cy-devant.

TABLE

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

## TABLE DU MOYEN MOUVEMENT DE JUPITER.

| heur. | deg. | ① | ② | ③ | ④ | ⑤ | ⑥ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 0 | 0 | 12 | 28 | 6 | 6 | 56 |
| 2 | 0 | 0 | 24 | 56 | 12 | 13 | 52 |
| 3 | 0 | 0 | 37 | 24 | 18 | 20 | 48 |
| 4 | 0 | 0 | 49 | 52 | 24 | 27 | 45 |
| 5 | 0 | 1 | 2 | 20 | 30 | 34 | 41 |
| 6 | 0 | 1 | 14 | 48 | 36 | 41 | 37 |
| 7 | 0 | 1 | 27 | 16 | 42 | 48 | 34 |
| 8 | 0 | 1 | 39 | 44 | 48 | 55 | 30 |
| 9 | 0 | 1 | 52 | 12 | 55 | 2 | 26 |
| 10 | 0 | 2 | 4 | 41 | 1 | 9 | 22 |
| 11 | 0 | 2 | 17 | 9 | 7 | 16 | 19 |
| 12 | 0 | 2 | 29 | 37 | 13 | 23 | 15 |
| 13 | 0 | 2 | 42 | 5 | 19 | 30 | 11 |
| 14 | 0 | 2 | 54 | 33 | 25 | 37 | 8 |
| 15 | 0 | 3 | 7 | 1 | 31 | 44 | 4 |
| 16 | 0 | 3 | 19 | 29 | 37 | 51 | 0 |
| 17 | 0 | 3 | 31 | 57 | 43 | 57 | 56 |
| 18 | 0 | 3 | 44 | 25 | 50 | 4 | 53 |
| 19 | 0 | 3 | 56 | 53 | 56 | 11 | 49 |
| 20 | 0 | 4 | 9 | 22 | 2 | 18 | 45 |
| 21 | 0 | 4 | 21 | 50 | 8 | 25 | 42 |
| 22 | 0 | 4 | 34 | 18 | 14 | 32 | 38 |
| 23 | 0 | 4 | 46 | 46 | 20 | 39 | 34 |
| jours | | | | | | | |
| 1 | 0 | 4 | 59 | 14 | 26 | 46 | 31 |
| 2 | 0 | 9 | 58 | 28 | 53 | 33 | 2 |
| 3 | 0 | 14 | 57 | 43 | 20 | 19 | 33 |
| 4 | 0 | 19 | 56 | 57 | 47 | 6 | 4 |
| 5 | 0 | 24 | 56 | 12 | 13 | 52 | 35 |
| 6 | 0 | 29 | 55 | 26 | 40 | 39 | 6 |
| 7 | 0 | 34 | 54 | 41 | 7 | 25 | 37 |
| 8 | 0 | 39 | 53 | 55 | 34 | 12 | 8 |
| 9 | 0 | 44 | 53 | 10 | 0 | 58 | 39 |
| 10 | 0 | 49 | 52 | 24 | 27 | 45 | 10 |
| 11 | 0 | 54 | 51 | 38 | 54 | 31 | 41 |
| 12 | 0 | 59 | 50 | 53 | 21 | 18 | 12 |
| 13 | 1 | 4 | 50 | 7 | 48 | 4 | 43 |
| 14 | 1 | 9 | 49 | 22 | 14 | 51 | 14 |
| 15 | 1 | 14 | 48 | 36 | 41 | 37 | 45 |
| 16 | 1 | 19 | 47 | 51 | 8 | 24 | 16 |
| 17 | 1 | 24 | 47 | 5 | 35 | 10 | 47 |
| 18 | 1 | 29 | 46 | 20 | 1 | 57 | 18 |
| 19 | 1 | 34 | 45 | 34 | 28 | 43 | 49 |
| 20 | 1 | 39 | 44 | 48 | 55 | 30 | 20 |
| 21 | 1 | 44 | 44 | 3 | 22 | 16 | 51 |
| 22 | 1 | 49 | 43 | 17 | 49 | 3 | 22 |
| 23 | 1 | 54 | 42 | 32 | 15 | 49 | 53 |
| 24 | 1 | 59 | 41 | 46 | 42 | 36 | 24 |
| 25 | 2 | 4 | 41 | 1 | 9 | 22 | 55 |
| 26 | 2 | 9 | 40 | 15 | 6 | 9 | 26 |
| 27 | 2 | 14 | 39 | 30 | 2 | 55 | 57 |
| 28 | 2 | 19 | 38 | 44 | 29 | 42 | 28 |
| 29 | 2 | 24 | 37 | 58 | 56 | 28 | 59 |
| 30 | 2 | 29 | 37 | 13 | 23 | 15 | 30 |
| 60 | 4 | 59 | 14 | 26 | 46 | 31 | 0 |
| 90 | 7 | 28 | 51 | 40 | 9 | 46 | 30 |
| 120 | 9 | 58 | 28 | 53 | 33 | 2 | 0 |
| 150 | 12 | 28 | 6 | 6 | 56 | 17 | 30 |
| 180 | 14 | 57 | 43 | 20 | 19 | 33 | 0 |
| 210 | 17 | 27 | 20 | 33 | 42 | 48 | 30 |
| 240 | 19 | 56 | 57 | 47 | 6 | 4 | 0 |
| 270 | 22 | 26 | 35 | 0 | 29 | 19 | 30 |
| 300 | 24 | 56 | 12 | 13 | 52 | 35 | 0 |
| 330 | 27 | 25 | 49 | 27 | 15 | 50 | 30 |
| 360 | 29 | 55 | 26 | 40 | 39 | 6 | 0 |

| ans. | deg. | ① | ② | ③ | ④ | ⑤ | ⑥ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 30 | 20 | 22 | 52 | 52 | 58 | 35 |
| 2 | 60 | 40 | 45 | 45 | 45 | 57 | 10 |
| 3 | 91 | 1 | 8 | 38 | 38 | 55 | 45 |
| 4 | 121 | 21 | 31 | 31 | 31 | 54 | 20 |
| 5 | 151 | 41 | 54 | 24 | 24 | 52 | 55 |
| 6 | 182 | 2 | 17 | 17 | 17 | 51 | 30 |
| 7 | 212 | 22 | 40 | 10 | 10 | 50 | 5 |
| 8 | 242 | 43 | 3 | 3 | 3 | 48 | 40 |
| 9 | 273 | 3 | 25 | 55 | 56 | 47 | 15 |
| 10 | 303 | 23 | 48 | 48 | 49 | 45 | 50 |
| 11 | 333 | 44 | 11 | 41 | 42 | 44 | 25 |
| 12 | 4 | 4 | 34 | 34 | 35 | 43 | 0 |
| 13 | 34 | 24 | 57 | 27 | 28 | 41 | 35 |
| 14 | 64 | 45 | 20 | 20 | 21 | 40 | 10 |
| 15 | 95 | 5 | 43 | 13 | 14 | 38 | 45 |
| 16 | 125 | 26 | 6 | 6 | 7 | 37 | 20 |
| 17 | 155 | 46 | 28 | 59 | 0 | 35 | 55 |
| 18 | 186 | 6 | 51 | 51 | 53 | 34 | 30 |
| 36 | 12 | 13 | 43 | 43 | 47 | 9 | 0 |
| 54 | 198 | 20 | 35 | 35 | 40 | 43 | 30 |
| 72 | 24 | 27 | 27 | 27 | 34 | 18 | 0 |
| 90 | 210 | 34 | 19 | 19 | 27 | 72 | 30 |
| 108 | 36 | 41 | 11 | 11 | 21 | 27 | 0 |
| 126 | 222 | 48 | 3 | 3 | 15 | 1 | 30 |
| 144 | 48 | 54 | 54 | 55 | 8 | 36 | 0 |
| 162 | 235 | 1 | 46 | 47 | 2 | 10 | 30 |
| 180 | 61 | 8 | 38 | 38 | 55 | 45 | 0 |
| 198 | 247 | 15 | 30 | 30 | 49 | 19 | 30 |
| 216 | 73 | 22 | 22 | 22 | 42 | 54 | 0 |
| 234 | 259 | 29 | 14 | 14 | 36 | 28 | 30 |
| 252 | 85 | 36 | 6 | 6 | 30 | 3 | 0 |
| 270 | 271 | 42 | 57 | 58 | 23 | 37 | 30 |
| 288 | 97 | 49 | 49 | 50 | 17 | 12 | 0 |
| 306 | 283 | 56 | 41 | 42 | 10 | 46 | 30 |
| 324 | 110 | 3 | 33 | 34 | 4 | 21 | 0 |
| 342 | 296 | 10 | 25 | 25 | 57 | 55 | 30 |
| 360 | 122 | 17 | 17 | 17 | 51 | 30 | 0 |
| 378 | 308 | 24 | 9 | 9 | 45 | 4 | 30 |
| 396 | 334 | 31 | 1 | 1 | 38 | 39 | 0 |
| 414 | 320 | 37 | 52 | 33 | 32 | 13 | 30 |
| 432 | 146 | 44 | 44 | 45 | 25 | 48 | 0 |
| 450 | 332 | 51 | 36 | 37 | 19 | 22 | 30 |
| 468 | 158 | 58 | 28 | 29 | 12 | 57 | 0 |
| 486 | 345 | 5 | 20 | 21 | 6 | 31 | 30 |
| 504 | 171 | 12 | 12 | 13 | 0 | 6 | 0 |
| 522 | 357 | 19 | 4 | 4 | 53 | 40 | 30 |
| 540 | 183 | 25 | 55 | 56 | 47 | 15 | 0 |
| 558 | 9 | 32 | 47 | 48 | 40 | 49 | 30 |
| 576 | 195 | 39 | 39 | 40 | 34 | 24 | 0 |
| 594 | 21 | 46 | 31 | 32 | 27 | 58 | 30 |
| 612 | 207 | 53 | 23 | 24 | 21 | 33 | 0 |
| 630 | 34 | 0 | 15 | 16 | 15 | 7 | 30 |
| 648 | 220 | 7 | 7 | 8 | 8 | 42 | 0 |
| 666 | 46 | 13 | 59 | 0 | 2 | 16 | 30 |
| 684 | 232 | 20 | 50 | 51 | 55 | 51 | 0 |
| 702 | 58 | 27 | 42 | 43 | 49 | 25 | 30 |
| 720 | 244 | 34 | 34 | 35 | 43 | 0 | 0 |
| 738 | 70 | 41 | 26 | 27 | 36 | 34 | 30 |
| 756 | 256 | 48 | 18 | 19 | 30 | 9 | 0 |
| 774 | 82 | 55 | 10 | 11 | 23 | 43 | 30 |
| 792 | 269 | 2 | 2 | 3 | 17 | 18 | 0 |
| 810 | 95 | 8 | 53 | 55 | 10 | 52 | 30 |

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

*Conclusion.* Nous avons donc trouvé le moyen mouvement de Jupiter au temps donné, par les Ephemerides observées, & en avons fait des tables, selon le requis.

## Proposition XXVI.

*Trouver le mouvement de Iupiter en son epicycle au temps donné par les Ephemerides observées, & en faire des tables.*

*Le donné.* On demande le cours de Jupiter en son epicycle sur un jour.

### Operation I.

Ceste premiere operation est mise devant la deuxiesme suivante, pour les raisons descrites en la 18 proposition.

Je cerche és Ephemerides deux oppositions de Iupiter & du Soleil, fort distantes l'une de l'autre, & quasi sous un mesme lieu de l'ecliptique, assavoir de mesme longitude; car alors les periodes tant en son epicycle, que ceux du Soleil doivent estre parfaits, sans que les eccentricitez puissent empescher, & n'est aussi necessaire de faire son calcul par le Soleil moyen pour causes manifestes: je prens la premiere de telles deux oppositions, celle qui eschoit l'onziesme Mars 1554, l'autre le 25 Mars 1602, entre lesquelles il y a 48 ans, qui sont 17546 jours, esquels Iupiter a fait autant de periodes en son epicycle, qu'il y a d'oppositions, qui sont 44 en nombre, chacune de 360 degrez, font 15846 degrez: ainsi je dis 17546 jours donnent 15846 degrez, combien 1 jour? vient pour le requis 54 ① 11 ②, peu differant de ce que concluent *Ptolemee* & *Copernic*, ensuivans.

### Operation II.

Du moyen mouvement du Soleil sur un jour par la troisiesme proposition 0 deg.59.8.17.13.12.31.

Ostez le moyen mouvement de Iupiter sur un jour par la 25 proposition 0 deg.4.59.14.26.46.31.

Reste pour le mouvement requis de Iupiter en son epicycle sur un jour 0 deg.54.9.2.46.26.0.

Dont la demonstration est manifeste par telle operation faite du cours de Saturne en la dixneufiesme proposition.

### Corollaire.

Ayant trouvé le cours d'un jour, il appert comment on en pourra faire des tables, comme a esté fait du Soleil en la 3 proposition, afin que par une facilité on trouve le cours de Iupiter en son epicycle en tout temps donné, comme il advient en la pratique.

TABLE DU MOUVEMENT

| heur. | deg. | ① | ② | ③ | ④ | ⑤ | ⑥ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 0 | 2 | 15 | 22 | 36 | 56 | 5 |
| 2 | 0 | 4 | 30 | 45 | 13 | 52 | 10 |
| 3 | 0 | 6 | 46 | 7 | 50 | 48 | 15 |
| 4 | 0 | 9 | 1 | 30 | 27 | 44 | 20 |
| 5 | 0 | 11 | 16 | 53 | 4 | 40 | 25 |
| 6 | 0 | 13 | 32 | 15 | 41 | 36 | 30 |
| 7 | 0 | 15 | 47 | 38 | 18 | 32 | 35 |
| 8 | 0 | 18 | 3 | 0 | 55 | 28 | 40 |
| 9 | 0 | 20 | 18 | 23 | 32 | 24 | 45 |
| 10 | 0 | 22 | 33 | 46 | 9 | 20 | 50 |
| 11 | 0 | 24 | 49 | 8 | 46 | 16 | 55 |
| 12 | 0 | 27 | 4 | 31 | 23 | 13 | 0 |
| 13 | 0 | 29 | 19 | 54 | 0 | 9 | 5 |
| 14 | 0 | 31 | 35 | 16 | 37 | 5 | 10 |
| 15 | 0 | 33 | 50 | 39 | 14 | 1 | 15 |
| 16 | 0 | 36 | 6 | 1 | 50 | 57 | 20 |
| 17 | 0 | 38 | 21 | 24 | 27 | 53 | 25 |
| 18 | 0 | 40 | 36 | 47 | 4 | 49 | 30 |
| 19 | 0 | 42 | 52 | 9 | 41 | 45 | 35 |
| 20 | 0 | 45 | 7 | 32 | 18 | 41 | 40 |
| 21 | 0 | 47 | 22 | 54 | 55 | 37 | 45 |
| 22 | 0 | 49 | 38 | 17 | 32 | 33 | 50 |
| 23 | 0 | 51 | 53 | 40 | 9 | 29 | 55 |
| jours | | | | | | | |
| 1 | 0 | 54 | 9 | 2 | 46 | 26 | 0 |
| 2 | 1 | 48 | 18 | 5 | 32 | 52 | 0 |
| 3 | 2 | 42 | 27 | 8 | 19 | 18 | 0 |
| 4 | 3 | 36 | 36 | 11 | 5 | 44 | 0 |
| 5 | 4 | 30 | 45 | 13 | 52 | 10 | 0 |
| 6 | 5 | 24 | 54 | 16 | 38 | 36 | 0 |
| 7 | 6 | 19 | 3 | 19 | 25 | 2 | 0 |
| 8 | 7 | 13 | 12 | 22 | 11 | 28 | 0 |
| 9 | 8 | 7 | 21 | 24 | 57 | 54 | 0 |
| 10 | 9 | 1 | 30 | 27 | 44 | 20 | 0 |
| 11 | 9 | 55 | 39 | 30 | 30 | 46 | 0 |
| 12 | 10 | 49 | 48 | 33 | 17 | 12 | 0 |
| 13 | 11 | 43 | 57 | 36 | 3 | 38 | 0 |
| 14 | 12 | 38 | 6 | 38 | 50 | 4 | 0 |
| 15 | 13 | 32 | 15 | 41 | 36 | 30 | 0 |
| 16 | 14 | 26 | 24 | 44 | 22 | 56 | 0 |
| 17 | 15 | 20 | 33 | 47 | 9 | 22 | 0 |
| 18 | 16 | 14 | 42 | 49 | 55 | 48 | 0 |
| 19 | 17 | 8 | 51 | 52 | 42 | 14 | 0 |
| 20 | 18 | 3 | 0 | 55 | 28 | 40 | 0 |
| 21 | 18 | 57 | 9 | 58 | 15 | 6 | 0 |
| 22 | 19 | 51 | 19 | 1 | 1 | 32 | 0 |
| 23 | 20 | 45 | 28 | 3 | 47 | 58 | 0 |
| 24 | 21 | 39 | 37 | 6 | 34 | 24 | 0 |
| 25 | 22 | 33 | 46 | 9 | 20 | 50 | 0 |
| 26 | 23 | 27 | 55 | 12 | 7 | 16 | 0 |
| 27 | 24 | 21 | 4 | 14 | 53 | 42 | 0 |
| 28 | 25 | 16 | 13 | 17 | 40 | 8 | 0 |
| 29 | 26 | 10 | 22 | 20 | 26 | 34 | 0 |
| 30 | 27 | 4 | 31 | 23 | 13 | 0 | 0 |
| 60 | 54 | 9 | 2 | 46 | 26 | 0 | 0 |
| 90 | 81 | 13 | 34 | 9 | 39 | 0 | 0 |
| 120 | 108 | 18 | 5 | 32 | 52 | 0 | 0 |
| 150 | 135 | 22 | 36 | 56 | 5 | 0 | 0 |
| 180 | 162 | 27 | 8 | 19 | 18 | 0 | 0 |
| 210 | 189 | 31 | 39 | 42 | 31 | 0 | 0 |
| 240 | 216 | 36 | 11 | 5 | 44 | 0 | 0 |
| 270 | 243 | 40 | 42 | 28 | 57 | 0 | 0 |
| 300 | 270 | 45 | 13 | 52 | 10 | 0 | 0 |
| 330 | 297 | 49 | 45 | 15 | 23 | 0 | 0 |
| 360 | 324 | 54 | 16 | 38 | 36 | 0 | 0 |

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

DE IUPITER EN SON EPICYCLE.

| ans. | deg. | ① | ② | ③ | ④ | ⑤ | ⑥ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 329 | 25 | 1 | 52 | 28 | 10 | 0 |
| 2 | 298 | 50 | 3 | 44 | 56 | 20 | 0 |
| 3 | 268 | 15 | 5 | 37 | 24 | 30 | 0 |
| 4 | 237 | 40 | 7 | 29 | 52 | 40 | 0 |
| 5 | 207 | 5 | 9 | 22 | 20 | 50 | 0 |
| 6 | 176 | 30 | 11 | 14 | 49 | 0 | 0 |
| 7 | 145 | 55 | 13 | 7 | 17 | 10 | 0 |
| 8 | 115 | 20 | 14 | 59 | 45 | 20 | 0 |
| 9 | 84 | 45 | 16 | 52 | 13 | 30 | 0 |
| 10 | 54 | 10 | 18 | 44 | 41 | 40 | 0 |
| 11 | 23 | 35 | 20 | 37 | 9 | 50 | 0 |
| 12 | 353 | 0 | 22 | 29 | 38 | 0 | 0 |
| 13 | 322 | 25 | 24 | 22 | 6 | 10 | 0 |
| 14 | 291 | 50 | 26 | 14 | 34 | 20 | 0 |
| 15 | 261 | 15 | 28 | 7 | 2 | 30 | 0 |
| 16 | 230 | 40 | 29 | 59 | 30 | 40 | 0 |
| 17 | 200 | 5 | 31 | 51 | 58 | 50 | 0 |
| 18 | 169 | 30 | 33 | 44 | 27 | 0 | 0 |
| 36 | 339 | 1 | 7 | 28 | 54 | 0 | 0 |
| 54 | 148 | 31 | 41 | 13 | 21 | 0 | 0 |
| 72 | 318 | 2 | 14 | 57 | 48 | 0 | 0 |
| 90 | 127 | 32 | 48 | 42 | 15 | 0 | 0 |
| 108 | 297 | 3 | 22 | 26 | 42 | 0 | 0 |
| 126 | 106 | 33 | 56 | 11 | 9 | 0 | 0 |
| 144 | 276 | 4 | 29 | 55 | 36 | 0 | 0 |
| 162 | 85 | 35 | 3 | 40 | 3 | 0 | 0 |
| 180 | 255 | 5 | 37 | 24 | 30 | 0 | 0 |
| 198 | 64 | 36 | 11 | 8 | 56 | 0 | 0 |
| 216 | 234 | 6 | 44 | 53 | 24 | 0 | 0 |
| 234 | 43 | 37 | 18 | 37 | 51 | 0 | 0 |
| 252 | 213 | 7 | 52 | 22 | 18 | 0 | 0 |
| 270 | 22 | 38 | 26 | 6 | 45 | 0 | 0 |
| 288 | 192 | 8 | 59 | 51 | 12 | 0 | 0 |
| 306 | 1 | 39 | 33 | 35 | 39 | 0 | 0 |
| 324 | 171 | 10 | 7 | 20 | 6 | 0 | 0 |
| 342 | 340 | 40 | 41 | 4 | 33 | 0 | 0 |
| 360 | 150 | 11 | 14 | 49 | 0 | 0 | 0 |
| 378 | 319 | 41 | 48 | 33 | 27 | 0 | 0 |
| 396 | 129 | 12 | 22 | 17 | 54 | 0 | 0 |
| 414 | 298 | 42 | 56 | 2 | 21 | 0 | 0 |
| 432 | 108 | 13 | 29 | 46 | 48 | 0 | 0 |
| 450 | 277 | 44 | 3 | 31 | 15 | 0 | 0 |
| 468 | 87 | 14 | 37 | 15 | 42 | 0 | 0 |
| 486 | 256 | 45 | 11 | 0 | 9 | 0 | 0 |
| 504 | 66 | 15 | 44 | 44 | 36 | 0 | 0 |
| 522 | 235 | 46 | 18 | 29 | 3 | 0 | 0 |
| 540 | 45 | 16 | 52 | 13 | 30 | 0 | 0 |
| 558 | 214 | 47 | 25 | 57 | 57 | 0 | 0 |
| 576 | 24 | 17 | 59 | 42 | 24 | 0 | 0 |
| 594 | 193 | 48 | 33 | 26 | 51 | 0 | 0 |
| 612 | | 19 | 7 | 11 | 18 | 0 | 0 |
| 630 | 17 | 49 | 40 | 55 | 45 | 0 | 0 |
| 648 | 342 | 20 | 14 | 40 | 12 | 0 | 0 |
| 666 | 151 | 50 | 48 | 24 | 39 | 0 | 0 |
| 684 | 321 | 21 | 22 | 9 | 6 | 0 | 0 |
| 702 | 130 | 51 | 55 | 53 | 33 | 0 | 0 |
| 720 | 300 | 22 | 29 | 38 | 0 | 0 | 0 |
| 738 | 109 | 53 | 3 | 22 | 27 | 0 | 0 |
| 756 | 279 | 23 | 37 | 6 | 54 | 0 | 0 |
| 774 | 88 | 54 | 10 | 51 | 21 | 0 | 0 |
| 792 | 358 | 24 | 44 | 35 | 48 | 0 | 0 |
| 810 | 67 | 55 | 18 | 20 | 15 | 0 | 0 |

*Conclusion.* Nous avons donc trouvé le cours de Iupiter en son epicycle au temps donné par les Ephemerides observées, & en avons fait une table, selon le requis.

## PROPOSITION XXVII.

*TRouver le cours de l'apogée du deferant de Iupiter par les Ephemerides observées.*

D'autant que les Ephemerides de *Stadius* sont trop courtes pour satisfaire au requis, (lesquelles nous posons estre observées par ce qui a esté dit en la 1 proposition) nous prendrons en aide les observations de *Ptolemée*, lequel au 1 chapitre de son livre 11. a trouvé l'apogée du deferant de Iupiter au 161 deg. mais en la 24 proposition, il a esté trouvé au 188 deg. 56 ①, qui sont 27 deg. 56 ①, & autant s'est avancé l'apogée du depuis, assavoir en 1450 ans environ : Par lequel on calculera son cours en tout temps donné. Soit par exemple sur 1 an : disant 1450 ans donnent 27 deg. 56 ①, combien 1 an ? vient 1 ①, 9 ②.

*Conclusion.* Nous avons donc trouvé le cours de l'apogée du deferant de Jupiter par les Ephemerides observées, selon le requis.

## PROPOSITION XXVIII.

*TRouver le cours du centre de l'epicycle de Iupiter le long du deferant, par les Ephemerides observées.*

Le cours de l'apogée du deferant de Iupiter en 1 an, par la 27 proposition est de — 1 ①, 9 ②.

Lequel osté du moyen mouvement de Iupiter aussi en 1 an Egyptien, faisant par la 25 proposition — 30 deg. 20 ①.

Reste pour le cours du centre d'epicycle requis en un an Egyptien — 30 deg. 19 ①.

Et ainsi de quelque temps qu'on pourroit proposer.

*Conclusion.* Nous avons donc trouvé le cours de l'apogée, &c.

# CINQUIESME DISTINCTION DV PREMIER LIVRE,

## De l'invention du cours de Mars par les Ephemerides observées.

*Devant que venir à la chose mesme, je diray que le cours de Mars est de mesme qualité, que celuy de Saturne & Iupiter, se mouvant comme luy dans un epicycle, & iceluy en un eccentrique, differant seulement en quantité, assavoir qu'il est plus frequent en ses periodes, & ayant aussi d'autre eccentricité, & choses semblables. Ce qu'estant dit icy, chacun pourroit de soy-mesme entendre tout le mouvement de Mars par celuy de Iupiter. Toutefois pour plus ample declaration je descriray icy ce qui m'est advenu à la recerche d'iceluy avec un ordre pareil à celuy de Iupiter.*

## PROPOSITION XXIX.

*DEclarer comment par les Ephemerides observées, on remarque le temps periodique de Mars en gros : avec la qualité de sa retrogradation, & station : aussi qu'il tourne en son epicycle.*

Le dessein estant de recercher la qualité du cours de Iupiter par les Ephemerides observées (au lieu desquelles nous

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

les nous prenons les calculées de *Stadius* pour les raisons descrites en la 1 proposition) ayant donc esgard à la cinquiesme colomne qui est de Mars : Je prens ce qui avient le premier, comme le 1 Ianvier 1554, sur lequel jour il estoit au 299 deg. 53 ①: Et un an apres, assavoir le 1 Ianvier 1555, au 176 deg. 12 ①: Et au 1 Ianvier 1556, au 315 deg. 39 ①, ainsi qu'en ces deux années là il fait environ un circuit: ce qui s'accorde avec semblable recerche en d'autres années.

Puis prenant garde de plus pres en son cours & en chacun periode, je remarque qu'il va fort viste aucunesfois, tantost lentement, voire mesme qu'il est stationaire, c'est à dire qu'il est coy, & ce qui est de plus estrange, est qu'il recule aussi: Or remarquant tousiours davantage les circonstances, on trouve le milieu de son reculement (qu'on appelle retrogradation) à chacune fois advenir environ l'opposition du Soleil, & que tant plus il approche du Soleil, tant plus il va viste. Par exemple, en l'an 1555 le 12 Avril, il court de plus viste en plus viste tous les jours, comme le premier jour de 1 ①, l'autre de 2 ①, & ainsi de plus en plus; & ayant esté au plus viste, il commence derechef à s'allentir journellement, diminuant son cours, ainsi que finalement du 1 jusques au 3 Mars 1557 il est immobile au 213 deg. 52 ①: puis commence à reculer, le 4 Mars, jusques au 18 May, qui sont 75 jours, dont la moitié est 37 jours, ainsi que le milieu eschoit le 10 Avril: Tellement que comme il a esté dit, le milieu de la retrogradation advient tousjours lors que Mars est environ opposite au Soleil: Mais tant plus il vient pres du Soleil, tant plus se haste-il, car le mouvement plus viste advient à chacune fois environ la conjonction: comme au mouvement le plus viste susdit, il estoit en conjonction (posant qu'on l'eust sceu appercevoir) le 21 Avril; la retrogradation mentionnée donne à cognoistre que Mars ne tourne simplement en un deferant, comme le Soleil, mais en un epicycle, pour les raisons semblables declarées au mouvement de Saturne, proposition 15.

*Conclusion.* Nous avons donc declaré comment par les Ephemerides observées, on remarque le temps periodique de Mars en gros: avec la qualité de sa retrogradation, & station: aussi qu'il tourne en un epicycle, selon le requis.

## Proposition XXX.

*Declarer comment on remarque és Ephemerides observées, que l'eccentrique de Mars est eccentrique.*

Si le deferant de Mars estoit concentrique, il s'ensuivroit qu'en temps egaux, l'un devant l'environ de l'opposition du Soleil, l'autre apres, qu'il feroit les arcs apparants egaux, pour semblables raisons deduites plus amplement au mouvement de Saturne en la 16 proposition, ce qui contrediroit manifestement à l'experience du mouvement de Mars: car par exemple soit une opposition, comme celle qui advient l'an 1574 le 4 May, estant Mars au 233 deg. 18 ①, & quelque temps auparavant, je prens 6 mois, assavoir le 4 Novembre 1573, il estoit au 177 deg. 50 ①, l'arc intercepté est 55 deg. 28 ①: mais 6 mois apres, comprenant comme la premiere 181 jours, qui eschoit sur le 1 Novembre 1574, il estoit au 297 deg. 40 ①, sur quoy l'arc depuis les 233 deg. 18 ① fait 64 deg. 22 ①, qui differe de 8 deg. 54 ① de l'arc premier 55 deg. 28 ①.

*Conclusion.* Nous avons donc declaré comment on remarque és Ephemerides observées, que l'eccentrique de Mars est eccentrique, selon le requis.

## Proposition XXXI.

*Trouver par les Ephemerides observées, la longitude apparante de l'apogée & perigée du deferant de Mars.*

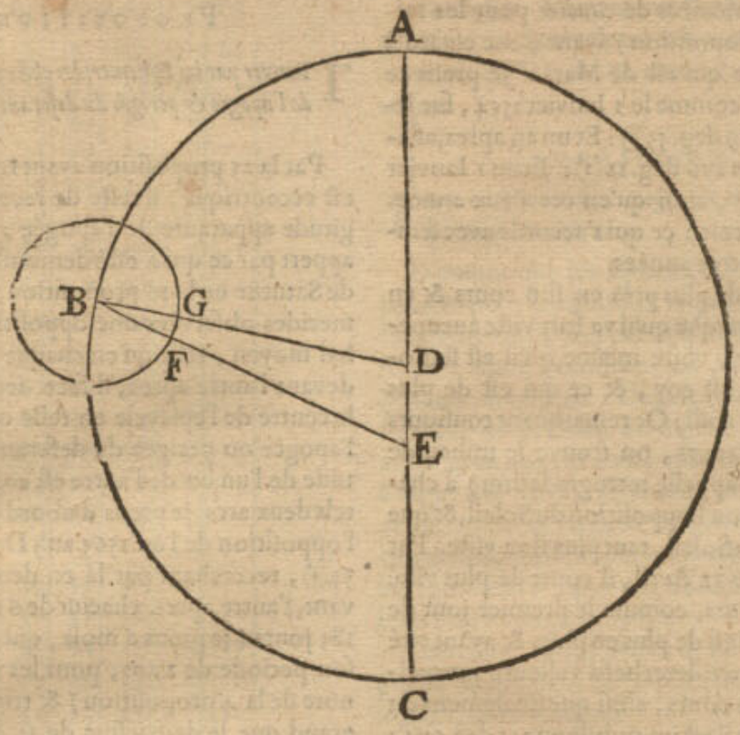
Par la 25 proposition ayant remarqué que le deferant est eccentrique, il reste de recercher plus avant la longitude apparante de l'apogée: A ceste fin je dis qu'il appert par ce qui a esté demonstré en chose semblable de Saturne en la 16 proposition, que trouvant és Ephemerides observées une opposition de Mars, & du Soleil moyen, telle qu'en chaque deux temps egaux l'un devant l'autre apres, il face deux arcs egaux, qu'alors le centre de l'epicycle en telle opposition doit estre en l'apogée ou perigée du deferant, qui fait que la longitude de l'un ou de l'autre est cognuë. Et pour trouver tels deux arcs, je prens d'abord ce qui advient, comme l'opposition de l'an 1565 au 5 Decembre sous le 83 deg. 55 ①, recerchant par là en deux temps egaux l'un devant, l'autre apres, chacun de 6 mois qui comprennent 183 jours (je prens 6 mois, qui est environ le quart de son periode de 2 ans, pour les raisons declarees en la note de la 4 proposition) & trouve le premier arc plus grand que le deuxiesme de 11 deg. 14 ①, qui est une grande difference, tellement que l'apogée apparant ou le perigée est loing du susdit 83 deg. 55 ①, aussi de son poinct opposite 263 deg 55 ①, toutesfois l'un des deux n'en peut estre esloigné plus de 90 degrez: Parquoy faisant mesme recerche en d'autres lieux, je viens finalement en l'opposition faite en l'an 1561 le 4 Aoust, au 321 deg. 42 ①, avec lequel je cerche deux temps egaux, l'un devant, l'autre apres, chacun d'environ 6 mois, qui comprennent 181 jours, trouve assez pres de l'egalité, differant seulement en 2 deg. 21 ①, & ne se trouve és Ephemerides de difference moindre. Cela ainsi achevé on pourroit voir apres l'opposition de Mars, & du Soleil moyen, mais mesme l'ayant trouvé, les Ephemerides ne sont pas assez grandes pour y trouver beaucoup d'oppositions plus parfaites, tellement que nous nous contenterons avec ce 321 deg. 42 ①.

On peut aussi faire des espreuves en d'autres deux temps egaux, que de 6 mois: Comme par exemple, en 7 ans devant le 4 Aoust 1561, je trouve seulement difference de 2 deg. 56 ①, quasi comme devant, tellement que je retiens le 321 deg. 42 ① pour le requis.

Jusques icy a esté dit comment l'apogée ou perigée est au 321 deg. 42 ①, il reste maintenant de recognoistre lequel c'est des deux: pour à quoy parvenir, soit pour plus ample declaration A B C deferant de Mars, D son centre, & E la terre, le perigée C, & sur B comme centre soit descrit un epicycle F G, son perigée F, & perigée moyen G: ce qu'estant ainsi, il appert que A estant l'apogée, alors le moyen mouvement A D B, du premier semicercle A B C, doit estre de tout costé plus grand que le mouvement apparant A E B; & par la converse est manifeste, que quand ce mouvement de centre d'epicycle, ou bien ce moyen mouvement de Mars, en un temps proposé, est trouvé au premier semicercle plus grand que l'apparant, il faut que le poinct où on commence à compter soit l'apogée, & le contraire advenant, le perigée. Ce qu'estant ainsi, je cerche és Ephemerides une opposition, qui soit assez esloignée de A & C, c'est à dire de 321 deg. 42 ①, ou de son poinct opposite; & vient d'abord, je prens, l'opposition qui se fit en l'an 1563 le 16 Octobre, estant Mars au 33 deg. 7 ①, jusqu'auquel son mouvement apparant est 71 deg. 25 ① (à compter depuis le 321 degr. 42 ①) mais son

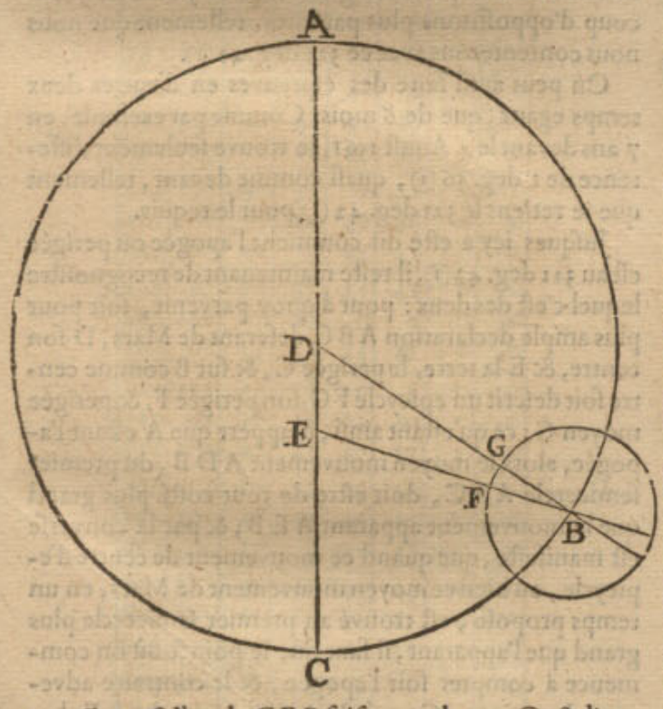


Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©




mouvement moyen en meſme temps, aſſavoir du 4 Aouſt 1561 juſques à ce 16 Octobre 1563, qui ſont 2 ans Egyptiens & 73 jours, fait par la 32 propoſition ſuivante 60 deg. 49 ☉, lequel eſtant moindre au mouvement apparant 71 deg. 25 ☉, alors pour les raiſons ſuſdites, 321 deg. 42 ☉ ſera le perigée.

Mais d'autant que cecy ſembleroit eſtre obſcur, à cauſe que la figure n'eſt pas propre, parquoy j'en deſcris une autre, comme cy-deſſous, ſelon que la figure le requiert: ſoit donc ABCDEFG de meſme ſignification que devant, horſmis que le centre d'epicycle B vient à l'autre ſemicercle maintenant, ainſi que l'arc depuis le perigée C, juſques au poinct B, veu de la




terre E, c'eſt l'angle CEB faiſant 71 deg. 25 ☉, & l'angle CDB 60 degr. 49 ☉, lequel eſtant moindre à CEB 71 deg. 25 ☉, on juge par là, que C (lequel eſt au 321 deg. 42 ☉) eſt le perigée, & A (au 141 deg. 42 ☉) l'apogée.

Quant à ce qu'on pourroit objecter, que la ligne droite, au temps de la conjonction, laquelle paſſe de E la terre, par Mars F, ne paſſe pas de neceſſité par le centre de l'epicycle B, pour des cauſes manifeſtes, & partant qu'on pourroit douter ſi la concluſion ſuſdite eſt certaine, ou non; ſur quoy on reſpond, que ſi les trois angles du triangle BDE ſont enſemble 180 degrez, qu'alors Mars ſera au poinct F; qui eſt le perigée de l'epicycle. Pour quoy eſprouver je dis ainſi,

L'angle CDB, ou EDB, eſt comme deſſus 60 deg. 49 ☉.
Et l'angle CEB 71 deg. 25 ☉ ſon adjoinct pour l'angle DEB 108 deg. 35 ☉.
Mais l'angle EBD eſt 10 deg. 39 ☉; car és 2 ans Egyptiens & 73 jours ſuſdits, Mars a autant couru en ſon epicycle par la ſuivante 33 propoſition 10 deg. 39 ☉.
Leſquels trois, aſſavoir EDB 60 deg. 49 ☉, premier en l'ordre, & DEB, 108 deg. 35 ☉ ſecond, & puis EBD, tiers en l'ordre, 10 deg. 39 ☉, font enſemble 180 deg. 3 ☉.
Qui eſt ſeulement au deſſus du demicercle 3 ☉.

Ce qui eſtant aſſez pres, on peut dire que Mars a eſté au perigée de ſon epicycle: Que ſi la difference euſt eſté trop grande, on euſt peu faire comme a eſté fait de Saturne & Jupiter és propoſitions 17 & 24. tellement que nous tiendrons les ſuſdits 141 deg. 42 ☉ pour le lieu requis où ſe trouve l'apogée de Mars, convenant aſſez pres (meſme en ceſt exemple, qui n'eſt mis que pour apprendre, & avec des Ephemerides ſi brieves) avec les 147 degrez de *Rheinolde és tables Pruteniques.*

Quant à ce que la perfection requiert qu'on face les choſes ſuſdites par des oppoſitions au Soleil moyen, il ſemble que cela ſoit inutile en ces rudimens, joinct que nous aurions beſoing d'Ephemerides plus longues, que celles-cy.

*Concluſion.* Nous avons donc trouvé la longitude apparante de l'apogée du deferant de Mars, ſelon le requis.

## PROPOSITION XXXII.

*TRouver le moyen mouvement de Mars au temps donné, par les Ephemerides obſervées; & en faire une table.*

La ma-

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

La maniere de trouver le cours du centre de l'epicycle par les Ephemerides, eſt telle : On voit que Mars environ en 2 ans fait un periode apparant, parquoy on cerche en quel an & jour environ 2 ans (ou environ pluſieurs fois 2 ans) devant & apres le ſuſdit 4 Aouſt 1561; car environ le 4 Aouſt, Mars eſt au 321 deg. 42 ① (eſtant le perigée de ſon deferant par la 26 propoſition) aſſavoir donc en quel an & jour Mars eſt en oppoſition avec le Soleil, car alors le periode ou les periodes ſont parfaicts aſſez pres, & ce afin d'eviter les erreurs que pourroyent cauſer les eccentricitez tant de Mars, que du Soleil: D'avantage le temps eſt cognu depuis une oppoſition juſqu'à l'autre, par lequel on trouve auſſi le cours ſur un jour, & ainſi ſe peuvent faire des tables, leſquelles par la longueur du temps ſe rameliorent, comme a eſté dit au mouvement du Soleil; notez auſſi qu'avec autant de certitude on ſe peut ſervir des oppoſitions qui adviennent lors que Mars eſt au poinct oppoſite des 321 deg. 42 ①.

Mais pour en donner exemple, je reviſite les Ephemerides an pour an, là où Mars ſe peut trouver au 321 deg. 42 ①, ou tres pres de là, ſur un 4 d'Aouſt, ou tout joignant un tel jour, autre que le 4 Aouſt 1561 ſuſdit: Toutefois une telle choſe ne ſe peut trouver en tout le livre des Ephemerides: Parquoy je cerche une oppoſition eſtant Mars au poinct oppoſite de 321 deg. 42 ①, comme eſt 141 deg. 42 ①, ce qui advient lors que le Soleil eſt au 321 deg. 42 ①, ce qui arrive annuellement environ le 1 Fevrier, je cerche donc d'an en an au 1 Fevrier où c'eſt que Mars eſt au plus pres du ſuſdit 141 deg. 42 ①, & trouve que c'eſt au 1 Fevrier 1585, eſtant Mars au 143 deg. 25 ①, differant du 141 deg. 42 ① ſeulement 1 deg. 43 ① des periodes parfaits, & puis que ſur tel petit arc les eccentricitez des deferans de Mars & du Soleil ne peuvent cauſer grand erreur, voire en un exemple comme icy : je voy que Mars du 4 Aouſt 1561 juſques au 1 Fevrier 1585, qui ſont 8582 jours, a couru 12 periodes, qui font 4320 degrez & encor quaſi un demy periode, aſſavoir 181 degr. 43 ① (aſſavoir du 321 degr. 42 ① juſques au 143 degr. 25 ①) qui font enſemble 4501 degr. 43 ①: Parquoy je dis 8582 jours donnent 4501 degr. 43 ①, combien 1 jour? vient 31 ① 28 ②, peu differant de la poſition de *Ptolemée* 31 ① 27 ②.

Ayant maintenant le cours ſur un jour, il appert comment on pourra faire des tables, comme on a fait du Soleil en la troiſieſme propoſition, pour avec facilité trouver le cours du centre d'epicycle de Mars, ou autrement dit le moyen mouvement de Mars en tout temps donné, comme il en eſt de beſoing en la pratique. Mais d'autant que nous prenons les tables de *Ptolomée* par exemple, comme il a eſté declaré aux cours du Soleil & de la Lune, nous les mettrons icy comme s'enſuit.

TABLE DU MOYEN

| heur. | deg. | ① | ② | ③ | ④ | ⑤ | ⑥ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 0 | 1 | 18 | 36 | 32 | 14 | 39 |
| 2 | 0 | 2 | 37 | 13 | 4 | 29 | 18 |
| 3 | 0 | 3 | 55 | 49 | 36 | 43 | 56 |
| 4 | 0 | 5 | 14 | 26 | 8 | 58 | 35 |
| 5 | 0 | 6 | 33 | 2 | 41 | 13 | 14 |
| 6 | 0 | 7 | 51 | 39 | 13 | 27 | 53 |
| 7 | 0 | 9 | 10 | 15 | 45 | 42 | 32 |
| 8 | 0 | 10 | 28 | 52 | 17 | 57 | 11 |
| 9 | 0 | 11 | 47 | 28 | 50 | 11 | 49 |
| 10 | 0 | 13 | 6 | 5 | 22 | 26 | 28 |
| 11 | 0 | 14 | 24 | 41 | 54 | 41 | 7 |
| 12 | 0 | 15 | 43 | 18 | 26 | 55 | 46 |
| 13 | 0 | 17 | 1 | 54 | 59 | 10 | 25 |
| 14 | 0 | 18 | 20 | 31 | 31 | 25 | 4 |
| 15 | 0 | 19 | 39 | 8 | 3 | 39 | 43 |
| 16 | 0 | 20 | 57 | 44 | 35 | 54 | 22 |
| 17 | 0 | 22 | 16 | 21 | 8 | 9 | 0 |
| 18 | 0 | 23 | 34 | 57 | 40 | 23 | 39 |
| 19 | 0 | 24 | 53 | 54 | 12 | 38 | 18 |
| 20 | 0 | 26 | 12 | 10 | 44 | 52 | 57 |
| 21 | 0 | 27 | 30 | 47 | 17 | 7 | 36 |
| 22 | 0 | 28 | 49 | 23 | 49 | 22 | 15 |
| 23 | 0 | 30 | 8 | 0 | 21 | 36 | 54 |
| jours | | | | | | | |
| 1 | 0 | 31 | 26 | 36 | 53 | 51 | 33 |
| 2 | 1 | 2 | 53 | 13 | 47 | 43 | 6 |
| 3 | 1 | 34 | 19 | 50 | 41 | 34 | 39 |
| 4 | 2 | 5 | 46 | 27 | 35 | 26 | 12 |
| 5 | 2 | 37 | 13 | 4 | 29 | 17 | 45 |
| 6 | 3 | 8 | 39 | 41 | 23 | 9 | 18 |
| 7 | 3 | 40 | 6 | 18 | 17 | 0 | 51 |
| 8 | 4 | 11 | 32 | 55 | 10 | 52 | 24 |
| 9 | 4 | 42 | 59 | 32 | 4 | 43 | 57 |
| 10 | 5 | 14 | 26 | 8 | 58 | 35 | 30 |
| 11 | 5 | 45 | 52 | 45 | 52 | 27 | 3 |
| 12 | 6 | 17 | 19 | 22 | 46 | 18 | 36 |
| 13 | 6 | 48 | 45 | 59 | 40 | 10 | 9 |
| 14 | 7 | 20 | 12 | 36 | 34 | 1 | 42 |
| 15 | 7 | 51 | 39 | 13 | 27 | 53 | 15 |
| 16 | 8 | 23 | 5 | 50 | 21 | 44 | 48 |
| 17 | 8 | 54 | 32 | 27 | 15 | 36 | 21 |
| 18 | 9 | 25 | 59 | 4 | 9 | 27 | 54 |
| 19 | 9 | 57 | 25 | 41 | 3 | 19 | 27 |
| 20 | 10 | 28 | 52 | 17 | 57 | 11 | 0 |
| 21 | 11 | 0 | 18 | 54 | 51 | 2 | 33 |
| 22 | 11 | 31 | 45 | 31 | 44 | 54 | 6 |
| 23 | 12 | 3 | 12 | 8 | 38 | 45 | 39 |
| 24 | 12 | 34 | 38 | 45 | 32 | 37 | 12 |
| 25 | 13 | 6 | 5 | 22 | 26 | 28 | 45 |
| 26 | 13 | 37 | 31 | 59 | 20 | 20 | 18 |
| 27 | 14 | 8 | 58 | 36 | 14 | 11 | 51 |
| 28 | 14 | 40 | 25 | 13 | 8 | 3 | 24 |
| 29 | 15 | 11 | 51 | 50 | 1 | 54 | 57 |
| 30 | 15 | 43 | 18 | 26 | 55 | 46 | 30 |
| 60 | 31 | 26 | 36 | 53 | 51 | 33 | 0 |
| 90 | 47 | 9 | 55 | 20 | 47 | 19 | 30 |
| 120 | 62 | 53 | 13 | 47 | 43 | 6 | 0 |
| 150 | 78 | 36 | 32 | 14 | 38 | 52 | 30 |
| 180 | 94 | 19 | 50 | 41 | 34 | 39 | 0 |
| 210 | 110 | 3 | 9 | 8 | 30 | 25 | 30 |
| 240 | 125 | 46 | 27 | 35 | 28 | 12 | 0 |
| 270 | 141 | 29 | 46 | 2 | 21 | 58 | 30 |
| 300 | 157 | 13 | 4 | 29 | 17 | 45 | 0 |
| 330 | 172 | 56 | 22 | 56 | 13 | 31 | 30 |
| 360 | 188 | 39 | 41 | 23 | 9 | 18 | 0 |



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

MOUVEMENT DE MARS.

| ans. | deg. | ① | ② | ③ | ④ | ⑤ | ☊ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 191 | 16 | 54 | 27 | 38 | 33 | 45 |
| 2 | 22 | 33 | 48 | 55 | 17 | 11 | 30 |
| 3 | 213 | 50 | 43 | 22 | 55 | 47 | 15 |
| 4 | 43 | 7 | 37 | 50 | 34 | 23 | 0 |
| 5 | 236 | 24 | 32 | 18 | 12 | 58 | 45 |
| 6 | 67 | 41 | 26 | 45 | 51 | 34 | 30 |
| 7 | 258 | 58 | 21 | 13 | 30 | 10 | 15 |
| 8 | 90 | 15 | 15 | 41 | 8 | 46 | 0 |
| 9 | 281 | 32 | 10 | 8 | 47 | 21 | 45 |
| 10 | 112 | 49 | 4 | 36 | 25 | 57 | 30 |
| 11 | 304 | 5 | 59 | 4 | 4 | 33 | 15 |
| 12 | 135 | 22 | 53 | 31 | 43 | 9 | 0 |
| 13 | 326 | 39 | 47 | 59 | 21 | 44 | 45 |
| 14 | 157 | 56 | 42 | 27 | 0 | 20 | 30 |
| 15 | 349 | 13 | 36 | 54 | 38 | 56 | 15 |
| 16 | 180 | 30 | 31 | 22 | 17 | 32 | 0 |
| 17 | 11 | 47 | 25 | 49 | 56 | 7 | 45 |
| 18 | 203 | 4 | 20 | 17 | 34 | 43 | 30 |
| 36 | 46 | 8 | 40 | 35 | 9 | 27 | 0 |
| 54 | 240 | 13 | 0 | 52 | 44 | 10 | 30 |
| 72 | 92 | 17 | 21 | 10 | 18 | 54 | 0 |
| 90 | 295 | 21 | 41 | 27 | 53 | 37 | 30 |
| 108 | 138 | 26 | 1 | 45 | 28 | 21 | 0 |
| 126 | 341 | 30 | 21 | 3 | 3 | 4 | 30 |
| 144 | 184 | 34 | 42 | 20 | 37 | 48 | 0 |
| 162 | 27 | 39 | 2 | 38 | 12 | 31 | 30 |
| 180 | 230 | 43 | 22 | 55 | 47 | 15 | 0 |
| 198 | 73 | 47 | 43 | 13 | 21 | 58 | 30 |
| 216 | 276 | 52 | 3 | 30 | 56 | 42 | 0 |
| 234 | 119 | 56 | 23 | 48 | 31 | 25 | 30 |
| 252 | 323 | 0 | 44 | 6 | 6 | 9 | 0 |
| 270 | 166 | 5 | 4 | 23 | 40 | 52 | 30 |
| 288 | 9 | 9 | 24 | 41 | 15 | 36 | 0 |
| 306 | 212 | 13 | 44 | 58 | 50 | 9 | 30 |
| 324 | 55 | 18 | 5 | 16 | 25 | 3 | 0 |
| 342 | 258 | 22 | 25 | 33 | 59 | 46 | 30 |
| 360 | 101 | 26 | 45 | 51 | 34 | 30 | 0 |
| 378 | 304 | 31 | 6 | 9 | 9 | 13 | 30 |
| 396 | 147 | 35 | 26 | 26 | 43 | 57 | 0 |
| 414 | 350 | 39 | 46 | 44 | 18 | 40 | 30 |
| 432 | 193 | 44 | 7 | 1 | 53 | 24 | 0 |
| 450 | 36 | 48 | 27 | 19 | 28 | 7 | 30 |
| 468 | 239 | 52 | 47 | 37 | 2 | 51 | 0 |
| 486 | 82 | 57 | 7 | 54 | 37 | 34 | 30 |
| 504 | 286 | 1 | 28 | 12 | 12 | 18 | 0 |
| 522 | 129 | 5 | 48 | 29 | 47 | 1 | 30 |
| 540 | 332 | 10 | 8 | 47 | 21 | 45 | 0 |
| 558 | 175 | 14 | 29 | 4 | 56 | 28 | 30 |
| 576 | 18 | 18 | 49 | 22 | 31 | 12 | 0 |
| 594 | 221 | 23 | 9 | 40 | 5 | 55 | 30 |
| 612 | 64 | 27 | 29 | 57 | 40 | 39 | 0 |
| 630 | 267 | 31 | 50 | 15 | 15 | 22 | 30 |
| 648 | 110 | 36 | 10 | 32 | 50 | 6 | 0 |
| 666 | 313 | 40 | 30 | 50 | 24 | 49 | 30 |
| 684 | 156 | 44 | 51 | 7 | 59 | 33 | 0 |
| 702 | 359 | 49 | 11 | 25 | 34 | 16 | 30 |
| 720 | 202 | 53 | 31 | 43 | 9 | 0 | 0 |
| 738 | 45 | 57 | 52 | 0 | 43 | 43 | 30 |
| 756 | 249 | 2 | 12 | 18 | 18 | 27 | 0 |
| 774 | 92 | 6 | 32 | 35 | 53 | 10 | 30 |
| 792 | 295 | 10 | 52 | 53 | 27 | 54 | 0 |
| 810 | 138 | 15 | 13 | 11 | 2 | 37 | 30 |

*Conclusion.* Nous avons donc trouvé le moyen mouvement de Mars au temps donné, par les Ephemerides observées : & en avons fait une table, selon le requis.

## PROPOSITION XXXIII.

*TRouver le mouvement de Mars en son epicycle au temps donné, & en faire une table.*

*Le donné.* Soit qu'on requerre de cognoistre le cours de Mars en son epicycle en un jour.

### I. OPERATION.

Ceste premiere operation est posée devant la deuxiesme suivante, pour causes manifestes en la note de la 18 proposition.

Je cerche és Ephemerides deux oppositions de Mars au Soleil fort distantes l'une de l'autre, & quasi sous un mesme lieu au zodiaque ; car alors il faut que tant ses periodes en l'epicycle, que ceux du Soleil, soient parfaicts, afin de n'encourir aucun erreur par les eccentricitez, & n'avoir besoing de faire son compte avec le Soleil moyen : La premiere de telles oppositions, soit (je prens) celle qui eschoit le 12 Janvier 1568, l'autre le 15 Janvier 1600, entre lesquelles y a environ 32 ans, qui font 11691 jours, esquels Mars a autant fait de periodes qu'il y a eu d'oppositions, qui sont 15 en nombre, chacune de 360 degrez, qui font 5400 degrez: Parquoy je dis 11691 jours me donnent 5400 degrez, combien 1 jour ? vient pour le requis 27 ① 42. 49. peu differant de ce que trouvent *Copernic* & *Ptolemée*, en la suivante.

### II. OPERATION.

Du moyen mouvement du Soleil, sur un jour faisant par la troisiesme proposition 0 deg. 59. 8. 17. 13. 12. 31.
Soustrait le moyen mouvement de Mars sur un jour, faisant aussi par la 32 proposition, 0 deg. 31. 26. 36. 53. 51. 33.
Reste pour le cours requis de Mars en son epicycle sur un jour 0 deg. 27. 41. 40. 19. 20. 58.

Dont la demonstration se tirera, par operation faite semblablement en Saturne à la 19 proposition.

### COROLLAIRE.

Le cours d'un jour estant comme dessus, il appert comment par iceluy on pourra faire des tables, comme ont esté faites celles du Soleil en la 3 proposition, ainsi que cy-dessous, afin que comme il arrive souvent à la pratique, on puisse trouver le cours de Mars en tout temps donné.

TABLE

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

## TABLE DU COURS DE MARS EN SON EPICYCLE.

| heur. | deg. | ① | ② | ③ | ④ | ⑤ | ⑥ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 0 | 1 | 9 | 14 | 10 | 48 | 22 |
| 2 | 0 | 2 | 18 | 28 | 21 | 38 | 44 |
| 3 | 0 | 3 | 27 | 42 | 32 | 25 | 7 |
| 4 | 0 | 4 | 36 | 56 | 43 | 13 | 29 |
| 5 | 0 | 5 | 46 | 10 | 54 | 1 | 52 |
| 6 | 0 | 6 | 55 | 25 | 4 | 50 | 14 |
| 7 | 0 | 8 | 4 | 39 | 15 | 38 | 36 |
| 8 | 0 | 9 | 13 | 53 | 26 | 26 | 59 |
| 9 | 0 | 10 | 23 | 7 | 37 | 15 | 21 |
| 10 | 0 | 11 | 32 | 21 | 48 | 3 | 44 |
| 11 | 0 | 12 | 41 | 35 | 58 | 52 | 6 |
| 12 | 0 | 13 | 50 | 50 | 9 | 40 | 29 |
| 13 | 0 | 15 | 0 | 4 | 20 | 28 | 51 |
| 14 | 0 | 16 | 9 | 18 | 31 | 17 | 13 |
| 15 | 0 | 17 | 18 | 32 | 42 | 5 | 36 |
| 16 | 0 | 18 | 27 | 46 | 52 | 53 | 58 |
| 17 | 0 | 19 | 37 | 1 | 3 | 42 | 21 |
| 18 | 0 | 20 | 46 | 15 | 14 | 30 | 43 |
| 19 | 0 | 21 | 55 | 29 | 25 | 19 | 5 |
| 20 | 0 | 23 | 4 | 43 | 36 | 7 | 28 |
| 21 | 0 | 24 | 13 | 57 | 46 | 55 | 50 |
| 22 | 0 | 25 | 23 | 11 | 57 | 44 | 13 |
| 23 | 0 | 26 | 32 | 26 | 8 | 32 | 35 |
| jours | | | | | | | |
| 1 | 0 | 27 | 41 | 40 | 19 | 20 | 58 |
| 2 | 0 | 55 | 23 | 20 | 38 | 41 | 56 |
| 3 | 1 | 23 | 5 | 0 | 58 | 2 | 54 |
| 4 | 1 | 50 | 46 | 41 | 17 | 23 | 52 |
| 5 | 2 | 18 | 28 | 21 | 36 | 44 | 50 |
| 6 | 2 | 46 | 10 | 1 | 56 | 5 | 48 |
| 7 | 3 | 13 | 51 | 42 | 15 | 26 | 46 |
| 8 | 3 | 41 | 33 | 22 | 34 | 47 | 44 |
| 9 | 4 | 9 | 15 | 2 | 54 | 8 | 42 |
| 10 | 4 | 36 | 56 | 43 | 13 | 29 | 40 |
| 11 | 5 | 4 | 38 | 23 | 32 | 50 | 38 |
| 12 | 5 | 32 | 20 | 3 | 52 | 11 | 36 |
| 13 | 6 | 0 | 1 | 44 | 11 | 32 | 34 |
| 14 | 6 | 27 | 43 | 24 | 30 | 53 | 32 |
| 15 | 6 | 55 | 25 | 4 | 50 | 14 | 30 |
| 16 | 7 | 23 | 6 | 45 | 9 | 35 | 28 |
| 17 | 7 | 50 | 48 | 25 | 28 | 56 | 26 |
| 18 | 8 | 18 | 30 | 5 | 48 | 17 | 24 |
| 19 | 8 | 46 | 11 | 46 | 7 | 38 | 22 |
| 20 | 9 | 13 | 53 | 26 | 26 | 59 | 20 |
| 21 | 9 | 41 | 35 | 6 | 46 | 20 | 18 |
| 22 | 10 | 9 | 16 | 47 | 5 | 41 | 16 |
| 23 | 10 | 46 | 58 | 27 | 25 | 2 | 14 |
| 24 | 11 | 4 | 40 | 7 | 44 | 23 | 12 |
| 25 | 11 | 32 | 21 | 48 | 3 | 44 | 10 |
| 26 | 12 | 0 | 3 | 28 | 23 | 5 | 8 |
| 27 | 12 | 27 | 45 | 8 | 42 | 26 | 6 |
| 28 | 12 | 55 | 26 | 49 | 1 | 47 | 4 |
| 29 | 13 | 23 | 8 | 29 | 21 | 8 | 2 |
| 30 | 13 | 50 | 50 | 9 | 40 | 29 | 0 |
| 60 | 27 | 41 | 40 | 19 | 20 | 58 | 0 |
| 90 | 41 | 32 | 30 | 29 | 1 | 27 | 0 |
| 120 | 55 | 23 | 20 | 38 | 41 | 56 | 0 |
| 150 | 69 | 14 | 10 | 48 | 22 | 25 | 0 |
| 180 | 83 | 5 | 0 | 58 | 2 | 54 | 0 |
| 210 | 96 | 55 | 51 | 7 | 43 | 23 | 0 |
| 240 | 110 | 46 | 41 | 17 | 23 | 52 | 0 |
| 270 | 124 | 37 | 31 | 27 | 4 | 21 | 0 |
| 300 | 138 | 28 | 21 | 36 | 44 | 50 | 0 |
| 330 | 152 | 19 | 11 | 46 | 25 | 19 | 0 |
| 360 | 166 | 10 | 1 | 56 | 5 | 48 | 0 |

| ans. | deg. | ① | ② | ③ | ④ | ⑤ | ⑥ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 168 | 28 | 30 | 17 | 42 | 32 | 50 |
| 2 | 336 | 57 | 0 | 35 | 25 | 5 | 40 |
| 3 | 145 | 25 | 30 | 53 | 7 | 38 | 30 |
| 4 | 313 | 54 | 1 | 10 | 50 | 11 | 20 |
| 5 | 122 | 22 | 31 | 28 | 32 | 44 | 10 |
| 6 | 290 | 51 | 1 | 46 | 15 | 17 | 0 |
| 7 | 99 | 19 | 32 | 3 | 57 | 49 | 50 |
| 8 | 267 | 48 | 2 | 21 | 40 | 22 | 40 |
| 9 | 76 | 16 | 32 | 39 | 22 | 55 | 30 |
| 10 | 244 | 45 | 2 | 57 | 5 | 28 | 20 |
| 11 | 53 | 13 | 33 | 14 | 48 | 1 | 10 |
| 12 | 221 | 42 | 3 | 32 | 30 | 34 | 0 |
| 13 | 30 | 10 | 33 | 50 | 13 | 6 | 50 |
| 14 | 198 | 39 | 4 | 7 | 55 | 39 | 40 |
| 15 | 7 | 7 | 34 | 25 | 38 | 12 | 30 |
| 16 | 175 | 36 | 4 | 43 | 20 | 45 | 20 |
| 17 | 344 | 4 | 35 | 1 | 3 | 18 | 10 |
| 18 | 152 | 33 | 5 | 18 | 45 | 51 | 0 |
| 36 | 305 | 6 | 10 | 37 | 31 | 42 | 0 |
| 54 | 97 | 39 | 15 | 56 | 17 | 33 | 0 |
| 72 | 250 | 12 | 21 | 15 | 3 | 24 | 0 |
| 90 | 42 | 45 | 26 | 33 | 49 | 15 | 0 |
| 108 | 195 | 18 | 31 | 52 | 35 | 6 | 0 |
| 126 | 347 | 51 | 37 | 11 | 20 | 57 | 0 |
| 144 | 140 | 24 | 42 | 30 | 6 | 48 | 0 |
| 162 | 292 | 57 | 47 | 48 | 52 | 39 | 0 |
| 180 | 85 | 30 | 53 | 7 | 38 | 30 | 0 |
| 198 | 238 | 3 | 58 | 26 | 24 | 21 | 0 |
| 216 | 30 | 37 | 3 | 45 | 10 | 12 | 0 |
| 234 | 183 | 10 | 9 | 3 | 56 | 3 | 0 |
| 252 | 335 | 43 | 14 | 22 | 41 | 54 | 0 |
| 270 | 128 | 16 | 19 | 41 | 27 | 45 | 0 |
| 288 | 280 | 49 | 25 | 0 | 13 | 36 | 0 |
| 306 | 73 | 22 | 30 | 18 | 59 | 27 | 0 |
| 324 | 225 | 55 | 35 | 37 | 45 | 18 | 0 |
| 342 | 18 | 28 | 40 | 56 | 31 | 9 | 0 |
| 360 | 171 | 1 | 46 | 15 | 17 | 0 | 0 |
| 378 | 323 | 34 | 51 | 34 | 2 | 51 | 0 |
| 396 | 116 | 7 | 56 | 52 | 48 | 42 | 0 |
| 414 | 268 | 41 | 2 | 11 | 34 | 33 | 0 |
| 432 | 61 | 14 | 7 | 30 | 20 | 24 | 0 |
| 450 | 213 | 47 | 12 | 49 | 6 | 15 | 0 |
| 468 | 6 | 20 | 18 | 7 | 52 | 6 | 0 |
| 486 | 158 | 53 | 23 | 26 | 37 | 57 | 0 |
| 504 | 311 | 26 | 28 | 45 | 23 | 48 | 0 |
| 522 | 103 | 59 | 34 | 4 | 9 | 39 | 0 |
| 540 | 356 | 32 | 39 | 22 | 55 | 30 | 0 |
| 558 | 49 | 5 | 44 | 41 | 41 | 21 | 0 |
| 576 | 201 | 38 | 50 | 0 | 27 | 12 | 0 |
| 594 | 354 | 11 | 55 | 19 | 13 | 3 | 0 |
| 612 | 146 | 45 | 0 | 37 | 58 | 54 | 0 |
| 630 | 299 | 18 | 5 | 56 | 44 | 45 | 0 |
| 648 | 91 | 51 | 11 | 15 | 30 | 36 | 0 |
| 666 | 244 | 24 | 16 | 34 | 16 | 27 | 0 |
| 684 | 36 | 57 | 21 | 53 | 2 | 18 | 0 |
| 702 | 189 | 30 | 27 | 11 | 48 | 9 | 0 |
| 720 | 342 | 3 | 32 | 30 | 34 | 0 | 0 |
| 738 | 134 | 36 | 37 | 49 | 19 | 51 | 0 |
| 756 | 287 | 9 | 43 | 8 | 5 | 42 | 0 |
| 774 | 79 | 42 | 48 | 26 | 51 | 33 | 0 |
| 792 | 232 | 15 | 53 | 45 | 37 | 24 | 0 |
| 810 | 24 | 48 | 59 | 4 | 23 | 15 | 0 |

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

*Concluſion.* Nous avons donc trouvé le cours de Mars en ſon epicycle ſur un temps donné, par les Ephemerides obſervees, ſelon le requis.

### Proposition XXXIV.

*TRouver le mouvement de l'apogée du deferant de Mars par les Ephemerides obſervées.*

Veu que les Ephemerides de *Stadius* (leſquelles nous poſons eſtre obſervées, comme a eſté dit en la 1 propoſition) ſont trop courtes pour trouver comme il faut le requis, je prendray en ayde les obſervations de *Ptolemée*, lequel au 7 chapitre de ſon 10 livre a trouvé l'apogée du deferant de Mars au 115 deg. 30 ☊: Mais il eſt trouvé icy en la 31 propoſition au 141 deg. 42 ☊, qui avance ſur l'autre poinct de 26 deg. 12 ☊, & ce en 1450 ans environ: Par lequel on pourra avoir le cours de l'apogée en temps propoſé: Comme ſi l'on propoſoit tel temps eſtre 1 an, je dirois 1450 ans donnent 26 deg. 12 ☊, combien 1 an? vient 1 ☊ 5 ☋.

*Concluſion.* Nous avons donc trouvé le cours de l'apogée de Mars par les Ephemerides obſervées, ſelon le requis.

### Proposition XXXV.

*TRouver le cours du centre de l'epicycle de Mars par les Ephemerides obſervées.*

Le cours de l'apogée du deferant de Mars eſt trouvé eſtre en un an par la 34 propoſition — 1 ☊, 5 ☋.

Lequel oſté du moyen mouvement de Mars, auſſi ſur un an Egyptien, faiſant par la 32 propoſition — 191 deg. 17 ☊.

Reſte pour le requis, qui eſt le cours du centre de l'epicycle d'iceluy en un an Egyptien, — 191 deg. 16 ☊.

Et eſt manifeſte qu'ainſi ſe trouvera le cours en tout temps propoſé.

*Concluſion.* Nous avons donc trouvé le cours du centre de l'epicycle de Mars par les Ephemerides obſervées, ſelon le deſſein.

## SIXIESME DISTINCTION DV PREMIER LIVRE,

### De l'invention du cours de Venus par les Ephemerides obſervées.

### Definition.

*VEnus, & Mercure ſont dits matutins, lors qu'ils ſont levez devant le Soleil: & veſpertins, lors qu'ils ſe vont coucher apres le Soleil.*

Car Venus & Mercure demeurent touſiours à l'entour du Soleil: tellement qu'on ne les voit qu'aucuneſfois au matin, & aucunesfois au ſoir, comme il ſera dit en la ſuivante 36 propoſition, d'où vient que les noms de matutins & veſpertins leur ont eſté impoſez: Et pour plus ample declaration, eſt à ſçavoir qu'eſtant plus avancez au zodiaque que le Soleil, ils ſont veſpertins, & au contraire matutins pour raiſons manifeſtes.

### Proposition XXXVI.

*DEclarer comment on remarque en gros le temps periodique de Venus avec ſes retrogradations, & ſtations: auſſi qu'elle circuit un epicycle.*

Le deſſein eſtant de recercher la qualité du cours de Venus par les Ephemerides obſervées (au lieu deſquelles nous prenons les Ephemerides calculées de *Stadius* pour les raiſons deduites en la 1 propoſition) j'ay eſgard à la 6 colomne, qui eſt celle de Venus, & remarque que jamais elle ne vient en oppoſition du Soleil, comme les 4 precedentes planetes font, mais demeure touſiours és environs du Soleil, tantoſt devant, tantoſt derriere. Comme par exemple, en l'an 1554 le 21 Decembre, je trouve ſa majeure elongation veſpertine de 47 degr. 29 ☊, apres quoy elle commence à approcher le Soleil de plus en plus, juſques à ce qu'on la perde de veuë: Puis ayant eſté en conjonction, ſa longitude apparante devient moindre que celle du Soleil, tellement qu'elle commence à luire le matin, s'eſloignant du Soleil juſqu'au 19 May 1555, & eſtant venuë en ſon eſloignement extreme, aſſavoir 45 deg. 46 ☊, de là en avant s'approche du Soleil. Or de la ſuſdite elongation extreme veſpertine, juſques à la matutine y a 5 mois, & ceſte matutine à la premiere ſuivante eſlongation veſpertine, qui advient au 28 Juillet 1556, y a un an & un peu plus que 2 mois: & ainſi ſe trouvent les meſmes intervalles de temps en temps, puis apres.

Venus donc eſtant touſiours és environs du Soleil, tantoſt devant, tantoſt derriere, auſſi retrogradant, & eſtant quant & quant ſtationaire, ſemble à bon droit qu'elle circuiſe un epicycle, dont le centre eſt environ le Soleil, d'où l'on peut conclurre que le cours du centre de l'epicycle, eſt le meſme que celuy du Soleil: qui eſt journellement 59 ☊. 8. 17. 13. 12. 31, comme en la troiſieſme propoſition, & partant la table du cours du Soleil ſervira auſſi pour Venus, toutesfois elle eſt encor eſcrite particulierement joignant la deſcription d'icelle par aucuns, afin que tout ſoit par ordre, comme nous ferons auſſi icy.

TABLE

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

TABLE DU MOYEN MOUVEMENT DE VENUS.

| heur. | deg. | ① | ② | ③ | ④ | ⑤ | ⑥ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 0 | 2 | 27 | 50 | 43 | 3 | 1 |
| 2 | 0 | 4 | 55 | 41 | 26 | 6 | 2 |
| 3 | 0 | 7 | 23 | 32 | 9 | 9 | 3 |
| 4 | 0 | 9 | 51 | 22 | 52 | 12 | 5 |
| 5 | 0 | 12 | 19 | 13 | 35 | 15 | 6 |
| 6 | 0 | 14 | 47 | 4 | 18 | 18 | 7 |
| 7 | 0 | 17 | 14 | 55 | 1 | 21 | 9 |
| 8 | 0 | 19 | 42 | 45 | 44 | 24 | 10 |
| 9 | 0 | 22 | 10 | 36 | 27 | 27 | 11 |
| 10 | 0 | 24 | 38 | 27 | 10 | 30 | 12 |
| 11 | 0 | 27 | 6 | 17 | 53 | 33 | 14 |
| 12 | 0 | 29 | 34 | 8 | 36 | 36 | 15 |
| 13 | 0 | 32 | 1 | 59 | 19 | 39 | 16 |
| 14 | 0 | 34 | 29 | 50 | 2 | 42 | 18 |
| 15 | 0 | 36 | 57 | 40 | 45 | 45 | 19 |
| 16 | 0 | 39 | 25 | 31 | 28 | 48 | 20 |
| 17 | 0 | 41 | 53 | 22 | 11 | 51 | 21 |
| 18 | 0 | 44 | 21 | 12 | 54 | 54 | 23 |
| 19 | 0 | 46 | 49 | 3 | 37 | 57 | 24 |
| 20 | 0 | 49 | 16 | 54 | 21 | 0 | 25 |
| 21 | 0 | 51 | 44 | 45 | 4 | 3 | 27 |
| 22 | 0 | 54 | 12 | 35 | 47 | 6 | 28 |
| 23 | 0 | 56 | 40 | 26 | 50 | 9 | 29 |
| jours | | | | | | | |
| 1 | 0 | 59 | 8 | 17 | 13 | 12 | 31 |
| 2 | 1 | 58 | 16 | 34 | 26 | 25 | 2 |
| 3 | 2 | 57 | 24 | 51 | 39 | 37 | 33 |
| 4 | 3 | 56 | 33 | 8 | 52 | 50 | 4 |
| 5 | 4 | 55 | 41 | 26 | 6 | 2 | 35 |
| 6 | 5 | 54 | 49 | 43 | 19 | 15 | 6 |
| 7 | 6 | 53 | 58 | 0 | 32 | 27 | 37 |
| 8 | 7 | 53 | 6 | 17 | 45 | 40 | 8 |
| 9 | 8 | 52 | 14 | 34 | 58 | 52 | 39 |
| 10 | 9 | 51 | 22 | 52 | 12 | 5 | 10 |
| 11 | 10 | 50 | 31 | 9 | 25 | 17 | 41 |
| 12 | 11 | 49 | 39 | 26 | 38 | 30 | 12 |
| 13 | 12 | 48 | 47 | 43 | 51 | 42 | 43 |
| 14 | 13 | 47 | 56 | 1 | 4 | 55 | 14 |
| 15 | 14 | 47 | 4 | 18 | 18 | 7 | 45 |
| 16 | 15 | 46 | 12 | 35 | 31 | 20 | 16 |
| 17 | 16 | 45 | 20 | 52 | 44 | 32 | 47 |
| 18 | 17 | 44 | 29 | 9 | 57 | 45 | 18 |
| 19 | 18 | 43 | 37 | 27 | 10 | 57 | 49 |
| 20 | 19 | 42 | 45 | 44 | 24 | 10 | 20 |
| 21 | 20 | 41 | 54 | 1 | 37 | 22 | 51 |
| 22 | 21 | 41 | 2 | 18 | 50 | 35 | 22 |
| 23 | 22 | 40 | 10 | 36 | 3 | 47 | 53 |
| 24 | 23 | 39 | 18 | 53 | 17 | 0 | 24 |
| 25 | 24 | 38 | 27 | 10 | 30 | 12 | 55 |
| 26 | 25 | 37 | 35 | 27 | 43 | 25 | 26 |
| 27 | 26 | 36 | 43 | 44 | 56 | 37 | 57 |
| 28 | 27 | 35 | 52 | 2 | 9 | 50 | 28 |
| 29 | 28 | 35 | 0 | 19 | 23 | 2 | 59 |
| 30 | 29 | 34 | 8 | 36 | 36 | 15 | 30 |
| 60 | 58 | 8 | 17 | 13 | 12 | 31 | 0 |
| 90 | 88 | 42 | 25 | 49 | 48 | 46 | 30 |
| 120 | 118 | 16 | 34 | 26 | 25 | 2 | 0 |
| 150 | 147 | 50 | 43 | 3 | 1 | 17 | 30 |
| 180 | 177 | 24 | 51 | 39 | 37 | 33 | 0 |
| 210 | 206 | 59 | 0 | 16 | 13 | 48 | 30 |
| 240 | 236 | 33 | 8 | 52 | 50 | 4 | 0 |
| 270 | 266 | 7 | 17 | 29 | 26 | 19 | 30 |
| 300 | 295 | 41 | 26 | 6 | 2 | 35 | 0 |
| 330 | 325 | 15 | 34 | 42 | 38 | 50 | 30 |
| 360 | 354 | 49 | 43 | 19 | 15 | 6 | 0 |

| ans. | deg. | ① | ② | ③ | ④ | ⑤ | ⑥ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 359 | 45 | 24 | 45 | 21 | 8 | 25 |
| 2 | 359 | 30 | 49 | 30 | 42 | 17 | 10 |
| 3 | 359 | 16 | 14 | 16 | 3 | 25 | 45 |
| 4 | 359 | 1 | 39 | 1 | 24 | 34 | 0 |
| 5 | 358 | 47 | 3 | 46 | 45 | 42 | 35 |
| 6 | 358 | 32 | 28 | 32 | 6 | 51 | 30 |
| 7 | 358 | 17 | 53 | 17 | 28 | 0 | 5 |
| 8 | 358 | 3 | 18 | 2 | 49 | 8 | 40 |
| 9 | 357 | 48 | 42 | 48 | 10 | 17 | 15 |
| 10 | 357 | 34 | 7 | 33 | 31 | 25 | 50 |
| 11 | 357 | 19 | 32 | 18 | 52 | 34 | 25 |
| 12 | 357 | 4 | 57 | 4 | 13 | 43 | 0 |
| 13 | 356 | 50 | 21 | 49 | 34 | 1 | 35 |
| 14 | 356 | 35 | 46 | 34 | 56 | 0 | 10 |
| 15 | 356 | 21 | 11 | 20 | 17 | 8 | 45 |
| 16 | 356 | 6 | 36 | 5 | 38 | 17 | 20 |
| 17 | 355 | 52 | 0 | 50 | 59 | 25 | 55 |
| 18 | 355 | 37 | 25 | 36 | 20 | 34 | 30 |
| 36 | 351 | 14 | 51 | 12 | 41 | 9 | 0 |
| 54 | 346 | 52 | 16 | 49 | 1 | 43 | 30 |
| 72 | 342 | 29 | 42 | 25 | 22 | 18 | 0 |
| 90 | 338 | 7 | 8 | 1 | 42 | 52 | 30 |
| 108 | 333 | 44 | 33 | 38 | 3 | 27 | 0 |
| 126 | 329 | 21 | 59 | 14 | 24 | 1 | 30 |
| 144 | 324 | 59 | 24 | 50 | 44 | 36 | 0 |
| 162 | 320 | 36 | 50 | 27 | 5 | 10 | 30 |
| 180 | 316 | 14 | 16 | 3 | 25 | 45 | 0 |
| 198 | 311 | 51 | 41 | 39 | 46 | 19 | 30 |
| 216 | 307 | 29 | 7 | 16 | 6 | 54 | 0 |
| 234 | 303 | 6 | 32 | 52 | 27 | 28 | 30 |
| 252 | 298 | 43 | 58 | 28 | 48 | 3 | 0 |
| 270 | 294 | 21 | 24 | 5 | 8 | 37 | 30 |
| 288 | 289 | 58 | 49 | 41 | 29 | 12 | 0 |
| 306 | 285 | 36 | 15 | 17 | 49 | 46 | 30 |
| 324 | 281 | 13 | 40 | 45 | 10 | 21 | 0 |
| 342 | 276 | 51 | 6 | 30 | 30 | 55 | 30 |
| 360 | 272 | 28 | 32 | 6 | 51 | 30 | 0 |
| 378 | 268 | 5 | 57 | 43 | 12 | 4 | 30 |
| 396 | 264 | 43 | 23 | 19 | 32 | 39 | 0 |
| 414 | 259 | 20 | 48 | 55 | 53 | 13 | 30 |
| 432 | 254 | 58 | 14 | 32 | 13 | 48 | 0 |
| 450 | 250 | 35 | 40 | 8 | 34 | 22 | 30 |
| 468 | 246 | 13 | 5 | 44 | 54 | 57 | 0 |
| 486 | 241 | 50 | 31 | 21 | 15 | 31 | 30 |
| 504 | 237 | 27 | 56 | 57 | 36 | 6 | 0 |
| 522 | 233 | 5 | 22 | 33 | 56 | 40 | 30 |
| 540 | 228 | 42 | 48 | 10 | 17 | 15 | 0 |
| 558 | 224 | 20 | 13 | 46 | 37 | 49 | 30 |
| 576 | 219 | 57 | 39 | 22 | 58 | 24 | 0 |
| 594 | 215 | 35 | 4 | 59 | 18 | 58 | 30 |
| 612 | 211 | 12 | 30 | 35 | 39 | 33 | 0 |
| 630 | 206 | 49 | 56 | 12 | 0 | 7 | 30 |
| 648 | 202 | 27 | 21 | 48 | 20 | 42 | 0 |
| 666 | 198 | 4 | 47 | 24 | 41 | 16 | 30 |
| 684 | 193 | 42 | 13 | 1 | 1 | 51 | 0 |
| 702 | 189 | 19 | 38 | 37 | 22 | 25 | 30 |
| 720 | 184 | 57 | 4 | 13 | 42 | 50 | 0 |
| 738 | 180 | 34 | 29 | 50 | 3 | 34 | 30 |
| 756 | 176 | 11 | 55 | 26 | 24 | 9 | 0 |
| 774 | 171 | 49 | 21 | 2 | 44 | 43 | 30 |
| 792 | 167 | 26 | 46 | 59 | 5 | 18 | 0 |
| 810 | 163 | 4 | 12 | 15 | 25 | 52 | 30 |

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

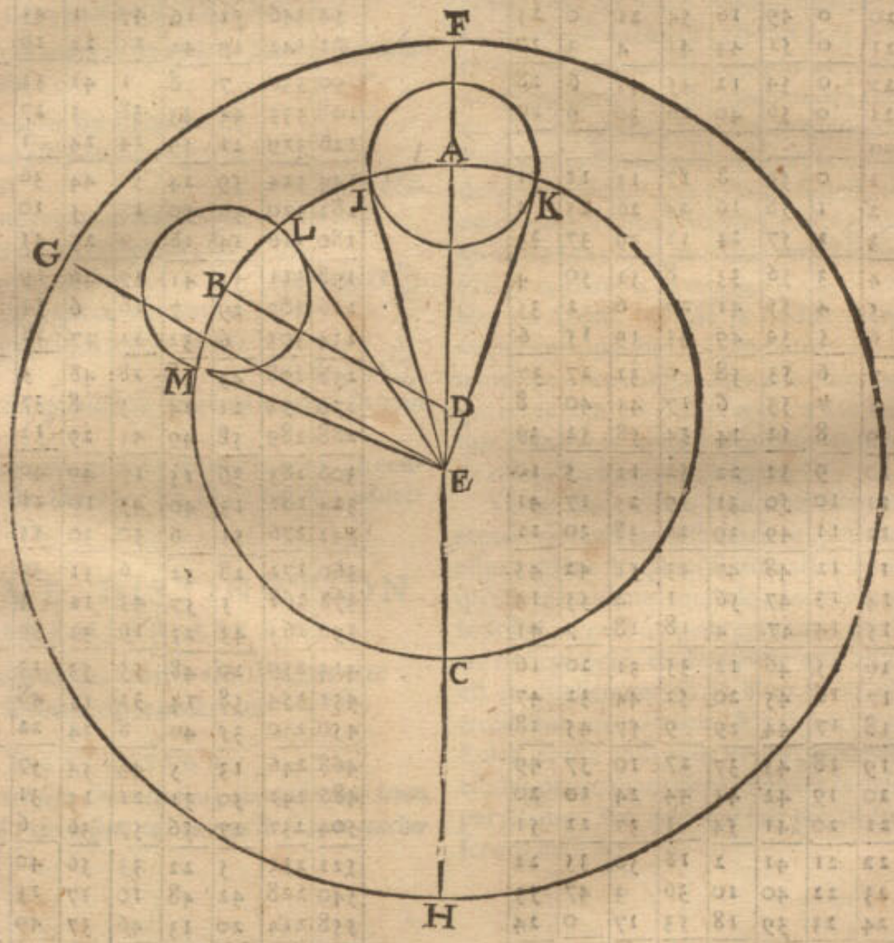
Notez auſſi que Venus fait deux conjonctions avec le Soleil à chacun circuit, (differant en cela d'avec les autres planetes) l'une au milieu de ſon cours plus viſte, l'autre environ le milieu de ſa retrogradation, & ainſi conſequemment : Comme par exemple, en la conjonction (poſant qu'on l'euſt peu voir alors) du 18 May 1554 elle faiſoit ce jour-là 1 deg. 14 ☉ ; mais en la ſuivante conjonction du 7 Mars 1555, elle eſtoit environ le milieu de ſa retrogradation, qui dura depuis le 14 Fevrier juſques au 29 Mars, dont le milieu advient au ſuſdit 7 Mars.

*Concluſion.* Nous avons donc declaré comment on peut remarquer en gros le temps periodique de Venus, & qu'elle eſt ſtationaire & retrograde : auſſi qu'elle circuit un epicycle, ſelon le requis.

## PROPOSITION XXXVII.

*DEclarer la qualité de l'extreme elongation de Venus, du Soleil moyen.*

Veu que Venus n'eſt jamais en oppoſition avec le Soleil, par la 36 propoſition, on ne pourra pas ſe ſervir d'oppoſitions d'icelle, comme on a fait avec les autres planetes precedentes. Secondement, combien que ſes conjonctions ſoyent en ces Ephemerides, neantmoins il faut confeſſer que les Ephemerides obſervées ne les peuvent avoir, d'autant qu'on ne voit pas Venus : tellement qu'en ces rudimens il faudra poſer que telles conjonctions ne ſont pas eſcrites és Ephemerides. Et pour ſubvenir à tel defaut, on s'aidera icy des elongations extremes de Venus au Soleil moyen, dont la qualité ayant beſoing de declaration, j'ay mis ceſte propoſition icy pour ce ſubject. Soit donc A B C deferant, D ſon centre, la terre E ſur laquelle, comme centre, eſt deſcrit l'ecliptique FGH, puis A apogée, & F apogée apparant, C perigée, H perigée apparant, & ſur A, comme centre, ſoit fait l'epicycle I K, & auſſi ſur B l'epicycle L M, & menée D B, à laquelle ſoit parallele E G, puis les 4 touchantes d'epicycles E I, E K, E L, E M és poincts I, K, L, M, comme les eſlongations extremes de Venus, du Soleil moyen. Ce qu'eſtant ainſi, & l'epicycle ayant premierement eſté en A, & le Soleil moyen en F, on voit que l'extreme eſlongation veſpertine de Venus




en I, du Soleil moyen en F, aſſavoir l'angle F E I egal à l'angle F E K ; & ce d'autant que le centre d'epicycle A eſt à l'apogée du deferant : on voit que le meſme doit advenir au perigée C, aſſavoir angles egaux. Mais le centre d'epicycle eſtant en autre lieu qu'en A ou C, comme en B, alors la matutine eſlongation extreme G E L ſera majeure à la veſpertine G E M : D'avantage, comme la matutine eſt la majeure au premier demicercle A B C, ainſi les veſpertines ſeront majeures aux matutines au deuxieſme demicercle A C.

*Concluſion.* Nous avons donc declaré les qualitez des eſlongations extremes de Venus au Soleil moyen, ſelon le requis.

## PROPOSITION XXXVIII.

*TRouver la diſtance de Venus au Soleil moyen, en ſes eſlongations extremes, par les Ephemerides obſervées.*

Soit qu'on commence à cercher le requis au 1 Fevrier 1554, trouvant Venus ſous le 295 deg. 33 ☉, & le vray Soleil ſous le 322 degr. 2 ☉, dont la difference eſt de 26 deg. 29 ☉ pour l'eſlongation matutine de Venus audit jour, mais d'autant qu'elle n'eſt pas la plus grande, je cerche plus avant dans Mars ou Avril, où elle diminue journellement juſques en May, puis elle augmente juſques au 20 Decembre, où elle eſt eſloignée de 47 deg. 29 ☉, comme auſſi ſur le 21 & 22, deſquels trois jours le 21

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

le 21 estant au milieu, je dis que le 21 Decemb. 1554 Venus estoit en son extreme eslongation du vray Soleil, & vespertine, d'autant que sa longitude apparante estoit alors d'avantage que celle du Soleil.

---

ALB. GIRARD.

*Pour recercher és Ephemerides observées les eslongations extremes de Venus, ou de Mercure, il ne faut que cercher où est-ce que leur mouvement apparant est egal à l'apparant du Soleil, ce qui advient assez pres des stations, assavoir apres le commencement de la direction, ou devant le commencement de la retrogradation. Tellement que les eslongations extremes ne sont pas és stations, assavoir aux commencemens des directions ou retrogradations; car au mouvement de Venus il y a environ 52 jours plus ou moins, qui est la septieme partie d'un an.*

Cela estant calculé avec le vray Soleil, il en faut faire maintenant de mesme avec le Soleil moyen, je dis donc à ceste fin;

L'apogée du deferant du Soleil est, par la 4 proposition, au 94 deg. 24 ☉

Là mesme estoit le Soleil en ceste année 1554 le 17 Juin, duquel jusqu'au 21 Decembre y a 187 jours, cependant le moyen Soleil a couru 185 deg. 18 ☉

Lesquels adjoustez à 94 deg. 24 ☉ vient 279 deg. 42 ☉.

Pour cognoistre maintenant, quand c'est que Venus estoit la plus esloignée du Soleil moyen, je fais une table, & à ceste fin j'adjouste le cours du moyen Soleil en un jour, qui est de 59 ☉, 8 ☌, vient 280 deg. 41 ☉ pour le lieu du Soleil moyen, le 22 Decembre: & ainsi poursuivant 5 ou 6 jours en avant, ou autant qu'on trouvera estre necessaire: les disposant par ordre, y joignant les lieux de Venus, comme s'ensuit,

| *Decembre* | *Soleil moyen* | *Venus* |
|---|---|---|
| 21. | 279 deg. 42 | 326 deg. 37 |
| 22. | 280 deg. 41 | 327 deg. 38 |
| 23. | 281 deg. 40 | 328 deg. 38 |
| 24. | 282 deg. 39 | 329 deg. 39 |
| 25. | 283 deg. 39 | 330 deg. 39 |
| 26. | 284 deg. 38 | 331 deg. 39 |
| 27. | 285 deg. 37 | 332 deg. 39 |
| 28. | 286 deg. 36 | 333 deg. 40 |
| 29. | 287 deg. 35 | 334 deg. 40 |
| 30. | 288 deg. 34 | 335 deg. 40 |
| 31. | 289 deg. 33 | 336 deg. 40 |
| *Janvier* | | |
| 1. | 290 deg. 32 | 337 deg. 40 |
| 2. | 291 deg. 31 | 338 deg. 36 |
| 3. | 292 deg. 31 | 339 deg. 32 |

Ce que dessus sert comme d'une Ephemeride, & cerchant la plus grande eslongation, je la trouve estre au 1 Janvier 1555, pour la requise, de 47 deg. 8 ☉, Venus vespertine estant au 337 deg. 40 ☉.

*Conclusion.* Nous avons donc trouvé la distance de Venus au Soleil moyen en ses eslongations extremes par les Ephem. observées, selon le requis.

COROLLAIRE.

Il est evident comment par le precedent se dressera une table des eslongations extremes de Venus, tant matutines, que vespertines du moyen Soleil, autant qu'il s'en trouvera és Ephem. afin de s'en servir és operations qui se rencontrent, comme on voit en partie cy-dessous, & premierement du vray Soleil.

| Ans | Extremes eslongations matut. de Venus & du vray Soleil. |
|---|---|
| 1555. 19 May. | 45 deg. 46 |
| 1556. 18 Decemb. | 45 deg. 59 |
| 1558. 23 Juillet. | 46 deg. 18 |
| 1560. 26 Feb. | 46 deg. 4 |
| 1561. 2 Octob. | 46 deg. 18 |
| 1563. 15 May. | 45 deg. 38 |
| 1564. 15 Decemb. | 46 deg. 3 |
| 1566. 21 Juillet. | 42 deg. 2 |
| 1568. 1 Mars. | 45 deg. 43 |
| 1569. 30 Sept. | 46 deg. 19 |
| 1571. 9 May. | 45 deg. 46 |
| 1572. 13 Decemb. | 46 deg. 7 |
| 1574. 21 Juillet. | 46 deg. 8 |
| 1576. 27 Feb. | 45 deg. 40 |
| 1577. 27 Feb. | 46 deg. 15 |

| Ans | Extremes eslongations vespertin. de Venus & du vray Soleil. |
|---|---|
| 1554. 21 Decemb. | 47 deg. 29 |
| 1556. 28 Juillet. | 45 deg. 1 |
| 1558. 1 Mars. | 45 deg. 59 |
| 1559. 4 Octob. | 47 deg. 6 |
| 1561. 13 May. | 44 deg. 53 |
| 1562. 20 Decemb. | 47 deg. 32 |
| 1564. 26 Juillet. | 44 deg. 42 |
| 1566. 1 Mars. | 46 deg. 5 |
| 1594. 14 Decemb. | 46 deg. 51 |
| 1602. 3 Decemb. | 47 deg. 4 |

Ces eslongations extremes de Venus & du vray Soleil estant ainsi posées, je cerche (selon la doctrine de ceste proposition) par chacune d'icelles les extremes eslongations du moyen Soleil, lesquelles puis apres je reduis en ordre comme cy-dessous.

TABLE DES EXTREMES ESLONGATIONS de Venus & du Soleil moyen.

| Ans | Extremes eslongations de Venus matut. & du Soleil moyen. |
|---|---|
| 1555. 24 May. | 44 deg. 33 |
| 1556. 15 Decemb. | 46 deg. 20 |
| 1558. 25 Juillet. | 46 deg. 56 |
| 1560. 28 Feb. | 44 deg. 8 |
| 1561. 2 Octob. | 48 deg. 28 |
| 1563. 20 May. | 44 deg. 21 |
| 1564. 7 Decemb. | 46 deg. 30 |
| 1566. 23 Juill. | 46 deg. 39 |
| 1568. 1 Mars. | 43 deg. 48 |
| 1569. 30 Septemb. | 48 deg. 26 |
| 1571. 15 May. | 43 deg. 48 |
| 1572. 12 Decemb. | 45 deg. 27 |
| 1574. 24 Juill. | 46 deg. 36 |
| 1576. 25 Feb. | 43 deg. 47 |
| 1577. 27 Sept. | 48 deg. 24 |

| Ans | Extremes eslongations de Venus vespertine & du Soleil moyen. |
|---|---|
| 1555. 1 Janv. | 47 deg. 8 |
| 1556. 27 Juill. | 43 deg. 49 |
| 1558. 2 Mars. | 47 deg. 26 |
| 1559. 4 Octob. | 45 deg. 24 |
| 1561. 12 May. | 45 deg. 47 |
| 1562. 22 Decemb. | 46 deg. 58 |
| 1564. 23 Juill. | 43 deg. 37 |
| 1566. 1 Mars. | 47 deg. 28 |
| 1594. 17 Decemb. | 46 deg. 53 |
| 1602. 12 Decemb. | 47 deg. 17 |

PRO-

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

## Proposition XXXIX.

*Declarer comment on remarque que le deferant de Venus est excentrique, par les Ephemerides observées.*

Si les eſlongations extremes de Venus & du Soleil moyen, eſtoyent trouvées egales par tout, ce ſeroit un ſigne, que le deferant ſeroit concentrique, & par conſequent nul apogée ou perigée: mais le contraire venant, comme il appert par le coroll. de la 38 prop. où les eſlongations extremes aſſemblées, & tirées des Ephem. ſont fort diverſes.

*Concluſion.* Nous avons donc declaré comment, &c.

## Proposition XL.

*Trouver la longitude apparante de l'apogée & perigée du deferant de Venus, par les Ephem. obſervées.*

On verra au corollaire de la 38 prop. les extremes eſlongations, où il y en a 2 egales, l'une matutine, l'autre veſpertine; & que le Soleil moyen ayt eſté en un meſme poinct de l'Ecliptique: Alors le lieu du Soleil moyen ſera l'apogée ou le perigée apparant. Puis cerchant encor deux autres egales eſlongations, l'une matutine, l'autre veſpertine, où le Soleil moyen ayt eſté en un meſme poinct, oppoſite au precedent; & l'ayant trouvé, le lieu du Soleil moyen ſera l'apogée ou perigée apparant, aſſavoir l'apogée, ſi les deux derniers angles d'eſlongations ſont moindres, que la premiere pair; mais le perigée, s'ils ſont plus grands.

Je donnerois exemple de ce qui a eſté dit juſqu'icy, cerchant en la table du corollaire de la 38 propoſition, deux eſlongations egales & diverſes, ayant eſté le Soleil moyen en un meſme poinct: Mais n'y en ayant pas aſſez pour en dõner exemple, & n'ayant pas le loiſir d'en eſcrire davantage, je le laiſſeray, puis qu'il ſuffit que la choſe eſt aſſez bien donnée à cognoiſtre, & que la fin principale de cecy n'eſt pas de trouver les lieux des Planetes avec grande exactitude, comme a eſté dit autre part, mais ſeulement pour declarer la regle generale comment on feroit, ſi ayant aſſez d'Ephemerides obſervées, au lieu des anciennes perdues, pour remettre la ſcience ſur pied. Mais d'autant qu'on pourroit avoir le requis encor autrement, ſi l'on pouvoit voir Venus en conjonction avec le Soleil, comme *Averroïs* dit avoir veu Mercure (par laquelle on en pourroit avoir plus de certitude, ſi les hommes pouvoyent parvenir en un tel pouvoir de regarder les aſtres, comme il ſemble avoir eſté autrefois chez ceux, deſquels eſt venu ce mot de *ſterooging*, qui ſignifie une grande acuité de veuë en l'obſervation des aſtres) & par telles obſervations ayant redigé par eſcrit les conjonctions de Venus & du Soleil moyen, on pourroit par autre voye que la precedente, trouver l'apogée & perigée de Venus, aſſavoir, comme a eſté fait, avec les autres Planetes: Comme par exemple, prenant que les conjonctions de Venus & du Soleil és Ephemerides de *Stadius* ayent eſté obſervées: & cerchant une telle conjonction qu'en chaque deux temps egaux l'un devant, l'autre apres, il y ait deux eſlongations du Soleil egales & diverſes, aſſavoir l'une matutine, l'autre veſpertine (car ce ſeroit un argument que telle conjonction ſeroit environ l'apogée ou perigée du deferant, comme il a eſté dit ſemblablement & plus clairement en la 17 propoſ. touchant Saturne) je la trouve aſſez pres du 4 Decembre 1603 au 262 deg. car un an auparavant, aſſavoir au 4 Decembre 1602, ſon eſlongation veſpertine eſtoit 48 deg. 2 ①; Et un an apres, aſſavoir le 3 Decembre 1604, la matutine eſtoit de 46 deg. 53 ①, qui ne different que de 1 deg. 9 ① ſeulement. Et faiſant de meſme à deux ans devant & apres, on trouve la matutine ſur le 4 Decemb. 1601 de 36 deg. 9 ①, & la veſpertine ſur le 3 Decembre de 36 deg. 12 ①, differant ſeulement de 3 ①: faiſant auſſi de meſme à 3 ans devant & apres, on trouve ſeulement difference de 1 deg. 3 ①: veu donc que le perigée a eſté trouvé comme devant au 262 deg. ſon poinct oppoſite ſeroit au 82 deg. Mais cecy eſt fait avec le vray Soleil par exemple, ce qui devroit eſtre fait avec le Soleil moyen: Ce que faiſant l'apogée devroit eſtre trouvé au 76 deg. 20 ①, car *Stadius* les a calculées là deſſus: donc ce 76 deg. 20 ① nous le tiendrons pour le requis.

*Concluſion.* Nous avons donc trouvé la longitude apparante de l'apogée & perigée du deferant de Venus par les Ephem. obſervées, ſelon le deſſein.

## Proposition XLI.

*Trouver le cours de Venus en ſon epicycle en temps donné, & en faire des tables.*

Je cerche au corollaire de la 38 prop. en la table des eſlongations extremes, deux egales eſlongations, ſemblables; aſſavoir toutes deux matutines, ou toutes deux veſpertines, & icelles de meſme longitude, car par tel moyen les periodes de Venus en l'epicycle ſont parfaits en un temps cognu, ſans que les eccentricitez de Venus & du Soleil y apportent aucun erreur: Ces deux eſlongations eſtant plus eſloignées cauſeront tant plus parfaite concluſion, pour les raiſons deduites cy-devant. L'une deſquelles je trouve au plus pres en l'an 1558 le 2 Mars, de 47 deg. 46 ①: l'autre en l'an 1566 le 1 Mars de 47 deg. 28 ①, par ainſi il n'y a que 2 ① ſeulement par deſſus les periodes parfaits en l'epicycle: Il y a 8 ans Egyptiens d'une obſervation à l'autre & 1 jour, auquel temps on remarque és Ephemerides que Venus a fait 5 revolutions en ſon epicycle, & encor le ſuſdit reſtant de 2 ①: partant je dis, 8 ans Egyptiens & 1 jour, qui font 2921 jours, donnent 5 revolutions 2 ①, combien 1 jour? viendra 36 ①, 58 ②: Ce qui differe peu des poſitions de *Ptolemée* & *Copernic*, aſſavoir de 36 ①, 59 ②.

Ayant donc le cours en un jour il eſt manifeſte comment on fera des tables là deſſus (comme on a fait du Soleil en la 3 prop.) du cours de Venus en ſon epicycle en temps donné, comme il ſe rencontre le plus ſouvent en la pratique: Mais toutesfois nous prendrons celles de *Ptolemée* comme autrefois.

TABLE

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

## TABLE DU COURS DE VENUS EN SON EPICYCLE.

| heur. | deg. | (1) | (2) | (3) | (4) | (5) | (6) |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 0 | 1 | 32 | 28 | 34 | 42 | 58 |
| 2 | 0 | 3 | 4 | 57 | 9 | 25 | 57 |
| 3 | 0 | 4 | 37 | 25 | 44 | 8 | 56 |
| 4 | 0 | 6 | 9 | 54 | 18 | 51 | 54 |
| 5 | 0 | 7 | 42 | 22 | 53 | 34 | 53 |
| 6 | 0 | 9 | 14 | 51 | 28 | 17 | 52 |
| 7 | 0 | 10 | 47 | 20 | 3 | 0 | 50 |
| 8 | 0 | 12 | 19 | 48 | 37 | 43 | 49 |
| 9 | 0 | 13 | 52 | 17 | 12 | 26 | 48 |
| 10 | 0 | 15 | 24 | 45 | 47 | 9 | 46 |
| 11 | 0 | 16 | 57 | 14 | 21 | 52 | 45 |
| 12 | 0 | 18 | 29 | 42 | 56 | 35 | 44 |
| 13 | 0 | 20 | 2 | 11 | 31 | 18 | 42 |
| 14 | 0 | 21 | 34 | 40 | 6 | 1 | 41 |
| 15 | 0 | 23 | 7 | 8 | 40 | 44 | 40 |
| 16 | 0 | 24 | 39 | 37 | 15 | 27 | 38 |
| 17 | 0 | 26 | 12 | 5 | 50 | 10 | 37 |
| 18 | 0 | 27 | 44 | 34 | 24 | 53 | 36 |
| 19 | 0 | 29 | 17 | 2 | 59 | 36 | 34 |
| 20 | 0 | 30 | 49 | 31 | 34 | 19 | 33 |
| 21 | 0 | 32 | 22 | 0 | 9 | 2 | 32 |
| 22 | 0 | 33 | 54 | 28 | 43 | 45 | 30 |
| 23 | 0 | 35 | 26 | 57 | 18 | 28 | 29 |
| jours | | | | | | | |
| 1 | 0 | 36 | 59 | 25 | 53 | 11 | 28 |
| 2 | 1 | 13 | 58 | 51 | 46 | 22 | 56 |
| 3 | 1 | 50 | 58 | 17 | 39 | 34 | 24 |
| 4 | 2 | 27 | 57 | 43 | 32 | 45 | 52 |
| 5 | 3 | 4 | 57 | 9 | 25 | 57 | 20 |
| 6 | 3 | 41 | 56 | 35 | 19 | 8 | 48 |
| 7 | 4 | 18 | 56 | 1 | 12 | 20 | 16 |
| 8 | 4 | 55 | 55 | 27 | 5 | 31 | 44 |
| 9 | 5 | 32 | 54 | 52 | 58 | 43 | 12 |
| 10 | 6 | 9 | 54 | 18 | 51 | 54 | 40 |
| 11 | 6 | 46 | 53 | 44 | 45 | 6 | 8 |
| 12 | 7 | 23 | 53 | 10 | 38 | 17 | 36 |
| 13 | 8 | 0 | 52 | 36 | 31 | 29 | 4 |
| 14 | 8 | 37 | 52 | 2 | 24 | 40 | 32 |
| 15 | 9 | 14 | 51 | 28 | 17 | 52 | 0 |
| 16 | 9 | 51 | 50 | 54 | 11 | 3 | 28 |
| 17 | 10 | 28 | 50 | 20 | 4 | 14 | 56 |
| 18 | 11 | 5 | 49 | 45 | 57 | 26 | 24 |
| 19 | 11 | 42 | 49 | 11 | 50 | 37 | 52 |
| 20 | 12 | 19 | 48 | 37 | 43 | 49 | 20 |
| 21 | 12 | 56 | 48 | 3 | 37 | 0 | 48 |
| 22 | 13 | 33 | 47 | 29 | 30 | 12 | 16 |
| 23 | 14 | 10 | 46 | 55 | 23 | 23 | 44 |
| 24 | 14 | 47 | 46 | 21 | 16 | 35 | 12 |
| 25 | 15 | 24 | 45 | 47 | 9 | 46 | 40 |
| 26 | 16 | 1 | 45 | 13 | 2 | 58 | 8 |
| 27 | 16 | 38 | 44 | 38 | 56 | 9 | 36 |
| 28 | 17 | 15 | 44 | 4 | 49 | 21 | 4 |
| 29 | 17 | 52 | 43 | 30 | 42 | 32 | 32 |
| 30 | 18 | 29 | 42 | 56 | 35 | 44 | 0 |
| 60 | 36 | 59 | 25 | 53 | 11 | 28 | 0 |
| 90 | 55 | 29 | 8 | 49 | 47 | 12 | 0 |
| 120 | 73 | 58 | 51 | 46 | 22 | 56 | 0 |
| 150 | 92 | 28 | 34 | 42 | 58 | 40 | 0 |
| 180 | 110 | 58 | 17 | 39 | 34 | 24 | 0 |
| 210 | 129 | 28 | 0 | 36 | 10 | 8 | 0 |
| 240 | 147 | 57 | 43 | 32 | 45 | 52 | 0 |
| 270 | 166 | 27 | 26 | 29 | 21 | 36 | 0 |
| 300 | 184 | 57 | 9 | 25 | 57 | 20 | 0 |
| 330 | 203 | 26 | 52 | 22 | 33 | 4 | 0 |
| 360 | 221 | 56 | 35 | 19 | 8 | 48 | 0 |

| ans. | deg. | (1) | (2) | (3) | (4) | (5) | (6) |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 225 | 1 | 32 | 28 | 34 | 39 | 15 |
| 2 | 90 | 3 | 4 | 57 | 9 | 18 | 30 |
| 3 | 315 | 4 | 37 | 25 | 43 | 57 | 45 |
| 4 | 180 | 6 | 9 | 54 | 18 | 37 | 0 |
| 5 | 45 | 7 | 42 | 22 | 53 | 16 | 15 |
| 6 | 270 | 9 | 14 | 51 | 27 | 55 | 30 |
| 7 | 135 | 10 | 47 | 20 | 2 | 34 | 45 |
| 8 | 0 | 12 | 19 | 48 | 37 | 14 | 0 |
| 9 | 225 | 13 | 52 | 17 | 11 | 53 | 15 |
| 10 | 90 | 15 | 24 | 45 | 46 | 32 | 30 |
| 11 | 315 | 16 | 57 | 14 | 21 | 11 | 45 |
| 12 | 180 | 18 | 29 | 42 | 55 | 51 | 0 |
| 13 | 45 | 20 | 2 | 11 | 30 | 30 | 15 |
| 14 | 270 | 21 | 34 | 40 | 5 | 9 | 30 |
| 15 | 135 | 23 | 7 | 8 | 39 | 48 | 45 |
| 16 | 0 | 24 | 39 | 37 | 14 | 28 | 0 |
| 17 | 225 | 26 | 12 | 5 | 49 | 7 | 15 |
| 18 | 90 | 27 | 44 | 34 | 23 | 46 | 30 |
| 36 | 180 | 55 | 29 | 8 | 47 | 33 | 0 |
| 54 | 271 | 23 | 13 | 43 | 11 | 19 | 30 |
| 72 | 1 | 50 | 58 | 17 | 35 | 6 | 0 |
| 90 | 92 | 18 | 42 | 51 | 58 | 52 | 30 |
| 108 | 182 | 46 | 27 | 26 | 22 | 39 | 0 |
| 126 | 273 | 14 | 12 | 0 | 46 | 25 | 30 |
| 144 | 3 | 41 | 56 | 35 | 10 | 12 | 0 |
| 162 | 94 | 9 | 41 | 9 | 33 | 58 | 30 |
| 180 | 184 | 37 | 25 | 43 | 57 | 45 | 0 |
| 198 | 275 | 5 | 10 | 18 | 21 | 31 | 30 |
| 216 | 5 | 32 | 54 | 52 | 45 | 18 | 0 |
| 234 | 96 | 0 | 39 | 27 | 9 | 4 | 30 |
| 252 | 186 | 28 | 24 | 1 | 32 | 51 | 0 |
| 270 | 276 | 56 | 8 | 35 | 56 | 37 | 30 |
| 288 | 7 | 23 | 53 | 10 | 20 | 24 | 0 |
| 306 | 97 | 51 | 37 | 44 | 44 | 10 | 30 |
| 324 | 188 | 19 | 22 | 19 | 7 | 57 | 0 |
| 342 | 278 | 47 | 6 | 53 | 31 | 43 | 30 |
| 360 | 9 | 14 | 51 | 27 | 55 | 30 | 0 |
| 378 | 99 | 42 | 36 | 2 | 19 | 16 | 30 |
| 396 | 190 | 10 | 20 | 36 | 43 | 3 | 0 |
| 414 | 280 | 38 | 5 | 11 | 6 | 49 | 30 |
| 432 | 11 | 5 | 49 | 45 | 30 | 36 | 0 |
| 450 | 101 | 33 | 34 | 19 | 54 | 22 | 30 |
| 468 | 192 | 1 | 18 | 54 | 18 | 9 | 0 |
| 486 | 282 | 29 | 3 | 28 | 41 | 55 | 30 |
| 504 | 12 | 56 | 48 | 3 | 5 | 42 | 0 |
| 522 | 103 | 24 | 32 | 37 | 29 | 28 | 30 |
| 540 | 193 | 52 | 17 | 11 | 53 | 15 | 0 |
| 558 | 284 | 20 | 1 | 46 | 17 | 1 | 30 |
| 576 | 14 | 47 | 46 | 20 | 40 | 48 | 0 |
| 594 | 105 | 15 | 30 | 55 | 4 | 34 | 30 |
| 612 | 195 | 43 | 15 | 29 | 28 | 21 | 0 |
| 630 | 286 | 11 | 0 | 3 | 52 | 7 | 30 |
| 648 | 16 | 38 | 44 | 38 | 15 | 54 | 0 |
| 666 | 107 | 6 | 29 | 12 | 39 | 40 | 30 |
| 684 | 197 | 34 | 13 | 47 | 3 | 27 | 0 |
| 702 | 288 | 1 | 58 | 21 | 27 | 13 | 30 |
| 720 | 18 | 29 | 42 | 55 | 51 | 0 | 0 |
| 738 | 108 | 57 | 27 | 30 | 14 | 46 | 30 |
| 756 | 199 | 25 | 12 | 4 | 38 | 33 | 0 |
| 774 | 289 | 52 | 56 | 39 | 2 | 19 | 30 |
| 792 | 20 | 20 | 41 | 13 | 26 | 6 | 0 |
| 810 | 110 | 48 | 25 | 47 | 49 | 52 | 30 |



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

*Concluſion.* Nous avons donc trouvé le cours de Venus en ſon epicycle ſur un temps donné, par les Ephemerides obſervees, & fait des tables, ſelon le requis.

## PROPOSITION XLII.

*TRouver le cours de l'apogée du deferant de Venus, par les Ephemerides obſervées.*

D'autant que les tables de *Stadius* (que nous prenons pour obſervées, ſelon ce qui a eſté dit en la 1 propoſition) ſont trop courtes pour par ce moyen trouver le requis, je prendray en ayde les obſervations de *Ptolemée*, au 2 chapitre de ſon 10 livre, trouvant l'apogée du deferant de Venus au 55 degr. Mais nous l'avons trouvé en la 40 propoſition au 76 degr. 20 ☊, qui ſont 21 degr. 20 ☊ d'avantage en 1450 ans : Par ceſte raiſon on trouvera le cours de l'apogée en temps donné quelconque : comme ſoit en un an, on dira 1450 ans donnent 21 deg. 20 ☊, combien 1 an? vient 53 ☋.

*Concluſion.* Nous avons donc trouvé le cours de l'apogée du deferant de Venus, par les Ephemerides obſervées, ſelon le requis.

## PROPOSITION XLIII.

*TRouver le cours du centre de l'epicycle de Venus par les Ephemerides obſervées.*

Le cours de l'apogée du deferant de Venus eſt, par la 42 propoſition, en un an — 0 deg. 0 ☊, 53 ☋.

Le meſme oſté du moyen mouvement de Venus, ou du Soleil en un an, aſſavoir un an Egyptien, faiſant par la 3 propoſition — 359 deg. 45 ☊.

Reſte pour le mouvement requis du centre de l'epicycle en un an Egyptien, — 359 deg. 44 ☊.

Tellement qu'ainſi eſt manifeſte comment on trouvera le cours en tout temps propoſé.

*Concluſion.* Nous avons donc trouvé le cours du centre de l'epicycle de Venus par les Ephemerides obſervées, ſelon le requis.

# SEPTIESME DISTINCTION DV PREMIER LIVRE,

## De l'invention du cours de Mercure par les Ephemerides obſervées.

*Devant que de venir à la choſe meſme, je diray que le cours de Mercure eſt de meſme qualité que celuy de Venus, ſe mouvant comme luy dans un epicycle, & iceluy en un eccentrique, differents ſeulement en quantité, aſſavoir qu'il eſt plus frequent en ſes periodes, & ayant auſſi d'autre eccentricité, & choſes ſemblables. Ce qu'eſtant dit icy, chacun pourroit de ſoy meſme entendre tout le mouvement de Mercure par celuy de Venus. Toutefois pour plus ample declaration, je deſcriray icy ce qui m'eſt advenu à la recerche d'iceluy avec un ordre pareil à celuy de Venus.*

## PROPOSITION XLIV.

*DEclarer comment par les Ephemerides obſervées, on remarque le temps periodique de Mercure en gros : avec la qualité de ſa retrogradation, & ſtation : auſſi qu'il tourne en un epicycle.*

Le deſſein eſtant de recercher la qualité du cours de Mercure par les Ephemerides obſervées (au lieu deſquelles nous prenons les calculées de *Stadius*, pour les raiſons deduites en la 1 propoſition) j'ay donc eſgard à la 7 colomne, qui eſt celle de Mercure, & remarque que jamais il ne vient en oppoſition avec le Soleil, comme les 4 precedentes planetes font, mais demeure touſiours és environs du Soleil, tantoſt devant, tantoſt derriere. Comme par exemple, en l'an 1554 le 7 Janvier, je trouve ſa majeure eſlongation veſpertine de 18 degr. 2 ☊, apres quoy il commence d'approcher le Soleil de plus en plus, juſques à ce qu'on le perde de veuë : Puis ayant eſté en conjonction, ſa longitude apparante devient moindre que celle du Soleil, tellement qu'il commence à luire le matin, s'eſloignant du Soleil juſqu'au 20 Fevrier 1554, & eſtant venu en ſon extreme eſlongation, aſſavoir de 28 deg. 13 ☊, de là en avant s'approche du Soleil. Or de la ſuſdite eſlongation extreme veſpertine, juſques à la matutine y a environ 7 ſepmaines, & de ceſte matutine à la premiere ſuivante eſlongation veſpertine, qui advient le 4 May 1554, y a environ 10 ſepmaines, & ainſi ſe trouvent les meſmes intervalles de temps en temps, puis apres.

Donc Mercure eſtant touſiours és environs du Soleil, tantoſt devant, tantoſt derriere, retrogradant, & eſtant auſſi ſtationaire, on recognoiſt qu'il circuit un epicycle, dont le centre eſt environ le Soleil : qui eſt journellement 59 ☊. 8. 17. 13. 12. 31, comme en la troiſieſme propoſition, & partant la table du cours du Soleil ſervira auſſi pour Mercure, toutesfois elle eſt encor eſcrite particulierement joignant la deſcription par aucuns, afin que tout ſoit en tant meilleur ordre, comme nous ferons icy.

TABLE

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

## TABLE DU MOYEN MOUVEMENT DE MERCURE.

| heur. | deg. | (1) | (2) | (3) | (4) | (5) | (6) |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 0 | 2 | 27 | 50 | 43 | 3 | 1 |
| 2 | 0 | 4 | 55 | 41 | 26 | 6 | 2 |
| 3 | 0 | 7 | 23 | 32 | 9 | 9 | 3 |
| 4 | 0 | 9 | 51 | 22 | 52 | 12 | 5 |
| 5 | 0 | 12 | 19 | 13 | 35 | 15 | 6 |
| 6 | 0 | 14 | 47 | 4 | 18 | 18 | 7 |
| 7 | 0 | 17 | 14 | 55 | 1 | 21 | 9 |
| 8 | 0 | 19 | 42 | 45 | 44 | 24 | 10 |
| 9 | 0 | 22 | 10 | 36 | 27 | 27 | 11 |
| 10 | 0 | 24 | 38 | 27 | 10 | 30 | 12 |
| 11 | 0 | 27 | 6 | 17 | 53 | 33 | 14 |
| 12 | 0 | 29 | 34 | 8 | 36 | 36 | 15 |
| 13 | 0 | 32 | 1 | 59 | 19 | 39 | 16 |
| 14 | 0 | 34 | 29 | 50 | 2 | 42 | 18 |
| 15 | 0 | 36 | 57 | 40 | 45 | 45 | 19 |
| 16 | 0 | 39 | 25 | 31 | 28 | 48 | 20 |
| 17 | 0 | 41 | 53 | 22 | 11 | 51 | 21 |
| 18 | 0 | 44 | 21 | 12 | 54 | 54 | 23 |
| 19 | 0 | 46 | 49 | 3 | 37 | 57 | 24 |
| 20 | 0 | 49 | 16 | 54 | 21 | 0 | 25 |
| 21 | 0 | 51 | 44 | 45 | 4 | 3 | 27 |
| 22 | 0 | 54 | 12 | 35 | 47 | 6 | 28 |
| 23 | 0 | 56 | 40 | 26 | 30 | 9 | 29 |
| jours | | | | | | | |
| 1 | 0 | 59 | 8 | 17 | 13 | 12 | 31 |
| 2 | 1 | 58 | 16 | 34 | 26 | 25 | 2 |
| 3 | 2 | 57 | 24 | 51 | 39 | 37 | 33 |
| 4 | 3 | 56 | 33 | 8 | 52 | 50 | 4 |
| 5 | 4 | 55 | 41 | 26 | 6 | 2 | 35 |
| 6 | 5 | 54 | 49 | 43 | 19 | 15 | 6 |
| 7 | 6 | 53 | 58 | 0 | 32 | 27 | 37 |
| 8 | 7 | 53 | 6 | 17 | 45 | 40 | 8 |
| 9 | 8 | 52 | 14 | 34 | 58 | 52 | 39 |
| 10 | 9 | 51 | 22 | 52 | 12 | 5 | 10 |
| 11 | 10 | 50 | 31 | 9 | 25 | 17 | 41 |
| 12 | 11 | 49 | 39 | 26 | 38 | 30 | 12 |
| 13 | 12 | 48 | 47 | 43 | 51 | 42 | 43 |
| 14 | 13 | 47 | 56 | 1 | 4 | 55 | 14 |
| 15 | 14 | 47 | 4 | 18 | 18 | 7 | 45 |
| 16 | 15 | 46 | 12 | 35 | 31 | 20 | 16 |
| 17 | 16 | 45 | 20 | 52 | 44 | 32 | 47 |
| 18 | 17 | 44 | 29 | 9 | 57 | 45 | 18 |
| 19 | 18 | 43 | 37 | 27 | 10 | 57 | 49 |
| 20 | 19 | 42 | 45 | 44 | 24 | 10 | 20 |
| 21 | 20 | 41 | 54 | 1 | 37 | 22 | 51 |
| 22 | 21 | 41 | 2 | 18 | 50 | 35 | 22 |
| 23 | 22 | 40 | 10 | 36 | 3 | 47 | 53 |
| 24 | 23 | 39 | 18 | 53 | 17 | 0 | 24 |
| 25 | 24 | 38 | 27 | 10 | 30 | 12 | 55 |
| 26 | 25 | 37 | 35 | 27 | 43 | 25 | 26 |
| 27 | 26 | 36 | 43 | 44 | 56 | 37 | 57 |
| 28 | 27 | 35 | 52 | 2 | 9 | 50 | 28 |
| 29 | 28 | 35 | 0 | 19 | 23 | 2 | 59 |
| 30 | 29 | 34 | 8 | 36 | 36 | 15 | 30 |
| 60 | 59 | 8 | 17 | 13 | 12 | 31 | 0 |
| 90 | 88 | 42 | 25 | 49 | 48 | 46 | 30 |
| 120 | 118 | 16 | 34 | 26 | 25 | 2 | 0 |
| 150 | 147 | 50 | 43 | 3 | 1 | 17 | 30 |
| 180 | 177 | 24 | 51 | 39 | 37 | 33 | 0 |
| 210 | 206 | 59 | 0 | 16 | 13 | 48 | 30 |
| 240 | 236 | 33 | 8 | 52 | 50 | 4 | 0 |
| 270 | 266 | 7 | 17 | 29 | 26 | 19 | 30 |
| 300 | 295 | 41 | 26 | 6 | 2 | 35 | 0 |
| 330 | 325 | 15 | 34 | 42 | 38 | 50 | 30 |
| 360 | 354 | 49 | 43 | 19 | 15 | 6 | 0 |

| ans. | deg. | (1) | (2) | (3) | (4) | (5) | (6) |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 359 | 45 | 24 | 45 | 21 | 8 | 35 |
| 2 | 359 | 30 | 49 | 30 | 42 | 17 | 10 |
| 3 | 359 | 16 | 14 | 16 | 3 | 25 | 45 |
| 4 | 359 | 1 | 39 | 1 | 24 | 34 | 0 |
| 5 | 358 | 47 | 3 | 46 | 45 | 42 | 35 |
| 6 | 358 | 32 | 28 | 32 | 6 | 51 | 30 |
| 7 | 358 | 17 | 53 | 17 | 28 | 0 | 5 |
| 8 | 358 | 3 | 18 | 2 | 49 | 8 | 40 |
| 9 | 357 | 48 | 42 | 48 | 10 | 17 | 15 |
| 10 | 357 | 34 | 7 | 33 | 31 | 25 | 50 |
| 11 | 357 | 19 | 32 | 18 | 52 | 34 | 25 |
| 12 | 357 | 4 | 57 | 4 | 13 | 43 | 0 |
| 13 | 356 | 50 | 21 | 49 | 34 | 51 | 35 |
| 14 | 356 | 35 | 46 | 34 | 56 | 0 | 10 |
| 15 | 356 | 21 | 11 | 20 | 17 | 8 | 45 |
| 16 | 356 | 6 | 36 | 5 | 38 | 17 | 20 |
| 17 | 355 | 52 | 0 | 50 | 59 | 25 | 55 |
| 18 | 355 | 37 | 25 | 36 | 20 | 34 | 30 |
| 36 | 351 | 14 | 51 | 12 | 41 | 9 | 0 |
| 54 | 346 | 52 | 16 | 49 | 1 | 43 | 30 |
| 72 | 342 | 29 | 42 | 25 | 22 | 18 | 0 |
| 90 | 338 | 7 | 8 | 1 | 42 | 52 | 30 |
| 108 | 333 | 44 | 33 | 38 | 3 | 27 | 0 |
| 126 | 329 | 21 | 59 | 14 | 24 | 1 | 30 |
| 144 | 324 | 59 | 24 | 50 | 44 | 36 | 0 |
| 162 | 320 | 36 | 50 | 27 | 5 | 10 | 30 |
| 180 | 316 | 14 | 16 | 3 | 25 | 45 | 0 |
| 198 | 311 | 51 | 41 | 39 | 46 | 19 | 30 |
| 216 | 307 | 29 | 7 | 16 | 6 | 54 | 0 |
| 234 | 303 | 6 | 32 | 52 | 27 | 28 | 30 |
| 252 | 298 | 43 | 58 | 28 | 48 | 3 | 0 |
| 270 | 294 | 21 | 24 | 5 | 8 | 37 | 30 |
| 288 | 289 | 58 | 49 | 41 | 29 | 12 | 0 |
| 306 | 285 | 36 | 15 | 17 | 49 | 46 | 30 |
| 324 | 281 | 13 | 40 | 45 | 10 | 21 | 0 |
| 342 | 276 | 51 | 6 | 30 | 30 | 55 | 30 |
| 360 | 272 | 28 | 32 | 6 | 51 | 30 | 0 |
| 378 | 268 | 5 | 57 | 43 | 12 | 4 | 30 |
| 396 | 263 | 43 | 23 | 19 | 32 | 39 | 0 |
| 414 | 259 | 20 | 48 | 55 | 53 | 13 | 30 |
| 432 | 254 | 58 | 14 | 32 | 13 | 48 | 0 |
| 450 | 250 | 35 | 40 | 8 | 34 | 22 | 30 |
| 468 | 246 | 13 | 5 | 44 | 54 | 57 | 0 |
| 486 | 241 | 50 | 31 | 21 | 15 | 31 | 30 |
| 504 | 237 | 27 | 56 | 57 | 36 | 6 | 0 |
| 522 | 233 | 5 | 22 | 33 | 56 | 40 | 30 |
| 540 | 228 | 42 | 48 | 10 | 17 | 15 | 0 |
| 558 | 224 | 20 | 13 | 46 | 37 | 49 | 30 |
| 576 | 219 | 57 | 39 | 22 | 58 | 24 | 0 |
| 594 | 215 | 35 | 4 | 59 | 18 | 58 | 30 |
| 612 | 211 | 12 | 30 | 35 | 39 | 33 | 0 |
| 630 | 206 | 49 | 56 | 12 | 0 | 7 | 30 |
| 648 | 202 | 27 | 21 | 48 | 20 | 42 | 0 |
| 666 | 198 | 4 | 47 | 24 | 41 | 16 | 30 |
| 684 | 193 | 42 | 13 | 1 | 1 | 51 | 0 |
| 702 | 189 | 19 | 38 | 37 | 22 | 25 | 30 |
| 720 | 184 | 57 | 4 | 13 | 42 | 50 | 0 |
| 738 | 180 | 34 | 29 | 50 | 3 | 34 | 30 |
| 756 | 176 | 11 | 55 | 26 | 24 | 9 | 0 |
| 774 | 171 | 49 | 21 | 2 | 44 | 43 | 30 |
| 792 | 167 | 26 | 46 | 59 | 5 | 18 | 0 |
| 810 | 163 | 4 | 12 | 15 | 25 | 52 | 30 |



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

Notez encore que Mercure en chacun circuit qu'il fait en l'epicycle, fait deux conjonctions avec le Soleil (comme auſſi fait Venus, leſquels en cela different des autres planetes) l'une en ſa direction plus viſte, l'autre au milieu de ſa retrogradation, puis apres une autre en ſa direction plus viſte, & ainſi conſecutivement. Comme par exemple, en la conjonction du 1 Avril 1554 (poſant qu'on l'euſt ſceu voir) il courut ce jour-là 1 deg. 54 ☉ qui eſt le mouvement le plus viſte qu'il fiſt en ceſte revolution-là: Mais en la conjonction ſuivante le 26 May 1554, il eſtoit au milieu de ſa retrogradation, laquelle dura du 16 May, juſqu'au 7 Juin, & le milieu eſchoit environ le ſuſdit 26 May.

*Concluſion.* Nous avons donc declaré comment on remarque par les Ephemerides obſervées en gros le temps periodique de Mercure, avec la qualité de ſa retrogradation & ſtation: Auſſi qu'il circuit un epicycle, ſelon le requis.

### Notez.

Veu que la qualité du cours de Mercure eſt ſemblable à celle de Venus, il ne ſera pas neceſſaire d'eſcrire icy les meſmes propoſitions, comme les 38 & 39 propoſitions de Venus: Mais la maniere de trouver les eſlongations extremes de Mercure par celles de Venus en la 38 propoſition eſtant cognuë; je les colligeray en forme de table, comme au corollaire de ladite 38 propoſition.

### TABLE DES ESLONGATIONS EXTREMES de Mercure & du Soleil moyen.

| Ans | | | Eſlongations extremes de Mercure matut. & du Soleil moyen. |
|---|---|---|---|
| 1554. | 20 | Fevr. | 25 deg. 57 |
| 1554. | 18 | Juin. | 21 deg. 55 |
| 1554. | 14 | Octob. | 18 deg. 1 |
| 1555. | 3 | Fevr. | 25 deg. 30 |
| 1555. | 29 | May. | 22 deg. 12 |
| 1555. | 25 | Sept. | 18 deg. 52 |
| 1556. | 18 | Janv. | 24 deg. 22 |
| 1556. | 12 | May. | 23 deg. 9 |

| Ans | | | Eſlongations extremes de Mercure veſpertin & du Soleil moyen. |
|---|---|---|---|
| 1554. | 8 | Janv. | 19 deg. 17 |
| 1554. | 4 | May. | 23 deg. 28 |
| 1554. | 31 | Aouſt. | 24 deg. 59 |
| 1554. | 23 | Decemb. | 18 deg. 55 |
| 1555. | 17 | Avril. | 22 deg. 31 |
| 1557. | 21 | Octob. | 18 deg. 19 |
| 1587. | 20 | Decemb. | 18 deg 58 |

### Proposition XLV.

*Declarer comment par les Ephem. obſervées, on remarque que le deferant de Mercure eſt eccentrique.*

Si les extremes eſlongations de Mercure & du Soleil moyen eſtoient de tous coſtez egales, ce ſeroit un argument certain que le deferant ſeroit concentrique, ce qui eſt contraire à la note de la 44 prop. où les extremes eſlongations colligées ſont fort differentes.

*Concluſion.* Nous avons donc declaré comment par les Ephemerides obſervées, &c.

### Proposition XLVI.

*Trouver la longitude apparante de l'apogée & perigée de Mercure par les Ephemerides obſervées.*

On verra en la note de la 44 propoſition, recerchant deux eſlongations egales, & diverſes, aſſavoir l'une matutine, l'autre veſpertine, eſquelles le Soleil moyen ayt eſté ſous un meſme poinct en l'ecliptique, alors le lieu du Soleil moyen ſera l'apogée ou perigée apparant: aſſavoir l'apogée, ſi les deux dernieres eſlongations ſont moindres que de la premiere paire; mais le perigée, ſi elles ſont plus grandes.

Je donnerois exemple de cecy en cerchant en la table de la note de la 44 propoſition deux eſlongations egales, où le Soleil moyen ſe trouvaſt à chaque fois en un meſme poinct de l'ecliptique, l'une matutine, l'autre veſpertine: Mais d'autant qu'il n'y en a pas aſſez pour nous ſervir en ceſt exemple, & que le prolongement de telles tables requierent plus de temps que je n'en ay pour employer à cela, auſſi que la principale fin n'eſt pas de trouver les vrais lieux des Planetes ſi preciſement, comme il a eſté dit ailleurs; mais ſeulement pour declarer la regle generale, comment on fera alors qu'on aura des Ephemerides obſervées à ſuffiſance, au lieu des anciennes qui ſont perduës. Or pource que le requis ſe pourroit encor reſoudre autrement, ſi on pouvoit recognoiſtre Mercure en ſa conjonction au devant du Soleil, comme *Averroes* dit l'y avoir veu, & par telles obſervations redigées en eſcrit, remettre les conjonctions de Mercure avec le Soleil moyen; par tel moyen ſe trouveroit l'apogée & perigée du deferant de Mercure, comme a eſté fait és autres planetes. Par exemple, poſant que les conjonctions de Mercure & du Soleil qui ſont és Ephemerides de *Stadius* ſoyent ainſi obſervées, j'en cercherois une qui en chaque deux temps egaux, l'un devant, l'autre apres, ainſi que les eſlongations du Soleil ſoient egales tant matutines, que veſpertines (car telle place ſe trouveroit eſtre environ l'apogée & perigée du deferant, ce qui ſe peut entendre par la ſimilitude & convenance qu'il y a entre ceſte propoſition & la 17 touchant Saturne) & en trouverois une telle environ le 10 May 1568, ſous le 59 deg. car un an devant, aſſavoir le 10 May 1567, ſon eſlongation veſpertine eſtoit 22 degr. 4 ☉; & un an apres, aſſavoir le 11 May 1569, la matutine eſtoit 23 deg. 58 ☉, ſeulement differente de l'autre de 1 deg. 54 ☉: faiſant le ſemblable de 6 mois devant & apres, on trouve la matutine eſtre au 10 Novembre 1567 de 5 deg. 26 ☉; la veſpertine au 8 Novembre 1568 de 3 deg. 58 ☉, differente ſeulement de l'autre de 1 deg. 28 ☉. Or donc veu que l'apogée eſt trouvé comme devant au 59 deg. le poinct oppoſite, qui eſt le perigée, ſera au 239 deg. Toutefois cecy eſt fait par exemple avec le vray Soleil, ce qui ſe doit faire pour les raiſons desja dites avec le Soleil moyen: Alors on trouveroit que l'apogée ſeroit au 59 deg. 51 ☉, & auſſi les Ephemerides de *Stadius* ſont faites là deſſus: parquoy nous tiendrons 59 deg. 51 ☉ pour le lieu de l'apogée requis.

*Concluſion.* Nous avons donc trouvé la longitude apparante de l'apogée & perigée du deferant de Mercure par les Ephem. obſervées, ſelon le requis.



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

## PROPOSITION XLVII.

*TRouver le cours de Mercure en son epicycle au temps donné, par les Ephemerides observées, & puis en construire une table.*

Je cerche à la note de la 44 proposit. en la table des eslongations extremes, deux egales & toutes deux vespertines, ou bien matutines, en mesme latitude, car ainsi en temps cognu les periodes de Mercure en son epicycle sont parfaits, sans estre envellopez de l'eccentricité des deferants ny de Mercure ny du Soleil; & tant plus elles sont distantes l'une de l'autre, & tant plus precisement on aura le requis, comme il a esté dit plus amplement cy-devant. L'une de telles se trouve assez pres en l'an 1554 au 23 Decembre de 18 deg. 55 ①: l'autre en l'an 1587 le 20 Decembre, de 18 deg. 58 ①; tellement qu'il y a 3 ① au dessus de ses revolutions parfaites en l'epicycle: Or entre ces deux observations y a 33 ans Egyptiens & 5 jours, auquel temps Mercure se trouve avoir fait, comme on voit aux Ephemerides, 104 revolutions & les susdits 3 ①: Partant je dis 33 ans Egyptiens & 5 jours, ou 12050 jours donnent 104 revolutions & 3 ①, combien 1 jour? vient 3 deg. 6 ①, 25 ②, peu differant des positions de *Ptolemée* & *Copernic*, 3 deg. 6 ① 24 ②.

Donc ayant le cours d'un jour, comme dessus, il est manifeste comment on fera des tables, comme ont esté faites celles du Soleil en la 3 proposition; afin que par une facilité on puisse calculer le cours de Mercure en son epicycle au temps donné, ce qui advient souventesfois en la pratique: Mais veu que nous avons entrepris de prendre les tables de *Ptolemée* pour estre cy-devant notoires, elles seront descrites comme s'ensuit.

TABLE DU COURS DE MERCURE

| heur. | deg. | ① | ② | ③ | ④ | ⑤ | ⑥ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 0 | 7 | 46 | 0 | 17 | 28 | 59 |
| 2 | 0 | 15 | 32 | 0 | 34 | 57 | 59 |
| 3 | 0 | 23 | 18 | 0 | 52 | 26 | 58 |
| 4 | 0 | 31 | 4 | 1 | 9 | 55 | 58 |
| 5 | 0 | 38 | 58 | 1 | 27 | 24 | 57 |
| 6 | 0 | 46 | 36 | 1 | 44 | 53 | 57 |
| 7 | 0 | 54 | 22 | 2 | 2 | 22 | 57 |
| 8 | 1 | 2 | 8 | 2 | 19 | 51 | 56 |
| 9 | 1 | 9 | 54 | 2 | 37 | 20 | 56 |
| 10 | 1 | 17 | 40 | 2 | 54 | 49 | 55 |
| 11 | 1 | 25 | 26 | 3 | 12 | 18 | 55 |
| 12 | 1 | 33 | 12 | 3 | 29 | 47 | 55 |
| 13 | 1 | 40 | 58 | 3 | 47 | 16 | 54 |
| 14 | 1 | 48 | 44 | 4 | 4 | 45 | 54 |
| 15 | 1 | 56 | 30 | 4 | 22 | 14 | 53 |
| 16 | 2 | 4 | 16 | 4 | 39 | 43 | 53 |
| 17 | 2 | 12 | 2 | 4 | 57 | 12 | 52 |
| 18 | 2 | 19 | 48 | 5 | 14 | 41 | 52 |
| 19 | 2 | 27 | 34 | 5 | 32 | 10 | 52 |
| 20 | 2 | 35 | 20 | 5 | 49 | 39 | 51 |
| 21 | 2 | 43 | 6 | 6 | 7 | 8 | 51 |
| 22 | 2 | 50 | 52 | 6 | 24 | 37 | 50 |
| 23 | 2 | 58 | 38 | 6 | 42 | 6 | 50 |
| jours | | | | | | | |
| 1 | 3 | 6 | 24 | 6 | 59 | 35 | 50 |
| 2 | 6 | 12 | 48 | 13 | 59 | 11 | 40 |
| 3 | 9 | 19 | 12 | 20 | 58 | 47 | 30 |
| 4 | 12 | 25 | 36 | 27 | 58 | 23 | 20 |
| 5 | 15 | 32 | 0 | 34 | 57 | 59 | 10 |
| 6 | 18 | 38 | 24 | 41 | 57 | 35 | 0 |
| 7 | 21 | 44 | 48 | 48 | 57 | 10 | 50 |
| 8 | 24 | 51 | 12 | 55 | 56 | 46 | 40 |
| 9 | 27 | 57 | 37 | 2 | 56 | 22 | 30 |
| 10 | 31 | 4 | 1 | 9 | 55 | 58 | 20 |
| 11 | 34 | 10 | 25 | 16 | 55 | 34 | 10 |
| 12 | 37 | 16 | 49 | 23 | 55 | 10 | 0 |
| 13 | 40 | 23 | 13 | 30 | 54 | 45 | 50 |
| 14 | 43 | 29 | 37 | 37 | 54 | 21 | 40 |
| 15 | 46 | 36 | 1 | 44 | 53 | 57 | 30 |
| 16 | 49 | 42 | 25 | 51 | 53 | 33 | 20 |
| 17 | 52 | 48 | 49 | 58 | 53 | 9 | 10 |
| 18 | 55 | 55 | 14 | 5 | 52 | 45 | 0 |
| 19 | 59 | 1 | 38 | 12 | 52 | 20 | 50 |
| 20 | 62 | 8 | 2 | 19 | 51 | 56 | 40 |
| 21 | 65 | 14 | 26 | 26 | 51 | 32 | 30 |
| 22 | 68 | 20 | 50 | 33 | 51 | 8 | 20 |
| 23 | 71 | 27 | 14 | 40 | 50 | 44 | 10 |
| 24 | 74 | 33 | 38 | 47 | 50 | 20 | 0 |
| 25 | 77 | 40 | 2 | 54 | 49 | 55 | 50 |
| 26 | 80 | 46 | 27 | 1 | 49 | 31 | 40 |
| 27 | 83 | 52 | 51 | 8 | 49 | 7 | 30 |
| 28 | 86 | 59 | 15 | 15 | 48 | 43 | 20 |
| 29 | 90 | 5 | 39 | 22 | 48 | 19 | 10 |
| 30 | 93 | 12 | 3 | 29 | 47 | 55 | 0 |
| 60 | 186 | 24 | 6 | 59 | 35 | 50 | 0 |
| 90 | 279 | 36 | 10 | 29 | 23 | 45 | 0 |
| 120 | 12 | 48 | 13 | 59 | 11 | 40 | 0 |
| 150 | 106 | 0 | 17 | 28 | 59 | 35 | 0 |
| 180 | 199 | 12 | 20 | 58 | 47 | 30 | 0 |
| 210 | 292 | 24 | 24 | 28 | 35 | 25 | 0 |
| 240 | 25 | 36 | 27 | 58 | 23 | 20 | 0 |
| 270 | 118 | 48 | 31 | 28 | 11 | 15 | 0 |
| 300 | 212 | 0 | 34 | 57 | 59 | 10 | 0 |
| 330 | 305 | 12 | 38 | 27 | 47 | 5 | 0 |
| 360 | 38 | 24 | 41 | 57 | 35 | 0 | 0 |



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

EN SON EPICYCLE.

| ans. | deg. | ① | ② | ③ | ④ | ⑤ | ⑥ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 53 | 56 | 42 | 32 | 32 | 59 | 10 |
| 2 | 107 | 53 | 25 | 5 | 5 | 58 | 20 |
| 3 | 161 | 50 | 7 | 37 | 38 | 57 | 30 |
| 4 | 215 | 46 | 50 | 10 | 11 | 56 | 40 |
| 5 | 269 | 43 | 32 | 42 | 44 | 55 | 50 |
| 6 | 323 | 40 | 15 | 15 | 17 | 55 | 0 |
| 7 | 17 | 36 | 57 | 47 | 50 | 54 | 10 |
| 8 | 71 | 33 | 40 | 20 | 23 | 53 | 20 |
| 9 | 125 | 30 | 22 | 52 | 56 | 52 | 30 |
| 10 | 179 | 27 | 5 | 25 | 29 | 51 | 40 |
| 11 | 233 | 23 | 47 | 58 | 2 | 50 | 50 |
| 12 | 287 | 20 | 30 | 30 | 35 | 50 | 0 |
| 13 | 341 | 17 | 13 | 3 | 8 | 49 | 10 |
| 14 | 35 | 13 | 55 | 35 | 41 | 48 | 20 |
| 15 | 89 | 10 | 38 | 8 | 14 | 47 | 30 |
| 16 | 143 | 7 | 20 | 40 | 47 | 46 | 40 |
| 17 | 197 | 4 | 3 | 13 | 20 | 45 | 50 |
| 18 | 251 | 0 | 45 | 45 | 53 | 45 | 0 |
| 36 | 142 | 1 | 31 | 31 | 47 | 30 | 0 |
| 54 | 33 | 2 | 17 | 17 | 41 | 15 | 0 |
| 72 | 284 | 3 | 3 | 3 | 35 | 0 | 0 |
| 90 | 175 | 3 | 48 | 49 | 28 | 45 | 0 |
| 108 | 66 | 4 | 34 | 35 | 22 | 30 | 0 |
| 126 | 317 | 5 | 20 | 21 | 16 | 15 | 0 |
| 144 | 208 | 6 | 6 | 7 | 10 | 0 | 0 |
| 162 | 99 | 6 | 51 | 53 | 3 | 45 | 0 |
| 180 | 350 | 7 | 37 | 38 | 57 | 30 | 0 |
| 198 | 241 | 8 | 23 | 24 | 51 | 15 | 0 |
| 216 | 132 | 9 | 9 | 10 | 45 | 0 | 0 |
| 234 | 23 | 9 | 54 | 56 | 38 | 45 | 0 |
| 252 | 274 | 10 | 40 | 42 | 32 | 30 | 0 |
| 270 | 165 | 11 | 26 | 28 | 26 | 15 | 0 |
| 288 | 56 | 12 | 12 | 14 | 20 | 0 | 0 |
| 306 | 307 | 12 | 58 | 0 | 13 | 45 | 0 |
| 324 | 198 | 13 | 43 | 46 | 7 | 30 | 0 |
| 342 | 89 | 14 | 29 | 32 | 1 | 15 | 0 |
| 360 | 340 | 15 | 15 | 17 | 55 | 0 | 0 |
| 378 | 231 | 16 | 1 | 3 | 48 | 45 | 0 |
| 396 | 122 | 16 | 46 | 49 | 42 | 30 | 0 |
| 414 | 13 | 17 | 32 | 35 | 36 | 15 | 0 |
| 432 | 264 | 18 | 18 | 21 | 30 | 0 | 0 |
| 450 | 155 | 19 | 4 | 7 | 23 | 45 | 0 |
| 468 | 46 | 19 | 49 | 53 | 17 | 30 | 0 |
| 486 | 297 | 20 | 35 | 39 | 11 | 15 | 0 |
| 504 | 188 | 21 | 21 | 25 | 5 | 0 | 0 |
| 522 | 79 | 22 | 7 | 10 | 58 | 45 | 0 |
| 540 | 330 | 22 | 52 | 56 | 52 | 30 | 0 |
| 558 | 221 | 23 | 38 | 42 | 46 | 15 | 0 |
| 576 | 112 | 24 | 24 | 28 | 40 | 0 | 0 |
| 594 | 3 | 25 | 10 | 14 | 33 | 45 | 0 |
| 612 | 254 | 25 | 56 | 0 | 27 | 30 | 0 |
| 630 | 145 | 26 | 41 | 46 | 21 | 15 | 0 |
| 648 | 36 | 27 | 27 | 32 | 15 | 0 | 0 |
| 666 | 287 | 28 | 13 | 18 | 8 | 45 | 0 |
| 684 | 178 | 28 | 59 | 4 | 2 | 30 | 0 |
| 702 | 69 | 29 | 44 | 49 | 56 | 15 | 0 |
| 720 | 320 | 30 | 30 | 35 | 50 | 0 | 0 |
| 738 | 211 | 31 | 16 | 21 | 46 | 45 | 0 |
| 756 | 102 | 32 | 2 | 7 | 37 | 30 | 0 |
| 774 | 353 | 32 | 47 | 53 | 31 | 15 | 0 |
| 792 | 244 | 33 | 33 | 39 | 25 | 0 | 0 |
| 810 | 135 | 34 | 19 | 25 | 18 | 45 | 0 |

*Concluſion.* Nous avons donc trouvé le cours de Mercure en ſon epicycle au temps donné, par les Ephem. obſervées : & en avons fait une table, ſelon le requis.

## PROPOSITION XLVIII.

*TRouver par les Ephemerides obſervées le cours de l'apogée du deferant de Mercure.*

Veu que les Ephemerides de *Stadius* (leſquelles nous ſuppoſons eſtre obſervées par ce qui a eſté dit en la 1 propoſition) ſont trop courtes pour reſoudre comme il appartient le requis, je prendray les obſervations de *Ptolemée*, comme il eſcrit au ſeptieſme chap. de ſon livre neufieſme, trouvant l'apogée du deferant de Mercure au 10 deg. de l'ecliptique : or nous l'avons trouvé en la 46 propoſition au 59 deg. 51①, qui ſont 49 deg. 51① d'avance : donc l'apogée eſt ſelon ce compte avancé d'autant en 1450 ans environ : Par tel moyen ſe trouvera le cours dudit apogée en tout temps propoſé. Soit qu'on le vueille trouver en un an, je dis 1450 ans donnent 59 degr. 51①, combien un an? viennent 2 degrez 28① 36②.

*Concluſion.* Nous avons donc trouvé le cours de l'apogée du deferant de Mercure par les Ephemerides obſervées, ſelon le requis.

## PROPOSITION XLIX.

*TRouver le cours du centre de l'epicycle de Mercure par les Ephemerides obſervées.*

Le cours de l'apogée du deferant de Mercure eſt par la 48 propoſition en un an — 2 deg. 28. 36.
Iceluy ſouſtrait du moyen mouvement de Mercure, ou du Soleil, par la 3 propoſition en 1 an — 359 deg. 45①.
Reſte pour le cours requis du centre d'epicycle en un an Egyptien — 357 deg. 16①.
Et de meſme ſe trouvera-il en quel temps on voudra.

*Concluſion.* Nous avons donc trouvé le cours du centre de l'epicycle de Mercure par les Ephemerides obſervées, ſelon le requis.

# HUICTIESME DISTINCTION DV PREMIER LIVRE,

## De l'invention du cours des Eſtoiles fixes.

## PROPOSITION L.

*DEclarer comment par les Ephemerides obſervées, on remarque que les Eſtoiles fixes ſont fixes en leur ciel, & qu'iceluy ciel tourne ſur l'axe de l'ecliptique.*

D'autant que ce mouvement eſt ſi lent, qu'on n'y en peut gueres remarquer au temps des Ephemerides de *Stadius*, qui ne durent que 52 ans, nous prendrons icy, & en la ſuivante 51 propoſition, les eſcrits de *Ptolemée* touchant les lieux des Eſtoiles fixes, prenant par exemple que ſes eſcrits & ceux de *Stadius* ſoyent des Ephemerides obſervées.

Ce qu'eſtant ainſi, & que les Eſtoiles fixes ſont auſſi diſtantes l'une de l'autre és Ephem. de *Stadius*, que du temps de *Ptolemée*, comme on peut voir en ſon 7 livre, chap. 5. & que celles qui eſtoyent en ligne droite alors y ſont encore preſentement, combien qu'il y ayt plus de 1400 ans paſſez, d'où l'on conclud qu'elles ſont fixes.

Mais combien que leurs latitudes ſoyent les meſmes, toutesfois leurs longitudes & declinaiſons changent, d'où

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

d'où se conclud que leur ciel entier, tourne sur l'axe de l'ecliptique: Car par exemple, l'Espic de la vierge avoit selon *Ptolemée* 2 deg. 10 ① de latitude meridionale, ce qui est aussi de mesme és Ephemerides de *Stadius*: mais la longitude est en *Ptolemée* de 176 deg. 40 ①, & en *Stadius* 197 deg. 38 ①: Et aussi sa declinaison est chez *Ptolemée* (au 3 chap. du 7 livre) de 30 ① meridionale, & chez *Stadius* 8 deg. 56 ① meridionale; laquelle combien qu'elle ne soit en ses Ephemerides, toutesfois elle resulte telle par la longitude & latitude, comme chose calculée par le 9 probleme des *Problemes Astronomiques* de ce livre; & ce mouvement se fait selon l'ordre des signes, qui est d'occident vers orient.

*Conclusion.* Nous avons donc declaré comment par les Ephemerides observées, on remarque que les estoiles fixes, sont fixes en leur ciel, & qu'iceluy ciel tourne sur l'axe de l'ecliptique, selon le requis.

### Proposition LI.

*Trouver le propre mouvement des Estoiles fixes, par les Ephemerides observées.*

D'autant que l'Espic de la vierge au temps de *Ptolemée* en l'an 139, estoit au 176 degr. 40 ① de l'ecliptique, mais au temps de *Stadius* en l'an 1554, au 197 deg. 38 ①, qui est 20 deg. 58 ① plus avant, elle a fait donc un tel arc, au temps compris entre les observations, qui est en 1415 ans; parquoy je dis 1415 ans donnent 20 deg. 58 ①, combien 100 ans? vient 1 deg. 29 ①: par lequel on peut trouver le cours en tout autre temps proposé; dont la demonstration est manifeste.

*Conclusion* Nous avons donc trouvé le propre mouvement des estoiles fixes, par les Ephemerides observées, selon le requis.

*Fin du premier livre de l'Astronomie.*

---

# DEUXIESME LIVRE DE L'ASTRONOMIE,

## De l'invention du cours des Planetes, par operation Mathematique, fondée sur l'hypothese impropre, qui est posant la terre immobile.

*AV premier livre de l'Astronomie ayant remarqué grossierement que les planetes se meuvent en eccentriques, & epicycles, avec d'autres circonstances qui leur touchent, par lesquelles nous avons un fondement pour pouvoir rechercher par moyens Mathematiques, si ce sont aussi des cercles parfaits, & s'ils y courent uniformement: d'avantage quelle raison il y a de leurs rayons à leurs eccentricitez, en quels lieux elles seront au temps advenir; & outre ce, pour parvenir à la cognoissance des jours inegaux, des stations, & retrogradations, la grandeur des parties obscurcies qu'on voit au Soleil & la Lune en leurs eclipses, des distances d'iceux à la terre, de la comparaison de leurs grandeurs avec la terre, avec plusieurs autres choses qui leur sont adjoinctes; ainsi donc nous viendrons maintenant au deuxiesme livre, qui contient les operations Mathematiques d'iceux, & ce sur l'hypothese erronée de terre immobile, comme elles sont venuës és mains de* Ptolemée, *assavoir sans entremesler sa pretendue invention des mouvemens incognus (comme la deuxiesme inegalité de la Lune, & la troisiesme inegalité de Saturne, Jupiter, Mars, Venus, & Mercure, aussi les mouvemens incognus des cinq derniers, lesquels on nomme ordinairement le mouvement incognu des planetes) lesquels n'y entreviendront, sinon en apres, mais particulierement, afin que chacun puisse voir clairement qu'est-ce qu'il y a de defaut en l'hypothese de terre immobile, & ainsi tascher de parvenir à d'autre invention meilleure. Desquelles choses je feray sept distinctions; assavoir,*

La 1, de l'eccentricité en general par voye Mathematique.
La 2, du cours du Soleil.
La 3, du cours de la Lune.
La 4, des cours de Saturne, Jupiter, Mars, Venus & Mercure.
La 5, des conjonctions, oppositions & eclipses des Planetes.
La 6, de la pretendue deuxiesme inegalité de la Lune, & troisiesme inegalité de Saturne, Jupiter, Mars, Venus & Mercure au cours en latitude.
La 7, du mouvement de latitude pretendue de *Ptolemée* touchant les 5 planetes, Saturne, Jupiter, Mars, Venus & Mercure.

### Notez.

J'appelle ceste operation, Mathematique, pour la distinguer de l'operation tirée des observations comme au premier livre; & combien que ce soit le plus souvent par des tables dont les nombres ne sont parfaits, comme la perfection Mathematique le requiert, toutesfois d'autant que la voye qui s'y remarque tend en un infini approchement, qui a beaucoup d'affinité avec la maniere Mathematique, & aussi que les demonstrations sont Mathematiques; pour ces raisons l'avons-nous distingué par ce nom, comme il est expedient.



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

# PREMIERE DISTINCTION DV SECOND LIVRE,

## Traictant en general de l'eccentricité Mathematique.

## SOMMAIRE DE CESTE PREMIERE DISTINCTION.

*Il eſt certain que l'on peut trouver par nombres l'eccentricité, & autres circonſtances qui y ſont neceſſaires, par le moyen de la cognoiſſance de trois lieux au deferant où la planete a eſté; & d'autant que la regle eſt generale, nous en deſcrirons deux propoſitions ſervant pour toutes les planetes, afin qu'il ne ſoit pas beſoing de les repeter tout du long pour chacune, comme on fait ordinairement, voire meſme* Ptolemée: *ce qui ſera bien plus commode, & plus propre pour les apprentifs. Or à ces deux propoſitions ſeront encor adjouſtés deux Theoremes de meſme matiere, qui en reſultent, l'un pour la majeure Proſtaphereſe, l'autre de la proportion qu'il y a entre les Diametres viſuels, & les diſtances des planetes.*

### Definition I.

*Nous appellons hypotheſe de terre immobile, quand le Soleil & la Lune ſe meuvent en des eccentriques chacun; comme auſſi les autres cinq planetes pareillement, mais ont encor un epicycle d'avantage.*

Cecy ſervira afin qu'on ſçache qu'à chaque fois qu'on parlera en ce deuxieſme livre, de l'operation Mathematique fondée ſur l'hypotheſe de terre immobile, qu'alors on ne doit entendre aucun mouvement imaginaire, autre que ce que la ſimple hypotheſe de terre immobile amene quant & ſoy: & ce pour les raiſons deduites au ſommaire precedent.

### Definition II.

*L'Angle compris des deux rayons viſuels, leſquels touchent un Aſtre és extremitez de part & d'autre, s'appelle Diametre viſuel.*

### Definition III.

*Racine des ans, Ere, ou Epoche, eſt un temps, ſur lequel comme fondement on compte les cours des planetes.*

Lors qu'on veut ſçavoir où ſera, ou bien où a eſté une planete en certain temps donné, il faut neceſſairement avoir un memoire où elle a eſté en quelque certain temps pour cognoiſtre tant devant qu'apres ſon lieu, lequel temps à ceſte fin eſt nommé Racine des ans, Ere ou Epoche, lequel eſt ordinairement un temps remarquable mis en uſage par pluſieurs nations, comme *Ptolemée*, lequel choiſit les ans de *Nabonaſſar*: les Chreſtiens le commencement des ans de *Chriſt*, ou la fin de quelques centaines des meſmes, ainſi nous prendrons par exemple le commencement de l'an 1600.

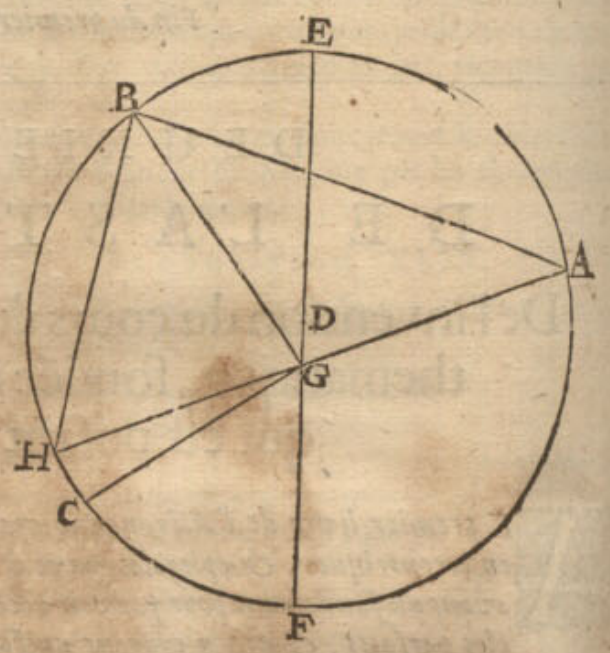
### Proposition I.

*Eſtant donné un eccentrique, & trois poincts en iceluy, avec la grandeur des arcs qui ſont compris entre iceux, comme auſſi les angles que leſdits arcs ſouſtendent ayans leurs ſommets à l'eccentre, puis ayant prolongé l'un des trois juſques à la circonference: trouver la raiſon des deux autres lignes non prolongées.*

*Le donné.* Soit A B C un eccentrique, D ſon centre, & en iceluy trois poincts A, B, C: par ainſi que l'arc A B ſoit de 120 deg. 15.
B C de 90 deg. 41.
Et C A reſtant, ſera 149 deg. 4.
D'avantage, ſoit E en l'arc A B, l'apogée, F le perigée, & G l'eccentre dans E F, duquel ſont menées les lignes G A, G B, G C: & la grandeur des angles qu'elles font en G, ſont, aſſavoir A G B 117 deg. 11.
B G C 90 deg. 37.
Donc C G A ſera de neceſſité 152 deg. 12.

Puis ſoit l'une des 3 lignes prolongée juſques à la circonference, je prens A G en H, ainſi que G H ſoit prolongement, & A G la prolongée.

*Le requis.* Il faut trouver la raiſon des deux lignes non prolongées B G, G C.




### Construction.

A ceſte fin il faut premierement trouver les deux raiſons du prolongement G H à une chacune des lignes B G, G C; ſoit premierement la raiſon de ladite G H à B G; & ainſi, je prens, la moitié de l'arc A B 120 deg. 15 ① entre la prolongée A G, & la non prolongée B G, de laquelle la raiſon eſt maintenant cerchée, fait 60 deg. 7.
Son ſinus pour B G la non prolongée 8670.
Souſtrait 60 deg. 7 ①, premier en l'ordre, de l'angle A G B 117 deg. 11 ① entre la prolongée A G & B G, reſte 57 deg. 4.
Son ſinus pour le prolongement G H 8393.
Tellement que la premiere raiſon cerchée, qui eſt de B G à G H, eſt comme les 8670 à 8393, ſecond & quatrieſme en l'ordre: & par raiſon renverſée, comme G H à B G, ainſi 8393 à 8670. Or comme la premiere raiſon a eſté trouvée, ainſi ſe trouvera la ſeconde de G H à G C, comme s'enſuit: La moitié de 149 deg. 4 ① de l'arc C A, entre la prolongée A G & la non prolongée C G, (de laquelle C G la raiſon eſt cerchée) fait 74 deg. 32.
Son ſinus pour la non prolongée C G 9638.
Souſtrayant 74 deg. 32 ①, cinquieſme en l'ordre, de l'angle A G C 152 deg. 12 ① (entre la prolongée A G & la non prolongée C G) reſte 77 deg. 40.

Son

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

Son sinus pour le prolongement G H 9769.
Tellement que la raison cerchée est de 9769 (huictiesme en l'ordre) à 9638 (sixiesme en l'ordre) pour G H à G C: Or estant la raison susdite de G H à B G remise en d'autres nombres, prenant pour G H prolongement, 9769 comme icy à la derniere raison, on trouvera B G estre de 10091.
Et icelle de telles parties que G C en contient 9638 (sixiesme en l'ordre) parquoy la raison des deux lignes non produites est de 10091 à 9638, assavoir pour B G à G C.

*Preparation.* Soyent menées les lignes droites AB, BH.

*Demonstration.* L'angle B H A egal à la moitié de l'angle, qui est mesuré de l'arc A B 120 deg. 15, par la 20 proposition du troisiesme livre *d'Euclides*; & aussi ostant l'angle B H A de B G A angle exterieur, restera l'angle G B H 57 deg. 4 ①, par la 32 proposition du premier livre, tellement que le triangle B G H ayant les angles cognus, on trouvera par iceux la raison des costez: le reste est facile.

*Conclusion.* Estant donc, &c.

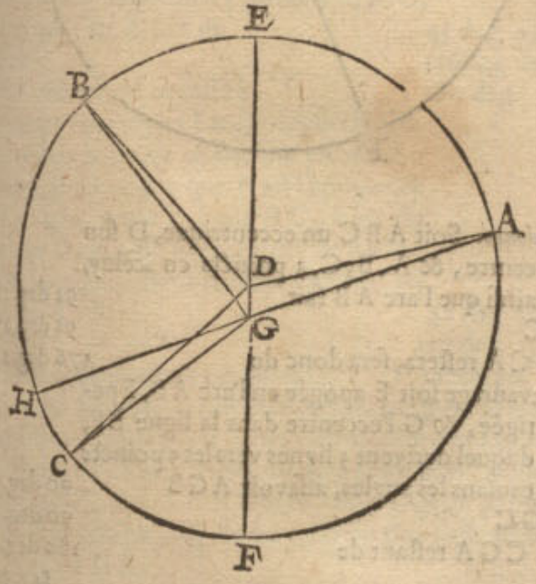
## Proposition II.

*Si on mene trois lignes de l'eccentre vers trois poincts en l'eccentrique, & que les arcs interceptés soyent donnez, comme aussi les angles, avec declaration de l'apogée, assavoir en quel arc il advient: Trouver premierement l'eccentricité en telles parties que le raid en comprenne 10000: secondement, la distance apparante qu'il y a depuis l'apogée jusques à l'un des trois poincts donnez, veuë de l'eccentre: finalement, l'arc de l'apogée jusques à un des trois poincts donnez.*

Pource qu'entre les trois arcs donnez quelques uns pourroyent estre de 180 deg. aussi de 90 degrez ou non, ce qui fait qu'il y a plusieurs operations les unes plus faciles que les autres; & combien qu'un angle de 180 degrez n'est plus angle, toutesfois on le pourra nommer angle, pour entendre qu'on parle de tous en general.

### 1 *Exemple, avec des arcs & des angles, qui ne sont de 90 degrez, ny de 180.*

*Le donné.* Soit A B C un eccentrique, & D son centre, en iceluy sont trois poincts A, B, C, ainsi que l'arc A B est de 120 deg. 15.
B C de 90 deg. 41.
Et C A le reste, de 149 deg. 4.




D'avantage soit E l'apogée en l'arc A B, F perigée, & G l'eccentre dans E F, duquel soyent menées les lignes G A, G B, G C, faisant les angles, assavoir A G B, de 117 deg. 11.
B G C 90 deg. 37.
Et C G A le reste sera de necessité 152 deg. 12.

*Le requis.* Il faut trouver premierement l'eccentricité D G, en telles parties que le raid B D est 10000. Secondement, la distance apparante de l'un des trois poincts, comme B, à l'apogée E, veuë de l'eccentre G, c'est l'angle E G B. Tiercement, l'arc de l'apogée E jusques audit poinct B, qui est E B.

*Preparation.* Je prolonge l'une des trois lignes A G, B G, C G, comme A G, jusques en H, ainsi que A G est la prolongée, & G H le prolongement, & B G, G C les deux non prolongées, & menée B C, entre les extremitez des non prolongées.

## Construction.

Je cerche la raison des deux non prolongées B G, G C, & la trouve par la 1 proposition, B G de 10091.
Et C G de 9638.
Le triangle B G C a trois termes cognus, assavoir l'angle B G C 90 deg. 37 ①, par le donné, B G 10091, premier en l'ordre, & C G 9638, deuxiesme en l'ordre: par lesquels on trouvera B C 14027.
L'angle C B G 43 deg. 23.
Ostant B D C (90 deg. 41 ① par le donné) de 180 degrez, restera pour les deux angles B, C du triangle B D C 89 deg. 19 ①: dont la moitié pour l'angle C B D est 44 deg. 39.
Iceluy C B D differe de C B G (quatriesme en l'ordre) de l'angle D B G 1 deg. 16.
La ligne B C 14027, troisiesme en l'ordre, donne B G 10091 premier, combien la mesme B C (la posant estre le nombre de la corde de l'arc B C 90 deg. 41 ①, faisant par la 13 proposit. de la construction des sinus) 14224? viendra pour B G 10233.
Alors le raid B D fait 10000.
Donc le triangle D B G a trois termes cognus, assavoir l'angle D B G 1 deg. 16 ①, sixiesme en l'ordre, B G 10233, le septiesme, & B D 10000, le huictiesme: par lesquels cerchez les trois incognus, qui se trouveront estre par la 6 proposition des triangles plans, assavoir D G l'eccentricité requise, de 323.
L'angle D G B, qui est aussi E G B pour la distance apparante de B, à l'apogée E 43 deg. 14.
Et l'angle B D G 135 deg. 30.
Lequel osté de 180 reste l'angle E D B, ou bien pour l'arc requis de E en B 44 deg. 30.

## Notez I.

D'autant qu'il est licite de mettre la lettre A aussi bien és figures suivantes, comme en la precedente, pour un des trois poincts que l'on voudra, j'estime que pour faciliter les exemples on pourra mettre A & B où l'apogée E doit venir entre deux: aussi que l'arc requis, de l'apogée E jusqu'à l'un des trois poincts, soit tousiours marqué de mesmes lettres qu'en la figure precedente: & qu'apres A, selon l'ordre & consequence des signes, suive immediatement B, puis C; afin d'avoir és exemples

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

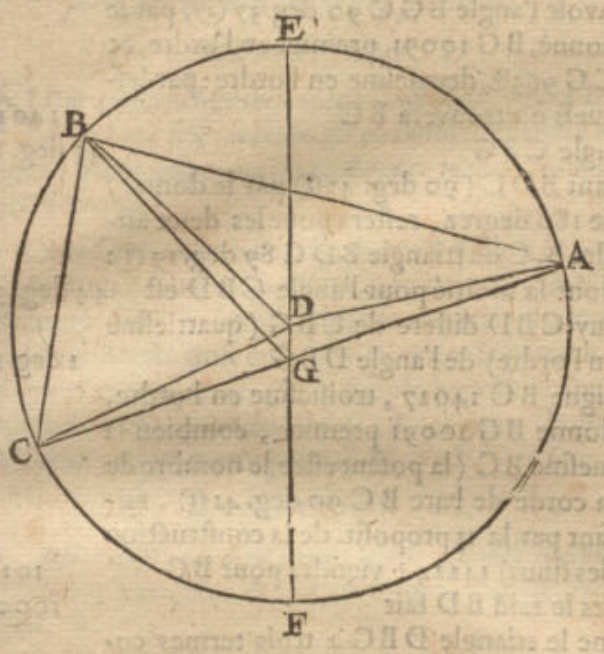
ples des lettres qui signifiaſſent la meſme choſe, afin qu'on ne face d'addition lors que l'exemple qu'on imite fait la ſouſtraction; & qu'on ne face la ſouſtraction lors que l'exemple à imiter fait l'addition.

### Note II.

Quelqu'un bien entendu en ceſte matiere pourroit demander pourquoy il a eſté dit qu'au donné on requiert de cognoiſtre en quel arc l'apogée advient, veu que chez les autres autheurs on le trouve par les cours plus viſtes & plus lents des planetes, qu'on remarque és trois lieux donnez. A quoy je reſpons, que puis que cela ſe doit ſçavoir par les precedentes obſervations, qu'on acquiert par les Ephemerides obſervées, deſquelles choſes a eſté parlé à la 4 propoſition du 1 livre, que nous tenons auſſi cela pour cognu par meſme moyen.

*2. Exemple, avec trois arcs ſans qu'il y en ayt un de 180 degrez, mais bien un angle d'autant, aſſavoir de 180 degrez: & pas un des autres deux de 90 deg.*

La briefveté de ce 2 exemple eſt, qu'il n'eſt pas beſoing de cercher la raiſon des deux lignes non prolongées, comme au 1 exemple.




*Le donné.* Soit A B C un eccentrique, D ſon centre, & en iceluy trois poincts A, B, C, ainſi que les arcs entre iceux ſoyent, aſſavoir A B de 120 deg. 15.
B C 63 deg. 22.
Et C A reſtant de 176 deg. 23.
Davantage ſoit E apogée en l'arc A B, F perigée, & G l'eccentre dans la ligne E F, duquel derivent 3 lignes vers les 3 poincts cauſans les angles, aſſavoir A G B 117 deg. 11.
B G C 62 deg. 49.
Et C G A reſtant de 180 deg.

*Le requis.* Il faut trouver premierement l'eccentricité D G, en telles parties que le raid en fait 10000. Secondement, la diſtance apparante de l'un des 3 poincts A, B, C, comme de C, à l'apogée E, veuë de l'eccentre G, c'eſt l'angle E G C. Tiercement, l'arc depuis l'apogée E juſques à l'un des 3 poincts A, B, C, & ſoit de C.

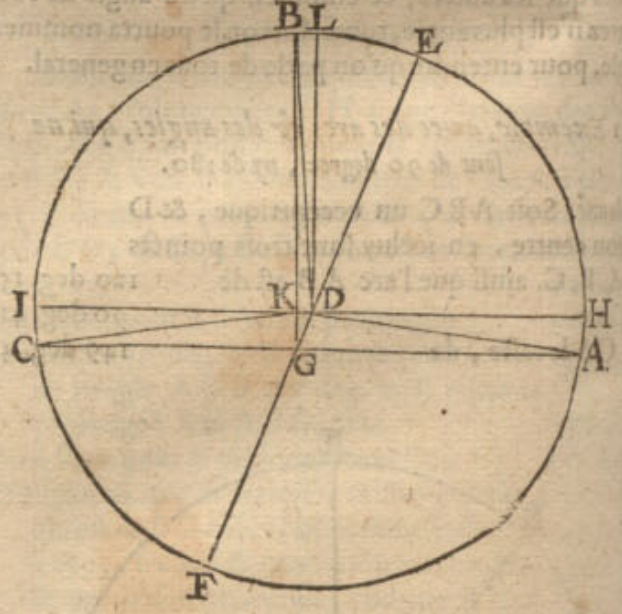
*Preparation.* Soyent menées les 3 lignes droites A B, B C, C A, deſquelles C A doit paſſer par G, pource que l'angle C G A eſt de 180 deg. par l'hypotheſe.

Construction.

Veu que l'arc A B, ou l'angle A D B, eſt donné de 120 deg. 15 ①, ſa moitié pour l'angle A C B, qui eſt auſſi pour G C B, 60 deg. 7.
Le triangle G C B a trois termes cognus, aſſavoir l'angle G C B 60 degr. 7. B C G 62 deg. 49 ①, ſelon le donné, & le coſté B C 10504, comme corde de l'arc B C, faiſant ſelon l'hypotheſe 63 deg. 22 ①, par leſquels cerchez C G, & trouverez 9911.
L'arc C A, ou l'angle C D A faiſant par le donné 176 deg. 23 ①, ſouſtrait de 180 degr. reſtera pour les angles D C A & D A C, 3 deg 37 ①; ſa moitié pour D C A ou D C G, 1 deg. 48.
Le triangle D C G a trois termes cognus, comme le coſté C G 9911, 2 en l'ordre, & C D 10000, & l'angle D C G 1 deg. 48 ①, troiſieſme en l'ordre: par leſquels les 3 termes incognus ſe trouveront eſtre, aſſavoir D G eccentricité requiſe, de 315.
Et l'angle D G C, qui eſt auſſi l'angle requis E G C, 104 deg. 59.
Et l'angle C D G 73 deg. 13 ①, duquel l'adjoinct eſt pour E D C, ou l'arc requis E C 106 deg. 47.

*3. Exemple, ſans aucun arc de 180 deg. & 3 angles, dont l'un eſt de 180 deg. & les deux autres chacun de 90 deg.*

Ce 3 exemple ſe peut reſoudre par le moyen du precedent: Mais pour le faire ſelon la maniere de *Ptolemée*, laquelle eſt plus briefve, & non pas ſi certaine, comme nous monſtrerons ailleurs, je la deſcriray comme s'enſuit.




*Le donné.* Soit A B C un eccentrique, D ſon centre, & A, B, C, 3 poincts en iceluy, ainſi que l'arc A B fait 92 deg. 18.
B C 91 deg. 17.
Et C A reſtera, ſera donc de 176 deg. 25.
Davantage ſoit E apogée en l'arc A B, F perigée, & G l'eccentre dans la ligne E F, duquel derivent 3 lignes vers les 3 poincts cauſans les angles, aſſavoir A G B 90 deg.
B G C 90 deg.
Et C G A reſtant de 180 deg.

*Le requis.*

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

*Le requis.* Il faut premierement trouver l'eccentricité DG, en telles parties que le raid BD en fait 10000. Secondement, la distance apparante de l'un des 3 poincts A, B, C, & soit de C, à l'apogée E, veuë de l'eccentre G, qui est l'angle EGB. Tiercement, l'arc depuis l'apogée E jusqu'à l'un des 3 poincts A, B, C, soit de B.

*Preparation.* Soyent menées les lignes AC, BG & HI par D, parallele à AC, coupant BG en K, puis apres LD parallele à BG.

CONSTRVCTION.

Soustrayant l'arc CA donné de 176 deg. 25 ①, du demicercle IFH 180 deg. restera pour les deux arcs HA, IC, 3 deg. 35 ①, sa moitié pour IC — 1 deg. 48.
Son sinus aussi pour KG — 314.
Ostant AH 1 deg. 48 ①, encor HL 90 deg. de AB donné de 92 deg. 18 ①, restera LB — 0 deg. 30.
Son sinus pour KD — 87.
Le triangle KDG a 3 termes cognus, comme KG 314, 2 en l'ordre, le costé KD 87, 4 en l'ordre, & l'angle GKD droict. Par lesquels cerchez le costé DG, & l'angle DGK, par la 6 propos. des triangles plats, assavoir DG l'eccentricité requise (en telle partie que le raid DB fait 10000, d'autant que KG fait 314 & KD 87 des mesmes parties) — 326.
Et l'angle DGK, ou l'angle EGB, comme la distance apparante requise de E jusqu'à B — 15 deg. 29.
L'angle EDL estant egal à DGK, iceluy EDL, ou bien EL, sera autant que DGK aussi 15 deg. 29 ①: Auquel adjousté LB 30 ①, troisiesme en l'ordre, viendra pour l'arc EB requis — 15 deg. 59 ①.

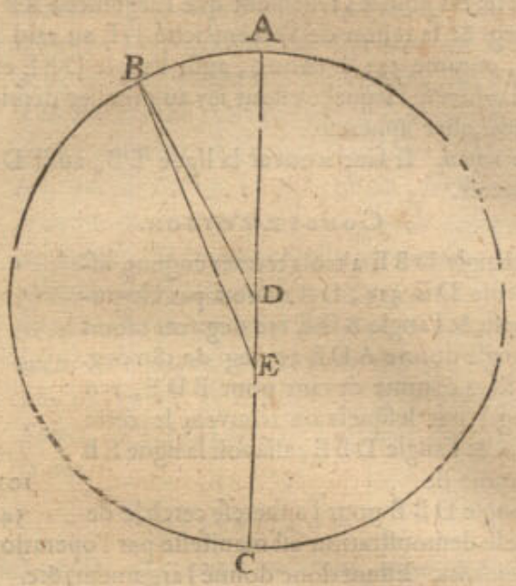
NOTEZ.

Or qu'il y ayt plus de certitude par la voye du 2 exemple, que par ce 3, est manifeste en ce que l'eccentricité DG est trouvée icy par des moindres nombres que là, veu que les deux costez KG 314, & KD 87 du triangle KDG sont plus courts que les 2 costez CD 10000, & CG 9911 du triangle CDG.

4. *Exemple, avec 3 arcs, desquels l'un est de 180 deg. & trois angles, desquels l'un est aussi de 180 deg.*

*Le donné.* Soit ABC un eccentrique, & D son centre: auquel y a 3 poincts A, B, C, ainsi que l'arc A soit de — 43 deg. 49.
BC de — 136 deg. 11.
Et CA restant, de necessité — 180 deg.
Davantage voyant que l'angle depuis le premier lieu jusqu'au troisiesme est de 180 degré, je remarque que A est l'apogée, & D perigée, entre la ligne AC, hors du centre D, je pose E eccentre, & menée EB, les angles estans comme s'ensuit, assavoir AEB. — 42 deg. 35.
BEC de — 137 deg. 25.
Et CEA restant, est de necessité — 180 deg.

*Le requis.* Veu que la distance apparante, qui est l'angle AEB 42 deg. 35 ①, le 4 en l'ordre, & l'arc de l'apogée jusques à l'un des trois poincts, comme B, est de 43 deg. 49 ①, premier en l'ordre, sont cognus par le donné, il ne sera besoing de les cercher, ains seulement l'eccentricité DE.




CONSTRVCTION.

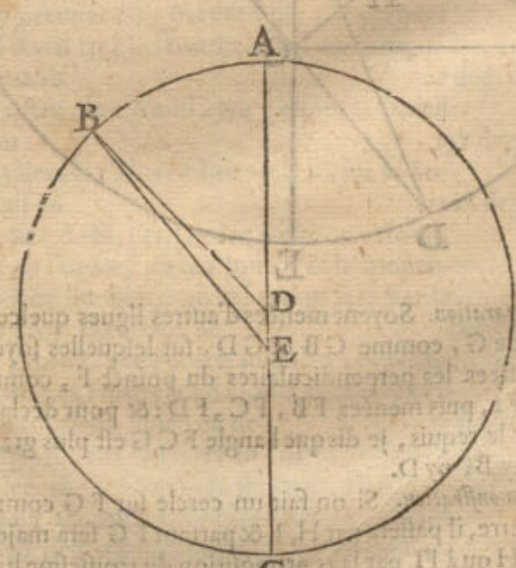
Le triangle BDE, a trois termes cognus, comme l'angle BDE 136 deg. 11 ①, le 2 en l'ordre, DEB 42 deg. 35 ①, quatriesme en l'ordre, & le costé DB 10000 Par lesquels cerchant le costé DE, sera trouvé estre par la 4 prop. des triangles plats, pour l'eccentricité requise de — 318

*Conclusion.* Estant donc donnez un eccentrique & en sa circonference 3 poincts, &c.

PROPOSITION III.

*ESTant dõné l'argument ou magnitude du cours d'une planete, ou d'un poinct au deferant; avec la raison de l'eccentricité au raid du deferant: Trouver la ligne entre la planete, ou poinct, & le centre de la terre en telles parties que le raid du deferant en fait 10000: aussi la prostaphereſe de la planete, ou poinct, par voye Mathematique fondée sur l'hypotheſe de terre immobile.*

En ceste proposition est parlé d'argument ou de la magnitude du cours d'une planete, (ce qui se commence tousiours de l'apogée,) la raison est pour parler generalement tant des planetes qui se meuvent en des deferants, comme le Soleil & la Lune, que des centres d'epicycles des autres planetes, qui se meuvent aussi en des deferans.




*Le donné.* Soit ABC un deferant, D son centre, & E l'eccentre, ou la terre, A l'apogée, & C perigee, B la planete,

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

planete, ou poinct; tellement que l'argument AB fait 30 deg. & la raison de l'eccentricité DE au raid DB soit, comme 323 à 10000, aussi l'angle DBE est la prostaphereſe, laquelle estant icy au premier demicercle doit estre aphereſe.

*Le requis.* Il faut trouver la ligne EB, aussi DBE l'aphereſe.

### Construction.

Le triangle DBE a trois termes cognus, assavoir DE 323, DB 10000 par l'hypotheſe, & l'angle BDE 150 deg. (car ostant l'angle donné ADB 30 deg. de 180 deg. reſtera comme devant pour BDE, 150 deg.) par leſquels on trouvera le costé EB & l'angle DBE, assavoir la ligne EB requise de 10281.

Et l'angle DBE pour l'aphereſe cerchée de 54 ①.

Dont la demonstration est manifeste par l'operation.

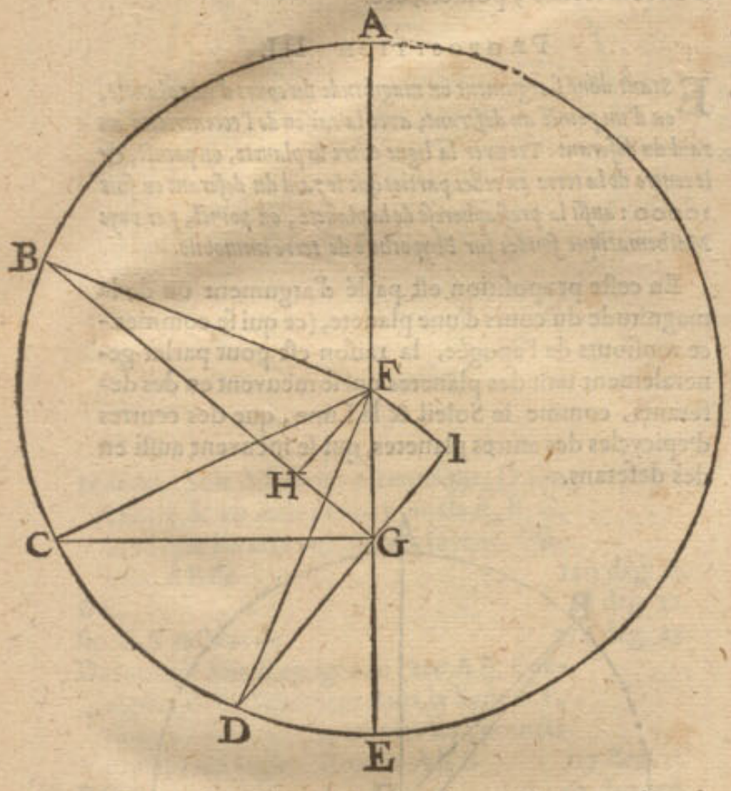
*Conclusion.* Estant donc donné l'argument, &c.

### Theoreme. Proposition IV.

*La plus grande prostaphereſe au deferant est à l'extremité de la perpendiculaire sur l'eccentricité, passant par l'eccentre.*

*Le donné.* Soit ABCDE un deferant, F son centre, G eccentre, duquel est menée GC perpendiculaire à l'eccentricité.

*Le requis.* Il faut demonstrer que la plus grande prostaphereſe est en C extremité de la ligne CG, qui est perpendiculaire à l'eccentricité FG, & passant par G.




*Preparation.* Soyent menées d'autres lignes quelconques de G, comme GB & GD, sur leſquelles soyent abbaiſſées les perpendiculaires du poinct F, comme FH, FI, puis menées FB, FC, FD: & pour declarer encor le requis, je dis que l'angle FCG est plus grand que ny B, ny D.

*Demonstration.* Si on fait un cercle sur FG comme diametre, il paſſera par H, I, & partant FG sera majeure à FH ou à FI, par la 15 propoſition du troiſieſme livre *d'Euclides*: D'avantage, si on fait des demicercles, ayans pour diametres FB, FC, FD egales, ils seront egaux, & paſſeront, l'un par H, l'autre par G, & finalement l'autre par I; mais à celuy qui est fait sur FC, paſſant par G, advient la plus grande corde des trois, FH, FG, FI, qui est FG, comme dit est, & par conſequent FG ſouſtendra un plus grand arc, qui pour ceſte cauſe sera oppoſite au plus grand angle C.

*Concluſion.* La plus grande prostaphereſe donc, au deferant est à l'extremité de la perpendiculaire sur l'eccentricité, paſſant par l'eccentre. Ce qu'il falloit demonſtrer.

### Corollaire.

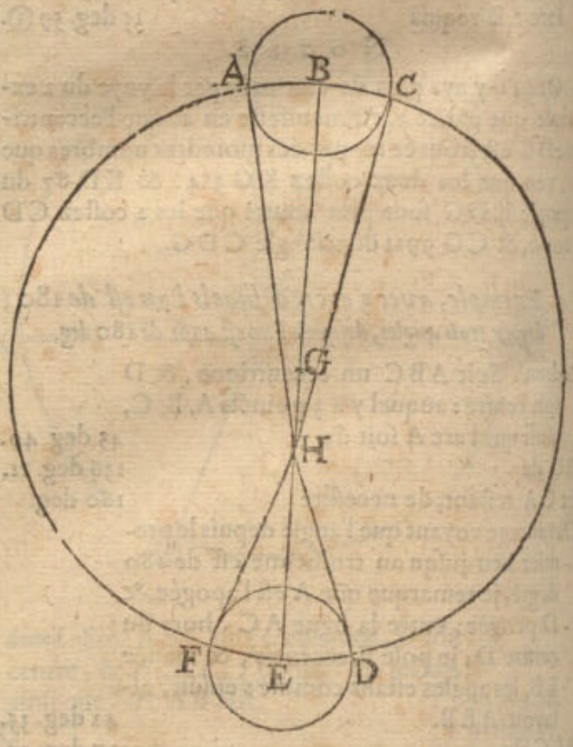
D'autant que le triangle FGC a trois termes cognus, G droit, FC 10000, & FG 323, par le deuxieſme exemple de la deuxieſme propoſition, il appert qu'on cognoiſtra l'angle FCG de 2 deg. 23 ① pour la plus grande prostaphereſe.

### Theoreme. Proposition V.

*Estant veuë une planete de la terre, en diverſes eſlongations: comme ſon moindre diametre viſuel (lequel eſt veu tel, eſtant la planete en ſa plus grande eſlongation de la terre), au majeur diametre viſuel (lequel eſt veu tel, eſtant icelle en ſa moindre eſlongation:) ainſi à peu pres la moindre eſlongation à la majeure.*

*Le donné.* Soit ABCDEF un deferant, G ſon centre, H la terre, & menée BE diametre, par icelle, alors B ſera l'apogée, & E perigée; ſur leſquels, comme centre, ſoyent deſcrits des cercles egaux ſignifians une meſme planete en iceux, comme ſeroit la Lune, & menées HA, HC, HF, HD; & ſoit l'angle AHC (qui est le diametre viſuel) trouvé par experience, je prens de 30 ①, & FHD de 32 ①; & HB est ſa plus grande eſlongation de la terre, & HE la moindre.

*Le requis.* Il faut demonſtrer que comme AHC 30 ① à FHD 32 ①, ainſi à peu pres EH à HB.




*Demonſtration.* Si on prend ABC eſtre ligne droite, l'erreur ſera imperceptible, eſtant environ de 30 ①; & ainſi que ABH ſoit un triangle rectiligne, rectangle en B; alors l'angle aigu (s'il faut ainſi dire) de BAC ſera de 89 deg. 45 ①, ainſi que AB à BH ſeront comme les ſinus des angles oppoſites, c'est à dire comme AB 43632 à BH

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

à BH, 9999905.
Et faisant le semblable au triangle HEF, on trouvera que FE sera à EH, comme assavoir FE, 46541.
à EH, 9999892.
Que si on pose AB estre 43632, comme devant, alors BH sera 9999905, deuxiesme en l'ordre; que sera BH estant posee AB autrement, assavoir 46541, le troisiesme en l'ordre? viendra pour BH 10666611.
Et ce en telles parties que EH en contient 9999892, le quatriesme en l'ordre: Ce qu'estant ainsi, je dis, que cõme 30 ☉ à 32 ☉, ainsi assez pres 9999892 à 10666611, cinquiesme en l'ordre; car disant 30 ☉ donne 32 ☉, combien 9999892? viendra 10666558, ce qui est fort pres de l'autre, voire si on delaisse les deux lettres dernieres, alors 30 ☉ à 32 ☉ sera comme 99999 à 106666 en entiers, qui different ainsi en moins que de l'unité: Et cecy estant fait par exemple de la Lune, on pourra entendre le mesme des autres planetes.

*Conclusion.* Estant donc veuë une planete de la terre, &c.

### Proposition VI.

*Estant donné le diametre visuel d'une planete, lors qu'elle est la plus esloignée de la terre, avec la raison de sa plus grande eslongation de la terre a une moindre: trouver son diametre visuel estant la planete en ladite moindre eslongation.*

*Le donné.* Soit le diametre visuel d'une planete en sa plus grande eslongation de la terre, 30 ☉ estant en A apogée, comme en la figure de la troisiesme proposition, posant que cela fust ainsi trouvé par experience: Et la plus grande ligne EA 10323 (assavoir AD 10000 avec ED 323) la moins longue EB 10287 (comme elle a esté trouvée à la susdite 3 proposition.)

*Le requis.* Il faut trouver le diametre visuel de la planete estant en B, lors que BA est 30 degrez.

### Construction.

Je dis la courte ligne EB 10287 donne la plus longue EA 10323, combien le diametre visuel donné 30 ☉? vient pour le diametre visuel requis 30 ☉, 7 ☉.

Et ainsi appert comment on le trouvera estant la planete en autre lieu, dont la demonstration est manifeste par la construction.

### Notez.

Il a esté dit à la proposition: (Estant donné le diametre visuel d'une planete, lors qu'elle est la plus esloignée de la terre) cela a esté fait pour estre ainsi plus propre à construire des tables, assavoir en l'apogée ou bien au perigée, combien que la regle soit generale pour les diametres visuels des autres lieux: Aussi que ceste regle est generale pour les planetes qui se meuvent en des epicycles, veu que le requis est trouvé par leurs distances & eslongations de la terre.

*Conclusion.* Estant donc donné, &c.

## DEUXIESME DISTINCTION DU DEUXIESME LIVRE,

De l'invention du cours du Soleil, par voye Mathematique, fondée sur l'hypothese de terre immobile.

### SOMMAIRE DE CESTE DEUXIESME DISTINCTION.

*Ayant premierement defiy que c'est de Soleil equidiel, suivront 22 propositions, desquelles la premiere, qui est la 7 en l'ordre, sera de trouver l'eccentricité du deferant du Soleil, avec ses dependances: la seconde (qui est la 8 en l'ordre) de l'invention de la prostapherese, & diametre visuel du soleil: les 4 suivantes, qui sont les 9, 10, 11, & 12, serviront à trouver en tout temps la longitude apparante du Soleil: Et les 10 propositions consequentes, assavoir les 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21 & 22, seront pour l'equation des jours: Et finalement les 6 dernieres, comme les 23, 24, 25, 26, 27, & 28, de la distance, & grandeur du Soleil, ses parallaxes, & longueur du cone de la nuict.*

### Definition.

*Soleil equidiel, est un poinct imaginaire, lequel se meut uniformement par l'equinoctial, ainsi qu'il se trouve tousiours avec le vray Soleil en la section vernale.*

Par les 15 & 16 definitions du premier livre touchant les planetes en general, on entend que c'est de Soleil apparant, & Soleil moyen: Mais joignant ces deux-la, j'ay defiy que c'est de l'equidiel, servant à l'intelligence de l'equation des jours, desquels sera parlé en ceste deuxiesme distinction.

### Proposition VII.

*Par trois lieux où le Soleil a esté, cognoistre premierement l'eccentricité, en telles parties que le raid du deferant en contienne 10000. Secondement, la longitude apparante de l'apogée. Tiercement, l'argument d'un des 3 poincts. Quartement, la longitude du Soleil moyen; & ce par voye Mathematique, fondée sur l'hypothese de terre immobile.*

#### 1. *Exemple avec 3 lieux où le Soleil a esté, où se trouvent 3 arcs, & 3 angles, sans qu'aucun d'iceux soit 180 deg.*

*Le donné.* Ayant en main quelques Ephemerides observées, au lieu desquelles nous nous servirons des calculées pour les raisons deduites en la 1 proposition du premier livre, j'y choisis 3 lieux du Soleil, dont le premier est, par exemple, le premier d'Avril 1554, estant le Soleil en l'ecliptique au 20 deg. 38 ☉.
Le 2 lieu, le 1 Aoust 1554, estant le Soleil au 137 deg. 49.
Le 3 lieu, le 1 Novembre 1554, estant le Soleil au 228 deg. 26.
Or du 1 Avril, 1 en l'ordre, jusqu'au 1 Aoust, 2 en l'ordre, y a 122 jours: & le mouvement du Soleil en tel temps sera par la 3 prop. du 1 livre, de 120 deg. 15.
Du 1 Aoust, 2 en l'ordre, jusqu'au 1 Novembre, 3 en l'ordre, y a 92 jours, auquel temps le cours du Soleil est de 90 deg. 41.
Lesquels deux derniers en l'ordre font 210 deg. 56 ☉, son residu du cercle est 149 deg. 4.
Ostant 20 deg. 38 ☉, premier en l'ordre, de 137 deg. 49 ☉, second en l'ordre, restera pour le mouvement du Soleil apparant du 1 au 2 lieu 117 deg. 11.
Ostant 137 deg. 49 ☉, 2 en l'ordre, de 228 deg. 26 ☉, 3 en l'ordre, restera pour le



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

mouvement apparant du Soleil, depuis le 2 lieu jusqu'au 3 — 90 deg. 37.

Puis adjoustant 117 deg. 11 ①, penultieme en l'ordre, à 90 deg. 37 ①, dernier en l'ordre, vient 207 deg. 48 ①, son residu circulaire est — 152 deg. 12.

*Le requis.* Les trois lieux du Soleil estant cognus avec leurs circonstances comme devant, il faut trouver par iceux premierement l'eccentricité en telles parties que le raid du deferant en contient 10000. Secondement, la longitude apparente de l'apogée. Tiercement, l'argument de l'un des trois lieux, je prens du deuxiesme. Quartement, la longitude du Soleil moyen.

*Preparation.* Je designe un cercle A B C, comme deferant du Soleil, D son centre, & en iceluy 3 poincts A, B, C, ainsi que l'arc A B fait le nombre 4 en l'ordre, qui est — 120 deg. 15.

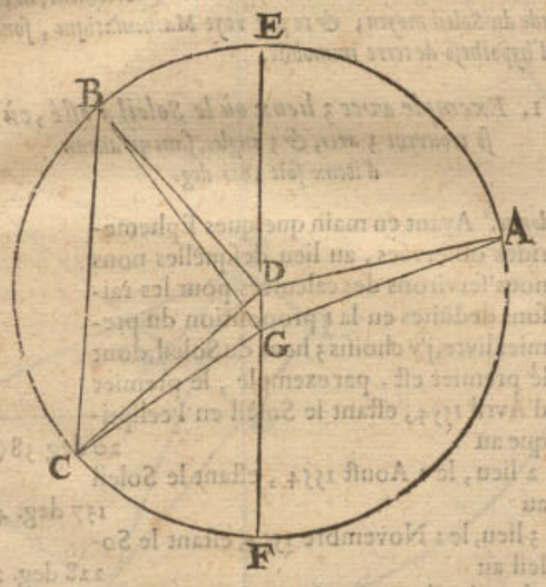
Mais B C donné, 5 en l'ordre, fait — 90 deg. 41.

Donc C A residu circulaire fait de neces-sité — 149 deg. 4.

Davantage par la 4 propos. du 1 livre, je voy que l'apogée doit venir en l'arc AB, comme je prens, en E; duquel je mene une ligne par D, jusques à la circonference en F comme perigée, marquant puis apres l'eccentre G, ou la terre dans DF, menant les 3 lignes de G vers A, B, C, ainsi que suivant le donné, l'angle A G B, 7 en l'ordre, fait — 117 deg. 11.

Et l'angle B G C donné, comme 8 en l'ordre, — 90 deg. 37.

Et aussi l'angle C G A donné, le 9 en l'ordre, 152 deg. 12.




Par lesquels (pour declarer autrefois le requis de ceste proposition) il faut trouver premierement D G l'eccentricité en telles parties, que B D raid en fait 10000. Secondement, la longitude apparante de l'apogée E; Tiercement, l'argument de B. Quartement, la longitude du Soleil moyen.

### Construction.

D'autant que j'ay icy une figure de la qualité, comme en la 1 prop. du present, parquoy par son moyen je cerche la raison des deux prolongées, lesquelles je choisis estre B G, G C, trouvant que si G B est — 10091.

Alors C G sera — 9638.

Laquelle raison estant cognuë, suit que par le 1 exemple de la 2 propos. je trouvasse premierement D G eccentricité prenant D E 10000, & vient — 313.

Secondement, la distance apparante de B à E, par le 1 exemple de la 2 propos. veu de l'eccentre G, qui est l'angle E G B de 43 deg. 14 ①, mais B est sous le 137 deg. 49 ① par le 2 donné, & est ainsi E ces 43 deg. 14 ① plus en arriere que B, & l'ostant de 137 deg. 49 ① restera pour la longitude apparente de l'apogée E (trouvée assez pres de 94 deg. 35 ① en la 4 prop. du 1 livre, par operation avec des Ephemerides observées) — 94 deg. 35.

Tiercement, par le susdit 1 exemple de la 2 prop. l'arc E B se trouve pour argument requis — 44 deg. 30.

Quartement, j'y adjouste 94 deg. 55 ①, 4 en l'ordre, vient pour la longitude du Soleil moyen sur le 1 d'Aoust 1554, — 139 deg. 5.

*Demonstration.* Puis que l'argument du vray Soleil estoit au 1 d'Aoust 1554 de 44 deg. 30 ①, 3 en l'ordre, auquel est egal l'arc de l'apogée apparant jusqu'au Soleil moyen, par la 16 definition, il faut donc que le mesme face 44 deg. 30 ①; que si l'on y adjouste la longitude apparante de l'apogée 94 deg. 35 ①, 4 en l'ordre, la somme devra estre la requise : le reste est intelligible de soy-mesme par la construction.

### Notez.

On sçaura que ceste note, advertit touchant la retention des lettres qui signifient le mesme és figures, comme a esté dit en la note du 1 exemple de la 2 prop. à la fin : assavoir qu'on se servira des mesmes lettres en l'exemple suivant, comme en la 2 prop.

### 2. *Exemple où il y a 3 lieux du Soleil, sans nul arc de 180 deg. & un angle de 90 deg. & pas un de 180.*

*Le donné.* Je choisis 3 lieux du Soleil és Ephemer. de *Stadius*; le premier, par exemple, sur le 1 Avril 1554, le Soleil estant au — 20 deg. 51.

Le deuxiesme, le 1 Aoust 1554, le Soleil au — 137 deg. 49.

Le troisiesme, le 4 Octobre 7 heures 12 ①, en l'an 1554, estant le Soleil au — 200 deg. 40.

Or du premier Avril jusques au 1 Aoust sont 122 jours; auquel temps le cours du Soleil en son deferant est, par la 3 prop. du 1 livre, de — 120 deg. 15.

Du premier Aoust, 2 en l'ordre, jusqu'au 4 Octobre 7 heures 12 ①, 3 en l'ordre, y a 64 jours 7 heures 12 ①; Auquel temps le Soleil a couru, par la 3 propos. du 1 livre, — 63 deg. 22.

La somme de 120 deg. 15 ①, 4 en l'ordre, & de 63 deg. 22 ①, 5 en l'ordre, est 183 deg. 37 ①, duquel le residu circulaire est — 176 deg. 23.

Ostant 20 deg. 38 ①, 1 en l'ordre, de 137 deg. 49 ①, 2 en l'ordre, reste pour le cours apparant du Soleil, du 1 lieu jusques au 2, — 117 deg. 11.

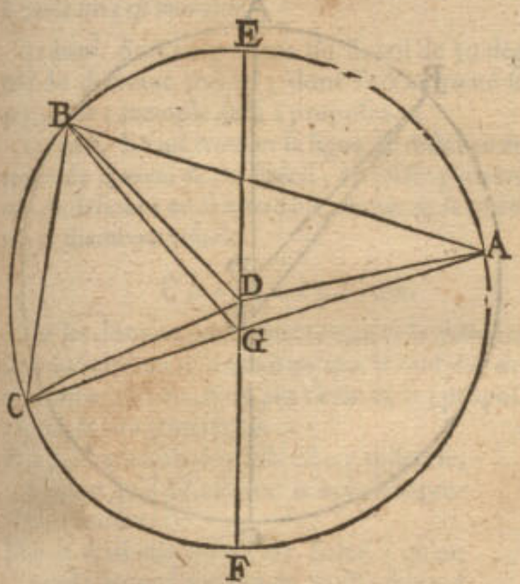
Ostant 137 deg. 49 ①, 2 en l'ordre, de 200 deg. 40 ①, 3 en l'ordre, reste pour le cours apparant du Soleil du 2 lieu jusqu'au 3, — 62 deg. 51.

Adjoustant 117 deg. 11 ①, 7 en l'ordre, à 62 deg. 51 ①, 8 en l'ordre, vient 180 deg. 2 ①; mais posons par exemple que ce ne soit que 180 deg. residu circulaire est — 180 deg.

*Le requis.*

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

*Le requis.* Les trois lieux du Soleil avec leurs circonstances estant cognus, comme devant, il faut par iceux cognoistre le contenu de ceste proposition: Assavoir premierement, l'eccentricité en telles parties que le raid du deferant en contient 10000. Secondement, la longitude apparante de l'apogée. Tiercement, l'argument du Soleil en l'un des trois lieux, je prens au deuxiesme. Quartement, la longitude du Soleil moyen.




*Preparation.* Soit A B C un cercle denotant le deferant du Soleil, D son centre, & en iceluy trois poincts A, B, C, ainsi que l'arc A B face le nombre du quattriesme en l'ordre donné 120 deg. 15.
Mais B C, cinquiesme en l'ordre donné, qui est 63 deg. 22.
Et C A par consequent doit faire necessairement le residu circulaire du sixiesme donné en l'ordre, 176 deg. 23.
D'avantage je voy que par la 4 proposition du 1 livre, que l'apogée doit venir entre A B, comme en E, duquel menant la ligne par D jusques à la circonference en F, comme perigée, je marque puis apres G eccentre ou la terre duquel derivent les trois lignes G A, G B, G C, & suivant l'hypothese, l'angle A G B sera le septiesme en l'ordre 117 deg. 11.
Et l'angle B G C, le huictiesme en l'ordre 62 deg. 51.
Et finalement l'angle C G A, le neufiesme en l'ordre 180 deg.
Par lesquels pour declarer autrement le contenu du requis, il faut trouver D G eccentricité, posant B D 10000: & la longitude apparante de l'apogée E; tiercement, l'argument du Soleil estant au deuxiesme poinct B.

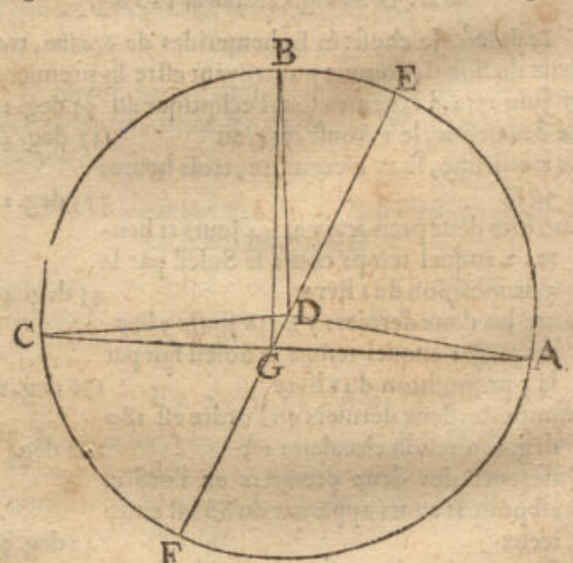
CONSTRVCTION.

D'autant que ceste figure est de mesme qualité que celle de la deuxiesme proposition au deuxiesme exemple, je trouve par le mesme, premierement l'eccentricité D G (posant B D 10000) de 325.
Secondement, par le mesme exemple C E, veu de l'eccentre G, assavoir l'angle E G C 104 deg. 59 ①; mais C est au 200 deg. 40 ①, par le troisiesme en l'ordre donné, & partant E est de 104 deg. 59 ① plus en arriere, que C, par lequel je l'oste de 200 deg. 40 ① susdit, reste pour la longitude apparante de l'apogée E 95 deg. 41.
Tiercement, je trouve par le susdit exemple l'arc E C, pour l'argument du Soleil E C 106 deg. 47.
Quartement, j'adjouste avec iceluy 95 deg. 45 ①, deuxiesme en l'ordre, vient pour la longitude requise du moyen Soleil au 4 Octobre 7 heures 12 ① en l'an 1554, 202 deg. 28.

### 3 *Exemple avec trois lieux du Soleil, sans aucun arc de 180 degrez, mais bien un angle de 180 degrez, & deux autres chacun de 90 degrez.*

Ce troisiesme exemple peut estre resoud par la maniere du deuxiesme, toutefois nous le construirons comme s'ensuit, pour les raisons deduites au commencement du troisiesme exemple de la 2 proposition.

*Le donné* Je choisis dans les Ephemerides de *Stadius*, trois lieux du Soleil, le premier soit au 1 Avril 1554, au 20 deg. 38.
Le second au troisiesme Juillet 15 heures 35 ①, 1554, le Soleil estant au 110 deg. 38.
Le troisiesme le 4 Octobre 6 heures 24 ①, au 200 deg. 38.
Entre les deux premiers en l'ordre y a 93 jours, 15 heures 35 ①, auquel temps par la troisiesme proposition du 1 livre le cours du Soleil est 92 deg. 18.
Du 3 Juillet 15 heures 35 ① jusques au 4 Oct. les deuxiesme & troisiesme en l'ordre, y a 92 jours 15 heures 49 ①: auquel temps le cours du Soleil est par ladite troisiesme proposition du 1 livre, 91 deg 17.
Somme des quattriesme & cinquiesme en l'ordre, est 183 deg. 35 ①, son residu circulaire est 176 deg. 25.
Ostant 20 deg. 38 ①, premier en l'ordre de 110 deg. 38 ①, deuxiesme en l'ordre, reste pour le cours apparant du premier lieu au deuxiesme, 90 deg.
De mesme ostant le deuxiesme en l'ordre du troisiesme, restera pour le cours apparant du deuxiesme lieu jusques au troisiesme 90 deg.
Somme des deux derniers en l'ordre, 180 deg. son residu circulaire est 180 deg.




*Le requis.* Les trois lieux du Soleil avec leurs circonstances estant cognus, il faut trouver l'eccentricité D G, posant B D 10000; secondement, la longitude apparante



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

rante de l'apogée E ; tiercement, l'argument d'un des trois poincts, comme de B : finalement, la longitude du Soleil moyen.

*Preparation.* Je desigue le cercle A B C comme deferant du Soleil, son centre D, & en iceluy trois poincts A, B, C, ainsi que l'arc A B fait le nombre donné quatriesme en l'ordre, assavoir 92 deg. 18.
Mais B C, cinquiesme en l'ordre, est 91 deg. 27.
Et C A sera de necessité le residu circulaire du donné sixiesme en l'ordre, qui sera de 176 deg. 23.
D'avantage je vois que par la 4 proposition du 1 livre, que l'apogée doit venir dans l'arc A B, je prens en E, duquel par D je mene un diametre, trouvant le perigée en F, & marque l'eccentre G entre D, F, comme la terre, de laquelle soyent menées trois lignes vers A, B, C, ainsi que suivant le donné septiesme en l'ordre, l'angle A G B fera 90 deg.
Et l'angle B G C, huictiesme en l'ordre, 90 deg.
Et partant C G A, neufiesme en l'ordre, 180 deg.

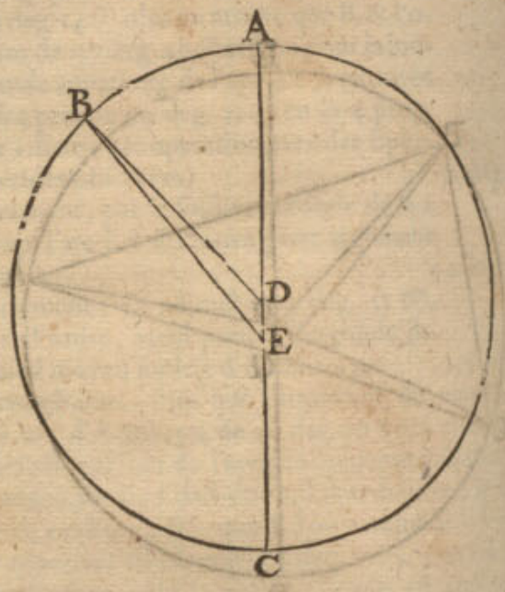
### Construction.

Ayant ainsi une figure de la qualité du deuxiesme exemple de la 3 proposition, je trouve l'eccentricité D G (posant B D de 10000) de 326.
Et par le mesme exemple, la distance apparante de B E, veuë du poinct G, assavoir l'angle E G B 15 deg. 29 ①, mais B est au 110 deg. 38 ① de longitude, selon le donné deuxiesme en l'ordre ; parquoy E sera de 15 deg. 29 ① plus en arriere que B, lesquels pour ceste cause ostez des 110 deg. 38 ①, reste pour la longitude apparante de l'apogée E 95 deg. 9.
Tiercement, par le susdit deuxiesme exemple du troisiesme livre, je trouve l'arc E B pour l'argument dudit poinct B 15 deg. 59.
Quartement, j'adjouste à iceluy 95 deg. 9 ①, deuxiesme en l'ordre, vient alors pour la longitude du Soleil moyen 111 deg. 8.

### 4 *Exemple, où les trois lieux du Soleil, où il y a un arc & un angle chacun de* 180 *deg.*

*Le donné.* Je chosis és Ephemerides de *Stadius*, trois lieux du Soleil, comme pourroyent estre le premier au 17 Juin 1554, à 13 heures, sous l'ecliptique au 95 deg. 14.
Le deuxiesme, le 1 Aoust 1554, au 137 deg. 49.
Le troisiesme, le 17 Decembre, trois heures 56 ① 275 deg. 14.
Entre les deux premiers y a, 44 jours 11 heures : auquel temps court le Soleil par la 3 proposition du 1 livre, 45 deg. 49.
Entre les deux derniers y a 138 jours 3 heures 56 ① : auquel temps le Soleil fait par la 3 proposition du 1 livre 136 deg. 11.
Somme des deux derniers en l'ordre est 180 deg. son residu circulaire est 180 deg.
Difference des deux premiers en l'ordre, est pour le cours apparant du Soleil entre iceux 42 deg. 35.
Difference des deuxiesme & troisiesme en l'ordre, est pour le cours apparant du Soleil entre iceux lieux 137 deg. 25.
Somme des deux derniers en l'ordre, est 180 son residu circulaire est 180 deg.

*Le requis.* Les trois lieux du Soleil estant cognus comme dessus, il faut trouver par iceux le contenu de ceste proposition : Premierement, l'eccentricité D E, posant B D le raid 10000 ; Secondement, la longitude apparante de l'apogée A : Tiercement, l'argument du Soleil (en l'un des trois lieux, comme je prens le deuxiesme) qui est B, assavoir A B : Quartement, la longitude du Soleil moyen.




*Preparation.* Ayant marqué le cercle deferant A B C, & en iceluy trois poincts A, B, C, ainsi que l'arc A B fait le quatriesme en l'ordre cy-dessus, assavoir 43 deg. 49.
Et B C cinquiesme en l'ordre du donné 136 deg. 11.
Donc C A sera de necessité le residu circulaire du sixiesme en l'ordre donné, c'est 180 deg.
D'avantage par la 4 proposition du 1 livre, je vois que A doit estre l'apogée, & C le perigée ; & partant entre C, & le centre D, je marque l'eccentre, ou la terre E, duquel je mene la ligne E B, & ainsi suivant l'hypothese l'angle A E B sera le sixiesme en l'ordre du donné 42 deg. 35.
Et l'angle B E C, huictiesme en l'ordre susdit, 137 deg. 25.
Finalement l'angle C E A, neufiesme en l'ordre, 180 deg.

### Construction.

Ayant une figure icy de mesme qualité que celle du quatriesme exemple de la 2 proposition : je trouve par icelle premierement l'eccentricité D E, en telles parties que B D fait 10000, vient 318.
Secondement, par le mesme exemple je trouve la distance apparante de B en A, veuë de l'eccentre E, qui est l'angle A E B : 42 deg. 35 ①. Mais B estant au 137 deg. 49 ①, deuxiesme en l'ordre du donné, alors A sera les 42 deg. 35 ① plus en arriere que B, & partant le soustrait du susdit 137 deg. 49 ①, reste pour la longitude apparante de l'apogée A 95 deg. 14.
Tiercement, par le mesme exemple je trouve l'arc A B, pour l'argument requis 43 deg. 49.
Quartement, j'adjouste à iceluy 95 degr. 14 ①, deuxiesme en l'ordre icy mesme, vient pour la longitude du moyen Soleil sur le 1 Aoust 1554 de 139 deg. 3.

Dont

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

Dont la demonſtration eſt manifeſte par la conſtruction.

*Concluſ.* Nous avons donc trouvé premierement, &c.

## Proposition VIII.

*Estant donné l'argument du Soleil : trouver la ligne entre la terre & le Soleil en telles parties que le raid du deferant en contient 10000, davantage ſa proſtaphereſe, & Diametre viſuel, le tout par operation Mathematique, fondée ſur l'hypotheſe, que la terre eſt immobile.*

*Le donné.* Soit l'argument du Soleil de 30 deg. & le raid du deferant 10000 ; donc l'eccentricité ſera de 323, par le 1 exemple de la 2 propoſition.

*Le requis.* Il faut trouver la ligne de diſtance entre le centre de la terre & du Soleil, en telles parties que le raid du deferant en fait 10000, & encor ſa proſtapheteſe & diametre viſuel.

### Construction.

Par les donnez, on pourra trouver la diſtance de la terre au Soleil en telles parties que le raid du deferant en contient 10000, & ce par l'aide de la 3 propoſ. de ce 2 livre ; & ſera trouvée de 10281.

Et ſa proſtapheteſe, laquelle eſt icy apheteſe, d'autant qu'il eſt, aſſavoir le Soleil au premier demicercle 54 ①.

Mais le diametre viſuel du Soleil (qu'on prend eſtre en l'apogée de 30 ♈) fait par la 6 prop. 30 ① 7 ② : car diſant, moindre diſtance 10281, premiere en l'ordre, donne majeure diſtance extreme 10323, combien 30 ① ? viendra comme devant 30 ① 7 ②.

Dont la demonſtration eſt manifeſte par l'operation.

*Concluſion.* Eſtant donc donné l'argument du Soleil, nous avons trouvé ſa diſtance à la terre, &c.

### Corollaire.

Il eſt evident comment on pourroit faire une table des lignes entre la terre & le Soleil, avec ſes proſtapheteſes, & Diametres viſuels, de degrez en degrez ; afin de trouver le requis avec facilité, comme elle eſt commencée cy-deſſous par maniere d'exemple, par 4 nombres, de 10 en 10 degrez.

## TABLE.

| *Degrez du deferant du Soleil.* | *Lignes entre la terre & le Soleil.* | *Proſtapheteſes.* apheteſe. | *Diametres viſuels du Soleil.* |
|---|---|---|---|
| deg. | parties. | deg. ① | ① ② |
| 0. | 10323. | 0. 0. | 30. 0. |
| 10. | 10321. | 0. 19. | 30. 0. |
| 20. | 10305. | 0. 37. | 30. 3. |
| 30. | 10281. | 0. 54. | 30. 7. |
| 180. | 9677. | 0. 0. | 32. 0. |

## Proposition IX.

*Trouver en une racine d'années donnée, la longitude du Soleil moyen, la longitude apparante de l'apogée du deferant ſolaire, & l'argument du Soleil, par operation Mathematique, fondée ſur l'hypotheſe de terre immobile.*

*Le donné.* Soit l'Epoche ou racine d'années le commencement de l'an 1600.

*Le requis.* Il faut trouver la longitude du Soleil moyen, la longitude apparante de l'apogée d'iceluy, & ſon argument.

### Construction.

Premierement, pour trouver la longitude du moyen Soleil, il eſtoit au 1 Aouſt 1554, par le 1 exemple de la 7 propoſition de ce 2 livre, de 139 deg. 5.

Mais d'iceluy 1 Aouſt 1554 juſques au commencement de l'an 1600, y a 45 ans Egyptiens 163 jours, cependant tel temps le Soleil moyen fait par la troiſieſme prop. du 1 livre. 149 deg. 43.

Somme de ces deux en l'ordre, ſera pour la longitude requiſe du Soleil moyen au commencement de l'an 1600 comme Epoche 288 deg. 48.

Secondement, pour trouver la longitude apparante de l'apogée, elle eſtoit en l'année ſuſdite 1554 au 1 Aouſt, par le 1 exemple de la 7 prop. de ce 2 livre, de 94 deg. 35.

Le cours de l'apogée du deferant du Soleil aux 45 ans Egyptiens 163 jours, par la 5 prop. du 1 livre, 1 deg 1 ① : car diſant 1 an donne 1 ① 20 ②, combien les 45 ans & demy environ ? vient comme devant 1 deg. 1 ①.

Somme des deux derniers en l'ordre, eſt pour la longitude apparante de l'apogée au commencement de l'an 1600 comme Epoche 95 deg 36.

Tiercement, pour trouver l'argument du Soleil, celuy du 1 Aouſt 1554, eſtoit par la 7 prop. de ce 2 livre, au 1 exemple, de 44 deg. 30.

Le cours du Soleil en ſon deferant eſt és ſuſdits 45 ans Egyptiens & 163 jours, par la 6 prop. du 1 livre, 148 deg. 42 ①, qu'on trouve encor plus aiſément, oſtant 1 deg. 1 ①, 5 en l'ordre, de 149 deg. 43 ①, 2 en l'ordre, car alors il reſte auſſi 148 deg. 42.

Somme des deux derniers en l'ordre, viendra l'argument du Soleil, requis à l'Epoche donnée 193 deg. 12.

Dont la demonſtration eſt manifeſte par la conſtruction.

*Concluſion.* Nous avons donc trouvé en une racine d'années ou Epoche, la longitude, &c.

### Notez.

D'autant que ces choſes trouvées ſeront ſouvent citées cy-apres, nous les mettrons icy à part, comme s'enſuit.

*Lieux du mouvement du Soleil en la racine des années ou Epoche de 1600.*

Longitude du Soleil moyen 288 deg. 48.
Longitude apparante de l'apogée du Soleil 95 deg. 36.
L'argument du Soleil 193 deg. 12.

## Proposition X.

*Trouver en un temps donné, la longitude du Soleil moyen : la longitude apparante de l'apogée du deferant du Soleil : & l'argument du Soleil, par voye Mathematique fondée ſur l'hypotheſe de terre immobile.*

### Notez.

D'autant qu'on pourroit penſer que le contenu de ceſte propoſition en tout temps donné, ſe pourroit reſoudre par la precedente 9, où il eſt requis en une racine d'années, & partant la preſente inutile, on ſçaura



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

qu'il eſt plus aiſé de faire ſes calculations fondées ſur une Epoche, que non pas ſur divers temps d'années, jours, heures & ☉; & que le lieu du Soleil moyen, de l'apogée, & du Soleil, eſtant cognu en un certain temps commun à pluſieurs nations, facilite le tout de beaucoup, ce qui ſervira icy d'exemple. Et tel advertiſſement s'entendra auſſi au cours des autres planetes ſuivantes, où le meſme ſe fera.

*Le donné.* Soit le temps donné le 30 Decembre 1600.

*Le requis.* Il faut trouver le contenu de la propoſition audit temps.

### Construction.

Premierement pour trouver la longitude moyenne du Soleil, elle eſtoit en l'Epoche, aſſavoir au commencement de l'an 1600 par la precedente de 288 deg. 48.

Mais de là au 30 Decembre 1600, y a un an Egyptien, auquel temps, par la 3 propoſition du 1 livre, le cours moyen du Soleil eſt 359 deg. 45.

Somme des deux en l'ordre eſt pour la longitude du moyen Soleil 288 deg. 33.

Secondement, pour trouver la longitude apparante de l'apogée, elle eſtoit en l'Epoche de l'an 1600 ſuſdit de 95 deg. 36.

Le cours de l'apogée du Soleil, eſt en un an Egyptien ſuſdit, par la 5 propoſition du 1 livre, de 1☉, 20☌ ſoit de 0 deg. 1☉.

Somme des deux derniers en l'ordre, ſera pour la longitude apparante requiſe de l'apogée 95 deg. 37.

Tiercement, pour l'argument du Soleil il eſtoit en l'Epoche ſuſdit de l'an 1600, de 193 deg. 12.

Le cours du Soleil en ſon deferant en un an Egyptien eſt, par la 6 propoſition du 1 livre, 359 deg. 44☉, qu'on trouve plus facilement oſtant 1☉, cinquieſme en l'ordre, de 359 deg. 45☉, deuxieſme en l'ordre, car il demeure auſſi 359 deg. 44.

Somme des deux derniers en l'ordre, eſt pour l'argument requis du Soleil 192 deg. 56.

Dont la demonſtration eſt manifeſte par la conſtruction.

*Concluſion.* Nous avons donc trouvé, &c.

## Proposition XI.

*TRouver au temps donné la longitude apparante du Soleil, par operation Mathematique, fondée ſur l'hypotheſe de terre immobile.*

*Le donné.* Soit iceluy temps le 30 Decembre 1600.

*Le requis.* Il faut trouver la longitude apparante du Soleil.

### Construction.

Par la precedente 10 propoſition elle eſtoit au temps donné du 30 Decembre 1600 de 95 deg. 37.

Par la meſme, l'argument au meſme temps eſt de 192 deg. 56.

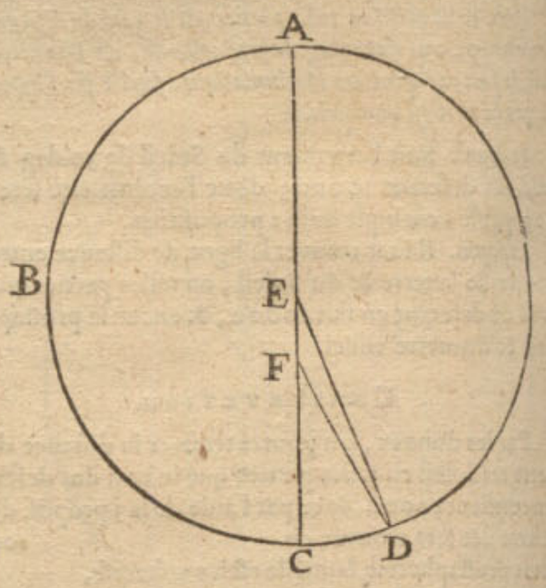
Sa proſtaphereſe fait, par la 8 propoſition de ce 2 livre, 0 deg. 25.

Laquelle eſtant proſtetique, comme advenant au deuxieſme demicercle, je l'adjouſte à ſon precedent en l'ordre, vient 193 deg. 21.

Icelle avec le premier en l'ordre fait pour la longitude apparante du Soleil requiſe 288 deg. 58.

### Demonstration.

Soit A B C D le deferant du Soleil, E ſon centre, F la terre, A apogée, eſtant comme au premier en l'ordre, au 95 deg. 37.




Le Soleil ſoit D, ainſi que ſon argument A B D, ou l'angle renverſé A E D, ſoit trouvé comme au deuxieſme en l'ordre de 192 deg. 56.

Là deſſus l'angle de la proſtapheresé E D F, troiſieſme en l'ordre, fait 0 deg. 25.

Lequel eſt proſtetique, advenant icy au 2 demicercle, je l'adjouſte à A E D 192 deg. 56☉, deuxieſme en l'ordre, viendra pour l'angle renverſé A F D, quatrieſme en l'ordre, 193 deg. 11.

Mais eſtant A veu de F, au 95 deg. 37☉, premier en l'ordre, D ſera tant plus avancé, que l'angle renverſé A F D emporte, qui eſt 193 deg. 21☉, & partant la ſomme de ces deux ſera pour la longitude apparante du Soleil, comme le cinquieſme en l'ordre, 288 deg. 58.

Ce qu'il falloit demonſtrer.

*Concluſion.* Nous avons donc, &c.

### Notez.

On pourroit demander pourquoy és 9 & 10 propoſitions ont eſté cerchées & trouvées les longitudes du Soleil moyen, veu qu'en ceſte 11 nous ne l'avons mis en œuvre : Je reſpons que ce ſera pour les ſuivantes, és conjonctions & oppoſitions du Soleil & autres planetes, & faut encor ſe reſſouvenir que ce ſera à meſme fin qu'on cerchera cy-apres les cours moyens des autres planetes.

## Proposition XII.

*CONſtruire des Ephemerides calculées du Soleil, commençant au temps donné, par operation Mathematique, fondée ſur l'hypotheſe de terre immobile.*

Veu qu'en l'onzieſme propoſition a eſté declarée la maniere de trouver le lieu du Soleil ſur un jour donné, par laquelle on le pourroit trouver en tout autre jour, d'où s'enſuit qu'on eſtimeroit ceſte propoſition inutile: Mais pource qu'en certaine methode y a de la facilité & brieveté, la preſente ſervira à ceſte fin.

*Le don-*

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

*Le donné.* Soit le temps proposé le commencement de l'an 1600, c'est le commencement du 1 Janvier, ou ce qui est un mesme poinct, le dernier Decembre 1599.

*Le requis.* Il faut là dessus construire des Ephemerides calculées du Soleil.

CONSTRVCTION.

Je mets en ordre trois colomnes, à la premiere le commencement de Janvier 1600: à la seconde l'argument du Soleil: à la troisiesme la longitude apparante du Soleil, toutes deux au mesme temps par la 9 proposition, comme cy-dessous,

| *Ianvier* 1600. | *Argument du Soleil.* | *Longitude apparante du Soleil.* |
|---|---|---|
| | deg. ①. | deg. ①. |
| 0. | 193. 12. | 289. 15. |

Maintenant pour avoir la longitude apparante d'un jour plus avant, assavoir le 1 Janvier, je dis ainsi:

Au susdit 193 deg. 12.
Adjousté le cours du Soleil en son deferant sur un jour, faisant par la 6 proposition du 1 livre 0 deg. 59. 8.
Viendra l'argument du Soleil 194 deg. 11. 8.
Sa prostapherese fait par la 3 proposition de ce 2 livre 0 deg. 29.
Laquelle estant prostetique, venant au 2 demicercle, je l'adjouste au nombre precedent 194 deg. 11. 8. vient 194 deg. 40. 8.
Auquel adjoustée la longitude apparante de l'apogée au temps donné (& pour quelque nombre de jours sans changer) par la 9 proposition de ce 2 livre, 95 deg. 36.
Viendra pour la longitude apparante du Soleil au 1 Janvier 290 deg. 16.

Ce qu'estant ainsi, je pose sous la premiere colomne 1, signifiant le 1 Janvier; sous la seconde 194 deg. 11. 8 ②, troisiesme en l'ordre, & sous la troisiesme colomne 290 deg. 16 ①, septiesme en l'ordre, comme cy-dessous:

| *Ianvier* 1600. | *Argument du Soleil.* | *Longitude apparante du Soleil.* |
|---|---|---|
| | deg. ① ②. | deg. ①. |
| 0. | 193. 12. 0. | 289. 15. |
| 1. | 194. 11. 8. | 290. 16. |

Pour trouver maintenant la longitude apparante d'un jour plus outre, assavoir le 2 Janvier, le progrés sera comme dessus, toutefois nous le mettrons icy encor pour plus ample declaration.

Au susdit 194 deg. 11. 8.
Adjousté le cours du Soleil en son deferant par la 6 proposition du 1 livre, qui est 0 deg. 59. 8.
Vient pour argument du Soleil 195 deg. 10. 16.
Sa prostapherese, par la 3 proposition de ce 2 livre, 0 deg. 31.
Laquelle est prostetique, d'autant qu'elle advient au 2 demicercle, & partant je l'adjouste au 195 deg. 10 ① 16 ②, troisiesme en l'ordre, vient 195 deg. 41. 16.
Auquel adjoustée la longitude apparante de l'apogée, faisant au temps donné (ce qui ne change en rien quelque nombre de jours durant) 95 deg. 36.
Vient pour la longitude apparante du Soleil au 2 Janvier 291 deg. 17.

Ce qu'estant ainsi, je pose sous la premiere colomne 2 pour le 2 Janvier: sous la seconde 195 deg. 10. 16, le troisiesme en l'ordre; & sous la 3 colomne 291 deg. 17 ①, septiesme en l'ordre, comme cy-dessous:

| *Ianvier* 1600. | *Argument du Soleil.* | *Longitude apparante du Soleil.* |
|---|---|---|
| | deg. ① ②. | deg. ①. |
| 0. | 193. 12. 0. | 289. 15. |
| 1. | 194. 11. 8. | 290. 16. |
| 2. | 195. 10. 16. | 291. 17. |

Et de mesme se trouvera le reste: & quant à la colomne moyenne elle ne s'escrit és Ephemerides, mais seulement on la met en escrit pour memoire en la calculation.

*1 Note, quant à la certitude de l'operation.*

D'autant que l'addition continuelle de 59 ① 8 ② à chaque jour n'est pas parfaite, cela feroit plusieurs petites fautes de nulle apparance en peu de temps; mais bien en beaucoup. Or pour eviter tel inconvenient, on cerchera premierement la longitude apparante du Soleil pour le dernier Janvier, & ainsi des autres de mois en mois, afin de recognoistre si on a bien fait en la progression des jours; que s'il y a de l'erreur, on le recognoistra à cela, & ainsi on partira l'excés ou le defaut proportionellement, tenant le calcul de mois en mois pour certain.

*2 Note, quant à la brieveté de la construction.*

Ayant trouvé & calculé une table de 10 jours en 10 jours, on pourra facilement departir le cours és jours delaissez: cõme par exemple, si le cours aux deuxiesmes 10 jours est de mesme comme aux premiers 10 jours, on pourroit donner à chacun jour la dixiesme partie du cours, sans autre calculation; autrement estant inegal, on departira ceste inegalité à l'equipollent. Il faut aussi sçavoir, que si on veut avoir les ① nettement, qu'il faut venir jusques aux ②, comme font plusieurs Escrivains.

*Conclusion.* Nous avons donc construit des Ephemerides calculées, &c.

*Maintenant de l'equateur des jours.*

Ayant descrit jusques icy le cours du Soleil, il reste maintenant de parler de l'equation des jours inegaux ou naturels, dont la qualité a esté declarée au commencement de la deuxiesme distinction de ce 2 livre, & combien que cela ne seroit grandement perceptible au cours du Soleil, à cause de son cours tardif & lent, neantmoins au cours de la Lune, qui est plus viste, il y a quelque remarque sensible: car d'autant pourroit-on faillir en la calculation du commencement des eclipses, ce qui estoit selon la computation de *Erasme Reinolde* en son temps, au cours viste de 7 deg. 36 ①, faisant en temps 0 deg. 30 ①, 24 ②: mais il pourroit avenir en un autre temps, par l'aide de l'apogée du Soleil que ce seroit 10 deg. qui font $\frac{2}{3}$ d'heure.

PROPOSITION XIII.

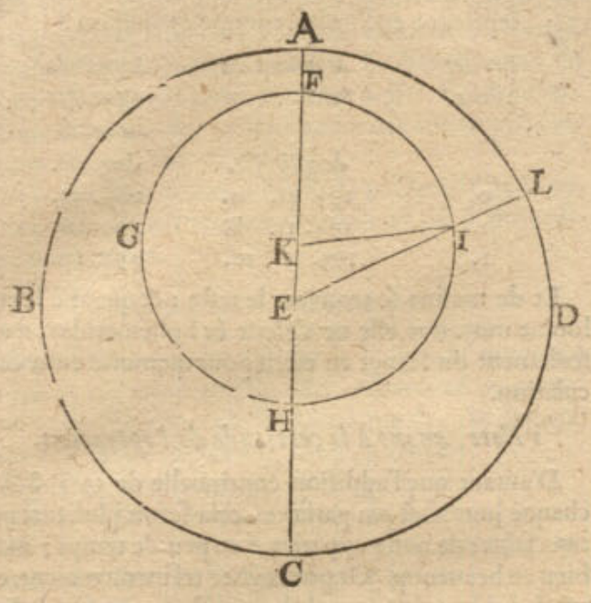
*Estant donnée La longitude apparante du Soleil: trouver son argument par operation Mathematique, fondée sur l'hypothese de terre immobile.*

*Le donné.* Soit A B C l'ecliptique, son centre E la terre, & F G H I le deferant du Soleil, son centre K, son



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

son apogée F sous A apogée apparant sous le 94 deg. 35 ☊ par le 1 exemple de la 7 proposition, puis H le




perigée ; mais C, le perigée apparant sous le 274 deg. 35 ☊. D'avantage estant le vray Soleil en I, il est en apparence en L dans l'ecliptique 30 deg.

*Le requis.* Il faut trouver son argument, qui est l'arc F G H I.

### Construction.

D'autant que A est l'apogée apparant, en l'ecliptique 94 deg. 35 ☊, & L, au 30 deg. pour L A, ou l'angle L E A, & l'angle I E K sera de 64 deg. 35 ☊ : ce qu'estant ainsi, le triangle K E I aura trois termes cognus, assavoir K E I 64 deg. 35 ☊, K I, 10000, E K 323 par le 1 exemple de la 7 proposition : par lesquels cerché l'angle E K I, qui est aussi pour l'arc H I, sera trouvé par la 5 proposition des triangles plats, de 113 deg. 45 ☊ : Auquel adjousté le demicercle E G H 180 deg. viendra pour l'argument requis du Soleil, qui est l'arc F G H I 293 degr. 45 ☊. Dont la demonstration est manifeste par l'operation.

*Conclusion.* Estant donnée la longitude apparante du Soleil, nous avons donc trouvé son argument, &c.

### Notez.

Lors qu'on cerche l'argument du Soleil, estant iceluy en apparance au commencement de l'ecliptique, ou section vernale, il se trouvera estre de 263 deg. 34 ☊ ; tellement qu'en ce temps la section vernale eschoit en tel poinct du deferant.

## Proposition XIV.

*Estant donné l'argument du Soleil, trouver sa longitude apparante, par voye Mathematique, fondée sur l'hypothese de terre immobile.*

*Le donné.* Soit la figure de la 13 proposition precedente le donné comme devant, le Soleil estant en I, ainsi que son argument F G H I soit de 293 deg. 45 ☊, & L son lieu apparant.

### Construction.

D'autant que l'arc F G H I fait 293 deg. 45 ☊, j'en soustrais le demicercle F G H 180 deg. reste pour l'arc H I, qui est aussi pour l'angle E K I 113 deg. 45 ☊ : & ainsi le triangle, E K I aura trois termes cognus, comme sont E K I, 113 deg. 45 ☊ ; K I, 10000, & E K 323, par le 1 exemple de la 7 proposition : Par lesquels on cerchera l'angle K E I, pour l'arc L A, lequel se trouvera par la 6 proposition des triangles plats de 64 deg. 35 ☊, & iceluy osté de la longitude du perigée apparant, A 94 degr. 35 ☊, restera pour la longitude requise du poinct L 30 deg. Dont la demonstration est manifeste.

*Conclusion.* Estant donné l'argument du Soleil, nous avons donc trouvé sa longitude, &c.

## Proposition XV.

*Estant donnez des jours naturels inegaux : trouver combien ils font en jours egaux, par operation Mathematique, fondée sur l'hypothese de terre immobile.*

### 1 *Exemple, des jours naturels inegaux commençans en la section vernale.*

*Le donné.* Soyent donnez 30 jours naturels inegaux, commençans de la section vernale.

*Le requis.* Il faut trouver combien ils font en jours egaux.

### Operation.

Je cerche en autant de jours egaux, ou jours moyens, assavoir en 30, le cours du Soleil en son deferant commençant de la section vernale apparante, & trouve par la 3 proposition du 1 livre, de 29 deg. 34.

Pour trouver ce lieu en longitude apparante, je dis ainsi : La section vernale apparante par la note de la 13 proposition, est au 263 deg. 34 ☊ du deferant, parquoy au mesme estant adjousté 29 deg. 34 ☊, premier en l'ordre, viendra 293 deg. 8 ☊ du deferant ou argument, duquel son lieu apparant en l'ecliptique est par la 14 proposition de ce 2 livre 29 deg. 24.

L'ascension droite d'iceluy est par le 2 probleme du 4 livre de la Cosmographie (pourveu que la declinaison de l'equinoctial soit 23 deg. 30 ☊.) 27 deg. 10.

Difference des premier & troisiesme en l'ordre est 2 deg. 14.

Lesquels (prenant que les 15 vallent 1 heure) feront 0 heure 9 ☊.

Notez maintenant que si le premier en l'ordre estoit egal au troisiesme en l'ordre, alors les jours inegaux naturels feroyent autant de jours egaux.

Mais quand le premier est majeur, alors on soustrait le 5 des jours donnez.

Et estant le premier moindre, alors on adjouste le cinquiesme aux jours donnez.

Donc veu que le premier est plus que le troisiesme, il faudra, suivant ce que dit est, oster le cinquiesme en l'ordre, qui est 0 heure 7 ☊, des 30 jours, reste pour le requis 29 jours egaux 23 heures 51 ☊.

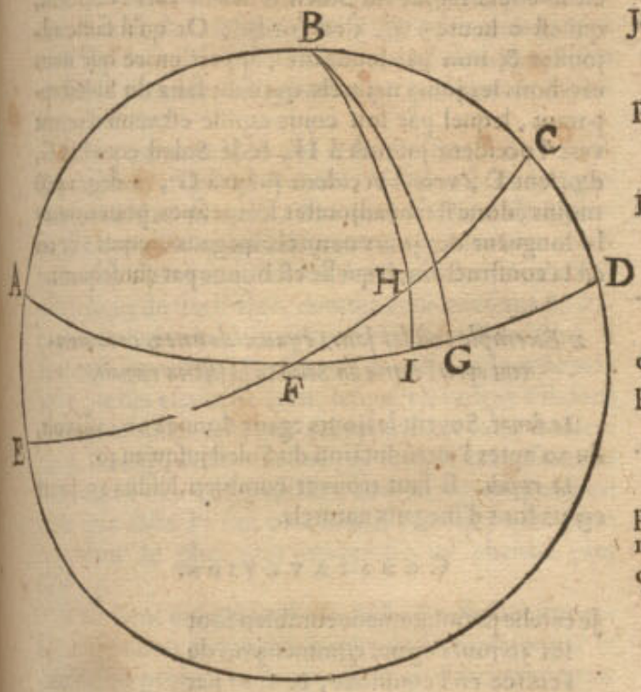
*Preparation.* Soit A B C D E le meridien d'un Globe, A D l'equateur, E C l'ecliptique, F la section vernale, B zenith, & G l'equidiel (dont la definition a esté mise au commencement de la deuxiesme distinction de ce 2 livre) faisant F G 29 deg. 34 ☊, premier en l'ordre ; & H soit le Soleil apparant, faisant 29 deg. 24 ☊, deuxiesme en l'ordre, par lequel H soit menée B H I, ainsi que F I soit l'ascension droite de H faisant 27 deg. 20 ☊, troisiesme en l'ordre ; & I G (difference entre F G, F I) doit faire les 2 degr. 14 ☊, quatriesme en l'ordre.

*Demonstration.* Estant le vray Soleil au temps de son introduction en la section vernale sous le poinct F en son deferant, aussi le Soleil apparant, & l'equidiel en F.

ces

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

ces trois Soleils seront en l'espace des 30 jours venus chacun en son chemin, comme s'ensuit : Le vray Soleil en son deferant de F fera 29 deg. 34 ☉, premier en




l'ordre ; Et cependant l'equidiel en l'equateur de F en G, aura autant fait, assavoir 29 deg. 34 ☉ ; aussi en mesme temps le Soleil apparant viendra de F en H, ainsi que l'arc FH sera de 29 deg. 24 ☉, deuxiesme en l'ordre : Et menant, comme dit est, le meridien par H, assavoir B I, alors F I sera 27 deg. 20 ☉, troisiesme en l'ordre. Or si le Soleil apparant H, & l'equidiel G estoyent parvenus sous un mesme meridien, les jours naturels & egaux ne differeroyent alors en rien : mais il y a icy difference entre les meridiens de 2 deg. 14 ☉, quatriesme en l'ordre, pour I G ; & par consequent ils different d'autant, comme emporte le mouvement rapide du Soleil d'Orient vers Occident, qui est 0 heure 9 ☉, cinquiesme en l'ordre. La raison pourquoy il faut soustraire ce temps des 30 jours donnez, & non pas l'adjouster, est telle, assavoir que puis que l'equidiel (duquel nous cerchons la grandeur des jours) est venu par sa rapidité de l'orient en D, vers l'occident en G, & le Soleil apparant H, d'orient vers l'occident en H, 2 deg. 14 ☉ plus avant, il faut donc soustraire les mesmes pour avoir la grandeur des jours de l'equidiel : or telle a esté l'operation, qui pour ceste cause est bonne.

### Notez.

Tout ainsi qu'on a trouvé cy-dessus ce qu'il faut adjouster aux 30 jours, apres l'introduction du Soleil en la section vernale, de mesme est manifeste qu'on pourra trouver ce qu'il faut adjouster ou oster sur chacun jour de l'an, d'où appert la facilité qui peut advenir en la construction d'une table de jour en jour servant pour un long temps, assavoir jusques à ce que l'apogée du Soleil se seroit tant avancé, qu'il s'en ensuive un empeschement remarquable.

### 2 *Exemple, des jours naturels inegaux donnez, commençans apres l'entrée du Soleil en la section vernale.*

*Le donné.* Soyent donnez 20 jours naturels inegaux, assavoir depuis le 30 apres la section vernale jusques au 50.

*Le requis.* Il faut trouver combien ces jours naturels inegaux font en jours egaux.

### Construction.

Je cerche premierement combien font les 30 jours naturels, par le 1 exemple, les trouve estre de 29 jours egaux 23 heures 51 ☉.
Puis semblablement les 50 jours naturels commençans à la section vernale 49 jours egaux 23 heures 52 ☉.
Duquel soustrait le premier en l'ordre, restera pour le requis 20 jours egaux 0 heure 1 ☉.

### Corollaire I.

Ceux qui voudront, pourront delaisser les heures qui sont adjointes aux jours entiers, d'autant qu'en la pratique, elles n'amenent nul inconvenient perceptible.

### Corollaire II.

Si on vouloit trouver les jours egaux d'un an ou de plusieurs années entieres, il appert que telle solution n'auroit besoing d'aucune calculation preallable, veu que les egaux s'accordent avec les naturels, en tel cas.

### Corollaire III.

Si on vouloit trouver les jours egaux d'un an ou de plusieurs années, avec quelque nombre de jours naturels; il faut sçavoir qu'il ne seroit besoing que de prendre les jours qui sont au dessus des années, & laisser les années.

### Corollaire IV.

Si on donnoit des jours naturels devant l'entrée d'une section vernale, il appert qu'on pourroit prendre une autre section qui precede les jours, & poursuivre selon la regle precedente : desquelles choses la demonstration est evidente de soy.

*Conclusion.* Estant donc donnez des jours naturels inegaux, nous les avons reduits en jours egaux, &c.

## Proposition XVI.

*Estant donnez des jours egaux, trouver combien ils font de jours naturels inegaux par voye Mathematique, fondée sur l'hypothese de terre immobile.*

### Notez.

On eust peu faire une annotation simplement comme s'ensuit, au lieu de faire une proposition du contenu de la presente : assavoir qu'il falloit faire de mesme avec les jours egaux, comme en la 15 prop. avec les inegaux, excepté qu'estant parvenu au cinquiesme en l'ordre, il faudroit changer de simple conjugaison, assavoir au lieu qu'on adjouste là, il faudroit soustraire icy, & au contraire.

Mais afin que la demonstration de ceste matiere profonde soit plus claire, & que l'imitation en la pratique en soit d'autant plus facile, nous en descrivons pour telle occasion une proposition parfaite, usant de mots les plus accordans avec la 15 prop. qu'il sera possible; & de cela la raison en a esté donnée autre part cy-devant.

### 1. *Exemple, des jours egaux commençans lors que le Soleil entre en la section vernale.*

*Le donné.* Soyent 30 jours egaux, à commencer de l'introduction du Soleil en la section vernale.

*Le requis.* Il faut trouver combien ils font en jours inegaux.

Con-

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

CONSTRVCTION.

Je cerche premierement le cours moyen du Soleil és 30 jours egaux donnez, vient par la troisiesme proposit. du 1 livre, 29 deg. 34.

Pour trouver maintenant la longitude apparante du Soleil, je dis ainsi: la section vernale apparante est, par la note de la 13 prop. au 263 deg. 34 ①, auquel adjousté 29 deg. 34 ①, premier en l'ordre (car autant a fait le Soleil au temps donné en son deferant) vient 293 deg. 8 ① du deferant, dont son lieu apparant en l'ecliptique est, par la 14 prop. de ce 2 livre, 29 deg. 24.

L'ascension droite d'iceluy est, par le 2 probleme du 4 livre de la Cosmographie, 27 deg. 20.

Difference entre le 1 & 3 en l'ordre est 2 deg. 14.

Lesquels (prenant 15 degr. pour 1 heure) font 0 heure 9 ①.

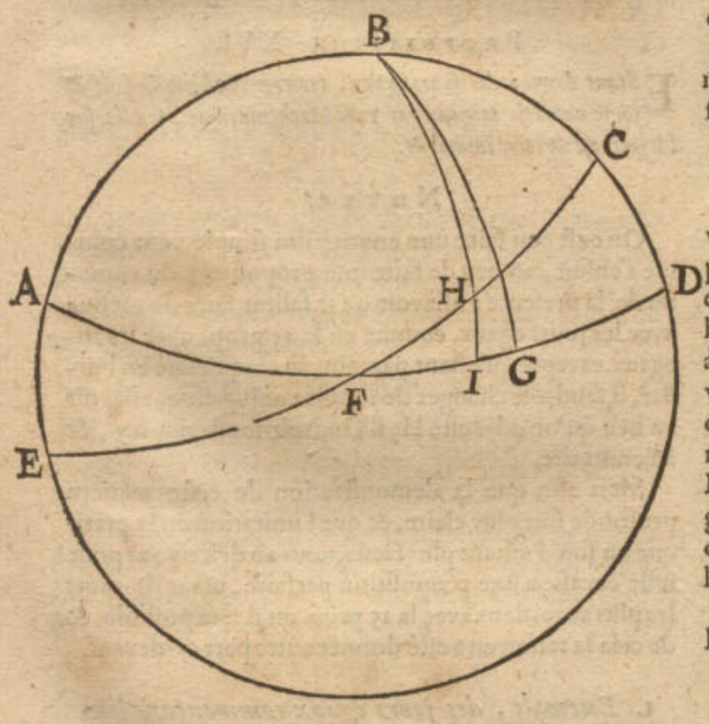
Notez maintenant que si le premier en l'ordre estoit egal au 3, alors les jours egaux donnez feroyent autant de jours naturels inegaux.

Mais quand le 1 est majeur, alors on adjouste le 5 aux jours donnez.

Et le 1 estant moindre, on soustrait le 5 des jours donnez.

Parquoy, veu que presentement le 1, est majeur au 3, donc suivant la regle susdite il faut adjouster le 5 en l'ordre, comme 0 deg. 9 ①, aux 30 jours egaux donnez, viendra pour le requis 30 jours ineg 0 heure 9 ①.

*Demonstration.* Soit repetée la figure de la precedente 15 proposition, signifiant comme il est dit là en la preparation: par laquelle je dis autrefois qu'estant le vray Soleil, l'equidiel, & l'apparant en F, ces 3 Soleils se sont departis de là, & parvenus és 30 jours egaux, assavoir l'equidiel en G 29 deg. 34 ①, 1 en l'ordre: & autant le




vray Soleil en son deferant; aussi le Soleil apparant au mesme temps en H, faisant FH 29 deg. 24 ①, 2 en l'ordre: par lequel H soit mené le meridien BI, alors FI sera 27 deg. 20 ①, 3 en l'ordre. Si maintenant le Soleil apparant H, & l'equidiel G, estoyent en mesme meridien, leurs jours, assavoir les naturels & egaux, ne differeroyent en rien: Mais il y a d'un meridien en l'autre 2 deg. 14 ①, 4 en l'ordre; car autant fait IG, lequel est le cours rapide du Soleil d'orient vers l'occident, qui est 0 heure 9 ①, 5 en l'ordre: Or qu'il faille adjouster & non pas soustraire, appert en ce que nous cerchons les jours naturels, qui sont faits du Soleil apparant, lequel par son cours rapide est venu d'orient vers l'occident jusques à H, & le Soleil equidiel G, d'orient D, vers l'occident jusqu'à G, 2 deg. 14 ① moins, donc il faut adjouster les mesmes, pour trouver la longueur des jours naturels inegaux, requis: Et tel est la construction, laquelle est bonne par consequent.

*2 Exemple, où les jours egaux donnez commencent apres l'entrée du Soleil en la section vernale.*

*Le donné.* Soyent les jours egaux donnez 20: assavoir, du 30 apres l'introduction du Soleil jusqu'au 50.

*Le requis.* Il faut trouver combien lesdits 20 jours egaux font d'inegaux naturels.

CONSTRVCTION.

Je cerche premierement combien font les 30 jours egaux commençans de l'entrée en l'equinoxe, & font par le 1 exemple, 30 jours ineg. 0 heure 9 ①.

Puis combien en font 50, commençans de mesme de l'equinoxe, & trouve-on par le susdit exemple, 50 jours ineg. 0 heure 12 ①.

Duquel ostant le 1 en l'ordre, restera le requis 20 jours ineg. 0 heure 3 ①.

NOTE I.

Il est manifeste que la table, de laquelle a esté parlé en la 15 proposition serviroit aussi icy, assavoir pour remettre les jours egaux en inegaux, comme il estoit requis au rebours alors: tellement qu'il n'est besoing icy d'autre table particuliere.

Il est aussi evident que les 4 corollaires de la mesme 15 proposition, se peuvent semblablement entendre sur cecy.

NOTE II.

Il y a encor equation de jours en ce qui touche la diversité des meridiens, où habitent diverses nations: car par exemple, combien que le commencement d'une eclipse de Lune, est veuë en mesme temps de ceux qui la peuvent voir, neantmoins les uns adaptent ce temps à une autre heure que les autres: parquoy lors que nous venons à avoir des observations qui sont faites en quelque lieu differant du nostre en longitude, il est necessaire de restituer & egaler le temps selon nostre horizon. Mais d'autant que chaque 15 deg. de difference en longitude se prend pour 1 heure, la chose est si manifeste qu'il n'est besoing de faire aucune proposition particuliere de ceste matiere.

*Conclusion.* Estant donc donnez des jours egaux nous les avons reduits en jours naturels inegaux, &c.

THEOREME. PROPOSITION XVII.

*Estant mené un arc du pole de l'equateur jusques en l'ecliptique, ainsi que son sinus soit moyen proportionel, entre le raid de la Sphere, & le sinus de complement de la majeure declinaison de l'ecliptique: iceluy arc marquera l'ecliptique au poinct, dont l'ascension droite differe au plus de l'arc de l'ecliptique.*

La

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

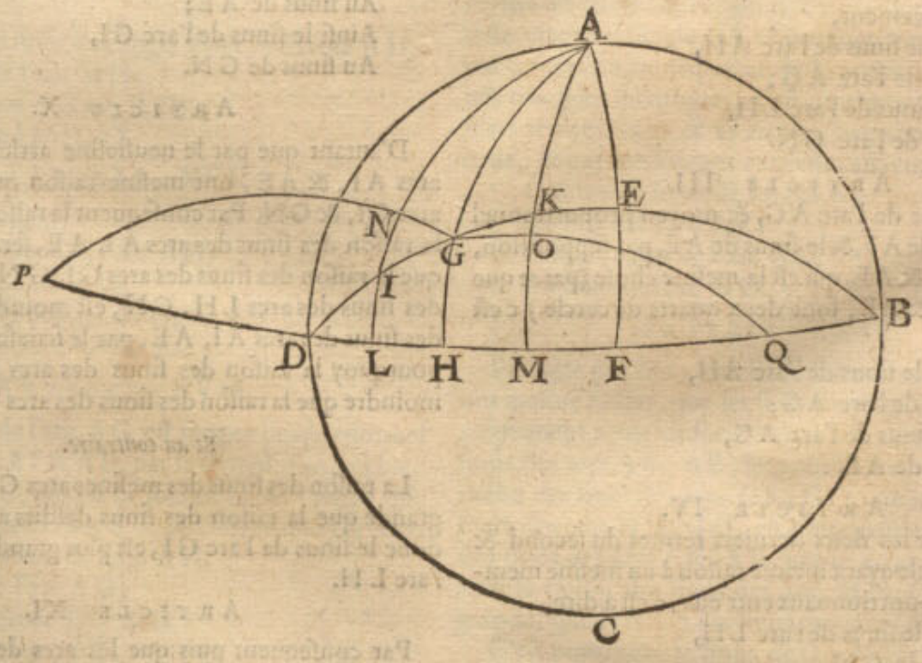
La difference entre les jours naturels, & les egaux, eſt trouvée par les 15 & 16 propoſitions en nombre; mais joignant cela, la Theorie eſt parvenue plus avant, où c'eſt que telle difference eſt la majeure; premierement à cauſe de l'obliquité de l'ecliptique, puis apres à cauſe de l'eccentricité du deferant du Soleil, deſquelles choſes la preſente dixſeptieſme propoſition & la ſuivante traitent.

Notez que combien que ceſte matiere ſoit profonde, qu'elle n'eſt pas en *Ptolemée*, mais és eſcrits de *Regiomontanus* à la 25 propoſit. du troiſieſme livre de *l'Epitome de l'Almageſte*, ce qu'il dit avoir extrait de *Geber Arabe*: toutesfois elle ne ſemble eſtre des Arabes, mais pluſtoſt une relique du ſiecle ſage, comme auſſi les eſcrits de *Hyparchus* & *Ptolemée*, leur ſont venus entre les mains. Il faut auſſi ſçavoir que *Regiomonte* en traitant de ceſte matiere cite des eſcrits de *Geber*, leſquels je ne ſçay s'ils ſont divulguez: mais afin que cecy touchant ceſte matiere puiſſe ſubſiſter de ſoy-meſme j'ay remply le deffaut, au mieux qu'il m'a eſté poſſible; combien qu'il pourroit eſtre que *Geber* l'a fait plus courte, ou que quelqu'un regardant de plus pres trouveroit un chemin plus bref.

Pour venir donc à la choſe, je dis que faiſant une table d'aſcenſion droite des degrez de l'ecliptique par le deuxieſme probleme des problemes Aſtronomiques, laquelle je deſcriray cy-deſſous pour plus ample declaration, tirée des tables *Pruteniques*, ſous le titre de *Canon aſcenſionum rectarum*, où l'on voit que les arcs de l'equateur dés le commencement ſont moindres, que ceux de l'ecliptique à l'endroit d'iceux, ce qui dure juſques au 46 deg. de l'ecliptique, où ils different le plus d'environ 2 degr. 28 ①, 24 ②, alors ceſte difference ramoindrit encor par apres juſques à ce qu'ils s'egaliſent au 90 degré.

## TABLE DES ASCENSIONS DROITES,
### DES DEGREZ ENTIERS DE L'ECLIPTIQVE.

| Eclipti- que. | Equateur. | | | Eclipti- que. | Equateur. | | | Eclipti- que. | Equateur. | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| *deg.* | *deg.* | ① | ②. | *deg.* | *deg.* | ① | ②. | *deg.* | *deg.* | ① | ②. |
| 1 | 0 | 55 | 2 | 31 | 28 | 51 | 43 | 61 | 58 | 51 | 21 |
| 2 | 1 | 50 | 5 | 32 | 29 | 49 | 15 | 62 | 59 | 54 | 4 |
| 3 | 2 | 45 | 8 | 33 | 30 | 46 | 56 | 63 | 60 | 56 | 57 |
| 4 | 3 | 40 | 13 | 34 | 31 | 44 | 45 | 64 | 62 | 0 | 0 |
| 5 | 4 | 35 | 18 | 35 | 32 | 42 | 45 | 65 | 63 | 3 | 12 |
| 6 | 5 | 30 | 25 | 36 | 33 | 40 | 54 | 66 | 64 | 6 | 34 |
| 7 | 6 | 25 | 34 | 37 | 34 | 39 | 12 | 67 | 65 | 10 | 4 |
| 8 | 7 | 20 | 45 | 38 | 35 | 37 | 41 | 68 | 66 | 13 | 43 |
| 9 | 8 | 15 | 59 | 39 | 36 | 36 | 19 | 69 | 67 | 17 | 31 |
| 10 | 9 | 11 | 15 | 40 | 37 | 35 | 7 | 70 | 68 | 21 | 27 |
| 11 | 10 | 6 | 35 | 41 | 38 | 34 | 7 | 71 | 69 | 25 | 31 |
| 12 | 11 | 1 | 58 | 42 | 39 | 33 | 16 | 72 | 70 | 29 | 42 |
| 13 | 11 | 57 | 26 | 43 | 40 | 32 | 36 | 73 | 71 | 34 | 1 |
| 14 | 12 | 52 | 57 | 44 | 41 | 32 | 6 | 74 | 72 | 38 | 27 |
| 15 | 13 | 48 | 32 | 45 | 42 | 31 | 48 | 75 | 73 | 42 | 59 |
| 16 | 14 | 44 | 12 | 46 | 43 | 31 | 40 | 76 | 74 | 47 | 38 |
| 17 | 15 | 39 | 57 | 47 | 44 | 33 | 43 | 77 | 75 | 52 | 23 |
| 18 | 16 | 35 | 47 | 48 | 45 | 31 | 56 | 78 | 76 | 57 | 13 |
| 19 | 17 | 31 | 43 | 49 | 46 | 32 | 21 | 79 | 78 | 2 | 8 |
| 20 | 18 | 27 | 45 | 50 | 47 | 32 | 57 | 80 | 79 | 7 | 8 |
| 21 | 19 | 23 | 53 | 51 | 48 | 33 | 43 | 81 | 80 | 12 | 13 |
| 22 | 20 | 20 | 7 | 52 | 49 | 34 | 40 | 82 | 81 | 17 | 21 |
| 23 | 21 | 16 | 27 | 53 | 50 | 35 | 49 | 83 | 82 | 22 | 33 |
| 24 | 22 | 12 | 55 | 54 | 51 | 37 | 8 | 84 | 83 | 27 | 49 |
| 25 | 23 | 9 | 30 | 55 | 52 | 38 | 38 | 85 | 84 | 33 | 6 |
| 26 | 24 | 6 | 12 | 56 | 53 | 40 | 19 | 86 | 85 | 38 | 26 |
| 27 | 25 | 3 | 2 | 57 | 54 | 42 | 11 | 87 | 86 | 43 | 48 |
| 28 | 26 | 0 | 0 | 58 | 55 | 44 | 13 | 88 | 87 | 49 | 11 |
| 29 | 26 | 57 | 6 | 59 | 56 | 46 | 25 | 89 | 88 | 54 | 35 |
| 30 | 27 | 54 | 20 | 60 | 57 | 48 | 48 | 90 | 90 | 0 | 0 |




Mais au lieu de ceſte maniere imparfaite par nombres, nous demonſtrerons ce theoreme Geometrique, lequel trouve parfaitement où ce poinct doit eſcheoir.

*Le donné.* Soit A B C D une ſphere, A le pole, D E B l'ecliptique, & D F B l'equateur, D la ſection vernale; E F la declinaiſon majeure, A E ſon complement, puis de A ſoit mené l'arc A G, ainſi que ſon ſinus ſoit moyen proportionel, entre le raid de la ſphere, (qui eſt le raid des tables) & le ſinus de A E (complement de E F declinaiſon majeure) lequel A G ſoit produit juſques en H, tellement que D H eſt aſcenſion droite de D G.

*Le requis.* Il faut demonſtrer que l'arc A G rencontre l'ecliptique au poinct G en telle ſorte, que l'aſcenſion droite D H differe le plus de ſon arc D G.

*Preparation.* Si au quart de l'ecliptique ſe pouvoit trouver quelqu'autre poinct que G, ce ſeroit ou entre D G, ou

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

D G, ou entre G E, que ces poincts soyent I, K, & qu'on mene par iceux les arcs jusques à l'equinoctial, comme A I L, A K M, doncques D L sera l'ascension droite de D I, & D M de D K; & il nous faut demonstrer que la difference entre D L & D I, comme aussi entre D M & D K, soit moindre, que celle qui est entre D H & D G, à quelle fin je meneray encores l'arc G N perpendiculaire sur A I, & G O perpendiculaire sur K M; & je continueray le mesme G N jusques à ce qu'il rencontre l'equinoctial au poinct P; assavoir qu'on s'imagine ce poinct P venir par derriere de la sphere: du mesme je produiray par devant l'arc G O, jusques à ce qu'il rencontre l'equinoctial au poinct Q. *Demonstration.*

ARTICLE I.

Puis que par la construction, N P, L P sont perpendiculaires sur N L; par la quatriesme consequence de la premiere proposition des triangles spheriques, ce seront quarts de cercle: partant le triangle G H P, sera rectangle; & L H, N G, seront arcs de difference au quart de cercle des costez P H, P G; aussi l'angle G H P, sera droit duquel les proprietez sont telles, par la 25 proposition des triangles spheriques.

Comme le sinus d'un droit, c'est à dire le raid,
Au sinus de l'arc de difference P H, costé de l'angle droit; c'est à dire le sinus de L H,
Ainsi le sinus de l'arc de difference de H G, de l'autre costé de l'angle droit; c'est à dire le sinus de A G,
Au sinus de l'arc de difference de P G; c'est à dire au sinus de G N.

Mais sinus de A H est le sinus d'un droit, assavoir le raid: donc

Comme le sinus de l'arc A H,
Au sinus de l'arc L H;
Ainsi le sinus de l'arc A G,
Au sinus de l'arc G N.

ARTICLE II.

Et alternativement,

Comme le sinus de l'arc A H,
Au sinus de l'arc A G;
Ainsi le sinus de l'arc L H,
Au sinus de l'arc G N.

ARTICLE III.

Mais le sinus de l'arc A G, & moyen proportionnel entre le sinus de A F, & le sinus de A E, par supposition, ou entre A H, & A E, qui est la mesme chose (parce que les arcs A H, & A E, sont deux quarts de cercle) c'est pourquoy,

Comme le sinus de l'arc A H,
Au sinus de l'arc A G;
Ainsi le sinus de l'arc A G,
Au sinus de A E.

ARTICLE IV.

Maintenant les deux derniers termes du second & troisiesme article ayant mesme raison à un mesme membre, seront proportionnaux entr'eux, c'est à dire,

Comme le sinus de l'arc L H,
Au sinus de G N;
Ainsi le sinus de l'arc A G,
Au sinus de A E.

ARTICLE V.

Apres, d'autant que A G, est plus petit que A I, aussi

La raison du sinus de l'arc A G,
Au sinus de A E,
Sera moindre que la raison du sinus de l'arc A I,
Au sinus de A E.

ARTICLE VI.

Mais comme le sinus de l'arc A G, au sinus de A E; ainsi le sinus de l'arc L H, au sinus de G N, par le quatriesme article, partant,

La raison du sinus de l'arc L H,
Au sinus de l'arc G N,
Est moindre que la raison du sinus de l'arc A I,
Au sinus de l'arc A E.

ARTICLE VII.

Si on prend donc le costé E I pour base au triangle A I E, ce sera par la 24 proposition des triangles spheriques, comme,

Le sinus de l'angle dextre A E I,
Au sinus de l'angle seneſtre A I E;
Ainsi le sinus du costé seneſtre A I,
Au sinus du costé dextre A E.

ARTICLE VIII.

*Au rebours.*

Si le costé I N, au triangle G N I, est pris pour la base, ce sera par la 24 proposition des triangles spheriques,

Comme le sinus de l'angle seneſtre G N I,
Au sinus de l'angle dextre G I N;
Ainsi le sinus du costé dextre G I,
Au sinus du costé seneſtre G N.

ARTICLE IX.

Mais l'angle A E I, du septiesme article est egal à l'angle G N I, du huictiesme article, car ils sont tous deux droits: d'avantage, l'angle A I E, du septiesme article, est egal à l'angle G I N, du huictiesme article, car c'est le mesme angle: parquoy les deux derniers termes du septiesme & huictiesme article, estant proportionnaux à deux termes egaux seront aussi proportionnaux entre eux: c'est à dire,

Comme le sinus de l'arc A I,
Au sinus de A E;
Ainsi le sinus de l'arc G I,
Au sinus de G N.

ARTICLE X.

D'autant que par le neufiesme article les sinus des arcs A I, & A E, ont mesme raison que les sinus des arcs G I, & G N. Par consequent la raison moindre que la raison des sinus des arcs A I, A E, sera aussi moindre que la raison des sinus des arcs G I, G N: Mais la raison des sinus des arcs L H, G N, est moindre que la raison des sinus des arcs A I, A E, par le sixiesme article; c'est pourquoy la raison des sinus des arcs L H, G N, est moindre que la raison des sinus des arcs G I, G N.

*Et au contraire.*

La raison des sinus des mesmes arcs G I, G N, est plus grande que la raison des sinus desdits arcs L H, G N; donc le sinus de l'arc G I, est plus grand que le sinus de l'arc L H.

ARTICLE XI.

Par consequent puis que les arcs de ces sinus sont moindres que le quart de cercle; aussi l'arc G I sera plus grand que l'arc L H.

ARTICLE XII.

D'avantage, puis qu'au triangle G H D, l'angle droit G H D est plus grand que l'angle aigu D G H: aussi par la proposition 15 des triangles spheriques, le costé G D, soustenant l'angle G H D, sera plus grand que le costé D H, qui soustient l'angle D G H.

ARTI-

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

ARTICLE XIII.

De mesme au triangle ILD, l'angle droit ILD, estant plus grand que l'angle aigu DIL, aussi par la 15 proposition des triangles spheriques, le costé DI, soustenant l'angle ILD, sera plus grand que le costé DL, qui soustient l'angle DIL.

ARTICLE XIV.

C'est pourquoy le costé DI, estant plus grand que le costé DL, par le treiziesme article; si IG estoit egal à LH, la difference de DG à DH, seroit egale à la difference de DI à DL: mais IG est plus grand que LH, par l'onziesme article. Donc la difference par laquelle DG surpasse DH, sera plus grande que l'excés de DI, par dessus DL: ainsi nous avons demonstré la premiere partie que nous avions proposé à la construction.

Reste la seconde partie, assavoir que l'arc DG, est plus grand que l'arc DH, & l'arc DK plus que DM. Partant je dis,

ARTICLE XV.

Puis que par la preparation OQ, MQ sont perpendiculaires sur OM, l'un & l'autre sera quart de cercle, par la 4 consequence de la 1 propos des triangles spheriques. Et pour cette cause au triangle GHQ, les arcs MH, OG, seront arcs de difference des costez QH, QG: afin que le triangle spherique GHQ, ait l'angle H droit. Duquel les proprietés sont telles, par la 2 proposition des triangles spheriques,

Comme le sinus d'un droit, assavoir le total,
Au sinus de l'arc de difference QH, costé de l'angle droit, c'est à dire au sinus de l'arc MH;
Ainsi le sinus de l'arc de difference GH, autre costé de l'angle droit, c'est à dire le sinus de AG,
Au sinus de l'arc de difference de la base GQ, soustenant l'angle droit, c'est à dire de GO:
Mais le sinus de l'arc AH, est sinus de l'angle droit; partant,
Comme le sinus de l'angle droit, assavoir AH,
Au sinus de l'arc MH;
Ainsi le sinus de l'arc AG,
Au sinus de l'arc GO.

ARTICLE XVI.

Et alternativement,
Comme le sinus de l'arc AH,
Au sinus de l'arc AG;
Ainsi le sinus de l'arc MH,
Au sinus de l'arc GO.

ARTICLE XVII.

Mais le sinus de l'arc AG est moyen proportionnel entre le sinus de AF & AE, par la supposition, ou bien entre AH & AE, qui est la mesme chose (parce que AH & AF, sont deux quarts de cercle) parquoy ce sera,
Comme le sinus de l'arc AH,
Au sinus de l'arc AG;
Ainsi le sinus de l'arc AG,
Au sinus de l'arc AE.

ARTICLE XVIII.

D'autant que les derniers termes du seiziesme & dixseptiesme article ont mesme raison à une mesme chose, ils seront proportionnaux entr'eux: c'est à dire,
Comme le sinus de l'arc MH,
Au sinus de l'arc GO;
Ainsi le sinus de l'arc AG,
Au sinus de l'arc AE.

ARTICLE XIX.

D'avantage, puis que AG est plus grand que AK, je dis,
Que la raison du sinus de l'arc AG,
Au sinus de l'arc AE,
Est plus grande que la raison du sinus de l'arc AK,
Au sinus de l'arc AE.

ARTICLE XX.

Mais comme le sinus de l'arc AG, au sinus de l'arc AE: ainsi (par le dixhuictiesme article) le sinus de l'arc MH, au sinus de l'arc GO, partant
La raison du sinus de l'arc MH,
Au sinus de l'arc GO,
Est plus grande que la raison du sinus de l'arc AK,
Au sinus de l'arc AE.

ARTICLE XXI.

Or si le costé EK est pris pour base au triangle AKE, ce sera par la 24 proposition des triangles spheriques,
Comme le sinus de l'angle dextre AEK,
Au sinus de l'angle seneſtre AKE;
Ainsi le sinus du costé seneſtre AK,
Au sinus du costé dextre AE.

ARTICLE XXII.

Si le costé KO est pris pour base au triangle GOK, ce sera par la susdite 24 proposition des triangles spheriques:
Comme le sinus de l'angle seneſtre GOK,
Au sinus de l'angle dextre GKO;
Ainsi le sinus du costé dextre GK,
Au sinus du costé seneſtre GO.

ARTICLE XXIII.

Mais l'angle AEK du vingt-uniesme article, est egal à l'angle GOK du vingtdeuxiesme article; car l'un & l'autre est droit: & l'angle AKE du vingt-uniesme article, est egal à l'angle GKO du vingtdeuxiesme article, par la sixiesme consequence de la premiere proposition des triangles spheriques, c'est pourquoy les deux derniers termes du 21 & 22 article, leur sont proportionnaux; & par consequent entr'eux, assavoir,
Comme le sinus de l'arc AK,
Au sinus de l'arc AE;
Ainsi le sinus de l'arc GK,
Au sinus de l'arc GO.

ARTICLE XXIV.

Puis que par le 23 article les sinus des arcs AK, AE ont mesme raison, que les sinus des arcs GK, GO, par consequent toute raison plus grande, que la raison des sinus des arcs AK, AE, sera aussi plus grande, que la raison des sinus des arcs GK, GO: mais la raison des sinus des arcs MH, GO, est plus grande que la raison des sinus des arcs AK, AE, par le 20 article: partant aussi la raison des sinus des arcs MH, GO, sera plus grande, que la raison des sinus des arcs GK, GO.

C'est pourquoy le sinus de l'arc MH est plus grand que le sinus de l'arc GK.

ARTICLE XXV.

Veu que les arcs de ces sinus sont chacun à part plus petits qu'un quart de cercle; de là suit, que l'arc MH est aussi plus petit, que l'arc GK.

ARTICLE XXVI.

De plus, d'autant qu'au triangle KMD, l'angle droit KMD est plus grand que l'angle aigu DKM: aussi par



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

la 15 proposition des triangles spheriques, le costé K D, soustenant l'angle K M D, sera plus grand que le costé D M, qui soustient l'angle D K M.

### Article XXVII.

Or puis que l'arc D K (par le vingtsixiesme article) est plus grand que D M, si G K estoit egal à M H, aussi la difference qui est entre D G & D H, seroit egale à la difference qui est entre D K & D M : mais G K (par le vingtcinquiesme article) est moindre que M H : c'est pourquoy l'excez par lequel D G surpasse D H, est plus grand que l'excez de D K, par dessus D M. Et ainsi aussi nous avons demonstré la seconde partie que nous avions proposée en la preparation.

*Conclusion.* Donc l'arc duquel le sinus est moyen proportionnel entre le sinus d'un quart de cercle, & l'arc de difference de la plus grande obliquité de l'ecliptique, assavoir par laquelle il atteint ladite ecliptique, differe le plus de la longitude competente en l'equinoctial : ce qu'il falloit demonstrer.

### Proposition XVIII.

*Trouver l'arc de l'ecliptique qui differe le plus de sa competente longitude en l'equinoctial.*

*Le donné.* En la figure de la 17 proposition qui a esté exposée, soit D G l'arc demandé, & les autres lignes demeurent telles qu'elles y sont proposées.

*Le requis.* Il faut trover l'arc D G.

### Construction.

Puis que par la supposition de la dixseptiesme proposition, le sinus de l'arc A G est moyen proportionnel entre le sinus de l'angle droit, ou demy-diametre 10000000, & le sinus de l'arc A E 9145680, qui est l'arc de difference de la plus grande declinaison E F, (il sera dit és annotations des propositions suivantes, pourquoy nous nous servons des nombres entiers de nostre canon, & des minutes tierces.)

| | |
|---|---|
| Ce moyen proportionnel entre | 10000000, & 9145680. |
| Se trouvera estre | 9563304. |
| Qui est sinus de l'arc A G | 73 deg. 0 ①, 18 ②, 4 ③. |
| Lequel osté de l'arc A H | 90 deg. |
| Reste l'arc G H | 16 deg. 59 ①, 41 ②, 56 ③. |

Ainsi le triangle G H D a trois termes cognus, le costé G H est de 16 degr. 59 ①, 41 ②, 56 ③, l'angle G H D est droit, & l'angle G D H est de 23 deg. 51 ①, 20 ②. Donc le costé demandé G D, par la 35 proposition des triangles spheriques, sera de 46 deg. 16 ①, 43 ②, 43 ③.

Apres si on veut cognoistre la longitude de l'ecliptique, assavoir l'arc D H, il sera trouvé par la mesme proposition estre de 43 deg. 43 ①, 16 ②, 44 ③.

La demonstration en est evidente, dependant de la 17 proposition.

*Conclusion.* Nous avons donc trouvé l'arc de l'ecliptique qui differe le plus de sa competente longitude en l'equinoctial. Ce qu'on avoit demandé.

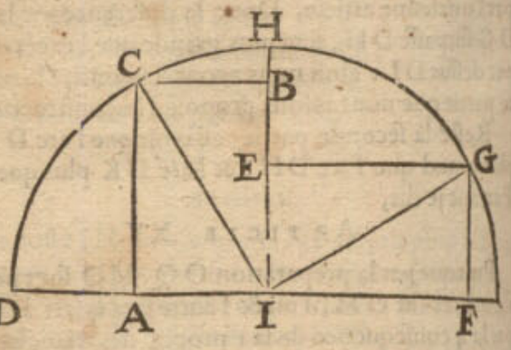
### Theoreme. Proposition XIX.

*Les rectangles egaux compris du sinus de cercles egaux, & du sinus de l'arc de difference, sont equilateraux.*

### Notez.

Nous mettons ceste note devant la proposition suivante : car d'autant qu'il nous y faudra demonstrer, que l'arc de l'ecliptique, qui differe le plus de sa competente longitude en l'equinoctial, fait avec icelle longitude un quart de cercle : car aussi *Regiomontanus* en la 26 proposition de son abbregé traicte de la mesme chose, & se sert de la demonstration qui en a esté faite par *Menelaus*. D'avantage nous demonstrons ceste note icy, afin qu'on ne l'aille pas recercher d'ailleurs.

*Le donné.* Soit le rectangle A B, compris de A C, sinus de l'arc C D, & de C B, sinus de l'arc de difference : aussi l'autre rectangle E F, egal au premier rectangle A B, compris du sinus E G, & du sinus de l'arc de difference G F.




*Le requis.* Il faut demonstrer que le grand costé A C est egal au grand costé E G, & le petit costé C B egal au petit costé G F.

*Preparation.* Soyent menées les lignes droites I C, I G.

### Demonstration.

Les deux rectangles egaux A B, E F sont divisez par leurs diagonales en deux triangles egaux C B I, I E G, desquels les deux angles droits E, & B, & les demy-diametres I C, I G, qui les soustiennent sont egaux. Partant les deux triangles egaux I E G, I C B (moitiez des parallelogrammes) estans constituez sur bases egales seront de mesme hauteur, c'est à dire que la perpendiculaire menée de B sur I C, sera egale à la perpendiculaire de E sur I G, lesquelles estant moyennes proportionnelles entre les segments des demy-diametres I C, I G, qui sont egaux : par consequent les segments seront aussi egaux, & le costé I B, est pareillement moyen proportionnel entre la toute I G, & son plus grand segment : par mesme raison, & semblable demonstration, le petit costé C B, sera egal au petit costé E I.

*Conclusion.* Parquoy deux rectangles compris d'un sinus, & du sinus de l'arc de difference de cercles egaux, sont equilateraux. Ce qu'il falloit demonstrer.

### Theoreme. Proposition XX.

*L'Arc de l'ecliptique qui differe le plus de sa competente longitude en l'equinoctial, fait avec icelle un quart de cercle.*

*Le donné.* Soit pris en la figure de la 17 proposition l'arc de l'ecliptique D G, qui differe le plus de sa competente longitude de l'arc D H en l'equateur ; & que le reste qui a esté posé en ceste figure, demeure de mesme.

*Le requis.* Il faut demonstrer que D G & D H, pris ensemble, font un quart de cercle.

### Demonstration.

#### Article I.

Le costé H G estant pris pour base au triangle D G H, ce sera par la vingtquatriesme proposition des triangles spheriques,

Comme

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

Comme le sinus de l'angle seneſtre DHG,
Au sinus de l'angle droit DGH;
Ainsi le sinus du costé dextre DG,
Au sinus du costé seneſtre DH.

ARTICLE II.

Apres l'arc GE estant pris pour costé du triangle AEG, ce sera par la 24 proposition des triangles spheriques,
Comme le sinus de l'angle droit AEG,
Au sinus de l'angle seneſtre AGE;
Ainsi le sinus du costé seneſtre AG,
Au sinus du costé dextre AE.

ARTICLE III.

Mais les deux angles AEG, & DHG, du premier & second article sont droits : d'avantage AGE & DGH au sommet sont egaux par la sixieſme consequence de la premiere proposition des triangles spheriques: c'est pourquoy les deux derniers termes du premier & second article leur estans proportionnaux, seront aussi proportionnaux entre eux; c'est à dire,
Comme le sinus de l'arc DG,
Au sinus de DH;
Ainsi le sinus de l'arc AG,
Au sinus de AE.

ARTICLE IV.

De plus, puis que le sinus de l'arc AG, est moyen proportionnel entre les sinus des arcs AF, & AE, par la 17 proposition, ce sera
Comme le sinus de l'arc AF,
Au sinus de l'arc AG;
Ainsi le sinus de l'arc AG,
Au sinus de l'arc AE.

ARTICLE V.

Mais l'arc AH, est egal à l'arc AF; partant ce sera
Comme le sinus de l'arc AH,
Au sinus de l'arc AG;
Ainsi le sinus de l'arc AG,
Au sinus de l'arc AE.

ARTICLE VI.

D'autant que les deux premiers termes du troisieſme & cinquieſme article leur sont proportionnaux, ils seront aussi entre eux; c'est à dire,
Comme le sinus de l'arc DG,
Au sinus de l'arc DH;
Ainsi le sinus de l'arc AH,
Au sinus de l'arc AG.

ARTICLE VII.

Puis apres posant l'arc AE, pour base du triangle GHE, ce sera par la 24 proposition,
Comme le sinus de l'angle dextre GAE,
Au sinus de l'angle seneſtre GEA;
Ainsi le sinus du costé seneſtre GE,
Au sinus du costé dextre AG.

ARTICLE VIII.

Mais le sinus de l'arc HF, est sinus de l'angle GAE, par la deuxieſme definition des triangles spheriques: & le sinus de l'arc AH, est egal au sinus de l'angle droit GEA. Ce sera donc
Comme le sinus de l'arc HF,
Au sinus de l'arc AH;
Ainsi le sinus de l'arc GE,
Au sinus de l'arc AG.

ARTICLE IX.

Et alternativement,
Comme le sinus de l'arc HF,
Au sinus de l'arc GE;
Ainsi le sinus de l'arc AH,
Au sinus de l'arc AG.

ARTICLE X.

Par ce que les deux premiers termes du sixieſme & neufieſme article leur sont proportionnaux, ils seront aussi entr'eux; c'est à dire,
Comme le sinus de l'arc DG,
Au sinus de l'arc DH;
Ainsi le sinus de l'arc HF,
Au sinus de l'arc GE.

ARTICLE XI.

Partant le rectangle compris du premier & dernier terme du dixieſme article, assavoir du sinus de DG & GE, sera egal au rectangle fait des sinus des deux termes du milieu, assavoir de DH & HF : mais ces deux rectangles sont compris du sinus, & du sinus de l'arc de difference de cercles egaux: c'est pourquoy par la dixneufieſme proposition, ils seront equilateraux, & les sinus des arcs GE & DH seront egaux entr'eux; comme aussi les arcs GE & DH.

ARTICLE XII.

Mais les deux arcs DG & GE, sont egaux à un quart de cercle, par consequent aussi DG & DH (qui est egal à GE, par l'onzieſme article) seront egaux à un quart de cercle.

*Conclusion.* Parquoy l'arc de l'ecliptique, qui differe le plus de sa competente longitude en l'equinoctial, fait avec icelle un quart de cercle; ce qu'il falloit demonstrer.

NOTEZ.

Puis que cest arc de l'ecliptique, qui differe le plus de sa competente longitude en l'equinoctial, est icy plus exactement recerché qu'on n'a accoustumé de le trouver par les canons, esquels on trouve ce mesme arc differant en divers lieux de 1 ①, ou 2 ①: Où aussi on ne peut trouver cette exactitude, que l'arc de l'ecliptique, qui differe le plus de sa competente longitude, soit egale avec icelle à un quart de cercle. Il a pleu à SON EXCELLENCE, que la conclusion de la 18 proposition parvinst jusques aux ③, suivant quoy on peut exactement recercher les arcs, & leurs sinus. Ainsi l'arc de l'ecliptique DG, a esté trouvé de 46 deg 16. 43. 45. ③.
Et l'arc de l'equateur DH 43 deg. 43. 16. 44. ③.
La somme desquels est 90 deg. 0. 0. 27 ③.
En sorte que le calcul Arithmetique est seulement differant de la vraye demonstration Geometrique de 27 ③.

---

ALB. GIRARD.

*La demonstration dont se sert icy l'Autheur est beaucoup trop prolixe, car il la distribue en vingtsept articles; avec beaucoup d'araisonnemens qui prouvent voirement, mais obscurcissent extremement: Ce qu'ayant considéré, je demonstreray le mesme par une autre voye plus courte & plus intelligible. Ie descriray aussi quant & quant selon mon stile deux propositions, à l'exemple des 18 & 20 precedentes de l'Autheur, dont l'une est demonstrée en*



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

12 articles : (Le Lecteur ſera adverty que j'ay fait imprimer quelques tables des Sinus avec la Trigonometrie totale, où eſt parlé de ceſte propoſition, qui eſt là deduite devant les 6 cas des triangles rectangles ſpheriques, devant le theoreme general) Car auſſi bien les ſuſdites 18 & 20 ne tendent qu'à la perfection de la 17 : ſemblablement la ſuivante ſervira de lemme à la conſequente, qui ſont theoremes determinez.

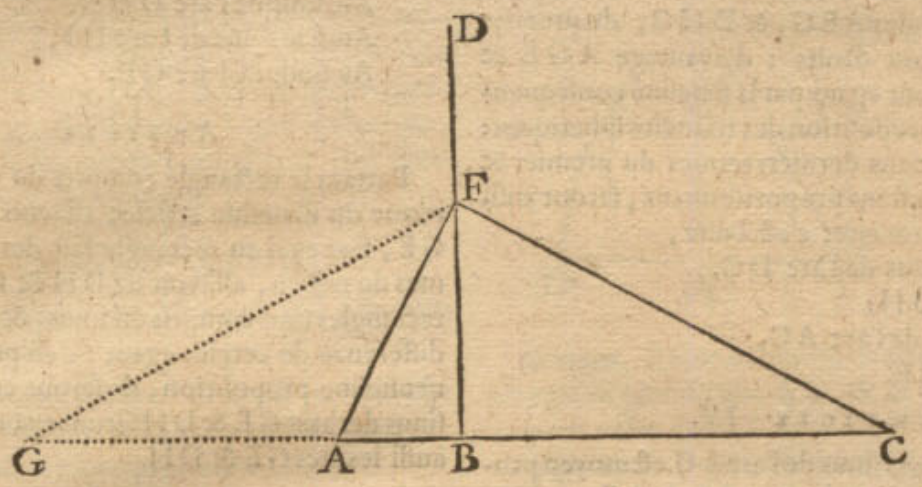
THEOREME. PROPOSITION XVIII. A. GIR.

ON peut trouver deux angles en infinies ſortes, tels que leurs tangentes ſoyent en meſme raiſon : mais de ceux-là il n'y en a que d'une ſorte qui different le plus ; car ce ſont ceux qui font enſemble un angle droict.

NOTEZ.

La regularité de ce theoreme eſt, la contrainte des deux angles, leſquels ont leurs tangentes en meſme raiſon ; entre leſquels deux angles y a une addition & ſouſtraction ; aſſavoir que s'ils different au plus qu'il eſt poſsible, leur ſomme ſera 90 degrez.

Le donné. *Sur une ligne droite ſoyent trois poincts A, B, C, & ſur icelle une perpendiculaire par le poinct B, comme B D indeterminée en D ; & ſoit pris un poinct à la volonté dans icelle B D, comme F, duquel ſoyent menées F A, F C ; alors ſi du centre F on fait un cercle paſſant par B, les lignes A B, B C ſeront tangentes des angles oppoſites A F B, & B F C ; de tels poincts que F, on en peut prendre une infinité, & ayant fait, comme devant a eſté fait au poinct F, le donné ſera manifeſte, car la raiſon des tangentes A B à B C eſt touſiours la meſme.*




Le requis. *Il faut demonſtrer que de tous tels deux angles, dans B D, il n'y en a que d'une ſorte qui different le plus, & c'eſt lors qu'enſemble ils ſont un angle droit, comme ſeroit A F C.*

DEMONSTRATION.

*Apres avoir menée F G, (ayant preallablement poſée B G egale à B C) puis que B F eſt perpendiculaire à A C, & G B egale à B C, alors la difference des angles A F B & B F C ſera G F A, d'autant que l'angle G F B eſt egal à l'angle B F C.*

*Or des deux poincts G, A, on peut fleſchir un angle G F A vers la ligne B D, qui ſoit le plus grand que faire ſe peut : car ſi d'une infinité de ſections qu'on pourroit faire paſſer par les deux poincts G, A, les moindres ſeront celles qui ne parviennent à B D, & partant les angles qui y ſeront, ayant B A pour baſe, ne parviendront en B D, & ne ſeront de noſtre intention ; mais celles qui y parviennent, des ſections la moindre ſera celle qui touchera B D, & par conſequent elle ſera capable de plus grand angle, que celles qui couperont B D. Soit donc imaginée une ſection ſur G A, qui touche B D en F, menant puis apres F G, F A : donc G F A ſera alors le plus grand angle qu'on peut fleſchir des poincts G, A ; Et alors, par la 35 propoſition du troiſieſme livre d'Euclides, le rectangle de G B, B A ſera egal au quarré de B F ; mais le rectangle de G B, B A eſt auſſi celuy de C B, B A, (car C B & B G ſont egales) donc celuy de C B, B A ſera egal au quarré de B F, & partant A F C ſera un angle droit.*

Concluſion. *De deux angles entre pluſieurs qui ont leurs tangentes en meſme raiſon, ceux-la different le plus, leſquels font enſemble un angle droit. Ce qu'il falloit demonſtrer.*

THEOREME. PROPOSITION XIX. A. GIR.

1 *Proprieté du triangle* D G H.

EN tout triangle rectangle ſpherique ayant un meſme angle aigu, les coſtez qui le comprennent differeront au plus lors qu'iceux font enſemble un quadran.

Le donné. *Soyent pluſieurs triangles rectangles ſpheriques, comme en la 17 propoſition precedente, E D F, K D M, G D H, I D L, tant qu'on voudra, ayans un meſme angle aigu en D, & que G D, D H facent un quadran enſemble.*

Le requis. *Il faut demonſtrer que les coſtez qui comprennent l'angle aigu D, differeront au plus, s'ils font enſemble un quadran.*

DEMONSTRATION.

*Tous tels triangles ont deux angles donnez, aſſavoir un droit, comme en F, M, H, L, & un angle aigu commun D ; dequoy il s'enſuit une proprieté commune, aſſavoir que*

*Comme le raid, au ſinus de complement de l'angle D :*
*Ainſi les tangentes des hypotenuſes, à celle des coſtez adjaçans le long de l'angle D.*

*Et pour plus ample declaration de cecy, qui eſt une propoſition ordinaire, (comme auſſi dans mes tables des Sinus, à la premiere ligne des ſix cas des rectangles) je diray ceſte proportion ſur un des triangles donnez, ſoit ſur G D H,*

*Comme le raid au ſinus complement de l'angle D ;*
*Ainſi la tangente de l'hypotenuſe D G, à la tangente de D H.*

*Et ainſi des autres ; mais la raiſon du raid au ſinus complement de l'angle D, eſt commune à tous les triangles mentionnez : parquoy l'autre raiſon qui vaut la premiere, aſſavoir les tangentes des coſtez, qui comprennent l'angle D, leur ſera auſſi commune, & ſera une meſme raiſon : aſſavoir,*

Tangentes des arcs { K D à D M, G D à D H, I D à D L,

*Et par la 18 propoſition precedente, dite des angles, ſe pourra dire icy des arcs mentionnez ; aſſavoir que pluſieurs deux arcs ayant leurs tangentes en meſme raiſon, ceux-là different le plus, leſquels ſont enſemble 90 degrez ; mais G D, D H ſont enſemble 90 degrez, par l'hypotheſe, donc G D, D H differeront le plus. Ce qu'il falloit demonſtrer.*

NOTEZ.

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

NOTEZ.

*Voila quant à la proposition, mais avec une autre proprieté, par laquelle on recognoist, où l'arc de l'ecliptique excede au plus son ascension; ce qu'on verra mieux en la proposition suivante. Or le Sieur* Snellius, *lequel a aussi traduit ceſt œuvre en Latin, resout la doute de l'Autheur present, lequel cy-dessus dit ne sçavoir si ce que* Regiomonte *cite de* Geber, *est en lumiere ou non; car en la marge de l'exemplaire Latin il y a,* voyez toutefois la 18 proposition du 1 livre de Geber: *ce* Snellius *a eu une tres-belle bibliotheque & tres ample; quoy que c'en soit, je n'ay jamais veu aucune œuvre Mathematique de ce* Geber: *neantmoins je demonstreray plusieurs proprietez autres que la precedente premiere, comme s'ensuit.*

## 2. *Proprieté du triangle* DGH.

Au triangle rectangle spherique, lors que les deux costez au long d'un aigu font ensemble un quadran; alors le sinus de l'autre angle aigu sera egal à la tangente du costé oppositе.

DEMONSTRATION.

*Premierement soit prise la figure de la 1 definition de la doctrine des triangles, qui est la 1 figure Geometrique de ce livre, où je dis que de deux arcs de complement, comme là CE, CB, leurs sinus AF à FC sont comme le raid AB, à la tangente BI (du deuxiesme arc CB.)*

*De mesme en la figure precedente de la 17 propoſit. DG, DH sont arcs de complement; donc leurs sinus seront comme le raid à la tangente de DH.*

*Mais leurs sinus (assavoir des arcs DG, DH) sont comme le sinus des angles oppositеs, par la 24 propoſit. du 3 livre de la doctrine des triangles, qui est comme le raid (pour sinus de l'angle droit H) au sinus de l'angle G; parquoy il s'ensuivra que comme le raid à la tangente de DH, ainsi le raid au sinus de l'angle G; & partant la tangente de l'arc DH sera egale au sinus de l'angle G. Ce qu'il falloit demonstrer.*

## 3. *Proprieté.*

En tout triangle rectangle spherique, lors que deux costez comprenans un angle aigu font ensemble 90 degrez; aussi le costé qui le soustend, avec l'autre angle aigu, font ensemble 90 degrez semblablement.

*Soit en la figure de la 17 prop. le triangle DGH; il faut demonstrer que si DG & DH font ensemble 90 deg. qu'aussi GH, & l'angle DGH feront semblablement 90 degrez.*

*Comme le sinus de l'angle droit H, au sinus de l'angle G, ainsi le sinus de DG, à celuy de DH: mais aussi de mesme sera (au triangle GAE ayant l'angle G commun & un angle droit E) les sinus de GA & de AE; parquoy,*

sinus sinus sinus sinus

*Comme DG à DH, ainsi GA à AE.*

GE

*Or GE, & DH, sont egaux, car ils sont chacun complement de DG: c'est pourquoy j'ay substitué EG au lieu de DH.*

*Et comme on peut tirer du 12 chap. du 1 de* l'Almageste *en la figure EDFAH, ou bien de nos Porisмes.*

sin. sin. sin. sin. sin. sin.

*Comme DG à GE, ainsi DH à HF, & encor FA à AE,*

DG

sin. sin.

*ou bien G à H.*

*Et pource que les moyennes sont de mesme, on les peut oster, assavoir sinus de H & sinus de FA, qui sont chacun le raid: parquoy,*

sin. sin. sin. sin.

*Comme DG à GE, ainsi GA à AE,*

sin. sin.

*Ou, comme cy-dessus, GA à AE.*

*D'où s'ensuit par raison alterne, que GA & l'angle aigu G contiennent autant de degrez l'un que l'autre: Et puis que GH & GA font ensemble 90 deg. aussi pareillement GH & l'angle aigu G feront ensemble 90 degrez. Ce qu'il falloit demonstrer.*

## 4. *Proprieté, du triangle* DGH.

S'ensuit la proprieté descrite en la 17 propoſition, assavoir que les sinus de AD, AG, AE sont proportionaux.

DEMONSTRATION.

*Par la 19 prop. du 3 livre de la doctrine des triangles, les tangentes d'arcs de complement ont pour moyen proportionel le raid: mais DG & DH sont complemens l'un de l'autre: donc,*

*Comme tangente de DG, à tangente de DH;*

*Ainsi quarré du raid, à quarré de la tangente de DH.*

*Mais comme les tangentes de DG & DH; ainsi (comme il a esté dit en la 19 prop. cy-dessus) le raid au sinus de complement de l'angle D, qu'ils comprennent: & par consequent les choses suivantes seront proportionnelles.*

| | | |
|---|---|---|
| *Assavoir le raid,* | *Tangente de DH.* | *Sinus de compl. de D.* |
| *Ou sinus de AD.* | *Ou sinus de G, par la 2 proprieté.* | *Qui est sinus de AE.* |
| | *Ou sinus de complem. de GH, par la 3 proprieté,* | |
| | *Qui est sinus de AG.* | |

*Lesquelles choses monstrent que les suivantes sont proportionelles; assavoir,*

*Sinus de AD. Sinus de AG. Sinus de AE.*

Conclusion. *Donc si les deux costez qui comprennent un angle aigu (d'un triangle rectangle spherique) font ensemble un quadran, alors le raid, le sinus de complement du costé soustendant l'angle aigu susdit, & le sinus de complement de l'angle aigu, seront proportionnaux. Ce qu'il falloit demonstrer.*

PROBLEME. PROPOSITION XX. A. GIR.

TRouver l'arc de l'ecliptique, qui differe le plus de son ascension droite; & aucunes de ses circonstances.

Le donné. *Soit en la figure de la 17 propoſition, DG arc de l'ecliptique, qui differe le plus de son ascension droite DH.*

Le requis. *Il faut trouver la grandeur de DG, & par consequent, tout ce qui depend du triangle DGH.*

CONSTRUCTION.

*Veu que par la 17 propoſition, ou pour mieux dire par la 4 proprieté du triangle DGH, descrite en la 19 prop. precedente: le sinus de AG est moyen proportionel entre le sinus de DA & de AE, assavoir entre 10000000, & sinus de AE 9145680 (comme complement de la declinaison majeure) est* 9563304.

*Son arc AG est* 73 deg. 0. 18. 4.

*Son complement est pour GH* 16 deg. 59. 41. 56.

*Mais sinus de AG est aussi pour celuy de l'angle DGH, par la 3 proprieté cy-devant: & par la 2 proprieté le sinus susdit de DGH sera pour la tangente de DH; donc DH sera* 43 deg. 43. 16. 29.

*Son complement (par la 19 propoſition, qui est la premiere proprieté) pour DG* 46 deg. 16. 43. 31.

*Difference de DH & DG est* 2 deg. 33. 27. 2.

*Pour la plus grande difference entre l'arc de l'ecliptique & son ascension droite, trouvée plus facilement & plus certainement que par la calculation des triangles spheriques, comme a fait* Stevin: *ce qui soit dit sans jactance. Iusques icy nous avons declaré ses propoſitions selon nostre stile fort amplement.*

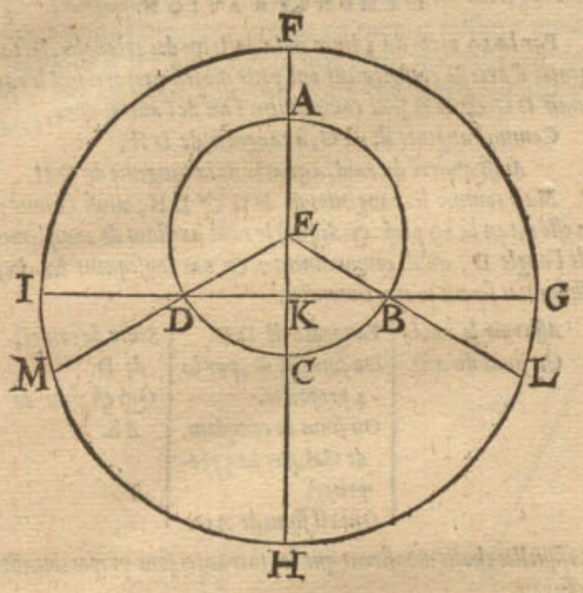


Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

## Proposition XXI.

*Trouver la plus grande difference, qu'il peut advenir aux jours naturels, pour l'occasion de l'excentricité du deferant, par voye Mathematique, fondée sur l'hypothese de terre immobile.*

*Le donné.* Soit A B C D deferant du Soleil, E son centre, A apogée, C perigée, l'ecliptique F G H I, K son centre, F apogée apparant, & H le perigée apparant,




puis I G perpendicle à F H passant par K, coupant le deferant en D, & B, par lesquels sont menées les lignes E D M, E B L.

### Construction.

De ceste proposition on entend que si on adjouste tous les jours naturels de l'an naturel, lesquels sont plus grands (à cause de l'excentricité seulement) que les jours moyens, comparez aux jours naturels de l'an naturel, lesquels sont moindres que les jours moyens, qu'il faut trouver quelle difference ils ont plus que s'il n'y avoit point d'excentricité, ny de declinaison: A ceste fin je dis, si le Soleil estoit en A, il seroit aussi bien veu de E que de K, au poinct F; (car de E se voyent les jours moyens, & de K les naturels) mais estant le Soleil parvenu en D, alors E le verroit en M, & K en I, (en apparance) que si donc I estoit en quelque meridien, M seroit (pource que le mouvement rapide va de M par I vers F) autant devant que l'arc M I emporte, lequel est 2 degrez 23 ①, estant arc de l'angle I D M, egal à E D K, lequel est la plus grande prostaphereſe, par la 4 proposition, laquelle est par le corollaire d'icelle, comme dessus, 2 deg. 23.

Tellement qu'autant de temps que le Soleil met à faire ces 2 deg. 23 ① par le mouvement rapide, autant seront les jours naturels du cours du Soleil A D, moindres aux jours moyens. Et pour la mesme raison, les naturels du cours B A seront aussi plus courts que les moyens de . 2 deg. 23.

Et ensemble, les naturels du cours du Soleil B A D, seront plus courts que les moyens de 4 deg. 46.

Parquoy autant seront les naturels, du cours restant D C B, plus longs que les moyens (veu qu'autant y en a-il de moyens que de naturels dans l'an) assavoir de 4 deg. 46.

Mais estant les naturels plus courts en l'arc B A D de 4 deg. 46 ①, & en D C B autant plus longs, donc la difference de ces deux arcs sera le double du susdit, qui est de 9 deg. 32.

Et puis que 15 deg. se font en une heure, ils feront pour le requis 0 heure 38 ①.

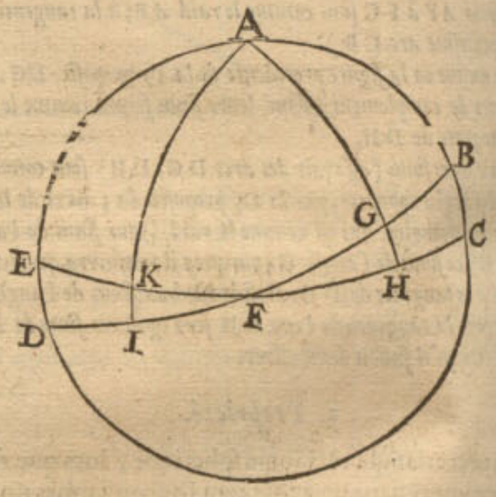
Autant donc seront les jours naturels de l'arc M F L, comparez aux jours naturels de l'arc M H L moindres, qu'ils ne seroyent s'il n'y avoit aucune eccentricité, ny declinaison. Dont la demonstration est manifeste.

*Conclusion.* Nous avons donc trouvé la plus grande, &c.

## Proposition XXII.

*Trouver la plus grande difference, causée aux jours naturels, par la declinaison de l'ecliptique seulement, par voye Mathematique, fondée sur l'hypothese de terre immobile.*

*Le donné.* Soyent E C l'equinoctial, & D B l'ecliptique au Globe A B C D E, son pole A, & F section vernale, F G arc de l'ecliptique 46 deg. 17 ①, laquelle differe au plus de son ascension droite F H, 43 deg. 43 ①, assavoir de 2 deg. 34 ①; & ce d'un costé de la section F, de l'autre costé F I arc de l'ecliptique, & F K de l'equinoctial, lesquels, comme dessus, different le plus, par la 20 proposition.




### Construction.

Les arcs, où les jours naturels sont trouvez plus courts que les jours moyens sont I G, qui font 2 fois 46 deg. 17 ①, c'est assavoir 92 deg. 34 ①, & autant de l'autre costé du globe, de part & d'autre la section automnale, font ensemble 185 deg. 8.

Les arcs où les naturels sont trouvez plus longs que les moyens, sont G B, I D, chacun de 43 deg. 43 ①, par la 20 prop. c'est ensemble 87 deg. 26 ①, lesquels avec 2 autres pareils, de l'autre costé du globe, font ensemble 174 deg. 52.

Lesquels soustraits de 185 deg. 8 ①, reste 10 deg. 16.

Et puis que 15 deg. font 1 heure, les mesmes feront pour le requis 0 heure 41 ①.

Donc autant sont les jours naturels de l'arc I G. & de son pareil de l'autre costé du globe, comparez aux jours naturels des deux arcs G B, I D, avec leurs pareils de l'autre costé; moindres que s'il n'y avoit nulle declinaison: dont la demonstration est manifeste.

*Conclu-*

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

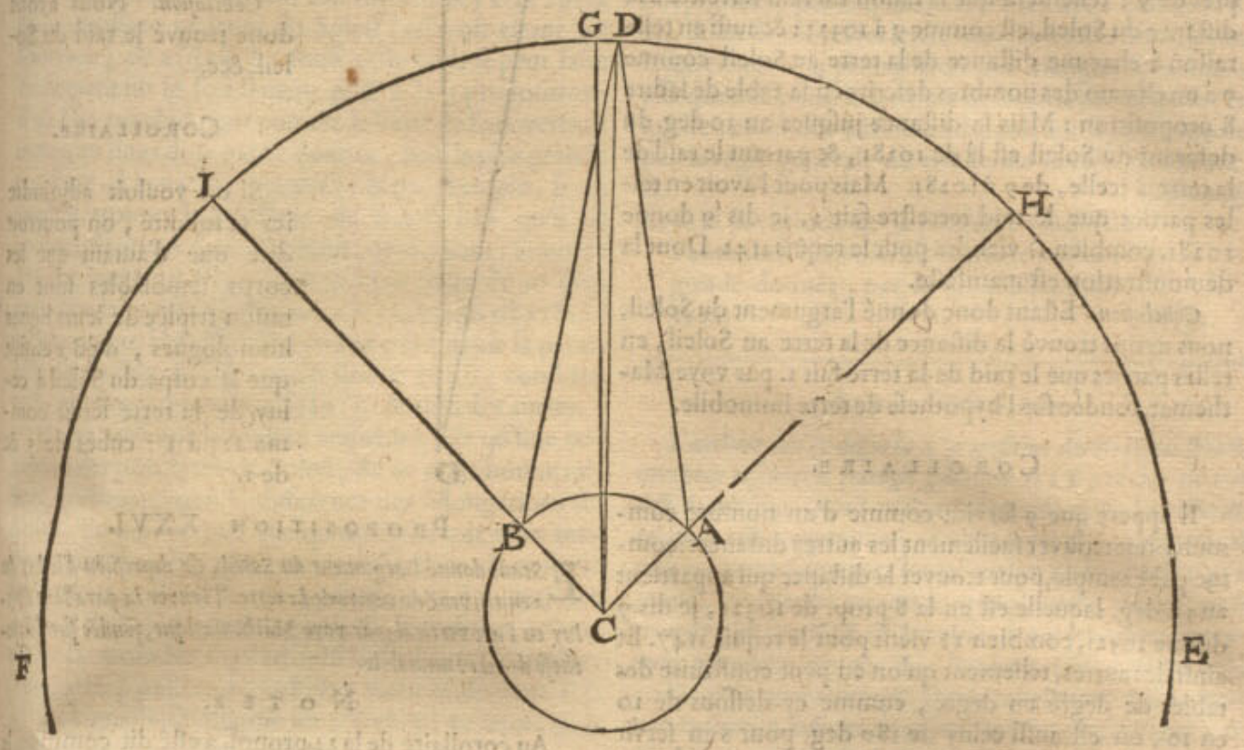
*Conclusion.* Nous avons donc trouvé la plus grande difference, causée aux jours naturels par l'obliquité de l'ecliptique, &c.

*Maintenant de la distance du Soleil, de sa grandeur, parallaxe, & longueur du cone nocturne.*

## Proposition XXIII.

*Trouver la distance de la terre au Soleil, en mesures du raid de la terre estant posé 1, par voye Mathematique, fondée sur l'effect de l'experience.*

*Le donné.* Deux observateurs estant assez distans l'un de l'autre & sur un mesme meridien, prenans la hauteur du Soleil sur l'horizon tous les jours, ou souvent, à midy; ou au lieu de la hauteur sur l'horizon, la distance du Soleil au zenith : ce qui se peut faire par les grands voyages que ceux d'Hollande font par mer; puis rapporteront leurs experiences, pour venir au requis: comme par exemple, soit A B la terre, C son centre, & D le Soleil, par lequel est mené le meridien E D F, C G est l'equinoctial veu de costé: les deux lieux des obser-




vateurs sous un mesme meridien soyent A, B; le zenith de A est H, ainsi que G H est egale à la latitude de A, & soit 46 deg. 36 ① : Et G I egale à la latitude de B 44 deg. puis je choisis deux observations faites, comme dit est, en un mesme midy, & soit que les deux observateurs ayent une mesme depression du zenith au Soleil, je prens chacune de 45 deg 20 ①, pour chacun des angles H A D, I B D : puis soit menée C D.

*Le requis.* Il faut trouver la ligne C D en telles mesures que B C raid terrestre soit I.

### Construction.

A l'arc G I faisant 44 degr. adjousté l'arc G H 46 deg 36 ①, viendra pour l'arc H I, aussi pour l'arc A B, & angle A C B, 90 deg 36.

D'avantage, veu que les angles I B D & H A D sont egaux, & partant aussi les arcs H D, & D I; alors C D divisera l'angle I C H, c'est aussi A C B, par le milieu; tellement que l'une moitié B C D fait la moitié de 90 deg. 36 ①, premier en l'ordre, c'est 45 deg. 18.

Ostant l'angle I B D faisant 45 deg. 20 ① de 180 deg. reste pour l'angle D B C 134 deg. 40.

Le triangle B C D, a trois termes cognus, assavoir l'angle B 134 deg. 40 ①, troisiesme en l'ordre, C, 45 deg. 18 ①, deuxiesme en l'ordre, & B C, premier par l'hypothese.

Avec lesquels cerchant D C, par la 4 proposition des triangles plats, sera trouvé de 1185.

Dont la demonstration est manifeste.

### Notez I.

Nous pourrions bien mettre icy un autre exemple, où les deux angles I B D, H A D seroyent inegaux, mais d'autant que cela se verra au cours de la Lune, on pourra prendre ce lieu-la pour declaration de cestuy-cy.

### Notez II.

D'autant que le Soleil doit estre en un lieu cognu de son deferant, je prens par exemple, qu'en ceste proposition le Soleil ayt esté en son apogée au temps de l'observation.

### Corollaire.

D'autant que les angles D B C, B C D sont cognus, faisant ensemble 179 deg. 58 ①, & partant ostez de 180 restera 2 ① pour l'angle B D C parallaxe du Soleil en un tel lieu.

*Conclusion.* Nous avons donc trouvé la distance de la terre au Soleil, faisant le raid du Globe terrestre 1, par voye Mathematique, fondée sur l'hypothese de terre immobile.

## Proposition XXIV.

*Estant donné l'argument du Soleil: trouver la ligne de la terre au Soleil, posant le raid de la terre 1, par voye Mathematique, fondée sur l'hypothese de terre immobile.*

*Le donné.* Soit l'argument du Soleil 30 degrez.

*Le requis.* Il faut trouver la ligne de la terre au Soleil en telles parties que le raid de la terre fait 1.



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

### Construction.

Entre plusieurs manieres par lesquelles ceste proposition se peut resoudre, celle qui me semble la plus propre, est telle: veu qu'en la 23 proposition la distance de la terre au Soleil, a telle raison au raid de la terre, comme 1185 à 1, estant le Soleil en son apogée, par la deuxiesme note qui suit apres ladite 23 proposition, & aussi que la distance de la terre au Soleil de centre à centre a esté prise en la 8 proposition de 10323, je dis 1185 donne 1, combien 10323? vient en nombre entier assez pres de 9: tellement que la raison du raid terrestre à la distance du Soleil, est comme 9 à 10323: & aussi en telle raison à chacune distance de la terre au Soleil comme 9 à un chacun des nombres descrits en la table de ladite 8 proposition: Mais la distance jusques au 30 deg. du deferant du Soleil est là de 10281, & partant le raid de la terre à icelle, de 9 à 10281. Mais pour l'avoir en telles parties que le raid terrestre fait 1, je dis 9 donne 10281, combien 1? viendra pour le requis 1142. Dont la demonstration est manifeste.

*Conclusion.* Estant donc donné l'argument du Soleil, nous avons trouvé la distance de la terre au Soleil, en telles parties que le raid de la terre fait 1. par voye Mathemat. fondée sur l'hypothese de terre immobile.

### Corollaire.

Il appert que 9 servira comme d'un nombre commun pour trouver facilement les autres distances: comme par exemple, pour trouver la distance qui appartient au 10 deg. laquelle est en la 8 prop. de 10321, je dis 9 donne 10321, combien 1? vient pour le requis 1147. Et ainsi des autres, tellement qu'on en peut construire des tables de degré en degré, comme cy-dessous de 10 en 10, où est aussi celuy de 180 deg. pour s'en servir d'exemple, en temps opportun.

### TABLES DES LIGNES ENTRE LA terre & le Soleil de centre à centre, en telles parties que le raid de la terre fait 1.

| *Degrez du deferant du Soleil.* | *Lignes entre la terre & le Soleil.* |
|---|---|
| 0 | 1147 |
| 10 | 1147 |
| 20 | 1145 |
| 30 | 1142 |
| 180 | 1075 |

### Proposition XXV.

*Trouver le raid du Soleil en telles parties que celuy de la terre fait 1. par operation Mathematique, fondée sur l'hypothese de terre immobile.*

*Le donné.* Soit AB le Soleil estant en son apogée, duquel le centre est C, & D le centre de la terre, duquel soit menée DC, & DB touchante iceluy en B, & finalement menée BC raid solaire, ainsi que BDC le $\frac{1}{2}$ diametre visuel du Soleil.

*Le requis.* Il faut trouver BC en telles parties que le raid de la terre fait 1.

### Construction.

Le triangle BCD a trois termes cognus, assavoir BDC demy-diametre visuel du Soleil, lequel, pource qu'il est en l'apogée, fait comme en la huictiesme proposition, où il a esté pris de 15 ①, & CD 1147, par la 24 proposition, aussi l'angle CBD droit, par lesquels on trouvera BC estre de 5 pour le raid du Soleil, de telles parties que le raid de la terre en fait 1: d'autant que 1147 sont des mesmes parties. Dont la demonstration est manifeste.

*Conclusion.* Nous avons donc trouvé le raid du Soleil, &c.

### Corollaire.

Si on vouloit adjoindre icy sa solidité, on pourroit dire que d'autant que les corps semblables sont en raison triplée de leurs lignes homologues, d'où s'ensuit que le corps du Soleil à celuy de la terre seroit comme 125 à 1: cubes de 5 & de 1.

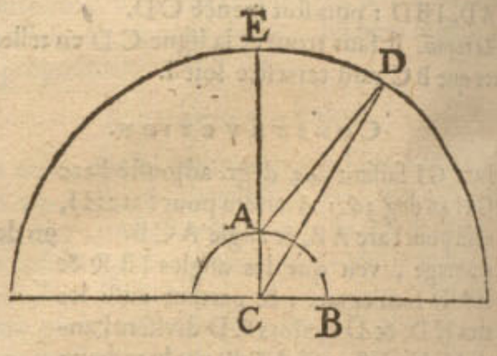
### Proposition XXVI.

*Estant donné l'argument du Soleil, & depression d'iceluy du zenith, veuë du centre de la terre: Trouver la parallaxe d'iceluy en l'arc vertical, par voye Mathematique, fondée sur l'hypothese de terre immobile.*

### Notez.

Au corollaire de la 23 propos. a esté dit comment la parallaxe se trouve par operation fondée sur l'effect de l'experience mesme; ce qui servira pour fondement de ceste proposition, afin de trouver la parallaxe par supputation, car il ne seroit à propos de la trouver à chaque fois par l'experience.

*Le donné.* Soit AB la terre, & C son centre, A le lieu de l'observateur, D le Soleil, duquel l'argument soit de




30 deg. & distant aussi du zenith de 30 deg. pour l'arc ED, ou l'angle ECD, ou ACD; ainsi que l'angle ADC est la parallaxe au cercle vertical.

*Le requis.* Il faut trouver l'angle ADC.

### Construction.

Le triangle ADC, a trois termes cognus, l'angle ACD 30 deg. CA 1, & CD distance de la terre au Soleil lequel a 30 deg. d'argument, laquelle par la 24 propos. est 1142. Par lesquels cerchant l'angle ADC se trouvera estre, par la 6 propos. des triangles plats, de 1 ① 30 ② pour la parallaxe requise (usant de toutes les lettres

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

lettres des tables) dont la demonſtration eſt manifeſte par la conſtruction.

*Concluſion.* Eſtant donc donné l'argument du Soleil, & ſa depreſſion du zenith, veuë du centre de la terre: nous avons trouvé ſa parallaxe.

### Corollaire.

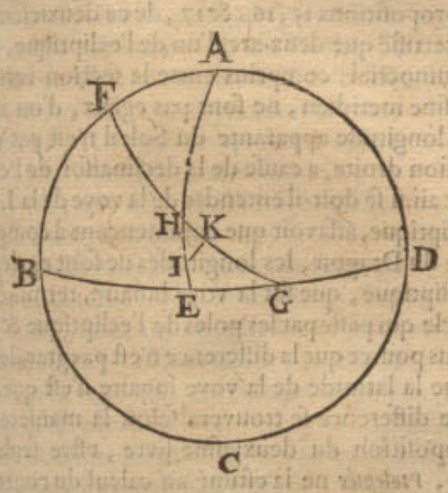
Il eſt evident comment on en pourra faire des tables, afin de trouver le requis avec facilité, de degré en degré, comme a fait *Eraſme* és *Pruteniques*, lequel au lieu de 1①30② a trouvé (ſuivant ſon hypotheſe) 1①, 29②, & la parallaxe majeure du Soleil (aſſavoir eſtant ſur l'horizon) de 2①58②: Auſſi ceſte table ſe peut faire facilement ſur le fondement poſé à la 5 propoſition: d'où l'on conclud, que comme le ſinus de l'arc vertical entier, au ſinus de ſa partie donnée; ainſi la plus grande parallaxe, à la parallaxe requiſe: & par exemple, ſi on vouloit trouver la parallaxe du Soleil lors qu'il eſt 10 deg. deprimé ſous le zenith, je dis ainſi: Sinus de 90 deg. qui eſt 10000, donne 1736 ſinus de 10 deg. combien la parallaxe majeure 2①58②, qui eſt 178②? vient comme là 31②: De meſme pour avoir la parallaxe de 30 deg. je dis 10000 donne 5000, combien 178②? vient comme là 1①29②: & ainſi des autres.

Notez auſſi que le meſme *Eraſme* n'a fait qu'une colomne des parallaxes du Soleil, & ce pour bonne raiſon, n'eſtimant rien la difference des eſlongations du Soleil. Et pource que quelqu'un deſireroit eſtre rendu certain de ceſte plus grande difference, & ce ſur le fondement poſé en la 5 propoſition: je dis, majeure diſtance du Soleil, faiſant par la 8 propoſition 10323, donne la moindre (qui eſt auſſi là de 9677) combien la majeure parallaxe 2①58②? vient ſeulement 2①47②, laquelle eſtant priſe ſur 2①58②, ce ſeroit 11② trop; ce qui n'eſt d'importance.

### Proposition XXVII.

*Trouver la parallaxe du Soleil, en longitude apparante, & en latitude, par voye Mathematique, fondée ſur l'hypotheſe de terre immobile.*

*Le donné.* Soit ABCD meridien d'un Globe, BD l'horizon, AE quadran vertical, FG ecliptique coupant ledit quadran au lieu où eſt le Soleil H, ainſi que l'angle EHG (lequel ſe trouve par le 8 probleme des




problemes Aſtronomiques) fait 50 deg. & AH depreſſion du Soleil, veuë du centre de la terre, ſoit 30 deg. D'avantage je prens que la parallaxe du Soleil ſoit trouvée par la 26 propoſition, au quadran vertical AE de 1①30②. Pour HI & menée IK perpendiculaire ſur l'ecliptique FG, comme latitude apparante du Soleil, veuë de l'obſervateur, & HK ſera la longitude apparante de la parallaxe du Soleil.

*Le requis.* Il faut trouver l'arc HK longitude de la parallaxe, & IK latitude de ladite parallaxe.

### Construction.

Le triangle HIK a trois termes cognus, aſſavoir HI 1①30②, l'angle K droit, & l'angle H 50 degrez, par l'hypotheſe, par leſquels cerchez les deux coſtez HK, KI, uſant de toutes les lettres des tables des ſinus, ſeront trouvez par la 4 propoſition des triangles ſpheriques, aſſavoir IK pour la latitude de la parallaxe requiſe (laquelle s'entendra eſtre meridionale ou ſeptentrionale, par la regle generale du troiſieſme corollaire ſuivant) de 1①9②.

Et KH longitude de la parallaxe (laquelle s'entendra majeure ou mineure à la longitude donnée, par le 4 corollaire ſuivant) 58②.

---

### Alb. Girard.

*L'autheur cite cy-deſſus la 4 propoſition des triangles ſpheriques pour reſoudre le triangle ſpherique HIK, ce qui eſt trop difficile, & long, joinct qu'il parle de prendre toutes les lettres des tables en ceſte computation; au contraire il ne faut prendre que trois ou quatre lettres pour le raid au lieu des huict lettres qu'il entend, & reſoudre cecy par les triangles plats, à cauſe que le triangle ſpherique HIK eſt fort petit, & par conſequent ſans tumeur perceptible, veu que HI (le majeur coſté) n'eſt que 1①, 30②, qu'on pourra dire 90② en la calculation, & ſi on trouvera la ſolution auſſi preciſe qu'avec les triangles ſpheriques; & ſoit ceſt advertiſſement adapté à pareil accident.*

### Corollaire I.

Quand l'ecliptique coupe l'arc vertical à angles droits, il eſt notoire que I & K n'auront aucune difference de longitude, mais que la parallaxe ſera toute en latitude.

### Corollaire II.

Si l'arc vertical & l'ecliptique venoyent à convenir en un; alors il eſt evident que I & K n'auroyent aucune difference de latitude, mais que la parallaxe ſeroit toute en longitude.

### Corollaire III.

Veu que le lieu du Soleil eſt touſiours plus haut que ne le voit l'obſervateur, s'enſuit que lors que l'arc vertical entre le zenith juſques à la commune ſection eſtant meridionale, qu'alors la latitude du Soleil veuë de l'obſervateur ſera plus ſeptentrionale que l'autre; mais eſtant l'arc vertical ſuſdit du coſté ſeptentrional, elle ſera plus meridionale, & ce de tous coſtez de la terre.

### Corollaire IV.

Si l'angle compris des arcs AE & FG eſtoit obtus du coſté de la conſequence & ordre des ſignes, à compter du poinct H, alors l'apparante longitude du Soleil veuë de l'obſervateur ſera majeure à l'autre: mais eſtant aigu, elle ſera moindre, & ce par toute la terre.

*Concluſion.* Nous avons donc trouvé la parallaxe du Soleil en longitude apparante, & latitude, par voye Mathematique, &c.

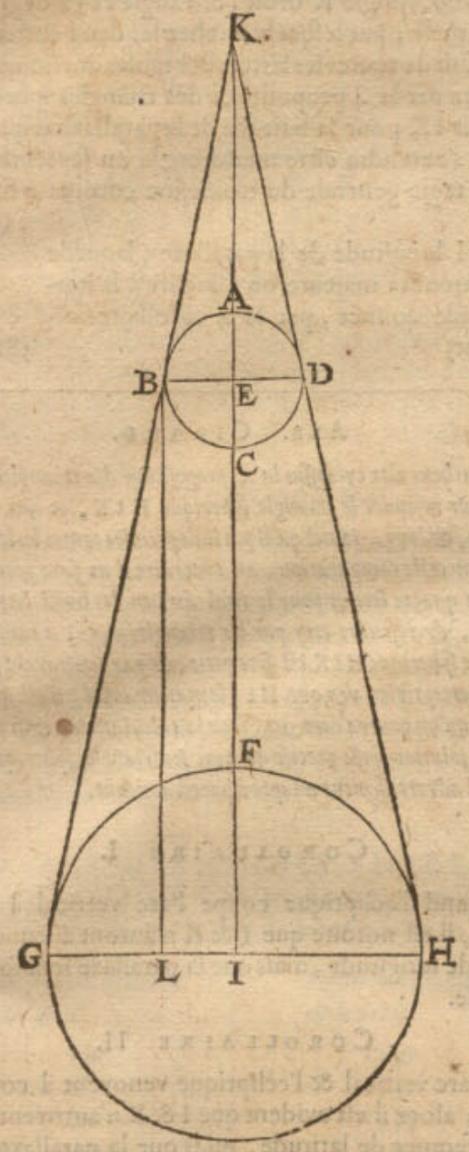
Propo-

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

### Proposition XXVIII.

*Estant donné l'argument du Soleil : trouver l'axe du Cone nocturne, en telles parties que le raid de la terre est 1 : par voye Mathematique, fondée sur l'hypotheſe de terre immobile.*

*Le donné.* Soit A B C D la terre, E ſon centre, & F G H le Soleil eſtant en ſon apogée, duquel I eſt le centre : D'avantage les deux lignes G B, H D ſoyent menées, touchant le Soleil és poincts G, H, & la terre




en B, D ; leſquelles ſe rencontrent en K, & menés les diametres B D, G H. Ce qu'eſtant ainſi, K B D ſignifie le cone nocturne, dont le diametre de la baſe eſt B D, & axe K E.

*Le requis.* Il faut trouver K E en telles parties que le raid de la terre B E fait 1.

*Preparation.* Soit menée B L egale & parallele à E I.

#### Construction.

La ligne L I eſtant 1, comme egale à B E, oſtée de G I, 5 par la 25 propoſition, reſte pour G L 4 ; & d'autant que le Soleil eſt poſé en ſon apogée, alors E I, ou bien B L, par la 24 propoſition ſera 1147 ; tellement que le triangle K E B eſtant ſemblable au triangle B L G, & partant les coſtez homologues proportionnaux, je dis, G L 4 donne L B 1147, combien B E 1 ? viendra pour le requis K E en nombres entiers aſſez pres de 287 : Dont la demonſtration eſt manifeſte.

*Concluſion.* Eſtant donc donné l'argument du Soleil, nous avons trouvé l'axe du cone nocturne, en telles parties que le raid de la terre eſt 1. &c.

#### Corollaire.

Tout ainſi qu'on a trouvé l'axe du cone nocturne eſtant le Soleil en ſon apogée, ainſi ſe pourra-il trouver eſtant en autre lieu de degré en degré, & en deſcrire une table pour trouver le requis avec facilité.

## TROISIESME DISTINCTION DV SECOND LIVRE,

De l'invention du cours de la Lune, par voye Mathematique, fondée ſur l'hypotheſe de terre immobile.

### SOMMAIRE DE CESTE TROISIEME DISTINCTION.

*Il y aura icy 16 propoſitions, dont la premiere, qui eſt la vingtneufieſme en l'ordre, ſera de l'invention de l'eccentricité du deferant de la Lune, avec ſes circonſtances : La deuxieſme (c'eſt la 30 en l'ordre) de l'invention de la proſtaphereſe & diametre viſuel de la Lune : Les trois ſuivantes, qui ſont les 31, 32, & 33, ſerviront pour trouver en tout temps la longitude apparante de la Lune : Les cinq propoſitions ſuivantes 34, 35, 36, 37, & 38, pour trouver ſa latitude apparante : Et les ſix dernieres, 39, 40, 41, 42, 43, & 44, de la diſtance de la Lune, de ſa grandeur, parallaxe, & diametre viſuel du cone nocturne là où la Lune paſſe.*

### Proposition XXIX.

*Par trois lieux où a eſté la Lune : trouver premierement l'eccentricité, en telles parties que le raid du deferant lunaire fait 10000. Secondement, la longitude apparante de ſon apogée au temps de l'un des trois lieux donnez. Tiercement, l'argument de la Lune en l'un deſdits lieux. Quatrieſmement, la longitude moyenne de la Lune, par voye Mathematique, fondée ſur l'hypotheſe de terre immobile.*

Devant que venir à la choſe, je diray premierement qu'és propoſitions 15, 16, & 17, de ce deuxieſme livre, a eſté certifié que deux arcs l'un de l'ecliptique, l'autre de l'equinoctial, comprins entre la ſection vernale & un meſme meridien, ne ſont pas egaux, d'ou s'enſuit que la longitude apparante du Soleil n'eſt pas egale à l'aſcenſion droite, à cauſe de la declinaiſon de l'ecliptique : & ainſi ſe doit-il entendre de la voye de la Lune & de l'ecliptique, aſſavoir que commençant à compter de la teſte du Dragon, les longitudes ne ſont egales, tant ſur l'ecliptique, que ſur la voye lunaire, terminées par un cercle qui paſſe par les poles de l'ecliptique & la Lune. Mais pource que la difference n'eſt pas grande, d'autant que la latitude de la voye lunaire n'eſt que 5 deg. laquelle difference ſe trouvera ſelon la maniere de la 20 propoſition du deuxieſme livre, eſtre ſeulement de 8 ①, *Ptolemée* ne la eſtimé au calcul du cours de la Lune, non plus que nous cy-apres ; toutefois ſi quelqu'un deſiroit de ſuivre ceſte maniere plus preciſe, il y pourroit prendre garde, il nous ſuffit de l'avoir monſtré au doigt ; lequel advertiſſement peut ſervir auſſi aux autres planetes.

Exem-

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

EXEMPLE I.

*Le donné.* Ayant en main quelques Ephemerides observées, au lieu desquelles nous prenons les supputées de *Stadius*, j'y cerche trois lieux de la Lune advenus en temps d'eclipse, pource qu'ils sont plus certains. Le premier en l'an 1570 le 20 Fevrier à 5 heures 31 ☌ apres midy, estant la Lune au 161 deg. 23.

Notez maintenant devant que passer plus outre, que si ce lieu de la Lune eust esté observé & redigé par escrit avec des jours naturels, qu'il eust esté besoing de les reduire en jours egaux, selon la maniere descrite à la 15 proposition du deuxiesme livre, pour operer par temps egalé. D'avantage faut prendre garde aussi à la difference du temps, & à la diversité des meridiens entre le lieu où a esté faite l'observation & le nostre : mais d'autant que les lieux de la Lune sont extraits des tables calculées sur temps egalé, il n'en sera pas icy de besoing. Or la raison pourquoy il n'a esté fait semblable advertissement en mesme endroit de la description du cours du Soleil en la septiesme proposition, est d'autant qu'il n'en est de besoing, comme ne pouvant estre de grande importance, à cause de son mouvement tardif.

Or le deuxiesme lieu de la Lune à choisir, soit en l'an 1572 le 25 Juin à 8 heures 58 ☌ apres midy, estant la Lune eclipsée au 283 deg. 25 ☌ : Il faut aussi remarquer presentement, que comme il faut oster de l'imagination le cours journalier de la Lune, tout de mesme que s'il n'y en avoit point, ainsi est-il aussi necessaire den faire de mesme du cours de son apogée, lequel estant meslé avec le susdit 283 deg. 25 ☌, il l'en faudra oster (ce qui n'a pas esté fait au mesme lieu du Soleil cy-dessus dit, à cause de la tardiveté du mouvement de son apogée, lequel ne pouvoit apporter de l'erreur perceptible.) Donc pour venir à la chose ; je dis du 20 Fevrier, 5 heures 31 ☌ de l'an 1570, premier en l'ordre, jusques au 25 Juin present, 8 heures 58 ☌ en l'an 1572, y a deux ans Egyptiens 126 jours 3 heures 27 ☌, auquel temps son apogée a fait, par l'onziesme proposition du premier livre, 95 deg. 22 ☌, lesquels ostez du susdit 283 deg. 25 ☌, reste 188 deg. 3.

Le troisiesme lieu choisi est le 7 Octobre 1576, à 10 heures 37 ☌ apres midy, estant la Lune eclipsée au 24 deg. 21 ☌ : mais du 20 Fevrier 5 heures 31 ☌ de l'an 1570, premier en l'ordre, jusques au 7 Octobre 1576, &c. y a six ans Egyptiens 231 jours 5 heures 6 ☌, auquel temps son apogée a couru, par l'onziesme proposition du premier livre, 269 deg. 43 ☌, lesquels ostez dudit 24 deg. 21 ☌, reste 114 deg. 38.

De la premiere eclipse jusques à la deuxiesme, y a, comme a esté dit au deuxiesme en l'ordre, deux ans Egyptiens 126 jours trois heures 27 ☌ : là dessus le cours de la Lune en sa voye est, par l'onziesme proposition du premier livre, 25 deg. 30.

De la deuxiesme eclipse à la troisiesme y a quatre ans Egyptiens 105 jours 1 heure 39 ☌ : là dessus le cours de la Lune en sa voye est, par l'onziesme proposition du premier livre, de 287 deg 36.

Adjoustant les quatriesme & cinquiesme en l'ordre, qui sont les deux derniers, vient 313 deg. 6 ☌ son residu circulaire 46 deg. 54.

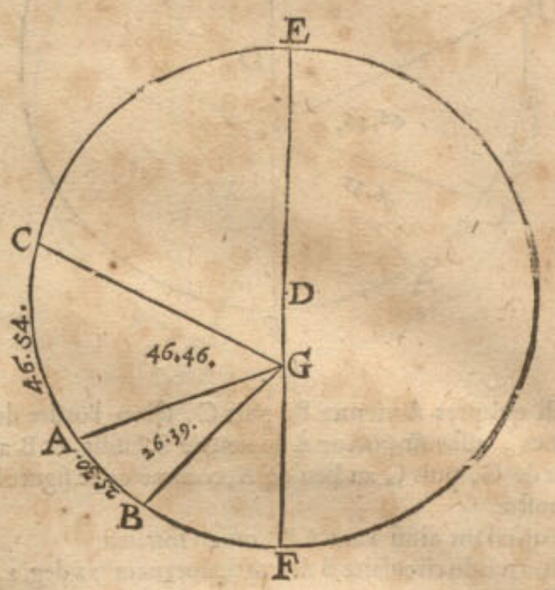
Ostant le 1 du deuxiesme en l'ordre, restera pour le cours apparant lunaire du premier lieu au deuxiesme, 26 deg. 39.

Ostant le deuxiesme du troisiesme en l'ordre, restera pour le cours apparant de la Lune du deuxiesme lieu jusques au troisiesme 286 deg. 35.

Adjoustant 26 deg. 39 ☌ avec 286 deg. 35, les derniers en l'ordre, vient 313 deg. 14 ☌ son residu circulaire 46 deg. 46.

*Le requis.* Les trois lieux de la Lune estant cognus avec leurs circonstances, il faut par iceux trouver le contenu de ceste proposition.

*Preparation.* Je marque le cercle ABC, comme voye lunaire, D son centre, & en iceluy trois poincts, A, B, C, ainsi que l'arc AB est le quatriesme en l'ordre 25 deg. 30. Et BC, le cinquiesme, 287 deg. 36.




Donc CA de necessité residu circulaire, sixiesme en l'ordre, 46 deg. 54.

D'avantage je remarque par le deuxiesme article de la 9 proposition du 1 livre, que l'apogée doit eschoir en l'arc BC, soit en E, duquel je mene la ligne par D, jusques en F pour perigée, & la terre G dans icelle EF, de laquelle sont menées les trois lignes GA, GB, GC, ainsi que suivant l'hypothese, l'angle AGB fait le septiesme en l'ordre 26 deg. 39.

Mais l'angle BGC le huictiesme 286 deg. 35.

Et l'angle AGC de necessité le neufiesme 46 deg. 46.

NOTEZ.

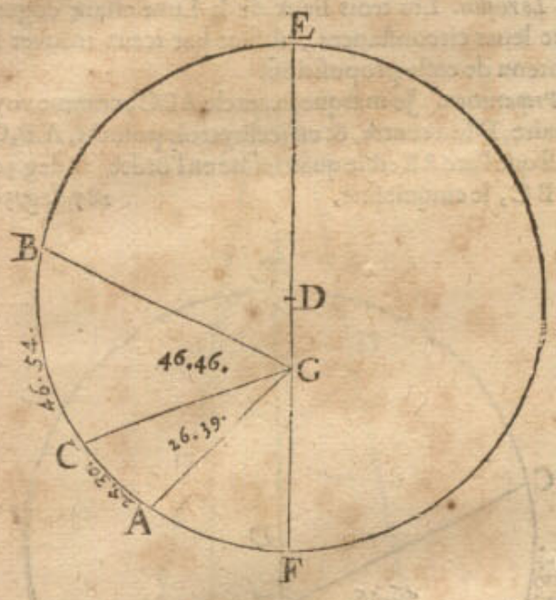
Au quatriesme en l'ordre du requis y a qu'on peut voir au deuxiesme article de la 9 proposition du premier livre, en quel arc est l'apogée : toutefois ceux qui sont desia avancez en l'Astronomie pourroyent dire que *Ptolemée* & autres le trouvent par la visteſſe ou tardiveté de la Lune de l'une en l'autre eclipse donnée, sans qu'on ayt besoing d'aucunes Ephemerides, comme selon nostre maniere ; là dessus je dis, que d'autant qu'on doit sçavoir par les precedentes observations telle velocité & tardiveté, & que nous prenons les Ephemerides susdites par exemple, comme si elles estoyent observées, pour les raisons deduites en leurs lieux ; & partant que nous tirons proprement ceste cognoissance d'icelles.

*Reforma-*

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

*Reformation de la figure.*

Notez que nous avons mis les lettres de la figure jusqu'icy pour suivre l'ordre du premier exemple de la premiere proposition, mais afin que nous puissions user des mesmes lettres & de mesme signification, nous les changerons, tellement pour les raisons declarées en la premiere note du susdit premier exemple de la deuxiesme proposition, que l'apogée E vienne en l'arc A B,




aussi qu'apres A vienne B, puis C, selon l'ordre des signes ; assavoir posant A au lieu de B susdit, & B au lieu de C, puis C au lieu de A, comme ceste figure le monstre.

Ce qu'estant ainsi l'arc A B, ou en son lieu son residu circulaire B A, sera maintenant 72 deg. 24.

| | |
|---|---|
| B C | 46 deg 54. |
| C A | 25 deg. 30. |
| Puis l'angle A G B, | 73 deg. 25. |
| L'angle B G C | 46 deg. 46. |
| Et l'angle A G C | 26 deg. 39. |

Par lesquels (pour declarer autrefois le requis en ceste figure) il faut trouver l'eccentricité D G, posant D E le raid de 10000 ; puis la longitude apparante de l'apogée E, au temps de la deuxiesme eclipse ; tiercement, l'argument de la Lune en l'une des trois places, cy-devant dite en la deuxiesme, qui est icy B: & finalement, la longitude de la Lune moyenne.

CONSTRVCTION.

Ayant icy une figure de la qualité du premier exemple de la deuxiesme proposition, je cerche par la mesme la raison des deux lignes non prolongées, les choisissant icy B G & G C, & trouve que B G faisant 2346.

Alors C G sera 2207.

La raison des deux lignes B G, G C estant cognuë, je trouve par la mesme deuxiesme proposition ce qui s'ensuit : Premierement, l'eccentricité D G, en telles parties que D E en comprend 10000, assavoir D G 768.

Secondement, je trouve par le premier exemple de la deuxiesme proposition, la distance apparante de B en E, veuë de l'eccentre G pour l'angle E G B de 64 deg. 22 ① en ceste figure reformée ; mais en la premiere B estoit pour la deuxiesme eclipse, au lieu de ceste A cy, tellemẽt qu'icy A est pour la deuxiesme eclipse : Pour trouver donc où eschoira le poinct apparant de E, il faut adjouster à l'angle B G A susdit 64 deg. 22 ①, l'angle B G A 73 deg. 25 ①, viendra pour la distance apparante de la Lune en la deuxiesme eclipse jusques à l'apogée E 137 deg. 47 ①. Mais ceste A, comme deuxiesme eclipse, est sous le 283 deg. 25 ① de l'ecliptique par le deuxiesme en l'ordre, du donné, parquoy E sera de ces 137 deg. 47 ① plus reculé que B, & ainsi je les soustraits de 283 deg. 25 ①, reste pour la longitude apparante requise de l'apogée E 145 deg. 38.

Tiercement, je trouve par le susdit premier exemple de la deuxiesme proposition l'arc E B de 68 deg. 20 ①, & iceluy en ceste figure reformée, où A signifie la deuxiesme eclipse, pour les raisons deduites au quatriesme en l'ordre : Et pour trouver maintenant combien il est distant de E, il faut à l'arc susdit E B 68 deg. 20 ①, adjouster l'arc B A 72 deg. 24 ① ; & viendra pour l'argument requis de la Lune en la deuxiesme eclipse 140 deg. 44.

Quartement, j'adjouste les deux derniers en l'ordre, vient pour la longitude requise de la Lune moyenne au 25 Juin à 8 heures 58 ① en l'an 1572, 286 deg. 22.

NOTEZ.

On pourroit encore donner des exemples, avec trois lieux de la Lune de telle qualité que des deuxiesme, troisiesme & quatriesme exemples de la deuxiesme proposition, comme a esté fait au cours du Soleil ; ce que nous obmettons pour briefveté, à cause que le semblable est assez manifeste par iceux ; toutefois pour plus ample declaration & preuve, que la construction par un eccentrique & aussi par un epicycle, revient de mesme, (ce dont *Hyparchus* estoit en doute, comme escrit *Ptolemée*) & aussi pour voir les diversitez que les accidens amenent quant & eux en ces deux manieres, nous mettrons icy encor un exemple avec trois eclipses de Lune, que *Ptolemée* refere en son quatriesme livre, chap. 6. lesquelles sont, selon qu'il dit, les trois plus anciennes observations des Babyloniens, & ce comme s'ensuit en forme de proposition.

EXEMPLE II.

*Le donné.* Apres l'equation des temps, les trois eclipses estoyent comme s'ensuit : La premiere, la Lune estant au 174 deg. 30 ① : La seconde, au 163 deg. 45 ①, entre lesquelles eclipses y avoit 354 jours 2 heures 34 ①, auquel temps son apogée avoit couru par l'onziesme proposition du premier livre 39 deg 27 ① : lesquels ostez de 163 deg. 45 ①, restera 124 deg. 18.

A la troisiesme eclipse, la Lune estoit au 333 deg. 15 ①, entre la deuxiesme & troisieme eclipse 176 jours 22 heures 46 ①, donc de la premiere à la troisiesme y aura 530 jours 22 heures 46 ①, auquel temps son apogée court (par l'onziesme proposition du premier livre) 59 deg. 9 ① : lesquels ostez des 333 deg. 15 ①, reste 274 deg. 6.



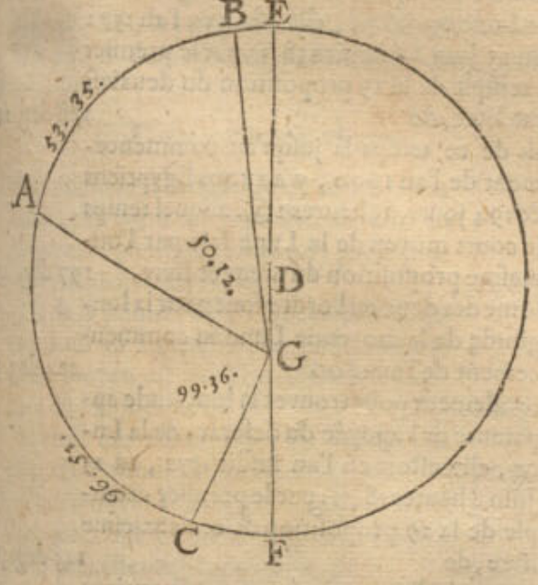
Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

Es 354 jours 2 heures 34 ①, entre la premiere & deuxieſme eclipſe, le cours de la Lune en ſon deferant (par l'onzieſme propoſition du premier livre) de 306 deg. 25.
Et és 176 jours 20 heures 12 ① ſuſdites de la deuxieſme à la troiſieſme, le cours d'icelle en ſon deferant (par l'onzieſme propoſition du premier livre) de 150 deg. 26.
Somme des deux derniers en l'ordre 96 deg. 51.
Oſtant les 174 deg. 30 ① ſuſdits des 124 deg. 18 ①, reſtera le cours apparant de la Lune de la premiere à la deuxieſme eclipſe 309 deg. 48.
Et oſtant 124 deg. 18 ①, premier en l'ordre, de 274 deg. 6 ① deuxieſme, reſtera le cours apparant de la Lune, du deuxieſme lieu au troiſieſme 149 deg. 48.
Somme des deux derniers en l'ordre viendra 459 deg. 36 ①; ſon reſidu circulaire 99 deg. 36.

*Le requis.* Les trois lieux de la Lune cognus comme dit eſt, avec leurs circonſtances, il faut par les meſmes trouver le contenu de la propoſition : Premierement, l'eccentricité D G en la figure ſuivante, en telles parties que le raid du deferant D E en fait 10000: Secondement, la longitude apparante de l'apogée, au temps (je prens) de la deuxieſme eclipſe : Tiercement, l'argument de la Lune, au temps (je prens) de ladite deuxieſme eclipſe : Et finalement, la longitude de la Lune moyenne.

## Preparation.

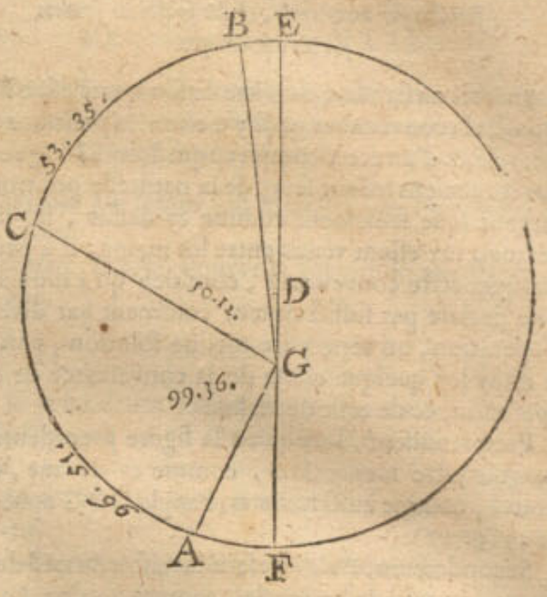
Je marque au deferant A B C, (ſon centre eſt D) trois poincts A, B, C, ainſi que l'arc A B fait le troiſieſme en l'ordre, 306 deg. 25.
Mais B C le nombre du 4 donné en l'ordre, 150 deg. 26.
Et A C doit faire neceſſairement le ſuivant 96 deg. 51.
D'avantage l'apogée advient, comme eſcrit *Ptolemée*, en l'arc C B; ſoit en E, duquel par D je mene une ligne juſques à la circonference en F, comme perigée: & marque l'eccentre ou la terre G entre D, F, de laquelle ſoyent menées G A, G B, G C,




ainſi que l'angle renverſé, ou convexe, A G B ſera ſuivant le poſé 309 deg. 48 ①, le ſixieſme en l'ordre, ſon reſidu circulaire pour A G B angle concave 50 deg. 12.
Mais B G C eſt le ſeptieſme en l'ordre 149 deg. 48.
Alors l'angle A G C doit faire de neceſſité le huictieſme, aſſavoir 99 deg. 36.

*Reformation de la figure.*

Notez que nous avons mis les lettres de la figure juſques icy pour ſuivre l'ordre du premier exemple de la premiere propoſition : mais afin que nous puiſſions uſer des meſmes lettres, & de meſme ſignification nous les changerons, tellement pour les raiſons declarées en la premiere note du ſuſdit 1 exemple de la deuxieſme propoſition, que l'apogée E vienne en l'arc A B, auſſi qu'apres A vienne B, puis C, ſelon l'ordre des ſignes, aſſavoir poſant A au lieu de C, puis C au lieu de A, comme ceſte figure le monſtre.




Ce qu'eſtant ainſi, l'arc A B, ou en ſon lieu ſon reſidu circulaire, fera maintenant 150 deg. 26.
B C 53 deg. 35.
C A 96 deg. 51.
D'avantage l'angle A G B 149 deg. 48.
Et l'angle B G C 50 deg. 12.
Et l'angle A G C 99 deg. 36.

Par leſquels (pour declarer autrefois le requis) il faut trouver premierement l'eccentricité D G, en telles parties que le raid D E en fait 10000. Secondement, la longitude apparante de l'apogée E au temps de la deuxieſme eclipſe. Tiercement, l'argument de la Lune en l'une des trois eclipſes, je prens, comme devant en la deuxieſme. Finalement, la longitude de la Lune moyenne.

## Construction.

Ayant icy une figure de la qualité de celle de la 2 propoſition au premier exemple, parquoy je cerche par la meſme, la raiſon des deux non prolongées, choiſiſſant icy pour telles B G, G C, & trouve que B G faiſant 7815.
Alors C G ſera 7480.
Cognoiſſant la raiſon de B G, G C, je trouve par la meſme propoſition. Premierement, l'eccentricité D G en telles parties que D E en fait 10000, aſſavoir 860.
Secondement, je trouve par la meſme propoſition la diſtance apparante de B en E, veuë de l'eccentre G, c'eſt l'angle E G B, (lequel, d'autant que B de la deuxieſme eclipſe, ne change de lieu) de 11 deg. 30 ①: Or B eſtoit au temps de la deuxieſme eclipſe au 163 deg. 45 ① de l'ecliptique, par le donné; parquoy eſt E de ces



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

11 deg. 30 ☉, plus reculé que B, ce qui fait que je les soustraits de 163 deg. 45 ☉, restera pour la longitude apparante requise du poinct E, apogée 152 deg. 15.

Et par la mesme 2 proposition au premier exemple, je trouve l'arc E B pour l'argument requis de la Lune 12 deg. 29.

Finalement, la somme des deux derniers en l'ordre sera pour la longitude de la Lune moyenne 164 deg. 44.

## *Convenances des computations de* Ptolemée *fondées sur un'epicycle, & des presentes fondees sur un eccentrique.*

*Ptolemée* au sixiesme chapitre de son quatriesme livre; monstre la convenance qu'il y a entre les positions d'un epicycle, & d'un eccentrique: ce qui donne à cognoistre que les anciens se sont servy de la naturelle position de l'eccentrique seulement comme cy-dessus, les livres desquels luy estant venus entre les mains, il a peu remarquer ceste convenance, combien qu'à mon advis il ne declare pas suffisamment comment par diversité d'operation, on rencontre mesme solution; parquoy je diray icy quelque chose de la convenance de ceste operation, & de celle de *Ptolemée*.

Premierement, lors qu'en la figure precedente on imagine estre menée D B, comme cy-devant, on a trouvé, comme aussi *Ptolemée*, l'angle D B G apherese, de 59 ☉.

Secondement, *Ptolemée* escrit la raison du raid du deferant, au raid de l'epicycle, comme 60 deg. à 5 deg. 13 ☉, & nous cy-devant 10000 à 860 (troisiesme en l'ordre) assavoir 860 pour l'eccentricité, laquelle s'accorde assez pres avec la sienne, veu que disant 10000 donnent 860, combien 60 degrez? viendra 5 degr. 10 ☉, qui sont seulement 3 ☉ de difference.

Tiercement, il faut sçavoir que le cours de la Lune est posé de mesme en l'epicycle, qu'à l'eccentrique, tellement qu'ils doivent accorder. Mais le cours de la Lune en l'epicycle est en *Ptolemée* de 12 deg. 24 ☉, & icy à l'eccentrique de 12 deg. 29 ☉, sixiesme en l'ordre, qui sont 5 ☉ de difference seulement.

*Conclusion.* Par trois lieux donc où la Lune a esté; nous avons trouvé premierement l'eccentricité, &c.

## Proposition XXX.

*Estant donné l'argument de la Lune: trouver la distance de la terre à icelle, en telles parties que le raid de son deferant en fait 10000; aussi sa prostaphereſe, & diametre visuel, par operation Mathematique, fondée sur l'hypotheſe de terre ferme.*

*Le donné.* Soit l'argument de la Lune 30 deg. & estant le raid de son deferant 10000 parties, alors son eccentricité sera, par le premier exemple de la 29 proposition, 768 parties.

*Le requis.* Il faut trouver la distance de la terre à la Lune, aussi sa prostaphereſe, & diametre visuel.

### Construction.

Avec ce donné, operant selon la huictiesme proposition, alors on trouvera la distance requise de la terre à la Lune, en telles parties que le raid de son deferant en fait 10000; de 10621.

Et sa prostaphereſe, (laquelle est icy aphereſe estant au premier demicercle) de 1 deg. 55.

Aussi le diametre visuel de la Lune sera (lors qu'on prend iceluy estre 30 ☉ en l'apogée) de 30 ☉ 25.

Dont la demonstration est manifeste.

*Conclusion.* Estant donc donné l'argument de la Lune, nous avons trouvé la distance de la terre à icelle, &c.

### Corollaire.

Il est evident comment on pourra faire une table des distances de la terre à la Lune, avec ses prostaphereſes, & diametres visuels, de degré en degré, afin de trouver le requis avec facilité, comme cy-dessous elle est commencee de 10 en 10 degrez, y ayant aussi adjoint les 180 deg. pour s'en servir cy-apres.

### TABLE.

| *Degrez du deferant.* | *Distances de la terre à la Lune.* | *Prostaphereſe.* Aphereſe. | *Diametres visuels de la Lune.* |
|---|---|---|---|
| deg. | | deg. ☉. | ☉, ☽. |
| 0. | 10768. | 0. 0. | 30. 0 |
| 10. | 10757. | 0. 43. | 30. 2 |
| 20. | 10725. | 1. 24. | 30. 7 |
| 30. | 10621. | 1. 55. | 30. 25 |
| 180. | 9232. | 0. 0. | 34. 59 |

## Proposition XXXI.

*Trouver sur une Racine d'ans ou Epoche, la longitude de la Lune moyenne, la longitude apparante de l'apogée du deferant de la Lune, & son argument, par operation Mathematique, fondée sur l'hypotheſe de terre immobile.*

*Le donné.* Soit l'Epoche donnée le commencement de l'an 1600.

*Le requis.* Il faut trouver le contenu de la proposition.

### Operation.

Premierement pour trouver la longitude de la Lune moyenne, elle estoit en l'an 1572 au 25 Juin à 8 heures 58 ☉, par le premier exemple de la 29 proposition du deuxiesme livre, de 286 deg. 22.

Mais de ce temps-la jusqu'au commencement de l'an 1600, y a 27 ans Egyptiens & 194 jours, 15 heures 2 ☉, auquel temps le cours moyen de la Lune fait par l'onziesme proposition du premier livre, 297 deg. 43.

Somme des deux en l'ordre font pour la longitude de la moyenne Lune au commencement de l'an 1600 224 deg. 5.

Secondement pour trouver la longitude apparante de l'apogée du deferant de la Lune, elle estoit en l'an susdit 1572, au 25 Juin 8 heures 58 ☉, par le premier exemple de la 29 proposition de ce deuxiesme livre, de 145 deg. 38.

Le cours dudit apogée és 27 ans Egyptiens 194 jours 15 heures 2 ☉ est par l'onziesme proposition du premier livre, de 39 deg. 31.

Somme des deux derniers en l'ordre font pour la longitude apparante requise de l'apogée, au commencement de l'an 1600 comme epoche 185 deg. 9.

Tierce-

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

Tiercement pour trouver l'argument de la Lune, elle eſtoit au 25 Juin 8 heures 58 ① en l'an 1572 par le 1 exemple de la 29 propoſition de ce deuxieſme livre, de 140 deg. 44.

Le cours de la Lune en ſon deferant és ſuſdits 27 ans Egyptiens 194 jours 15 heures 2 ①, eſt par l'onzieſme propoſition du premier livre de 258 deg. 12 ①, qu'on trouve plus aiſement oſtant le cinquieſme en l'ordre du deuxieſme ; car alors il reſte auſſi 258 deg. 12.

Somme des deux derniers en l'ordre ſera pour l'argument requis de la Lune au commencement de l'an 1600, comme Epoche 38 deg. 56.

Dont la demonſtration eſt manifeſte par la conſtruction.

*Concluſion.* Nous avons donc trouvé ſur une racine d'ans ou Epoche donnée, la longitude de la Lune moyenne, &c.

### NOTEZ.

D'autant que les lieux ſuſdits, aſſavoir la longitude de la moyenne-Lune, & l'apparante de l'apogée, comme auſſi l'argument, trouvez ſur une Epoche viennent à propos pour les ſupputations du cours de la Lune, je les mettray icy à part pour les trouver plus facilement.

*Lieux de la Lune ſur une Epoche, au commencement de l'an 1600.*

| | |
|---|---|
| Longitude de la Lune moyenne | 224 deg. 5. |
| Longitude apparante de l'apogée du deferant | 185 deg. 9. |
| L'argument de la Lune | 28 deg. 56. |

## PROPOSITION XXXII.

*TRouver ſur un temps donné la longitude de la moyenne Lune, la longitude apparante de l'apogée du deferant, & l'argument de la Lune, par operation Mathematique, fondée ſur l'hypotheſe de terre immobile.*

*Le donné.* Soit le temps donné le 30 Decembre 1600.

*Le requis.* Il faut trouver par iceluy le contenu de la propoſition.

### CONSTRVCTION.

I. Pour trouver la longitude de la moyenne Lune, elle eſtoit en l'epoche, aſſavoir au commencement de l'an 1600, par la precedente propoſition, au 224 deg. 5.

Or de là juſques au 30 Decembre audit an y a un an Egyptien, auquel temps le cours moyen eſt par l'onzieſme propoſition du premier livre, de 129 deg. 23.

Somme des deuxieſmes en l'ordre eſt pour la longitude de la moyenne Lune 353 deg. 28.

II. Pour trouver la longitude apparante de l'apogée, elle eſtoit en l'epoche ſuſdite par la precedente propoſition, au 185 deg. 9.

Et le cours de l'apogée en un an Egyptien eſt par l'onzieſme propoſition du premier livre 40 deg. 40.

Somme des deux derniers en l'ordre, eſt pour la longitude apparante de l'apogée 225 deg. 49.

III. Pour trouver l'argument de la Lune, elle eſtoit en l'epoche ſuſdite au 38 deg. 56.

Le cours de la Lune en ſon deferant, en un an Egyptien, par l'onzieſme propoſition du premier livre, de 88 deg. 43 ①, qu'on trouve plus facilement oſtant le cinquieſme en l'ordre du deuxieſme, car il reſte auſſi 88 deg. 43.

Somme des deux derniers en l'ordre, eſt pour l'argument de la Lune 127 deg. 39.

Dont la demonſtration eſt manifeſte par la conſtruction.

*Concluſion.* Nous avons donc trouvé ſur un temps donné la longitude de la moyenne-Lune, &c.

## PROPOSITION XXXIII.

*TRouver ſur un temps donné la longitude apparante de la Lune, veuë du centre de la terre, par operation Mathematique, fondée ſur l'hypotheſe de terre immobile.*

*Le donné.* Le temps ſoit le trentieſme Decembre en l'an 1600.

*Le requis.* Il faut trouver la longitude apparante de la Lune.

### CONSTRVCTION.

Par la precedente la longitude apparante de l'apogée au 30 Decembre 1600 ſera au 225 deg. 49.

Par la meſme au meſme temps, l'argument 127 deg. 39.

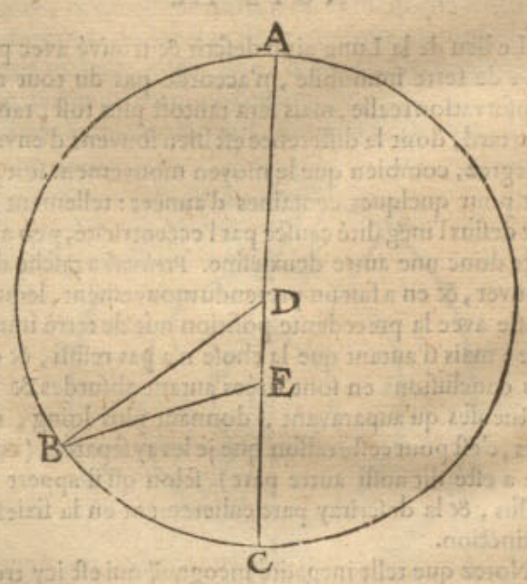
Sa proſtaphereſe, par la 30 propoſition du deuxieſme livre, 3 deg. 39.

Laquelle eſtant aphereſe, d'autant qu'elle eſchoit au premier demicercle, je la ſouſtrais de 127 deg. 39 ①, reſtera 124 deg. 0.

Somme d'iceluy & premier en l'ordre, ſera pour la requiſe longitude apparante de la Lune 349 deg. 49.

### DEMONSTRATION.

Soit E la terre, & D centre du deferant de la Lune A B C; eſtant A l'apogée, ſelon le premier en l'ordre, au 225 deg. 49.




La Lune eſt en B, ainſi que ſon argument A B, ou l'angle A D B, eſt trouvé comme au deuxieſme en l'ordre de 127 deg. 39.



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

Là dessus est l'angle de la prostaphereſe DBE, au troisiesme en l'ordre, & est aphereſe, comme estant au premier demi-cercle, de 3 deg. 39.

Et estant donc aphereſe, je le soustrais de l'angle ADE, reste pour l'angle AEB, quatriesme en l'ordre, 124 deg.

Mais estant A veu de E au 225 deg. 49 ☉ de l'ecliptique, premier en l'ordre, B doit estre autant plus avancé en l'ecliptique, qu'est l'angle AEB, & viendra 124 deg. comme cy-dessus, lequel on adjouste à 225 degr. 49 ☉ susdit, tellement que la somme doit estre pour la longitude apparante requise de la Lune, comme au cinquiesme en l'ordre, 349 deg. 49.

Ce qu'il falloit demonstrer.

*Concluſion.* Nous avons donc sur un temps donné, &c.

## Note I.

Par la construction des Ephemerides supputées du cours du Soleil, comme en la 12 proposition de ce deuxiesme livre, est manifeste comment on en fera pour le cours de la Lune, veu que ces mouvemens sont de mesme qualité.

## Note II.

Il est evident comment lors qu'il en sera de besoing cy-apres, on trouvera le gaing lunaire sur le Soleil en une heure, d'un temps donné (lequel differe communement du gaing moyen de la Lune, de l'onziesme proposition du premier livre.) Soit par exemple qu'on le requiere en une heure apres le 30 Decembre 1600. On trouvera premierement sa longitude apparante sur le 30 Decembre 1600, comme en la 33 proposition, puis semblablement le mesme en une heure plus tard: puis du dernier trouvé ostant le premier, le reste sera pour le cours de la Lune veu du centre de la terre, pour ce temps-la, d'où ostant le cours du Soleil en une heure, restera le requis.

## Note III.

Le lieu de la Lune ainsi descrit & trouvé avec position de terre immobile, n'accorde pas du tout avec l'observation reelle, mais sera tantost plus tost, tantost plus tard, dont la difference est bien souvent d'environ 2 degrez, combien que le moyen mouvement soit parfait pour quelques centaines d'années: tellement que par dessus l'inegalité causée par l'eccentricité, y en a encore donc une autre deuxiesme. *Ptolemée* a taſché de la trouver, & en a fait un pretendu mouvement, lequel il messe avec la precedente position nue de terre immobile: mais d'autant que la chose n'a pas reüssi, & que des conclusions en sont tirées autant absurdes & defectueuses qu'auparavant, donnant plus loing, que pres, c'est pour ceste raison que je les ay separez, (comme a esté dit aussi autre part) selon qu'il appert cy-dessus, & la descriray particulierement en la sixiesme distinction.

Notez que telle inegalité incognuë qui est icy trouvée en la Lune, se trouve semblablement és cinq planetes suivantes de Saturne, Jupiter, Mars, Venus, & Mercure, non obstant que les moyens mouvemens soyent bien trouvez.

## *S'ensuit la latitude apparante de la Lune.*

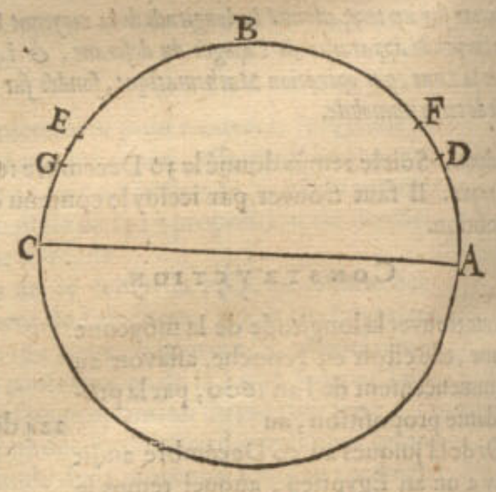
### Proposition XXXIV.

*Trouver en quelque eclipse lunaire, la distance de la Lune d'un nœud, & la longitude d'iceluy nœud, par operation Mathematique, fondée sur l'hypothese de terre immobile.*

*Le donné.* Je cerche és Ephemerides observées (au lieu desquelles nous prenons les supputées de *Stadius*) deux eclipses de Lune egales, assavoir où la Lune estoit egalement obscurcie. La premiere desquelles je prens estre advenuë en l'an 1603 le 14 May, à 10 heures 58 ☽, ayant esté obscurcie 8 poulces 55 ☉, la Lune estant (suivant la position) au 242 deg. 36 ☉ (je dis suivant la position, que le milieu de l'eclipse soit à 10 heures 58 ☽, ce qui seroit plus tard selon lesdites Ephemerides estant mal supputées, mais cecy servira seulement d'exemple.) La deuxiesme eclipse, en l'an 1605 le 16 Septembre à 15 heures 59 ☽, estant icelle eclipsée 8 poulces 53 ☉, qui sont 2 ☉ moins que devant, je pose par maniere d'exemple qu'elles soyent egales, & soit aussi 8 poulces 55 ☉: & estoit suivant la position au 3 deg. 37 ☉ de l'ecliptique.

### Preparation.

Soit A B C deferant lunaire, A, C les nœuds, D la Lune en la premiere eclipse, & E en la deuxiesme; ainsi que les arcs CE, AD soyent egaux, d'autant que la Lune devoit estre egalement distante des nœuds, pource qu'elle estoit egalement eclipsée,




je voy puis apres quelle prostaphereſe il y avoit au temps des deux eclipses, & trouve qu'à la premiere y avoit prostatique de 5 deg. 33 ☉: car d'autant estoit la vraye Lune sous l'ecliptique donné 242 degr. 36 ☽, plus avancée que la Lune moyenne, laquelle par la 32 proposition estoit alors en l'ecliptique au 237 deg. 3 ☉: & en la deuxiesme eclipse estoit aussi prostatique de 4 deg. 55 ☉, laquelle est denotée par l'arc EG, ainsi que les poincts F, G, denotent les lieux de la Lune moyenne aux temps des deux eclipses.

Con-

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

CONSTRVCTION.

La Lune apparante eſtant en la premiere eclipſe en F, en la deuxieſme en G, a pendant tel temps de deux ans Egyptiens 126 jours 5 heures 1 ① (qui, s'il eſtoit naturel, devroit eſtre egalé, ſelon la 15 propoſition : mais eſtant en ces Ephemerides ſupputees en temps moyen, & auſſi que cecy eſt ſeulement pris pour un exemple, nous prenons que ce ſoit temps egalé) couru en latitude l'arc apparant de FG, faiſant par la 11 propoſition du 1 livre, 167 deg. 5.

Auquel adjouſte D F faiſant par la preparation 5 deg. 33.

Vient pour D G 172 deg. 38.

Duquel ſouſtrait E G faiſant 4 deg. 55.

Reſte pour D E 167 deg. 43.

Son adjoinct (aſſavoir de là à 180) ſera pour les deux arcs A D, E C de 12 deg. 17.

Leſquels arcs eſtant egaux, la moitié ſera pour la diſtance requiſe de la Lune à l'un des nœuds A, faiſant 6 deg. 9.

Mais la Lune D, eſt par le donné apparemment en l'ecliptique au 242 deg. 36 ① : d'où comptant à rebours les 6 deg. 9 ① precedens, viendra pour la longitude de A, au temps de la 1 eclipſe 236 deg. 27.

Et pource que la Lune vient de là en avant au coſté ſeptentrional de l'ecliptique, comme monſtrent les Ephemerides (leſquelles nous prenons au lieu d'obſervées) alors tel nœud doit eſtre, par la 4 definition devant la 9 propoſition du deuxieſme livre, la teſte du Dragon.

NOTE I.

Es Ephemerides, la teſte du Dragon a eſté poſee au jour ſuſdit, au 235 deg. 35 ①, & icy trouvée au 236 deg. 29 ①, differans en 54 ①. Touchant la diſtance de la Lune à la teſte du Dragon, trouvée au ſeptieſme en l'ordre, de 6 deg. 9 ①, elle ſeroit ſelon les Ephemerides de 6 deg. 7 ①, (car autant y a-il du 242 deg. 36 ①, où la Lune eſtoit au ſuſdit 236 deg. 29 ①) qui ſont 2 ① de difference.

NOTE II.

Si le cinquieſme en l'ordre venoit à eſtre le commencement ou la fin du cercle, aſſavoir 0 deg. ou bien 360 deg. ce ſeroit un ſigne que la Lune en la deuxieſme eclipſe auroit eſté non en E, mais au premier D, ainſi qu'on n'euſt ſceu tirer de là aucune concluſion du requis, comme on le pourroit remarquer ſi on le vouloit voir en effect. Mais ſi ledit cinquieſme en l'ordre euſt eſcheu d'eſtre le 180 deg. c'euſt eſté un ſigne que la Lune en la deuxieſme eclipſe auroit eſté non en E entre D & C, mais de l'autre coſté de C, ainſi qu'on n'euſt pareillement ſceu tirer de là aucune concluſion ; car il n'eſchoit qu'en deux manieres, l'une comme la figure le monſtre, l'autre lors que la Lune en la deuxieſme eclipſe, vient auſſi pres devant un meſme nœud, que la Lune en la premiere eclipſe vient derriere le meſme nœud : & alors le cinquieſme en l'ordre doit eſtre ſouſtrait du cercle entier 360 deg. & le reſte comme devant.

NOTE III.

Au deuxieſme, quatrieſme & huictieſme en l'ordre, a eſté parlé de ſouſtraire & adjouſter ; mais il faut ſe ſouvenir, pour ſçavoir lequel des deux il faut faire, qu'il faut avoir eſgard à la qualité de la figure : car par exemple, ſi au lieu de proſtatique D E, euſt advenu aphereſe, il appert que pour trouver D G, il n'euſt fallu adjouſter le deuxieſme en l'ordre avec le premier, mais bien ſouſtraire, & ainſi de l'autre.

*Concluſion.* Nous avons donc trouvé, &c.

PROPOSITION XXXV.

*TRouver ſur un epoche donné, la longitude de la teſte du Dragon, par operation Mathematique, fondée ſur l'hypotheſe de terre immobile.*

*Le donné.* Soit l'epoche donné, le commencement de l'an 1600.

*Le requis.* Il faut trouver là deſſus la longitude de la teſte du Dragon.

CONSTRVCTION.

La teſte du Dragon eſtoit en l'an 1603 au 14 May à 10 heures 58 ① par la 34 propoſition de 236 deg. 29.

Mais de l'epoche de l'an 1600 juſques audit 14 May, &c. 1603, y a trois ans Egyptiens 135 jours 10 heures 58 ①, auquel temps la teſte du Dragon court par l'onzieſme propoſition du premier livre, 65 deg. 10.

Somme des deux en l'ordre, viendra pour la longitude de la teſte du Dragon au commencement de l'an 1600 comme epoche 301 deg. 39.

Dont la demonſtration eſt manifeſte.

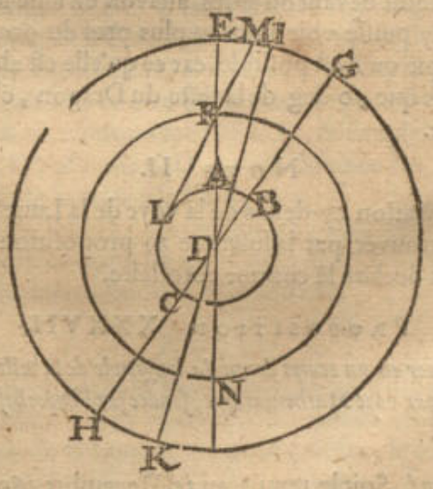
*Concluſion.* Nous avons donc trouvé ſur un epoche donné la longitude de la teſte du Dragon, &c.

PROPOSITION XXXVI.

*TRouver la latitude du deferant de la Lune, par operation Mathematique, fondée ſur l'obſervation meſme.*

Pour trouver la plus grande latitude de la Lune, par laquelle la latitude de ſon deferant eſt cognuë, & ce au coſté ſeptentrional de la terre, il eſt neceſſaire premierement d'attendre qu'elle ſoit en ſa latitude majeure ſeptentrionale ; ce qui advient eſtant la teſte du Dragon en l'equinoxe, & la Lune diſtante de là de 90 degrez. Secondement que l'obſervateur ſoit en tel lieu de la terre, que la Lune ſoit à ſon zenith, afin d'eviter la parallaxe ; ce qu'eſtant ainſi, il eſt evident que la diſtance du zenith & du 90 deg. de l'ecliptique, ſera pour la latitude majeure de la Lune, & par conſequent la deviation de ſon deferant de l'ecliptique.

Pour le mieux declarer, ſoit A B C la terre, D ſon




centre, B D C ſon equateur, A le lieu de l'obſervateur, ſa latitude B A 28 deg. 51 ① 20 ② ; Puis ſoit menée



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

D E par A & D, où la Lune ſoit, comme en F; aſſavoir au zenith de l'obſervateur; & par D B ſoit menée H G, comme equinoctial, & auſſi I D K ecliptique, G I ſa declinaiſon majeure, faiſant ſelon *Ptolemée* 23 deg. 51 ① 20 ②, & G E ſera ſemblable à B A, auſſi 28 deg. 51 ① 20 ②: Duquel oſté G I 23 deg. 51 ① 20 ②; reſtera pour l'arc I E, ou l'angle I D E 5 deg. pour la latitude majeure de la Lune, veuë du centre de la terre D, & par conſequent la deviation requiſe de la voye lunaire (qui eſt icy denotée par F D N) de la ligne ecliptique.

Mais la raiſon eſt manifeſte pourquoy l'obſervateur doit avoir la Lune au zenith; car autrement ſoit iceluy, non en A, mais en L, la Lune F luy apparoiſtra eſtre, non en E, mais en M; & appert que la faute vient de la parallaxe. Touchant *Ptolemée* qui fit une obſervation en Alexandrie, où la latitude eſt comme il eſcrit 30 deg. 58 ①, où il n'avoit la Lune droit au zenith, mais $2\frac{1}{8}$ deg. de là, lequel arc pour ſa petiteſſe ne cauſe pas de parallaxe ſenſible.

Mais ſi quelqu'un vouloit faire telle obſervation, où il y a une grande parallaxe & ſenſible, laquelle ſe peut cognoiſtre par le corollaire de la 23 proposition, il eſt certain qu'en adjouſtant ou ſouſtrayant icelle à l'angle trouvé, ſelon l'exigence de l'accident, qu'on auroit le requis.

### Note I.

Il a eſté dit qu'il falloit en ceſte obſervation que la Lune ſoit au 90 deg. de longitude, tant en l'ecliptique, qu'en ſa voye, aſſavoir 90 deg. eſloignée de la teſte du Dragon; ce qui ne peut advenir que peu ſouvent, car la teſte du Dragon requiert plus de 18 ans pour faire ſon circuit, par la 9 propoſition du premier livre, ce qui ſe trouveroit difficile & rare, en ce qu'elle doit eſtre en la ſection vernale; & quand elle y ſeroit, il pourroit advenir que la Lune n'en ſeroit eſloignée 90 deg. mais au pire aller au 180 deg. ainſi qu'arreſtant juſques à ce qu'elle y vienne, qui eſt environ 15 jours, auquel temps la teſte du Dragon auroit fait 44 ①: mais d'autant que la latitude de la Lune eſtant au 90 deg. 44 ①, au lieu de 90 deg. ne cauſera aucun erreur perceptible.

D'avantage il pourroit advenir que la Lune eſtant au 90 deg. de la teſte du Dragon, ſeroit trop pres du Soleil, & partant qu'on ne la pourroit voir; ou qu'elle ne ſera pas ſi pres du Soleil, mais ne ſera pas au meridien ſur l'horizon; mais au pire aller au 180 degré de là au deſſous, ainſi qu'il la faudroit arreſter 12 heures apres, auquel temps elle s'eſloigneroit 7 degrez du lieu requis; ce qu'advenant, on pourra faire l'obſervation un ou deux mois devant ou apres, aſſavoir en telle lunaiſon qu'on luy puiſſe voir: ou au plus pres du 90 deg. de l'ecliptique qu'il eſt poſſible, car ce qu'elle eſt alors plus ou moins que 90 deg. de la teſte du Dragon, c'eſt peu de choſe.

### Note II.

La deviation cy-deſſus de la voye de la Lune ſe pourra auſſi trouver par la ſuivante 39 propoſition, ce qui ſera auſſi declaré là comme corollaire.

### Proposition XXXVII.

*TRrouver en un temps donné la longitude de la teſte du Dragon, par voye Mathematique, fondée ſur l'hypotheſe de terre immobile.*

*Le donné.* Soit le temps, au 30 Decembre 1600.

*Le requis.* Il faut trouver en ce temps la longitude de la teſte du Dragon.

#### Construction.

La teſte du Dragon avoit de longitude du temps de l'Epoche 1600, par la 35 propoſition, 301 deg. 39.

Or il y a un an Egyptien entre le commencement de l'an 1600 juſques au 30 Decembre, auquel temps les nœuds font en retrogradant 19 deg. 20 ①, par la 9 propoſition du premier livre; aſſavoir oſtant le moyen mouvement de la Luue d'un an en longitude apparante, de ſon cours en latitude, c'eſt par l'onzieſme propoſition du premier livre, 129 deg. 23 ① de 148 deg. 43 ①, & demeure comme devant, 19 deg. 20.

Lequel oſté du premier en l'ordre, reſtera pour la longitude requiſe de la teſte du Dragon 282 deg. 19.

Dont la demonſtration eſt manifeſte.

*Concluſion.* Nous avons donc trouvé en un temps donné la longitude de la teſte du Dragon, &c.

#### Corollaire.

Il appert que ſçachant la longitude de la teſte du Dragon, qu'on peut auſſi ſçavoir celle de la queuë: car des 282 deg. 19 ① oſtant ou adjouſtant 180 deg. ce qui viendra, ſera le requis, aſſavoir 102 deg. 19 ①.

### Proposition XXXVIII.

*TRouver en un temps propoſé, la latitude apparante de la Lune, veuë du centre de la terre, par operation Mathematique, fondée ſur l'hypotheſe de terre immobile.*

*Le donné.* Soit le temps propoſé, le 30 Decembre 1600.

*Le requis.* Il faut trouver la latitude apparante de la Lune au temps propoſé.

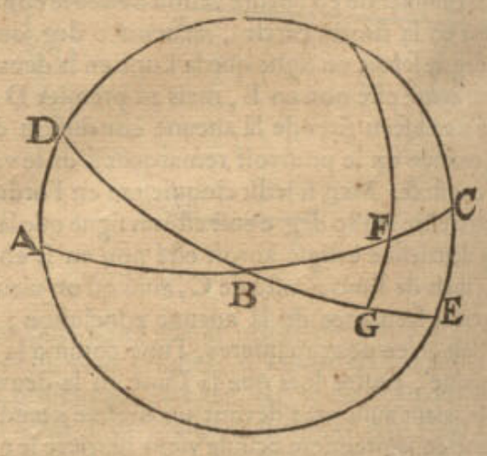
#### Construction.

Par la 33 propoſition on trouve la longitude apparãte de la Lune au temps propoſé de 349 deg. 49.

Et par la 37 propoſition, la longitude de la teſte du Dragon de 282 deg. 19.

Leur difference ſera pour l'arc apparant de la teſte juſqu'à la Lune de 67 deg. 30.

Je marque puis apres la voye de la Lune A B C, coupant l'ecliptique D B E en B, comme teſte du Dragon,




& poſe en A C le poinct F pour la Lune, ainſi que B F fait 67 deg. 30 ①, troiſieſme en l'ordre, & mene F G perpendicle à B E. Ce qu'eſtant ainſi le triangle B F G aura trois termes cognus,

aſſavoir { B F, 67 deg. 30 ①,
F B G, 5 deg. par la 36 propoſition,
& G, droit:

Par

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

Par lesquels on trouvera F G, pour la latitude requise, de 4 deg. 37.

Dont la demonstration est evidente.

*Conclusion.* Nous avons donc trouvé sur un temps proposé la latitude apparante de la Lune, &c.

## *Maintenant de la distance de la Lune, de sa grandeur, & diametre apparant du cone nocturne, au lieu où la Lune doit passer.*

### Proposition XXXIX.

*Trouver la distance de la terre à la Lune, en telles parties, que le raid de la terre en fait 10000, par voye Mathematique, fondée sur l'observation effectuelle.*

[*Il sera parlé à l'appendice de la difference de ceste maniere à celle de* Ptolemée.]

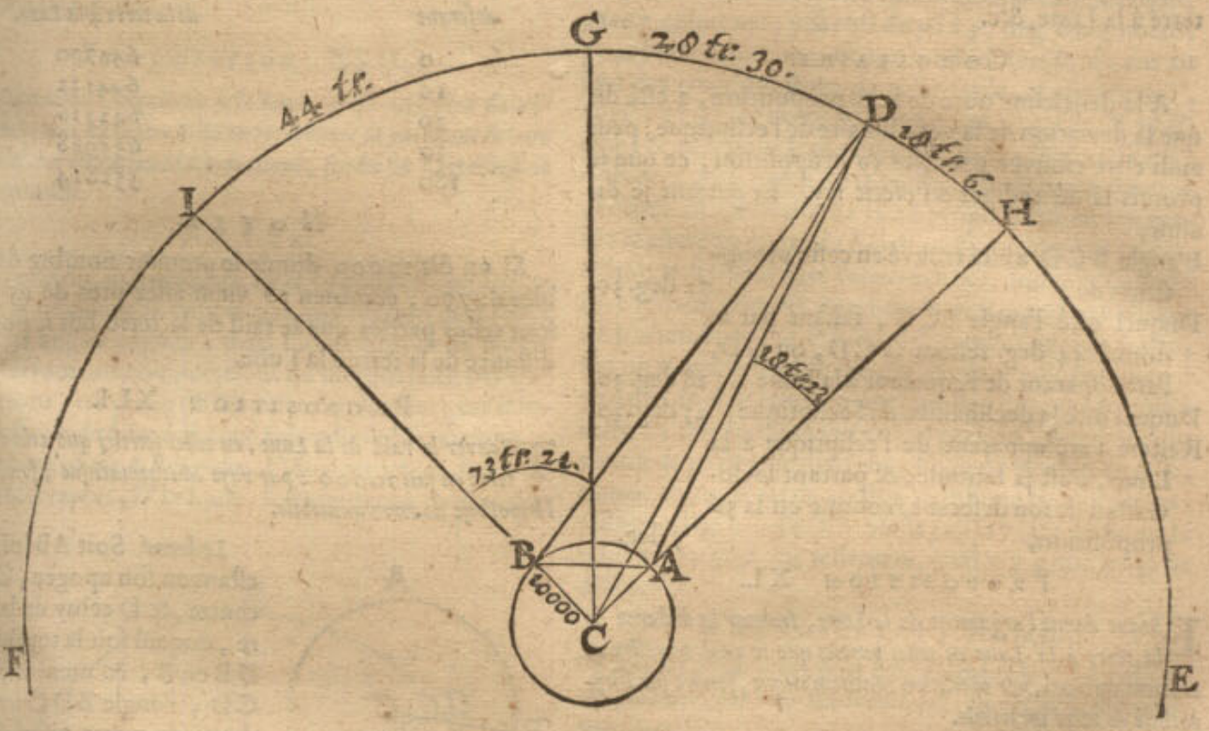
*Le donné.* Deux observateurs seront en mesme longitude, mais en diverses latitudes, discrepantes à suffisance, prenans journellement la hauteur de la Lune sur l'horizon, ou sa depression du zenith, au meridien. Puis rapportans ces observations, on en choisira deux qui seront faites sous un mesme meridien, & en mesme temps. Soit par exemple, A B la terre, C son centre, D la Lune, par laquelle est mené E D F meridien, C G l'equateur veu à costé : les lieux des observateurs en mesme meridien soyent A, B : leurs zeniths H, I, ainsi que G A latitude (ou son egale) de A, de 46 deg. 36 ①; & G I egale à la latitude de B, soit 44 deg. D'avantage A a trouvé la Lune deprimée de son zenith de 18 deg. 23 ①, pour l'angle H A D; mais B de 73 deg. 21 ①, pour l'angle I B D, puis soyent menées les lignes A B, & C D.

*Le requis.* Il faut trouver C D, en telles parties que A C raid terrestre en face 10000.

### Construction.

A l'arc G I, 44 deg. adjousté G H, 46 deg. 36 ① vient pour H I, ou A B, ou bien pour l'angle A C B, 90 deg. 36.

Le mesme osté de 180 deg. restera pour les angles C B A, & C A B 89 deg. 24.




Sa moitié pour C B A 44 deg. 42.

Son adjoint pour I B A 135 deg. 18.

Duquel osté I B D 73 degr. 21 ①, restera pour l'angle D B A 61 deg. 57.

De l'angle H A B egal à I B A 135 deg. 18 ①, quatriesme en l'ordre, osté H A D 18 deg. 23 ①, restera pour D A B 116 deg. 55.

Or puis que l'arc A B fait 90 deg. 36 ①, premier en l'ordre; alors par la 13 proposition de la construction des tables des sinus, sa corde A B fera en parties, dont A C en contient 10000, 14216.

Le triangle D A B a trois termes cognus, assavoir D B A 61 deg. 57 ①, cinquiesme en l'ordre, D A B 116 deg. 55 ①, sixiesme en l'ordre, & le costé B A 14216, le septiesme en l'ordre, par lesquels cerchez D B par les triangles plans de 640223.

Or à l'angle D B A 61 deg. 57 ①, le cinquiesme en l'ordre, adjousté l'angle C B A 44 degr. 42 ①, le troisiesme en l'ordre, viendra pour l'angle D B C 106 deg. 39.

Le triangle D B C a trois termes cognus, comme D B C 106 deg. 39 ①, le neufiesme en l'ordre, & D B 640223 le huictiesme, & B C 10000 par le donné: par lesquels on trouvera le costé C D, & l'angle B C D, assavoir C D pour la distance requise de la terre à la Lune 643020.

Et l'angle B C D (non requis icy, mais necessaire cy-apres au corollaire) de 72 deg. 30.

Dont la demonstration est manifeste.

### Notez I.

On peut prouver l'operation precedente aussi comme s'ensuit : Les observateurs prendront l'angle de distance de la Lune & d'une estoile fixe, le tout au meridien; & la difference qu'ils trouveront, sera la parallaxe pour ce lieu-la, lequel, s'il estoit trouvé comme il faut, seroit de 1 deg. 8 ①; à cause qu'au triangle D A B,



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

l'angle D B A fait 61 deg. 57 ①, cinquiesme en l'ordre, & D A B de 116 deg. 55 ①, sixiesme en l'ordre, lesquels ensemble ostez de 180 degrez restera comme dessus 1 deg. 8 ①.

### Notez II.

Si la Lune eust esté egalement deprimée des zeniths des observateurs, telles observations causeroyent plus facile operation, comme on peut voir en la 23 proposition avec le Soleil.

### Notez III.

D'autant que la Lune au temps des observations doit estre en un lieu cognu de son deferant, je pose que cy-dessus elle ayt esté en son apogée, c'est à dire au commencement de son deferant.

### Corollaire.

Pource que les angles D B C & B C D sont cognus, faisans ensemble 179 deg. 9 ①: de là s'ensuit que ostez de 180 deg. le reste 51 ① est pour l'angle B D C parallaxe de la Lune en ce lieu-la.

*Conclusion.* Nous avons donc trouvé la distance de la terre à la Lune, &c.

### Corollaire.

A la deuxiesme note de la 36 proposition, a esté dit que la deviation de la voye lunaire de l'ecliptique, peut aussi estre trouvée par ceste 39 proposition, ce que je promis là de rediger en escrit icy. Et partant je dis ainsi;

L'angle B C D a esté trouvé en ceste proposition de 72 deg. 30.
Duquel osté l'angle I C G, faisant par le donné 44 deg. restera G C D, ou G D, l'arc apparant de l'equateur à la Lune 28 deg. 30.
Duquel osté la declinaison de l'ecliptique 23 deg. 30.
Restera l'arc apparant de l'ecliptique à la Lune, c'est sa latitude, & partant la deviation de son deferant, comme en la 36 proposition, 5 deg.

## Proposition XL.

*Estant donné l'argument de la Lune, trouver la distance de la terre à la Lune en telles parties que le raid terrestre en contient* 10000, *par operation Mathematique, fondée sur l'hypothese de terre immobile.*

*Le donné.* Soit l'argument de la Lune 30 deg.

*Le requis.* Il faut trouver la distance de la terre à la Lune, posant le raid terrestre de 10000 parties.

### Construction.

Entre plusieurs manieres par lesquelles on peut resoudre ceste proposition, il me semble que ceste-cy est la plus propre; veu que par la 39 proposition la distance du centre de la Terre & de la Lune, laquelle estoit au commencement de son deferant, ou son apogée, par la troisiesme note de la mesme 39 proposition, a telle raison au raid terrestre, comme 643020 à 10000, & que la mesme distance a esté trouvée à la 30 proposition de 10768; je diray ainsi 643020 donne 10000, combien 10768? viendra 167: tellement que le raid terrestre, à la distance entre la terre & la Lune, est comme 167 à 10768; & aussi en telle raison à une chacune ligne du centre de la terre à la voye de la Lune, comme 167 au nombre posé à la table de la 30 proposition: mais la ligne du centre de la terre au 30 degré du deferant de la Lune, fait là 10621: donc le raid terrestre à la mesme, sera comme 167 à 10621. Et pour l'avoir maintenant en telles parties que le raid de la terre en fait 10000, je dis, 167 donne 10621, combien 10000? viendra pour le requis 635988. Dont la demonstration est manifeste.

*Conclusion.* Estant donné l'argument de la Lune, &c.

### Corollaire.

Il est evident que ce 167 nous servira pour nombre commun, afin de trouver facilement les autres lignes; car si on vouloit trouver la ligne du centre de la terre à la Lune estant au 10 deg. de son deferant, laquelle est à la 30 proposition de 10757, je diray 167 donne 10757, combien 10000? viendra pour le requis 644132, & ainsi des autres: par ainsi on en pourra construire des tables de degré en degré, comme cy-dessous de 10 en 10, où est aussi le 180 pour servir cy-apres.

## TABLE DES LIGNES DU CENTRE de la terre à la Lune, posant le diametre de la terre 10000 parties.

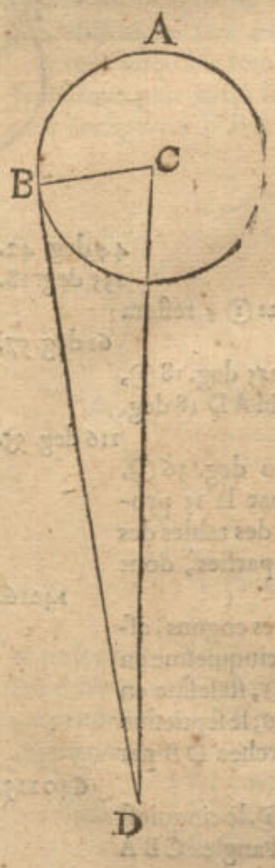
| *Degrez du deferant* | *Distances du centre de la terre à la Lune.* |
|---|---|
| 0 | 644790 |
| 10 | 644132 |
| 20 | 642216 |
| 30 | 635988 |
| 180 | 552814 |

### Notez.

Si on dit 10000 donne le premier nombre des tables 64790, combien 1? vient assez pres de 65, qui sont telles parties que le raid de la terre fait 1, pour la distance de la terre à la Lune.

## Proposition XLI.

*Trouver le raid de la Lune, en telles parties que celuy de la terre en fait* 10000: *par voye Mathematique, fondée sur l'hypothese de terre immobile.*




*Le donné.* Soit A B la Lune estant en son apogée, C son centre, & D celuy de la terre, duquel soit la touchante D B en B, & menées B C, C D; l'angle B D C sera le demy-diametre visuel de la Lune.

*Le requis.* Il faut trouver le raid B C, celuy de la terre faisant 10000.

### Construction.

Le triangle B C D a trois termes cognus, assavoir B D C demy-diametre visuel de la Lune, lequel sera selon le posé de la 30 proposition 15 ①, estant en son apogée, C D 644790, par la 40 proposition, & l'angle B droit: par lesquels cerché le costé B C sera trouvé de 2837 pour le raid de la Lune, estant celuy de la terre posé 10000, pource que 644790 pour C D sont des mesmes parties.

Dont

Dont la demonſtration eſt manifeſte.

*Concluſion.* Nous avons donc trouvé le raid de la Lune en telles parties que celuy de la terre en fait 10000, &c.

### NOTEZ.

Si on dit, le raid de la Lune 2837 donne raid de la terre 10000, combien le raid de la Lune, poſés de 1? viendra aſſez pres $3\frac{1}{2}$. Et voulant comparer la Lune au Soleil on dira: raid de la terre 10000 donne celuy de la Lune 2837, combien celuy de la terre eſtant poſé 1? viendra aſſez pres $\frac{2}{7}$: or des meſmes parties le raid du Soleil en fait 5, par la 25 propoſition: parquoy comme $\frac{2}{7}$ à 5, ou ce qui eſt le meſme, 1 à $17\frac{1}{2}$; ainſi les raids de la Lune & du Soleil.

### COROLLAIRE.

On pourroit encor adjoindre la grandeur des corps d'iceux veu que les corps ſemblables ſont en raiſon triplée de leurs lignes homologues; & partant le corps de la terre à celuy de la Lune ſera comme le cube de $\frac{7}{2}$ au cube de 1; c'eſt comme $42\frac{7}{8}$ à 1. Et le corps ſolaire au lunaire, comme le cube de $17\frac{1}{2}$ au cube de 1; c'eſt comme $5359\frac{3}{8}$ à 1.

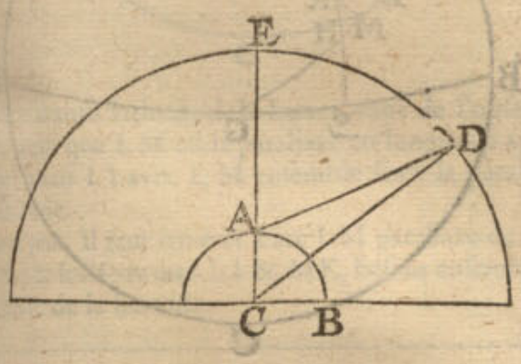
## PROPOSITION XLII.

*Eſtant donné l'argument de la Lune, & ſa depreſſion du zenith, veuë du centre de la terre: trouver ſa parallaxe en l'arc vertical, par operation Mathematique, fondée ſur l'hypotheſe de terre immobile.*

### NOTEZ.

Il a eſté dit au corollaire de la 39 propoſition, comment la parallaxe ſe trouve par obſervation avec deux certains angles cognus: mais l'invention de la parallaxe, ſervant aux computations qu'on veut faire par obſervations, eſt poſée ſur un autre fondement; car il ſeroit difficile de faire à chaque fois telles obſervations.

*Le donné.* Soit A B la terre, C ſon centre, & A le lieu de l'obſervateur, D la Lune, ſon argument 30 deg. de-




primée du zenith E 50 deg. pour l'arc ED, ou angle ECD, ou ACD: ainſi que ADC ſignifie la parallaxe à l'arc vertical.

*Le requis.* Il faut trouver l'angle ADC.

### CONSTRVCTION.

Le triangle ADC a trois termes cognus, comme ACD 50 deg. CA 10000, & CD 635988 du centre de la terre à la Lune eſtant au 30 deg. de ſon deferant, par la 40 propoſition, par leſquels cerché l'angle ADC, ſera trouvé de 0 deg. 42 ① pour la parallaxe requiſe.

*Concluſion.* Eſtant donné l'argument de la Lune, & ſa depreſſion du zenith, nous avons trouvé ſa parallaxe, &c.

### COROLLAIRE.

Il s'enſuit comment on pourroit faire des tables des parallaxes, de degrez en degrez en l'arc vertical, pour trouver le tout avec facilité, comme cy-deſſous de 10 en 10 degrez, eſtant l'argument lunaire de 30 deg.

### TABLE DES PARALLAXES.

| *Degrez en l'arc vertical.* | *Parallaxes de la Lune, en l'argument 30 deg.* |
|---|---|
| deg. | deg. ①. |
| 0. | 0. 0. |
| 10. | 0. 9. |
| 20. | 0. 19. |
| 30. | 0. 27. |

Et ainſi ayant calculé la parallaxe majeure de la Lune eſtant en ſon perigée, qui eſt l'argument 180 deg. & en l'arc vertical 90 deg. on le trouve de 1 deg. 2 ①.

### NOTEZ.

De ce commencement de table, appert comment on pourra faire des tables comme *Eraſme* és *Pruteniques*, avec 7 colomnes; aſſavoir de 30 à 30 deg. d'argumens, pour l'une colomne; où ayant admis les ②, il a mis au lieu des trois nombres de ceſte table, (comme 9 ①, 19 ①, 27 ①) ceux-cy 9 ① 27 ②; 18 ① 35 ②; & 27 ① 9 ②; & auſſi pour la majeure parallaxe 1 deg. 2 ① 54 ②.

Notez auſſi que ſi on ſe vouloit ſervir de la maniere declarée au corollaire de la 26 propoſition en ſemblable matiere au cours du Soleil pour calculer ces tables, diſant, le ſinus de l'arc vertical entier, donne le ſinus de l'arc vertical propoſé, combien la plus grande parallaxe? on n'atteindroit pas au but ſi droitement que fait *Eraſme*, par un moyen plus difficile; & voulant voir combien il y auroit de difference en quelque lieu donné, je poſe à ceſte fin que la Lune ſoit en ſon perigée, deprimée du zenith de 30 deg. je dis donc, ſinus de 90 deg. 10000, donne 5000 (ſinus de 30 deg.) combien la majeure parallaxe 1 deg. 2 ① 54 ②? vient 31 ① 27 ②: mais en la table y a 31 ① 58 ②, tellement qu'il n'y a que 31 ② de difference.

## PROPOSITION XLIII.

*Trouver la parallaxe de la Lune és longitude & latitude apparantes, par voye Mathematique, fondée ſur la poſition de terre immobile.*

### NOTEZ.

Le lieu apparant donné de la Lune, veu du centre de la terre, advient dedans, deſſus, ou deſſous la commune ſection de l'arc vertical & l'ecliptique, deſquelles choſes nous donnerons divers exemples, à cauſe qu'és operations il y a de la diverſité. Notez auſſi que les quatre corollaires des parallaxes du Soleil en la 27 propoſition, peuvent auſſi ſervir à meſme fin aux preſentes parallaxes de la Lune.

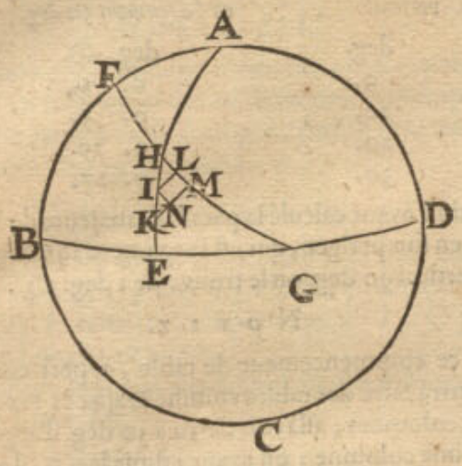
1. *Exemple où le lieu apparant de la Lune propoſé, veu du centre de la terre, advient au deſſous la ſection de l'arc vertical & l'ecliptique; veu auſſi de l'obſervateur neceſſairement là deſſous.*

*Le donné.* Soit au Globe, le meridien ABCD, & BD l'horizon, AE l'arc vertical, FG l'ecliptique, coupant le vertical en H; ainſi que l'angle EHG (trouvé par la 8 propoſition des problemes Aſtronomiques) fait 50 deg. & AH, par la meſme propoſition, 50 deg. D'avantage ſoit la depreſſion de la Lune du zenith,

veuë

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

veuë du centre de la terre de 55 degr. 12 ①, laquelle eſtant plus que la ſuſdite A H 50 deg. alors la Lune ſera plus bas que H, comme en I; donc A I fait les meſmes 55 deg. 12 ①. Davantage la parallaxe de la Lune, en l'arc vertical A E, par la 42 prop. eſt trouvée, je prens, de 1 deg. pour I K; ainſi que K eſt le lieu apparant de la Lune veuë de l'obſervateur, & menée I L à angles droits ſur l'ecliptique, laquelle I L fera 4 deg. comme la lati-




tude meridionale apparante de la Lune veuë du centre de la terre: ſemblablement ſur F G ſoit à angles droits menée K M, comme latitude apparante de la Lune, veuë de l'obſervateur, ainſi que L M eſt parallaxe en longitude apparante; Puis je marque en K M le poinct N, ainſi que N M ſoit egale à I L, & K N ſera alors parallaxe de la latitude de K M au deſſus la grandeur de I L, car autant apparoiſt eſtre la Lune plus long de l'ecliptique à l'obſervateur, que veuë du centre de la terre.

*Le requis.* Il faut trouver l'arc L M, parallaxe de la longitude apparante, & K N de la latitude.

### Construction.

| | |
|---|---|
| A H fait par l'hypotheſe | 50 deg. |
| Iceluy oſté de A I auſſi par l'hypotheſe | 55 deg. 12. |
| Reſtera pour H I | 5 deg. 12. |
| Auquel adjouſté I K, faiſant ſelon le donné | 1 deg |
| Viendra pour H K | 6 deg. 12. |
| Le triangle H M K a trois termes cognus, comme H K 6 deg. 12 ①, cinquieſme en l'ordre, & l'angle H M K droit, & K H M 50 deg. par leſquels cerchez les 2 coſtez H M, M K, par la 36 prop. des triangles ſpheriques, aſſavoir H M de | 4 deg. |
| Et K M de | 4 deg. 45. |
| Duquel oſté N M, egal à I L 4 deg. par le donné, reſtera pour K N parallaxe requiſe de la latitude | 0 deg. 45. |
| Pour trouver la parallaxe de longitude au triangle H L I a trois termes donnez, comme L droit, H 50 deg. & le coſté I L 4 degrez par le donné; avec leſquels ſoit trouvé le coſté H L, par la 35 prop. des triangles ſpheriques, de | 3 deg. 22. |
| Lequel oſté de H M 4 deg. ſixieſme en l'ordre, reſtera pour la requiſe L M parallaxe en longitude (laquelle ſera entendue eſtre plus ou moins que la longitude donnée, par la regle generale du 4 corollaire de la 27 prop.) de | 38 ①. |

### Autre Conſtruction plus facile par Alb. Girard.

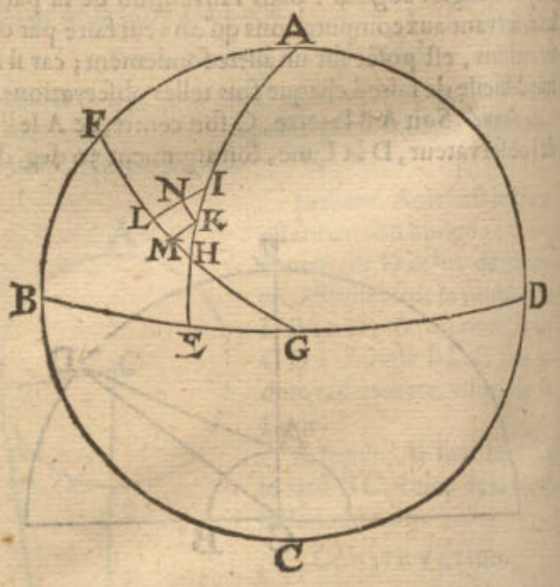
*Puis qu'on veut cognoiſtre K N & L M, & que la ſuperfice ſpherique eſt preſque plane, c'eſt choſe inutile de vouloir en ce ſuivre* Stevin, *ny* Eraſme, *ny autres; car prenant tout pour ſuperfice plane, on dira comme s'enſuit, & ainſi des autres.*

*H I, 5 deg. 12 donne I L 4 deg. combien donnera I K, 1 deg.? viendra pour K N* 0 deg. 46.

*Et pour trouver L M; oſtant le quarré de K N, qui eſt 2116, du quarré de I K 60 ①, qui eſt 3600, reſtera 1484, dont la racine eſt pour I N ou L M* 38 ①.

*2. Exemple, où le lieu de la Lune apparant, veu du centre de la terre advient au deſſus la commune ſection de l'arc vertical, & l'ecliptique, veu auſſi là deſſus par l'obſervateur.*

*Le donné.* Soit au Globe le meridien A B C D, B D l'horizon; A E quadran vertical; F G l'ecliptique, ſe coupant en H; ainſi que l'angle E H G fait 50 deg. (trouvé par le 8 probleme des problemes Aſtronomiques) & A H par le meſme 50 deg. D'avantage ſoit la Lune deprimée du zenith au jugement fait au centre de la terre 45 deg. & partant moins que A H 50 deg. donc la Lune ſera au deſſus de H, comme ſoit en I, donc A I ſera 45 deg. Soit auſſi trouvée la parallaxe en l'arc A E, par la 42 prop. de 20 ①, laquelle adjouſtée à A I feront enſemble 45 deg. 20 ①, encor moindre à A H 50 degr. ſoit A K, tellement que la Lune eſt veuë de l'obſervateur par deſſus H en K; donc I K ſera ces 20 ①: puis ſoit I L perpendiculaire à l'ecliptique F G; donc le meſme I L comme la latitude ſeptentrionale de la




Lune, veuë du centre de la terre, 4 deg. ſemblablement ſoit ſur F G menée à angles droits K M comme latitude apparante veuë de l'obſervateur, ainſi que L M eſt la parallaxe de la Lune en longitude apparante, auſſi je marque en apres le poinct N en K M, tellement que L N ſoit egale à M K, & N I ſera parallaxe de la latitude L I au deſſus de M L, car autant eſt la Lune apparante plus pres de l'ecliptique à l'obſervateur, que non pas veuë du centre de la terre.

*Le requis.* Il faut trouver l'arc L M, parallaxe de la Lune, en longitude apparante & l'arc N I en latitude.

### Construction.

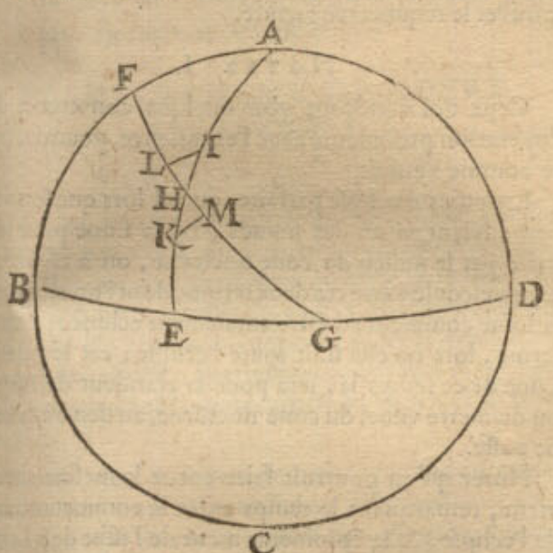
Icelle reſſemblant aſſez à la precedente, nous dirons ſeulement que L M ſe trouve eſtre de 0 degr. 2 ①, & N I

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

& NI 0 deg. 26 ① : voyez davantage le quatrieſme corollaire de la 27 prop.

*3. Exemple, où le lieu apparant de la Lune veu du centre de la terre advient plus haut que la commune ſection du cercle vertical & l'ecliptique, & veu de l'obſervateur au deſſous.*

*Le donné.* Soit le meridien ABCD, & BD l'horizon, AE vertical, FG l'ecliptique, coupant AE en H; ainſi que l'angle EHG (trouvé par la huictieſme prop. des problemes Aſtronomiques) ſoit 50 deg. ſoit auſſi la Lune diſtante du zenith, veuë du centre de la terre, 49 deg. 40 ①, lequel eſtant moins que AH 50 deg. alors la Lune apparoiſtra au deſſus de H, ſoit en I, ainſi que l'arc AI face 49 deg. 40 ① : Plus ſoit la parallaxe de la Lune en l'arc vertical AE trouvée de 52 ①, par la 42 prop. adjouſtée à AI, fera 50 deg. 32 ① : lequel eſtant majeur à AH 50 deg. la Lune ſera veuë de l'obſervateur deſſus H, comme en K; tellement que IK, fait les ſuſdits 52 ①, & menant IL perpend. à l'ecliptique FG, alors IL fera 4 deg. comme apparante latitude ſeptentrionale donnée de la Lune, veuë du centre de la terre. De meſme KM perpend. ſur FG, com-




me apparante latitude de la Lune, veuë de l'obſervateur; ainſi que LM eſt la parallaxe en longitude apparante; mais LI avec KM enſemble font la parallaxe de latitude.

*Le requis.* Il faut trouver l'arc LM parallaxe de longitude, & les deux arcs LI & MK, faiſans enſemble la parallaxe de la latitude.

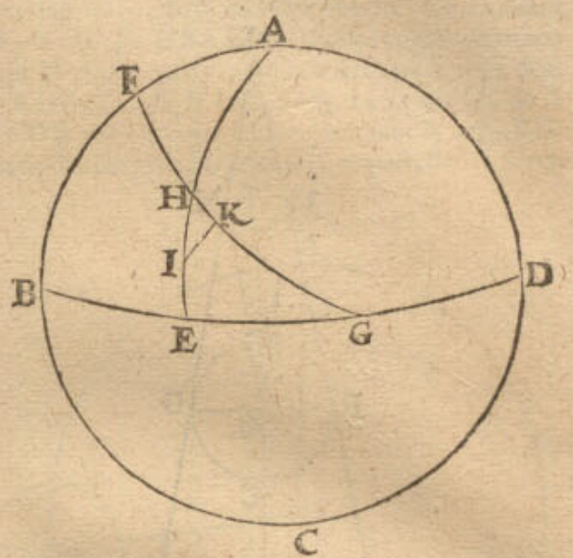
---

CONSTRVCTION. A. GIRARD.

*La conſtruction eſtant facile par les precedentes, & principalement ſelon la deuxieſme conſtruction du premier exemple, nous n'en ferons icy autre mention, ſinon que le triangle HMK ayant trois termes cognus; aſſavoir HK* 32 ①.
*M droit, & H* 50 deg.
*Puis auſſi le triangle HLI a trois termes cognus, comme IL* 4 deg.
*L'angle L droit, & H de* 50 deg.
*Avec leſquels on trouvera LM, de* 3 deg. 43.
*Laquelle on trouvera, par la regle generale au 4 corollaire de la 27 propoſition, ſi elle eſt plus grande ou moindre que la longitude donnée.*
*Et les arcs LI, MK enſemble* 4 deg. 25.
*Sur quoy on conſultera le ſuſdit corollaire.*

*4. Exemple, où le lieu apparant donné de la Lune veu du centre de la terre, advient en la commune ſection du vertical & de l'ecliptique, & neceſſairement veu de l'obſervateur au deſſous.*

*Le donné.* Soit le meridien d'un globe ABCD, BD l'horizon, FG l'ecliptique, AE arc vertical, ſe coupant en H, faiſant un angle EHG de 50 degrez, comme on le peut ſçavoir par la 8 prop. des problemes Aſtronomiques, auſſi AH 40 deg. la Lune ſoit deprimée du zenith 40 deg. veuë du centre de la terre, ainſi qu'elle




advienne en H, où elle n'a aucune latitude. Davantage la parallaxe de la Lune au vertical AE trouvée par la 42 prop. de 46 ①, pour HI; puis menée IK perpendiculaire à FG, comme latitude apparante de la Lune veuë de l'obſervateur, & alors HK ſera parallaxe de la longitude apparante.

*Le requis.* Il faut trouver l'arc HK parallaxe de la longitude, & IK parallaxe de la latitude.

CONSTRVCTION.

Le triangle HIK a trois termes cognus, aſſavoir HI 46 ①, K droit, & H 50 deg. par leſquels on trouvera IK & KH, aſſavoir IK pour parallaxe de latitude (qui ſera cognuë ſeptentrionale ou meridionale par la commune regle, au troiſieſme corollaire de la 27 prop.) de 30 ①.

Et KH la parallaxe requiſe de longitude, (qu'on cognoiſtra eſtre majeure, ou moindre à la longitude donnée par la regle miſe au quatrieſme corollaire de la 27 propoſ.) de 0 deg. 25.

COROLLAIRE.

Ayant declaré és propoſitions 33 & 38 l'invention de l'apparante longitude & latitude de la Lune, veuë du centre de la terre, il appert comment elles ſe trouveront, veuës deſſus la terre : car adjouſtant ou ſouſtrayant la parallaxe à ce qui aura eſté trouvé par les 33 & 38 prop. ſelon que la conſtruction le requiert, on aura ce qu'on cerche.

*Concluſion.* Nous avons donc trouvé la parallaxe de la Lune, és longitude & latitude apparantes, par voye Mathem. fondée ſur la poſition de terre immobile, ſelon le requis.

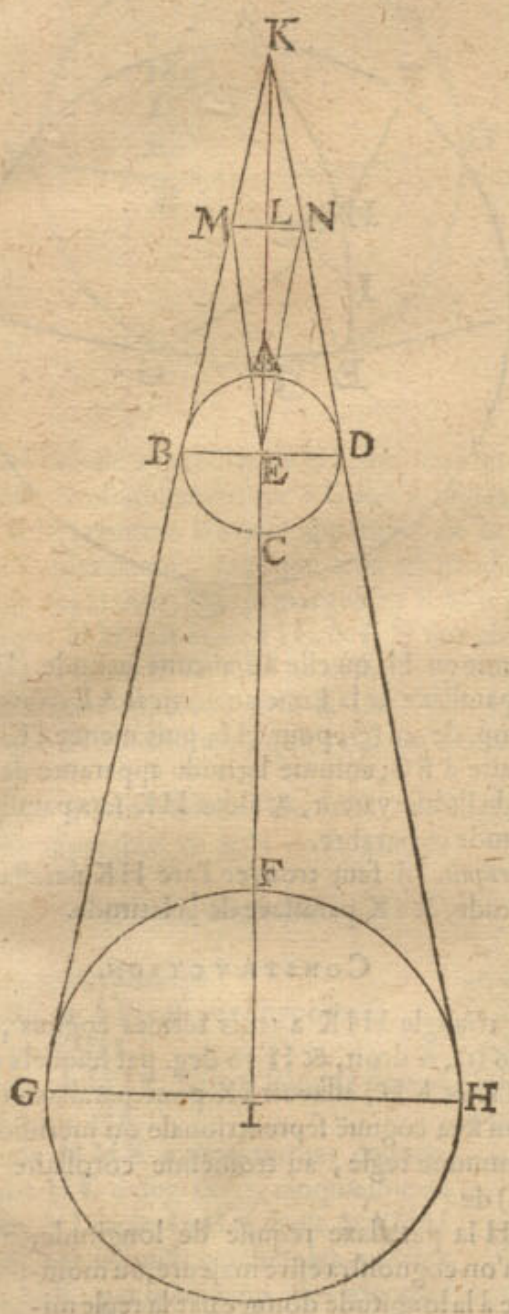
PRO-

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

## PROPOSITION XLIV.

*ESTans donnez les argumens du Soleil & de la Lune, en temps d'eclipſe; Trouver l'angle viſuel de la baſe du cone nocturne, où la Lune doit paſſer, par voye Mathem. fondée ſur l'hypotheſe de terre immobile.*

*Le donné.* Soit ABCD la terre, FGH le Soleil eſtant en ſon apogée, puis menées GB, HD touchantes le Soleil & la terre, ſe rencontrans en K, & menés les diametres BD, GH; ainſi que BKD ſignifie le cone nocturne, & ſa baſe BD, axe KE, L le lieu du




paſſage de la Lune, eſtant (je prens) en ſon perigée; par L ſoit menée MN perpendiculaire à KE, ainſi que MN ſignifie la grandeur ou eſpeſſeur du cone nocturne au paſſage de la Lune, & ayant menée EM, & EN, alors MEN ſera l'angle, ou diametre viſuel du cone nocturne.

*Le requis.* Il faut trouver l'angle MEN.

### CONSTRVCTION.

Je cerche l'axe KE, & puis que le Soleil eſt à ſon apogée, je trouve par la 28 propoſition iceluy eſtre de 287, de meſmes parties que le raid terreſtre en fait 1: mais pour obvier fractions au lieu de 1, prenons 10000; donc KE ſe trouvera eſtre de 2870000.

Duquel oſté LE, faiſant par la 40 propoſition, d'autant que la Lune eſt poſée eſtre en ſon perigée, 522814.

Reſte pour KL 2317186.

Le triangle KLM eſtant ſemblable au triangle KEB; partant les coſtez homologues ſeront proportionaux, je dis donc KE 2870000, le premier en l'ordre, donne EB 10000, combien KL 2317186? viendra LM 8074.

En fin le triangle ELM a trois termes cognus, aſſavoir LE 552814, le deuxieſme en l'ordre, LM 8074, & l'angle L droit, par leſquels on trouvera l'angle MEL de 0 deg 50.

Son double pour l'angle requis de MEN 1 deg. 40.

Dont la demonſtration eſt manifeſte.

*Concluſion.* Eſtans donnez les argumens du Soleil & de la Lune, nous avons trouvé l'angle viſuel de la baſe du cone nocturne au lieu du paſſage de la Lune, &c.

### COROLLAIRE.

Il eſt manifeſte comment on pourra faire des tables de tels angles viſuels, comme *Eraſme* és *Prutenicques*, pour trouver le requis avec facilité.

### NOTEZ I.

Ceux qui voudront voir quelque convenance de l'operation precedente avec l'experience, pourront faire comme s'enſuit.

En temps d'eclipſe parfaite, qui eſt lors que ſon milieu advient en un des nœuds, où la Lune pour lors paſſe par le milieu du cone nocturne, on a eſgard au temps eſcoulé entre ces deux termes, dont l'un eſt quand la Lune commence à eſtre totalement eclipſée; l'autre terme, lors qu'elle finit toute l'eclipſe; car le gain de Lune de ce temps-la, ſera pour la grandeur de l'angle ou diametre viſuel du cone nocturne, au lieu où la Lune paſſe.

Notez qu'on pourroit faire encor le meſme autrement, remarquant le temps entre le commencement de l'eclipſe, & le commencement de l'iſſue de la Lune du cone nocturne; mais en cecy y a plus d'incertitude, à cauſe qu'on ne peut pas ſi bien remarquer le commencement de l'eclipſe que les autres termes, & ainſi le gain Lunaire ſera egal au precedent.

### NOTEZ II.

Nous avons dit que les cours du Soleil & de la Lune en la premiere inegalité ſont ſemblables, toutesfois quelqu'un y pourroit trouver de la diverſité, en ce que la Lune a une latitude, & non pas le Soleil: Or je dis que c'eſt tout un, d'autant que ſi on nommoit la voye de la Lune, l'ecliptique, au lieu de la voye du Soleil, la Lune n'auroit aucune latitude, mais bien le Soleil: Et pource que l'interſection de la voye de la Lune & de l'equinoctial ſeroit dite alors le principe de l'ecliptique, elle demeureroit touſiours principe (comme il advient maintenant à l'equinoxe) & l'equinoxe changeroit de longitude ſelon l'ordre des ſignes, au lieu que maintenant c'eſt la teſte du Dragon qui change, contre l'ordre des ſignes. Tellement qu'il n'y a aucune diverſité en la qualité eſſentielle, mais à cauſe de l'hypotheſe ſeulement.

QVA-

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

# QVATRIESME DISTINCTION DV SECOND LIVRE,

De l'invention du cours de Saturne, Jupiter, Mars, Venus, & Mercure, par operation Mathematique, fondée sur l'hypotheſe de terre immobile.

## SOMMAIRE DE CESTE QVATRIESME DISTINCTION.

*Il y aura icy* 10 *propoſitions, dont la premiere, qui eſt la* 45 *en l'ordre, ſera de l'invention de l'excentricité du deferant de Saturne, avec ſes circonſtances. La deuxieſme de l'invention du diametre de l'epicycle de Saturne. Les* 3 *conſequentes, qui ſont les* 47, 48 *&* 49, *ſont pour trouver en tout temps la longitude apparante de Saturne. Les* 4 *ſuivantes, aſſavoir les* 50, 51, 52 *&* 53, *de ſes ſtations & retrogradations. Puis ſera traicté de Iupiter & Mars. La derniere prop. aſſavoir la* 54, *ſera du cours de Venus; à la fin de laquelle ſera parlé du cours de Mercure.*

## PREMIEREMENT DV COVRS DE SATVRNE.

### PROPOSITION XLV.

*PAr* 3 *lieux du centre d'epicycle de Saturne: trouver, premierement l'eccentricité, en telles parties que le diametre du deferant en ſait* 10000: *Secondement, la longitude apparante de l'apogée du deferant, au temps de l'un des* 3 *lieux donnez du centre de l'epicycle: Tiercement, l'argument du centre d'epicycle en l'un des* 3 *lieux ſuſdits: Quartement, la longitude de my-Saturne, par voye Mathematique, fondée ſur l'hypotheſe de terre immobile.*

D'autant que le requis de ceſte propoſition ne ſe peut pas bien avoir ſans preallables obſervations à ſuffiſance, comme ils ont eu au *ſiecle ſage*, & qu'au defaut d'icelles *Ptolemée* & *Copernique* ſe ſont ſervy de manieres difficiles & à taſton: (*Ptolemée* au 7 chap. du livre 10. comme au 1 & 5 chap. du livre 11. *Copernique* és 5, 10, & 15 chap. de ſon 5 livre) Or au lieu de tout cela je prendray les Ephemerides de *Stadius*, ſelon qu'il a eſté dit au 1 chap. du 1 livre, le tout par exemple, comme ſi elles eſtoient ainſi obſervées. Parquoy on prendra 3 longitudes apparantes du centre d'epicycle de Saturne, comme a eſté dit en la 17 propoſition du premier livre, aſſavoir eſtant iceluy oppoſé au Soleil moyen, lors qu'il eſt au perigée de ſon epicycle, s'en ſervant comme a eſté fait, és 7 & 29 propoſitions de ce deuxieſme livre, du Soleil & de la Lune: & ainſi pour briefveté je prendray qu'ainſi ſoyent trouvées, & là deſſus le requis comme cy-deſſous.

Premierement, l'eccentricité en telles parties, que le raid du deferant fait 10000; aſſavoir de 1170.

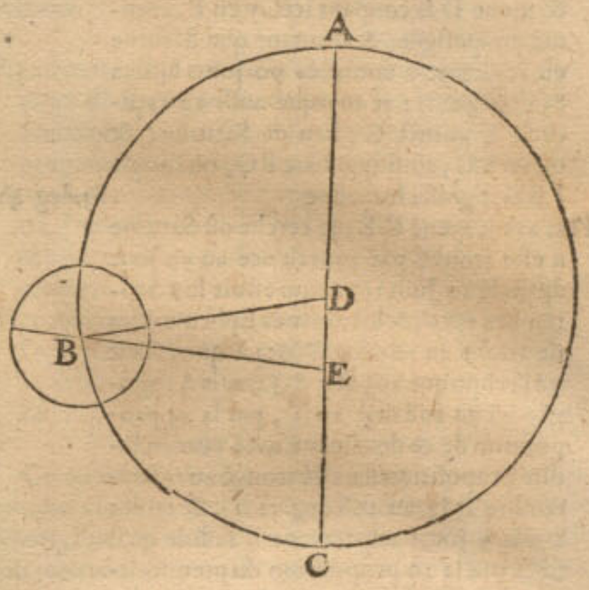
Secondement, l'apogée du deferant aura ſa longitude apparante au 15 Septembre 1584 de 268 deg. 32.

Tiercement, l'argument du centre d'epicycle au 15 Septembre 1584 ſuſdit de 101 deg. 6.

Quartement, la longitude de my-Saturne au ſuſdit 15 Septembre 1584 de 9 deg. 38.

*Raiſon de l'aſſomption des nombres ſuſdits.*

Premierement j'ay pris l'oppoſition de Saturne & du Soleil advenuë au 15 Septembre 1584 où (comme a eſté declaré par exemple à la 17 propoſition du premier livre) l'argument du centre d'epicycle s'eſt trouvé de 101 degr. 6 ①, & la diſtance apparante dudit centre à l'apogée de 94 deg. 24 ①, avec leſquels l'eccentricité auroit eſté trouvée comme deſſus de 1170. Exemple, ſoit A B C deferant, ſon centre D, la terre E, apogée A, perigée C, centre d'epicycle B; ainſi que l'arc A B, ou l'angle A D B, face les mentionnez 101 deg. 6 ①: A E B les 94 deg. 24 ①, & le raid D B 10000. Ce qu'eſtant ainſi, le triangle D B E a trois termes cognus, comme l'angle D 78 deg. 54 ①, adjoinct des donnez 101 deg. 6 ① A D B, l'angle E les 94 deg. 24 ① ſuſdits, & le coſté D B 10000: par leſquels on aura le coſté E D, comme devant pour l'eccentricité requiſe, de 1170.




Secondement, j'ay poſé qu'au temps de la ſuſdite oppoſition advenuë au 15 Septembre 1584, la longitude apparante de l'apogée ſoit de 268 deg. 32 ①, d'autant que 8 ans 99 jours auparavant, je l'avois trouvé de 268 deg. 20 ①, par la 17 propoſition du premier livre, & que le meſme apogée par la 20 propoſition du premier livre, a parcouru 12 ①, leſquels adjouſtés aux 268 deg. 20 ①, vient comme au deuxieſme en l'ordre, 268 deg. 32.

Tiercement, A D B eſt l'argument du centre d'epicycle, comme au troiſieſme en l'ordre, 101 deg. 6.

Quartement, j'adjouſte A D B 101 deg. 6 ① à la longitude apparante de l'apogée A 268 deg. 32 ①, vient 9 deg. 38 ①, & en tel lieu de l'ecliptique eſt le poinct B, veu de D: mais le my-Saturne eſt en la ligne qui paſſe par E, & parallele à D B, par la 6 def. du premier livre, & D E n'a aucune raiſon palpable au raid de l'ecliptique, parquoy le my-Saturne eſt ſelon la poſition, comme au quatrieſme en l'ordre en l'ecliptique, 9 deg. 38.

Dont la demonſtration eſt manifeſte.

*Concluſion.* Nous avons donc trouvé par trois lieux donnés, &c.



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

## Proposition XLVI.

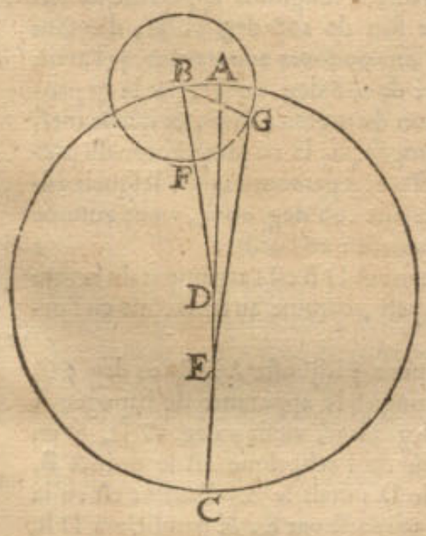
*Trouver la raison du raid du deferant de Saturne, au raid de l'epicycle, en telles parties que le raid du deferant en fait 10000: par voye Mathematique, fondée sur l'hypotheſe de terre immobile.*

*Le donné.* Je choisis quelque jour où Saturne est assez esloigné de l'apogée, ou perigée d'epicycle, comme pourroit estre entre autre le 90 apres le 10 Juin 1576: car il s'est esloigné de son perigée en 90 jours (par la 19 proposition du premier livre) de 85 deg. 42 ①, où il estoit pour lors audit 10 Juin 1576.

Declaration plus ample, Soit A B C deferant de Saturne, D son centre, E la terre, A apogée, où le centre de l'epicycle estoit au susdit 10 Juin 1576: mais en 90 jours apres est venu de A en B, faisant par la 21 proposition du premier livre, 3 deg. 1.

Je descris sur B comme centre, l'epicycle F G, & mene D B coupant iceluy en F, comme my-perigée, & d'autant que Saturne en l'epicycle a couru és 90 jours susdits 85 deg. 42 ①: je marque aussi en l'epicycle le poinct G, lieu de Saturne, & mene B G, ainsi que l'arc F G, ou l'angle F B G, signifie le mesme 85 deg. 42.

Puis ayant mené G E, je cerche où Saturne a esté trouvé par experience au 90 jour apres le 10 Juin 1576, qui estoit le 8 Septembre 1576, & le trouve és Ephemerides de *Stadius* au 265 deg. 8 ①: parquoy G est en l'ecliptique 265 deg 8 ①, mais A l'apogée est au 268 deg. 20 ①, par la 45 proposition de ce deuxiesme livre (car en ladite proposition il a esté trouvé au 15 Septembre 1584 au 268 deg. 32 ①, & en ces 8 ans 9 jours auparavant il falloit qu'il fust, par la 20 proposition du premier livre, de 12 ① plus en arriere) parquoy des susdits 268 deg. 20 ①, osté 265 deg. 8 ①, ce qui restera sera pour l'angle G E A 3 deg. 12.




*Le requis.* Il faut trouver le raid de l'epicycle en telles parties que le raid du deferant D B en fait 10000.

### Construction.

Le quadrangle B G E D a cinq termes cognus, assavoir

B D, 10000:
D E, 1170, par la 45 proposition precedente:
D B G, 85 deg. 42 ①, deuxiesme en l'ordre:
G E D, 3 deg. 12 ①, troisiesme en l'ordre:
B D E, 183 deg. 1 ① angle renversé, c'est B D A 3 deg. 1 ①.

Par lesquels on trouvera le costé B G, raid de l'epicycle par la doctrine des triangles de 1150: Dont la demonstration est evidente.

### Notez.

Au lieu de ces 1150, *Ptolemée* trouve 1083 au chap. 6. livre 11. car disant 60 parties donnent 6 parties 30 ① (telle est la raison à sa maniere) combien 10000? vient comme devant 1083.

*Conclusion.* Nous avons donc trouvé la raison du raid du deferant au raid de l'epicycle de Saturne, &c.

## Proposition XLVII.

*Trouver en une epoche donnée, la longitude de my-Saturne, la longitude apparante de l'apogée du deferant, l'argument du centre d'epicycle, & la moyenne longitude de Saturne en l'epicycle, par operation Mathematique, fondée sur l'hypotheſe de terre immobile.*

*Le donné.* Soit l'epoche, le cõmencement de l'an 1600.
*Le requis.* Il faut trouver le contenu de la propoſit.

### Construction.

Premierement pour trouver la longitude du my Saturne, je dis que le centre d'epicycle estoit en l'apogée de son deferant par la 45 proposition du deuxiesme livre, en l'an 1584 le 15 Septembre en l'ecliptique au 268 deg. 32.

Mais le my-Saturne estoit pour lors en ce lieu par la 16 def. du premier livre; parquoy comptant du 15 Septembre 1584 jusques au commencement de l'an 1600, on trouve y avoir 15 ans Egyptiens 110 jours, sur lesquels le cours du my-Saturne, par la 18 proposition du premier livre, est de 187 deg. 2.

Somme des deuxiesmes en l'ordre, sera pour la longitude requise du my-Saturne au commencement de l'an 1600 95 deg. 34.

Secondement, pour trouver la longitude apparante de l'apogée du deferant, elle estoit, par la 45 proposition du deuxiesme livre, au 15 Septembre 1584, au 268 deg. 32.

Le cours de l'apogée du deferant fait és susdits 15 ans Egyptiens 110 jours, par la 20 proposition du premier livre, 0 deg. 22.

La somme des deux derniers en l'ordre sera pour la longitude apparante de l'apogée, au commencement de l'an 1600, comme Epoche de 268 deg. 54.

Tiercement, pour trouver l'argument du centre d'epicycle, il estoit au 15 Septembre 1584, par la 45 proposition du deuxiesme livre, de 101 deg. 6.

Le cours du centre d'epicycle és susdits 15 ans Egyptiens 110 jours, par la 21 proposition du premier livre, est de 186 deg. 40 ①, qu'on trouve plus facilement ostant 22 ①, cinquiesme en l'ordre, de 187 deg. 2 ①, deuxiesme en l'ordre; car alors il reste aussi, 186 deg. 40.

La somme des deux derniers en l'ordre sera pour l'argument requis du centre d'epi-

cycle

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

cycle au commencement de l'an 1600 comme Epoche, de 287 deg. 46.
Quartement pour trouver la my-longitude de Saturne en l'epicycle; Saturne estoit au 10 Juin 1576, par la 17 proposition du premier livre, au my-perigée de l'epicycle, c'est 180 deg.
Et du 10 Juin 1576 jusqu'au commencement de l'an 1600, y a 23 ans Egyptiens 209 jours, auquel temps son cours en l'epicycle est de (par la 19 proposition du premier livre) 272 deg. 16.
Lesquels adjoustez au precedent, viendra pour la my-longitude requise de Saturne au commencement de l'an 1600, comme Epoche 92 deg. 16.
Dont la demonstration est manifeste.
*Conclusion.* Nous avons donc trouvé en l'Epoche donnee, &c.

## NOTEZ.

A cause de la citation de ces computations en l'Epoche je les mettray cy-dessous particulierement, comme s'ensuit.

*Lieux du cours de Saturne sur l'Epoche du commencement de l'an 1600.*

Longitude de my-Saturne 95 deg. 34.
Longitude apparante de l'apogée du deferant 268 deg. 54.
Argument du centre d'epicycle 287 deg. 46.
My-longitude de Saturne en l'epicycle 92 deg. 16.

## PROPOSITION XLVIII.

*TRouver au temps donné, la longitude du my-Saturne; la longitude apparante du deferant; l'argument du centre d'epicycle, & la my-longitude de Saturne en l'epicycle, par voye Mathematique, fondée sur l'hypothese de terre immobile.*

*Le donné.* Soit le temps donné, au 30 Decembre 1600.
*Le requis.* Il faut sur iceluy trouver le contenu de la proposition.

### CONSTRVCTION.

Par la 47 proposition precedente, on a trouvé le requis en l'Epoche du commencement de l'an 1600, ce qui a esté mis à part à la fin d'icelle, duquel temps jusques au 30 Decembre y a un an Egyptien:
Premierement, pour avoir la longitude du my-Saturne, elle estoit en l'Epoche au 95 deg. 34.
Son cours en un an Egyptien est, par la 18 proposition du premier livre, de 12 deg. 13.
Somme d'iceux, sera pour la longitude de my-Saturne au 30 Decembre 1600 107 deg. 47.
Secondement, pour trouver la longitude apparante de l'apogée du deferant, à celle de l'Epoche susdite qui estoit de 268 deg. 54.
Adjousté son cours en un an Egyptien, qui est, par la 20 proposition du premier livre, d'environ 0 deg. 1.
Viendra pour la requise longitude apparante de l'apogée du deferant au 30 Decembre 1600 268 deg. 55.
Tiercement, pour trouver l'argument du centre d'epicycle, elle estoit en l'epoche de 287 deg. 46.
A iceluy adjousté le cours du centre d'epicycle en un an Egyptien, qui fait par la 21 proposition du premier livre, 12 deg. 12.
Viendra pour le requis 299 deg. 58.
Quartement, pour trouver la my-longitude de Saturne en l'epicycle, à celle de l'Epoche susdite 92 deg. 16.
Adjousté le cours de Saturne en son epicycle en un an Egyptien, faisant par la 19 proposition du premier livre, 347 deg. 32.
Viendra pour le requis 79 deg. 48.
Dont la demonstration est manifeste.
*Conclusion.* Nous avons donc trouvé le cours de Saturne mentionné à la proposition au temps donné, selon le requis, &c.

## PROPOSITION XLIX.

*TRouver sur un temps donné la longitude apparante de Saturne, par voye Mathematique, fondée sur l'hypothese de terre immobile.*

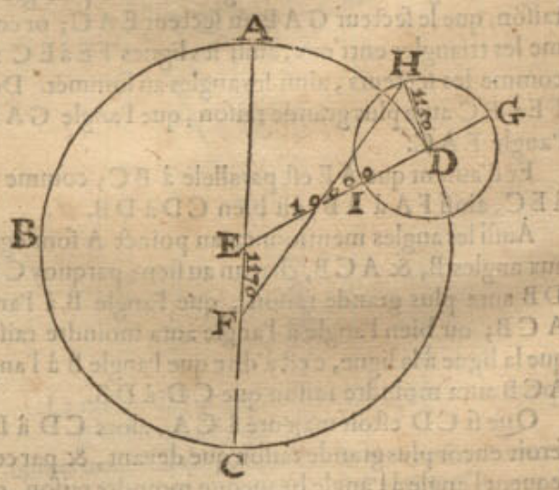
*Le donné.* Soit le 30 Decembre 1600.
*Le requis.* Il faut trouver la longitude apparante de Saturne.

### CONSTRVCTION.

Premierement je cerche la longitude apparante de l'apogée du deferant sur le 30 Decembre 1600, laquelle sera par la 48 proposition du deuxiesme livre, de 268 deg 55.
Secondement je cerche l'argument du centre d'epicycle sur ledit 30 Decemb. 1600, & sera trouvé par ladite 48 proposition de ce deuxiesme livre, de 299 deg 58.
Tiercement, la my-longitude de Saturne en l'epicycle audit 30 Decembre 1600; par la mesme 48 proposition, sera trouvée de 79 deg. 48.

### CONFIGURATION.

Ce qu'estant ainsi je construis une figure selon les nombres susdits, comme s'ensuit: Soit A B C D le deferant, son centre E, & la terre F, l'apogée A, laquelle soit comme au premier en l'ordre dans l'ecliptique, au. 268 deg. 55.
Soit l'argumẽt du centre d'epicycle ABCD, faisant comme le deuxiesme en l'ordre, 299 deg. 58.
Puis sur D comme centre je descris l'epicycle G H I, menant aussi la ligne E D G; ainsi que G denote le my-apogée, & marque le poinct H tellement, que l'arc G H, ou l'angle G D H signifie la my-longitude en l'epicycle (c'est à dire l'argument d'epicycle) faisant le troisiesme en l'ordre 79 deg. 48.




Je mene aussi D H, H F: ayant un quadrilatere croisé H D E F, de cinq termes cognus:



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

comme l'angle FED 119 deg. 58 ♉, (car de l'arc ABCD oſtant 180 deg. reſteront 119 deg 58 ♉ pour l'angle CED) puis l'angle HDE 100 deg. 12 ♉, veu que l'angle GDH eſt notifié cy-deſſus, ou l'arc GH; puis ED faiſant 10000 par l'hypotheſe: & EF eccentricité 1170, par la 45 propoſition du deuxieſme livre; puis finalement le raid DH, faiſant par la 46 propoſition de ce deuxieſme livre, 1150: par leſquels ſe trouvera l'angle EFH, de 49 deg. 36.

Mais l'angle EFH, eſt l'angle AFH, & puis que A eſt au 268 deg. 55 ♉ de l'ecliptique, par le premier en l'ordre de la configuration, duquel oſté 49 deg. 36 ♉, l'angle precedent reſtera pour le poinct H, aſſavoir pour la longitude de Saturne 219 deg. 19.

Dont la demonſtration eſt manifeſte.

*Concluſion.* Nous avons donc trouvé la longitude apparante de Saturne au temps donné, &c.

### Notez I.

Es tables de *Stadius*, on trouve le lieu de Saturne ſur le 30 Decembre 1600, au 219 deg. 48 ♑, qui differe de ceſte concluſion de 29 ♉.

### Notez II.

On euſt peu ſuivre icy la diſtance de la terre à Saturne, avec telles ſemblables propoſitions comme a eſté fait tant au Soleil és 23 & 24 propoſitions, qu'à la Lune és 39 & 40 propoſitions: mais d'autant que cela deſpend de l'hypotheſe de terre mobile, laquelle ſuivra cy-apres au troiſieſme livre, je delaiſſeray ceſte matiere juſques à ce que nous ſoyons parvenus là meſme. Il ſeroit auſſi requis de traiter de la latitude de Saturne, comme de la Lune; mais d'autant que *Ptolemée* n'en a rien eu de ſes devanciers, & que ce qu'il a fait de ſoy meſme eſt exorbitant, nous ne la meſlerons avec les precedentes pour les raiſons qui en ſont deduites en leur lieu, mais ſeulement en la ſeptieſme diſtinction particulierement.

### *Maintenant des ſtations & retrogradations de Saturne.*

S'enſuivent premierement trois Theoremes pour ceſte matiere, non ſeulement pour Saturne, mais en general des autres planetes, qui ont ſtation & retrogradation, comme Jupiter, Mars, Venus & Mercure.

### Theoreme. Proposition L.

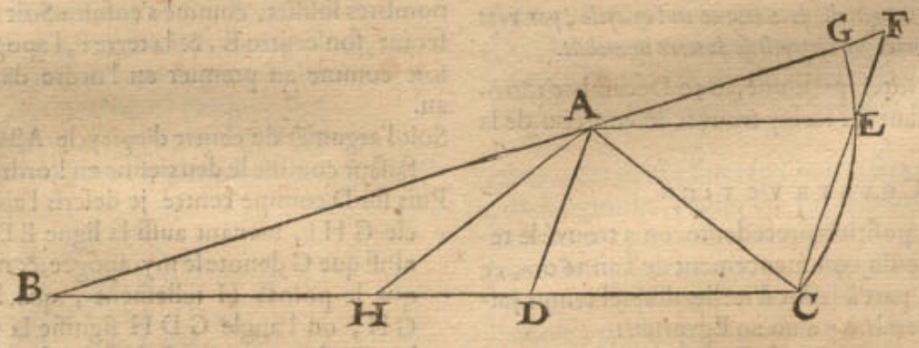
[*Ptolem. lib. 12. cap. 1. Regiom. lib. 12. propoſ. 3. Copernic. lib. 5. cap. 35.*]

*Le coſté du triangle rectiligne coupé en deux, ainſi que l'une partie ne ſoit moindre à ſon coſté adjaçant: la raiſon de l'angle adjaçant à l'autre partie, à l'angle adjaçant à la premiere partie, eſt moindre que la raiſon de la premiere partie à l'autre.*

*Le donné.* Soit ABC un triangle rectiligne, dont le coſté BC ſoit coupé en D, tellement que la partie CD ne ſoit moindre au coſté AC qui luy eſt adjaçant: & poſez premierement que CD ſoit egale à AC.

*Le requis.* Il faut demonſtrer que la raiſon de l'angle B à l'angle BCA eſt moindre, que la raiſon de CD à DB.

*Preparation.* Soit menée DA, puis AE egale & parallele à DC, puis CE, rencontrant BA en F: D'avantage du centre A, comme centre, ſoit fait l'arc CG, par le poinct C, lequel paſſera de neceſſité par E, d'autant que AC & AE ſont egales.




### Demonstration.

Le triangle FAE au triangle EAC a plus grande raiſon, que le ſecteur GAE au ſecteur EAC; or comme les triangles entr'eux, ainſi les lignes FE à EC: & comme les ſecteurs, ainſi les angles au ſommet. Donc FE à EC aura plus grande raiſon, que l'angle GAE à l'angle EAC.

Et d'autant que AE eſt parallele à BC; comme FE à EC, ainſi FA à AB, ou bien CD à DB.

Auſſi les angles mentionnez au poinct A ſont egaux aux angles B, & ACB, chacun au ſien; parquoy CD à DB aura plus grande raiſon, que l'angle B à l'angle ACB; ou bien l'angle à l'angle aura moindre raiſon, que la ligne à la ligne, c'eſt à dire que l'angle B à l'angle ACB aura moindre raiſon que CD à DB.

Que ſi CD eſtoit majeure à CA, alors CD à DB ſeroit encor plus grande raiſon que devant, & par conſequent l'angle à l'angle beaucoup moindre raiſon, que CD à DB.

*Concluſion.* Le coſté d'un triangle rectiligne coupé, &c.

### Theoreme. Proposition LI.

[*Ptolem. lib. 12 cap. 1. Regiom. lib. 12. propoſ. 4.*]

*Si la raiſon du cours du centre de l'epicycle, au cours de la planete en l'epicycle, eſtoit majeure que celle du raid d'epicycle, à la ligne du centre de la terre, & le perigée de l'epicycle: la planete ne pourra eſtre retrograde.*

*Le donné.* Soit ABC un epicycle, D ſon centre, & E le centre de la terre, A l'apogée, C perigée, par leſquels eſt mence ADCE; & que la raiſon du cours du centre D, au cours de la planete en l'epicycle, ſoit majeure que la raiſon de DC à CE.

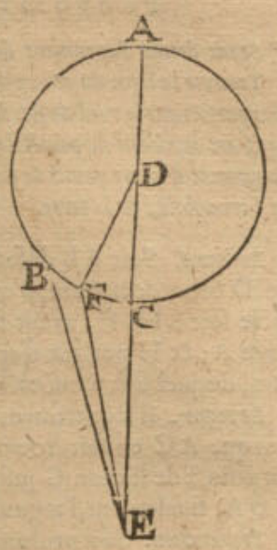
*Le requis.* Il faut demonſtrer que la planete ne pourra eſtre retrograde, c'eſt à dire qu'elle ne reculera pas.

### Demonstration.

S'il eſt poſſible qu'elle recule, cela ſe remarquera au plus fort, pres du perigée C; ſoit donc FC un arc pres d'iceluy, & mences DF, FE; alors par la precedente propoſition DC n'eſtant moindre à DF, l'angle FEC à l'angle FDC ſera une raiſon moindre à celle de

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

de DC à CE, mais nous prenons que les mouvemens soyent l'un à l'autre en plus grãde raison, encor que DC à CE; à plus forte raison la raison des mouvemens sera majeure que l'angle FEC à l'angle FDC; soit donc cõme l'angle BEC à FDC: la planete en l'epicycle faisant l'arc CF, qui est l'angle FDC; le centre de l'epicycle fera en mesme temps l'angle DEß, & partant que l'angle visuel DEB est majeur à CEF, le cours du centre de l'epicycle excedera celuy de la planete à la veuë de E, ce qui est contre la retrogradation: donc la planete ne pourroit reculer: & de mesme estant F de l'autre costé de C.




*Conclusion.* Si donc la raison du cours du centre de l'epicycle, au cours de la planete en l'epicycle estoit majeure que celle du raid d'epicycle, à la ligne du centre de la terre & le perigée d'iceluy epicycle: la planete ne pourra reculer.

### Corollaire I.

Par la converse de ceste proposition s'ensuit, que lors que la raison est moindre, qu'alors la planete reculera, mais que la raison soit moindre au cours de Saturne appert comme s'ensuit: Le cours du centre d'epicycle par la 18 proposition du premier livre, sur un jour est de 2☉, 0, 3.

Son cours en l'epicycle sur un jour est par la 19 proposition du premier livre, de 57☉, 7, 44.

Le raid d'epicycle est par la 47 proposition de ce deuxiesme livre, de 1165.

La ligne entre le centre de la terre & le perigée de l'epicycle (lors qu'il est le plus esloigné de la terre) fait par la 46 proposition de ce deuxiesme livre, 10064.

Parquoy disant 2☉, 0, 3, donne 57☉, 7, 44. combien 1165? vient 33264.

Donc la raison de 2☉, 0, 3. à 57☉, 7, 44. estant comme 1165 à 33264, laquelle est moindre à la raison de 1165 à 10064, qui est raison du raid à la ligne du centre de la terre au perigée d'epicycle; alors la planete de Saturne reculera, & à plus forte raison reculera-elle, n'estant au plus loing de la terre, veu que la distance sera moindre que 10064.

### Corollaire II.

Pour faciliter quelques computations suivantes on pourra remettre la raison desdits cours en entiers; disant 57☉, 7, 44 donnent 2☉, 0, 3. combien 10000? viendra 350, tellement que la raison du cours en l'epicycle au cours du centre d'epicycle, sera comme 1000 à 35.

### Theoreme. Proposition LII.

[*Ptolem. lib. 12. cap. 1. Regiom. lib. 12. propos 5.*]

*Estant menée une ligne du centre de la terre par l'epicycle, ainsi que la moitié de l'intercepté dans l'epicycle, aye telle raison à la partie hors d'iceluy, comme le cours du centre d'epicycle, au cours de la planete en l'epicycle: le poinct d'intersection en l'epicycle sera le poinct de station de la planete.*

*Le donné.* Soit ABCD un epicycle, E son centre, F centre de la terre, & menée FDEA, aussi que le cours du centre d'epicycle, au cours de la planete en iceluy epicycle soit moindre que ED à DF (autrement la planete ne pourroit reculer par la 51 proposition precedente) mais bien egale à la raison (apres avoir mené FB tellement) de HG (moitié de BG) à GF.

*Le requis.* Il faut demonstrer que le poinct G sera le poinct de station de la planete.

### Notez.

Nous diviserons la demonstration en deux, assavoir que la planete de C en G, est tousiours directe, mais de G vers D est tousiours retrograde: concluant de cela que G sera le poinct de station.

### *Preparation de la premiere partie de la demonstration.*

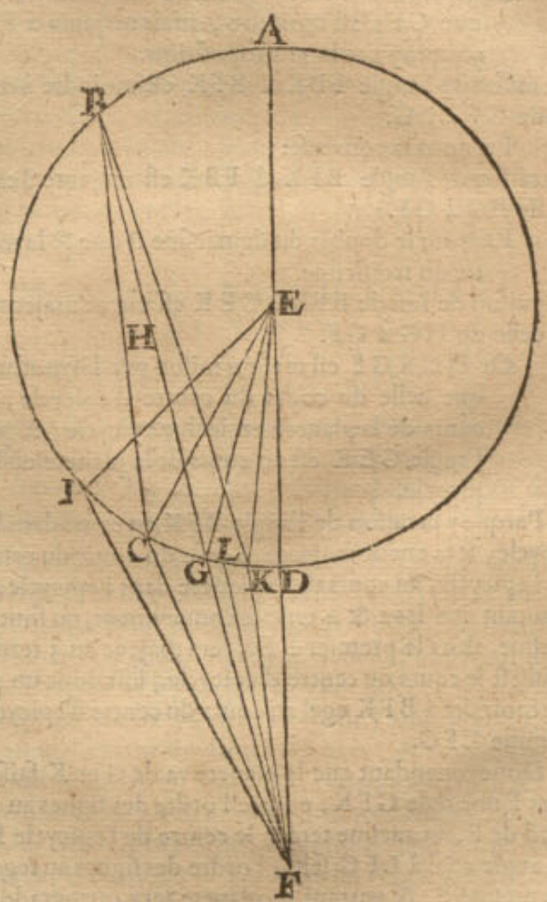
Soit prins un arc de C en G, comme mouvement de la planete en l'epicycle vers le perigée, & menees les lignes FC, FG, EG, EC, ainsi que CEG est l'angle du cours de CG; où nous voulons demonstrer que la planete est tousiours directe.

### *1 Partie de la demonstration.*

Le triangle BCF a son costé BF coupé en G, ainsi que BG n'est moindre, mais majeure à BC: parquoy par la 51 proposition,

La raison de l'angle BFC à FBC est moindre à celle de BG à GF.

Prenons le double des deuxiesme & quatriesme termes, alors,




La raison de l'angle BFC à CEG est moindre que BG au double de GF.

Prenons la moitié des troisiesme & quatriesme termes,

Alors la raison de l'angle BFC à CEG sera encor moindre à celle de HG à GF.



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

Or HG à GF eſt meſme raiſon par l'hypotheſe, que celle du cours du centre d'epicycle, au cours de la planete en icelui epicycle; & puis l'angle CEG eſt un cours de la planete en l'epicycle.

Parquoy la raiſon de l'angle BFC au cours dans l'epicycle ſera encor moindre à celle du cours du centre d'epicycle, au cours de la planete en l'epicycle; & d'autant que les deuxieſme & quatrieſme termes conviennent, alors le premier BFC ſera moindre au troiſieſme terme, qui eſt le cours du centre d'epicycle: ſoit donc un plus grand que BFC egal au cours du centre d'epicycle, comme BFI.

Donc cependant que la planete va de C en G, faiſant vers F un angle GFC, contre l'ordre des ſignes en meſme temps le centre de l'epicycle fait un angle egal à BFI, ou GFI, ſelon l'ordre des ſignes; & partant la planete ſera directe de C vers G, pource que la planete s'eſt meuë plus avant par le moyen du cours du centre de l'epicycle, qu'elle ne pourroit reculer par le moyen de ſon cours en l'epicycle de l'angle CFI.

Maintenant pour prouver qu'elle recule en ſe mouvant de G vers D, nous ferons ceſte

### *Preparation de la 2 partie de la Demonſtration.*

Soit prins un arc de G en K, comme mouvement de la planete en l'epicycle vers le perigée D, & menées les lignes FK, EK.

### *Demonſtration de la 2 partie.*

Le triangle BKF a ſon coſté BF coupé en G, ainſi que GF n'eſt moindre, mais majeure à FK: parquoy par la 51 propoſition,

La raiſon de l'angle FBK à BFK eſt moindre à celle de GF à BG.

Prenons la converſe:

La raiſon de l'angle BFK à FBK eſt majeure à celle de BG à GF.

Prenons le double du deuxieſme terme & la moitié du troiſieſme.

La raiſon de l'angle BFK à GEK eſt encor majeure à celle de HG à GF.

Or HG à GF eſt meſme raiſon par l'hypotheſe, que celle du cours du centre d'epicycle, au cours de la planete en iceluy epicycle; & puis l'angle GEK eſt un cours de la planete en l'epicycle.

Parquoy la raiſon de l'angle BFK, au cours dans l'epicycle, ſera encor majeure, à celle du cours du centre de l'epicycle, au cours de la planete dans l'epicycle; & d'autant que les 2 & 4 termes conviennent, ou ſont de meſme, alors le premier BFK ſera majeur au 3 terme, (qui eſt le cours du centre d'epicycle,) ſoit donc un angle moindre à BFK egal au cours du centre d'epicycle, comme LFG.

Donc cependant que la planete va de G en K, faiſant vers F un angle GFK, contre l'ordre des ſignes au regard de F, au meſme temps le centre de l'epicycle fait un angle egal à LFG, ſelon l'ordre des ſignes au regard du meſme F, & partant la planete ſera retrograde en GK, d'autant que la planete a plus reculé par le moyen de ſon cours en l'epicycle, qu'elle n'a avancé par le moyen du cours du centre de l'epicycle, de l'angle LFK.

*Concluſion.* Eſtant donc menée une ligne, &c.

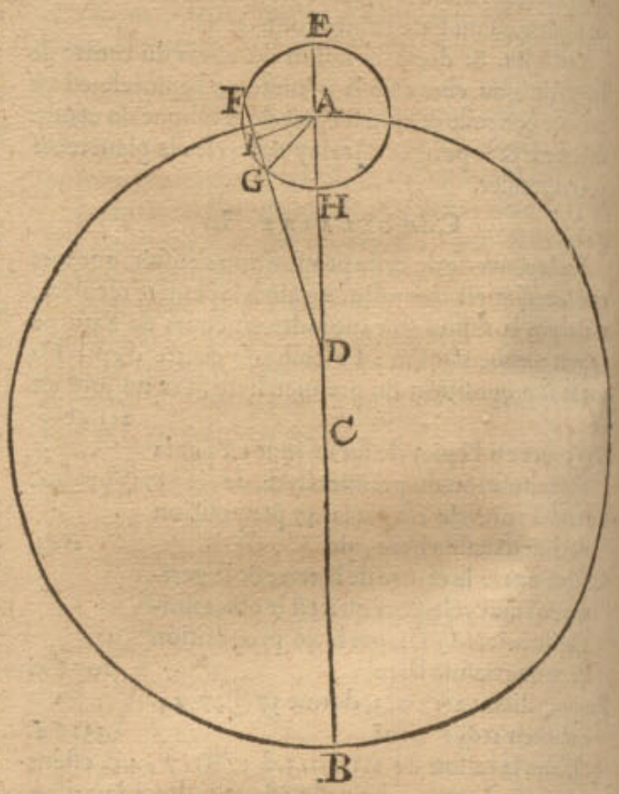
## Proposition LIII.

*Eſtant donné l'argument du centre d'epicycle de Saturne; Trouver la ligne du centre de la terre au poinct de ſtation en telles parties que le raid de ſon deferant en fait* 10000; *davantage l'arc apparant du poinct de ſtation au centre de l'epicycle, & l'argument d'iceluy poinct de ſtation, par voye Mathem. fondée ſur l'immobilité de la terre.*

*Le donné.* Soit AB deferant de Saturne, C ſon centre, D celuy de la terre, B apogée & A perigée, & l'epicycle ſoit BFGH, ayant ſon centre (je prens) au perigée A; & H perigée d'epicycle, & G poinct de ſtation, duquel ſoit menée GD, puis AG.

*Le requis.* Il faut trouver la ligne DG, en telles parties que AC en fait 10000: Puis l'arc apparant dudit poinct de ſtation G juſqu'au centre A (c'eſt l'angle GDA) finalement, l'argument de G, qui eſt l'arc EFG.

*Preparation.* Soit prolongée DG juſques en F, & puis I au milieu de FG.




### Construction.

| | |
|---|---|
| La ligne DH fait par la 46 prop. | 7606. |
| Multipliée par ED 9936 (aſſavoir DH 7606 & HE double de AH 1165, par la 47 prop.) vient pour le rectangle EDH ou FDG, | 75573216. |
| Mais FD à DG eſt en raiſon comme 1070 à 1000, (pource que par le 2 corollaire de la 51 propoſ. IG à GD eſt comme 35 à 1000) & FD à DG eſt comme le rectangle de FDG au quarré de DG; je dis donc 1070 donne 1000, combien donnera 75573216? viendra pour le quarré de DG | 70619174. |
| Sa racine pour DG la requiſe | 8404. |
| En telles parties que AC en fait | 10000. |

Pour le reſte, le triangle AGD a 3 termes cognus, qui ſont les 3 coſtez, aſſavoir DA 8771, par la 46 prop. AG raid de l'epicycle 1165, par la 47 prop. & DG 8404, 4 en l'ordre: Par leſquels cerchés l'angle GDA

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

GDA pour l'arc apparant requis du poinct G au centre A de 7 deg. 23.
Et l'angle D A G de 67 deg 58 ①, dont l'adjoinct est pour E A G, ou l'arc E G, argument d'epicycle requis du poinct de station G 112 deg. 2.
Dont la demonstration est manifeste.

*Conclusion.* Estant donc donné l'argument du centre de l'epicycle de Saturne, nous avons trouvé, &c.

### Corollaire I.

D'autant que par ceste prop. est cognu l'arc apparant du poinct de station de Saturne au centre de l'epicycle, & que ledit centre a sa longitude apparante cognue par la 49 prop. il s'ensuit que la longitude apparante du poinct de station de Saturne sera cognue.

### Corollaire II.

Il est aussi evident qu'on pourra faire des tables des arcs apparans, du poinct de station au centre de l'epicycle de Saturne, & aussi l'argument d'epicycle dudit poinct de station, de degré en degré.

### Notez I.

La chose a esté posée cy-dessus comme si le cours apparant du centre de l'epicycle estoit tousiours de mesme & uniforme, le long de la retrogradation, & si le perigée de l'epicycle demeuroit tousiours en mesme lieu: Ce qui seroit bien ainsi, si le deferant estoit concentrique; mais estant eccentrique, & par consequent le cours apparant du centre de l'epicycle inegal, aussi le perigée de l'epicycle changeant continuellement de lieu en lieu, causeront de la difference en la computation de l'arc de retrogradation: Toutesfois és escrits des anciens qui sont venus és mains de *Ptolemée* semble qu'ils ayent voulu dire que la difference susdite est imperceptible: Mais *Regiomonte* au 12 liv. prop. 9. deduict la qualité de telle difference theoriquement. Si quelqu'un veut sçavoir, & recercher de quelle grandeur elle est, & si elle est si notable qu'on y doive prendre garde, pourra avoir esgard à l'operation.

### Notez II.

Jusqu'icy a esté descrit Mathematiquement la cause & qualité de la retrogradation des planetes qui ont des epicycles: touchant ceux qui se meuvent en des eccentriques seulement, comme le Soleil & la Lune, il est manifeste qu'il est impossible qu'ils patissent de retrogradation, quelle raison qu'on puisse poser entre le cours d'iceux en l'epicycle, & le cours de l'apogée, ou bien entre l'eccentricité, au raid du deferant; car si pres que ce soit qu'on pose la terre de la circonference, c'est tousiours direction, voire quand elle seroit en la circonference mesme, encor n'y auroit-il qu'un poinct de station, qui seroit à l'instant lors que le centre de la planete passeroit dans l'œil du spectateur, sans nulle retrogradation.

### Notez III.

Encor faut-il sçavoir que les anciens, comme escrit *Ptolemée*, ont observé deux extremes apparitions des astres, comme commencement & fin; assavoir commencement, lors qu'on les voit premierement apres avoir esté long temps cachés: mais fin, lors que les ayant veu quelque temps, ils disparoissent ou n'apparoissent par apres pour quelque temps, lesquelles extremes apparitions se font environ l'horizon; ce qui fust observé d'eux, afin qu'on puisse sçavoir auparavant quand c'est qu'on les pourroit voir premierement, & à ceste fin on observe jour pour jour lequel est le dernier qu'on les peut voir, recerchant de combien le Soleil est alors deprimé sous l'horizon, (les plus grandes apparoissent plustost au soir, & plus tard au matin que les moindres) alors en telle depression se cognoistra leur extremes apparitions. Par exemple, *Ptolemée* dit avoir observé que le Soleil estant 11 deg. sous l'horizon qu'alors Saturne estoit en son extreme apparition: tellement que cognoissant cela, on pourra calculer (sçachant la latitude du lieu & la longitude apparante du Soleil au temps & lieu où se fait l'observation) quel arc de l'ecliptique sera celuy de l'extreme apparition, ce qui reçoit beaucoup de diversité veu l'obliquité de l'ecliptique.

Il faut aussi remarquer, que pour avoir plus de certitude és extremes apparitions des planetes, seroit necessaire de prendre garde à leurs distances de la terre, en l'une & l'autre extreme apparition, lesquelles nommément sont fort diverses en Mars, & font changer de beaucoup les diametres visuels, & partant en l'une apparition doivent estre plus esloignées du Soleil qu'en l'autre, nonobstant que les angles de l'ecliptique & l'horizon soyent egaux.

## MAINTENANT DES COURS DE Jupiter et de Mars.

Les cours de Jupiter & de Mars sont de mesme qualité que celuy de Saturne, soit en retrogradation, en station, aussi és apparitions extremes, y ayant seulement difference en quantité, ainsi que chacun pourra de soy-mesme remarquer leurs cours par le precedent de Saturne commençant à la 45 prop. tellement que je delaisse leur particuliere description, joinct que mon dessein n'est pas tel, comme il a esté dit autre part, mais seulement la maniere, selon mon opinion qu'on eust peu faire ayant les escrits des anciens qui sont perdus, ou d'autres nouveaux certains, necessaires à ceste science.

## MAINTENANT DU COURS DE Venus.

### Proposition LIV.

*Trouver la raison du raid du deferant de Venus, à l'eccentricité, & au raid de son epicycle, en telles parties que le raid dudit deferant en fait 10000, par voye Mathem. fondée sur l'hypothese de terre immobile.*

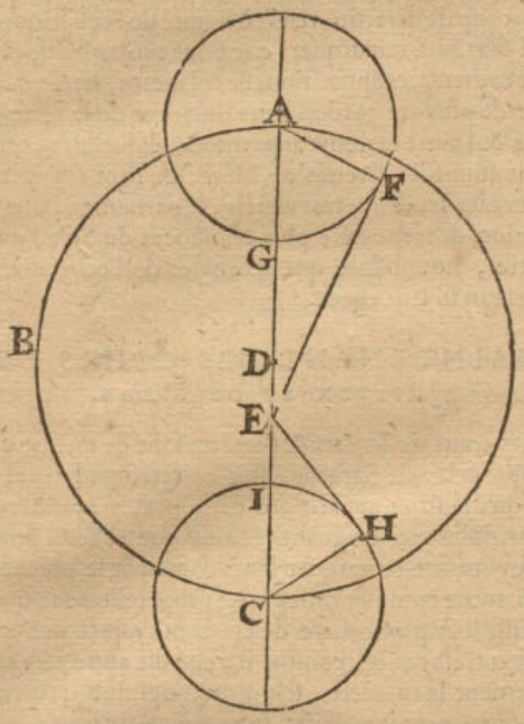
Je cerche en la table du corollaire de la 38 prop. du 1 liv. deux extremes eslongations du Soleil moyen, toutes deux matutines, ou vespertines, ou bien l'une matutine, l'autre vespertine comme il eschet; l'une lors que le Soleil moyen est à l'apogée ou pres de là, c'est par la 40 prop. du 1 liv. à 76 deg. 20 ① de l'ecliptique avenant annuellement environ le 18 May, & trouve une telle au plus pres le 20 May 1563, estant icelle eslongation matutine de 44 deg. 21 ①. L'autre eslongation je la cerche estant le my-Soleil au perigée du deferant ou assez pres, qui est par la 40 prop. du 1 liv. en l'ecliptique au 256 deg. 20 ①, advenant annuellement environ le 18 Novembre, en trouvant donc une telle en la table susdite; au 12 Decembre 1602 au plus pres (il est bien vray que cecy differe plus que la chose ne le requiert, mais pourra passer, veu qu'és Ephemerides de *Stadius* on n'en trouve de plus precise, à cause de leur petitesse, & que cecy ne sert que d'exemple) estant une



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

eſlongation veſpertine de 47 deg. 17 ①. Cela eſtant ainſi nous pourſuivrons en ceſte maniere.

*Le donné.* Soit A B C deferant, D ſon centre, E la terre, A l'apogée, ſur lequel comme centre ſoit deſcrit l'epicycle F G, & menant la ligne E F, touchant l'epicycle en F, puis menée A F; Davantage ſoit C le perigée, & ſemblablement l'epicycle H I ſur iceluy comme centre, E H touchante en H, & menée C H; je prens auſſi que Venus en ladite eſlongation matutine ayt eſté en F, ainſi que l'angle de l'eſlongation A E F, face comme deſſus 44 deg. 21 ①: Et qu'en la veſpertine elle ayt eſté en H, ainſi que l'angle de l'eſlongation C E H face les ſuſdits 47 deg. 17 ①.




*Le requis.* Il faut trouver la raiſon ternaire de D C, D E & A F, en telles parties que D A en face 10000.

### Construction.

Le triangle E A F a trois termes cognus, comme A F, le prenant premierement 10000, l'angle A F E droict, & A E F 44 degr. 21 ① par le donné; ainſi donc on trouvera A E de 14306.

Pareillement le triangle E C H a trois termes cognus, aſſavoir C H 10000, l'angle C H E droit, & l'angle C E H 47 degr. 17 ①, par leſquels on trouvera le coſté C E, de 13611.

Auquel adjouſté A E 14306, premier en l'ordre, viendra pour le diametre A C 27917.

Sa moitié pour le raid D C 13958.

Tellement que nous avons la raiſon des 3 lignes D C, D E, A F, aſſavoir comme 13958, 347, 10000. Mais il eſt requis que D C face 10000; on l'y remettra donc & ſera D E 249.

Le raid de l'epicycle A F 7164.

En telles parties que D C fait 10000.

Dont la demonſtration eſt manifeſte par l'operation.

*Concluſion.* Nous avons donc trouvé la raiſon, &c.

### Notez I.

Au lieu des D C 10000, D E 249, A F 7164; *Ptolemée* trouve 10000, 208, 7194: mais en partie ſexagenaire, 60 parties; 1 partie 15 ①, & 43 parties 10 ①.

### Notez II.

Ayant trouvé en ceſte propoſition la raiſon des 3 lignes ſuſdites, on pourroit par icelles deſcrire telles prop. comme a eſté fait de Saturne, apres l'invention de telles lignes és 45 & 46 prop. mais d'autant qu'on procede de là en avant comme alors, nous delaiſſerons la deſcription ulterieure, comme a auſſi eſté entendu de Jupiter & de Mars.

## MAINTENANT DU COURS DE MERCURE.

Pource que le cours de Mercure eſt de meſme qualité que celuy de Venus, en la ſimple hypotheſe de terre immobile, nous le tiendrons par iceluy comme cognu, delaiſſant comme a eſté dit de Jupiter & Mars, ſa particuliere deſcription.

## CINQVIESME DISTINCTION DU SECOND LIVRE,

De l'invention de la conjonction, oppoſition, & eclipſe des planetes, par voye Mathematique, fondée ſur l'hypotheſe de terre immobile.

### SOMMAIRE DE CESTE CINQUIESME DISTINCTION.

*Es precedentes 2, 3 & 4 diſtinctions a eſté parlé des Planetes, chacune en particulier, maintenant ſuivront des choſes qui leurs ſont communes, compriſes en 9 propoſitions, dont les deux premieres ſont des conjonctions & oppoſitions des planetes, & voila touchant les 55 & 56 propoſitions: quant aux 57, 58, 59, 60, 61, 62 & 63, elles appartiennent & traitent des eclipſes des planetes.*

*Il faut auſſi eſtre adverty que combien qu'en parle icy generalement des conjonctions, oppoſitions & eclipſes des planetes, que neantmoins nous ne donnerons que des exemples du Soleil & de la Lune: & finalement ſera conclud que la generalité comprend les autres auſſi.*

### Definition I.

*ARc d'incidence d'eclipſe, eſt l'arc du commencement de l'eclipſe juſques à ce que les centres des planetes ſoyent en conjonction ou oppoſition: & le temps qu'il faut en cela, eſt dit temps d'incidence.*

### Definition II.

*ARc excident d'eclipſe, eſt l'arc depuis la conjonction, ou oppoſition des centres des planetes, juſques à la fin de l'eclipſe: & le temps qu'il faut en cela, s'appelle temps excident.*

### Proposition LV.

*TRouver à quel temps adviennent les conjonctions moyennes du Soleil & de la Lune, & quelle longitude elles ont alors, puis en faire des tables.*

*Le donné.* Soit le temps donné à l'epoche du commencement de l'an 1600.

Le

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

*Le requis.* Il faut trouver combien de temps apres ladite epoche adviendra la premiere conjonction moyenne du Soleil & de la Lune.

CONSTRVCTION.

Le my-Soleil eſtoit en ladite epoche, par la 9 propoſition du deuxieſme livre, en l'ecliptique au 288 deg. 48.
Et la my-Lune, par la 31 propoſition du deuxieſme livre, au 224 deg. 5.
Lequel ſouſtrait du precedent, reſtera ce que la my-Lune a à gaigner devant la conjonction du my-Soleil 64 deg. 43.
Pour trouver maintenant combien de temps elle mettra pour parcourir autant, je dis, la my-Lune pour gaigner ſur le my-Soleil 12 deg. 11. 27. court par la 11 propoſition du premier livre, un jour, combien courra-elle pour gaigner 64 deg. 43 ①, troiſieſme en l'ordre? vient 5 jours 7 heures 24 ①, leſquels enumerés depuis l'epoche, vient pour le requis en l'an 1600, 5 Jan. 7 heures 24 ①.
Auquel temps ſera trouvé la my-Lune avoir en longitude par la 32 propoſition du deuxieſme livre, de 294 deg. 2.

La preuve de cecy eſt que le my-Soleil, au meſme temps ſera par la 10 propoſition du deuxieſme livre, au meſme lieu, tellement qu'alors ils eſtoyent conjoincts.

Mais pour en deſcrire une table, je dis: le gain de Lune de 12 deg. 11. 26. 33. 43. 21. 5. donne un jour par l'onzieſme propoſition du premier livre, combien le gain de Lune de 360 deg.? vient pour le temps d'une my-Lunaiſon 29 jours 12 heures 44 ① 11 ② : leſquels adjoincts au 5 Janvier 7 heures 24 ①, quatrieſme en ſordre, viendra en l'an 1600 ſur le 3 Fevr. 20 heures 8 ① 11 ② pour le temps de la ſeconde my-Lunaiſon. Et de là autrefois en 29 jours 12 heures 44 ① 11 ② viendra eſchoir en l'an 1600 ſur le 3 Mars 8 heures 52 ①, 22 ② : Et ainſi tant qu'on voudra. Exemple:

COMMENCEMENT D'UNE TABLE des my-conjonctions de Soleil & de Lune.

| *Ans.* | | *heures.* | ①. | ②. |
|---|---|---|---|---|
| 1600. | 5. Janvier. | 7. | 24. | 0. |
| 1600. | 3. Fevrier. | 20. | 8. | 11. |
| 1600. | 3. Mars. | 8. | 52. | 22. |

COROLLAIRE.

Il eſt evident que les my-oppoſitions; my-quadrils, & autres my-aſpects, ſont cognus par les precedens. Par exemple, pour avoir le temps de my-oppoſition, apres la my-conjonction du 5 Janvier 7 heures 24 ①, j'y adjouſte la moitié des ſuſdits 29 jours 12 heures 44 ①, qui ſont 14 jours 18 heures 22 ①, vient pour le requis, le 20 Janvier 1 heure 46 ① en l'an 1600: & ainſi des autres. Et appert comment on pourra adjoindre à iceux la longitude en l'ecliptique où icelles ſont advenuës, comme cy-deſſus. Auſſi que ceſte regle eſt generale pour les autres planetes.

*Concluſion.* Nous avons donc trouvé à quel temps, &c.

PROPOSITION LVI.

*TRouver à quel temps adviennent les conjonctions du Soleil & de la Lune, & en quelle longitude apparante, veuë du centre de la terre.*

*Le donné.* Soit à commencer au principe (ou epoche) de l'an 1600.

*Le requis.* Il faut trouver en combien de temps apres, adviendra la premiere conjonction du Soleil & de la Lune, veuë du centre de la terre.

CONSTRVCTION.

La premiere my-conjonction adviendra par la 55 propoſition en l'an 1600, 5 Janv. 7 heures 44.
Et ce en l'ecliptique 294 deg. 2.
Si maintenant au ſuſdit 5 Janvier 7 heures 44 ① le vray Soleil & Lune n'avoyent aucune proſtaphereſe, ou qu'ils ayent egale aphereſe, ou egale proſtheſe, il appert qu'au meſme temps ſeroit leur vraye conjonction: Mais le Soleil a alors par la 8 prop. proſtheſe de 36 ①, & la Lune aphereſe par la 30 prop. de 4 deg. 16 ①, leſquels adjouſtez (je dis adjouſtez, eſtant de proſtaphereſe diſſemblable, autrement eſtant de ſemblable, il les faudroit ſouſtraire l'un de l'autre) viendra la diſtance de la Lune au Soleil, eſtant la Lune derriere le Soleil 4 deg. 52.
Il faut puis apres trouver combien la vraye Lune doit courir pour gaigner ces 4 deg. 52 ① du Soleil: A ceſte fin j'oſte ladite aphereſe de la Lune 4 deg. 16 ① des 294 deg. 2 ①, deuxieſme en l'ordre, reſte pour l'apparante longitude de la vraye Lune audit 5 Janvier 7 heures 44 ①, 289 deg. 46.
Voyant puis apres en la table de l'onſieſme prop. du 1 liv. qu'elle gaigne en ſon moyen mouvement en une heure environ demy degré, ou pour dire autrement qu'elle met 2 heures à faire 1 degré, qui eſt 8 heures pour 4 degrez (des 4 deg. troiſieſme en l'ordre) touchant les 52 ①, je les delaiſſe pour les raiſons ſuivantes: Les ſuſdites 8 heures eſtant donc adjouſtées au temps cy-deſſus viendra l'an 1600 le 5 Janv. 15 heur. 44 ①.
Auquel temps je cerche la longitude apparante de la vraye Lune, & la trouve par la 33 prop. de ce 2 livre, au 294 deg. 24.
Duquel oſté 289 deg. 46 ①, quatrieſme en l'ordre, reſtera pour le cours de la vraye Lune à 8 heures en ce lieu, de 4 deg. 38.
Duquel oſté le moyen mouvement du Soleil ſur 8 heures (il eſt bien vray qu'il faudroit avoir le cours apparant en ce lieu pour eſtre comme il faut, mais en ſi peu de temps il n'y a pas de difference notable, tellement que pour abbreger, il faut prendre le moyen mouvement) qui fait par la 3 prop. du 1 liv. 20 ①.
Reſte pour le vray gain Lunaire en ce lieu, en 8 heures de 4 deg. 18.
Diſant puis apres 4 deg. 18 ① donnent leſdites 8 heures, combien 4 deg. 52 ① cy-deſſus? vient 9 heures 3 ①.
Leſquels adjouſtez au 5 Janv. 7 heur. 44 ① vient pour le temps requis de la conjonction l'an 1600 le 5 Janv. 16 heures 47 ①.
Sur le meſme temps eſt trouvé par la 33 propoſ. du 2 liv. que la vraye Lune avoit en longitude apparante pour le requis 295 deg.
La preuve de cela eſt qu'au meſme temps la longitude apparante du Soleil eſt par l'onſieſme propoſ. auſſi de meſme.

*Conclu-*

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

*Conclusion.* Nous avons donc trouvé à quel temps adviennent les conjonctions, &c.

### Corollaire I.

Il appert que par la precedente on trouvera aussi le temps, & l'apparante longitude des oppositions, quadrils aspects, & autres aspects du Soleil & de la Lune, & que ceste regle est commune aux autres planetes.

### Corollaire II.

Ayant remarqué que la supputation cy-devant a esté faite selon le requis de la proposition, assavoir touchant la conjonction veuë du centre de la terre, ce qui n'arrive pas tousiours ainsi estant veuë du dessus de la terre, à cause que la Lune a des parallaxes plus grandes que le Soleil; ce qui differe notablement aux conjonctions: Il est evident que pour venir à la conjonction veuë sur la terre, il faudra adjouster ou soustraire à celle de la proposition autant qu'emporte la parallaxe en longitude, des deux planetes, laquelle parallaxe est cognue par les 27 & 43 prop. & la somme & reste est la longitude apparante requise. Puis on verra quel temps il faut à la Lune pour gaigner tel arc, egal à la susdite parallaxe (ce qui est cognu par ceste prop. 56 au 9 en l'ordre, ou appert que 4 deg. 18 ☽ donnent là 8 heures) & ce qui en vient adjousté ou soustraict de l'onziesme en l'ordre de ceste 56 prop. selon que la chose le requiert, la somme, ou reste sera le temps cerché.

### Corollaire III.

Veu que par ceste 56 prop. est cognue la longitude apparante des conjonctions & oppositions des vrais Soleil & Lune, & par la 37 propos. la longitude des nœuds, de là s'ensuit qu'on pourra cognoistre l'arc entre la Lune & le nœud, veu du centre de la terre, au temps de conjonction ou opposition.

## *Maintenant de l'eclipsation ou obscurcissement de la lumiere des planetes.*

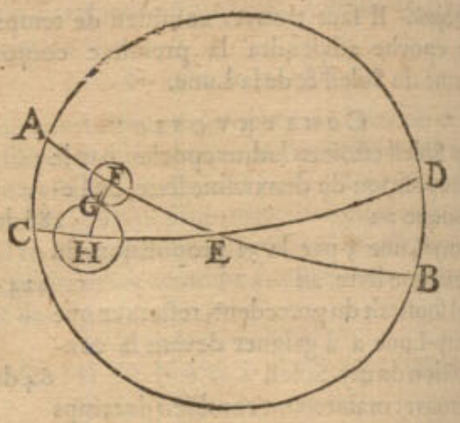
### Proposition LVII.

*TRouver l'arc du deferant de la Lune entre le nœud & l'extremité où peut advenir eclipse de Lune, au plus grand qu'il est possible.*

Veu que les eclipses adviennent assez pres des nœuds, tant en conjonctions qu'en oppositions, & non pas quand icelles conjonctions & oppositions se font trop loing desdits nœuds, tellement qu'il est bon de sçavoir le plus loing des nœuds qu'il est possible que les eclipses adviennent; dequoy traiteront ces 57 & 58 propositions.

*Le donné.* Soit AB le deferant de la Lune, CD l'ecliptique, E le nœud, FG la Lune; son raid comme arc de la grandeur de la moitié de son diametre visuel majeur (& partant FE la plus grande distance) soit FG, faisant par la 30 propos. 17 ☉ 30 ☽: & GH soit l'arc de la grandeur du demy-diametre visuel de la base du cone nocturne, le plus grand qu'il est possible, trouvé par la 44 prop. de 50 ☉, ainsi donc que F sera l'extremité de l'arc majeur FE où les eclipses de la Lune peuvent advenir; car plus grand que FE elles seront separées, assavoir la Lune & l'obscurité GH.

*Le requis.* Il faut trouver l'arc EF.




### Construction.

| | |
|---|---|
| FG fait | 17 ☉ 30 ☽. |
| GH adjousté à iceluy, qui fait | 50 ☉ |
| Viendra pour FH | 1 deg. 7 ☉ 30 ☽. |

Le triangle FHE a trois termes cognus, assavoir HFE droit, FEH 5 deg. par la 36 prop. & le costé FH 1 deg. 7 ☉ 30 ☽, par lesquels on trouvera FE, pour l'arc requis par la 35 prop. des triangles spheriques, de 12 deg. 50 ☉.

Dont la demonstration est evidente.

*Conclusion.* Nous avons donc trouvé l'arc du deferant, &c.

---

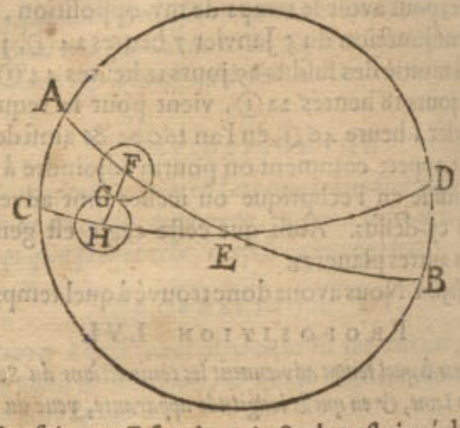
### Alb. Girard.

*Notez que si on eust posé H angle droit (ce qui estoit licite, voire tous deux aigus, egaux ou inegaux) que FE eust esté plus grande comme hypotenuse, & eust esté egale à HE, qui se trouvera estre de 13 deg. 1 ☉, 8 ☽, & combien qu'il y ait peu de difference, toutesfois pour s'en servir à la Geographie, c'est environ 0 heures 22 ☉ de temps à la Lune, qui est beaucoup: & estoit plus facile tellement qu'il y a de la difference, faute de regarder un peu plus attentivement, ce qui servira non contre la diligence & renommée de l'autheur, mais pour exemple de mesconte, d'autant que souvent on pense avoir resoud une question, ce que neantmoins on n'a pas fait: voyez pareillement la fin de la suivante.*

### Proposition LVIII.

*TRouver l'arc au deferant de la Lune depuis le nœud jusques à l'extremité du lieu où l'eclipse du Soleil peut advenir.*

*Le donné.* Soit AB deferant, ou voye lunaire, CD ecliptique, E l'un des nœuds, FG la Lune, FG demi-diametre visuel d'icelle au plus grand que faire se peut, par la 30 prop. sera de 17 ☉ 30 ☽, & GH soit le raid visuel du Soleil au plus grand, fait par la 8 prop. 16 ☉,




d'ou s'ensuit que F sera le poinct plus esloigné de E que faire se peut, où l'eclipse du Soleil peut advenir, veuë du centre de la terre.

*Le re-*

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

*Le requis.* Il faut trouver l'arc E F, & y adjoindre encor (pour les raiſons qui ſeront deduites au quatrieſme en l'ordre) la difference entre la majeure parallaxe en latitude qui peut advenir au Soleil & à la Lune en l'eclipſe du Soleil, faiſant 59 ①; car par le corollaire de la 26 prop. la plus grande parallaxe du Soleil eſt de 3 ①, lequel oſté de la majeure parallaxe de la Lune, qui fait par le corollaire de la 42 prop. 1 deg. 2 ①, reſte comme devant 59 ①.

CONSTRVCTION.

| | |
|---|---|
| F G fait par le donné | 17 ① 30 ②. |
| Auquel adjouſté G H faiſant | 16 ① |
| Vient pour F H | 33 ① 30 ②. |

Or d'autant que cela eſt ainſi, eſtant veu du centre de la terre, mais de deſſus la terre, la Lune couvrira le Soleil de 59 ① par le donné; parquoy les adjouſtant au troiſieſme en l'ordre, viendra alors pour la ligne, comme F H, 1 deg. 32 ① 30 ②.

Le triangle F H E a 3 termes cognus, aſſavoir l'angle H F E droit, l'angle F E H 5 deg. par la 36 prop. & le coſté F H de 1 deg. 32 ① 30 ②, quatrieſme en l'ordre, par leſquels cerchant le coſté F E, par la 35 propoſ. des triangles ſpheriques, pour le requis de 17 deg. 55 ①.

Dont la demonſtration eſt manifeſte.

*Concluſion.* Nous avons donc trouvé l'arc du deferant, &c.

---

ALB. GIRARD.

*Nous avons dit en la fin de la 57 propoſ. precedente que l'autheur ſe meſprennoit, autant en fait-il icy, poſant H F E angle droit; car puis qu'il eſt queſtion de l'arc en la ligne A E, il falloit poſer H droit, pour faire que F E ſoit l'hypothenuſe, alors F E euſt eſté comme maintenant eſt H E, aſſavoir de 17 deg. 58 ①, 36 ②: que ſi on fait touſiours comme luy, on a touſiours failly: & en telle maniere on ſçaura que le Soleil alors n'aura de longitude apparante que ce qu'il dit de la Lune, aſſavoir 17 deg. 55 ①: & ſi on veut voir où le Soleil eſt, lors qu'il eſt au plus eſloigné d'un des nœuds, pouvant neantmoins recevoir commencement d'eclipſe veuë de deſſus la terre, alors on trouvera comme j'ay dit 17 deg. 58 ①, 36 ②: & ainſi en faut-il dire (non de meſme nombre, comme icy) en la 57 propoſ. precedente. Notez auſſi que les conjonctions & oppoſitions ſe prennent dans les cercles majeurs qui paſſent par les poles de l'ecliptique, & partant à angles droits ſur l'ecliptique.*

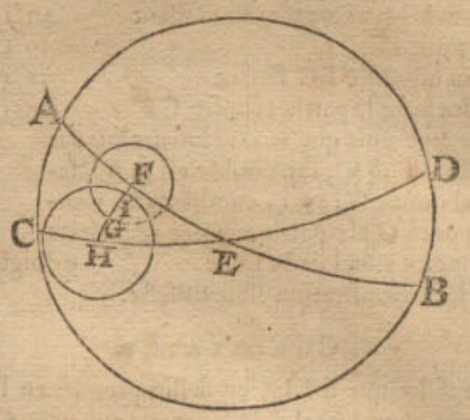
## PROPOSITION LIX.

*ESTant donné le raid viſuel de la Lune, en une eclipſe lunaire, ſon argument, & le raid viſuel de l'ombre: Trouver la quantité des doigts eclipſez, poſant que le diametre viſuel de la Lune en aye 12.*

### 1. *Exemple, où la Lune eſt moins que la moitié eclipſée.*

*Le donné.* Soit A B voye de la Lune, C D ecliptique, E teſte du Dragon, F G raid viſuel de la Lune, trouvé par la 30 propoſ. je prens de 16 ①, & E F arc trouvé de 9 deg. comme on poſe l'avoir trouvé, par le 3 coroll. de la 37 prop. davantage H I raid viſuel de l'ombre trouvée, par la 44 prop. je prens de 40 ①, & G I ſoit la partie eclipſée du diametre viſuel de la Lune.

*Le requis.* Il faut trouver combien de doigts ecliptiques la Lune eſt eclipſée G I.




CONSTRVCTION.

Le triangle F E H ayant trois termes cognus, comme F droit, E 5 deg. & F E 9 deg. on trouvera l'arc F H, par la 36 prop. des triangles ſpheriques, de 47 ①.

Duquel oſté H I (que ſi on ne peut, on ſuivra le 2 exemple ſuivant) faiſant par le donné 40 ①.

Reſte pour I F, 7 ①.

Le meſme autrefois ſouſtrait de F G 16 ①.

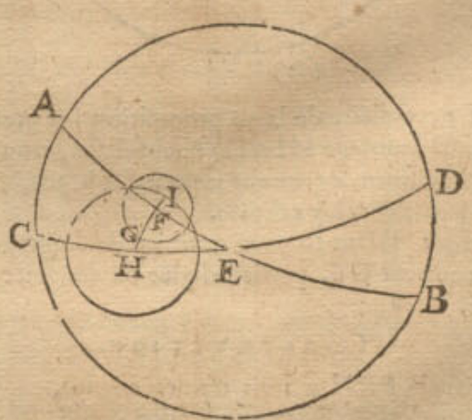
Reſtera pour G I partie de la Lune eclipſée 9 ①.

Davantage, d'autant que F G fait 16 ①, le diametre viſuel ſera 32 ①; partant diſant 32 ① donnent G I 9 ①, combien 12? viendra pour G I en doigts ecliptiques pour la partie eclipſée de la lune requiſe 3 doigts 22 ①.

Dont la demonſtration eſt manifeſte.

### 2. *Exemple, où la Lune eſt plus qu'à demy eclipſée.*

*Le donné.* Soit A B voye lunaire, C D ecliptique, E teſte du Dragon, F G raid viſuel de la Lune trouvé par la 30 prop. (je prens) de 16 ①, & E F arc trouvé par le 3 corollaire de la 56 prop. je prens, de 3 deg davantage H I ſoit l'arc de la grandeur du raid viſuel de l'ombre, trouvé par la 44 prop. je prens, de 40 ①, & G I la partie eclipſée du diametre viſuel de la Lune.




*Le requis.* Il faut trouver combien contient G I partie eclipſée en doigts ecliptiques.

CONSTRVCTION.

Le triangle F E H a trois termes cognus, aſſavoir F droit, E 5 deg. F E 3 deg. par leſquels on trouvera F H, par la 36 propoſ. des triangles ſpheriques, de 31 ①.

Leſquels

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

Lesquels ostez de HI (que si on ne peut, on suivra le premier exemple) faisant 40 ①.
Reste pour IF 9 ①.
Auquel adjousté FG faisant 16 ①.
Viendra pour la partie eclipsée GI 25 ①.
D'avantage puis que le raid lunaire fait par le donné 16 ①, son double est 32 ①, lequel donne GI 25 ①, combien 12 ? viendra pour GI la partie eclipsée requise du diametre visuel de la Lune 9 doigts 22 ①.
Dont la demonstration est manifeste.

### Corollaire.

Il resulte que si FH, cy-dessus premier en l'ordre, eust esté trouvé egal à HI, que c'eust esté 6 doigts ecliptiques sans autre recerche, pour le raid visuel de la Lune obscurcie.

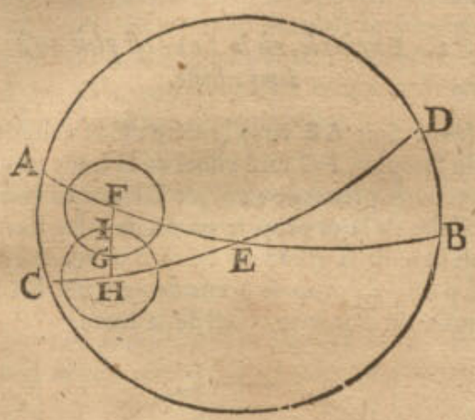
Aussi si le cinquiesme en l'ordre GI eust esté trouvé egal au diametre visuel de la Lune, qu'elle eust esté entierement obscurcie & eclipsée, qui sont 12 doigts ecliptiques.

*Conclusion.* Estant donc donné le raid visuel de la Lune, &c.

## Proposition LX.

*Estant donné le raid visuel de la Lune en une eclipse solaire veuë du centre de la terre, son argument, & raid visuel du Soleil; trouver la quantité de la partie eclipsée en doigts ecliptiques.*

*Le donné.* Soit AB voye lunaire, CD l'ecliptique, E teste du Dragon, FG raid visuel de la Lune, trouvé par la 30 proposition, je prens, de 16 ①, & EF, trouvée




par le 3 corollaire de la 56 proposition, je prens, de 4 deg. D'avantage HI raid visuel solaire, trouvé par la 8 proposition de (comme je prens) 15 ① 50 ②, & GI soit la partie d'iceluy eclipsée.

*Le requis.* Il faut trouver combien de doigts ecliptiques contient GI, partie eclipsée du diametre visuel solaire.

### Construction.

Le triangle FEH a trois termes cognus, comme sont F angle droit, E 5 deg. & FE 4 deg. par lesquels & la 36 proposition des triangles spheriques, sera trouvé FH estre de 21 ①.
Duquel osté HI faisant 15 ①, 50 ②.
Reste pour IF 5 ①, 10 ②.
Iceluy osté de FG, qui est 16 ①.
Reste pour GI partie du Soleil eclipsé 10 ①, 50 ②.
Or puis que le raid visuel du Soleil est 15 ① 50 ②, le diametre sera son double, qui est 31 ① 40 ②, lequel donne GI 10 ① 50 ②, combien donnera 12 ? viendra pour le requis GI partie eclipsée du Soleil 4 doigts 6 ①.
Dont la demonstration est manifeste.

### Notez.

On pourroit donner encor un exemple, où plus de la moitié du Soleil est eclipsée, comme en la 59 proposition, mais dés là telle chose est assez evidente.

*Conclusion.* Estant donné le raid visuel, &c.

---

### Alb. Girard.

*Touchant les annotations faites sur les 57 & 58 propositions precedentes, en ce cas la 59 n'en a pas affaire; mais bien celle-cy où on devoit prendre l'angle FHE droit, & non pas F; d'autant que c'est une eclipse de Soleil, & partant le requis est du Soleil; en la 59. il estoit requis de la Lune, comme eclipse de Lune.*

### Corollaire.

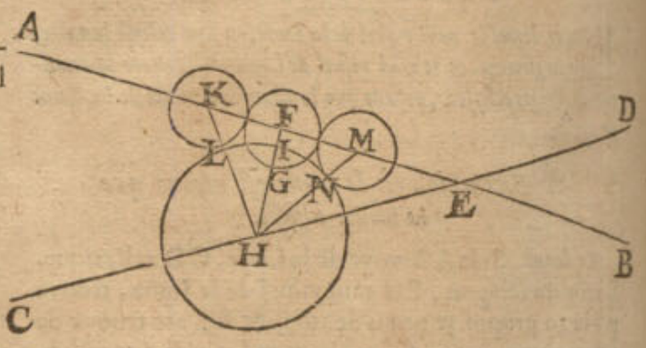
D'autant que la supputation faite cy-dessus selon le requis de la proposition, assavoir és conjonctions veuës du centre de la terre, ce qui n'est pas de mesme comme sur la terre; d'autant que la parallaxe de la Lune est majeure à celle du Soleil, ce qui differe beaucoup és conjonctions : tellement qu'il est manifeste que pour cognoistre les doigts ecliptiques de la partie eclipsée du Soleil, veuë du dessus de la terre, qu'il faut adjouster, ou soustraire, à l'angle visuel, cinquiesme en l'ordre, ce qui est causé par la parallaxe en latitude de ces deux astres, au temps de conjonction ; ce qui est cognu par les 27 & 43 propositions; & la somme ou difference, est l'arc visuel de la partie eclipsée du Soleil, duquel cerchant la quantité des doigts ecliptiques, comme au sixiesme en l'ordre de ceste 60 proposition, ce qui vient sera pour le nombre d'iceux veus du dessus de la terre.

Mais d'autant qu'on me pourroit demander pourquoy il n'y a eu semblablement advertissement en la 59 proposition touchant l'eclipse de la Lune, il faut sçavoir que la Lune & l'ombre sont en mesme lieu, & partant n'ont diversité de parallaxe comme le Soleil & la Lune, lesquels sont en divers lieux.

## Proposition LXI.

*Estant proposée une eclipse de Lune, trouver les temps d'incidence & excidence.*

*Le donné.* Soit AB voye lunaire, CD l'ecliptique, E teste du Dragon, FG la Lune, de laquelle le raid visuel FG soit trouvé par la 30 proposition, je prens,




de 16 ①, & EF arc de (comme je prens, iceluy estre trouvé par le 3 corollaire de la 56 proposition) 9 deg. D'avantage soit HI grandeur du raid visuel de l'ombre trouvée par la 44 proposition, & je prens de 40 ①.

*Le re-*

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

*Le requis.* Il faut trouver les temps d'incidence & excidence.

*Preparation.* Soit d'un poinct en la voye lunaire, comme K, descrit le cercle K L egal à F G, touchant l'ombre en L exterieurement, comme la Lune au commencement de l'eclipse ; & pareillement le cercle M N, comme fin de l'eclipse, puis menés les arcs H L K & H N M.

CONSTRVCTION.

Le triangle F E H a trois termes donnez, comme l'angle E F H droit, E 5 deg. & le costé F E 9 deg. par lesquels on trouvera F H de 47 ①.

Le triangle H F K a ses termes suffisans cognus, comme F droit, F H 47 ①, premier en l'ordre, & H K 56 ① (car H L estant egal à H I fait 40 ①, & K L egal à F G fait 16 ①, faisant donc ensemble H K 56 ①) pour cognoistre F K, qui sera trouvé de 31 ①.

Je cerche en apres le gain de la vraye Lune en une heure, au lieu donné, & sera trouvé par la 33 proposition au corollaire, je prens, de 28 ①.

Disant donc 28 ① donnent une heure, combien 31 ①, deuxiesme en l'ordre ? viendra pour le temps que le centre de la Lune a gaigné sur le Soleil, l'arc K F, pour la moitié du temps de toute l'eclipse, pour le temps d'incidence requis, 1 heure 6 ①.

Et autant sera l'excidence de F en M.

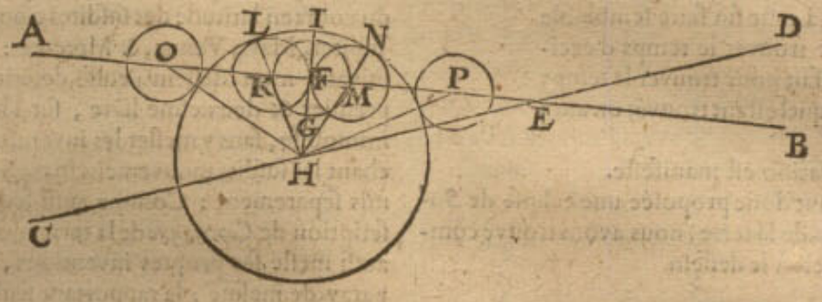
Dont la demonstration est manifeste par l'operation.

*Conclusion.* Estant donc proposée une eclipse lunaire, nous avons trouvé les temps, &c.

PROBLEME. PROPOSITION LXII.

*Estant proposée une entiere eclipse lunaire ; trouver combien l'eclipse entiere durera en l'ombre.*

*Le donné.* Soit A B voye lunaire, C D ecliptique, E teste du Dragon, F G raid visuel de la Lune, trouvé,




je prens (par la 30 proposition) de 16 ①, & E F trouvé par le 3 corollaire de la 56 proposition, je prens, de 10 ①.

D'avantage soit H I l'arc denotant le raid visuel de l'ombre au milieu de l'eclipse, trouvé par la 44 proposition, je prens de 40 ①.

*Le requis.* Il faut trouver combien de temps la Lune demeurera dans l'ombre.

*Preparation.* Pource que nous presupposons que l'on trouvera en l'operation la Lune estre entierement obscurcie, soit dessus K poinct dans la voye, fait un cercle dans l'ombre, comme K L, egal au cercle F G, touchant interieurement l'ombre en L, comme la Lune au commencement de sa totale submersion en l'ombre : & semblablement le cercle M de l'autre costé touchant l'ombre en N, comme fin de la submersion, puis menez les deux arcs H K L & H M N.

CONSTRVCTION.

Le triangle F E H a trois termes cognus, comme l'angle E F H droit, F E H 5 deg. & F E 10 ①, par lesquels on trouvera le costé F H, par la 36 proposition des triangles spheriques, de 1 ①.

Le triangle H F K a trois termes cognus, comme l'angle F droit, F H 1 ①, premier en l'ordre, & H K 24 ① (car H L estant egal à H I fait 40 ①, duquel osté K L egal à F G 16 ①, restera, comme dit est, pour H K 24 ①) par lesquels on trouvera F K de 22 ①.

Je cerche en apres le gain de la vraye Lune en une heure au lieu donné, qui sera (je prens) par le corollaire de la 33 proposition, de 28 ①.

Disant alors 28 ① donnent une heure, combien 22 ①, deuxiesme en l'ordre ? viendra pour le temps que le centre de la Lune, aura gaigné l'arc K F, qui est pour la moitié du temps de la submersion totale de la Lune 0 heure 47 ①.

Son double pour le requis 1 heure 34 ①.

Dont la demonstration est manifeste.

*Conclusion.* Estant proposée une eclipse lunaire entiere, nous avons trouvé combien l'eclipse entiere durera en l'ombre, selon le requis.

COROLLAIRE.

Si d'icy on requeroit, les temps d'incidence, & d'excidence, il est evident qu'on les trouvera, ayant le gain lunaire sur les arcs F O, F P, comme elles ont esté trouvées en la 61 proposition sur les arcs F K, F M.

PROPOSITION LXIII.

*Estant proposée une eclipse solaire, veuë du dessus de la terre ; trouver les temps d'incidence, & d'excidence.*

Pour declarer premierement en general la construction de ceste proposition, c'est qu'au temps d'incidence de l'eclipse Solaire, veuë du centre de la terre, trouvé selon la maniere de la lunaire en la 61 proposition, il faut adjouster ou soustraire, autant de temps que cause la parallaxe : ce qui n'est pas ainsi en celle de la Lune, d'autant que la Lune & l'ombre sont au mesme lieu, n'ont partant qu'une mesme parallaxe sans difference, au contraire icy le Soleil & la Lune sont en divers lieux bien esloignez : ce qu'estant bien entendu nous viendrons à l'exemple.



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

CONSTRVCTION.

Soit le temps d'incidence veu du centre de la terre, & trouvé comme en l'eclipſe lunaire de la 61 propoſition de 1 heure.

Puis on trouvera la difference de la parallaxe en longitude du Soleil & de la Lune, au lieu où la Lune eſtoit ſur l'horizon, laquelle trouvée par la 43 propoſition emporte, je prens, 20 ①.

Je cerche puis apres le gain de Lune en une heure audit lieu, trouvé par le corollaire la 33 propoſition je prens, de 30 ①.

Je dis en apres 30 ① donne 1 heure, combien 20? vient 0 heure 40 ①.

Lequel adjouſté à 1 heure, premier en l'ordre, ou oſté d'icelle, ſelon que la choſe le requiert, & prenant que ce ſoit addition, viendra pour le temps requis 1 heure 40 ①.

Mais pource que l'arc d'excidence n'eſt pas neceſſairement egal à l'arc d'incidence, comme il advient touſiours es eclipſes de Lune pour les cauſes cy-deſſus mentionnees, il faudra à ceſte fin faire ſemblable operation pour trouver le temps d'excidence, qu'on a fait pour trouver le temps d'incidence, lequel eſtant trouvé, on aura le requis.

Dont la demonſtration eſt manifeſte.

*Concluſion.* Eſtant donc propoſée une eclipſe de Soleil, veuë du deſſus de la terre, nous avons trouvé combien elle durera, ſelon le deſſein.

COROLLAIRE I.

Si on vouloit faire le compte du temps, ou de la durée de l'entiere eclipſe ſolaire, comme en la 62 propoſition a eſté fait de celle de la Lune; il eſt notoire qu'alors on aura le temps de l'entiere eclipſe ſolaire, veuë du centre de la terre, oſtant ou y adjouſtant puis apres ce qui eſt cauſé de la parallaxe, qu'on auroit le requis: toutefois ce temps ne pourroit pas durer long-temps, à cauſe du peu de difference du majeur diametre viſuel de la Lune, au deſſus le moindre du Soleil, dont les moitiés ſont poſees *d'Eraſme és tables Pruteniques* de 17 ① 49 ②, & 15 ① 40 ②, deſquels la difference eſt 2 ①, 9 ②, & le double pour l'excés de celuy de la Lune, ſur celuy du Soleil ſera 4 ① 18 ②: Si maintenant l'on prend le gain lunaire apparant de ce jour-la, de 10 deg. diſant 10 deg. donnent 24 heures, combien 4 ① 18 ②? ce qui en viendra, aſſavoir 0 heure 10 ①, ſeroit pour la longueur du temps.

COROLLAIRE II.

Il eſt evident que l'eclipſe du Soleil peut durer plus long temps, que le gain lunaire apparant ſur les diametres viſuels du Soleil & de la Lune; autant que le temps du gain lunaire emporte pour parcourir la parallaxe.

NOTEZ I.

J'avois mis au Sommaire de ceſte cinquieſme diſtinction qu'il ſeroit traicté des eclipſes des planetes en general: Neantmoins n'ont eſté deſcrites autres propoſitions que pour le Soleil & la Lune: Quant aux autres donc, ſi leurs cours en longitude & latitude eſtoyent aſſez cognus, dequoy on doute fort, il eſt notoire que ce qui a eſté dit cy-deſſus des eclipſes du Soleil & de la Lune, ſerviroit pour regle commune des autres; pource qu'avec le gain cognu d'une planete au deſſus de l'autre, on opereroit comme devant: tellement qu'il ne manque rien ſinon plus grande certitude du cours des autres planetes, en longitude & latitude.

NOTEZ II.

Mon deſſein eſtoit en la deſcription du Sommaire de ce deuxieſme livre, comme il appert auſſi, d'y adjouſter encor une ſixieſme diſtinction de la pretendue deuxieſme inegalité de la Lune de *Ptolemée*, & troiſieſme inegalité de Saturne, Jupiter, Mars, Venus & Mercure, au cours en longitude: joinct une ſeptieſme diſtinction de la pretendue deſcription dudit *Ptolemée*, du cours en latitude des ſuſdites cinq planetes, Saturne, Jupiter, Mars, Venus, & Mercure: mais d'autant que ſuivant mon deſſein j'euſſe deſcrit l'Aſtronomie au premier & deuxieſme livre, ſur l'hypotheſe de terre immobile, ſans y meſler les inventions de *Ptolemée* touchant les ſuſdits mouvemens incognus, leſquels j'avois mis ſeparement: Comme auſſi ſemblablement la deſcription de *Copernique* de la terre mobile, lequel y avoit auſſi meſlé ſes propres inventions, & leſquelles je ſeparay de meſme; la rapportant ſeule, afin que la recerche des traitez incognus ſuſdits ſoit plus claire & intelligible à un chacun, afin de pouvoir parvenir en une meilleure theorie: Il eſt advenu que ce que j'avois ainſi preparé pour autruy, m'a ſervy d'introduction pour parvenir en une theorie, qui me ſembloit meilleure; car lors que je vins à revoir mon troiſieſme livre, eſcrit ſelon la maniere de *Copernique* (lequel avoit demeuré long temps ſans y toucher) pour le faire imprimer, je parvins en une cognoiſſance du cours en latitude deſdites cinq planetes, Saturne, Jupiter, Mars, Venus, & Mercure: tellement qu'il me ſembloit, ne devoir plus eſtre appellés doreſnavant mouvemens incognus, & par conſequent la deſcription de ladite ſeptieſme diſtinction inutile, (car il ſemble qu'on peut mieux appliquer ſon temps à apprendre choſes certaines, que d'eſcrire les opinions des hommes en la recerche du cours des planetes) eſtans iceux deſcrits au troiſieſme livre. Et touchant la ſixieſme diſtinction, elle ſe verra en l'appendice de l'Aſtronomie, pour les raiſons y deduites.

Encor faut-il ſçavoir que ſi quelqu'un entendoit (cy devant, ou apres en ces memoires Mathematiques) parler deſdits mouvements incognus, de la latitude, que c'eſtoit pour lors ainſi, veu que le troiſieſme livre ſuivant a eſté fait le dernier, y ayant parvenu, comme dit eſt, en la reveuë d'iceluy.

*Fin du deuxieſme livre de l'Aſtronomie.*

TROISIES-

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

# TROISIESME LIVRE DE L'ASTRONOMIE,

## De l'invention du cours des Planetes, par voye Mathematique, fondée sur l'hypotheſe eſſentielle de terre mobile.

### SOMMAIRE DE CE TROISIESME LIVRE.

*Pour declarer en ſomme le contenu du preſent livre, il faut ſçavoir que les planetes ont deux ſortes de cours, l'un en longitude, l'autre en latitude: touchant le cours en longitude, il ſera demonſtré icy que par l'hypotheſe de terre mobile, la meſme concluſion s'entire, que par l'hypotheſe de terre immobile; ſeulement y ayant de difference, en ce qu'on trouve eſtrange par l'hypotheſe d'immobile les choſes qui ne le ſont par l'autre hypotheſe mobile, cõme fondée ſur l'eſſentielle ordonnance des aſtres; ceſte demonſtration, aſſavoir que l'une & l'autre hypotheſe amene meſme concluſion, fera que ceſte deſcription ſera briefve, car je ne feray aucun nouveau probleme en ceſte hypotheſe mobile, pour trouver les cours, mais je prendray pour regle generale, que tout ce qui eſchet en la ſupputation du cours en longitude, ſera reſout par les problemes fondez ſur l'hypotheſe de terre immobile, deſcrits és deux livres precedens: je declareray auſſi mon opinion en une particuliere propoſition, pourquoy je tiens les computations plus commodes, faites ſur l'hypotheſe impropre, que ſur la propre. Apres le cours en longitude, ſuivra celuy de latitude, monſtrant auſſi que les diverſes hypotheſes font meſme concluſion.*

*Ce contenu eſtant tel en general, aura cinq diſtinctions. La premiere de la qualité des lieux des planetes, autant qu'il ſemble eſtre neceſſaire à la declaration de leurs cours, par la poſition de terre mobile. Puis ſuivront trois diſtinctions du cours en longitude des planetes, avec poſition de terre mobile, aſſavoir la deuxieſme de la terre: la troiſieſme de la Lune; la quatrieſme de Saturne, Iupiter, Mars, Veuus & Mercure; & la derniere diſtinction, du cours en latitude avec meſme poſition de terre mobile.*

### PREMIERE DISTINCTION DV TROISIEME LIVRE,

De la qualité des Cieux des planetes, autant qu'il eſt neceſſaire à la declaration de leurs cours, ſuivant l'hypotheſe de terre mobile.

### SOMMAIRE DE CESTE PREMIERE DISTINCTION.

*Veu que le deſſein eſt d'eſcrire icy le cours des planetes, ſuivant l'hypotheſe de terre mobile, il ſemble eſtre neceſſaire de traicter de la qualité du monde, comme fondement ſur lequel eſt fondé le precedent, autant que nous ſçavons, & tellement que nous opinons, ſelon qu'il peut ſervir à la cognoiſſance du cours propoſé: à ceſte fin ceſte premiere diſtinction comprendra ſix propoſitions.*

*La premiere, de l'ordre des Cieux des planetes, ſuivant la poſition de terre mobile.*

*La deuxieſme, du mouvement local de la terre; & de ſa direction Magnetique.*

*La troiſieſme, de la direction Magnetique des deferans & Cieux des planetes.*

*La quatrieſme, du lieu où la qualité de la direction Magnetique eſt ſituée, laquelle tient ainſi la terre & les deferans des planetes.*

*La cinquieſme, qu'il n'appert pas neceſſairement, le Soleil eſtre au centre du Ciel des eſtoilles fixes.*

*La ſixieſme, de l'admiration ſans merveille de ceux qui poſent la terre immobile.*

#### PROPOSITION I.

*DEſcrire l'ordre des Cieux des planetes, par poſition de terre mobile.*

Les anciens ſuivans l'hypotheſe de terre immobile ayant ſuppoſé quelques epicycles, où les planetes ſe mouvoyent en un temps qui convenoit avec le reſidu, de l'excés du cours du Soleil ſur le cours des centres des epicycles en leurs deferans, comme Saturne, Jupiter & Mars: & d'autres epicycles le cours des centres deſquels, convenoit avec le cours du Soleil, comme a eſté dit au premier livre; ce qui ne pouvoit pas eſtre vrayſemblable au jugement d'autres, leſquels commençoyent à aprofondir ceſte ſcience de plus pres; ont recerché ſi l'on ne pouvoit pas oſter ces epicycles, en poſant que la terre ſe mouve en un cercle, & ont trouvé l'affirmative, comme teſmoignent pluſieurs, que l'opinion a eſté cy-devant que la terre ſe mouvoit, ſans que leur deſcription ſoit parvenuë juſques à nous depuis l'aneantiſſement du ſiecle-ſage, ny és mains de *Ptolemée*, ou d'autres qu'on ſçache, mais a eſté perdue, comme auſſi pluſieurs autres choſes ſemblables. Toutefois *Nicolas Copernique* eſt venu à faire quelque deſcription de meſme, ou qui a grande convenance à la meſme hypotheſe, laquelle je mettray icy comme s'enſuit.

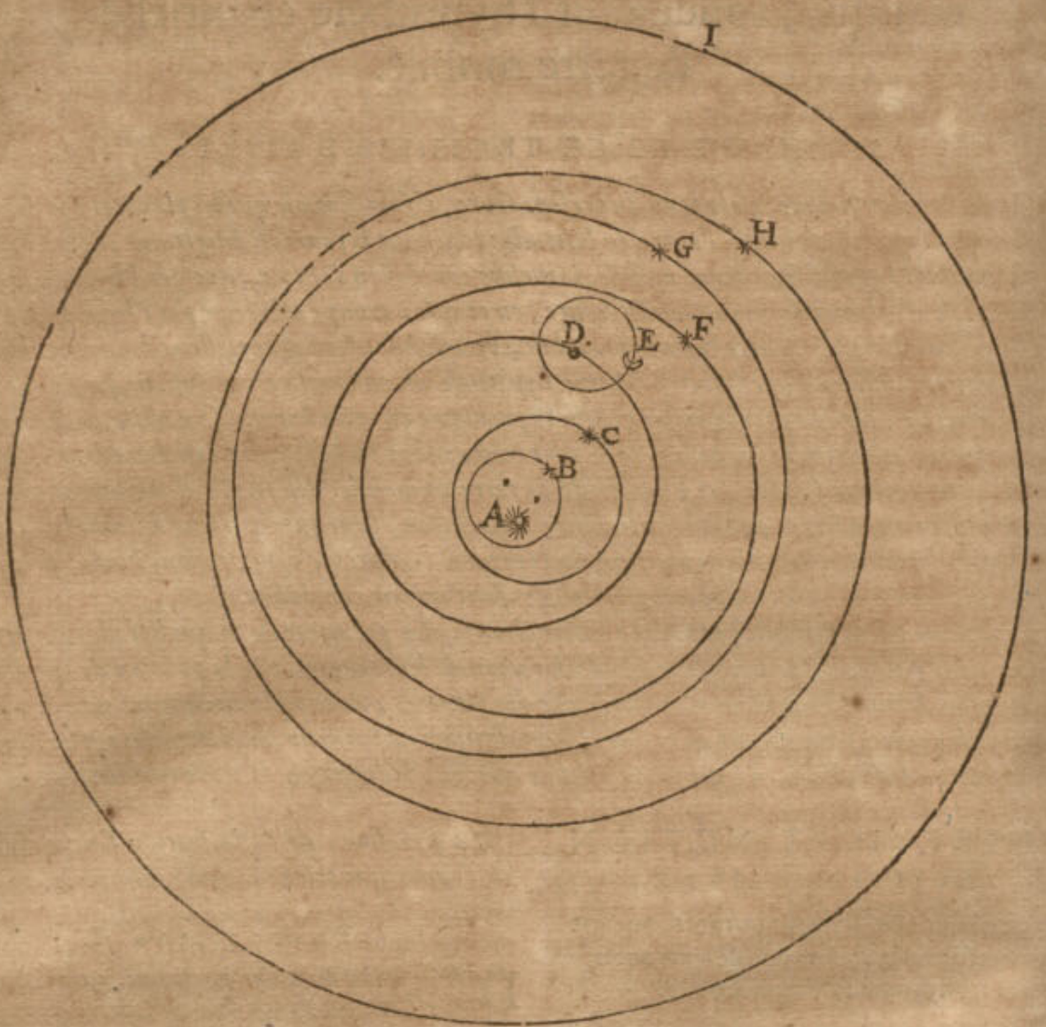
Dedans le Ciel des eſtoilles fixes, que *Copernique* poſe fixe & immobile, ſont diſpoſez par ordre les Cieux de Saturne, Jupiter & Mars, puis de la terre faiſant ſon circuit en un an naturel, & encor deux mouvemens locaux, comme ſera declaré au deuxieſme chapitre ſuivant, duquel le diametre de ſon Ciel, n'a aucune raiſon perceptible



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

ceptible au diametre de celuy des eſtoilles fixes : à l'entour de la terre tourne la Lune en un eccentrique ; puis ſuivent les Cieux de Venus & Mercure (à l'entour du Soleil, qui comme centre du monde demeure fixe) auſſi eccentriques, & les cours deſdites planetes, & de la terre ſe font d occident vers l'orient.

Pour plus ample declaration; Soit le poinct A le Soleil fixe, à l'entour duquel ſont ſix cercles eccentriques, au premier deſquels eſt Mercure B au deuxieſme eſt Venus C, au troiſieſme la terre D, à l'entour de laquelle ſe meut la Lune E ; & au quatrieſme, cinquieſme & ſixieſme ſont Mars, Jupiter & Saturne F, G, H, tous ſans epi-




cycles, puis en dehors eſt I le Ciel des eſtoilles fixes ſur le centre A, qui eſt le Soleil, comme a eſté dit.

Eſtant ainſi declaré ſimplement l'ordre ſuſdit ſans demonſtration, nous le declarerons maintenant plus amplement. La raiſon pourquoy Venus & Mercure ſont dans la voye terreſtre, eſt qu on ne les voit jamais en oppoſition du Soleil, comme les autres, & que Mercure ſe meut au dedans de la voye de Venus, eſt que ſon eſlongation du Soleil eſt moindre à celle de Venus, comme a eſté dit au premier livre : & ſont ainſi au dedans de la voye de la terre, pource que leur diſtance majeure de la terre eſt plus grande que le raid de la voye terreſtre, comme ſera monſtré és calculations ſuivantes: & au contraire ſeroit impoſſible que les voyes de Saturne, Jupiter & Mars y ſoyent, veu qu'ils ſe trouvent bien en oppoſition avec le Soleil : La raiſon pourquoy on remarque celle de Saturne eſtre le plus loing, puis Jupiter, puis Mars, eſtre double ; eſt premierement parce qu'en conjonction de chaque d'eux, l'un eclipſe l'autre, aſſavoir que le plus pres couvre le plus loing ; toutefois cela arrive rarement, & n'y a pas aſſez d'obſervateurs pour le remarquer. Secondement, que cela ſe peut meſurer poſant la terre mobile (mieux que la poſant immobile où telle choſe demeure incognue) comme on meſure ſur terre, quelle tour eſt la plus eſloignée de nous, veu que les deux lieux differens, que la terre a en ſa voye, ſont comme deux ſtations, pour la baſe d'un triangle, lequel a à ſes deux coſtez une raiſon fort perceptible, comme on verra en ſon lieu cy-apres. Touchant la raiſon du cours de la Lune, ſelon la figure; c'eſt qu autrement elle ſeroit dehors la voye de la terre, comme Mars, Jupiter, ou Saturne ; ou dedans, comme Venus & Mercure : or elle ne peut pas eſtre dehors, car alors il n'y auroit aucune eclipſe de Soleil; dedans non plus pour deux raiſons; premierement, elle ne viendroit jamais en oppoſition du Soleil, comme ne font auſſi Venus ny Mercure : Secondement, elle pourroit venir derriere le Soleil, tellement que les centres & l'œil du ſpectateur pourroyent eſtre en une ligne droite ſans eclipſe de Soleil, ce qui contredit à l'experience.

Les raiſons pourquoy on croit que l hypotheſe de terre mobile, eſt reele, & non pas de terre immobile, eſt telle ; Premierement, qu'on conclud, comme il apparoiſtra cy-apres, que les planetes tournent ſimplement en des cercles, ſans ſuppoſition d'epicycle, & partant delaiſſez.

Secondement, que les aſtres qui font leur revolution plus lentement, ayent leur chemin plus grand ; & celles qui ſont plus loing ſoyent plus tardives, eſt vray ſemblable mieux convenir que de faire que le Ciel des eſtoilles fixes, qui eſt plus eſloigne, ſe tourne le plus viſte, aſſavoir journellement un tour, & partant plus facile, que la terre

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

la terre tourne pluſtoſt en un petit cercle, aſſavoir en ſon lieu, que non pas toutes ces eſtoiles enſemble, un ſi grand circuit.

Tiercement, puis que les planetes vont d'Occident vers l'Orient, ce ſeroit contre ceſt ordre que les eſtoiles fixes ſe mouvent d'Orient vers Occident, tellement qu'il eſt plus vray-ſemblable & plus ſimple, qu'il n'y ait qu'une façon & maniere de tourner.

Touchant ce qu'on eſtime la terre eſtre immobile pour ſa peſanteur; il n'y a nulle apparence; car puis que la terre eſt notoirement une lumiere celeſte, recevant ſa clarté du Soleil, comme fait la Lune, ce n'eſt pas contre raiſon que la matiere de ces deux luminaires & auſſi des autres eſtoiles retienne leurs matieres en un, chacune la ſienne par une ſemblable proprieté, aſſavoir comme la matiere terreſtre tend vers le centre de la terre, (autrement elle s'eſpardroit comme feroit un monceau de cendres en l'air) & encline à tirer vers iceluy, juſques à ce qu'elle en ſoit empeſchée d'autre plus pres; & ainſi en faut-il dire des autres, & puis que cela ne les empeſche pas de ſe mouvoir en leur cercle, de meſme en peut-il eſtre de la terre, comme il ſemble auſſi que telle eſt l'opinion de *Copernique* au 9 chap. de ſon premier livre: Et ſi par exemple quelqu'un eſtant loing de la terre, voyant reluire la terre auſſi bien que les autres, auroit-il raiſon de dire, qu'icelle eſt peſante pluſtoſt qu'une autre, & eſtre eſmerveillé de ce qu'elle tourne, auſſi bien que les autres eſtoilles? j'ay opinion que non.

Quant à l'objection de *Ptolemée* contre le mouvement de la terre, aſſavoir que les edifices & les tours renverſeroyent, à cauſe de la rencontre de l'air; auſſi que ce qui eſtant jetté en haut ne pourroit retomber au meſme lieu, ou pres de là, mais bien auſſi loing que ce que la terre pourroit cauſer en outrepaſſant; cela ne peut pas ſubſiſter, d'autant que ſi on prenoit la meſme ſuppoſition, aſſavoir que l'air ne s'accommode avec la terre, le meſme inconvenient adviendroit en l'hypotheſe de terre immobile; en ce que l'air agité par le mouvement du premier mobile & de tout ce qui le ſuit, pouſſera auſſi fort contre la terre immobile; que feroit la terre mobile contre l'air immobile: ce qui ſe peut entendre d'un baſton à plomb, qu'on pouſſe de violence dans une eau dormante, & un autre auſſi à plomb fiché dans le fond d'une riviere, dont la rapidité ſoit egale au pouſſement du precedent baſton; où l'on jugera, comme de raiſon, que les deux baſtons rencontrent l'eau egalement violente & rapide: dont s'enſuivroit ſemblablement, que ce qui ſeroit jetté en l'air, ſeroit emporté d'iceluy, auſſi loing que le mouvement de l'air importe: ce qui n'advient pas; & partant l'air qui circuit la terre fait un Globe avec icelle lequel ſe meut avec la terre.

*Concluſion.* Nous avons donc deſcrit l'ordre des Cieux des planetes ſuivant l'hypotheſe de terre mobile, ſelon le deſſein.

## PROPOSITION II.

*DEclarer le mouvement que la terre fait en ſon lieu; & ſa direction magnetique.*

Joignant le cours de la terre de lieu en lieu, d'Occident vers l'Orient, fait un circuit par an, comme a eſté dit en la premiere propoſition, elle en a encor deux en lieu: l'un eſt le cours journel ſur ſon axe d'Occident vers l'Orient; lequel eſt comme on diroit, d'une pierre à eſguiſer le fer tournant dans un navire vogant: aſſavoir que la pierre a mouvement de lieu en lieu par le navire, & un mouvement local ſur ſon axe: l'autre cours (ſelon *Copernique* au chap. 11. de ſon premier livre) eſt, que cependant que la terre fait ſon cours annuel d'Occident vers l'Orient, elle en fait un autre en lieu au meſme temps au contraire, aſſavoir d'Orient vers l'Occident; tellement que par là l'axe demeure touſiours parallele, (ou ce qui eſt tout un) tire vers meſme lieu; comme ſi quelqu'un attachoit un feſtu au centre du carton d'une bouſſole, parallele à l'axe de la terre; & icelle bouſſole ſoit dans un navire, lequel circuiſe le foſſé d'une ville ronde, il eſt notoire que la bouſſole eſtant emportée du navire aura circuit auſſi le foſſé de lieu en lieu, mais cependant ladite bouſſole fera un tour de l'autre coſté, contre le cours du navire; tellement que telle partie que le navire aura fait de ſon circuit, telle partie la bouſſole aura-elle fait de ſon circuit de l'autre coſté, demeurant par ce moyen ledit feſtu touſiours parallele à l'axe de la terre; & le meſme s'entendra du cours de la terre en ſa voye, laquelle tourne cependant un tour de l'autre coſté en lieu, tenant ainſi l'axe vers un meſme lieu: Et je penſe que c'eſt le vray ſens de ce que dit *Copernique*, joinct une figure audit 11 chap. de ſon premier livre: mais d'autant que ce mouvement ainſi dit de luy ſimplement ſans aucune raiſon naturelle, ny demonſtration, a eſté cauſe que je ne pouvois de long temps digerer ces deux cours en meſme temps, comme on fait des roüages d'horloges, d'autant que c'eſt une choſe par trop racommodée; toutefois il devoit eſtre tel pour convenir au reſte: finalement eſt venu en lumiere un livre de *Guillaume Gilbert*, [*De magno magnete Tellure*] du grand Aymant terreſtre, où il me ſemble que ce mouvement eſt à deſcouvert, & eſt bien declaré: dont la ſomme eſt telle. On trouve ſur la terre tant de pierres d'Aymant, en ſi grande quantité, & d'autre matiere de force Aymantine, (comme ſont les montagnes de mines de fer qui ſont en grande quantité de tous coſtez, & ont meſme nature d'attraction) qu'elle eſt comme une ſeule pierre d'Aymant ſemblable en proprieté, comme les pierres d'Aymant tournées en Globe, leſquelles enfermées dans du liege auſſi en forme de Globe, & les mettant dans l'eau, figurent la terre ſuſpendue en l'air, car alors elles diſpoſent leur axe parallele à celuy de la terre, les poles chacun vers le ſien: D'avantage ſi ſur icelles on met des petites bouſſoles comme ſont les quadrans ſolaires portatifs, on trouve que l'Aymant a telle proprieté comme la terre, touchant les declinaiſons de l'aiguille, eſlevations & mouvemens d'icelle; ce qui a monſtré la cauſe auſſi de ladite declinaiſon de l'aiguille du Nord, qui a tant eſté recerchée; car ſi on fait des foſſes en l'Aymant & qu'on ne mette pas la bouſſole droit au milieu, (où elle pourroit monſtrer le vray Nort) mais pres l'un des bords, comme vers l'Occident, alors elle declinera vers l'Occident; & vers le bord Oriental, elle declinera vers l'Orient; & veu que la terre eſt auſſi une telle ſphere Aymantine, ayant des profondeurs en la mer, ou au milieu arriere de la terre, ne decline du Nort comme entre l'Amerique & l'Europe, mais de là vers l'orient du coſté de l'Europe elle decline vers l'Orient; & de l'autre coſté, vers l'Occident: La meſme raiſon ſe trouve vers les grands Promontoirs, comme le Cap de bonne Eſperance & pluſieurs autres, deſquelles choſes l'Autheur deſcrit pluſieurs exemples au dernier chap. de ſon quatrieſme livre.

La terre ayant donc ceſte vertu Magnetique, il faut que ſon mouvement ſuſmentionné ſe face de neceſſité par telle vertu, (aſſavoir le mouvement d'Orient vers l'Occident, en un an un tour.)



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

Jusqu'icy ceste vertu Magnetique a esté nommée un mouvement, mais pour en dire mon opinion, je trouve estre plus expedient de l'appeller direction ou retension Magnetique, pour ces raisons : J'ay dit cy-dessus que les mouvemens celestes qu'on suppose egaux, & qui conviennent ensemble, ne me venoyent à gré, comme n'estans ainsi vray-semblables, accordans à la nature: toutefois quelqu'un pourroit objecter ces deux mouvemens terrestres egaux dessusdits; ce qui n'a esté dit que pour faire plus ample declaration de tout, mais à mon advis c'est mieux dit de l'appeller direction, ou retension Magnetique, comme a esté dit de la bousſole qu'on fait tourner à l'entour d'une ville ronde; car ainsi le faut-il entendre du mouvement de la terre en sa voye: tellement que ce que j'ay nommé jusques à present le deuxiesme mouvement en lieu, je le dis estre maintenant (selon le contenu de la proposition) sa direction Magnetique, comme signifiant assez qu'icelle terre dirige ainsi par la vertu Magnetique son axe tousiours parallele en l'un & l'autre lieu de sa voye, ce qui se doit retenir pour les choses suivantes: Notez aussi que si on le nommoit mouvement, que ce seroit contre l'ordre des signes, ce que je ne remarque estre fait, en pas un autre Ciel.

*Conclusion.* Nous avons donc declaré le mouvement de la terre en lieu, & sa direction Magnetique, selon le requis.

## Proposition III.

*Declarer la direction Magnetique des deferans des planetes, & de leurs Cieux ou orbes.*

Ceste proprieté de direction Magnetique n'est pas seulement en la terre, comme dit est, mais aussi (ce qui servira d'approbation de l'autre) en son deferant, comme il appert par l'apogée du mesme, lequel à cause du cours du Ciel de Mars (où est enfermée la terre & son deferant) devroit faire aussi un tour par an, ce qui toutesfois n'advient, comme l'experience le monstre: car on trouve que plusieurs années se passent devant que parfaire un degré, quasi comme s'il estoit fixe, d'où se conclud que la terre n'est pas seulement dirigée Magnetiquement, mais aussi sa voye entierement: voire que pour semblables raisons, le mesme advient és deferans des autres planetes, desquels les apogées ne reçoivent aucun mouvement des Cieux qui les environnent, ainsi qu'il appert manifestement au deferant de Mercure, duquel l'apogée devroit se mouvoir (à cause du mouvement du deferant de Venus) fort vistement, à chaques 225 jours un tour, & tant plus vistement que pourroyent causer les autres deferans d'alentour, ce qui n'avient pas veu que l'apogée de Mercure se meut aussi lentement que les autres tous.

Faut aussi sçavoir que telle direction Magnetique n'est pas seulement aux deferans plats des planetes, comme a esté dit, mais aussi aux Globes celestes entiers (qu'on appelle orbes) où ils sont portez, tellement que leurs axes (comme a este mentionné en la deuxiesme proposition de l'axe de la terre) sont dirigez tousiours vers un mesme lieu: car si ceste direction n'estoit pas, les deux poles de l'orbe qui porte la terre, ne demeureroyent pas en mesme lieu, mais descriroyent un cercle tel que la declinaison du deferant de la Lune le pourroit causer: Ou pour dire autrement, la terre ne demeureroit pas tousiours sans latitude, dans le plan qu'on nomme l'ecliptique, mais quelquefois telle grande latitude que celuy de Mars a; & de mesme le faut-il entendre des orbes des autres planetes, comme de celuy de la terre, entre lesquels celuy de la Lune a une direction Magnetique fort remarquable, d'autant que son apogee ne reçoit aucune alteration du cours annuel de l'orbe qui conduit ou porte la terre: Aussi qu'au cours en latitude des planetes de dessous, s'ensuivroit un dereglement, causé par le meslange des diverses latitudes des deferans des planetes qui sont au dessus: Ce qui n'advient pas (comme il apparoistra mieux par la description suivante, de l'ordre simple qu'ils tiennent au mouvement en latitude) & partant faut conclurre que telle direction est non seulement aux deferans des planetes, mais aussi à leurs orbes.

Notez encor cecy, que si on vouloit suivre l'ordre de la description des Cieux des planetes, que *Copernique* en son premier livre chap. 11. fait en la description de la terre, icy mentionnée en la deuxiesme proposition, on devroit dire cecy: que puis que le Ciel de Jupiter fait son circuit trente-annéen, d'Occident vers l'Orient, qu'il reçoit du Ciel de Saturne, il fera aussi cependant, & au mesme temps, contre le susdit cours, un tour en lieu d'Orient vers l'Occident; tellement que par ce moyen son axe se tient & est dirigé vers un mesme lieu. Mais il me semble que pour les raisons susdites, qu'il est plus intelligible & naturel de nommer cela une direction Magnetique, que mouvement; qui plus est, il faudroit dire du mouvement des planetes de dessous, comme je prens de Mercure, d'avantage que du mouvement de Venus, veu que ce seroit la somme des mouvemens des autres planetes qui sont au dessus.

Finalement, je diray encore, que du passé j'estois en suspens sur ceste matiere; tenant d'un costé pour regle generale, que tout comprins doit suivre la voye du comprenant, d'où s'ensuivroit que le cours de chacune planete viendroit du meslange des cours des autres planetes qui sont au dessus: & d'autre costé, je voyois advenir le contraire: cecy me faisoit douter, assavoir-mon si les Orbes n'estoyent contigus les uns aux autres, mais errans par l'air, comme les oyseaux à l'entour d'une tour, sans que son mouvement attienne à celuy de l'autre; contre quoy d'autres raisons me reprenoyent: mais estant venu à la cognoissance de la proprieté susdite, que je nomme direction Magnetique, ces doutes prindrent fin.

*Conclusion.* Nous avons donc declaré la direction Magnetique des deferans des planetes, & de leurs Orbes, selon le requis.

## Proposition IV.

*Dire touchant le lieu des attractions, qui dirigent la terre, les deferans & les Orbes des planetes, en leurs dispositions.*

Les vertus qui tiennent & dirigent la terre, les deferans, & les Orbes des planetes, (lesquelles vertus se pourroyent nommer Aymans par comparaison) semblent estre hors des Cieux des planetes, excepté du deferant de la Lune: car par exemple, si on mettoit une pierre d'Aymant dans la quaisse de la bousſole, & faisant tourner la quaisse, l'aiguille ne monstrera pas tousiours un mesme costé, mais bien tousiours vers l'Aymant, pource qu'elle tourne avec: De mesme aussi si la vertu attrayante, laquelle tient la terre & son Orbe entier en telle disposition, estoit dans sa quaisse (qui est l'Orbe de Mars) & tournée dans icelle, alors l'apogée du deferant de la terre recevroit le cours de Mars, assavoir en deux ans une revolution: Mais pource qu'il n'en est pas ainsi, on pourra conclurre que la vertu attrayante la terre n'est dans l'Orbe de Mars, ny pour les mesmes raisons en pas une des autres planetes: Mais d'autant que leurs apogées

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

gées tirent touſiours vers un meſme coſté entre les eſtoiles fixes, comme l'on obſerve, ſuivant le cours tres-lent d'icelles, on tiendra pour choſe certaine, que telles vertus ſont en la quaiſſe, ou Ciel des eſtoiles fixes : & ce non ſeulement de la terre & de ſon Ciel, mais auſſi de tous les autres Cieux des planetes, excepté la Lune, comme dit eſt ; l'apogée du deferant de laquelle fait un tour en neuf ans, par la 9 propoſition du premier livre, & partant ſa vertu attrayante, eſt en un lieu plus bas, comme dans la quaiſſe ou Ciel environ, entre Mars & Jupiter. Et puis que je ſuis en ceſte matiere, je diray encore cecy : c'eſt qu'ayant trouvé le cours propre de l'apogée du deferant de la Lune, eſtre non pas 6 ① 41 ② par jour, ſelon l'ordre des ſignes, comme on conclud eſtre ainſi en l'hypotheſe de terre immobile, mais bien 51 ① 27 ② par jour, contre l'ordre des ſignes en l'hypotheſe de terre mobile, comme on verra en ſon lieu, je trouvay eſtrange que ceſte hypotheſe propre amenoit ainſi quelque cours contre l'ordre des ſignes: Mais conſiderant puis apres que ſa vertu attractive eſtoit en un autre Ciel, faiſant ſa revolution environ en neuf ans, comme dit eſt, ſelon l'ordre des ſignes, j'apperceus que cecy n'eſtoit pas contre la regle, mais que tout tournoit d'Occident vers l'Orient, & que telle apparence avoit ſa raiſon.

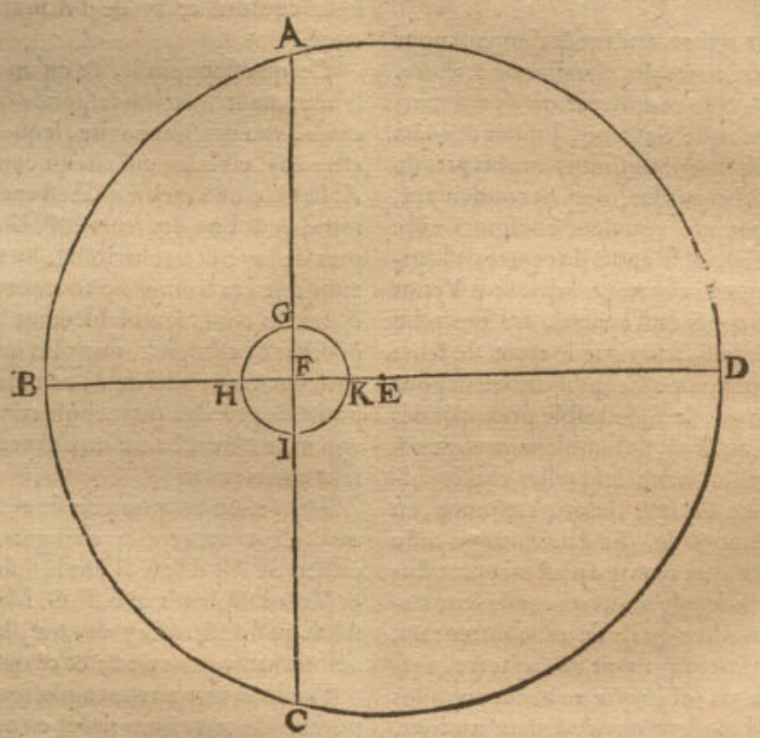
*Concluſion.* Nous avons donc parlé du lieu des vertus attractives, leſquelles tiennent la terre, les deferans, & Orbes des planetes en leurs directions Magnetiques, ſelon le requis.

## Proposition V.

*Declarer comment il n'appert de neceßité que le Soleil ſoit le centre du Ciel des eſtoiles fixes, mais que pour bonne raiſon on l'y ſuppoſe eſtre.*

Tout ainſi qu'il eſt beſoing de choiſir ſur le Globe de la terre un demy-meridien, afin que tous ceux qui traictent de la Geographie prennent en commun entr'eux un tel commencement de longitude, dequoy a eſté parlé en la 4 definition du premier livre de la Geographie ; de meſme eſt-il de beſoing en l'Aſtronomie, de prendre & choiſir un certain poinct pour eſtre appellé le centre, entre ceux qui en traictent ; comme en la ſuppoſition de terre immobile, on prend bien à propos la terre pour eſtre au centre du Ciel des eſtoiles fixes, car lors qu'on conclud que ledit Ciel tourne alentour de ſon centre, il faut que la terre ſoit ſur iceluy, autrement on n'auroit pas la moitié du Globe des eſtoiles ſur l'horizon, ce qui repugne à l'experience, comme declare *Ptolemée* au 5 chap. de ſon premier livre.

Touchant le centre du monde en l'hypotheſe de terre mobile, il vient à propos de prendre que le Soleil y ſoit, pource qu'il eſt aſſez bien le centre des cercles deſcrits par les apogées des deferans des planetes, mais de dire qu'iceluy ſoit le centre du Ciel des eſtoiles fixes, je penſe que cela eſt indemonſtrable. Soit à ceſte fin A B C D le Ciel des eſtoiles fixes, ſon centre E, par où eſt mené le diametre B E D, & A C perpendiculaire ſur iceluy, le coupant en F, hors le centre E, & du poinct F,




comme centre, ſoit deſcrit un cercle G H I K ; ce qu'eſtant ainſi, il appert que combien que l'arc A B C ſoit moindre à C D A, toutefois pource que le cercle G H I K demeure touſiours en meſme lieu, & qu'auſſi le cercle A B C D eſt fixe, il ſemble que ces arcs ſoyent demicercles, eſtans veus du centre F du deferant de la terre, comme auſſi A B, ou l'angle A F B 90 degrez ; & de meſme eſtant veu de la terre en chacun lieu de la circonference G H I K, pource qu'il n'y a aucune raiſon perceptible du diametre H K au raid B E, ou à B H ; on pourroit dire que puis que l'Orbe entier de la terre G H I K n'eſt qu'un poinct en comparaiſon du Ciel des eſtoilles fixes, qu'on ne peut demonſtrer que le Soleil en ſoit le centre, pluſtoſt que l'apogée du deferant de la terre, ou qu'aucun autre poinct en iceluy deferant : voire on peut eſtimer que le Ciel de Saturne n'eſt qu'un poinct en comparaiſon du Ciel des eſtoiles fixes, pour ces raiſons : ſon diametre eſt environ neuf-fois le diametre du deferant de la terre, comme on verra en la propoſition de ce troiſieſme livre : d'où s'enſuit que les eſtoiles fixes, veuës du deferant de Saturne auront une parallaxe, ou proſtapheréſe, neuf-fois plus grande que celle qui eſt veuë du deferant de la terre, qui eſt neuf-fois une grandeur imperceptible, laquelle eſt auſſi imperceptible, ou bien de nulle conſequence : & partant puis que le Ciel de Saturne n'eſt qu'un poinct au pris du Ciel des eſtoiles fixes, chacun poinct en iceluy pourra eſtre pris pour centre du Ciel des eſtoiles fixes, ſans



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

pouvoir remarquer aucune eccentricité ; & par conſequent ne ſemble pas demonſtrable le Soleil eſtre le centre, pluſtoſt qu'aucun poinct au deferant de Saturne.

Touchant ce que *Copernique* dit en ſon premier livre chapitre 10, que l'on ne pourroit mieux poſer ceſte lampe en ſi beau temple qu'au centre d'iceluy, afin d'illuminer le tout enſemble ; ce ſont bien des raiſons naturellement pregnantes, mais non pas demonſtrations Mathematiques ; & ainſi on pourroit dire de tout autre poinct, comme je prens le centre du deferant de la terre pour le centre du Ciel des eſtoiles fixes, poſant que le Soleil face un circuit à l'entour, dont le raid ſoit egal à l'eccentricité du deferant de la terre, & là deſſus fonder le cours du reſte ; ce qui ſe pourroit faire ſans erreur ; mais il eſt plus facile & commode d'y poſer le Soleil, comme centre du firmament, tant pour declarer la convenance des hypotheſes de terre mobile & immobile, comme on verra cy-apres, que pour autres ſubjects qui ſe rencontrent, leſquels en ſont d'autant plus faciles & intelligibles.

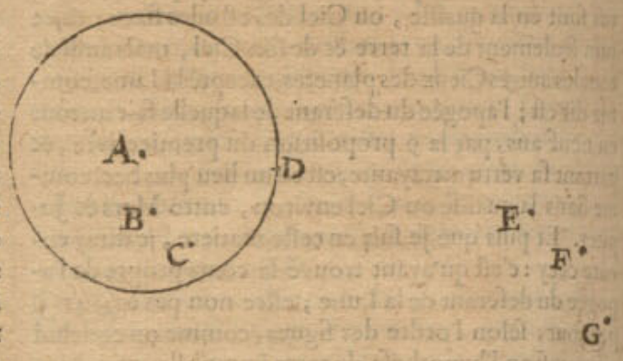
*Concluſion.* Nous avons donc declaré, qu'il n'appert pas que le Soleil ſoit de neceſſité le centre du firmament, mais que pour bonnes raiſons il eſt choiſi eſtre tel, ſelon la propoſition.

## Proposition VI.

*Dire des admirations ſans merveille de ceux qui ſuppoſent la terre immobile.*

La pluſpart de ceux qui entendent & tiennent pour certain la deſcription du cours des planetes de *Ptolemée*, s'eſmerveillent de pluſieurs proprietez qu'ils y remarquent : Premierement, que Saturne, Jupiter & Mars en l'oppoſition du Soleil ſont touſiours au plus pres de la terre, & en conjonction au plus loing. Secondement, que leur cours en l'epicycle convient touſiours avec l'excés du cours du Soleil, ſur le cours du centre de l'epicycle. Tiercement, que le contraire advient à Venus & Mercure ; car leur cours en l'epicycle n'a pas telle convenance avec le Soleil, mais que le cours de leurs centres d'epicycle y convient : Ce qu'ils tiennent pour une marque ſinguliere que le Soleil eſt le principal des planetes, & comme leur Roy, ils ſemblent vouloir accommoder leurs cours au ſien : leſquelles choſes adviennent eſtans fondées ſur une theorie erronnée, en l'hypotheſe de terre immobile. Et d'autant que ceſte matiere a grand rapport avec ceux qui n'eſtans accouſtumez de naviguer, attribuent le mouvement de leur navire aux autres, comme lors qu'ils en rencontrent un, eſtans en bas dans le navire ſans voir eau ny terre, s'eſmerveillent comment un tel navire va beaucoup plus viſte que le leur : Ou bien leur navire faiſant un tour, diſent que l'autre (lequel poſſible eſt coy,) fait un circuit à l'entour d'eux ; je prendray cecy par exemple pour declarer ceſte matiere.

Soyent ſept poincts A, B, C, D, E, F, G, ſept navires en mer, A l'Admiral à l'anchre, & D circuiſant continuellement un cercle, qui comprent au dedans de ſoy les trois navires A, B, C, & non pas E, F, G ; ſoit auſſi quelqu'un en D, comme ſpectateur ; lequel, ſelon qu'il a eſté dit cy-deſſus, s'imaginera qu'il eſt coy, & que les autres tournent irregulierement à l'entour de luy ; ainſi que s'eſmerveillant comme les mentionnez, dira qu'à chacune fois que l'un des trois navires E, F, G, vient en droite ligne par luy, vers l'Admiral, alors




qu'iceluy navire eſt au plus pres de luy : & au plus loing, eſtant en droite ligne de l'autre coſté de l'Admiral A, combien que leurs cours ſoit deſreiglé : Concluant de là que chacun des trois navires tourne encor en un plus petit cercle, par le moyen duquel ils s'approchent & s'eſloignent de luy, s'eſmerveillant d'abondant comment leur cours s'accorde & convient en quelque façon avec celuy de l'Admiral : Semblablement que les deux navires C, B, tiennent auſſi une regle avec l'Admiral, toutefois contraire aux autres precedens, aſſavoir que le circuit du plus grand cercle qu'ils font à l'entour de D, eſt egal en temps au circuit de l'Admiral, dit en outre que c'eſt un ſigne qu'ils ſouſmettent leurs cours à celuy de l'Admiral comme leur principal.

Ce qu'eſtant ainſi, & qu'un Matelot experimenté le reprenant, & luy reſponde qu'il s'eſmerveille ſans cauſe, veu que ſon navire, lequel il eſtime & s'imagine eſtre coy, eſt celuy qui circuit continuellement les trois A, B, C, d'où s'enſuit qu'il eſt autant de fois entre l'Admiral A, & l'un des trois E, F, G, que ceſtuy-là eſt plus pres de luy ; & au plus loing, lors que A eſt entre deux : auſſi que ces navires ne tournent pas en petits cercles, & autres cours ſemblablement fingez, qui les fait approcher & eſloigner, non plus que B, C, en tels cercles convenans au cours de A, comme il eſtime : mais qu'on pourroit prendre pour choſe contre nature, que ce qui apparoit eſtre tel à un non experimenté, ne ſoit en effect autrement.

De meſme en pourroit dire un Aſtronome experimenté à un apprentif ; changeant ſeulement les noms, au lieu de A l'Admiral ſoit le Soleil, & B, C, Mercure & Venus, D, la terre, E, F, G, Mars, Jupiter & Saturne, ſelon qu'il a eſté dit cy-devant, le reprenant de ce qu'il s'eſmerveille pour rien ; & ce qui s'enſuit.

Finalement on trouve pluſieurs difficultez en l'hypotheſe de terre immobile, en matiere de mouvement de latitude des cinq planetes de mineure apparence, ce que la pluſpart admire ; ce qui eſt trouvé ſimple par l'hypotheſe de terre mobile, veu que les deferans ſont obliques à l'ecliptique, comme celuy de la Lune : d'où l'on peut facilement trouver la maniere de calculer les latitudes, comme on verra cy-apres. Voila touchant les choſes eſmerveillables ſans merveilles de ceux qui poſent la terre immobile.

Juſques icy a eſté traicté de la qualité des Orbes des planetes : s'enſuit de leurs mouvemens, & premierement en longitude.

DU

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

# DU MOUVEMENT DE LONGITVDE.

## DEUXIESME DISTINCTION DU TROISIESME LIVRE,

### Du mouvement propre de la terre, & apparant du Soleil.

### SOMMAIRE DE CESTE DEUXIESME DISTINCTION.

*Apres 4 definitions, suivront 4 propositions; dont la premiere, qui est la septiesme en l'ordre, sera du mouvement de la terre en son deferant, qu'on appelle ecliptique.*

*La seconde, qui est la huictiesme en l'ordre, sera que le Soleil a mesme apparence en longitude, en l'ecliptique, mesme distance de la terre, & mesme prostaphereſe, en l'hypotheſe de terre mobile, qu'à l'autre de terre immobile.*

*La troisiesme, qui est la neufiesme en l'ordre, que le perigée du deferant de la terre a mesme longitude en l'ecliptique, que l'apogée du Soleil en l'hypotheſe de terre immobile.*

*La quatriesme, ou la dixiesme en l'ordre, que la terre met autant de temps à parcourir le premier demicercle de son deferant, que le Soleil en la position de terre immobile: & que la terre se meut en longitude de mesme, & avec les mesmes prostaphereſes que le Soleil, en l'autre position de terre immobile.*

### DEFINITION I.

*HYpotheſe de terre mobile, est lors que l'on presuppose la terre se tourner à l'entour du Soleil, comme centre du Monde, de mesme mouvement & au mesme Orbe, que le Soleil est supposé en l'hypotheſe de terre immobile.*

---

ALB. GIRARD.

Pour briefveté nous nommerons doresnavant hypotheſe propre, celle de terre mobile.

### DEFINITION II.

*MOuvement de la Lune, selon l'hypotheſe de terre mobile, est lors qu'on la pose se tourner à l'entour de la terre mobile, de mesme qu'en l'autre hypotheſe, à l'entour de la terre immobile.*

### DEFINITION III.

*SI l'on pose que le deferant de la terre soit egal à l'epicycle de Saturne, Iupiter, & Mars, & que ces planetes soient posées, non pas se mouvoir en epicycles, mais en deferans, ausquels se mouvoyent les epicycles; tels mouvements d'iceux, sont dits estre selon l'hypotheſe de terre mobile.*

### DEFINITION IV.

*SI le deferant de la terre est posé egal aux deferans de Venus & Mercure; & qu'icelles planetes se mouvent en epicycles dans le grand Orbe de la terre; tels mouvemens d'iceux sont dits estre selon l'hypotheſe de terre mobile.*

### PROPOSITION VII.

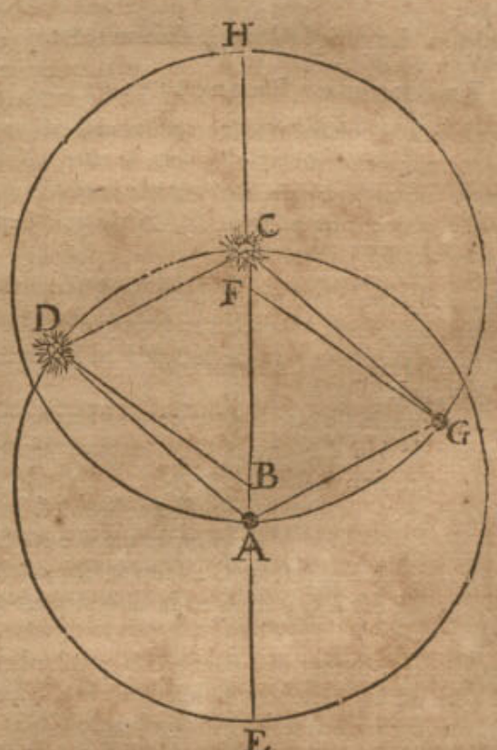
*TRouver le cours de la terre en son deferant, sur le temps donné.*

Les reliques des Anciens qui sont parvenuës jusques au temps de *Ptolemée*, tesmoignent qu'ils ont eu entr eux ceste coustume, de descrire l'observation des mouvemens des astres par le mouvement journalier, ou (ce qui revient à un) par le mouvement d'iceux à l interval de temps donné, qu'ils ont trouvé par leurs observations: & pource que telle coustume est fort raisonnable, je commenceray de mesme ce troisiesme livre selon l'hypotheſe de terre mobile, comme a esté fait aussi au premier livre, en l'autre hypotheſe. Or il faut sur tout noter icy, qu'on attribue bien un autre mouvement aux planetes, qu'à l'hypotheſe impropre: mais à la terre on luy donne le mesme, qu'on donnoit au Soleil, comme (en la troisiesme proposition du premier livre) de 59 ①, 8, 17, 13, 12, 31, chacun jour, laquelle fait une revolution entiere par an. Voila donc touchant le cours de la terre en son deferant.

### THEOREME. PROPOSITION VIII.

*LE Soleil a en apparence la mesme longitude ecliptique, la mesme distance & prostaphereſe, qu'en l'hypotheſe impropre.*

*Le donné.* Soit A la terre fixe selon l'hypotheſe impropre, A B eccentricité du Soleil, qui est selon *Ptolemée* 417, de telles parties que le raid B C en contient 10000: or du centre B & B C interval soit fait un cercle pour le deferant du Soleil C D E, & prolongée C A, au perigée E & apogée C; & le Soleil soit venu de C en D.




Mais selon l'autre hypotheſe, la terre soit esmeuë de A, & le Soleil soit ferme en C, & soit C F egale à l'eccentricité A B, & du centre F, interval F A, (egal à B C) soit descrit le cercle A G H, deferant de la terre; dont H est l'apogée, & A perigée, d'où la terre se mouvant soit parvenuë en G, ainsi que les arcs A G, C D soyent egaux; puis soyent menées les six lignes A D, G C, C D, G A, B D, G F.

*Le re-*

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

*Le requis.* Il faut demonstrer que le Soleil fixe en C, veu de la terre meuë G, a la mesme longitude en l'ecliptique, que le Soleil meu en D, de la terre fixe A.

DEMONSTRATION.

Premierement je prendray ce qui est hors de controverse, A la terre, & C le Soleil, au temps qu'ils sont en leur apogée (tant en l'une qu'en l'autre hypothese) alors le Soleil est veu au mesme, & à la mesme distance: ce que je demonstreray advenir aussi aux autres lieux. Car puis que les arcs C D & A G sont egaux, les triangles B C D & F A G seront isosceles pareils, & partant C D A G sera parallelogramme, qui fait que le Soleil fixe sera veu de la terre meuë G, au mesme lieu, & de la mesme distance, que le Soleil meu D de la terre fixe A: pource que la grandeur de A G est de raison imperceptible, (voire tout le diametre du grand Orbe,) au diametre de celuy des estoiles fixes: Quant à la prostaphereſe, elle est egale, puis que l'arc C D est autant plus en degrez, que l'angle C A D; que l'arc A G, de l'angle G C A; pource que les angles B D A & C G F sont egaux; donc les prostaphereſes (qui sont icy aphereſes) seront egales.

*Conclusion.* Le Soleil donc a en apparence la mesme longitude, & mesme distance & prostaphereſe qu'en l'hypothese impropre. Ce qu'il falloit demonstrer.

PROPOSITION IX.

*LE perigée du deferant terrestre obtient la mesme longitude en l'ecliptique, que l'apogée du Soleil en l'hypothese impropre.*

*Le donné.* En la figure precedente, on voit que H perigée du deferant terrestre, obtient la mesme longitude en l'ecliptique, que l'apogée C du Soleil en l'hypothese impropre.

*Conclusion.* Le perigée donc du deferant, &c.

THEOREME. PROPOSITION X.

*LOrs que le Soleil en l'hypothese impropre converse en l'apogée, ou au premier demicercle de son deferant; la terre en l'hypothese propre sera en son apogée, ou conversera au premier demicercle aussi, & aura la mesme longitude, & prostaphereſe en son deferant que le Soleil.*

Soit à la figure de la 8 proposition, où l'on voit que la terre en l'hypothese propre est en l'apogée de son deferant A, au mesme temps que le Soleil en l'apogée C de son deferant C D E.

Aussi est manifeste que la terre converse au premier demicercle de son deferant A G H, en mesme temps que le Soleil au sien C D E.

D'avantage, la mesme longitude que le Soleil D obtient en son deferant C D E; dont la mesure est C D, la mesme obtient aussi la terre G en son deferant A G H, dont la mesure est A G; car par le donné il est egal à C D.

Finalement, autant que contient la prostaphereſe A D B (qui est aphereſe) du Soleil D en son deferant C D E, autant contient aussi la prostaphereſe C G F (qui est aussi aphereſe) de la terre G en son deferant A G H.

*Conclusion.* Lors donc que le Soleil en l'hypothese impropre converse en l'apogée, &c.

COROLLAIRE.

Veu que la terre en l'hypothese propre, obtient tousjours en son deferant un lieu semblable, que le Soleil en l'hypothese impropre, en son deferant; il s'ensuit que comme par les trois lieux du Soleil, qu'on prend en son deferant pour trouver son eccentricité, ainsi par trois tels lieux semblables, on trouvera l'eccentricité du deferant terrestre, laquelle pour ceste cause sera egale à celle du deferant du Soleil, l'equation des jours, & les choses en somme de mesme genre, egales, lesquelles sont descrites & supputées au deuxiesme livre selon l'hypothese impropre; & sera dit cy-apres comment il est plus commode de prendre ceste hypothese impropre, pour les calculations qu'autrement.

## TROISIESME DISTINCTION DV TROISIEME LIVRE,

### Du mouvement de la Lune en longitude, selon l'hypothese de terre mobile.

SOMMAIRE DE CESTE TROISIESME DISTINCTION.

*Elle contiendra deux propositions; dont la premiere, qui est l'onziesme en l'ordre, sera, comment au temps donné on pourra trouver l'apogée du deferant de la Lune & des nœuds, par voye Mathematique, sur l'hypothese propre.*

*La seconde, qui est la douziesme en l'ordre, comment la Lune a la mesme longitude en l'ecliptique, & la mesme distance de la terre, qu'en l'hypothese impropre.*

PROPOSITION XI.

*SVr un temps donné trouver le cours de l'apogée du deferant de la Lune, & des nœuds, selon l'hypothese propre.*

*1 Exemple, de l'invention du moyen mouvement de l'apogée du deferant lunaire.*

*Le donné.* Soit le temps d'un jour.

*Le requis.* On requiert de combien sera le moyen mouvement de l'apogée, selon la longitude apparante de l'ecliptique en l'hypothese de terre mobile.

CONSTRVCTION.

| | |
|---|---|
| Le moyen mouvement de la terre, par la troisiesme proposition du premier livre (car pour les raisons jà deduites cy-devant on prendra celuy du Soleil) est de | o deg. 59. 8. 17. 13. 12. 31. |
| D'iceluy osté le moyen mouvement de l'apogée du deferant, (lequel est en l'hypothese impropre selon l'ordre des signes le long de l'ecliptique apparemment) qui est par jour par l'onziesme proposition du premier livre, de | o deg. 6. 41. 2. 15. 38. 31. |
| Restera pour le moyen mouvement de l'apogée du deferant lunaire contre l'ordre des signes, | o deg 52. 27. 14. 57. 14. |

Ceſt exemple a esté du mouvement journalier, d'où appert la difference de ce mouvement naïf, d'avec l'imaginaire de l'hypothese impropre, plus clairement qu'avec un temps plus long où il eschoit plusieurs revolutions, lesquelles se doivent soustraire: mais d'autant que l'arc du mouvement diurne est trop petit pour la commodité de la demonstration, je prendray un temps plus long, comme de 90 jours.

Auquel

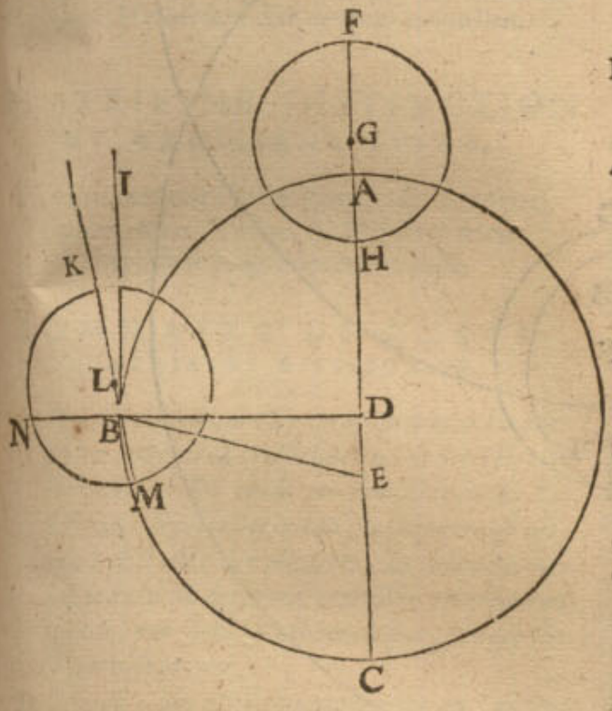
Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

Auquel temps par la troiſieſme propoſition du premier livre, le moyen mouvement de la terre ſera de 88 deg. 42.

Duquel oſté le moyen mouvement de l'apogée du deferant (ſelon l'ordre des ſignes en l'hypotheſe impropre) lequel eſt par l'onzieſme propoſition du premier livre, de 10 deg. 2.

Reſtera le moyen mouvement de l'apogée du deferant lunaire contre la ſucceſſion des ſignes au temps donné de 90 jours 78 deg. 40.

*Preparation de la demonſtration.* Avant que venir à la demonſtration ſpeciale du mouvement, faut noter pour regle generale, que le mouvement de l'apogée du deferant lunaire, (comme iceluy a eſté obſervé par nous en l'ecliptique,) eſt compoſé du ſien & du mouvement du centre terreſtre, leſquels il faudra diſtinguer, afin de declarer plus amplement par la theorie les loix des mouvemens. Si nous donnons au mouvement diurne de l'apogée lunaire 6 ① 42 ② en antecedence, voire en l'hypotheſe propre; alors ny la figure, ny le calcul n'accorderont avec la verité. Ce qu'eſtant cognu, ſoit ABC le cercle deferant le centre de la terre, ſon centre D, le Soleil E, & la ligne DE produite, monſtrera l'apogée A, & le perigée C: puis poſant premierement la terre en A, prolongeant DA en F, & marquant le poinct G en AF, ſoit deſcrit ſur iceluy, comme centre, & FH diametre, le cercle deferant la Lune, duquel F eſt apogée. Puis en 9 jours le centre de la terre ſoit parvenu de A en B, auquel temps par la conſtruction ſon moyen mouvement eſt de 88 deg. 42 ① pour l'angle ADB: & puis BI parallele à DA, ſoit BK inclinée, ainſi que l'angle IBK ſoit egal au mouvement moyen de l'apogée du deferant lunaire, és 90 jours ſuſdits en antecedence, autant qu'il s'eſt meu ſelon la longitude apparante de l'ecliptique, qui eſt 10 degr. 2 ① par la conſtruction: & prenant L en BK, ainſi que BL ſoit l'eccentricité, duquel L, comme centre, ſoit deſcrit le deferant KM, tellement que K eſt apogée & M perigée, & ſoit continuée DB en N.




### Demonstration.

Si l'apogée F n'avoit aucun mouvement, il ſe trouveroit eſtre en la ligne DBN de neceſſité, mais il s'eſt meu en arriere, en K, car nous luy avons attribué ce lieu en la conſtruction; & partant faut demonſtrer que l'angle NBK vaut les ſuſdits 78 deg. 40 ①, dont voicy la raiſon. Veu que BI eſt parallele à DA, afin que de B, par I, on voye le meſme poinct en l'ecliptique, que de D par A (car la raiſon du grand Orbe à la ſphere des eſtoilles fixes eſt imperceptible) alors l'angle IBN ſera egal à ADB, c'eſt 88 deg. 42 ①, duquel oſté l'angle KBI de 10 deg. 2 ①, par la conſtruction, reſtera NBK 78 deg. 40 ①. Parquoy en l'eſpace de 90 jours, eſquels la terre s'eſt meuë de A en B en conſequence des ſignes; cependant l'apogée de ſon propre mouvement a fait l'amplitude de l'angle NBK en antecedence, c'eſt 78 deg. 40 ①, comme il falloit demonſtrer.

### 2 *Exemple, du mouvement des nœuds ecliptiques.*

*On donne* le temps d'un jour.

*On requiert* le moyen mouvement des nœuds ecliptiques, ſelon la longitude apparante de l'ecliptique, en l'hypotheſe propre.

### Construction.

Le moyen cours de la terre par la troiſieſme propoſition du premier livre, eſt en un jour de 0 deg. 59. 8. 17. 13. 12. 31.

Auquel adjouſté le moyen mouvement des nœuds de l'ecliptique, lequel eſt à l'hypotheſe impropre, en antecedence des ſignes faiſant journellement par l'onzieſme propoſition du premier livre, 0 deg. 3. 10. 41. 15. 26. 7.

La ſomme ſera le mouvement moyen requis des nœuds contre l'ordre des ſignes 0 deg. 2. 18. 58. 28. 38. 38.

Dont la demonſtration eſt manifeſte par celle du premier exemple.

*Concluſion.* Nous avons donc trouvé ſur un temps donné le mouvement de l'apogée du deferant lunaire, & des nœuds, &c.

### Corollaire.

Veu que par l'onzieſme propoſition du deuxieſme livre, on trouve la longitude ecliptique apparante de l'apogée du deferant, en l'epoche donnée: il ſera facile de trouver la meſme ſur un temps donné; car ſi à l'epoche on adjouſte le mouvement au temps donné, ſelon les preceptes de ceſte propoſition, & de ſurplus audit temps le mouvement de la terre, ce qui viendra ſera le requis. Et de meſme maniere des nœuds ecliptiques.

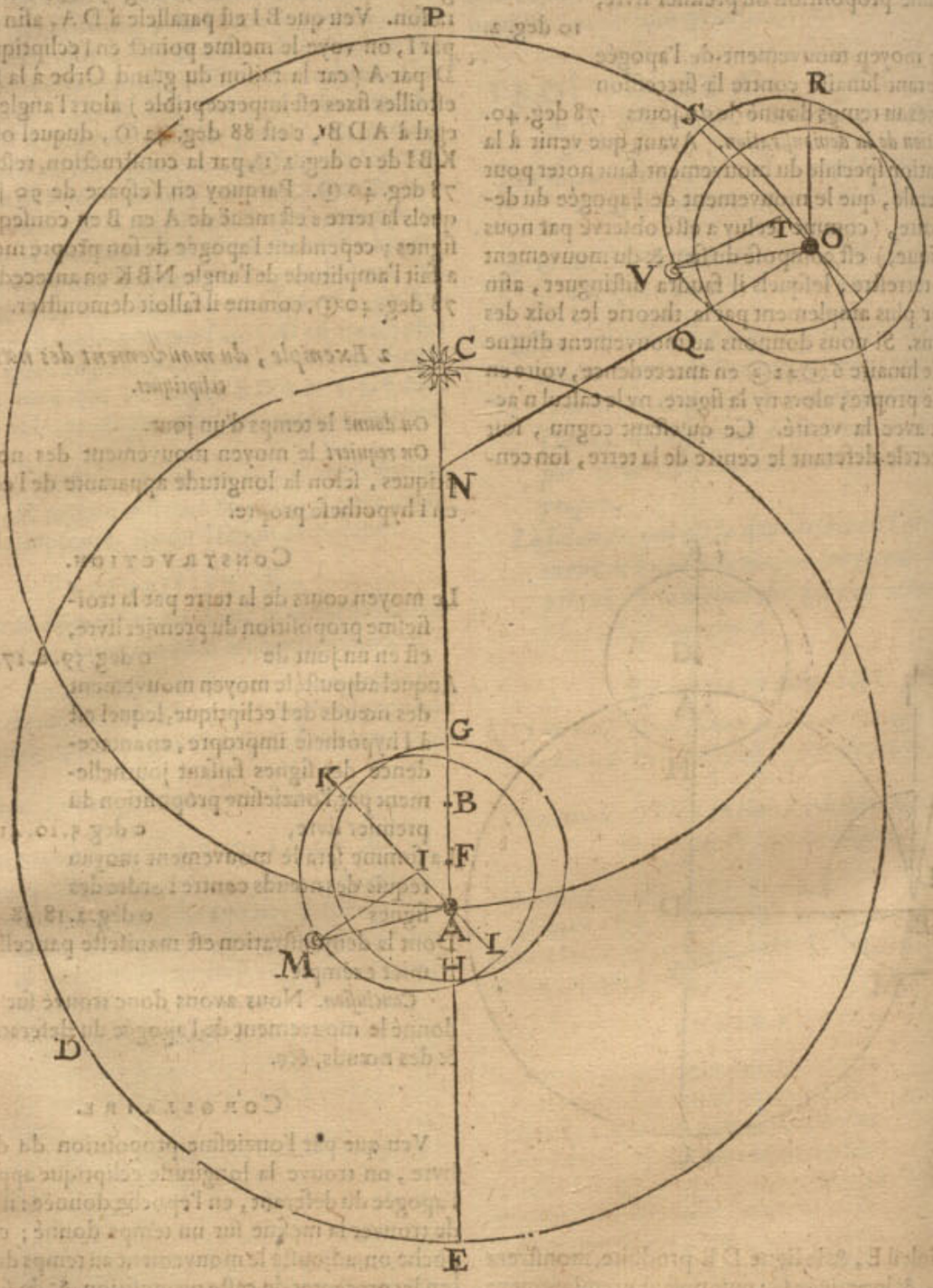
### Theoreme. Proposition XII.

*LA Lune ſelon l'hypotheſe propre a telle longitude en l'ecliptique, & la meſme diſtance à la terre, que ſelon l'hypotheſe impropre.*

*Le donné.* Soit premierement la terre fixe A, & AB l'eccentricité du deferant du Soleil, puis du centre B & BC intervalle ſoit deſcrit le deferant ſolaire CDE, & continuée CA en E, iceluy E ſera perigée, C apogée; puis entre A la terre fixe, & B, ſoit F centre du deferant lunaire, duquel & de l'intervalle FG, ſoit deſcrit le deferant GH, coupant AE en H perigée & G apogée

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

apogée, & poserons premierement la Lune en ce lieu; & F se soit meu puis apres en I, duquel & I K intervalle soit descrit le deferant K L egal à G H, duquel soit K apogée; ainsi qu'au mesme temps l'apogée G se soit meu jusques à K, & la Lune cependant de l'apogée, & ce de l'intervalle K M, (si paraventure la Lune a fait quelques periodes, ils ne viennent en compte) puis menée A M, alors la Lune, selon le spectateur en A, sera distante de C (qui est sur le 65 deg. 30 ☌ de l'ecliptique) de l'amplitude C A M.




Voila touchant la configuration du mouvement de la Lune en l'hypothese impropre, s'ensuit en la propre: Soit en C A le poinct N, que C N soit l'eccentricité de la terre egale à A B: & du centre N soit designé le deferant terrestre egal à C E, P perigée, A apogée. Et que la terre se soit meue de l'arc A O menant quant & soy le deferant de la Lune, que si cependant l'apogée d'iceluy deferant lunaire n'avoit aucun mouvement, il seroit en Q; ainsi que Q O & A G seroyent egales: mais par l'onzieſme proposition du troisieſme livre present, il se meut de son propre mouvement contre l'ordre des signes, lequel est egal au mouvement terrestre A N O moins cest arc, auquel il se meut selon l'ecliptique, qui est l'angle G A K; & menant O R egale & parallele à A G, alors l'apogée R auroit parcouru l'angle Q O R, contre l'ordre des signes, si nous n'en ostions l'angle egal au mouvement apparant de l'apogée G A K: je fais donc S O R egal à iceluy, & prens un poinct T en O S, ainsi que O T & A F soyent egales, puis du centre T, & intervalle T S, soit figuré le deferant lunaire S V R, dont S est apogée. Or ainsi qu'au mesme temps, que nous avons pris & definy cy-dessus, en l'hypothese impropre, la Lune s'auroit meuë de l'apogée à M, je designe S V arc, ou l'angle S T V (au deferant S V R) egal à K I M, & la Lune au poinct V; tellement qu'il faut demonstrer que la Lune V, de la terre meuë O, sera veuë avoir mesme longitude apparante en l'ecliptique, que la Lune M de la terre fixe A, & que la distance de la Lune A M est egale à la distance O V.

Demon-

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

DEMONSTRATION.

Car puis que OR est parallele à AG, & les angles ROS, GAK egaux, alors OS sera parallele à AK: & puis que STV & KIM sont angles egaux, alors aussi TV & IM seront paralleles : D'avantage le triangle TOV a deux costez TO, TV, egaux & paralleles aux costez IA, AM du triangle IAM; & partant le costé restant OV au restant AM sera aussi parallele. Qui fait que la Lune en la terre meuë O, sera veuë avoir mesme longitude en l'ecliptique, que la Lune M de la terre fixe A, & és deux accidens les distances OV & AM seront egales.

*Conclusion.* La Lune donc és deux hypotheses aura mesme longitude en l'ecliptique & distance de la terre. Ce qu'il falloit demonstrer.

COROLLAIRE.

Il est donc manifeste qu'on pourra trouver la longitude apparante de la Lune en l'ecliptique en l'hypothese propre, en cerchant la longitude apparante de l'apogée du deferant, selon le corollaire de l'onziesme proposition, & puis oster le calculé restant, comme en l'hypothese impropre. Mais il eust esté plus facile & commode de faire la supputation sur l'hypothese impropre, dont la cause sera dite cy-apres en son lieu.

## QUATRIESME DISTINCTION DV TROISIEME LIVRE,

### Du mouvement en longitude de Saturne, Jupiter, Mars, Venus, & Mercure, selon l'hypothese propre de terre mobile.

### SOMMAIRE DE CESTE QUATRIESME DISTINCTION.

*Ceste distinction aura sept propositions : La premiere, qui est la treisiesme en l'ordre, sera de l'invention des raids ou semidiametres des deferans, les eccentricitez, la majeure & mineure distance des planetes, en telles parties que le raid du deferant terrestre en contient* 10000, *par voye Mathematique, fondée sur l'hypothese propre.*

*La seconde, qui est la quatorsiesme en l'ordre, sera du mouvement des 3 planetes superieures Saturne, Iupiter, & Mars, en leurs deferans au temps donné, selon l'hypothese propre.*

*La troisiesme, qui est la quinsiesme en l'ordre, que les trois planetes superieures Saturne, Iupiter & Mars, ont telle longitude apparante en l'ecliptique, & mesme distance à la terre, en l'hypothese propre qu'à l'impropre.*

*La quatriesme, qui est la seiziesme en l'ordre, du mouvement des deux planetes inferieures Venus & Mercure, & ce en leurs deferants au temps donné, selon l'hypothese propre.*

*La cinquiesme, qui est la dix-septiesme en l'ordre, que les deux planetes inferieures Venus & Mercure ont mesme longitude apparante en l'ecliptique, & la mesme distance à la terre, qu'avec l'hypothese impropre.*

*La sixiesme, qui est la dix-huictiesme en l'ordre, pourquoy il a esté demonstré és propositions* 8, 12, 15, *&* 17, *que les planetes selon l'hypothese propre sont trouvées avoir les mesmes lieux apparans, & distances l'une de l'autre, qu'en l'autre hypothese de terre immobile, avec leurs circonstances.*

*La septiesme, qui est la dix-neufiesme en l'ordre, contient une declaration, assavoir quelle hypothese des deux est plus commode à la computation du cours en longitude des planetes.*

PROPOSITION XIII.

*TRouver les raids des deferans, les eccentricitez, avec les majeures & moindres distances des planetes, en telles parties que le deferant terrestre en contient* 10000, *par voye Mathematique, fondée sur l'hypothese propre de terre mobile.*

Mon dessein est icy de faire servir les nombres de *Ptolemée*; & combien que les apogées ayent fort changé de lieu du depuis, & que les exemples du temps present seroyent plus necessaires pour voir la convenance de ces conclusions avec les observations, neantmoins je les ay choisi, pource qu'en la description de *Ptolemée* se trouvent beaucoup d'exemples fort propres, tant du cours en latitude qu'en longitude des planetes, pour prouver les proposit. fondées sur l'hypothese propre.

Pour venir donc à la chose, faut noter que les supposiseurs de terre immobile, ne sçachant que les epicycles apparans des trois planetes superieures, sont constituez au lieu du deferant de la terre, & qu'ils doivent estre chacun egaux à iceluy, ils n'ont donné à leurs semidiametres ou raids le mesme nombre, comme ils auroyent peu faire l'ayant sceu. Mais d'autant que d'icy s'ensuit, que les nombres des raids des deferans & eccentricitez de diverses planetes, ne sont pas proportionaux avec les longueurs essentielles, comme il seroit requis pour supputer commodement avec l'hypothese de terre mobile, & pour construire des instrumens Astronomiques, desquels les parties soyent proportionnelles à leurs homologues au prototype; à ceste fin je poseray en tous une commune mesure, assavoir ainsi que le raid du deferant terrestre contienne 10000, lequel est choisi, pource qu'il vient en compte és supputations de chacune planete, aussi que 10000 est un nombre facile.

1. *Collection ou recapitulation des raids & eccentricitez trouvées par* Ptolemée, *& descrite sur l'hypothese impropre.*

| | |
|---|---|
| Raid du deferant solaire | 60 parties. |
| Eccentricité dudit deferant solaire | 2 part. 30 ①. |
| Raid du deferant lunaire | 60 part. |
| Eccentricité dudit deferant lunaire (que *Ptolemée* nommoit raid de l'epicycle) | 5 part. 14 ①. |
| Autrement *Ptolemée* a mis à la 13 proposition de son cinquiesme livre, 59 part. & 5 part. 10 ① proportionnaux à 60 part. & 5 part. 14 ① pour le raid de la terre, en telles parties que le raid du deferant solaire en contient 1210. | |
| Le raid du deferant de Saturne | 60 part. |
| Raid de l'epicycle de Saturne | 6 part. 30 ①. |
| Eccentricité de Saturne | 3 part. 25 ①. |
| Raid du deferant de Jupiter | 60 part. |
| Raid d'epicycle de Jupiter | 11 part. 30 ①. |
| Eccentricité de Jupiter | 2 part. 45 ①. |



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

| | |
|---|---|
| Raid du deferant de Mars | 60 part. |
| Raid d'epicycle de Mars | 39 part. 30 ☉. |
| Eccentricité de Mars | 6 part. |
| Raid du deferant de Venus | 60 part. |
| Raid d'epicycle de Venus | 43 part. 10 ☉. |
| Eccentricité de Venus | 1 part. 15 ☉. |
| Raid du deferant de Mercure | 60 part. |
| Raid d'epicycle de Mercure | 21 part. 26 ☉. |
| Eccentricité de Mercure | 5 part. 41 ☉. |

Et pour changer ces nombres qui ſont ſur l'hypotheſe de terre immobile, en autres nombres, d'autre hypotheſe de terre mobile, de laquelle le raid du deferant ſoit 10000, comme a eſté dit, je commenceray à la terre, dont le deferant eſt celuy qu'on donnoit au Soleil, duquel le raid (par la collection precedente) a telle raiſon à ſon eccentricité, comme 60 parties, à deux parties 30 ☉, & partant eſtant le raid du deferant de la terre 10000.

L'eccentricité ſera 417.

Et pource que *Ptolemée* en ſon troiſieſme livre chap. 4. poſe l'apogée du Soleil au 65 deg. 30 ☉ de l'ecliptique, auquel lieu eſt le perigée du deferant terreſtre, par la 9 propoſition du troiſieſme livre, ſon apogée donc ſera en l'ecliptique au 245 deg. 30.

Et touchant le raid du deferant lunaire, iceluy eſt par la *collection* precedente, au raid du deferant terreſtre, comme 1210 à 59 : donc je dis, 1210 donne 59, cõbien 10000? viendra pour le raid du deferant lunaire 488.

Et pour avoir l'eccentricité du deferant lunaire, je dis, raid du deferant lunaire 59 parties, donne eccentricité 5 part. 10 ☉, combien le raid dudit deferant lunaire 488 au dernier en l'ordre? vient pour l'eccentricité du deferant lunaire 43.

Lequel adjouſté avec le raid 488, viendra pour la majeure diſtance de la terre à la Lune 531.

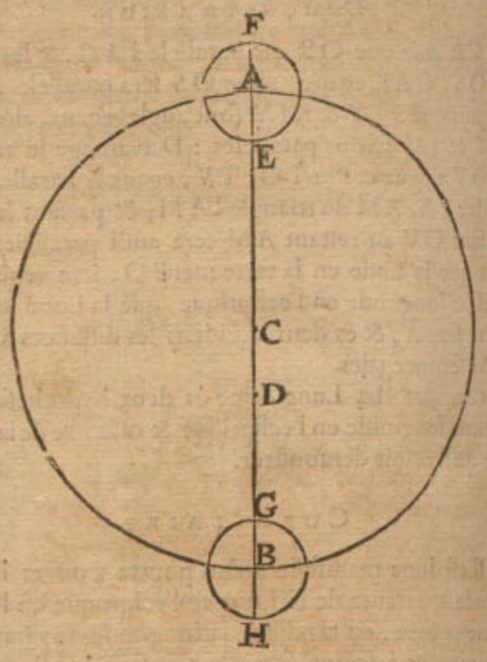
Et oſté dudit 488 reſtera pour la moindre diſtance 445.

L'apogée du deferant lunaire en longitude apparante ſe changeant fort en peu de temps, n'a beſoing d'eſtre mis icy.

Pour le raid du deferant de Saturne, je dis, le raid d'epicycle de Saturne 6 part. 30 ☉, donne le raid du deferant 60 part. par la precedente *collection*, combien 10000? viendra pour le raid du deferant de Saturne 92308.

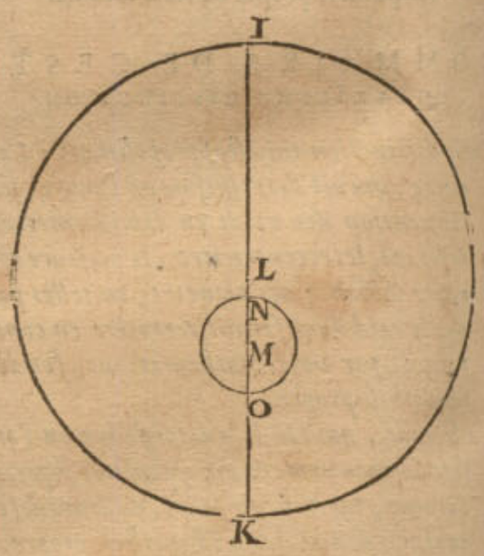
Pour l'eccentricité de Saturne, je dis, ſon raid d'epicycle 6 part. 30 ☉, donne ſon eccentricité 3 part. 25 ☉, combien 10000? viendra pour l'eccentricité de Saturne 5256.

Pour avoir la majeure & moindre diſtance de Saturne, je conſtruiray deux figures pour rendre le tout plus intelligible, ſelon les deux hypotheſes, dont la premiere eſt l'impropre. Soit AB deferant de Saturne, C ſon centre, & CA ſon raid faiſant 92308, huictieſme en l'ordre : D eſt la terre immobile, CD l'eccentricité 5256, neufieſme en l'ordre, A apogée, B perigée : puis de A, comme centre, ſoit deſcrit l'epicycle EF, dont le raid AE fait 10000, par l'hypotheſe, duquel F eſt l'apogée, & E le perigée, & ſoit deſcrit ſur B auſſi un




epicycle egal à EF, dont G ſoit le perigée; & maintenant pour avoir la majeure diſtance DF, j'adjouſte à CA 92308, DC 5256 avec le raid AF 10000, vient en tout 107564, pour la majeure diſtance DF; & de meſme on aura DG la moindre diſtance 77051.

Or pour voir la convenance de cecy avec l'hypotheſe de terre mobile, ſoit le cercle IK le deferant de Saturne, L ſon centre, & raid, IL, egale à CA faiſant auſſi 92308, & le centre du deferant terreſtre ſoit M, & LM l'eccentricité, faiſant 5256, comme CD; l'apogée du deferant de Saturne I, & K perigée; & de M,




comme centre, ſoit deſcrit le deferant de la terre NO, ſon raid MN, egal à AE 10000. Ce qu'eſtant ainſi, la majeure diſtance OI ſera egale à DF, & la moindre OK egale à DG; car on trouvera qu'adjouſtant à IL 92308, LM 5256 & MO 10000, on aura OI, comme DF, pour la diſtance majeure 107564.

Auſſi OK la moindre diſtance, comme DG cy-deſſus 77051.

Or l'apogée du deferant de Saturne eſtoit au temps de *Ptolemée*, comme il dit au 5 chap. de l'onzieſme livre, ſous l'ecliptique au 233 deg.

Tellement que faiſant telle ſupputation avec Jupiter & Mars, on trouvera comme s'enſuit.

Raid

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

| | | |
|---|---|---|
| Raid du deferant | de Jupiter | 52174. |
| Eccentricité | | 2391. |
| Majeure distance | | 64565. |
| Mineure distance | | 39783. |

L'apogée du deferant de Jupiter estoit au temps de *Ptolemée*, comme il escrit au premier chapitre de l'onziesme livre, sous l'ecliptique au 161 deg.

| | | |
|---|---|---|
| Raid du deferant | de Mars | 15190. |
| Eccentricité | | 1519. |
| Majeure distance | | 26709. |
| Mineure distance | | 3671. |

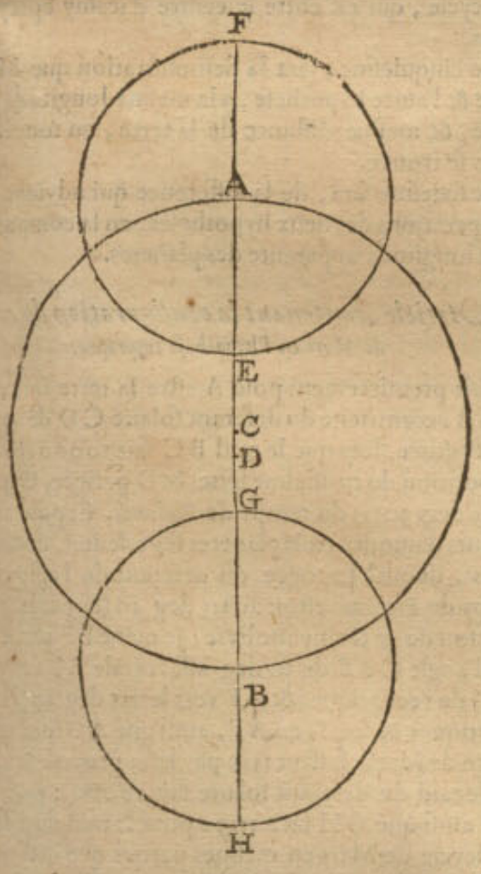
L'apogée du deferant de Mars estoit au temps de *Ptolemée*, comme il est au 7 chap. du dixiesme livre en l'ecliptique au 115 deg. 30.

Pour avoir le raid du deferant de Venus en l'hypothese propre; il faut premierement sçavoir qu'en l'impropre hypothese son deferant est egal à celuy de la terre, c'est à dire le raid 10000 : donc son raid d'epicycle fait 7194, car disant 60 parties pour le raid de son deferant donnent 43 part. 10 ① raid d'epicycle, par la precedente *collection*, cõbien 10000? viendra ledit 7194: & puis qu'en l'hypothese propre, ceste epicycle devient son deferant, donc le raid du deferant de Venus sera 7194.

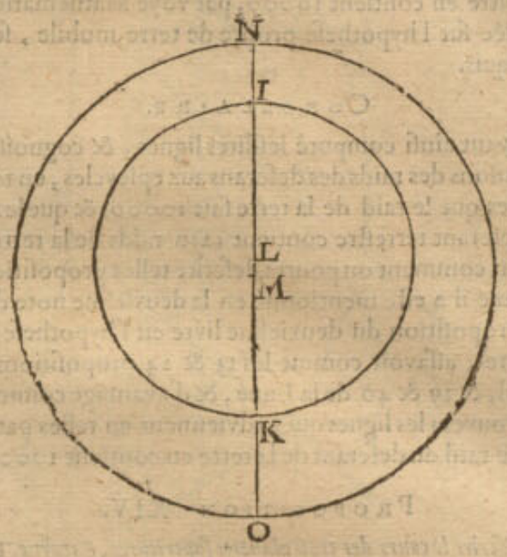
Pour avoir l'eccentricité de Venus, je dis, 60 parties (raid du deferant d'epicycle) donnent son eccentricité 1 part. 15 ①, combien 10000? vient 208.

Pour les distances de Venus, majeure & mineure, je designeray deux figures, l'une pour l'hypothese impropre, la derniere pour la propre. Soit AB le deferant d'epicycle de Venus, C centre, CA raid 10000, D la terre immobile, CD l'eccentricité faisant 208, dernier en l'ordre, A apogée du deferant, B perigée & sur A soit descrit un epicycle EF, dont AE le raid fait 7194 anteprecedent trouvé, son apogée F, & E perigée, puis sur B aussi un epicycle egal à l'autre GH, & G son perigée; donc pour avoir DF majeure distance, j'adjouste CA 10000, DC eccentricité 208, & AF 7194, vient pour DF la distance majeure 17402.

Et distance mineure DG 2598.




Mais pour voir la convenance de cecy avec l'hypothese propre, soit IK deferant de Venus, L centre, & IL raid egal à AF 7194, & M centre du deferant de la terre NO, dont MN est le raid 10000, egal à CA; puis LM eccentricité egale à CD 208, l'apogée du deferant de Venus de M soit I, & perigée K, d'avantage.




Ce qu'estant ainsi, la majeure distance OI sera egale à DF cy-dessus, & la moindre distance NI à DG; car à IL 7194, adjousté LM 208 & MO 10000, viendra pour OI un nombre, comme à DF, laquelle ostée du diametre entier NO 20000, restera la moindre distance 2598, comme devant.

Puis l'apogée de Venus estoit du temps de *Ptolemée*, comme il escrit au 2 chap. du dixiesme livre, en l'ecliptique au 55 deg.

Faisant aussi semblable computation de Mercure, on trouvera comme s'ensuit.

| | | |
|---|---|---|
| Raid du deferant | de Mercure | 3572. |
| Eccentricité | | 947. |
| Majeure distance | | 14519. |
| Moindre distance | | 5481. |

L'apogée de Mercure estoit du temps de *Ptolemée* (7 chap. du neufiesme livre) en l'ecliptique au 190 deg.

## NOTEZ.

Pour mieux trouver au doigt lesdites computations, nous les mettrons cy-dessous par ordre, comme une table.



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

2 *Collection ou recapitulation des distances susdites, en telles parties que le raid du deferant terrestre en contient* 10000, *avec la longitude apparante des apogées des planetes, du temps de* Ptolemée.

| | Mercure. | Venus. | Terre. | Lune. | Mars. | Jupiter. | Saturne. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| *Raid du deferant,* | 3572 | 7194 | 10000 | 488 | 15190 | 52174 | 92308. |
| *Eccentricité,* | 947 | 208 | 417 | 43 | 1519 | 2391 | 5256. |
| *Majeure distance,* | 14519 | 17402 | 10417 | 531 | 26709 | 64565 | 107564. |
| *Moindre distance,* | 5481 | 2598 | 9583 | 445 | 3671 | 39783 | 77052. |
| *Longitude apparante de l'apogée de* | 190 deg. | 55 deg. | 245 deg. 30. | .... | 115 deg. 30. | 161 deg. | 233 deg. |

*Conclusion.* Nous avons donc trouvé les raids des deferans, & eccentricitez, avec les majeures & moindres distances des planetes, en telles parties que le deferant terrestre en contient 10000, par voye Mathematique, fondée sur l'hypothese propre de terre mobile, selon le requis.

### Corollaire.

Ayant ainsi computé lesdites lignes, & cognoissant les raisons des raids des deferans aux epicycles, en telles parties que le raid de la terre fait 10000, & que le raid du deferant terrestre contient 1210 raids de la terre, il appert comment on pourra descrire telles propositions, comme il a esté mentionné en la deuxiesme note de la 49 proposition du deuxiesme livre en l'hypothese impropre, assavoir comme les 23 & 24 propositions du Soleil, & 39 & 40 de la Lune, & d'avantage comment on trouvera les lignes qui y adviennent en telles parties que le raid du deferant de la terre en contient 10000.

### Proposition XIV.

*Descrire le cours des trois planetes superieures, Saturne, Iupiter, & Mars, en leurs deferans, sur un temps donné, en l'hypothese propre.*

*Le donné.* Pour commencer par Saturne, soit le temps donné d'un jour.

*Le requis.* On veut trouver le cours de Saturne en son deferant audit temps, sur l'hypothese propre.

### Construction.

Il faut sçavoir que Saturne estant proprement en son deferant au lieu où l'on presuppose estre le centre de son epicycle, en l'hypothese impropre, & ainsi n'a autre mouvement, lequel est par la 18 proposition du premier livre, de 0 deg. 2, 0, 33, 31, 28, 51; & quant à la prostaphereſe, laquelle on remarque en iceluy, elle ne vient pas de l'epicycle en l'hypothese impropre, mais en la propre par le mouvement de la terre; tellement que par un tel mouvement simple il fait son cours en son deferant: & autant en faut-il entendre des deux autres, Jupiter, & Mars.

*Conclusion.* Nous avons donc descrit le cours des trois planetes superieures, Saturne, Jupiter, & Mars, en leurs deferans, sur un temps donné, en l'hypothese propre, selon le requis.

### Theoreme. Proposition XV.

*Les trois planetes superieures, Saturne, Iupiter & Mars, reçoivent en l'hypothese propre, les mesmes longitudes apparantes, & distances de la terre, qu'en l'impropre.*

Je deduiray ceste proposition en six articles, pour plus ample declaration: dont le premier sera de la configuration de l'une des trois planetes superieures, comme le cours de Mars en l'hypothese de terre immobile.

Le deuxiesme, la configuration du cours de Mars, en l'hypothese de terre mobile.

Le troisiesme, sera la demonstration que Mars en l'une & l'autre hypothese, a la mesme longitude apparante, & mesme distance de la terre, estant Mars en l'apogée de son epicycle, & le centre de l'epicycle, en l'apogée du deferant.

---

### Alb. Girard.

*I'ay corrigé ce qui s'ensuit, comme aussi au quatriesme article suivant, lequel estoit negligemment barboüillé tant au Flamend, qu'au Latin.*

Puis pour demonstrer que le mesme advient aussi en autre lieu quelconque, sera fait un preparatif au quatriesme article, & declaré comment le raid du deferant à Mars en l'hypothese propre, est tousiours parallele au raid du deferant de l'epicycle, vers le centre de l'epicycle: Et aussi que le raid du deferant terrestre entre son centre & la terre, est tousiours parallele au raid de l'epicycle, qui est entre le centre d'iceluy epicycle & Mars.

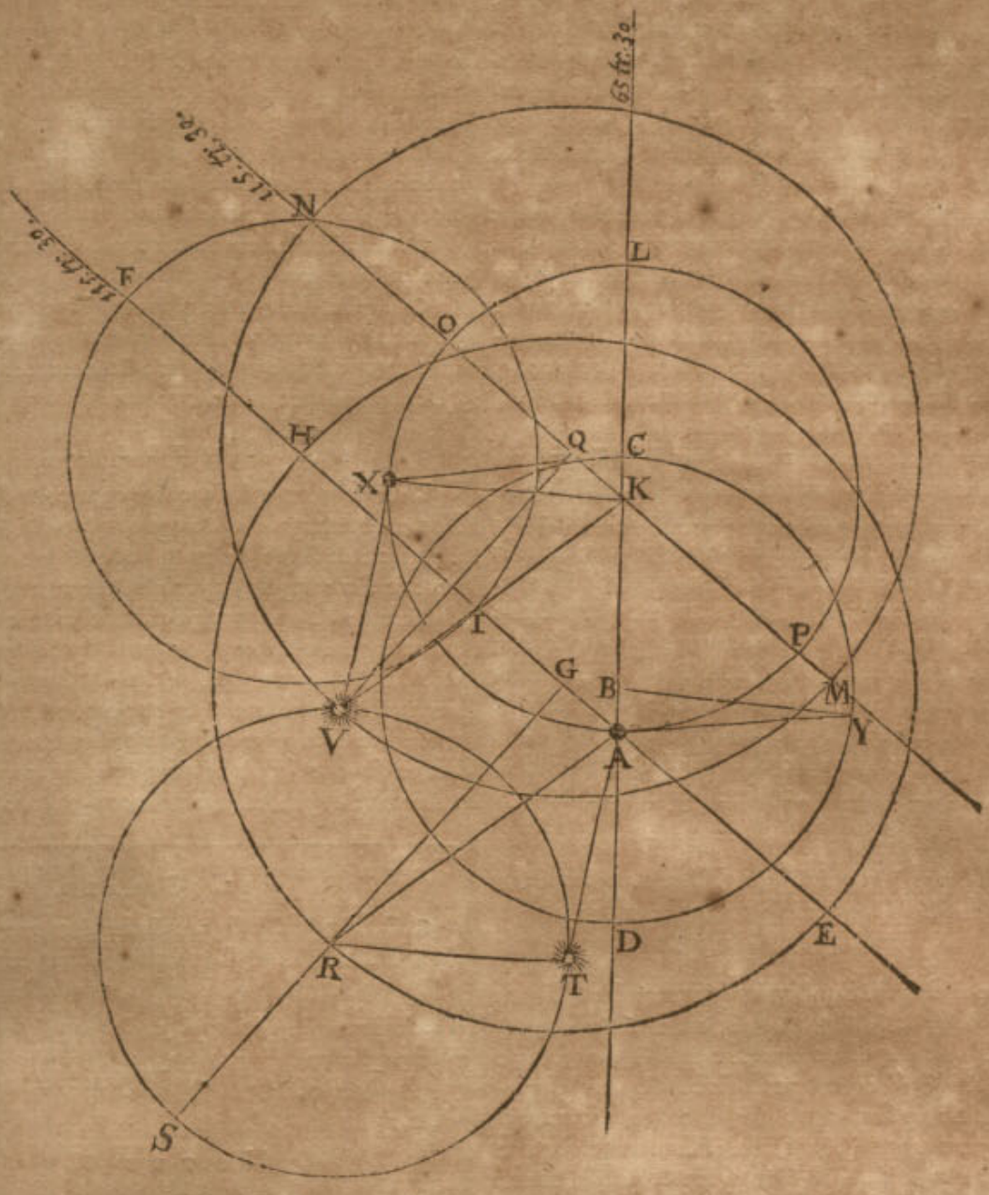
Le cinquiesme, sera la demonstration que Mars en l'une & l'autre hypothese, a la mesme longitude apparante, & mesme distance de la terre, en tout lieu où Mars se trouve.

Le sixiesme sera, de la difference qui advient entre les operations des deux hypotheses, en la computation de la longitude apparante des planetes.

### 1 *Article, contenant la configuration du cours de Mars en l'hypothese impropre.*

Soit premierement posé A estre la terre immobile, & A B eccentricité du deferant solaire C D de 417, selon *Ptolemée*, lors que le raid B C fait 10000, par la 13 proposition du troisiesme livre, & D perigée, C apogée au 65 deg. 30 ☉ du temps de *Ptolemée*. Et pour figurer le cours d'une des trois planetes superieures, comme de Mars, duquel l'apogée du deferant de l'epicycle au temps de *Ptolemée* estoit au 115 deg. 30 ☉, par la 13 proposition de ce troisiesme livre; je mene E F par A, faisant l'angle C A F de 50 deg. assavoir de A L au 65 deg. 30 ☉ de l'ecliptique, & A F vers le 115 deg. 30 ☉ dudit ecliptique; & soit G en A F, ainsi que A G soit l'eccentricité de Mars, faisant 1519 par la 13 proposition, lors que le raid du deferant solaire fait 10000: puis H en E F, ainsi que G H face 15190 pour le raid du deferant d'epicycle de Mars en mesmes parties que dessus, par la 13 proposition, & sur G, comme centre, & G H intervalle soit descrit le deferant d'epicycle H E, coupant A F en H, comme apogée, & en E perigée: Puis en quelque lieu soit l'epicycle de Mars, & premierement en l'apogée H, comme centre d'iceluy, ayant un raid H F egal

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©




HF egal à BC (car BC, ou HI 10000, à GH, ainſi 39 part. 30 ☉ à 60 part. raiſon trouvée par *Ptolemée* par l'onzieſme propoſition) lequel epicycle ſoit FI, F apogée, & I perigée, tellement que la configuration de Mars eſt achevée en l'hypotheſe de terre immobile.

2 *Article, contenant la configuration du cours de Mars, ſelon l'hypotheſe de terre mobile.*

A ceſte fin ſoit A terre mobile, & C le Soleil fixe, puis ſoit K en CA, tellement que l'eccentricité CK ſoit egale à AB, & puis deſcrit le deferant terreſtre AL du centre K, & raid KA egal à BC, ſon apogée A, & perigée L: & quant à la figuration du cours de Mars, ſoit menée MN par K, parallele à EF; parquoy KN ſera auſſi dirigée vers le 115 deg. 30 ☉ de l'ecliptique, auſſi bien que AH; & en apres poſé KQ en la ligne KN, depuis K, egale à l'eccentricité AG, denotant auſſi le poinct N, faiſant QN egale au raid du deferant de l'epicycle de Mars GH, deſcrivant avec icelle le deferant de Mars NM, coupant KN en N, comme apogée, & M perigée.

3 *Article, contenant la demonſtration que Mars a en l'une & l'autre hypotheſe, la meſme longitude apparante en l'ecliptique, & la meſme diſtãce de la terre, eſtant en l'apogée de ſon epicycle, & le cẽtre de l'epicycle en l'apogée du deferant.*

Prenant que H centre d'epicycle de Mars ſoit en l'apogée H, & Mars en l'apogée de ſon epicycle F, alors AF ſera la plus grande diſtance que Mars pourra eſtre eſloigné de la terre immobile; & par conſequent en l'hypotheſe propre Mars ſera en N apogée de ſon deferant, & la terre mobile en P, & ainſi PN ſera egale à AF; d'autant que le raid du deferant de Mars QN avec l'eccentricité QK, ſont enſemble egales à GH raid du deferant d'epicycle avec l'eccentricité GA, & puis KP raid du deferant terreſtre egal à HF raid de l'epicycle. D'avantage pource que PN, AF ſont paralleles, alors il ſera veu tant en l'une qu'en l'autre hypotheſe, en un meſme poinct de l'ecliptique: Et eſt manifeſte pour raiſons ſemblables que les moindres diſtances és deux hypotheſes ſeront auſſi egales; ce qui ſe pourroit voir plus clairement, ſi l'epicycle eſtoit marqué au perigée.

4 *Article, que le raid du deferant, en l'hypotheſe propre juſques à Mars eſt touſiours parallele au raid du deferant de l'epicycle, vers le centre de l'epicycle, en l'hypotheſe impropre; & que le raid du deferant terreſtre, vers la terre, eſt touſiours parallele au raid d'epicycle, entre le centre & Mars.*

ALB. GIRARD.

*I'ay corrigé la propoſition du preſent article, qui eſt mal tant en Flamend qu'en Latin.*



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

Soit le centre d'epicycle de Mars parvenu de H à R, par lequel R soit menée G R S, ainsi S sera le my-apogée, duquel Mars est parvenu jusques à T en l'hypothese impropre : Et pource, par la propre, Mars sera parvenu en mesme temps de N à V, ainsi que l'arc N V est egal à l'arc H R, puis menée Q V, elle sera parallele & egale à G R.

Aussi la terre mobile, qui estoit alors en P, ayant fait le cours P L X egal aux susdits deux, comme P L (egale, je prens, à S T) & L X semblable à N V, ou l'angle L K X egal à l'angle N Q V, ce qui doit estre ainsi par la 33 proposition du premier livre, où est demonstré que le cours de l'apogée de Mars avec le cours de son epicycle, sont ensemble egaux au cours du Soleil, ce qui est aussi le cours de la terre.

Parquoy ayant la terre mobile veuë de K, fait tel cours en longitude apparante, comme l'arc P L X emporte : & aussi pource que Mars en l'hypothese impropre a fait pareil cours en longitude apparante : alors la terre mobile, veuë du centre de son deferant K, aura fait un tel cours en longitude apparante, que Mars en l'hypothese impropre, veu du centre de son epicycle ; & partant seront leurs raids K X, R T paralleles, comme ils estoyent au commencement du cours, assavoir H F avec K P : Et ainsi que K vers P estoit d'un sens oppositе à H vers Mars F, ainsi maintenant aussi K vers la terre X, est d'un sens oppositе à R vers Mars T.

### 5 *Article, que Mars en l'une & l'autre hypotheſe, a en tout lieu la meſme longitude apparante, & la meſme diſtance à la terre.*

Pour venir à la demonstration, je mene les 4 lignes A R, A T, K V, V X ; & puis que le costé K Q du triangle K V Q, est egal & parallele à A G du triangle A R G, aussi Q V egal & parallele à G R, par le quatrieſme article, il faut donc que les costez restans K V & A R soyent egaux & paralleles : D'avantage veu que les deux costez K V, K X sont egaux & paralleles aux deux A R & R T, chacun au sien, par le quatrieſme article, il s'ensuit qu'aussi seront les costez restans X V, A T, & partant l'on voit Mars en V de la terre mobile X, apparemment en un mesme poinct en l'ecliptique, qu'estant en T veu de la terre immobile A, aussi V X & T A sont distances egales.

### 6 *Article, de la difference qu'il advient entre les operations des deux hypotheſes en la computation de la longitude apparante des Planetes.*

En l'hypothese impropre on rencontre en la computation de la recerche de la longitude apparante de Mars de ceſt exemple, le quadrangle commun A G R T, avec cinq termes cognus ; assavoir les trois costez A G, G R, R T tousiours de mesme longueur cognue : D'avantage l'angle A G R, comme adjoinct de l'angle cognu H G R, mouvement moyen du centre de l'epicycle, & l'angle G R T adjoinct de S R T aussi cognu, estant le mouvement moyen de Mars en l'epicycle, par lesquels on trouvera l'angle incognu G A T, lequel adjousté à la longitude cognue où A G tend, c'est vers le 115 deg. 30 ☉, on a le requis.

Mais en l'hypothese propre, on rencontre le quadrilatere croisé K Q V X, avec cinq termes donnez, assavoir les costez K Q, Q V, K X, tousiours de mesme longueur cognue, & l'angle K Q V, comme adjoinct de l'angle donné N Q V, moyen mouvement de Mars en son deferant ; & l'angle Q K X, estant L K X longitude moyenne de la terre, moins L K O 50 deg. par lesquels on trouvera l'angle incognu K X V, lequel osté de la longitude cognue où tend X K, qui est la longitude apparante du Soleil moyen K, on a le requis, de neceſſité, de mesme que cy-dessus.

Or telle sera la demonstration de Saturne & Jupiter, que de Mars icy.

*Concluſion.* Les trois planetes superieures Saturne, Jupiter & Mars reçoivent és deux hypotheses, les mesmes longitudes apparantes, & distances de la terre, qu'en l'impropre, selon le requis.

### Notez I.

D'icy se peut voir la cause comment il advient en l'hypothese impropre de terre immobile, que le cours du centre de l'epicycle en sa voye, & le cours de la planete en son epicycle, font ensemble autant que le cours du Soleil ; & non pas qu'essentiellement les planetes ayent regard au Soleil, comme à leur Roy, comme a esté dit à la 6 proposition du troisieſme livre, que plusieurs s'esmerveillent là dessus ; car en effect il n'y a que la planete & la terre, chacun ayant son cours particulier en sa voye, d'où advient que l'hypothese de terre immobile fingée, trouve telle convenance.

---

### Alb. Girard.

*C'eſt à dire qu'il ſuffit aux planetes de tourner en leurs cercles deferants, chacune ſelon ſon mouvement particulier, ſans qu'il y ayt aucune contrainte en cela, ny relation d'icelles au Soleil quant à leurs cours ; mais on pourroit dire qu'encor qu'elles ayent tel regard envers le Soleil, que de tourner toutes à l'entour de luy ; que toutefois l'hypotheſe propre eſt beaucoup plus ſimple & facile.*

### Notez II.

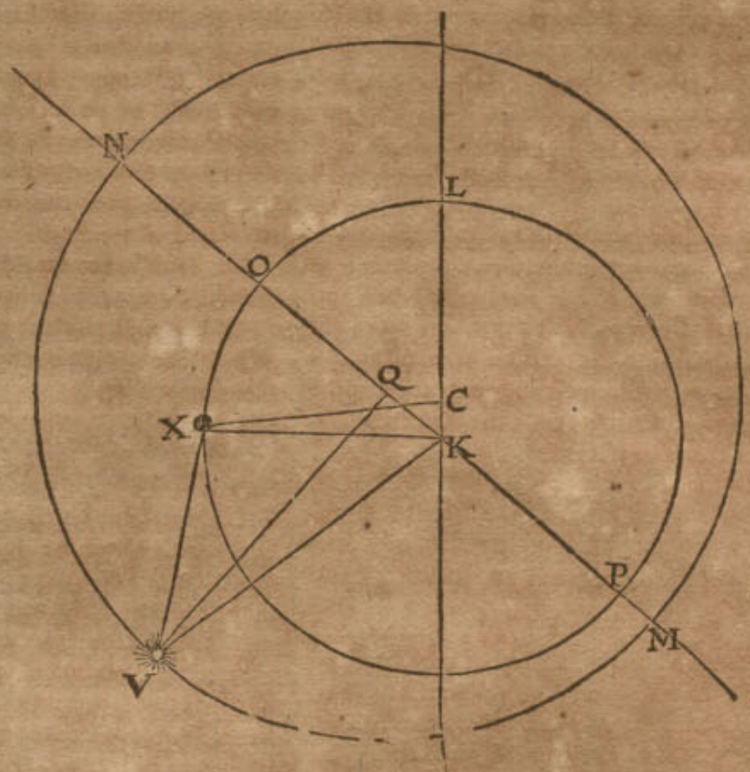
Pour voir cecy plus clairement par exemple, touchant la convenance du Soleil avec la Terre & Mars, en l'une & l'autre hypothese, je mene X C de la terre mobile X au Soleil fixe C ; mais en ceste hypothese, la terre mobile est parvenue de A par P, L, à X ; & en mesme temps en l'autre hypothese, le Soleil mobile sera parvenu de C par D à Y, ainsi que les arcs C D Y, & A P L X sont egaux ; & partant A Y sera egale & parallele à X C, qui fait que le Soleil fixe C, est veu de la terre mobile X, en la mesme longitude, que le Soleil mouvant en Y, de la terre immobile A. D'avantage d'autant que X C est parallele à A Y, & X V à A T ; alors l'angle V X C sera egal à l'angle T A Y ; d'où advient aussi que la distance apparante de Mars V, au Soleil fixe C, veuë de la terre mobile X, est egale à la distance apparante de Mars T, au Soleil mobile Y veu de la terre A.

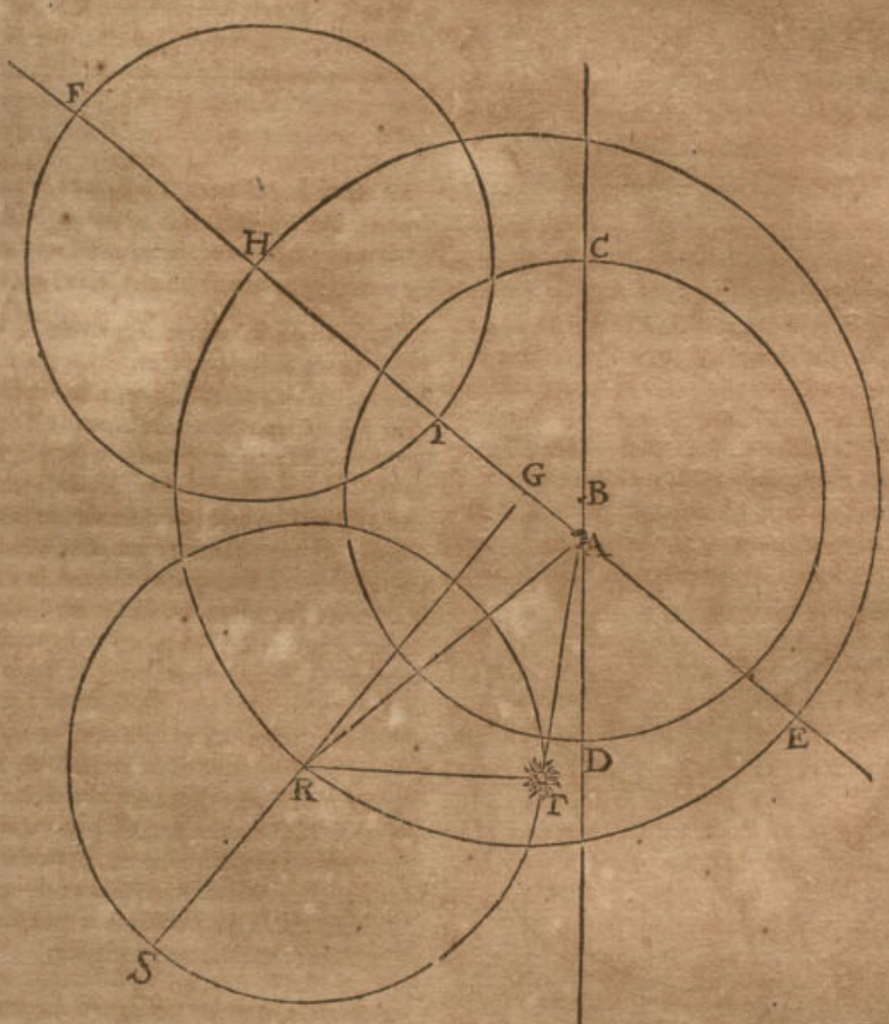
### Notez III.

Veu que les deux hypotheses du premier & deuxieſme article, sont ensemble en une figure, pource que la demonstration le requiert ainsi ; & aussi que pour plus ample declaration il seroit bien besoing de les voir separées, je les ay separées pour ceste cause comme s'ensuit.

Propo-

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©




## PROPOSITION XVI.

*DEscrire le cours des deux planetes inferieures Venus & Mercure en leurs deferans, sur un temps donné, avec hypotheſe de terre mobile.*

*Le donné.* Pour commencer avec Venus, ſoit le temps d'un jour.

*Le requis.* On veut là deſſus trouver le cours d'icelle en ſon deferant, avec hypotheſe propre.

## CONSTRVCTION.

Au cours du centre de ſon epicycle en l'hypotheſe impropre faiſant par la 36 propoſition du premier livre, ſur un jour 0 deg. 59. 8. 17. 13. 12. 31.

Soit adjouſté ſon cours en l'epicycle en un jour, faiſant par la 41 propoſition du premier livre 0 deg. 36. 59. 25. 53. 11. 28.



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

Vient ensemble pour le cours requis de
Venus sur un jour en l'hypothese
propre 1 deg. 36. 7. 43. 6. 23. 59.

Remarquant que le theoreme suivant, qui est la 17 proposition sert de demonstration à ce probleme, nous n'en parlerons pas icy : Et de mesme le faut-il entendre de Mercure.

*Conclusion.* Nous avons donc descrit le cours des deux planetes inferieures, &c.

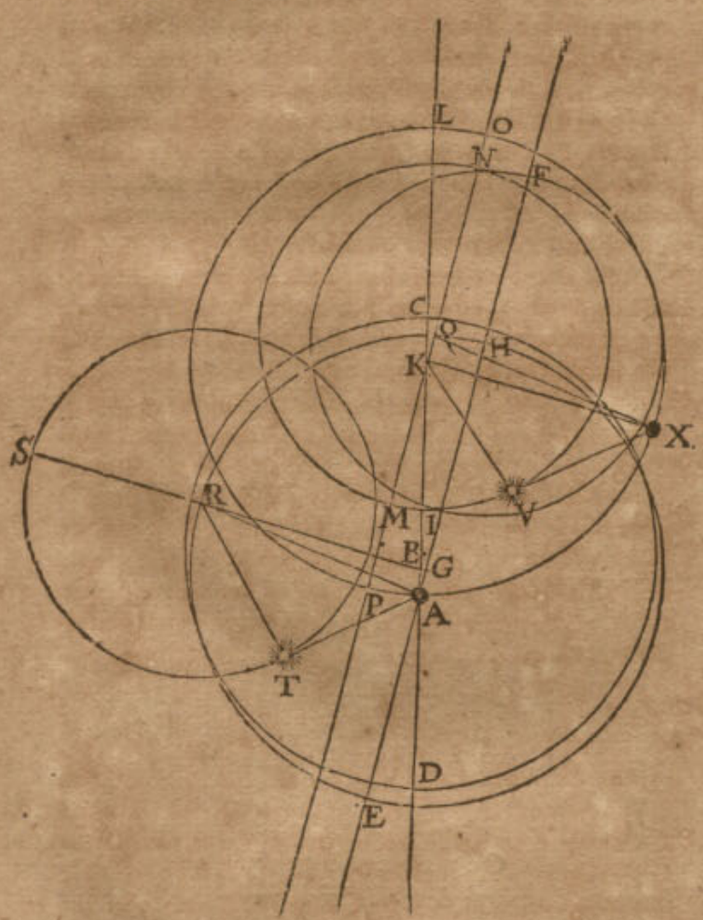
## Theoreme. Proposition XVII.

*Les deux planetes inferieures Venus & Mercure reçoivent en l'une & l'autre hypothese la mesme longitude apparante, & distance de la terre.*

Pour declarer ceste proposition par ordre, je la deduiray en six articles, comme en la 15 proposition és trois superieures, prenant Venus pour exemple.

### 1 *Article, contenant la configuration du cours de Venus en l'hypothese impropre.*

Soit premierement A la terre fixe, A B, l'eccentricité du deferant solaire faisant selon *Ptolemée* 417 lors que B C en fait 10000 par la 13 proposition du troisiesme livre, & sur B centre, & B C raid soit descrit le deferant solaire C D, & prolongeant C A, alors D sera perigée & C apogée, lequel estoit du temps de *Ptolemée* au 65 deg. 30 (I). Et pour descrire là dessus la figure du cours des deux planetes inferieures, je prens celuy de Venus par exemple comme dit est, de laquelle l'apogée du deferant d'epicycle estoit au temps de *Ptolemée* au 55 deg. par la 13 proposition du troisiesme livre, je mene




par la terre fixe A, la ligne E F de A en F vers les 55 deg. susdits de l'ecliptique, assavoir que l'angle C A F soit 10 deg. 30 (I), difference entre 55 deg. où est F, & 65 deg. 30 (I), où est C, je pose en apres en A F, le poinct G, ainsi que A G soit l'eccentricité du deferant d'epicycle de Venus, faisant 208 des mesmes parties que dessus par la 13 proposition : mais d'autant que le deferant d'epicycle de Venus est egal au deferant de la terre, comme a esté dit en la 13 proposition, & le mesme deferant terrestre à celuy du Soleil, je descris sur G comme centre & G A intervalle egal au raid B C le deferant d'epicycle H F coupant H F en H, comme son apogée, & E est le perigée : Je descris puis apres en quelque lieu, le deferant d'epicycle de Venus, soit premierement à l'apogée H, lequel comme centre, & H F raid, faisant 7194 par la 13 proposition, soit descrit l'epicycle F I : or voila la configuration de Venus en l'hypothese impropre.

### 2 *Article, contenant la configuration du cours de Venus en l'hypothese propre.*

A ceste fin, soit A la terre mobile, & C le Soleil fixe, marquant en C A le poinct K, ainsi que C K soit eccentricité egale à A B ; puis sur K, comme centre, & K A raid egal à B C, je descris le cercle A L deferant de la terre, son perigée L, apogée A : Et pour descrire là dessus le cours de Venus en l'hypothese de terre mobile, je mene par K la ligne M N parallele à E F, coupant le deferant de la terre en O, P ; & partant K N sera dirigée aussi vers le 55 deg. de l'ecliptique, comme A H ; je pose en apres le poinct Q en K N, ainsi que K Q soit egale à l'eccentricité A G, & marque N, ainsi que Q N soit egale au raid de l'epicycle H F, descrivant par ce moyen le deferant de Venus N M coupant la ligne K N en N comme apogée, & en M comme perigée.

### 3 *Article, contenant la demonstration que Venus és deux hypotheses a la mesme longitude apparante, & la mesme distance de la terre, estant en l'apogée de son epicycle, & le centre de son epicycle, en l'apogée de son deferant.*

Posant que le centre d'epicycle de Venus, soit en l'apogée du deferant H, en l'hypothese de terre immobile A, & Venus en l'apogée de l'epicycle P ; & partant A F sera la majeure distance de Venus à la terre immobile, qui fait que Venus sera (en l'hypothese propre) en l'apogée de son deferant N, & la terre mobile en P ; car ainsi il y a autant de distance de la terre mobile P à Venus N, que de la terre immobile A à Venus en l'epicycle en F ; d'autant que le raid du deferant terrestre K P, avec l'eccentricité Q K sont egales au raid du deferant d'epicycle G H avec l'eccentricité G A ; & davantage Q N raid du deferant de Venus egal à H F raid de l'epicycle : Qui plus est d'autant que P N & A F sont paralleles, alors Venus sera veuë en apparence és deux hypotheses en un mesme poinct de l'ecliptique : Et pour semblables raisons est manifeste que la moindre distance N O en l'hypothese propre, doit estre egale à l'autre moindre distance en l'hypothese impropre : ce qui seroit la ligne de A jusques au perigée de l'epicycle, s'il estoit descrit sur E comme centre, mais a esté delaissé pour eviter confusion en la figure.

### 4 *Article, que le raid depuis le centre du deferant terrestre jusques à la terre, est tousiours parallele au raid, depuis le centre du deferant d'epicycle, jusques au centre de l'epicycle : & que le raid du deferant de Venus, depuis le centre jusques à Venus, est tousiours parallele au raid de l'epicycle, depuis le centre jusques à Venus.*

Soit le centre d'epicycle de Venus parvenu de H jusqu'à R, par lequel R soit menée G R S, alors S sera le my-apogée, duquel cependant Venus est parvenue en T

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

en T en l'hypotheſe impropre : Et pource que le cours de Venus en ſon deferant eſt egal aux deux cours, dont l'un eſt du centre de l'epicycle icy l'angle S R T, il faut que Venus en ſon deferant aye fait cependant un cours de N, egal aux deux angles ſuſdits, qui eſt l'angle renverſé N Q V, & menant Q V, elle ſera egale & parallele à R T, pour les meſmes raiſons deduites cy-deſſus en Mars au quatrieſme article de la 13 propoſition de ce troiſieſme livre : Auſſi la terre mobile, qui eſtoit lors en P, ayant fait le cours P X, egal au cours du centre de l'epicycle H R, par lequel auſſi les deux raids K X, G R, de ces deux cercles egaux, ſeront egaux & paralleles.

*5 Article, que Venus a és deux hypotheſes en tout lieu la meſme longitude apparante, & la meſme diſtance de la terre.*

Pour venir à la demonſtration, je mene les quatre lignes A R, A T, Q V, V X, & dis ainſi : veu que le triangle R X Q a ſon coſté K Q egal & parallele à A G, du triangle A R G ; & de meſme Q X egal & parallele à G R, il faut que le troiſieſme coſté K X ſoit egal & parallele au troiſieſme A R : D'avantage je dis, que d'autant que le coſté Q X du triangle Q V X eſt egal & parallele à A R, & Q V auſſi egal & parallele à R T, par le quatrieſme article, il faut que le troiſieſme coſté X V, ſoit egal & parallele au troiſieſme A T ; & partant on voit Venus en V, de la terre mobile X, en apparence au meſme lieu de l'ecliptique, qu'on la voit de la terre immobile A, & y a telle diſtance de V à X que de T à A.

*6 Article, de la difference qu'il y a en la computation des deux hypotheſes, touchant la longitude apparante des planetes.*

En l'hypotheſe impropre on a le quadrangle ordinaire A G R T avec cinq termes cognus, aſſavoir A G, G R, R T, touſiours d'une longueur egale cognue, & l'angle A G R, comme adjoinct du cognu H G R, moyen mouvement du centre de l'epicycle, & auſſi l'angle G R T, adjoinct du cognu S R T, moyen mouvement de Venus en l'epicycle, par leſquels on trouvera l'angle incognu G A T, lequel adjouſté à la longitude cognue où A G eſt dirigée (c'eſt au 55 deg.) on a le requis.

Mais en l'hypotheſe propre, on a le quadrangle croiſé K Q V X ayant cinq termes cognus, aſſavoir les trois coſtez K Q, Q V, K X, touſiours de longueur egale cognue, & l'angle K Q V adjoinct de l'angle cognu N Q V apotome de cercle, du moyen mouvement de Venus en ſon deferant, & l'angle Q K X eſtant apotome de cercle de la longitude moyenne de la terre, par leſquels on trouvera l'angle incognu K X V, lequel adjouſté à la longitude cognue où X K eſt dirigée, qui eſt la longitude apparante du Soleil moyen K, on aura le requis, & ſera de neceſſité de meſme que deſſus.

Et de meſme comme a eſté dit de Venus, ſera auſſi entendu de Mercure.

*Concluſion.* Les deux planetes inferieures Venus & Mercure, reçoivent donc és deux hypotheſes la meſme longitude & diſtance de la terre, &c.

NOTEZ.

Il appert que l'on pourroit ſeparer les deux hypotheſes qui ſont meſlées en une meſme figure, comme on a fait de Mars en la troiſieſme note de la 15 propoſition.

PROPOSITION XVIII.

*DEclarer la raiſon pourquoy j'ay demonſtré és propoſitions 8, 12, 15, & 17, que les planetes ont les meſmes longitudes apparantes en l'hypotheſe propre, & meſmes diſtances l'une de l'autre qu'en l'hypotheſe impropre, avec les circonſtances d'icelles.*

*Copernique* entend bien comme il ſemble, que les deux hypotheſes donnent meſme concluſion quant aux lieux des planetes & de leurs diſtances l'une de l'autre, mais il n'en fait aucune demonſtration (deſquelles hypotheſes oſtant de l'une les adjonctions de *Ptolemée* és mouvemens incognus, & de l'autre les ſiennes) & ſemble entendre qu'il n'en eſt pas de beſoing ; ce que je trouve toutefois eſtre neceſſaire pour plus grande certitude du fondement, & pour pluſieurs choſes dont je me ſuis ſouvenu ; Premierement je fus quelque temps d'opinion (comme ſont pluſieurs autres qui ſe tiennent en l'hypotheſe de terre mobile) qu'on devoit poſer fixe le Soleil mobile par imagination, au lieu de la terre fixe, & au contraire la terre mobile au cercle du Soleil, & qu'ainſi on auroit le commencement de la theorie de la terre mobile : mais pource que les propoſitions fondées là deſſus eſtoyent defectueuſes, je trouvay qu'il ne falloit pas poſer la terre au cercle du Soleil, mais qu'il falloit deſcrire un cercle pour eſtre deferant terreſtre à l'entour du Soleil fixe, leſquelles choſes ne me ſemblerent pas ſi aiſées, que je ne trouvaſſe expedient d'en faire deſcription, comme on peut voir en la 8 propoſition de ce troiſieſme livre : Et trouvay auſſi que Saturne avec les autres planetes veuës du Soleil fixe, n'avoyent les meſmes longitudes, qu'ont les centres d'epicycles veus de la terre fixe : Comme par exemple en la 15 propoſition de ce troiſieſme livre, la ligne A R n'eſt pas parallele & egale à C V, ſi elle eſtoit menée, mais bien à K V. D'avantage je voyois que par l'hypotheſe de terre mobile, l'apogée de ſon deferant eſcheoit à l'autre coſté de l'apogée du deferant du Soleil, de l'autre hypotheſe, ce que je ne trouvay ſi facile, qu'il ne ſoit beſoing d'aucune declaration, comme on la verra à la 9 propoſition de ce troiſieſme livre.

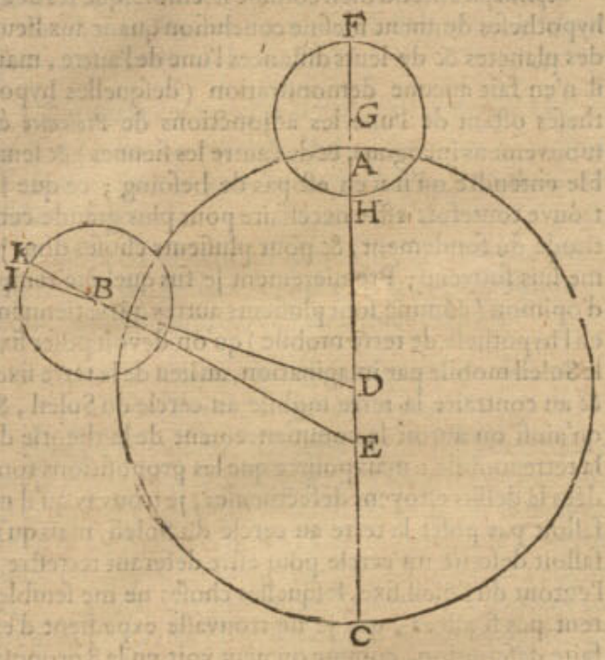
Auſſi combien que la longitude apparante du Soleil veu de la terre, eſt le poinct oppoſite de la longitude apparante de la terre veuë du Soleil, d'où l'on preſumeroit facilement que lors que le Soleil en l'une hypotheſe ſeroit au premier demicercle de ſon deferant ayant aphereſe, qu'au meſme temps la terre en l'autre hypotheſe ſeroit en ſon deferant au deuxieſme demicercle ayant proſtheſe, non egale avec l'aphereſe du Soleil : toutefois le Soleil & la terre en leur hypotheſe mobile ſont en meſme temps, chacun au premier demicercle de leurs deferants avec aphereſe, ou au deuxieſme demycercle avec proſtheſe egale, ce qui a eſté mis en la dixieſme propoſition, comme de neceſſaire declaration.

Secondement, il s'eſt rencontré qu'eſtant au traicté du cours de la Lune, que comme ainſi ſoit que la terre tourne en un eccentrique, elle acquiert les meſmes inegalitez ou proſtaphereſes qu'on attribue au Soleil en l'hypotheſe impropre ; & puis que le Ciel de la Lune comprenant en ſoy le Globe terreſtre, alors ce majeur Globe acquiert la meſme inegalité ſuſdite, que fait le moindre, aſſavoir la terre, d'où l'on peut conclurre proprement que ſon apogée tient auſſi ceſte inegalité, ce qui m'a fait premierement douter, ſi cela n'eſtoit pas la cauſe de la deuxieſme inegalité incognue, que *Ptolemée* a remarqué. Mais pour eſtre plus ferme en cecy, j'ay penſé plus avant à la choſe, marquant une figure comme s'enſuit :

Soit

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

Soit A B C l'eccentrique de la terre, D ſon centre, E le Soleil, par leſquels eſt mené le diametre A D E C, ainſi que C eſt perigée, A apogée, & la terre ſoit en A. Puis prolongeant D A juſques en F, & entre A & F ayant poſé le poinct G, je deſcris ſur iceluy, comme centre, le deferant lunaire F H, duquel F eſt apogée:




Mais d'autant que le mouvement du meſme apogée, ne cauſe aucune alteration à ce que nous voulons dire, pource qu'il eſt ſans inegalité, je prens que le deferant lunaire n'aye aucun mouvement, mais que le moyen apogee comme F, demeure touſiours en la ligne menée du centre D par la terre. Ce qu'eſtant ainſi, ſoit la terre avec le deferant lunaire parvenuë de A en B, alors ſon moyen apogée (ſuivant le poſé) ſera en la ligne prolongée D B, comme ſoit en I, puis menée de E par B, juſques au deferant lunaire la ligne E B K, tellement que K ſignifie l'apogée, & l'angle E B D, ou I B K l'apheréſe de la terre B, & partant auſſi de l'entier deferant lunaire, & par conſequent du my-apogée I, lequel eſt veu en un autre lieu de E, que par D; maintenant on demande ſi le meſme apogée I, avec la venuë de la terre de A en B, n'a reçeu aucune inegalité par l'eccentrique de la terre? Or tout bien poſé, on voit qu'il y a difference, & diverſité touchant le lieu du ſpectateur, que ſi c'eſt au Soleil E, comme centre de l'ecliptique, alors l'apogée I ſera veu avoir eu de là une inegalité; & d'autant qu'il n'eſt pas queſtion du lieu du ſpectateur en E, mais de la terre B; alors le poinct K monſtre la longitude apparante de la terre, comme ainſi ſoit que la ligne E B K vienne de E centre de l'ecliptique, tellemẽt que ſi le my-apogée eſtoit veu là, il auroit reçeu une inegalité en la venuë de la terre de A en B, aſſavoir l'angle I B K: mais il eſt veu en I, autant plus avancé qu'emporte l'angle K B I, & partant par la venue de la terre de A en B, il aura autant couru en apparence en l'ecliptique, que peut emporter l'arc A B, ou l'angle A D B, qui eſt preciſement autant que le cours propre de la terre ſans aucune inegalité: joinct que je vis pour lors, que combien que la terre & auſſi le deferant de la Lune ayent la meſme inegalité qu'on attribue au Soleil en l'hypotheſe impropre, que nonobſtant cela, l'apogée du deferant lunaire veu de la terre n'a pas ceſte inegalité là, ce qui me miſt lors hors de doute. Je trouvay auſſi qu'il ne ſe trouvoit aucune difference en la poſition du mouvement propre de l'apogée de 52 ① 27 ② par jour, contre l'ordre des ſignes, comme en l'onzieſme propoſition de ce troiſieſme livre, qui eſt en l'hypotheſe impropre 6 ①, 41 ② ſelon l'ordre des ſignes, par l'onzieſme propoſition du premier livre: Semblablement qu'il ne ſe trouvoit aucune difference en poſant le cours propre des nœuds par jour de 1 deg. 2, 19, contre l'ordre des ſignes, comme en l'onzieſme propoſition de ce troiſieſme livre, qui eſt en l'hypotheſe impropre de 3 ① 11 ② contre l'ordre des ſignes auſſi, par l'onzieſme propoſition du premier livre.

Mais combien que les choſes ſuſdites m'eſtoyent ainſi cognues, il n'apparoiſſoit pas clairement, que je peuſſe tirer de là, la convenance du cours de la Lune és deux hypotheſes, ſans autre declaration; tellement qu'à ceſte fin, je fis la 12 propoſition.

Tiercement, cecy m'eſt advenu en l'ordonnance des cours des autres cinq planetes, aſſavoir de Saturne, Jupiter, Mars, Venus & Mercure; qu'il eſtoit manifeſte qu'en la computation des lieux des planetes en l'impropre hypotheſe, que l'on mene diverſes lignes de l'eccentre du Soleil, c'eſt à dire de la terre, aux autres poincts neceſſaires, comme en la figure de la 15 propoſition les lignes A R, A T, de la terre fixe A; & par conſequent on pourroit penſer qu'en la ſupputation des lieux des planetes en la propre hypotheſe, que telles lignes, comme K X & K V, ne devroyent pas eſtre menées de K, mais de C eccentre du deferant terreſtre, qui eſt le Soleil fixe, puis que tel lieu tient tel rang en la propre hypotheſe, comme la terre fixe en l'impropre; joinct qu'il me ſembloit auſſi que cela requeroit demonſtration.

Quatrieſmement, on peut encor bien joindre à cecy le grand changement qu'il advient, en ce qu'en l'hypotheſe propre on oſte l'epicycle, diſant que c'eſt le cours de la terre qui cauſe ceſte apparence, & qu'on place la planete où eſtoit le centre de l'epicycle.

De toutes ces choſes, il ne m'a pas ſemblé eſtre à propos de tirer concluſion de convenance ſans en faire demonſtration, ce qui a eſté la certitude de ceux qui l'ont fait par cy-devant. Mais touchant que *Copernique* n'en a rien eſcrit, combien que ce qu'il en dit, eſt certain; comme de ſupputer le cours de la Lune en l'hypotheſe propre, comme en l'impropre, ſans recevoir alteration quelconque du cours de la terre; d'avantage és autres planetes, de ne pas mener les lignes ſuſdites, du Soleil comme centre du monde, mais du centre du deferant de la terre: de tout cela on peut juger de deux choſes l'une; la premiere, ou qu'il n'a pas trouvé la choſe ſi eſtrange que moy, mais ſi aiſée qu'il n'eſtoit pas grand beſoing à ſon advis d'en faire aucune mention; ou bien qu'il a trouvé des livres des anciens, touchant la terre mobile, là où les raiſons n'eſtoyent pas deduites de ce que deſſus, & qu'il les a auſſi delaiſſées, en mettant ſon livre en lumiere.

Or que ce ſoit l'une ou l'autre, touſiours ſi c'eſt la premiere, aucuns ſeront eſmeus de prendre garde, à cercher un chemin plus court; afin de ne pas declarer par un long chemin ce qu'on pourroit faire par un plus court; & ſi c'eſt la ſeconde qu'il ayt trouvé des livres des anciens, cela ſera un argument, que ſi on cerchoit és bibliotheques, qu'on en pourroit peut eſtre encor trouver d'autres, & par ce moyen avoir occaſion de recercher les livres des anciens avec plus de diligence qu'on n'a fait.

*Concluſion.* Nous avons donc declaré pourquoy a eſté demonſtré és 8, 12, 15 & 17 propoſitions, que les planetes ſont veues avoir meſmes longitudes apparantes

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

tes & meſmes diſtances de la terre en l'une & l'autre hypotheſe, avec leurs circonſtances, ſelon le requis.

### Proposition XIX.

*Declarer en quelle hypotheſe, aſſavoir en l'impropre, qui eſt de la terre immobile, ou en la propre, qui eſt de la terre mobile; il ſemble eſtre le plus commode de faire les computations de la longitude des planetes.*

Au livre precedent ayant deſcrit le cours des planetes par les Ephemerides obſervées, & au deuxieſme, par operation Mathematique, tous deux fondez ſur l'impropre hypotheſe, & puis ſuivant mon deſſein deſcrivant ce troiſieſme fondé ſur la propre; tellement qu'on pourroit objecter, que puis qu'on ſçavoit que l'autre eſtoit impropre hypotheſe, pourquoy elle n'eſtoit obmiſe ſans y perdre temps, mais pluſtoſt dés le commencement deſcrire la propre: là deſſus je reſpons generalement, que j'eſtime la cognoiſſance de l'une & de l'autre fort neceſſaire: car par exemple, puis qu'il a eſté demonſtré qu'elles conviennent, il ne ſera de beſoing de deſcrire des propoſitions nouvelles en la propre, touchant l'invention de la longitude des planetes, equations des jours, conjonctions, oppoſitions, eclipſes, &c. leſquelles ſont jà deſcrites en l'impropre; voire que mon opinion eſt de faire toutes les ſupputations en general par l'hypotheſe impropre, comme plus commodement.

Car par exemple, ſi quelqu'un commandant de remettre un fardeau, lequel eſtoit dans un batteau vogant, dix pieds plus en arriere; & qu'on le vienne mettre voirement dix pieds plus derriere, ne plus ne moins que ſi le batteau eſtoit ferme; car autrement il le faudroit mettre plus loing, autant que le cours du batteau emporte entre le temps du commandement, & l'execution qui pourroit eſtre, je prens 1000 pieds d'avantage, & partant au lieu de 10 pieds en arriere le faudroit reculer de 1010 pieds, qui ſeroit peut eſtre hors le batteau dans l'eau; ce qui n'eſtant pas ſelon l'intention du commandeur, s'enſuit qu'il eſt plus commode en tel accident de parler & faire ſelon l'apparant, qu'autrement; aſſavoir ſelon l'immobilité apparante de la matiere interieure du navire. Mais s'il eſtoit queſtion, non pas de tranſporter un fardeau dedans le navire, mais de tranſpoſer un pau dedans l'eau, fiché au fond, aſſavoir de 10 pieds plus en arriere d'un certain lieu du navire, duquel il eſt à l'endroit, alors on entend la choſe proprement, ſoit que le navire ayt changé de lieu ou non. Tellement qu'entre les hommes il y a deux manieres de faire & parler, l'une fondée ſur l'apparence, l'autre ſur le propre, ou la choſe meſme; deſquelles on doit choiſir celle qui eſt la plus facile: ce qu'eſtant concedé, il ſemble qu'il ſoit beſoing icy en l'Aſtronomie de donner à la penſée un fondement des deux hypotheſes, aſſavoir de l'apparante & de la vraye, comme la plus grande commodité & facilité le requiert: l'apparante quant aux rudimens, & à la calculation, car les noms (en ceſte matiere de la terre mobile) ſont auſſi bien uſurpez comme ſi elle eſtoit fixe; veu que les elevations des eſtoiles, leur lever, & coucher, &c. ſembleroyent eſtre trop difficiles de les prendre proprement; meſme *Copernique* ne s'en eſt ſervi, combien que ſon intention totale ſoit fondée en l'hypotheſe de terre mobile; tout de meſme qu'au navire ſuſdit il eſtoit plus expedient de parler & entendre ſelon l'apparence, que non pas ſelon le propre; & icy ſemblablement eſt plus convenable à nous qui ſommes ſur la terre, de la prendre pour fixe, pluſtoſt qu'autrement. Au contraire eſtant queſtion du cours èn latitude de Saturne, Jupiter, Mars, Venus & Mercure, comme on verra cy-apres, la choſe exige (de meſme que le pau fiché hors le navire cy-deſſus) de faire la calculation ſelon l'hypotheſe propre, veu que par là, on a le requis avec plus de cognoiſſance & facilité: joinct que la calculation ſur l'impropre eſt tirée d'icelle ſelon la maniere que je demonſtreray cy-apres.

Voila donc mon opinion, laquelle j'ay ſuivi en ceſte matiere, que ſi on en trouve de plus pregnantes, par leſquelles l'autre voye ſoit plus expediente, il ſera bon de les ſuivre.

Juſques icy du mouvement en longitude des planetes: s'enſuit de leurs cours en latitude.

# DU COURS EN LATITUDE.

## CINQUIESME DISTINCTION DU TROISIESME LIVRE,

### Du mouvement en latitude des cinq planetes, Saturne, Jupiter, Mars, Venus, & Mercure, ſelon l'hypotheſe de terre mobile.

### SOMMAIRE DE CESTE CINQUIESME DISTINCTION.

*D'autant que la terre mobile, & le Soleil fixe, ſont poſez eſtre dans l'ecliptique ſans latitude, & que le cours en latitude de la Lune, deſcrit au deuxieſme livre commençant à la 34 propoſition en l'hypotheſe impropre, n'a aucune difference qui aye beſoing de declaration, avec celle de l'hypotheſe propre, ainſi que preſentement n'en ſera parlé; mais ſeulement des cinq autres planetes, comme s'enſuit.*

*Tout ainſi que les anciens ont commencé leurs deſcriptions du cours en longitude, par les obſervations de chacune planete en un temps cognu, afin de tirer des regles generales de là, à la cognoiſſance de leurs cours pour le temps à venir; de meſme auſſi l'ordre naturel requiert le ſemblable, à la deſcription du cours en latitude, joinct que je commenceray par là, la deſcription particuliere de chacune planete, ſeulement je deſcriray des regles formées ſur le cours de Saturne dés le commencement, pource qu'elles ſervent auſſi aux autres, comme ſera mentionné où il en ſera de beſoing, deſquelles regles y en aura ſix.*

*La premiere, qui eſt la vingtieſme en l'ordre, eſt la deſcription des obſervations de* Ptolemée, *de la latitude apparante de Saturne, ſervant aux regles generales de la proprieté de ſon cours en latitude.*

*La deuxieſme, la 21 en l'ordre, pour trouver l'argument des deux poincts des deux latitudes majeures du deferant de Saturne, avec les moindres diſtances du deferant de la terre aux deux poincts ſuſdits: Auſſi la longueur de la ligne totale d'un poinct deſdites latitudes majeu-*

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

*majeures jusqu'à l'autre, en telles parties que le raid du deferant terrestre en contient* 10000, *par voye Mathematique, fondée sur l'hypothese propre.*

*La troisiesme, qui est la vingt-deuxiesme en l'ordre, est pour trouver la latitude du deferant de Saturne: & combien aussi c'est que les nœuds sont distans du centre du deferant terrestre en mesmes parties & par mesme voye que dessus est dit.*

*La quatriesme, estant la vingt-troisiesme en l'ordre, pour trouver l'argument des deux poincts extremes des nœuds, & des deux poincts extremes de latitude en la voye de Saturne: Aussi la ligne du centre du deferant de Saturne, perpendiculaire sur la ligne des nœuds en telles parties, & par telle voye, comme a esté dit cy-dessus.*

*La cinquiesme, qui est la vingt-quatriesme en l'ordre, pour trouver la longueur de la ligne perpendiculaire sur le plan de l'ecliptique, d'un poinct donné au deferant de Saturne, en telles parties que le raid du deferant terrestre en contient* 10000, *par voye Mathematique, en l'hypothese propre.*

*La sixiesme, qui est la vingt-cinquiesme en l'ordre, pour trouver la latitude apparante de Saturne, en un temps donné, par voye Mathematique, en l'hypothese propre.*

*Puis suivra l'advertissement susdit des autres planetes, sans en former aucune proposition.*

## PREMIEREMENT DU COURS EN LATITVDE DE SATVRNE.

### Proposition XX.

*Descrire les observations de* Ptolemée *de la latitude apparante de Saturne, servant aux regles generales de la proprieté de son cours en latitude.*

#### Article I.

Pource que mon opinion est que jadis chez les anciens y a eu une plus grande cognoissance du cours en longitude des planetes avec l'hypothese de terre mobile; parquoy j'estime aussi que cela estant, que leurs cours en latitude ne leur a pas esté moins cognu, veu que si on y veut prendre garde un peu de pres, la chose se monstre assez d'elle-mesme, tellement que je ne pense pas que *Ptolemée* en ayt esté le premier observateur, mais que devant luy on y a fait des grandes recerches, & reduit le tout en bonne forme; toutefois les mesmes estans tombées entre ses mains, & non en d'autres qu'on sçache, nous recevrons de luy en gré son diligent labeur, sans lequel on ne pourroit maintenant qu'avec beaucoup de travail, parvenir à la description de ce traicté, veu le peu d'observateurs d'aujourd'huy. Or pour venir à la chose, je dis ainsi: comme lors qu'on cerche la qualité de la declinaison apparante du Soleil, & l'apparante latitude de la Lune, on tasche d'avoir du commencement sa plus grande declinaison soit boreale ou australe; afin de parvenir par là, à la cognoissance des lieux des equinoxes, & choses semblables; de mesme *Ptolemée*, en l'observation des qualitez du mouvement de Saturne en latitude apparante, a tasché premierement de cognoistre les plus grandes latitudes, comme la boreale de 3 deg. 2 ☊ (ainsi est-elle en sa table) advenant tousiours lors que le centre de son epicycle apparoist estre 50 deg. devant l'apogée de son deferant, assavoir en l'ecliptique 183 deg. & Saturne au perigée de l'epicycle: Mais estant hors ledit perigée la latitude ou inclination boreale estoit pour lors moindre, & au moins lors qu'il estoit en l'apogée; car combien qu'il n'ayt peu par effect voir cela, veu qu'alors Saturne estoit pres du Soleil, il la remarqué pourtant par conjecture de l'amoindrissement journalier, qu'il observoit advenir en ses apparitions extremes.

#### Article II.

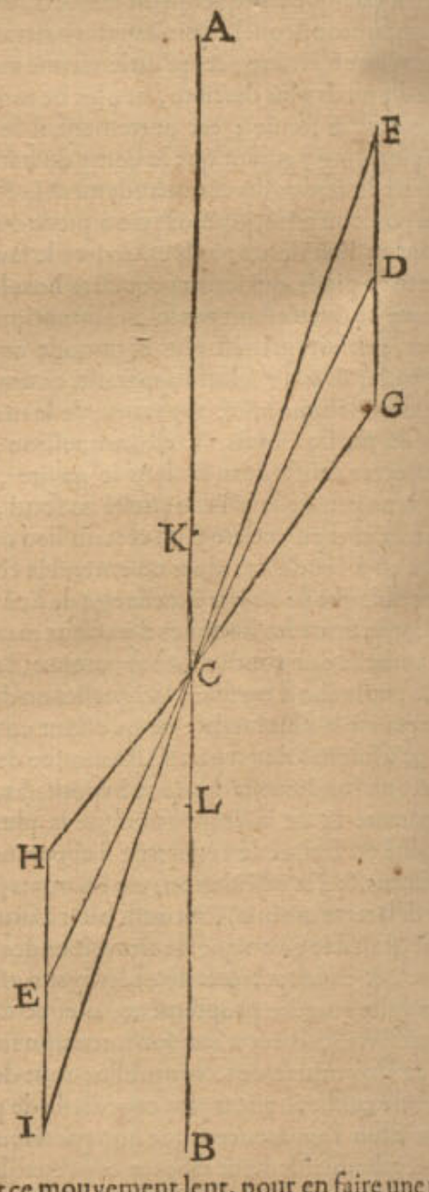
Du costé austral, la majeure inclinaison estoit de 3 deg. 5 ☊, qui se faisoit lors que le centre de son epicycle estoit à l'opposite du susdit 183 deg. assavoir au 3 deg. de l'ecliptique, & Saturne au perigée de son epicycle: Mais estant esloigné dudit perigée, alors son inclination australe estoit moindre ceste fois là, & au moins estant à l'apogée.

#### Article III.

Jusqu'icy a esté dit des qualitez de Saturne, estant le centre de son epicycle à la majeure inclinaison de son deferant, mais estant en l'un des nœuds, il trouvoit que Saturne estoit tousiours dans le plan de l'ecliptique sans latitude, en quel lieu de l'epicycle il puisse estre.

#### Article IV.

La cause plus apparante que *Ptolemée* ayt peu trouver




touchant ce mouvement lent, pour en faire une theorie fondamentale, à calculer la latitude de Saturne au temps

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

temps à venir, eſt telle que s'enſuit, comme on peut voir en ſon treizieſme livre 3 chapitre.

Soit A B le plan de l'ecliptique veu de coſté, & C la terre au centre, par lequel eſt menée la voye D E, tirant C D vers le coſté ſeptentrional de l'ecliptique au 183 deg. comme au premier article; tellement que les deux angles A C D, B C E ſignifient la deviation de la voye, & en ſon extremité D vers le ſeptentrion, comme centre, eſt deſcrit un epicycle F G, quaſi parallele à l'ecliptique A B; F apogée & G perigée, deſquels ſoyent menées deux lignes G C, E C. Je dis quaſi parallele, à cauſe que la difference eſt fort petite, aſſavoir 1 deg. 4 ①; car il trouve l'angle A C D de 2 deg. 26 ①, & C D G de 4 degr. 30 ①, leſquels devroyent eſtre egaux ſi leſdites lignes eſtoyent paralleles. D'avantage Saturne eſtant au perigée G de ſon epicycle, alors ſa deviation de l'ecliptique ſera l'angle A C G, trouvé au plus de 3 deg 2 ①, comme a eſté dit au premier article. Mais hors le perigée, comme en D ou en F, ſa deviation ſeptentrionale eſtoit pour lors moindre, & au moins eſtant en F; car A C F eſt moindre à A C D, & ſemblablement au coſté meridional H I, epicycle veu de coſté quaſi parallele à A B; & ſa majeure deviation eſtoit, eſtant en ſon perigée H, c'eſt l'angle B C H, 3 deg. 5 ①, comme a eſté dit au deuxieſme article, & en autre lieu, comme en E ou en I, elle eſtoit moindre, aſſavoir à la moindre eſtant en ſon apogée I.

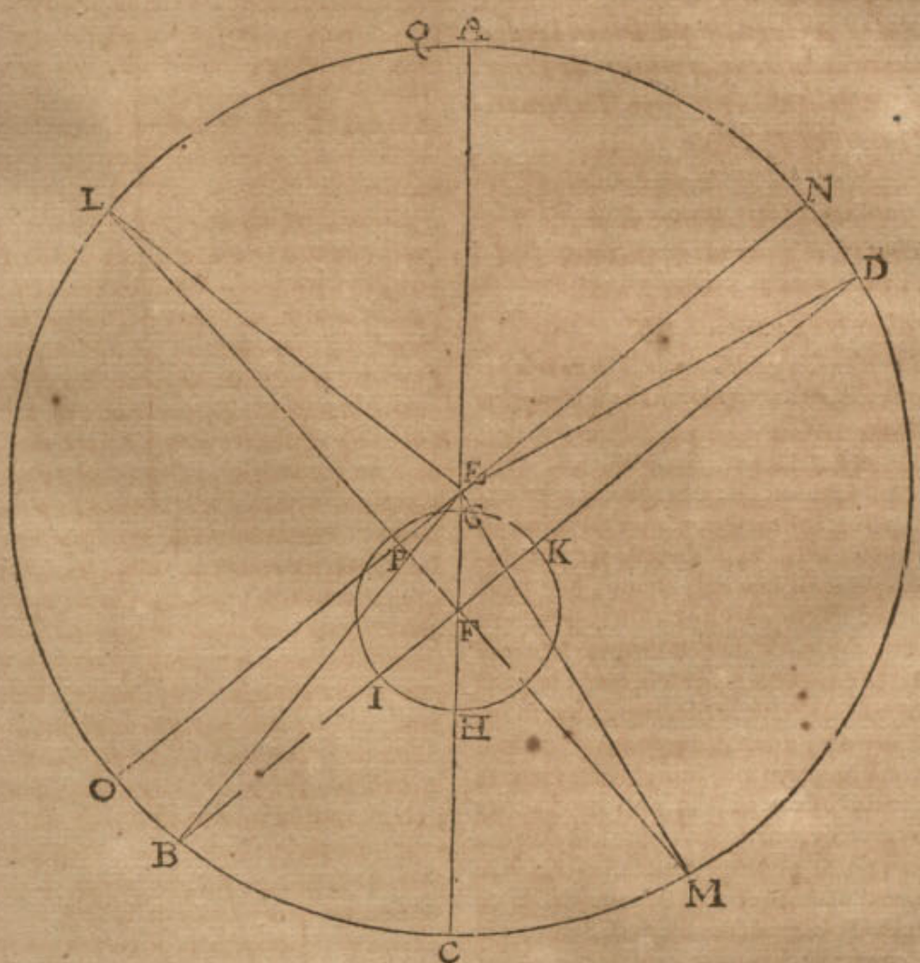
Ces deux proprietez de la deviation, lors que l'epicycle eſt aux extremitez D ou E, eſtant eſclarcies; l'autre deſcrite au troiſieſme article eſt aſſez manifeſte, lors que l'epicycle eſt en C, *Ptolemée* dit que venant là, il eſt entierement au plan de A B, comme eſt K L; & là deſſus a-il fondé ſes propoſitions, tables, & ſupputations: ce que j'euſſe mis icy, n'euſt eſté que je trouvay puis apres la raiſon de cecy, comme on verra cy-deſſous, me contentant maintenant d'avoir declaré ce que *Ptolemée* en dit, apres avoir fait ſes deligentes obſervations.

*Concluſion.* Nous avons donc deſcrit les obſervations de *Ptolemée*, &c.

## Proposition XXI.

*TRouver les argumens des deux poincts de majeure deviation apparante du deferant de Saturne, avec les moindres diſtances d'iceux poincts, au deferant terreſtre. Auſſi la longueur de la ligne entiere, depuis l'un des poincts de la majeure deviation juſques à l'autre en telles parties que le raid du deferant terreſtre en contient* 10000, *par voye Mathematique, fondée ſur l'hypotheſe propre.*

*Le donné.* Soit A B C D la voye de Saturne, & E ſon centre, F le centre du deferant terreſtre G H, puis mené le diametre du deferant de Saturne A C par iceux poincts F, E, alors A ſera l'apogée ſous le 233. de l'ecliptique, par la 13 propoſition de ce troiſieſme livre; &




d'autant que par le premier article de la 20 propoſition la majeure deviation ſeptentrionale de Saturne advient lors qu'il apparoiſt eſtre 50 deg. devant le 233 deg. de l'ecliptique; ſoit menée donc par F la ligne B F D, coupant le deferant terreſtre en I & K, tellement que l'angle A F D ſoit les meſmes 50 deg. ainſi D, B, ſeront les deux poincts du deferant de Saturne, où il peut eſtre veu en ſes majeures deviations de l'ecliptique, & ce des deux poincts K & I.

*Le requis.* Il faut trouver l'argument des deux poincts B, D, qui ſont les ares A B & A B D, auſſi les deux moindres diſtances K D, I B d'iceux poincts au deferant terreſtre, & la longueur de la ligne entiere, d'un poinct de la majeure deviation juſques à l'autre, en



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

telles parties que le raid du deferant terreſtre en contient 10000.

*Preparation.* Soyent menées EB, ED.

CONSTRVCTION.

Le triangle EFD a trois termes cognus, comme l'eccentricité EF 5256, le raid ED 92308, par la recapitulation de la 13 propoſition, & l'angle EFD 50 degrez par l'hypotheſe: par leſquels ſera trouvé l'angle EDF de 2 deg. 30.

Lequel adjouſté à l'angle AFD 50 deg. viendra pour l'angle AED, ou l'arc AD, 52 deg. 30.

Mais l'apogée A eſt le commencement du deferant; parquoy AD, 52 degr. 30 ①, oſté du tout 360 deg. reſtera pour l'argument requis, du poinct D (de la majeure deviation ſeptentrionale) c'eſt l'angle ABD 307 deg. 30.

Et le coſté FD ſera trouvé de 95610, duquel oſté le raid FK 10000, reſtera la moindre diſtance requiſe KD depuis le poinct apparant de la majeure deviation ſeptentrionale D juſques au deferant terreſtre 85610.

De meſme au triangle EFB on trouvera l'angle EBF de 2 deg. 30.

Lequel oſté de BFC 50 deg. (egal à AFD) reſtera pour l'angle CEB 47 deg. 30.

Le meſme oſté du demicercle ABC reſtera pour l'argument requis du poinct de la majeure deviation auſtrale apparante B, qui eſt l'arc AB, 132 deg. 30.

Et le coſté FB ſera trouvé de 88849, duquel oſté FI, 10000, reſtera pour la moindre diſtance requiſe IB, du deferant terreſtre juſques au poinct de la majeure deviation auſtrale apparante B 78849.

Pour avoir la longueur de BD, il appert qu'icelle ſe trouvera eſtre la ſomme de BI 78849, IK 20000, & KD 85610, qui eſt 184459.

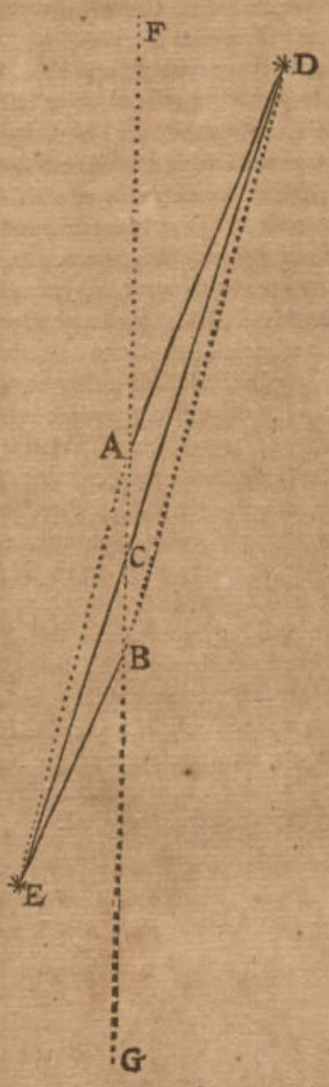
Dont la demonſtration eſt manifeſte.

*Concluſion.* Nous avons donc trouvé les arguments des deux poincts, &c.

PROPOSITION XXII.

*TRouver la deviation du deferant de Saturne à l'ecliptique. Avec la diſtance de la ſection de l'ecliptique, au centre du deferant terreſtre, en telles parties que le raid dudit deferant terreſtre en contient* 10000, *par voye Mathematique, fondée ſur l'hypotheſe propre.*

*Le donné.* Soit AB, le profil du deferant terreſtre, icy egal au diametre de celuy de la precedente propoſition IK; C centre, puis ſoit menée DE, egale à DB en la precedente, faiſant 1844959, & ceſte CD egale à la precedente FD, ceſte CE à la precedente FB, leſquelles ſe coupent l'une l'autre en C ou environ, ainſi que l'angle de deviation des deux plans eſt ACD, & AD; ſoit la ligne de la terre en A juſques au poinct de la deviation extreme ſeptentrionale du deferant de Saturne, faiſant par la 21 propoſition 85610, qui eſt la ligne KD: Pareillement ſoit BE la ligne de la terre en B, juſques au poinct de la deviation extreme meridionale du deferant de Saturne E, faiſant par la ſuſdite 21 propoſition, 78849 qui eſt là FB; & prolongée




AB de part & d'autre en F, G; alors AF & BG ſeront au plan de l'ecliptique, & l'angle FAD ſera la majeure latitude boreale de Saturne, faiſant par le cinquieſme article de la 20 propoſit. 3 deg. 2 ①, mais ſa majeure latitude auſtrale GBE fait par le deuxieſme article de ladite 20 propoſition 3 deg. 5 ①.

*Le requis.* Il faut trouver la deviation du deferant de Saturne de l'ecliptique ACD, auſſi la diſtance de la ſection de l'ecliptique, au centre C du deferant terreſtre AB.

CONSTRVCTION.

Le quadrangle ABDE croiſé a cinq termes cognus, aſſavoir le coſté AB diametre du deferant terreſtre 20000: AD 85610, BE 78849, l'angle DAB 176 deg. 58 ①: car autant reſte-il oſtant FAD 3 deg. 2 ① du demicercle, & l'angle EBA 176 deg. 55 ① (adjoinct de GBE 3 deg. 5 ①) notez auſſi que pour plus grande facilité ſont encor cognus trois autres termes, comme DE, ligne entre les deux poincts des extremes latitudes de Saturne, faiſant par la 21 propoſit. de ce troiſieſme livre, 1844959, la ligne AE 98849, comme egale à AB 20000, & BE 78849 enſemble: D'avantage la ligne BD 105610, eſt egale à AB 20000 & AD 85610 enſemble: avec leſquels on trouvera l'angle ACD, pour la deviation requiſe du deferant de Saturne de 2 deg. 43 ① au lieu duquel *Ptolemée* trouve à taſton 2 deg. 26 ①, en ſon troiſieſme chap. du treizieſme livre.

Touchant la diſtance de la ſection de l'ecliptique du centre du deferant terreſtre C, elle eſt trouvée ſuffiſamment eſtre en iceluy, car entre diverſes aſſomptions des termes, par leſquels l'operation peut eſtre faite, il m'advint par ceux que je pris, l'angle ADC de 19 ①, avec quoy le triangle DAC, a ſes trois termes, comme les angles ADC, DCA, & le coſté AD, & je trouvay la ligne AC de 10294, qui eſt trop de 294, devant eſtre 10000, pour parfaite; mais il differe ſi peu, que prenant l'angle ADC de 18 ①, au lieu des 19 ①, il venoit pour AC 9732, ce qui eſt 268 trop peu; ainſi que l'on peu tenir la ſection de l'ecliptique paſſer par le centre C, accordant avec la ſupputation que *Ptolemée* a fait ſur ſa theorie, où elle paſſe par la terre immobile, veu que c'eſt de meſme que le centre du deferant terreſtre, comme je l'ay amplement declaré en la 18 propoſition de ce troiſieſme livre.

Notez encore, qu'on peut operer autrement que cy-deſſus en trouvant premierement la ligne CD, (c'eſt du centre du deferant terreſtre juſques à Saturne en un lieu

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

lieu donné en ſon deferant) par le ſixieſme article de la 15 propoſition de ce troiſieſme livre; car eſtant cognue, le triangle A D C aura trois termes cognus, comme C D, A D, & l'angle A C D, par leſquels les incognus ſeront notifiez.

*Concluſion.* Nous avons donc trouvé la deviation du deferant de Saturne, &c.

### *Note, contenant la declaration que le cours en latitude de Saturne, donne certain teſmoignage du mouvement de la terre.*

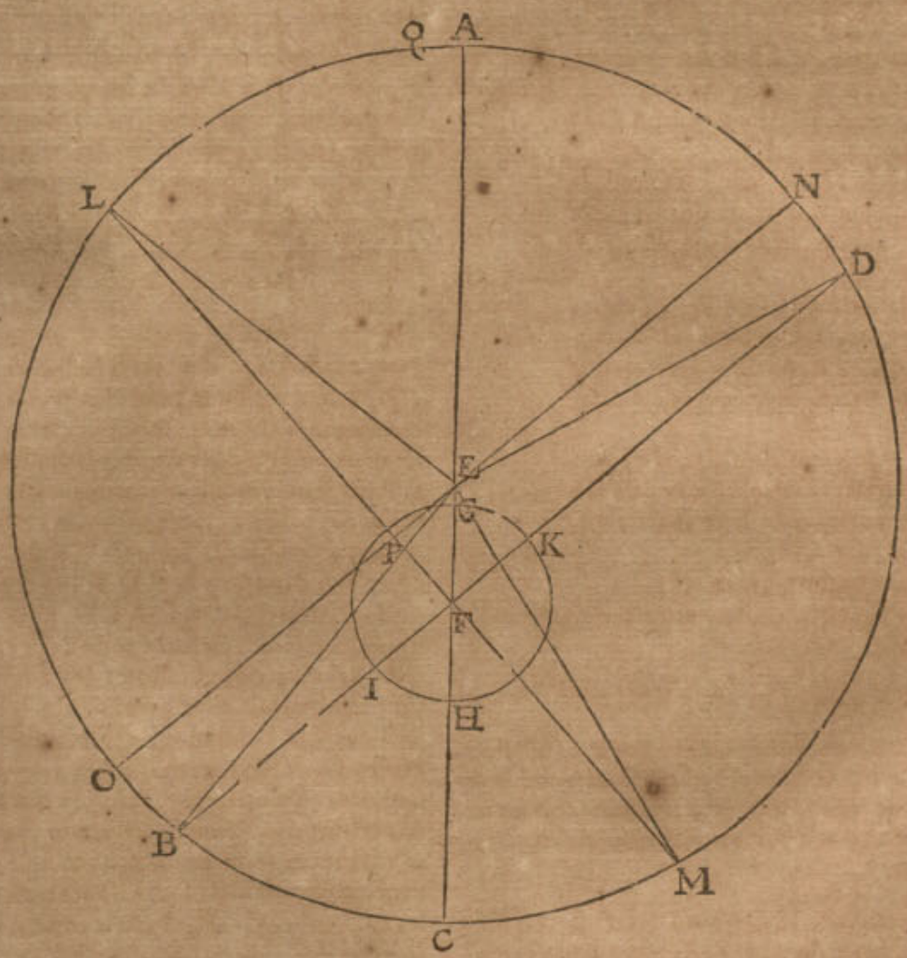
Lors qu'en l'hypotheſe de terre immobile on dit que le centre de l'epicycle de Saturne eſt en la ſection de l'ecliptique, on le trouve touſiours par experience au plan de l'ecliptique ſans latitude, en quel lieu il puiſſe eſtre dans ſon epicycle, par le troiſieſme article de la 20 propoſition: ce qu'eſtant trouvé digne d'admiration, *Ptolemée* y a projetté une telle theorie comme a eſté dit en la meſme 20 propoſition: mais par l'hypotheſe de terre mobile, on voit que cela doit eſtre neceſſairement par le ſimple tournoyement du ciel de Saturne ſur ſon axe, ſans y finger rien de nouveau; voire qu'on devroit pluſtoſt trouver eſtrange & admirer le contraire, s'il advenoit autrement; car par exemple, ſi Saturne venoit de E, juſques à ce qu'il ſoit en la ſection de l'ecliptique devant C, alors il ſera au plan de l'ecliptique, & puis que la terre y eſt touſiours auſſi, aſſavoir en l'ecliptique; de là s'enſuit qu'en quelque lieu que la terre ſoit en ſon deferant, qu'alors Saturne eſt veu eſtre en l'ecliptique, & non dehors: Et ainſi le mouvement de la terre eſt ſi apparant que l'on peut tenir pour peu experimentez ceux qui le nient.

### Proposition XXIII.

*Trouver l'argument des deux poincts extremes de la ſection de l'ecliptique, & des deux poincts extremes de la deviation du deferant de Saturne; auſſi la ligne du centre du deferant de Saturne, tombant à angles droicts ſur la ſection de l'ecliptique en telles parties que le raid du deferant terreſtre en contient 10000, par voye Mathematique, fondée ſur l'hypotheſe propre.*

*Le donné.* Veu que pour declarer mon deſſeing, il faudroit marquer icy encore une fois la figure de la 21 propoſition, pour y joindre quant & quant ce qui eſt de beſoing à ceſte propoſition, parquoy j'uſeray de la ſuſdite figure, comme s'enſuit, veu que la ſection de l'ecliptique paſſe par le centre du deferant terreſtre, ſuivant le contenu de la 22 propoſition: je mene donc par F, centre ſuſdit, la ligne L M ſection de l'ecliptique perpendiculaire ſur D B, & de ſes poincts extremes L, M, je mene les deux lignes L E & M E: & par le poinct E le diametre N O parallele à D B, coupant L M en P.

*Le requis.* Il faut trouver les arguments de L, M, poincts extremes de la ſection de l'ecliptique L M; pareillement l'argument des N, O, qui ſont poincts extremes de la deviation du deferant de Saturne, & E P longueur de la ligne du centre du deferant de Saturne perpendiculaire ſur L M ſection de l'ecliptique.




### Construction.

De l'angle droit L F D, oſtant A F D 50 deg. par le premier article de la 20 propoſition, reſtera pour l'angle L F E 40 deg.

Le triangle L F E a trois termes cognus, aſſavoir L E comme raid du deferant 92308, l'eccentricité E F 5256, par la recapitulation de la 13 propoſition de ce troiſieſme livre, & l'angle L F E 40 deg. premier en l'ordre: on trouvera l'angle F L E de 2 deg. 6.



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

Lequel adjousté aux susdits 40 deg. de L F E viendra pour l'angle A E L, ou l'arc A L, argument requis d'un des poincts de la section de l'ecliptique L 42 deg. 6.

Mais pour trouver l'argument de l'autre poinct M, on voit que l'angle F M E est egal à F L E, qui sera donc de 2 deg. 6 lequel osté de C F M, 40 deg. comme oppositе de L F E, premier en l'ordre, restera pour F E M, ou C E M, ou l'arc C M 37 deg. 54. auquel adjousté le demicercle A B C 180 deg. viendra pour l'argument requis du poinct M 217 deg. 54.

Et pour trouver l'argument des deux poincts extremes de la deviation du deferant de Saturne C (qui ne sont pas les poincts B, D, pour cause notoire, combien que Saturne est veu de la terre en la plus grande latitude apparante, mais N, O) je dis ainsi : veu que l'angle E D F fait 2 degr. 30 ①, par la 21 proposition, & que N E D est egal à iceluy, pource que E D est entre les deux paralleles E N, F D, alors l'angle E N D, ou l'arc D N fera 2 deg. 50 ①, lequel adjousté à l'argument du poinct D, faisant par la 21 propos. 307 deg. 30 ①, viendra pour l'argument requis du poinct N 310 deg.

Et O poinct oppositе d'iceluy sera au 130 deg.

Pour trouver maintenant la ligne E P, le triangle E L P a trois termes cognus, comme le raid E L 92308 (par la recapitulation de la 13 proposition de ce troisiesme livre) l'angle E L P 2 deg. 6 ①, deuxiesme en l'ordre, & l'angle P droict ; par lesquels on trouvera E P de 1 3378.

Dont la demonstration est manifeste.

*Conclusion.* Nous auons donc trouvé les arguments des deux poincts extremes, &c.

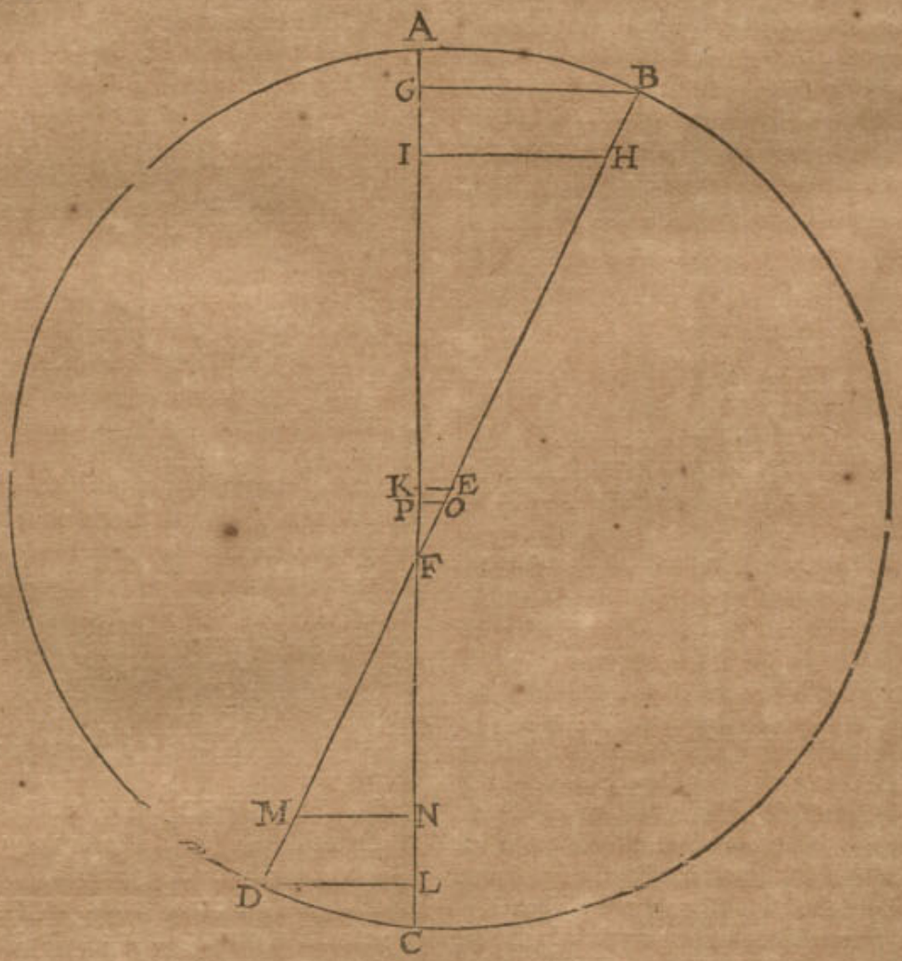
### Corollaire.

Il appert que Saturne en son deferant doit tousiours estre meridional du 42 deg. 6 ①, troisiesme en l'ordre (qui est de L par B à M en la 21 propos.) mais du 217 deg 54 ①, quatriesme en l'ordre, jusques au 42 deg. 6 ①, qui est de M par A à L, doit tousiours estre septentrional : Car il faut remarquer que l'arc susdit de L par B à M, faisant 217 deg. 54 ①, est marqué en la figure de la 22 propos. par la ligne C F, veu de costé : ce qu'estant ainsi, Saturne ne pourra pas (en C E de la 22 prop.) estre en tel lieu, qu'estant veu de la terre, il puisse apparoistre autrement qu'au costé meridional de l'ecliptique F G, en quel lieu qu'il puisse estre en son deferant A B ; & semblablement il ne peut estre en tel lieu (en C D de la 22 prop. signifiant l'arc M A L de la 21 prop.) qu'estant veu de la terre, il puisse apparoistre autrement qu'au costé septentrional de l'ecliptique F G, en quel lieu qu'il puisse estre en son deferant A B.

### Proposition XXIV.

*Trouver la longueur de la ligne perpendiculaire, d'un poinct donné au deferant de Saturne, sur le plan de l'ecliptique, en telles parties que le raid du deferant terrestre en fait 10000, par voye Mathematique fondée, sur l'hypothese de terre mobile.*

*Le donné.* Soit A B C D le ciel de Saturne, E son centre, par lequel est menée B E D (de la qualité de




N E O en la figure de la 21 prop.) denotant le deferant de Saturne veu de costé, où soit le point F denotant la section de l'ecliptique veu de costé, ainsi que E F (egal à E P de la 22 prop.) est la ligne qui tombe perpendiculairement du centre du deferant de Saturne sur la section de l'ecliptique, faisant 3378 par la 23 prop. puis menée

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

menée par F la ligne droite AFC, denotant le plan de l'ecliptique veu aussi de costé, & l'angle BFA, estant la deviation des plans du deferant & de l'ecliptique, fait par la 22 prop. du 3 liv. 2 deg. 43 ①.

CONSTRVCTION.

EXEMPLE I.

Premierement supposant qu'il faille trouver icy la longueur de la ligne BG, laquelle tombe perpendiculairement sur le plan de l'ecliptique AC du poinct B de majeure deviation. Pour y parvenir je dis que le raid du deferant EB est 92308 (par la recapitulation de la 13 prop. du 3 liv.) & FE 3378, leur somme pour FB est 95686, ainsi que le triangle BFG a trois termes cognus, assavoir le costé FB 95686, l'angle F 2 deg. 43 ①, & l'angle G droit par le donné, par lesquels on trouvera BG estre de 4535.

EXEMPLE II.

Soit qu'il faille trouver HI, venant du 30 deg. du deferant à compter depuis le poinct de la majeure deviation B; mais veu que telle ligne est egale à celle qui tombe du raid du deferant EB, du poinct H, extremité du verset BH de 30 degr. soit donc prise EB pour raid du deferant, ou EH sera sinus de 60 deg. complement du susdit 30 deg. faisant 8660; parquoy je dis, EB estant 10000, alors EH sera 8660, combien donnera EB estant posé de 92308? viendra pour EH 79939, auquel adjousté EF faisant par l'hypothese 3378, viendra pour FH 83317, ainsi que le triangle HFI a 3 termes cognus, comme FH 83317, F 2 deg. 43 ① & I droict: par lesquels on trouvera HI estre de 3949, & appert que HI vient du 340 deg. du deferant de Saturne; veu que ce B, est marqué N en la 21 prop. estant au deferant au 310 deg. par la 23 prop. auquel adjousté 30 deg. viendra comme devant 340 deg.

Notez maintenant que comme on a trouvé HI entre E & B, ou au demicercle EB, ainsi en fera-on au mesme demicercle où ce puisse estre.

EXEMPLE III.

Soit qu'on vueille trouver EK venant du 90 deg. du deferant à compter du poinct de l'extreme deviation D: ce qui est facile, estant EF 3378, par l'hypothese, & ainsi le triangle EFK a 3 termes cognus, comme EF 3378, F 2 deg. 43 ①, & K droit: parquoy EK se trouvera estre 160; ayant donc fait tel progrés au demicercle EB, nous en ferons autant au demicercle ED.

EXEMPLE IV.

Soit qu'il faille trouver DL perpendicle sur l'ecliptique AC, du poinct D de majeure deviation australe, on ostera FE 3378 de ED 92308, restera 88930 pour FD, ainsi que le triangle DFL a 3 termes cognus, comme FD 88930, F 2 deg. 43 ①, & L droict: tellement qu'on trouvera DL de 4215, pour le requis.

EXEMPLE V.

Soit qu'il faille trouver MN, venant du 30 deg. du deferant, à compter du poinct D extreme deviation, & veu que telle ligne est egale à celle qui vient du raid du deferant, de M extremité du verset de 30 deg. DM, soit posée ED comme raid du deferant, donc EM sera sinus de 60 deg. (complement des 30 deg.) 8660: donc ED faisant 10000, EM fera 8660, combien EM, lors que ED est posé de 92308? fait EM 79939, duquel osté EF 3378, restera FM 76561; ainsi que le triangle MFN a 3 termes cognus, comme FM 76561, l'angle F, 2 deg. 43 ①, & N droict: par lesquels on trouvera NM pour la ligne requise 3629.

Notez maintenant que de mesme qu'on a trouvé MN entre F, D; ainsi seront trouvées en tout autre lieu entre les mesmes F, D.

EXEMPLE VI.

Que si on veut trouver la ligne OP, venant du 89 deg. du deferant à compter du poinct de l'extreme deviation D; laquelle ligne est egale à celle qui vient du poinct O au raid du deferant ED, comme extremité du verset DO de 89 deg. soit donc prise ED pour le raid du deferant, où EO sera sinus de 1 degré (complement de 89 degr. qui est 175: Parquoy je dis, ED estant 10000, EO sera 175, que fera-elle estant ED posée de 92308? viendra pour EO 1615, laquelle ostée de EF 3378 par l'hypothese, restera OF 1763; tellement que le triangle OPF a 3 termes cognus, comme FO 1763, l'angle F 2 deg. 43 ①, & P droict: par lesquels on aura OP 84 pour la requise.

Et de mesme qu'on a trouvé OP entre E, F, ainsi trouvera-on tout autre entre les mesmes.

*Conclusion.* Nous avons donc trouvé la longueur, &c.

COROLLAIRE.

Il appert comment on pourra faire une table pour trouver facilement la ligne requise du deferant de Saturne, perpendiculaire sur le plan de l'ecliptique, & ce de degré en degré, commençant à l'apogée: comme par exemple, pour trouver la ligne qui vient du deferant de Saturne au 1 degré, prenant la figure de la 21 prop. où soit marqué le poinct Q, ainsi que de l'apogée A à Q soit 1 degré, d'où s'ensuit que NQ sera 51 degr. (car l'argument de N fait 310 deg par la 23 prop. dont l'apotome circulaire est 50 deg. pour NA, auquel adjousté AQ 1 deg. viendra, comme dessus, 51 deg.) donc par la 24 prop. on trouvera la perpendicle du 51 deg. à compter de B, (comme a esté fait devant de la perpend. HI de 30 deg.) on aura donc ainsi le requis, pource que ceste ligne tombera du 1 degr. du deferant de Saturne, & ainsi des autres.

Notez encor que lors que ces choses ne seroient pas faites par exemple, mais pour servir à avoir la latitude pour l'advenir, qu'alors il sera besoing d'avoir par experience la longitude apparante de l'apogée, où il est pour le present: Aussi comment la section de l'ecliptique s'est meuë depuis le temps de *Ptolemée* (duquel j'ay pris les observations par exemple, pour les causes declarées en leur lieu) car les escrivains des Ephemerides, prennent que le cours de la section de l'ecliptique de Saturne soit egal avec celuy de l'apogée du deferant, tousiours 50 deg. l'un de l'autre, mais il faudroit des nouvelles observations là dessus; car si les cours de l'apogée & section de l'ecliptique de Saturne sont divers, comme il advient à la Lune, ce seroit la cause pourquoy on ne trouve en effect sa latitude, comme elle resulte de la supputation des Ephemerides.

PROPOSITION XXV.

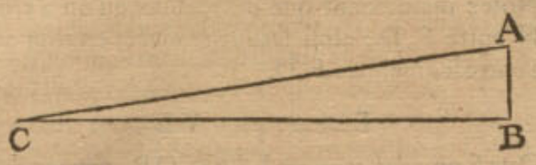
*TRouver la latitude apparante de Saturne, au temps donné, par voye Mathematique, fondée sur l'hypothese propre.*

*Le donné.* Soit Saturne au temps donné au 340 deg. de son deferant, où la ligne d'iceluy perpendicle sur le plan de l'ecliptique sera 3949, par la 24 propos. au 2 exemple: & sa distance à la terre soit, je pose 8000,



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

trouvée par la maniere declarée au 6 article de la 15 prop. de ce 3 livre, eſtant là, la ligne XV.




*Le requis.* Il faut trouver par iceux la latitude apparante de Saturne.

*Preparation.* Je marque le triangle rectangle A B C, B eſt l'angle droit, le coſté A B, les 3949 donnez, & A C les 80000.

### Construction.

Le triangle A B C a 3 termes cognus, comme a eſté dit à la preparation, par leſquels on trouvera l'angle A C B de 2 deg. 50 ☊ pour la latitude requiſe. Or pour ſçavoir ſi elle eſt ſeptentrionale ou meridionale, ſon argument le monſtre; car il appert par la 23 propoſition, qu'iceluy eſtant entre le 44 degr. 12 ☊ & le 215 degr. 48 ☊, elle ſera meridionale; mais du reſte elle ſera ſeptentrionale, comme en ce 340 deg.
Dont la demonſtration eſt manifeſte.

*Concluſion.* Nous avons donc trouvé la latitude, &c.

### Notez.

D'autant que la regle des 6 propoſitions precedentes de la latitude de Saturne eſt commune aux autres quatre planetes Jupiter, Mars, Venus & Mercure, je ne formeray aucunes propoſitions particulieres pour elles, comme il a eſté auſſi dit au Sommaire de ceſte cinquieſme diſtinction, mais ſeulement je parleray de ce qui a beſoing d'advertance, comme s'enſuit.

## MAINTENANT DE LA LATITUDE DE JUPITER.

*Ptolemée* la trouvée de meſme qualité, que celle de Saturne, & particulierement comme s'enſuit.

Premierement ſa latitude majeure ſeptentrionale eſtoit de 2 deg. 4 ☊, advenant touſiours lors que le centre de l'epicycle eſtoit 20 deg. devant l'apogée de ſon deferant, aſſavoir ſous le 141 deg. de l'ecliptique, & Jupiter au perigée de ſon epicycle; mais eſtant hors le perigée, ſa latitude ſeptentrionale eſtoit pour ceſte fois-la moindre, & au moins lors qu'il eſtoit ainſi en ſon apogée.

Secondement, il trouvoit en la partie auſtrale la latitude majeure eſtre de 2 deg. 8 ☊, advenant touſiours lors que le centre de ſon epicycle eſtoit ſous le poinct oppoſite du ſuſdit 141 deg. c'eſt ſous le 321 deg. de l'ecliptique, & Jupiter au perigée de ſon epicycle: Mais eſtant hors du perigée, ſa latitude auſtrale eſtoit moindre pour ceſte fois-la, & au moins lors qu'on le trouvoit eſtre en l'apogée.

Tiercement, eſtant le centre de ſon epicycle en une des extremitez de la ſection de l'ecliptique, il trouvoit que Jupiter eſtoit, comme a auſſi eſté dit de Saturne, touſiours au plan de l'ecliptique ſans latitude, en quel lieu il puiſſe eſtre en ſon epicycle.

La theorie que *Ptolemée* eſtablit ſur l'hypotheſe de terre immobile, eſt tout de meſme qualité que celle de Saturne, & partant ce ſeroit choſe ſuperflue d'en faire reiteration icy: comme auſſi celle que j'ay emmené cy-devant ſur l'autre hypotheſe.

## MAINTENANT DE LA LATITUDE DE MARS.

*Ptolemée* l'a trouvée eſtre de meſme qualité en tout que celle de Saturne.

Premierement, ſa majeure latitude en la partie ſeptentrionale de 4 deg. 21 ☊, advenant touſiours lors que le centre de ſon epicycle eſtoit à l'apogée de ſon deferant (lequel par la recapitulation de la 13 propoſition eſtoit en l'ecliptique au 115 deg. 30 ☊) & Mars au perigée de l'epicycle: mais eſtant hors le perigée, ſa latitude ſeptentrionale eſtoit pour lors moindre, & au moins eſtant ainſi à l'apogée.

Secondement, il trouvoit la majeure latitude en la partie auſtrale de 7 deg. 7 ☊, advenant touſiours lors que le centre de ſon epicycle eſtoit au perigée du deferant à l'oppoſite du ſuſdit 115 deg 30 ☊, c'eſt ſous le 295 deg. 30 ☊ de l'ecliptique, & Mars au perigée de ſon epicycle: Mais eſtant hors le perigée ſa latitude auſtrale eſtoit moindre pour ceſte fois-la, & au moins le trouvant ainſi en ſon apogée.

Tiercement, eſtant le centre de l'epicycle en l'une extremité de la ſection de l'ecliptique, il trouvoit Mars, comme auſſi il a eſté dit de Saturne, touſiours au plan de l'ecliptique, en quel lieu il ſoit dans ſon epicycle.

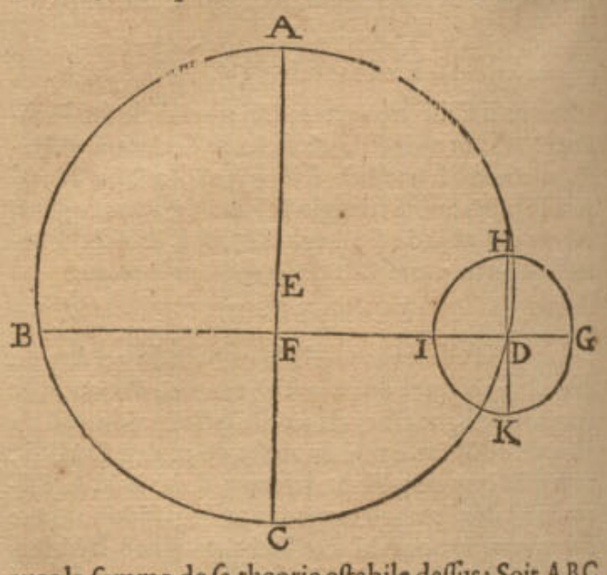
La theorie faite par *Ptolemée* eſt du tout de meſme qualité que celle de Saturne, tant en ſon hypotheſe, que nous en la propre: & partant inutile icy. Toutefois je diray cecy qu'en ceſte conſtruction il y a plus de briefveté qu'en celle-la, pource que l'extreme latitude de Mars advient en l'apogée & perigée de ſon deferant, comme dit eſt; car d'autant que la ligne entre les meſmes deux poincts eſt cognuë par la recapitulation de la 13 propoſition de ce troiſieſme livre, où le raid du deferant de Mars eſt de 15190, lequel pris deux fois viendra pour la meſme ligne 30380, laquelle il ne faudra pas cercher ſelon la maniere de la 21 propoſition, ny auſſi comme en la 23 propoſition, les arguments des deux poincts extremes de deviation du deferant de Mars, veu qu'iceux ſont l'apogée & perigée.

## MAINTENANT DE LA LATITUDE DE MERCURE.

### Article I.

*Contenant les obſervations de* Ptolemée *touchant le cours de Mercure.*

Pour declarer plus proprement les obſervations de *Ptolemée*, de la qualité du cours en latitude de Mercure,




avec la ſomme de ſa theorie eſtabile deſſus: Soit A B C le deferant de l'epicycle, E centre, F la terre, par laquelle

quelle & E eſt menée C F E A, A apogée, C perigée, & menée par F, la ligne B F D perpend. à A C, les poincts B, D, denoteront les 90 deg. & 270 deg. du deferant; & combien qu'il y a autant de difference que l'eccentricité y cauſe, toutefois nous les prendrons auſſi tels, pource que *Ptolemée* le fait ainſi: & ſur D, comme centre, deſcrit l'epicycle G H I K, duquel l'apogée G, perigée I, & moyennes eſlongations H, K, entre leſquels 4 poincts ſont marquez les 2 diametres I G, H K.

Ce qu'eſtant ainſi, *Ptolemée* a obſervé que la majeure latitude de Mercure eſtoit de 4 deg. 5 ① en la partie auſtrale, advenant touſiours lors que le centre de ſon epicycle eſtoit 90 deg. de l'apogée de ſon deferant: tant d'un coſté, que de l'autre, c'eſt és 90 deg. en B, & 270 deg. en D, (lequel 90 deg. eſt ſous le 280 deg. de l'ecliptique par la recapitulation de la 13 prop. de ce 3 livre, l'apogée ſous le 190 deg. de l'ecliptique) & Mercure au perigee de l'epicycle I: Mais hors le perigée, alors pour ceſte fois-la, ſa latitude auſtrale eſtoit moindre; & au moins, eſtant ainſi en l'apogée G. La raiſon pourquoy les latitudes ſuſdites adviennent egales, lors que le centre d'epicycle eſt en D, ou B, appert en la figure; pource que la ligne de la terre F à D, eſt egale à la ligne de F à B. Car de là s'enſuit que le centre d'epicycle eſtant en B, les apogée & perigée ſont veus de la terre F, en telle diſpoſition qu'eſtant en D.

Secondement, il trouvoit qu'au coſté ſeptentrional, la majeure latitude eſtoit de 1 degr. 45 ①, advenant touſiours lors que le centre d'epicycle eſtoit 90 deg. de l'apogée de ſon deferant, tant d'un coſté que d'autre, & Mercure au petigée de ſon epicycle, mais eſtant dehors le perigée, ſa latitude boreale eſtoit pour lors moindre, & au moindre lors qu'on le trouvoit ainſi en ſon apogée.

## Article II.

### *Contenant la theorie de* Ptolemée, *tirée de l'obſervation precedente du 1 Article.*

Veu que les obſervations precedentes de *Ptolemée* peuvent encor eſtre declarées plus amplement par la theorie qu'il a eſtablie deſſus, j'en deduiray ſommairement le contenu, comme s'enſuit.

D'autant que les deux poincts du deferant d'epicycle, leſquels peuvent eſtre veus de la terre en la latitude majeure ſont B, D, il s'enſuivroit de là que la commune ſection de l'ecliptique & dudit deferant, doit eſtre perpend. à B D; & pource que *Ptolemée*, ſe propoſoit és cours en latitude des planetes qu'elle paſſe par la terre F; donc ſelon ceſt ordre, la ligne A F C ſeroit la ſection de l'ecliptique, & partant le centre d'epicycle eſtant en A ou C, & Mercure en l'apogée ou perigée de l'epicycle, il devra eſtre veu de la terre F, au plan de l'ecliptique ſans latitude: Mais l'experience luy monſtrant le contraire, car il trouvoit ſa latitude de 45 ① vers le midy: Tellement qu'il ordonna autrement la theorie de Mercure que des 3 planetes ſuperieures (pour ceſte raiſon, & jointement d'une autre qui ſera deduite en l'appendice du cours en latitude, en l'hyp. impropre:) comme s'enſuit: Il a dit, B D paſſant par 2 poincts de l'extreme deviation, eſtre la commune ſection de l'ecliptique & du deferant d'epicycle, contre la regle naturelle: Mais d'autrepart a donné au deferant, & à l'epicycle quelques 3 mouvements eſtranges, fardez, refingez, & bien vacilles, leſquels ſont nommez deviation, declinaiſon, & reflexion, pour les diſtinguer l'un de l'autre, par leſquels il eſt parvenu à ſon deſſeing, & ſeront maintenant declarez par les definitions que *Purbachius* en a doctement donné, que j'ay tiré de luy.

Pour commencer par la Deviation, il faut ſçavoir que *Ptolemée* a dit, le deferant ſe mouvoir en ventillon de part & d'autre, ſur l'axe B D, appellant tel mouvement deviation; ainſi que le centre de l'epicycle eſtant en B ou D, alors il n'y a aucune deviation, mais le plan du deferant eſt entieremẽt au plan de l'ecliptique: Mais ledit centre party de B, ou D, le deferant commence à devoyer touſiours vers le midy, laquelle deviation augmente continuellement juſques à ce que le centre de l'epicycle ſoit parvenu à l'apogée A, ou au perigée C; car alors la deviation eſt au plus, & eſt de 45 ① ſuſmentioné, laquelle amoindroit puis apres, juſques à ce que le centre eſt parvenu en B ou D, où c'eſt qu'autrefois n'y a nulle deviation. Et appert d'icy que le mouvement, que le centre d'epicycle reçoit de la deviation, n'advient jamais au coſté ſeptentrional.

Touchant la Declinaiſon, il faut ſçavoir que le plan de l'epicycle ſe deſtourne de celuy de ſon deferant en deux manieres. Premierement, par declinaiſon ſur le diametre H K, paſſant par les moyennes diſtances H, K: & advient par ce mouvement que l'apogée G, du diametre I G, ſe deſtourne du deferant d'un coſté, & I perigée de l'autre, tellement qu'il y a une telle regle en ce mouvement: Lors que le centre de l'epicycle, comme D, eſt en l'apogée A, ledit diametre I G eſt au plan du deferant; Mais ſe departant, le centre de A, alors l'apogée de l'epicycle decline vers midy, & le perigée vers ſeptentrion, laquelle declinaiſon s'augmente juſques à ce que le centre d'epicycle parvienne en la moyenne diſtance B, où le diametre I G decline au plus, puis amoindrit de là en avant, juſques à ce que le centre d'epicycle eſt en C perigée, là où il n'a derechef nulle declinaiſon; puis de là, ſe mouvant vers D (moyenne diſtance) l'apogée, comme G, commence à decliner du plan du deferant vers le ſeptentrion, & le perigée, comme I, vers le midy, s'augmentant ladite declinaiſon juſques à ce que le centre d'epicycle ſoit en D, où la declinaiſon eſt au plus: puis de là amoindrit juſques à ce que le centre parvienne en A, là où, comme devant, le diametre I G n'a nulle declinaiſon, & eſt au plan du deferant, & touſiours ainſi: d'où appert que la deviation du deferant eſtant au plus, alors l'epicycle n'a nulle declinaiſon, mais le deferant n'ayant nulle deviation, alors l'epicycle eſt en ſa majeure declinaiſon.

Reſte encore la Reflexion, qui eſt de l'epicycle, lequel ſe fait ſur l'axe I G (en mouvement de ventillon, comme les autres, par deſſus celuy qu'il reçoit ſur l'axe H K, ainſi qu'il a eſté dit, entre l'apogée & perigée de l'epicycle, aſſez bien accordant à celuy qui ſe fait en l'aiguille aymantée, à deux axes perpendicles l'un ſur l'autre: Or par ce mouvement, advient que le diametre H K coupe le plan du deferant en la ligne I G, comme commune ſection, tellement que la gauche moitié de l'epicycle en l'un des coſtez du deferant, fait decliner l'autre moitié dextre du plan dudit deferant. La maniere comment ce diametre ſe devoye eſt telle: Lors que le centre d'epicycle eſt en la moyenne diſtance D, ledit diametre H K ne decline du deferant A B C D, ains eſt au plan d'iceluy: Mais ledit centre ſe mouvant de D vers l'apogée A; alors la gauche moitié du diametre H D commence à decliner (ce que nous appellerons de ſon nom par diſtinction *reflechir*, comme il a eſté dit) vers le Zud, l'autre moitié vers le Nord, laquelle reflexion s'augmente continuellement juſques à ce que le centre d'epicycle eſt parvenu en A, où il eſt



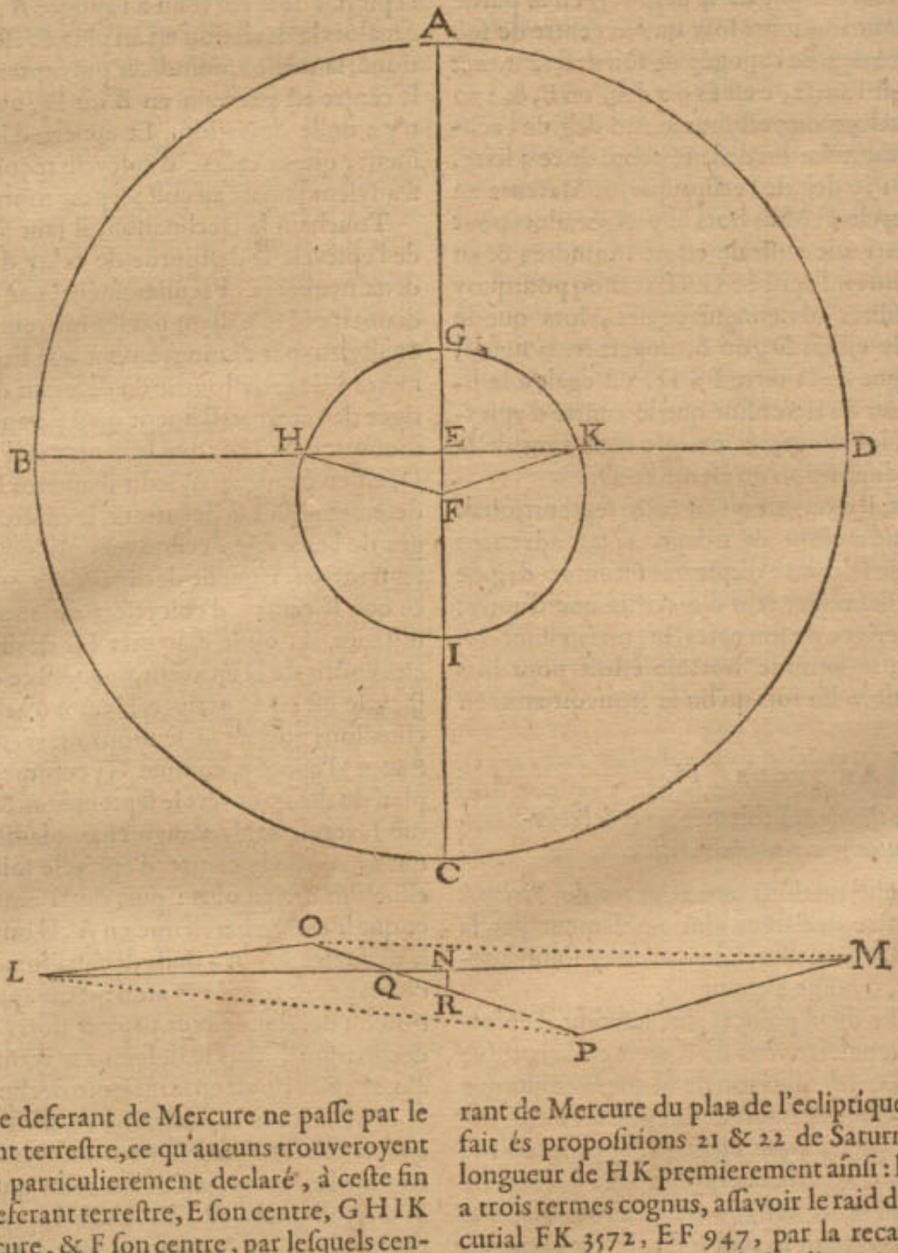
Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

en sa plus grande reflexion ; puis en progrediant vers B, commence à diminuer sa reflexion jusques à n'en avoir plus estant en B ; d'avantage progrediant vers C perigée, alors la susdite partie gauche HD commence derechef à refleschir vers le Nord, & augmente tellement, qu'elle est en sa majeure reflexion, estant le centre d'epicycle en C, & de là en avant diminue jusques à ce que venant en D, il n'a nulle reflexion, & ainsi poursuit comme dessus a esté dit : D'icy appert qu'au poinct du deferant, où l'epicycle n'a nulle *Deviation*, là mesme se fait la plus grande reflexion.

## Article III.

*Contenant la declaration du cours en latitude de Mercure en l'hypothese de terre mobile.*

Ayant cy-devant escrit les observations de *Ptolemée* au premier article, & pour plus ample declaration au deuxiesme sa theorie, par lesquels on pourroit bien comprendre les mesmes en l'hypothese propre, suivant la regle generale precedente ; toutefois pource que la configuration des planetes inferieures est dans le deferant de la terre, & se fait autrement qu'au dehors, &




pource qu'aussi le deferant de Mercure ne passe par le centre du deferant terrestre, ce qu'aucuns trouveroyent necessaire d'estre particulierement declaré, à ceste fin soit A B C D le deferant terrestre, E son centre, G H I K deferant de Mercure, & F son centre, par lesquels centres soit menée A C, & par E la ligne B D à angles droits sur A C ; alors I le poinct plus esloigné de E, & G le plus pres ; d'avantage d'autant que *Ptolemée* a trouvé la majeure latitude de Mercure tousiours advenir lors que le centre d'epicycle est pres les moyennes distances ; il s'ensuit qu'en l'hypothese propre, que ladite majeure latitude est tousiours veuë, lors que Mercure est ès moyennes distances de son deferant H, K, & la terre en B ou D ; or H, & K estans les deux poincts, lesquels acquierent au deferant de Mercure la majeure declinaison qu'on peut voir du deferant terrestre, nous dirons donc que la commune section de ces deux poincts doit estre perpendiculaire à B D, c'est en G I, ou parallele à icelle, & non en H K, comme *Ptolemée* pose : Mais pour trouver maintenant où la mesme section d'ecliptique advient, & la declinaison du deferant de Mercure du plan de l'ecliptique, comme a esté fait és propositions 21 & 22 de Saturne, je cerche la longueur de H K premierement ainsi : le triangle E K F a trois termes cognus, assavoir le raid du deferant Mercurial F K 3572, E F 947, par la recapitulation de la 13 proposition de ce troisiesme livre, & E droit : par lesquels E K sera trouvée estre de 3444.

Encor autant pour E K, viendra pour H K requise 6888.

Et de E D 10000 ostée E K 3444, premier en l'ordre, restera pour K D, aussi pour H B 6556.

Ce qu'estant ainsi cognu, je fais une autre figure, comme on a fait de Saturne en la 22 proposition, ostant premierement L M, comme deferant terrestre veu de costé, egal à B D 20000, posant N au milieu de L M, comme centre d'iceluy ; & mene O P de 6888 egale à H K, deuxiesme en l'ordre, coupant L M en Q ; puis L O egale à H B 6556, troisiesme en l'ordre ; pareillement M P egale à K D aussi 6556 ; & dis que l'angle O L Q est de 1 deg. 45 ①, & P M Q 4 deg. 5 ①, suivant l'obser-

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

l'observation du premier article : ainsi le quadrilatere croisé LOMP aura cinq termes cognus, LM 20000, LO 6556, MP 6556, l'angle OLQ 1 deg. 45 ①, & PMQ 4 deg. 5 ①, par le donné : Et pour plus grande commodité est aussi cognu tant OP 6888, que PL 13444 (comme egale assez pres de OP 6888 & OL 6556 ensemble) & OM autant : par lesquels on trouvera l'angle OQL pour la declinaison requise du deferant de Mercure à l'ecliptique de * 5 deg. 32 ①. Et la ligne QM de 11364, de laquelle soustrait MN 10000 restera pour la ligne, depuis la section d'ecliptique Q jusqu'au centre du deferant terrestre N 1364.

Jusqu'icy a esté descrit ce que je voulois declarer en particulier de Mercure; touchant les autres accidens, comme il a esté fait en la 6 proposition du mouvement en latitude de Saturne, nous les tiendrons comme regles generales convenantes aussi à Mercure, & aux autres planetes.

Quant aux concordances & differences de ceste position du cours en latitude de Mercure avec celle de *Ptolomée* il en sera parlé en l'appendice suivante.

## MAINTENANT DE LA LATITUDE DE VENUS.

*Ptolemée* a observé la proprieté du cours en latitude de Venus, & la trouvé convenir du tout avec celle de Mercure, & particulierement comme s'ensuit.

Premierement sa latitude majeure estoit au costé septentrional de 6 deg. 22 ①, advenant tousiours lors que le centre de son epicycle estoit 90 deg. de l'apogée de son deferant, tant d'un costé que d'autre, assavoir aussi bien au 270 deg. qu'au 90 (lequel 90 deg. est sous le 145 deg. de l'ecliptique par la recapitulation de la 13 proposition de ce troisiesme livre, veu que l'apogée est sous le 55 deg. de l'ecliptique) & Venus au perigée de son epicycle : Mais estant hors le perigée, sa latitude septentrionale estoit pour lors moindre, & à la moindre estant ainsi en son apogée.

Secondement, il trouvoit qu'au costé meridional sa majeure latitude estoit de 1 deg. 2 ① advenant tousiours lors que le cẽtre de son epicycle estoit 90 deg. de l'apogée de son deferant, tant d'un costé que d'autre, & Venus au perigée d'epicycle ; mais estant hors le perigée, sa latitude meridionale estoit pour ceste fois moindre, & à la moindre, lors qu'on la trouvoit ainst en son apogée.

La theorie que *Ptolemée* a ordonné sur cecy en l'hypothese impropre, avec ses deviations, declinaisons, reflexions, & autres proprietez, est du tout pareille à celle de Mercure, tellement qu'il semble inutile de la repeter icy : Et puis que la theorie sur l'hypothese propre est aussi pareille à celle de Saturne & Mercure, semblablement il ne sera besoing de la repeter icy.

Touchant les convenances & differences de ceste hypothese avec celle de *Ptolemée* quant au cours de longitude de Venus, nous en parlerons en l'adjonction suivante en l'hypothese impropre.

# ADJONCTION

## Du cours en latitude des cinq planetes, Saturne, Jupiter, Mars, Venus, & Mercure, fondée sur l'hypothese de terre immobile.

## SOMMAIRE DE CESTE ADIONCTION.

*Il a esté dit en la 19 proposition du troisiesme livre, qu'il estoit plus commode de faire ses calculations du cours en longitude des planetes en l'hypothese impropre, qu'en la propre ; semblabement on pourroit dire le mesme du cours en latitude, & que l'ordre naturel requierreroit que ceste appendice soit colloqué non icy, mais au deuxiesme livre en l'hypothese de terre immobile, comme a esté fait avec le cours en latitude de la Lune là mesme. Pour respondre, il faut sçavoir que puis que la cognoissance fondamentale est tirée du cours en latitude de l'hypothese propre, laquelle alors n'estoit encore descrite, ny ne falloit selon mon dessein, il appert qu'elle ne pouvoit avoir son lieu pour lors : mais le mesme cours en latitude estant declaré au troisiesme livre, nous en pourrons tirer ce qu'il sera de besoing icy.*

*Le mesme appendice aura 6 propositions, assavoir quatre theoremes & deux problemes.*

*Dont la premiere, que les cercles des deux planetes inferieures Venus & Mercure, appellez despositeurs de terre immobile, deferans d'epicycle, sont epicycles ; & ce qu'ils appellent epicycles sont deferans d'epicycle.*

*La deuxiesme, que le plan des epicycles des cinq planetes, Saturne, Iupiter, Mars, Venus & Mercure en l'hypothese de terre immobile, est tousiours parallele au plan de l'ecliptique.*

*La troisiesme, qu'en deux cercles paralleles & egaux, l'un plus haut que l'autre, que la ligne entre le centre de l'inferieur, & un poinct en la circonference du superieur, est egale & parallele à la ligne entre son poinct homologue oppositе de l'inferieur, & le centre du superieur.*

*La quatriesme, que les planetes en l'hypothese impropre reçoivent la mesme latitude apparante, qu'ils ont en l'hypothese propre.*

*La cinquiesme, estant donnée la majeure latitude septentrionale & meridionale d'une planete, trouver la deviation de son deferant de l'ecliptique : aussi la distance entre la section d'ecliptique & la terre, par voye Mathematique fondée sur l'impropre hypothese.*

*La sixiesme, pour trouver la latitude apparante d'une planete sur un temps donné, par voye Mathematique fondée sur l'hypothese impropre.*

## THEOREME. PROPOSITION I.

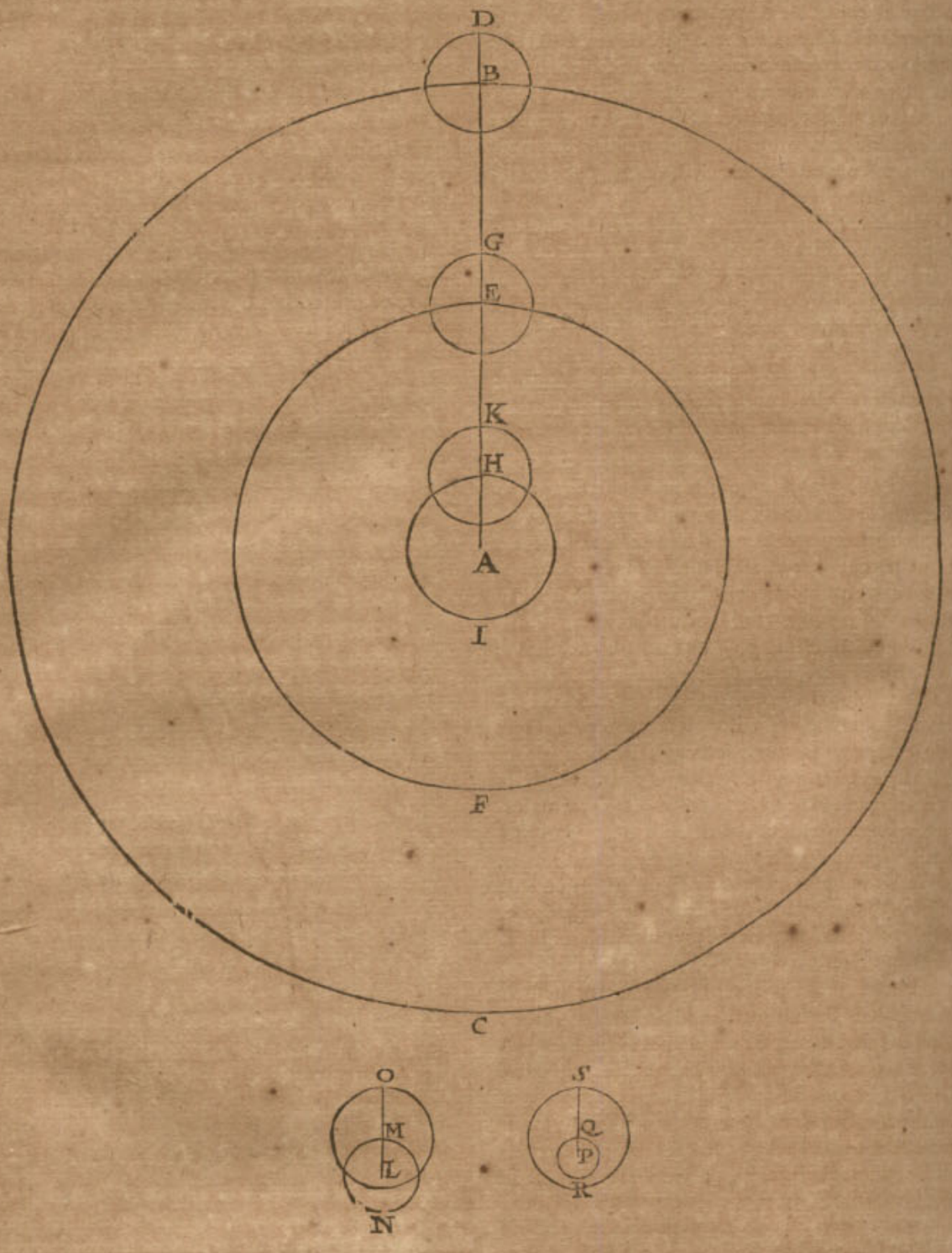
*LEs cercles des deux planetes inferieures Venus & Mercure, lesquels sont appellez deferans d'epicycle par les supposiseurs de terre immobile, sont epicycles : & ce qu'ils appellent epicycles, sont deferans d'epicycle.*

Il est manifeste par la precedente hypothese de terre mobile, que les epicycles des trois planetes superieures en l'hypothese impropre ne sont pas essentiels, ains fingez estre egaux au deferant de la terre ; mais il en va autrement des deux planetes inferieures : car ce qu'on appelle epicycle de Venus, & aussi de Mercure n'est pas fingé, ny egal au deferant terrestre, mais à proprement parler,

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

parler, c'eſt leur voye meſme, & en l'hypotheſe impropre, ſuivant l'ordre des trois ſuperieures, devroyent eſtre nommez deferans d'epicycle : Parquoy voulant que la regle precedente du cours en longitude des ſuperieures en l'impropre hypotheſe, ſoit commune aux deux inferieures, il faudroit dire là de meſme façon, aſſavoir nommer deferant d'epicycle le moindre, qui eſt proprement deferant d'epicycle, & epicycle le grand, qui eſt fingé eſtre egal au deferant terreſtre : car faiſant ainſi qu'és ſuperieures, la regle ſera commune. Mais pour en parler plus amplement, il appert que puiſque les epicycles de chacune planete ſont egaux au deferant terreſtre, qu'ils doivent eſtre egaux entr'eux, d'où s'enſuit que les voyes des planetes inferieures comparées à leurs epicycles, ſeront moindres que les voyes des ſuperieures.

Soit par exemple en la premiere ſuivante figure deſcrit le cercle B C ſur le centre A, pour deferant d'epicycle de Saturne, duquel le raid A B fait par la recapitulation de la 13 propoſition du troiſieſme livre, 92308, & ſur




B centre, l'epicycle, duquel D B le raid eſt egal au raid du deferant terreſtre 10000.

Secondement, ſoit deſcrit le cercle E F ſur le centre A pour le deferant d'epicycle de Jupiter, duquel le raid A E fait par la recapitulation de la 13 propoſition du troiſieſme livre, 52174, & ſur E centre, l'epicycle, duquel E G le raid ſoit 10000.

Tiercement, ſoit deſcrit le cercle H I deferant d'epicycle de Mars, ſur le centre A, duquel le raid fait 15190 par la recapitulation de la 13 propoſition du troiſieſme livre, & ſur H, comme centre ſoit deſcrit l'epicycle, duquel le raid H K face 10000.

Quartement ſur L centre ſoit deſcrit le cercle M N, comme deferant d'epicycle de Venus M L, ſon raid de 7194, par la recapitulation de la 13 propoſition du troiſieſme livre, & ſur M, comme centre, l'epicycle, duquel

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

quel M O est le raid de 10000, lequel epicycle comprend en soy le centre du deferant d'epicycle L, autrement que pas une des trois autres susdites figures : toutefois il appert que la regle du cours en longitude, est generale pour toutes quatre.

Quintement, sur le centre P descrit le deferant d'epicycle de Mercure Q R, son raid P Q, par la recapitulation de la 13 proposition, sera 3572, & sur le centre Q l'epicycle, duquel Q S est le raid 10000, lequel comprend le deferant d'epicycle Q R entierement, autrement que non pas une d'entre les quatre figures precedentes ; toutefois il appert que la regle du cours en longitude sera generale pour toutes cinq, sans ceste intrication contraire, qui se rencontre en faisant autrement. Ceste mauvaise coustume a ses causes manifestes, car puis que les premiers observateurs n'avoyent aucune cognoissance du mouvement de la terre, ils ne pouvoyent pas mieux escrire que ce qu'ils voyoyent en apparence. Encor faut-il remarquer que la regle du cours en latitude (aussi bien que de celuy en longitude) en l'hypothese de terre ferme, est par cecy generale de tous costez, comme on verra au theoreme suivant.

*Conclusion.* Les cercles donc des deux planetes inferieures Venus & Mercure, &c.

THEOREME. PROPOSITION II.

*LEs plans des epicycles des cinq planetes, Saturne, Iupiter, Mars, Venus, & Mercure, sont en l'hypothese impropre tousjours paralleles au plan de l'ecliptique.*

Puis que l'epicycle est fingé estre egal au deferant terrestre, & que la planete est supposée faire en iceluy un cours en longitude, egal & semblable à celuy de la terre en sa voye ; s'ensuit suffisamment de là que ces deux cercles doivent estre posez ou concedez paralleles, veu qu'autrement il n'y auroit nul semblable cours en longitude parfait, toutefois puis que ceste parallelité se peut demonstrer par la precedente, je la descriray comme s'ensuit, choisissant à ceste fin la figure de la 15 proposition du troisiesme livre. Premierement, par la regle generale descrite en la vingt-deuxiesme proposition du troisiesme livre, est cognuë la grandeur de la latitude de Mars au poinct N, veuë de la terre mobile O, mais autant qu'elle doit estre, autant doit aussi estre la latitude de Mars, au poinct I en l'hypothese de terre ferme, veuë de A : Et suit puis que A I est egale à O N, que la ligne de I perpendiculaire sur le plan de l'ecliptique, doit estre egale à la ligne de N perpendiculaire sur le plan de l'ecliptique.

Secondement, je dis qu'autant sera la longueur de N jusques au plan de l'ecliptique, veuë de la terre mobile en P, que la ligne de F jusques au plan de l'ecliptique, veuë de la terre ferme A, pource que A F est egale à P N.

Mais chacune des deux lignes de F & N, perpendiculaire sur le plan de l'ecliptique, il faut que les mesmes deux lignes de F & N perpendiculaires sur le plan de l'ecliptique, soyent egales, & par consequent le raid entier I F de l'epicycle sera parallele au plan de l'ecliptique. Et sur le mesme pied se pourra manifestement demonstrer que le raid par H, perpendicle sur F I (si elle estoit menée) seroit aussi parallele au plan de l'ecliptique ; car si on mene par le poinct K un diametre perpendicle à O P, & qu'on prenne la terre mobile estre en l'une extremité d'iceluy (ce qui est delaissé pour cause de briefveté) la demonstration seroit comme devant : Or si les diametres F I, & par H estoyent menez, comme dit est, & estoyent paralleles à l'ecliptique, il s'ensuit que le plan entier de l'epicycle F I, sera parallele au plan de l'ecliptique. Et comme est la demonstration, estant l'epicycle avec son centre en H, de mesme sera en tout autre lieu la demonstration semblablement : D'avantage comme ceste demonstration a esté faite sur la figure de la 15 proposition, servant aux trois planetes superieures, semblablement se fera-elle avec la figure de la 16 proposition, servant pour les inferieures.

*Conclusion.* Le plan donc de l'epicycle des cinq planetes, Saturne, Jupiter, Mars, Venus & Mercure est tousiours parallele à l'ecliptique en l'hypothese impropre. Ce qu'il falloit demonstrer.

THEOREME. PROPOSITION III.

*EStans deux cercles paralleles & egaux, l'un plus haut que l'autre ; la ligne entre le centre de l'inferieur & un poinct en la circonference de l'autre, sera egale & parallele à la ligne d'entre le centre du superieur, & un poinct homologue & opposite à l'autre, à la circonference de l'inferieur.*

*Le donné.* Soyent A B, & D E les cercles egaux & paralleles veu de costé, C centre du superieur, F de l'inferieur, & en iceux deux poincts homologues & opposites D, B.

*Le requis.* Il faut demonstrer que D C sera egale & parallele à F B ; desquelles choses la demonstration est manifeste.

THEOREME. PROPOSITION IV.

*LEs planetes reçoivent en l'hypothese de terre immobile, la mesme latitude apparante, qu'en celle de terre mobile.*

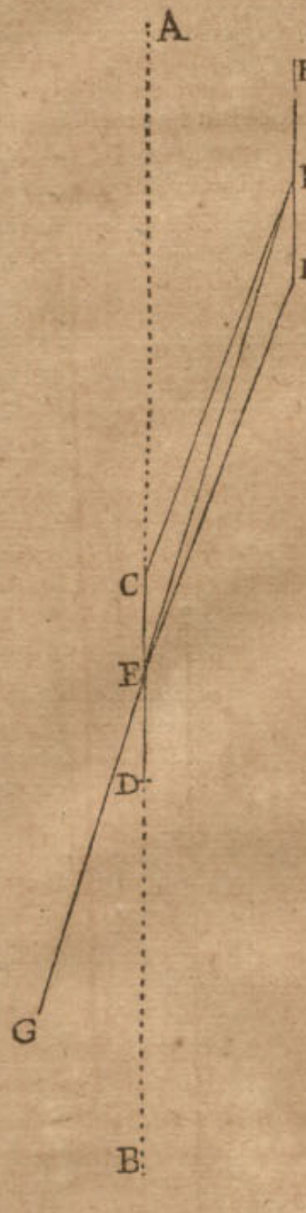
Veu que le Soleil ou la terre n'ont aucune latitude, il ne sera besoing d'en parler : Quant à la latitude de la Lune, il appert assez és precedentes, tellement que maintenant nous n'aurons à parler que des cinq autres.

*Le donné.* Soit A B l'ecliptique veuë de costé, comme aussi les autres cercles, C D deferant de la terre, E son centre, par lequel en la premiere figure soit menée F G voye de planete, & en la deuxiesme figure (qui est pour les

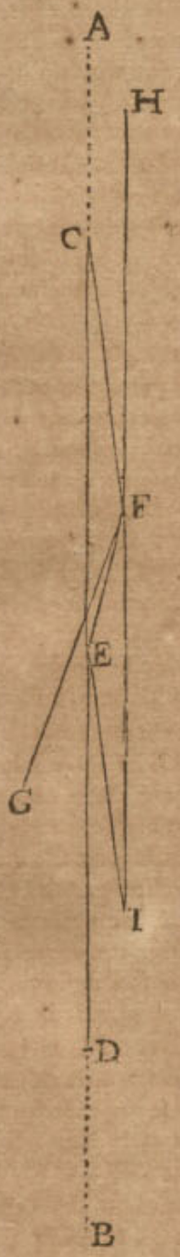
Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

les deux inferieures, la premiere pour les trois superieures) soit F G passant non pas par E, estant la planete, je prens au poinct superieur F, & la terre en sa voye au poinct superieur C. Et ayant jusques icy fait la delineation de l'hypothese de terre mobile, je commenceray maintenant celle de l'hypothese de terre fixe. A ceste fin je prens le centre de la voye terrestre E pour la terre

1. Figvre.




2. Figvre.




mesme, car en telle supposition elle en reviendra là, par la 15 proposition du troisiesme livre, & F G, qui estoit premierement voye de planete, je la prens maintenant pour deferant d'epicycle: D'avantage puis qu'on a posé que la planete est au poinct superieur F de sa voye, il faut que l'epicycle, soit iceluy H I, aye son centre en F, aussi egal & parallele à la voye terrestre C D par la precedente. D'avantage pource que la terre mobile estoit posée en C, la planete se posera en I, comme poinct homologue & opposite à C: Dont la raison appert en la 15 proposition du troisiesme livre.

*Le requis.* Il faut demonstrer que la planete en I, en l'hypothese de la terre fixe en E, a la mesme latitude apparante, qu'elle a en F en l'hypothese de terre mobile en C.

*Preparation.* Soyent menées les deux lignes E I, C F.

*Demonstration.* Veu que C D est egale & parallele à H I, leurs moitiez E C, F I auront les mesmes qualitez, & par consequent aussi C F, E I: parquoy l'angle A E I latitude apparante de la planete, veuë de la terre fixe E, sera egal à l'angle A C F qui est la latitude apparante de la planete veuë de la terre mobile C: Et ainsi qu'il a esté icy demonstré, lors que la terre & la planete sont és poincts superieurs de leurs voyes, ainsi en sera la demonstration és autres poincts.

*Conclusion.* Les planetes donc reçoivent en l'hypothese de terre immobile, la mesme latitude apparante, qu'en celle de la terre mobile.

## Proposition V.

*Estant donnée la majeure latitude boreale ou australe d'une planete, trouver la deviation de sa voye de l'ecliptique: aussi quelle distance y a de la section de l'ecliptique à la terre, par voye Mathematique, fondée sur l'hypothese de terre fixe.*

Veu que le deferant d'epicycle des trois planetes superieures passe par la terre, ou est pris y passer assez pres, mais des deux inferieures c'est dehors; desquels nous descrirons deux exemples.

### 1 *Exemple des trois planetes superieures.*

*Le donné.* Soit A B l'ecliptique veu de costé, son centre C, la terre fixe, par lequel soit mené le deferant d'epicycle de Saturne, D E, tirant C D vers le costé septentrional, & C E vers le meridional, ainsi que les deux angles ACD, BCE denotent la deviation du deferant d'epicycle, & par son poinct extreme D vers le nord soit, comme centre, descrit l'epicycle F G, parallele à l'ecliptique A B, duquel soit F apogée, G perigée, dont soit menée la ligne G C, & que l'angle A C G face, comme dessus a esté trouvé en l'observation de la 20 proposition du troisiesme livre, assavoir 3 deg. 2①: Semblablement sur l'extreme poinct E vers le zud, comme centre, soit descrit l'epicycle H I parallele à l'ecliptique A B, son apogée I, & perigée H; duquel est menée la ligne H C, & l'angle B C H soit, comme a esté trouvé en la premiere observation susdite de la 20 proposition du troisiesme livre, de 3 deg. 5①.

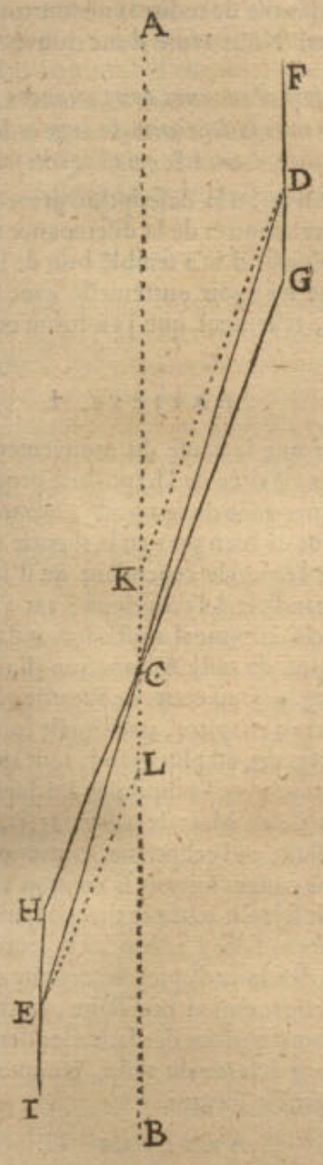
*Le requis.* Il faut trouver la deviation du deferant D E de l'ecliptique, qui est l'angle A C D.

### Operation.

Le triangle C D G a trois termes cognus, comme D G 10000 par l'hypothese, C G autant que faisoit la ligne depuis la terre jusques au perigée de l'epicycle au temps de l'observation, laquelle par le corollaire de la 13 proposition du troisiesme livre, est cognue en general, & particulierement en la 21 proposition du troisiesme livre, de 88718, ou autrement pour avoir plus de facilité on prendra la ligne C D, faisant assez pres 10000 d'avantage, assavoir 98718, & l'angle D G C 176 deg. 58①, comme estant egal à l'angle G C B, lequel est adjoinct de la majeure latitude cognuë A C G 3 deg. 2①, par lesquels on trouvera C D G de 2 deg. 43①, aussi pour A C D deviation requise du deferant à l'ecliptique, convenant avec les 2 deg. 43①, trouvez en la 21 proposition du troisiesme livre, faisant mesme operation de l'autre costé, cerchant l'angle B C E, disant à ceste fin: Le triangle C H E a trois termes cognus, assavoir E H 10000, par le posé, C H 75210, par le corollaire de la 13 proposition du troisiesme livre,

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

vre, & l'angle H 176 deg. 55 ①, comme egal à ACH adjoinct à la majeure latitude cognue 3 deg. 5 ①. Par lesquels cerchant l'angle HEC, sera trouvé de 2 deg. 43 ①, aussi pour BCE egal au susdit ACD aussi de



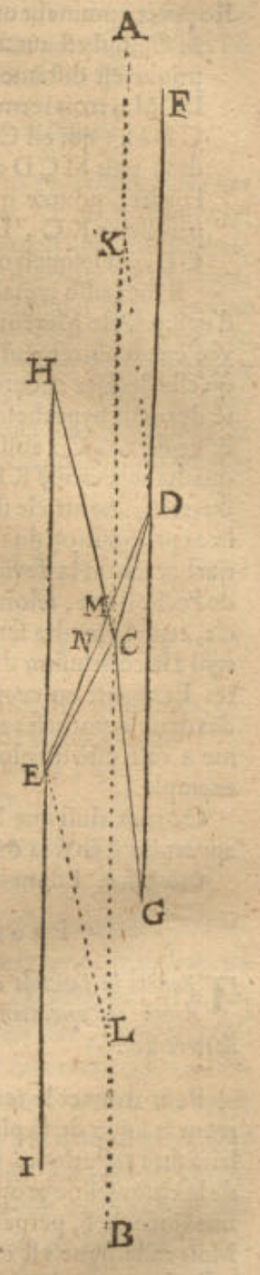

1 deg. 43, tellement qu'à ce compte GH passera par la terre fixe C : Mais si telle egalité ne s'estoit rencontrée, comme il advient és deux planetes inferieures, alors on suivroit la maniere du deuxiesme exemple suivant.

NOTE I.

Il faut aussi sçavoir que la deviation du deferant de Saturne à l'ecliptique en l'hypothese impropre peut estre autrement, laquelle je descriray quant & quant, pource qu'elle declare la communion des deux hypotheses. Soit menée DK egale & parallele à GC : de mesme EL egale & parallele à HC, alors le quadrilatere croisé KDEL sera egal & semblable au quadrilatere croisé ADEB de la 22 proposition du troisiesme livre, parquoy on trouvera la deviation du deferant CD de l'ecliptique, selon la maniere de la 22 proposition, & on aura le requis, qui doit necessairement accorder avec la conclusion de la precedente premiere operation. Et appert manifestement par cecy comment la figure de l'hypothese propre, assavoir le quadrangle croisé KDEL, avec le deferant de la terre KL, amene mesme conclusion que la figure de l'hypothese de terre immobile C, & son epicycle d'une part GDF, & d'autre part HEI : car le triangle CDG est egal & semblable au triangle DCK, de mesme est aussi CEH avec ECL ; d'où s'ensuit que telle deviation, comme de CD, trouvée par les termes cognus du triangle DCK, de mesme sera trouvée par les trois termes cognus du triangle CDG : le semblable se devra entendre des deux autres triangles ; D'avantage comme a esté donné exemple de Saturne, le mesme s'entendra des deux autres, Jupiter & Mars.

*2 Exemple des deux planetes inferieures.*

Combien que les lettres en la figure de ce second exemple soient de mesme signification que celles du premier, & qu'on pourroit presumer que le dessein de cestuy-cy est assez notoire par celuy du premier, toutefois voyant la diversité exterieure de la figure ; assavoir qu'icy le deferant d'epicycle est plus petit que l'epicycle, là où au premier exemple il estoit plus grãd, & par dessus tout cela que ce deferant ne passe par la terre, j'en descriray ce deuxiesme exemple.




*Le donné.* Soyent les parties de la figure suivante ABCDEFGHIKL de Mercure avec telle signification que celle du premier exemple, qui estoit de Saturne, differant seulement en ce que ce deferant DE, trouvé selon la maniere de l'operation du premier exemple, ne passe par la terre C, mais coupe l'ecliptique en M : L'autre que l'epicycle de Saturne estoit beaucoup plus petit que son deferant, & icy plus grand de beaucoup, assavoir FG en telle raison à DE, comme en la figure de la premiere proposition de ceste Adjonction la ligne PQ à QR ; d'avantage l'angle BCG fait 1 deg. 45 ①, & ACH 4 deg. 5 ①, comme a esté trouvé en l'observation de la latitude de Mercure derriere la 25 proposition du troisiesme livre.

*Le requis.* Il faut trouver la deviation du deferant DE, qui est l'angle AMD.

OPERATION.

| | |
|---|---|
| Par les trois termes cognus du triangle DCG on trouvera l'angle | CDG. |
| Et l'angle | DCG. |
| Auquel adjousté l'angle | BCG. |
| Viendra l'angle | BCD. |
| Son adjoinct est | DCK. |
| Avec l'angle donné | KCH. |
| Viendra l'angle | DCH. |



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

Par les trois termes cognus du triangle E C H on trouvera, selon la maniere du premier exemple, l'angle H C E.

Lequel avec D C H, septiesme en l'ordre, viendra D C E.

Le triangle D C E a trois termes cognus, comme l'angle D C E neufiesme en l'ordre, & les deux lignes C D, C E de la terre au centre de l'epicycle, cognues par le corollaire de la 13 proposition du troisiesme livre, par lesquels on trouvera l'angle C D E.

Auquel adjousté C D G, premier en l'ordre, viendra E D G, ou M D G, lequel estant egal à A M D, pource que M D, est entre les paralleles K M, D G; donc la deviation requise sera cognue A M D.

Il appert comment on trouvera la longueur de M C, qui est autant que la section de l'ecliptique est distante de la terre: car le triangle D C M, a trois termes cognus, comme l'angle C D M (qui est C D E, huictiesme en l'ordre) puis M C D egal à C D G, premier en l'ordre, pource que C D est entre les deux paralleles K C, D G; finalement le costé C D, par lesquels on trouvera la ligne M C.

Il faut aussi remarquer que la deviation du deferant d'epicycle de Mercure, de l'ecliptique peut estre trouvée encor autrement, laquelle je descriray icy, pource qu'elle declare encore plus appertement la communauté des deux hypotheses. Soit donc menée D K parallele & egale à G C: aussi E L parallele & egale à H C; le quadrangle croisé K D E L est egal & semblable à celuy du troisiesme article de la latitude de Mercure, derriere la 25 proposition du troisiesme livre, L O M P, par lequel cerchant la deviation du deferant d'epicycle M D de l'ecliptique, selon la maniere dudit troisiesme article, ce qui viendra sera le requis, qui est necessairement egal à la conclusion de la premiere operation precedente. Et appert en cecy clairement comment les figures des deux hypotheses amenent mesme conclusion, comme a aussi esté dit plus amplement derriere le premier exemple.

Or tout ainsi que Mercure a esté icy en exemple, il appert qu'il en sera de mesme de l'autre, assavoir Venus.

*Conclusion.* Estant donc donnée, &c.

## Proposition VI.

*Trouver la Latitude apparante d'une planete sur un temps donné, par operation Mathematique, fondée sur l'hypothese de terre fixe.*

Pour trouver le requis, nous trouverons premierement la ligne de la planete en l'epicycle, perpendiculaire sur l'ecliptique. Comme par exemple, en la figure de la cinquiesme propos. de ceste Adjonction la ligne imaginée de F, perpend. sur le plan de l'ecliptique A B; Mais telle ligne est en tout lieu de l'epicycle, egale à celle du centre d'epicycle, comme D perpend. à B A; pource que D F est parallele à A B, & partant l'on trouvera tousiours ceste-cy au lieu de celle-là: ce que faisant, on ne trouvera pas que la maniere de l'invention d'icelle aye difference à l'invention de semblable ligne en l'hypothese propre, descrite en la 24 propos. du 5 livre. La cause de ceste egalité est encore d'autant plus notoire en ce qu'en l'hypothese propre, la planete vient au lieu du centre de l'epicycle en l'impropre. Or estant telle ligne ainsi cognue, & joignant cela, par le coroll. de la 13 prop. du 3 livre, la ligne de la terre fixe à la planete, alors le triangle rectangle (compris de ces deux lignes, & la troisiesme hypothenuse) a 3 termes cognus, avec lesquels se trouvera la latitude requise, comme en la 25 prop. du 3 livre en l'hypothese propre, tellement qu'il seroit inutile de redire la mesme tout du long.

*Conclusion.* Nous avons donc trouvé, &c.

### *Collection d'aucunes convenances & disconvenances entre la description du cours en la latitude de ceste Adjonction, d'avec celle qui est descrite par* Ptolemée.

Tout ainsi qu'en la description precedente, il m'est advenu de rencontrer de la discrepance entre icelle, & celle de *Ptolemée*, il m'a semblé bon de les colliger icy, plustost que les avoir entremeslé avec les documens precedens, tellement que j'en formeray les Articles suivans.

### Article I.

D'autant que la cause du mouvement en latitude des planetes est tirée de l'hypothese propre, qui semble avoir esté incognue du temps de *Ptolemée*, toutefois il a atteint le but de bien pres en la theorie des 3 superieures, posant l'epicycle cependant qu'il se meut, quasi tousiours parallele à l'ecliptique; car s'il l'eust posé y estre parallele, comme il a esté demonstré devoir estre en la 2 propos. de ceste Adjonction (il n'y a difference que de 2 deg. 4 ① au cours de Saturne, comme appert en son 13 livre 3 chapitre, que l'angle formé de l'epicycle & du deferant, est plus grand, tout au plus, que celuy du deferant avec l'ecliptique: En Jupiter seulement de 1 degr. 6 ①; en Mars de 1 degr. 15 ①, voire mesme l'epicycle estant en l'ecliptique, convenoit avec iceluy du tout sans couper suivant sa position, comme aussi doit advenir selon la parfaite theorie) ainsi que l'incertaine operation faite à taston, à la recerche de la deviation des deferans d'epicycle, descrite au susdit 3 chapitre, n'est aucunement necessaire, & conviendroient les autres computations des latitudes des planetes avec celle-cy, sans differer du reste, comme il sera dit au deuxiesme article suivant.

### Article II.

La table de *Ptolemée* du cours en latitude de Saturne en la 5 prop. du 13 livre, ne semble pas avoir assez grande convenance avec sa theorie: car pour en parler plus amplement, il faut sçavoir qu'en la 4 prop. dudit 13 livre, il prend la deviation du deferant d'epicycle de l'ecliptique (marquée par l'angle A C D en la 1 fig. de la 5 prop. de ceste Adjonction) de 2 deg. 26.

L'angle C D G de 4 deg. 30.

Le my-adjoinct d'iceluy fait pour C D F 175 deg. 30.

Que si de la terre C, à l'apogée de l'epicycle F, (estant son centre en l'apogée de son deferant D,) estoit menée la ligne C F, elle feroit par la recapitulation de la 13 proposition du troisiesme livre 108718.

Ainsi que le triangle C D F auroit trois termes cognus, comme l'angle C D F 175 deg. 30 ①, troisiesme en l'ordre, D F 10000, & C F 108718, par lesquels on trouveroit l'angle D C F de 25 ①.

Lequel osté de l'angle A C D 2 degr. 26 ①, premier en l'ordre, restera pour l'angle A C F 2 deg. 1 ①.

Et autant devroit estre la latitude de Saturne, suivant la theorie de *Ptolemée*, estant en l'apogée de son epicy-

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

epicycle F, & le centre d'epicycle en l'apogée du deferant D. Mais suivant l'usage de sa table susdite il seroit pour lors sans latitude, tellement que ces tables diffetent d'autant de sa theorie.

Et faisant de mesme de l'autre costé, lors que Saturne est en l'apogée de son epicycle I, on trouvera sa latitude de 1 deg. 58 ①, auquel lieu, suivant sa table, seroit encor sans latitude. Tellement que sadite table n'accorde pas bien avec sa theorie : & de mesme en faut-il entendre de ses tables & theories de Jupiter & Mars : Or la quantité de ces latitudes en l'hypothese propre est manifeste en la 25 proposition du troisiesme livre.

### Article III.

Il a esté dit au premier article que *Ptolemée* avoit atteint bien pres de la vraye theorie és trois planetes superieures, posant leurs epicycles assez pres d'estre paralleles à l'ecliptique; mais il n'en a pas fait ainsi és deux planetes inferieures, car il ne pouvoit pas tirer telle theorie de ses observations, comme des trois superieures. Il semble que la cause principale qui l'en a empesché, soit pour deux raisons : dont la premiere est, que ce qu'il prenoit pour epicycle de Mercure ne l'estoit pas, par la 1 proposition de ceste Adjonction, mais plus petit qu'il ne falloit; ainsi qu'en le supposant estre quasi parallele à l'ecliptique, comme és autres trois epicycles superieurs, cela ne convenoit pas avec l'experience des observations : car c'estoit l'autre plus grand cercle qu'il falloit prendre à ceste fin. L'autre raison, assavoir qui le faisoit conclurre un mouvement de ventillon au deferant d'epicycle, & prendre la section de l'ecliptique en un costé contraire, semble estre celle-cy. Il s'est imaginé que toutes les sections des deferans & de l'ecliptique passoient par la terre : comme par exemple, le deferant d'epicycle D E qui en la figure de la 5 proposition de ceste Adjonction coupe proprement l'ecliptique en M, il la pose passer par la terre fixe C; surquoy donc formant ses computations, il s'est ensuivy que lors qu'il pensoit que le centre d'epicycle fut parvenu de D à C, & pourtant devoit estre en l'ecliptique A B sans latitude, il l'a trouvé par effect estre dehors en N (entant que D N soit marquée egale à D C) avec autant de latitude que cause la distance de C à N, lequel erreur l'a fait finger le ventillonnement du deferant, descrit au deuxiesme article de la latitude de Mercure derriere la 25 proposition du troisiesme livre.

### Article IV.

Mais veu que *Ptolemée* dit avoir trouvé par observation le susdit ventillonnement en Mercure de C à N, de 45 ①, nous recercherons comment cela s'accorde avec celle-cy : A ceste fin je dis que la distance de C à N est monstrée par la ligne N R, en la figure du troisiesme article du cours de Mercure derriere la 25 proposition du troisiesme livre : duquel je trouve la longitude ainsi : le triangle Q N R a trois termes cognus, assavoir l'angle Q, 5 deg. 32 ①, comme egal à O Q L, par le susdit troisiesme article, quatriesme en l'ordre, Q N 1364, par le cinquiesme en l'ordre dudit article, & l'angle N droit, par lesquels on trouve N R de 132.

Que si *Ptolemée* eust declaré en quel lieu estoit le Soleil au temps de son observation, lors qu'il trouvoit la deviation de 45 ①, par lequel nous trouverions en l'hypothese propre, le lieu de la terre, alors nous pourrions recercher ceste convenance avec tant plus de certitude; ce qui n'estant ainsi, nous cercherons les deux extremes deviations pour voir si les 45 ① peuvent advenir entre icelles, comme s'ensuit.

Faisant N R 132, comme dit est, & qu'on y adjoigne la plus grande distance de Mercure à la terre (par le moyen de la 25 proposition du troisiesme livre) faisant par la recapitulation de la 13 proposition du troisiesme livre, 14519, alors par regle generale de la mesme 25 proposition, se trouvera que la latitude de Mercure est de 31 ① : Or entre 1 deg. 21 ① (sur la moindre distance 5481) & 31 ① les susdits 45 ① de l'observation se trouvent; tellement que nous eussions peu voir la convenance plus parfaitement, si la ligne de Mercure à la terre eust esté cognue.

Touchant la deviation de Venus que *Ptolemée* pose de 10 ①, elle seroit trouvée estre au moins de 20 ①, selon la precedente maniere de Mercure; quoy que c'en soit on en pourroit juger plus precisement, si on en faisoit de nouvelles observations.

### *Epilogue du cours en latitude.*

Jusques icy a esté traité du cours en latitude des cinq planetes, Saturne, Jupiter, Mars, Venus, & Mercure, autant que mon dessein le requerroit; partant je pense qu'il ne le faudra tenir pour un mouvement incognu, comme on a fait; estant apparant qu'il doit recevoir telle diversité de necessité, par le cours de la terre, & que le ciel de chacune planete se meut uniformement sur son axe, sans feindre d'autres mouvements non naturels, & qu'on pourra delaisser ces envelopes & temps-perdu, aussi qu'on s'exercera en ces choses apres beaucoup plus de cognoissance.

## APPENDICE DE L'ASTRONOMIE,

Des mouvemens incognus des planetes, observez par *Ptolemée* : & de la theorie formée là dessus tant d'iceluy, que de *Copernique*.

### SOMMAIRE DE CEST APPENDICE.

Ptolemée *ayant receu la description de l'Astronomie sur l'hypothese impropre, simplement comme il a esté declaré cy-devant, il a observé le cours & les lieux des planetes tresdiligemment, pour voir comment elles accordoyent avec iceluy. La description du cours du Soleil (de laquelle* Hyparque *doutoit) luy a semblé bonne, mais non pas des six autres planetes : car combien qu'elle accordast quant aux periodes & revolutions de beaucoup d'années, neantmoins en moindre temps, elle discordoit, tellement qu'il en descrit sa theorie, laquelle il mesle entre les cours simples susdits, en l'hypothese de terre immobile.* Copernique *aussi en a fait de mesme puis apres, entremeslant sa theorie en sa description sur l'hypothese de terre mobile. Mais d'autant qu'on ne voit pas que ces regles accordent avec l'experience, & partant que ces mouvemens semblent en-*



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

*cor incognus, ce qui eſt cauſe que je les ay ſeparez des cognus cy-devant, tant en l'une qu'en l'autre hypotheſe : Or afin qu'on ſçache en quelle maniere a eſté ceſte ſeparation, j'en ay fait ceſt Appendice, qui aura 13 propoſitions, deſquelles les ſept ſont de la theorie adjouſtée de* Ptolemée ; *aſſavoir les cinq premieres de la Lune ; la ſixieſme de Saturne, Iupiter, Mars & Venus : la ſeptieſme de Mercure : les ſix autres ſont de la theorie adjouſtée de* Copernique ; *aſſavoir la huictieſme de la Lune, la neufieſme de Saturne, Iupiter & Mars, la dixieſme de Venus, l'onzieſme & douzieſme de Mercure, la treiſieſme eſt un narré du mouvement incognu des eſtoiles fixes, & de la declinaiſon incognue de l'ecliptique.*

## PREMIEREMENT LA THEORIE des planetes adjouſtée de *Ptolemée* en l'hypotheſe de terre fixe.

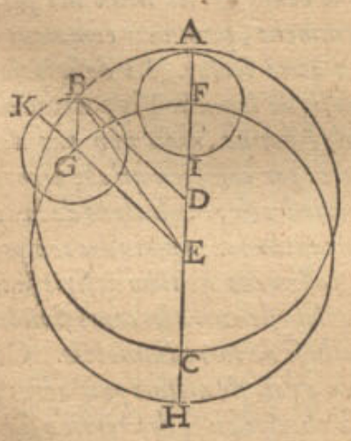
### Proposition I.

*ESTant une planete poſée en un eccentrique, ou autrement en un epicycle, duquel le raid eſt egal à l'eccentricité de ceſt eccentrique, & ceſt epicycle en un concentrique, egal en grandeur & cours à l'eccentrique, & le cours de la planete en l'epicycle, egal au cours de l'epicycle au concentrique, toutefois du coſté contraire : ces deux poſitions donnent un meſme lieu à la planete.*

Veu que la poſition de la Lune en un eccentrique, ſelon la maniere deſcrite és deux livres precedens, & par conſequent ce qui ſemble eſtre approprié en la nature, luy donne un meſme lieu que feroit un concentrique ſelon ceſte propoſition, que *Ptolemée* choiſit pour declarer plus proprement ſa deuxieſme inegalité, laquelle je deſcriray icy ayant preallablement demonſtré ceſte propoſition, comme auſſi il a fait en ſon quatrieſme livre au cinquieſme chapitre.

*Le donné.* Soit pour premiere poſition l'eccentrique A B C, denotant la voye de la planete, D ſon centre, E la terre fixe, le poinct A ſoit la planete premierement en l'apogée, laquelle puis apres a fait un cours de A en B, qui eſt auſſi l'angle A D B.

Soit maintenant pour ſeconde poſition deſcrit ſur E centre, le cercle concentrique F G H egal à A B C, & ſur F, & raid F A (laquelle ligne eſt egale à E D) ſoit




deſcrit l'epicycle A I, duquel l'apogée A, lequel epicycle ſoit parvenu de F en G, ainſi que le cours F G, ou l'angle F E G ſoit egal au cours de la premiere poſition A D B, & menée E G produite en K, apogée de l'epicycle ; duquel cependant la planete s'eſt departie vers B, (contre l'ordre premier de F vers G,) faiſant un arc ſemblable à F G, & menée G B qui ſera parallele & egale à A F ou D E.

*Le requis.* Il faut demonſtrer que la planete en ces deux poſitions viendra en un meſme poinct B. Dont la demonſtration eſt manifeſte, puis que B D E G eſt un parallelogramme, d'autant que les angles B D A, G E F & K G B ſont egaux.

*Concluſion.* Eſtant donc poſée une planete, &c.

### Notez.

Qu'encore que ceſte maniere monſtre auſſi le vray lieu de la Lune, qu'il ſemble toutefois qu'on ne la doive practiquer, en partie pource que les meſmes macules de la Lune, leſquelles ſont touſiours tournées vers le Globe terreſtre, teſmoignent icelle ne ſe mouvoir en un epicycle ; & pource auſſi que ce qu'on peut faire avec un cercle, eſt plus clair que par deux ; comme auſſi *Ptolemée* fait en la deſcription du cours du Soleil, & *Copernique* en la revolution de la terre : ce que *Ptolemée* euſt auſſi ſuivy au cours de la Lune, n'eſtoit qu'il dit au quatrieſme livre cinquieſme chap. que par la poſition de l'epicycle, il demonſtre plus proprement ſon deſſeing touchant la deuxieſme inegalité ſuivante.

### Proposition II.

*DEclarer ce qui a meu* Ptolemée *à la recerche de ſa deuxieſme inegalité de la Lune, touchant auſſi la qualité de la theorie qu'il en a fait.*

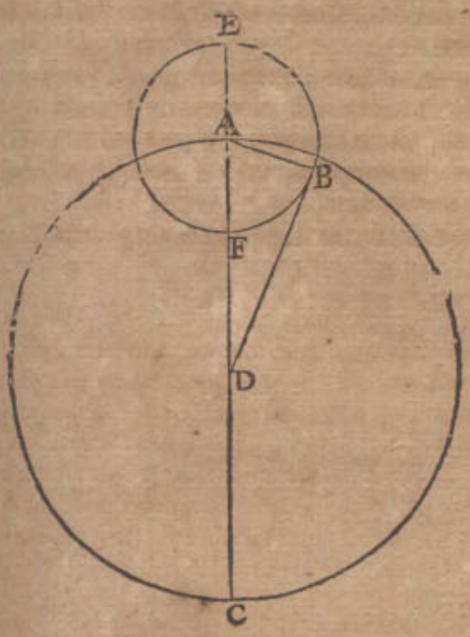
*Ptolemée* en ſa recerche treſ-diligente de l'apparante longitude de la Lune, l'ayant ſouventesfois trouvé differer d'avec les regles cy-devant eſcrites, leſquelles il avoit receu de ſes devanciers, ce qu'il nomme premiere inegalité, & les ayant recorrigé à ſon plaiſir, y a joinct une deuxieſme inegalité. Par exemple, il a trouvé que ſes extremes proſtaphereſes en conjonction & oppoſition du Soleil eſtoyent touſiours de 5 deg. comme la 30 propoſition du deuxieſme livre amene quant & ſoy la premiere inegalité, mais hors les meſmes y avoit de la difference, & ce au plus aux quartiers, où elle pouvoit avenir de 7 deg. 40 ①, qui eſt 2 deg. 40 ① plus que l'autre ; & d'autant pouvoit-on trouver de faute és lieux futurs de la Lune, prenant garde en calculant, ſeulement ſur la premiere inegalité. Et pour declarer la cauſe qu'il dit eſtre de ceſte difference, il faut ſçavoir preallablement, que (comme il en parle au quatrieſme livre chap. 5.) pour expoſer au mieux ſon deſſeing, il a pris premierement la poſition de la Lune n'eſtre en une voye eccentrique, comme nous avons deſcrit cy-devant, mais en une concentrique, c'eſt à dire ſe mouvoir en un epicycle concentrique, c'eſt en un epicycle, & iceluy en une voye concentrique, ſelon la maniere deſcrite en la premiere propoſition de ceſt Appendice.

Soit pour plus ample declaration A B C un deferant d'epicycle concentrique, D centre, epicycle E B F, & A ſon centre, auſſi l'angle A D B majeure proſtaphereſe de 5 deg. comme elle eſt trouvée és conjonctions & oppoſitions : Mais ſi les cieux de la Lune eſtoyent tels, on trouveroit touſiours la proſtaphereſe de meſme, ce qui diſcorderoit d'avec les obſervations ſuſdites, ainſi que *Ptolemée* a poſé la cauſe de telle difference, comme

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

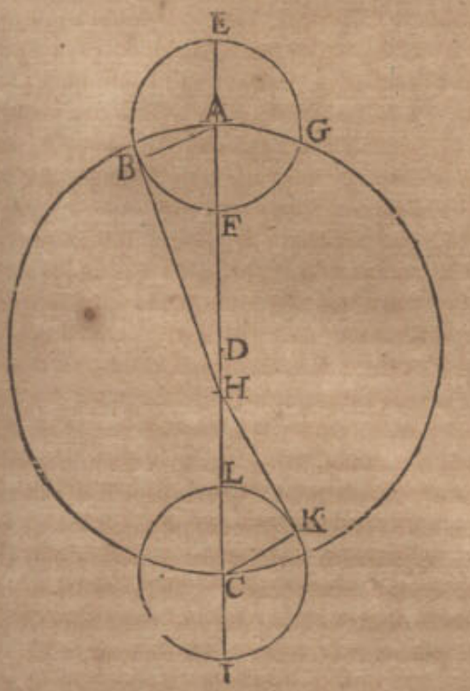
comme s'enſuit : veu que la proſtaphereſe A D B és quadratures ſe trouve de 7 degr. 40 ☊, qui eſt de

1. FIGURE.



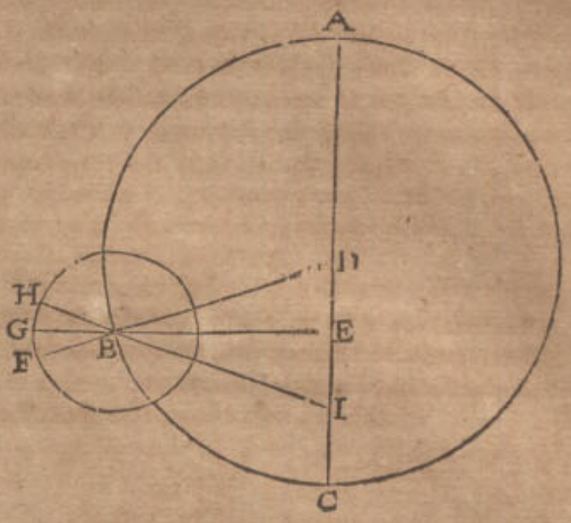

1 deg. 40 ☊ d'avantage, il faut que l'epicycle ſoit plus prochain de la terre que non pas és conjonctions; tellement que la Lune allant dans l'epicycle, alors l'epicycle doit aller dans un eccentrique, comme en ceſte deuxieſme figure, où la terre H n'eſt au centre d'icelluy D, où menée H B touchant l'epicycle, lequel eſt en l'apogée de l'eccentrique, comme il advient és conjonctions & oppoſitions, & au perigée en C és quadra-

2. FIGURE.




tures; & ainſi l'angle A H B fait 5 degr. mais C H K 7 deg. 40 ☊ (on verra à la fin de ceſte propoſition la cauſe de ſa poſition.) Or en ceſte maniere eſtoit bien ſauvée ceſte difference, mais hors de ces poincts n'accordoit avec la regle: parquoy faiſant de nouveau ceſte troiſieſme figure, où l'epicycle eſt en B au premier demicercle, & menant les lignes D B F, E B G, F ſera l'apogée de D, & G de E; or ſuivant le poſé precedent, la Lune devant eſtre veuë de E, par exemple, à l'apogée G; & ſelon l'experience, je prens, en H, ainſi il a mené la ligne H B juſqu'en I, au raid D C, tellement que par les nombres (comme on verra en la quatrieſme propoſition) il a trouvé que E I eſtoit ega-

3. FIGURE.




le à D E; ce poinct I eſt nommé par *Ptolemée* poinct d'inegalité, (& *Purbache* le nomme poinct diametralement oppoſé au centre de l'eccentrique) lequel eſt tel que ſon apogée H eſt le poinct auquel on doit commencer à compter le cours de la Lune en l'epicycle, & non pas de F; ce que faiſant, *Ptolemée* dit qu'on trouve par la calculation fondée ſur telle poſition, touſiours la longitude apparante de la Lune en ſon vray lieu, avec condition toutefois qu'on concede ces trois choſes: Premierement, que le centre d'epicycle B ſe meut uniformement veu du centre de la terre E; d'où s'enſuit qu'il tourne difformement veu du centre D; ou bien, ce qui eſt le meſme, qu'il ne va pas uniformement le long de la circonference de l'eccentrique A B C: Secondement, que la Lune tourne en l'epicycle uniformement veuë du poinct d'inegalité I, & partant difformement veuë du centre D; ou bien, ce qui eſt le meſme, qu'elle ſe meut tantoſt plus lentement, tantoſt plus viſte en l'epicycle: Tiercement, que le centre d'epicycle B tourne deux fois en chacune moyenne lunaiſon, tellement qu'és moyennes conjonctions & oppoſitions il eſt touſiours en l'apogée A, & és quadratures moyennes au perigée C: Mais voicy comment tel mouvement advient.

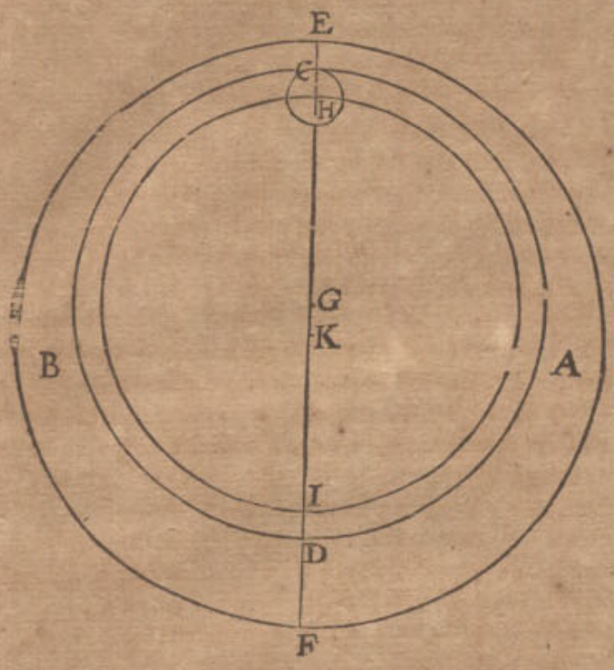
Aſſavoir que le deferant d'epicycle avec ſon epicycle eſt porté dans un orbe qu'ils appellent deferant d'apogée de l'eccentrique de la Lune, lequel eſt denoté par un plan compris entre deux cercles; dont l'un, aſſavoir l'interieur, eſt deſcrit ſur le centre du deferant d'epicycle par l'apogée de l'epicycle; l'autre qui eſt deſſus, eſt deſcrit ſur le centre de la terre: Et tourne contre le propre mouvement du Soleil, en telle maniere qu'autant que le centre de l'epicycle du Soleil moyen decline d'un coſté, autant en fait-il decliner apparemment l'apogée du deferant d'epicycle de l'autre coſté au meſme temps; avec quoy il paſſe en toutes les moyennes conjonctions & oppoſitions par le centre d'epicycle, au plus loing du centre de la terre: Mais en toutes les quadratures au plus pres: Et faut qu'ainſi le centre d'epicycle rencontre deux fois l'apogée de ſon deferant en chaque moyenne lunaiſon.

Soit pour plus ample declaration en ceſte quatrieſme figure, A B un plan compris entre deux cercles C D, E F, le centre de C D eſt G, ſur lequel eſt



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

deſcrit le deferant d'epicycle H I, le centre de E F eſt K: D'avantage C D eſt le deferant de la voye d'epicycle, & tourne (c'eſt aſſavoir avec le plan annulaire entier A B) contre l'ordre des ſignes, c'eſt de C vers A: Ce




deferant de la voye d'epicycle, dirige l'epicycle ainſi que ſon centre H eſt au plus loing du centre de la terre K, en toutes les moyennes conjonctions & oppoſitions, mais és quadratures au plus pres: ce qui eſt encor plus intelligible lors que l'on diſtingue ces cercles particulierement en diverſes pieces mobiles, l'une ſur l'autre; où l'on voit encore que le poinct K demeurant ferme, le poinct G deſcrit un cercle alentour.

*Concluſion.* Nous avons donc declaré la cauſe qui a meu *Ptolemée* à la recerche de ſa deuxieſme inegalité de la Lune, avec la qualité de ſa theorie en general, ſelon le requis.

### Notez.

La qualité de la theorie de *Ptolemée* eſtant deſcrite juſqu'icy ſans nombres, nous viendrons à l'invention des nombres, és 3, 4, & 5 propoſitions ſuivantes.

### Proposition III.

*TRouver le raid de la voye d'epicycle de la Lune, l'eccentricité, auſſi la majeure & moindre diſtance de la Lune, en telles parties que la ligne de la terre juſques à l'apogée de la voye d'epicycle en fait 60, par operation fondée ſur la theorie adjouſtée de* Ptolemée.

*Le donné.* Soit en la deuxieſme figure de la 2 propoſition l'angle A H B de 5 deg. & C H K de 7 deg. 40 ①, avec les meſmes expoſitions qui ſont là meſme deduites.

*Le requis.* Il faut trouver le raid A D, l'eccentricité D H, auſſi la majeure diſtance de la Lune H E, & la moindre H L, en telles parties que la ligne H A de la terre H, à l'apogée A de la voye fait 60.

### Construction.

Le triangle H K C a trois termes cognus, aſſavoir C K raid d'epicycle, faiſant par la 5 propoſition du quatrieſme livre de *Ptolemée*, aſſavoir 5 parties 13 ①.
L'angle H K C droit, & l'angle C H K de 7 deg. 40 ①, par le donné: par leſquels cerché le coſté H C, ſe trouvera de 39 part. 22 ①.
Auquel adjouſté A H 60 parties par le donné, viendra pour l'entier diametre A C 99 part. 22 ①.
Sa moitié pour D C raid de la voye d'epicycle requis 49 part. 41 ①.
Duquel oſté H C 39 parties 22 ①, premier en l'ordre, reſtera pour l'eccentricité requiſe D H, 10 part. 19 ①.
à A H 60 part. adjouſté le raid d'epicycle A E 5 part. 13 ①, viendra pour H E majeure diſtance requiſe 65 part. 13 ①.
Et de H C 39 part. 22 ①, premier en l'ordre, oſté le raid d'epicycle C L 5 part. 13 ①, reſtera pour H L moindre diſtance requiſe 34 part. 9 ①.
Dont la demonſtration eſt manifeſte par l'operation.
*Concluſion.* Nous avons donc trouvé le raid, &c.

### Notez.

Que la raiſon de la majeure à la moindre diſtance, eſt ſuivant ceſte theorie adjouſtée de *Ptolemée*, comme de H E 65 part. 13 ①, cinquieſme en l'ordre, à H L 34 part. 9 ①, ſixieſme en l'ordre: laquelle raiſon n'eſtant evidente au changement du diametre viſuel de la Lune, il eſt certain, comme nous avons dit cy-devant, que la raiſon des diſtances ne ſera telle en effect, & que la theorie de la premiere inegalité, ſuivant la deſcription de *Ptolemée* au 6 chap. de ſon quatrieſme livre, eſt plus certaine en cecy, aſſavoir de 65 part. 13 ① à 54 part. 47 ①.

### Proposition IV.

*TRouver la ligne de la terre au poinct d'inegalité, en telles parties, que la ligne de la terre à l'apogée de la voye de l'epicycle de la Lune en fait 60, par operation fondée ſur la theorie adjouſtée de* Ptolemée.

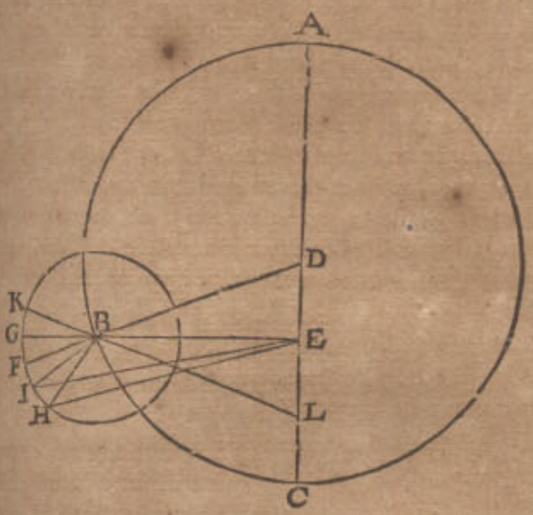
*Le donné.* *Ptolemée* a pris au 5 chap. de ſon 5 livre l'obſervation du lieu de la Lune faite par *Hyparque*, laquelle eſtoit hors de conjonction, oppoſition & quadrature moyenne, ou pour dire autrement, eſtant le centre de l'epicycle hors l'apogée, & perigée de ſa voye, aſſavoir lors que l'arc du Soleil moyen à la Lune moyenne, eſt gaing moyen de Lune, de 45 deg. 15.
Et trouvant alors le moyen mouvement de la Lune en l'epicycle de 333 deg. 12.
Lequel lieu, donne proſtheſe (comme il ſera declaré en la conſtruction ſuivante) ſi on fait le calcul tel que l'apogée de l'epicycle ſoit veu de la terre, de 2 deg. 32.
Mais l'arc apparant entre le vray Soleil & Lune, meſuré en effect par *Hyparque*, fut trouvé eſtre proſtheſe, ſeulement de 1 deg. 26.
Laquelle diverſité eſtant telle, *Ptolemée* vint à recercher & calculer la longueur de la ligne entre la terre & le poinct d'inegalité, duquel a eſté parlé à la troiſieſme figure de la deuxieſme propoſition en general: Nous declarerons ceſte recerche & calculation en 2 parties, dont la premiere ſera de l'invention du ſuſdit 2 deg. 32 ①, troiſieſme en l'ordre: la ſeconde partie ſera priſe au lieu d'iceluy à 1 deg. 26 ①, quatrieſme en l'ordre; par lequel finalement on trouvera que la ligne entre la terre, & le poinct d'inegalité fait 10 part. 19 ①, egale à l'eccentricité, qui fait auſſi autant par la 3 propoſ. de ceſt Appendice.

### *Preparation de la premiere partie.*

Soit A B C voye d'epicycle, D ſon centre, E la terre, ou eccentre, duquel menée E B, ainſi que A E B face 90 deg.

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

90 deg. 30 ①, estant le double du gaing de Lune, 1 en l'ordre: on prend le double, pource que le centre de l'epicycle rencontre deux fois l'apogée d'une conjonction moyenne en l'autre, par la declaration qui en est faite en la quatriesme figure de la 2 prop. Soit l'epicycle F G descrit sur B, & menée D B F, F sera apogée de




D, appellé poinct de concavité par *Purbachius*, pource qu'il descrit l'interieure concavité du deferant de la voye d'epicycle. Soit puis apres de E par B menée E B G, G sera apogée de la terre E; puis soit H la Lune, de laquelle le moyen mouvement en l'epicycle faisoit par l'hypothese, deuxiesme en l'ordre, 333 deg. 12 ①, que je compte de l'apogée G contre l'ordre des signes jusqu'en H, & mene H E.

### *Le requis de la premiere partie.*

Il faut trouver l'angle de la prosthese B E H.

### *Construction de la premiere partie.*

Le triangle D E B a trois termes cognus, l'angle D E B 90 deg. 30 ①, par la preparation, l'eccentricité D E 10 part. 19 ①, par la 3 propos. D B raid de la voye d'epicycle 49 deg. 41 ①, par la mesme 3 prop. par lesquels on trouvera E B de 48 part. 31 ①,

Le triangle B E H a 3 termes cognus, assavoir le costé E B 48 part. 31 ① precedent, B H 5 part. 15 ①, par la 5 prop. du 5 livre de *Ptolemée* (il est bien vray qu'en la 3 propos. precedente estoit prise de 5 part. 13 ①, mais nous suivons du tout le posé de *Ptolemée*) & l'angle H B E 153 deg. 12 ① (car G H fait 333 deg. 12 ①, reste pour H G, ou l'angle H B G 26 deg. 48 ①, son adjoinct est pour I B E 153 deg. 12 ①, comme devant) par lesquels on trouvera l'angle requis B E H de 2 deg. 33 ①, mais soit selon *Ptolemée*, 2 deg. 32 ①.

### *Preparation de la deuxiesme partie.*

Cest angle B E H estant trouvé de 2 deg 32 ①, lequel ne devroit estre que de 1 deg. 26 ①, comme il a esté dit cy-devant; alors *Ptolemée* argumente, que puis que l'angle B E H est trop grand, que la Lune ne sera en effect en H, mais plus vers G: soit en I, & menée E I, alors l'angle B E I sera le susdit 1 degr. 26 ①. Ce qu'estant ainsi, G ne pourra pas estre l'apogée moyen, d'où l'on doit compter le cours de la Lune en l'epicycle, comme a esté fait devant, mais autant plus par delà G, comme de H à I; soit K ainsi que G K soit egale à H I; parquoy de mesme que de G à H y avoit premierement 333 deg. 12 ①, ainsi aussi y aura autant de K à I: & mene K B la prolongeant jusqu'au diametre en L.

### *Le requis de la deuxiesme partie.*

Il faut trouver maintenant la ligne E L.

### *Construction de la deuxiesme partie.*

Le triangle E B I ayant 3 termes cognus, comme l'angle B E I, 1 deg. 26 ①, par la preparation de ceste deuxiesme partie, le costé E B 48 part. 31 ①, par le premier en l'ordre de la construction de la premiere partie, & B I raid de 5 part. 15 ①, on trouvera l'angle I B E de 165 deg. 13.

Son adjoinct pour I B G, ou arc I G, 14 deg. 47.

Le mesme osté de I K apotome de cercle de 333 deg. 12 ①, qui est 26 deg. 48.

Restera pour l'arc G K, ou angle G B K, ou l'angle E B L, 12 deg. 1.

Le triangle B E L a 3 termes cognus, comme sont l'angle B E L 89 deg. 30 ①, comme apotome de l'angle B E A, faisant par la preparation de la 1 partie 90 deg. 30 ①; puis l'angle E B L 12 deg. 1 ①, quatriesme en l'ordre, & le costé B E 48 parties 31 ①, premier en l'ordre de la construction de la premiere partie, par lesquels on trouvera le costé requis E L de 10 part. 19 ①.

Lequel nombre estant egal à l'eccentricité D E, qui a esté calculée à la 3 proposition: *Ptolemée* dit aussi que cecy advient en tout lieu où le centre de l'epicycle se trouve en sa voye; tellement qu'il conclud que K est tousiours le centre, duquel il faut commencer à compter le cours de la Lune en l'epicycle.

*Conclusion.* Nous avons donc trouvé, &c.

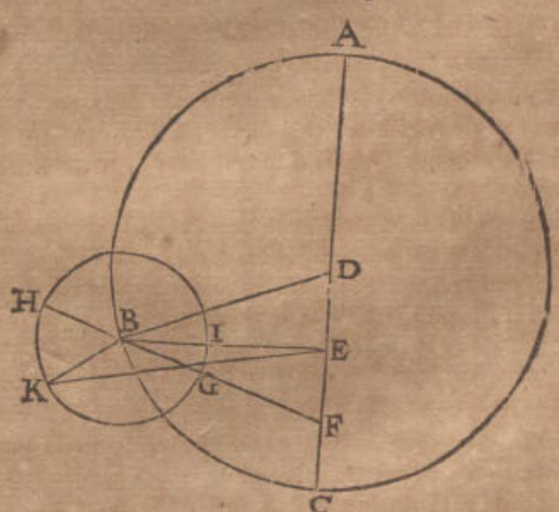
## Proposition V.

*Trouver en un temps donné la prostaphereſe de la Lune, par operation fondée sur la theorie adjoustée de* Ptolemée.

*Le donné.* Soit un temps auquel la longitude de la Lune en l'epicycle soit de 333 deg. 12 ①, & le my-gain de Lune de 45 deg. 15 ①.

*Le requis.* Il faut trouver la prostaphereſe de la Lune, fondée sur la Theorie adjoustée de *Ptolemée*.

*Preparation.* Soit A B C voye d'epicycle, D son centre eccentre, ou la terre E, de laquelle menée la ligne




E B, ainsi que l'angle A E B soit 90 deg. 30 ①, double du gain de Lune 45 deg. 15 ① donné: On prent icy le



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

double, pource que le centre de l'epicycle rencontre deux fois l'apogée d'une conjonction moyenne à l'autre, par la declaration qui en a esté faite en la quatriesme figure de la 2 proposition de ceſt Appendice, & F eſt le poinct d'inegalité : D'avantage ſoit GHI epicycle ſur le centre B, coupant E B en I, & menée FGBH coupant l'epicycle en G & H ; alors G ſignifie le perigée moyen, H l'apogée moyen : Et le poinct K ſoit la Lune, ainſi que l'arc H I G K ſoit les 333 deg. 12 ① donnez : Et finalement menées E K, B K, tellement que l'angle B E K ſignifie la proſtheſe de la Lune.

*Le requis.* Il faut trouver l'angle B E K.

CONSTRVCTION.

Le triangle D E B a trois termes cognus, comme l'angle E 90 deg. 30 ①, l'eccentricité D E 10 part. 19 ①, par la 3 propoſition de ceſt Appendice, D B raid de la voye d'epicycle 49 part. 41 ①, par la meſme 3 propoſition, par leſquels E B ſera trouvée de 48 part. 31.

Le triangle E B F a trois termes cognus, E B precedente de 48 part. 31 ①, E F 10 part. 19 ①, par la 3 propoſition de ceſt Appendice, & l'angle E 89 deg. 30 ①, adjoinct du donné D E B 90 deg. 30 ①, par leſquels l'angle B ſe trouvera eſtre de 12 deg. 1.

De l'arc H I G K 333 deg. 12 ①, oſté H G 180 deg. reſtera G K, ou l'angle G B K, 153 deg. 12.

Auquel adjouſté E B F 12 degr. 1 ① ſuſdit, vient pour l'angle E B K 165 deg. 13.

Le triangle E B K a trois termes donnez, aſſavoir l'angle E B K 165 deg. 13 ①, quatrieſme en l'ordre, E B 48 part. 31 ④, premier en l'ordre, & B K raid d'epicycle 5 part. 15 ① : par leſquels cerché l'angle requis de la proſtheſe B E K, viendra 1 deg. 25 ①, ſoit de 1 deg. 26.

*Concluſion.* Nous avons donc trouvé en un temps donné, &c.

COROLLAIRE.

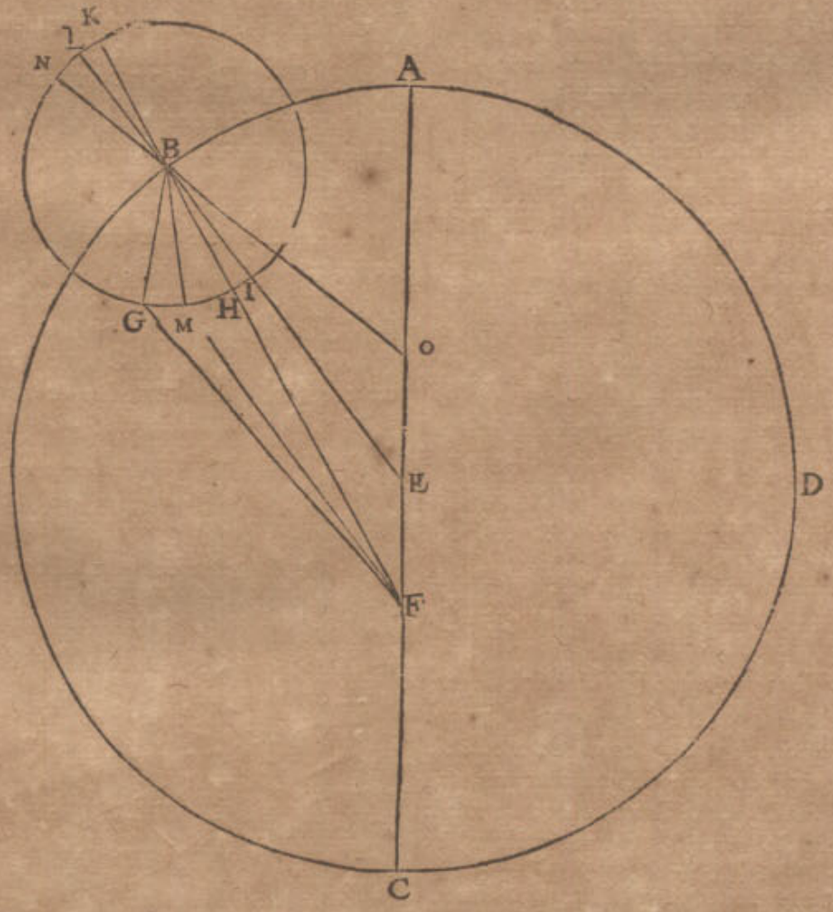
Par ceſte invention de la proſtaphereſe appert comment on trouvera la longitude apparante de la Lune en un temps donné, car joignant la proſtaphereſe à la longitude moyenne de la lune on aura le requis : Notez auſſi que *Ptolemée* & autres en ont fait des tables, pour trouver le tout avec plus de facilité, que nous delaiſſerons icy ſans les deſcrire, veu qu'elles n'appartiennent à la declaration de la deuxieſme inegalité, laquelle nous avons expliqué juſques icy ſelon noſtre deſſein, nous viendrons à la deuxieſme inegalité des 5 autres planetes.

PROPOSITION VI.

*Declarer ſommairement la theorie adjouſtée de* Ptolemée *touchant le cours en longitude de Saturne, Iupiter, Mars & Venus.*

D'autant que nous prenons icy pour cognus les ſimples cours de ces planetes, comme ils ſont venus entre les mains de *Ptolemée*, veu qu'ils ont eſté inſerez au premier & 2 livre, alors la deſcription de la deuxieſme inegalité en ſera d'autant plus facile & briefve.

Il faut ſçavoir preallablement qu'il trouvoit la longitude apparante de ces quatre planetes, és conjonctions & oppoſitions du Soleil moyen, lors que le centre d'epicycle eſtoit en l'apogée ou perigée de la voye, touſjours comme la calculation du cours ſimple ; qui luy eſtoit tombée entre les mains, car il trouvoit & calculoit les eccentricitez & les raids des epicycles de chacune planete, & ainſi rencontroit de la diverſité horſmis és lieux ſuſdits.




Pour donc venir à la choſe, ſoit A B C D la voye d'epicycle, E centre, A apogée, F l'eccentre ou la terre, B centre de l'epicycle G H I K, & menées de E & F par B, les lignes E L, F K, coupant l'epicycle en I ; ainſi que

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

que H eſt le perigée, K apogée, I moyen perigée, L moyen apogée: Davantage je prens que la Planete, ſelon la calculation du deuxieſme livre, (c'eſt ſuivant le cours ſimple, comme *Ptolemée* la premierement receu) doive eſtre en G, tellement que la longitude moyenne d'epicycle L G face 150 deg. & ſa diſtance apparante de l'apogée A veue de la terre F, doive avoir eſté l'angle A F G: Mais il a trouvé un tel angle par effect, comme je prens A F M, joinct que la planete en l'epicycle eſtoit eſſentiellement en M, & non pas en G ſelon la calculation.

De cecy il a argumenté, que puis que de la planete juſqu'à l'apogée moyen il y doit avoir 150 deg. comme a eſté poſé premierement l'arc L G, & que la planete en l'epicycle eſt d'autant plus loing de G; que G juſqu'à M, partant le my-apogée doit auſſi eſtre autant plus loing de L; & ſoit en N, tellement que N M eſt 150 deg. auſſi bien que L G.

Or N eſtant pris pour le my-apogée, duquel on commence à compter le moyen mouvement de la planete, il a mené de N par B une ligne droite, coupant le diametre A C en O; & trouvé que E O eſt egale à E F, non ſeulement en ceſt exemple, mais auſſi en tout autre en quel lieu de l'epicycle la planete ſoit, & le centre de l'epicycle en ſa voye puiſſe eſtre: Tellement qu'il a donné à O le nom de poinct d'inegalité (*Purbache* l'appelle le centre de l'equant) auquel ſuppoſant que l'œil ſoit, alors on voit que l'epicycle dans ſa voye & la planete en l'epicycle tournent uniformement: d'où s'enſuit que les poincts ſuſdits B & M, ſont veus ſe mouvoir irregulierement du centre E; ou bien que l'epicycle dans ſa voye & la planete dans l'epicycle ſe meuvent tantoſt plus viſte, tantoſt plus lentement, contre l'ordre naturel ordinaire, & ſuivant telle hypotheſe trouvant la proſtapheteſe, & la longitude apparante, en cela conſiſte l'invention des ſuſdits de *Ptolemée*, de laquelle il en a formé une theorie qu'il a adjouſté à la deſcription qu'il a receue de ſes devanciers.

*Concluſion.* Nous avons donc declaré le ſommaire, &c.

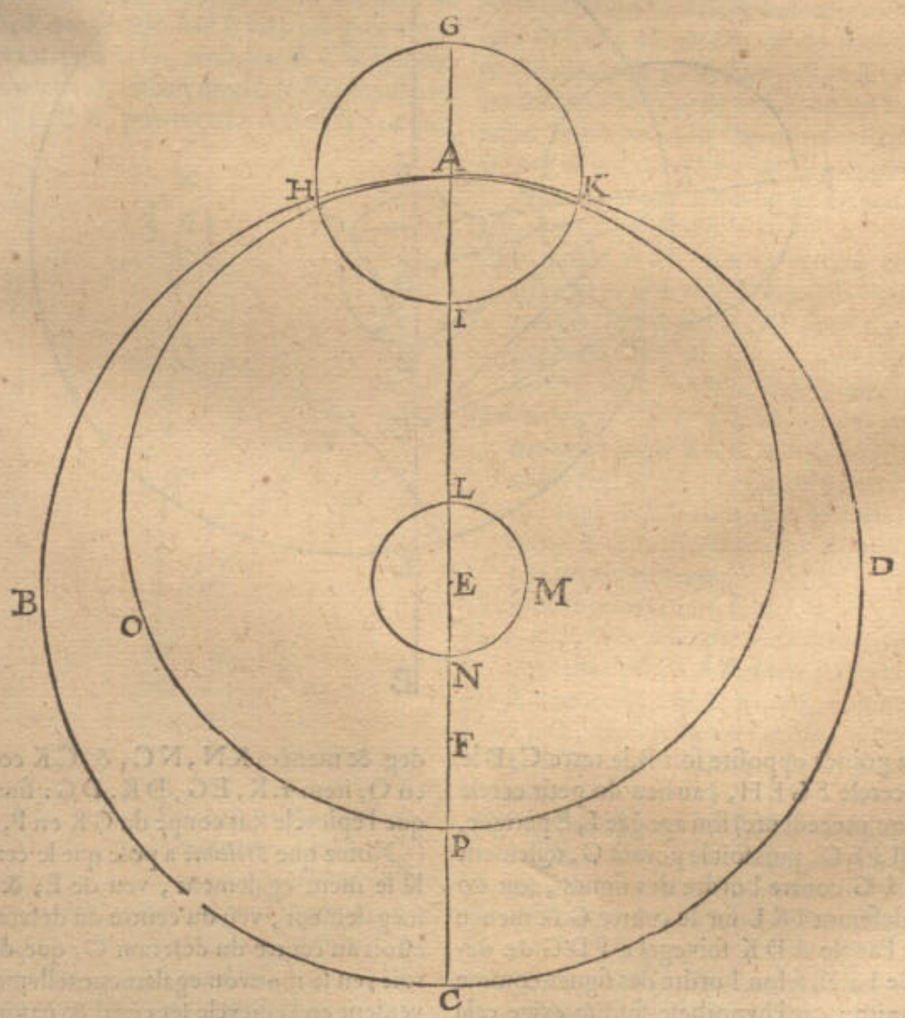
## Proposition VII.

*Déclarer ſommairement La theorie du cours en longitude de Mercure, adjouſtée par* Ptolemée.

Encore bien que *Ptolemée* ayt obſervé ſouventefois les lieux de Mercure, & joignant cela ait pris garde aux obſervations de ſes devanciers: il a trouvé que ladite planete en faiſant une revolution venoit à chacune d'icelles deux fois au plus pres de la terre (comme auſſi la Lune, laquelle il dit venir deux fois au perigée en chacune lunaiſon) ce qui advient lors que le centre de ſon epicycle eſtoit en apparence 120 degr. de part & d'autre de l'apogée apparant, qu'il trouvoit au 190 deg. de l'ecliptique. La cauſe de cecy eſt, à ce qu'il dit, que le centre de l'epicycle en chacun des 2 lieux ſuſdits, vient au plus pres de la terre: ce qu'eſtant dit en general, nous viendrons à la declaration particuliere de ſon opinion.

Soit en la premiere figure ſuivante A B C D la voye d'epicycle, E ſon centre, A, l'apogée; l'eccentre ou la terre F, l'epicycle G H I K ſur le centre A, ſon apogée

1. Figure.




G, perigée I, & ſoit Mercure à l'apogée G, & le tout pris ſelon la ſimple maniere comme *Ptolemée* la receut de ſes devanciers, & deſcrite au deuxieſme livre, à laquelle *Ptolemée* ne trouva aucune faute; car avec cecy il a cerché en ſon neufieſme livre chapitre 8, la raiſon de l'eccentricité & du raid de l'epicycle, au raid de la voye

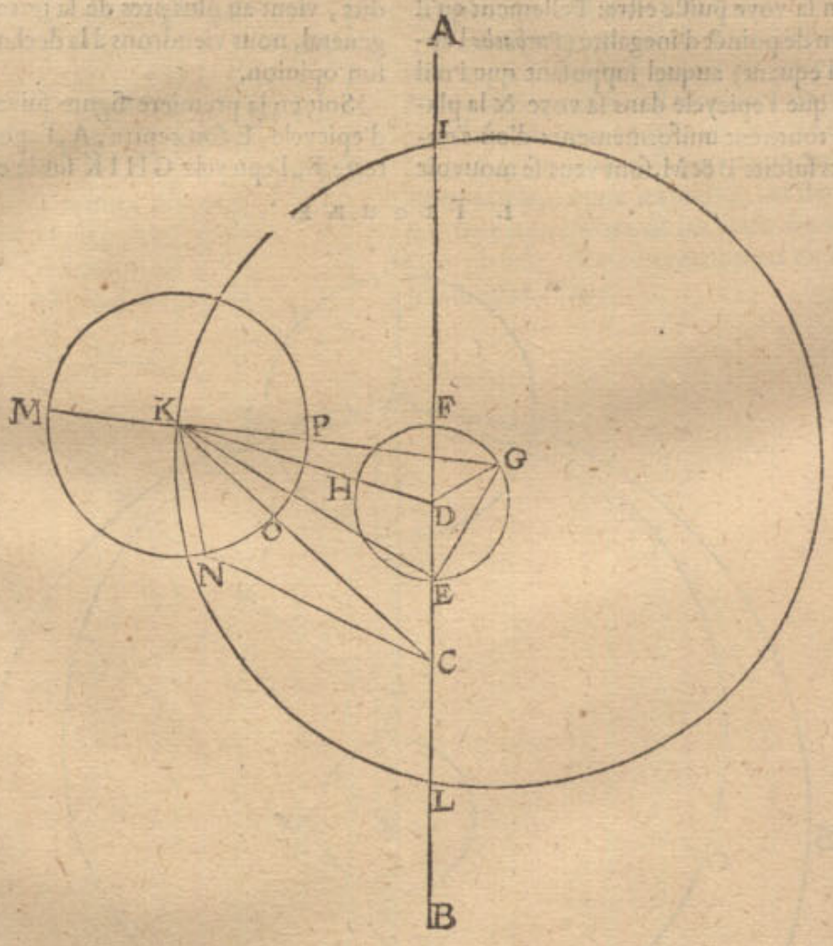
Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

voye d'epicycle: Mais Mercure eſtant hors l'apogée ou perigée de l'epicycle ; ou le centre de l'epicycle hors l'apogée ou perigée de ſa voye, alors il a trouvé de la difference: ce que *Ptolemée* raccommode apres pluſieurs taſtonnemens & recerches, au 9 chap. de ſon neufieme livre, & la remit en forme de theorie, comme s'enſuit. Il a deſcrit ſur E centre de la voye, un petit cercle L M N coupant A C en L & N; E N eſtant le diametre d'iceluy petit cercle la moitié de l'eccentricité E F, icy il a pris L pour centre de la voye de l'epicycle, combien que ce ſoit proprement E en ceſte figure, & dit que le meſme centre L tourne en un cercle de L vers M contre l'ordre des ſignes, faiſant là dedans un tour, en meſme temps que le centre de l'epicycle fait un tour en ſa voye, de l'autre coſté ſelon l'ordre des ſignes, c'eſt de A vers B, & ainſi portant quant & ſoy la voye entiere de l'epicycle.

Mais veu que A L eſt priſe icy pour le raid de la voye de ceſte theorie adjouſtée de *Ptolemée*, alors la circonference de la meſme voye ſoit moindre à A B C D, ſelon la poſition du mouvement ſimple, comme *Ptolemée* le receut: parquoy ſur L, comme centre, ſoit deſcrit la voye de l'epicycle de la theorie de *Ptolemée* A O P, & combien qu'elle ſoit moindre à la premiere, toutesfois la diſtance de la terre F à A eſt la meſme, & par conſequent demeure auſſi le meſme diametre viſuel de l'epicycle: Et lors que le centre de la voye L ſera paſſé de L par M à N, alors ſelon ceſte hypotheſe, le centre A ſera parvenu à l'autre coſté en C; & ainſi la diſtance de la terre F, au centre de l'epicycle, & par conſequent le diametre viſuel de l'epicycle ſera auſſi le meſme, le tout ſelon le cours ſimple comme *Ptolemée* le receut: Tellement que ceſte theorie de *Ptolemée* ne donne aucune alteration, en la recerche ſuſdite de la raiſon de l'eccentricité, & raid d'epicycle, à la ligne entre la terre & l'apogée.

Ceſte qualité ainſi declarée, eſtant le centre d'epicycle au poinct A au plus loing de la terre, ou à ſon oppoſite C, nous viendrons à la declaration d'iceluy centre d'epicycle eſtant en un autre lieu, je prens de 60 degrez, diſtant de l'apogée A par ſon moyen mouvement, & Mercure au 100 degré en ſon epicycle. A ceſte fin ſoit en ceſte ſeconde figure la ligne A B par l'apogée A (lequel eſt colloqué par *Ptolemée* au 190 deg. de

2. FIGURE.




l'ecliptique) ſon poinct oppoſite ſoit B, la terre C; D le centre du petit cercle F G E H, (au lieu du petit cercle L N M de la figure precedente) ſon apogée F, E perigée, & D E raid egal à E G, puis ſoit le poinct G, tellement que l'arc de F à G contre l'ordre des ſignes, ſoit 60 deg. & ſoit le deferant I K L ſur le centre G & menée D K, ainſi que l'angle A D K ſoit egal à F D G 60 degrez, aſſavoir de I à K, ſelon l'ordre des ſignes, comme F à G au contraire; car l'hypotheſe ſuſdite exige cela ainſi. Puis ſur K centre ſoit deſcrit l'epicycle M N O P, & menée G K produite en M, my-apogée d'epicycle, puis N ſoit le lieu de Mercure, faiſant l'arc M N 100 deg. & menées K N, N C, & C K coupant l'epicycle en O, item E K, E G, D K, D G: finalement prenons que l'epicycle ſoit coupé de G K en P, my-apogée.

Notez que *Ptolemée* a poſé que le centre de l'epicycle K ſe meut egalement, veu de E; & par conſequent inegalement, veu du centre du deferant: Mais ſi l'œil eſtoit au centre du deferant G, que de là Mercure ſeroit veu ſe mouvoir egalement: tellement que ſon mouvement en l'epicycle ſera egal & naturel. Voila la maniere de la theorie adjouſtée de *Ptolemée*, pour trouver la proſtaphereſe de Mercure, & de là la longitude en l'ecliptique.

Juſqu'icy

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

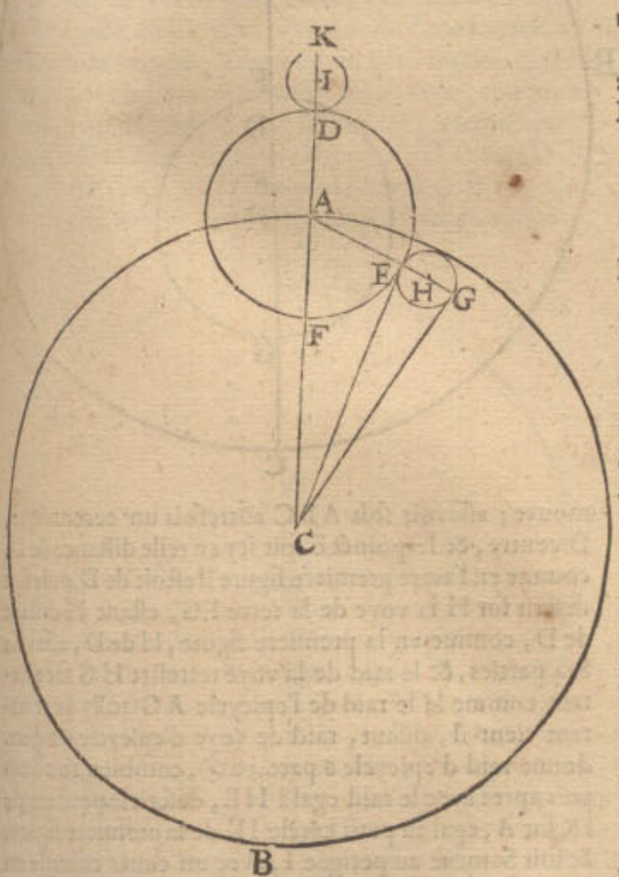
Jusqu'icy a esté traité de la Theorie adjoustée de *Ptolemée*, touchant le mouvement en longitude des planetes; Et quant à la latitude nous en avons parlé assez suffisamment au traité precedent.

## DE LA THEORIE ADJOUSTEE de COPERNIQUE, en l'hypothese de terre mobile.

### PROPOSITION VIII.

*Declarer sommairement la theorie de la Lune adjoustée de* Copernique.

Apres que *Copernique* eust pris les epoches & lieux de la Lune annotez de *Ptolemée*, les acceptant pour vrays fondemens, idoines à establir sa theorie; toutefois il ne trouva pas qu'en la theorie adjoustée de *Ptolemée*, ce soit bien suivre la nature d'attribuer à la Lune l'inegalité de mouvement en son epicycle, & de l'epicycle au deferant: que ceste trop grande aproximation de la Lune à la terre estoit contre l'experience, puis que le diametre visuel de la Lune n'augmentoit ny ne diminuoit selon ceste constitution: Et partant en a fait une autre en lieu d'icelle, où le plus remarquable est, qu'il veut bien que la majeure prostaphereſe és conjonctions & oppositions moyennes soit de 5 deg. & és quadratures moyennes observées de *Ptolemée*, estre quelquefois parvenue jusqu'à 7 deg: 40 ☉, comme il a esté dit cy-dessus, dont il dit que la cause est telle: Soit le deferant de la Lune AB, son centre la terre C, & DEF epicycle où la Lune se meut selon la simple hypothese des anciens, dont A le centre, & menée DAFC, aussi la touchante CE, & que l'angle ACE face 5 deg. comme on a dit cy-devant, puis CG, ainsi que ACG soit de 7 deg. 40 ☉ apheretique, faisant un cercle EG touchant les deux lignes CE, CG, puis menée AEHG: or que




le mouvement de la Lune en ce cerclet soit double au my-gain de Lune, & du centre H, circuisant iceluy de mesme que le mouvement tres-simple que les anciens attribuoyent à la Lune devant l'hypothese de *Ptolemée*. D'où s'ensuit que la Lune estant en une moyenne conjonction au poinct E au plus pres de A, elle y sera aux suivantes, voire en toutes les oppositions moyennes, derechef au mesme poinct pres de A; (combien que ce puisse estre en un autre endroit de l'epicycle DEF) car puis que la Lune moyenne gaigne un demicercle entre les moyennes conjonctions & oppositions, sur lequel temps par l'hypothese, la Lune parcourt dans le petit cercle deux fois autant, qui sera donc un cercle entier; & partant en moyenne opposition elle sera derechef au poinct dans le petit cercle, qui est le plus pres de A.

De mesme sera-elle en toutes les conjonctions moyennes au mesme poinct, c'est aussi tousiours dans la circonference DEF; partant la majeure prostaphereſe és moyennes conjonctions & oppositions, aussi és eclipses de Lune & du Soleil, ne peut pas estre trouvée au dessus 5 deg.

D'avantage és my-quadratures elle doit suivant l'hypothese estre au petit cercle au plus loing de A, qui est G: car puis que la Lune gaigne un quart de cercle depuis la moyenne conjonction jusqu'à la moyenne quadrature, auquel temps la Lune court au double dans le petit cercle, qui est un demicercle, il faut, comme a esté dit, que la Lune soit en G, qui est au plus loing de A; ainsi que la majeure prostaphereſe fait 7 deg. 40 ☉, & de mesme en faut-il sousentendre en l'autre demicercle, pour la prostheſe, comme icy dans le demicercle DEF pour l'aphereſe: Mais le petit cercle estant parvenu dessus D, comme en I, alors ny en moyenne conjonction ou opposition n'advient aucune prostaphereſe: pource que la Lune est en D, & de mesme és quadratures moyennes, veu que la Lune est en K, & autant en peut-on dire quand le petit cercle est en F: Tellement que selon ceste position *Copernique* escrit que la Lune se trouve de tout costé en son lieu opportun.

Quant à la raison des lignes en ceste position, *Copernique* les calcule ainsi.

Le triangle AEC a trois termes cognus, assavoir l'angle ACE 5 deg. la ligne AC 10000, & l'angle AEC droit: par lesquels on trouvera AE raid de l'epicycle de 872, mais soit selon *Copernique*, 860.

Le triangle ECG a trois termes cognus, comme l'angle ECG 2 deg. 40 ☉, & le costé EC 10000 (egal assez pres à CA) & l'angle GEC droit, par lesquels le diametre EG se trouvera estre de 466, mais soit selon *Copernique*, 474.

Sa moitié pour le raid EH 237.

à CA 10000 adjousté AD 860, comme egal assez pres à AE, premier en l'ordre, & encor adjousté DK 474, comme egal à EG, deuxieſme en l'ordre, vient pour CK majeure distance de la Lune à la terre 11334.

De CA 10000 osté AF 860, comme egale à AE, premier en l'ordre, & encor 474 pour le diametre du petit cercle estant en F, restera pour la moindre distance de la Lune à la terre 8666.

Tellement que la majeure distance à la moindre est en telle raison que 11334 à 8666, ce qui ne donne pas si grande difference au diametre visuel de la Lune, que les termes de *Ptolemée* en la 3 proposition de ceſt Appendice, de 65 part. 13 ☉ à 34 part. 9 ☉; qui est comme

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

me 57 ☉ à 30 ☉ (moindre diametre visuel de la Lune) comme on peut voir en la 6 proposition du deuxiesme livre : Mais selon *Copernique* c'est seulement 39 ☉; car ses termes sont comme 39 ☉ à 30 ☉, ce qui est encor 3 ☉ d'avantage qu'en la simple position que *Ptolemée* receut, qui n'estoit que 36 ☉, qui convient comme on dit avec l'experience, veu qu'en la recapitulation de la 13 proposition du troisiesme livre ; 445 à 531, est comme 30 ☉ à 36 ☉; tellement que *Copernique* a touché en cela le but plus pres que *Ptolemée*.

Secondement *Copernique* n'a aucun mouvement irregulier avec son petit cercle, comme *Ptolemée*.

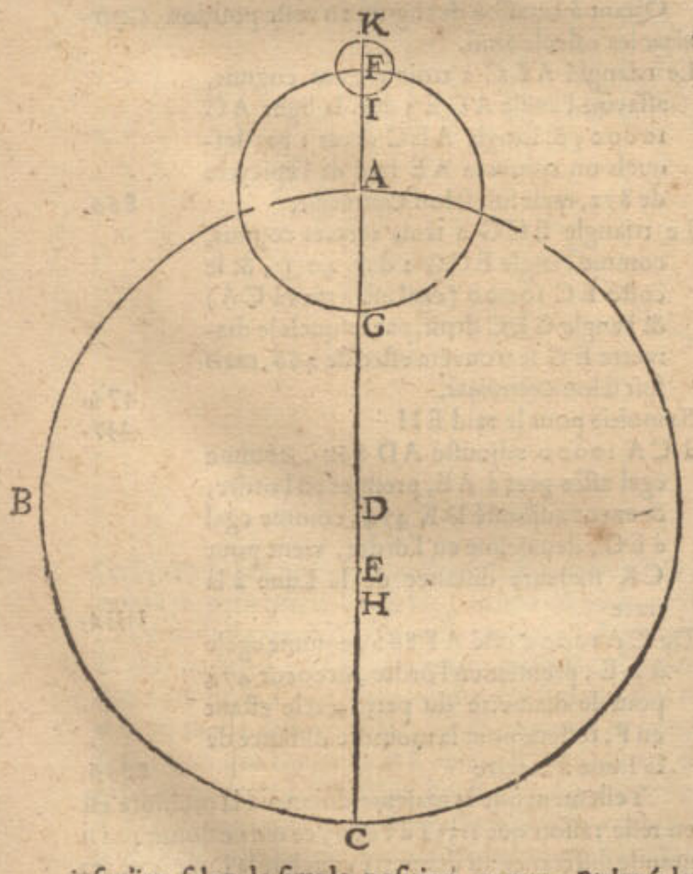
Quant aux convenances avec l'experience, les positions de *Copernique* & *Ptolemée* donnent une mesme solution en toutes les conjonctions & oppositions moyennes, & aussi és quadratures moyennes, esquelles la Lune est en la moyenne distance de l'epicycle, car alors la prostaphereſe fait 7 deg. 40 ☉ en l'une & l'autre maniere ; mais hors ces lieux, lesdites positions reçoivẽt differẽce.

*Conclusion*. Nous avons donc declaré sommairemẽt, &c.

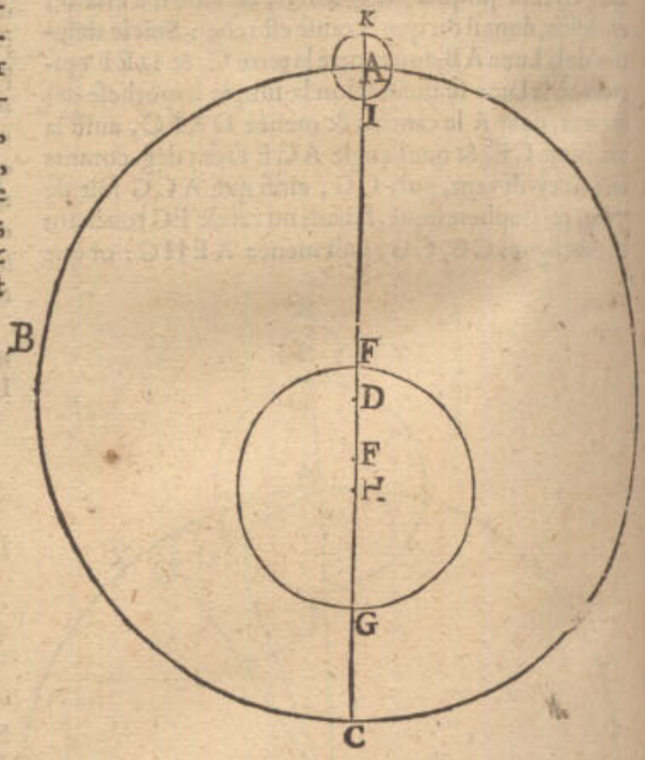
## Proposition IX.

*Declarer sommairement la theorie adjoustée de* Copernique, *du mouvement en longitude de Saturne, Iupiter & Mars.*

*Copernique* ayant supposé que les observations de *Ptolemée* estoient bien faites, en la description des lieux de Saturne, Jupiter & Mars, mais voyant qu'il ordonnoit en sa theorie des mouvemens irreguliers aux epicycles, & en leurs voyes, comme a esté dit en la 6 proposition de cest Appendice ; il en a mis d'autres en leur place ainsi : Soit A B C voye d'epicycle des trois superieures, je prens de Saturne, D centre, E la terre fixe, par laquelle est menée A C, ainsi que A est l'apogée, C perigée, D E eccentricité de 3 part. 25 ☉, selon le calcul de *Ptolemée*, en telles parties que D A en fait 60 ; puis soit l'epicycle F G sur A, duquel F est l'apogée, & G perigée, & la planete soit en l'apogée F : ce qui est




jusqu'icy selon la simple position, comme *Ptolemée* la reçeut, tellement que *Copernique* apres plusieurs tassonnemens, y a adjoinct d'abondant un autre petit epicycle, prenant pour soy la ligne entre la terre & le poinct d'inegalité, qui est de 6 part. 50 ☉ (au 5 chap. de l'onzieſme livre de *Ptolemée*,) de telles que la voye d'epicycle en fait 60, au lieu de laquelle raison *Copernique* prend 1139 à 10000, au 5 chap. du cinquiesme livre : Et de cest 1139 (ligne entre la terre & le poinct d'inegalité) ostant le quart, qui est 285, reste 854, lequel il a marqué de D à H, prenant le mesme H maintenant pour la terre, au lieu de E : D'avantage il prit aussi le tiers de D H 854, qui est E H, faisant 285, le mettant de F en I, sur laquelle F I, comme raid, est descrit un epicycle I K, prenant la planete estre au perigée I, au temps de sa moyenne conjonction avec le Soleil moyen, & ayant un cours selon l'ordre des signes de I vers K egal au cours du centre de l'epicycle A vers B : Mais estant la planete en ceste moyenne conjonction au perigée du petit cercle I, il appert qu'en toutes les moyennes conjonctions il doit estre là ; & en K en toutes les moyennes oppositions ; aussi en toutes les quadratures és moyennes distances, ce qui convenoit avec la longitude de Saturne, selon son opinion. Or pource que son intention n'estoit pas de descrire cecy que par l'hypothese de terre immobile, il a changé la figure, descrivant sur un poinct, comme H, la voye de la terre egal à l'epicycle susdit, & sur l'apogée de la voye de planete un petit cercle egal à l'autre, posant que la planete s'y




mouve ; assavoir soit A B C autrefois un eccentrique, D centre, & le poinct E soit icy en telle distance de D, comme en l'autre premiere figure il estoit de D, puis soit descrit sur H la voye de la terre F G, estant H distant de D, comme en la premiere figure, H de D, assavoir 854 parties, & le raid de la voye terrestre H G face autant comme là le raid de l'epicycle A G 1083 (car autant vient-il, disant, raid de voye d'epicycle 60 part. donne raid d'epicycle 6 part. 30 ☉, combien 10000?) puis apres avec le raid egal à H E, descrit le petit cercle I K sur A, egal au petit cercle I K de la premiere figure, & soit Saturne au perigée I, avec un cours comme en l'autre premiere figure, de I vers K : Ceste figure en l'hypothese de terre mobile, fait recevoir à la planete la mesme longitude apparante qu'en l'autre hypothese en

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

en l'autre premiere figure, ce que j'euſſe demonſtré, n'eſtoit que le tout eſt aſſez clair par la 15 propoſition du 3 livre, prenant auſſi garde à l'incertitude du fondemẽt ſur lequel il ſemble que ceſte figure eſt fondée, je l'ay delaiſſée ſans telle demonſtration, pour eviter prolixité.

Notez auſſi que j'ay dit cy-devant que *Copernique* a poſé le petit cercle en l'epicycle, premierement en l'hypotheſe de terre immobile, ce que j'ay dit pour declarer mon deſſein en brief; car telle choſe n'apparoiſt pas par ſes eſcrits, & qu'on peut bien conceder cela.

Par ceſte theorie ſuſdite, *Copernique* dit que la planete ſe trouve touſiours en ſon vray lieu.

Notez auſſi qu'il appert cy-deſſus, que la theorie de *Copernique* eſt un meſlange de ſon invention avec celle de *Ptolemée*: veu que la ligne de laquelle il prend les trois quarts eſt en uſage dans *Ptolemée*.

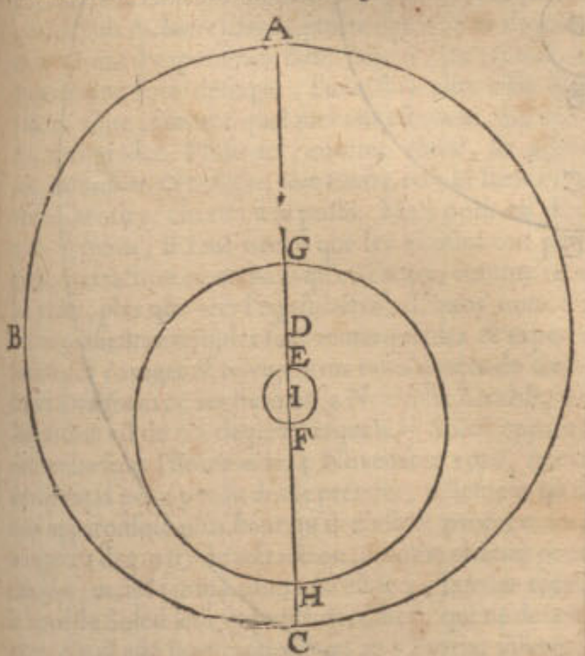
Touchant la recerche de la longitude apparante de la planete ſuivant ceſte theorie, il eſt manifeſte qu'en la deuxieſme figure, on trouvera la longitude apparante du centre du petit cercle, ſelon la maniere comme en la 15 propoſition du troiſieſme livre au 6 article, & encore y joindre la proſtaphereſe, que la planete acquiert par le petit cercle; car ce qui en viendra ſera le requis: Or ce que nous avons dit de Saturne, s'entendra auſſi de Jupiter & Mars.

*Concluſion.* Nous avons donc declaré, &c.

## Proposition X.

*Declarer ſommairement la theorie adjouſtée de* Copernique, *du mouvement en longitude de Venus.*

Veu que Venus en l'hypotheſe de terre mobile ſe meut tellement en ſa voye, laquelle eſt dans la voye de la terre, comme les trois planetes ſuperieures en leurs voyes, qui ſont hors de celle de la terre; tellement que l'opinion de *Copernique* ſeroit aſſez ſuffiſamment cognue par les precedentes, lors qu'on deſcrivoit le petit cercle ſur la voye de Venus dans la voye de la terre: mais d'autant qu'il eſtime eſtre plus clair de faire tourner le centre de la voye de Venus en un petit cercle, egal à celuy lequel on feroit autrement ſur la voye, comme a eſté dit, pour ceſte cauſe je la declareray preſentement. Soit A B C la voye terreſtre, ſon centre D, faiſant D A raid 10000, & E eſt le lieu où le centre de la voye de Venus a eſté trouvé, ſuivant la computation fondée ſur




la ſimple poſition que *Ptolemée* receut, où l'eccentricité D E faiſoit 208: Mais ſelon la theorie de *Copernique* ſoit marqué le poinct F, ainſi que E F ſoit egale à E D, ſignifiant ledit poinct F le centre de la voye de Venus, ſur lequel eſt icelle voye de Venus G H de l'intervalle de F G 7194: Puis ſoit I au milieu de E F, comme centre, deſcrit le petit cercle E F, où le centre de la voye G H tourne, deux fois auſſi viſte que la terre, auſſi ſelon l'ordre des ſignes; tellement que quand la terre eſt en l'apogée A, ou perigée C, alors le centre de la voye G H eſt en E: mais la terre eſtant en l'une des moyennes diſtances, comme en B, ledit centre eſt touſiours en F, & en telle maniere dit *Copernique*, que Venus eſt trouvée en ſon vray lieu.

*Concluſion.* Nous avons donc declaré, &c.

### Notez.

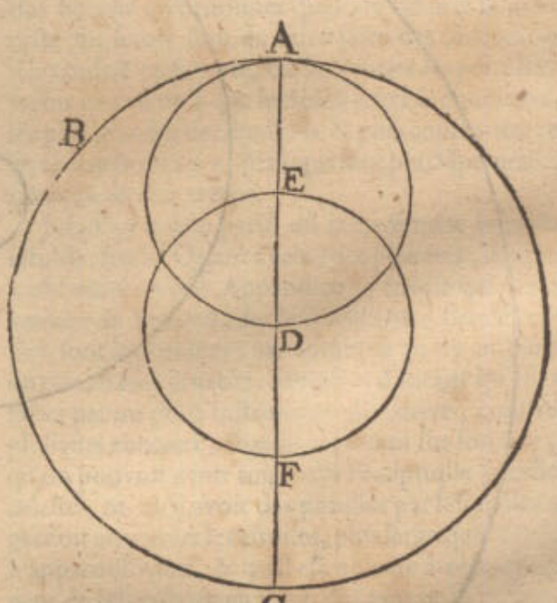
*Copernique* au 25 chap. de ſon cinquieſme livre, ayant veu qu'il eſtoit neceſſaire ſelon ſa theorie, que Mercure ſe pourmenaſt en une ligne droite, ſans toutefois vouloir admettre aucune irregularité en ſes mouvemens, il expoſa quant & quant au 4 chap. de ſon troiſieſme livre, que cela ſe pouvoit faire par l'aide de quelques cercles, & ce particulierement en un theoreme, lequel nous deſcrirons icy ſervant à la 12 propoſition. De ces cercles en traite auſſi *Proclus* commentateur des Elemens d'*Euclides*.

## Theoreme. Proposition XI.

*Eſtans deſcrits deux cercles concentriques premier & ſecond de diametres en raiſon double, & deſcrit un troiſieſme egal au moindre deuxieſme, ayant ſon centre à la circonference dudit moindre, & ayant un cours double au deuxieſme ſon egal, mais d'un autre coſté; chaque poinct de la circonference du troiſieſme deſcrit une ligne droite, qui eſt diametre du premier majeur.*

*Le donné.* Soyent trois cercles, dont le premier majeur A B C & le deuxieſme E F concentriques, ayent les diametres en raiſon double, & le tiers A D (egal au deuxieſme E F) deſcrit ſur un centre en la circonference

1. Figure.




de E F, ayant ſon cours (de A vers le coſté droit) double à celuy de E F (vers le gauche) & ſoit pris un poinct A en la circonference du troiſieſme A D.

*Le requis.* Il faut demonſtrer que le poinct A dans le troiſieſme cercle A D, deſcrit une ligne droite A C diametre du premier cercle A B C.

*Preparation.* Soit le poinct E du deuxieſme cercle E F en la premiere figure parvenu de E en G, vers le

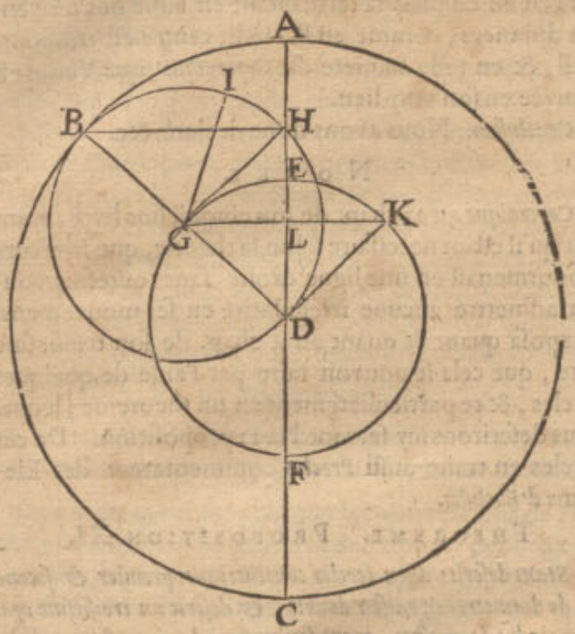


Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

costé seneſtre, comme en la deuxieſme figure, ainſi que le poinct du troiſieſme cercle plus eſloigné de D (que nous nommerons apogée A,) ſoit parvenu en B, en ceſte deuxieſme figure : Cependant le poinct qui eſt au 3 ſera porté de B en H vers le costé dextre, ainſi que ſelon l'hypotheſe B H ſoit double à G E ; & menée G H.

*Demonſt.* D'autant que l'arc BH eſt double à EG, alors

2. FIGURE.




l'angle B G H ſera double à l'angle B D E : Or dans le troiſieſme cercle B H D, l'angle du centre B G H eſtant double a un angle B D E en la circonference, ils auront circonferences egales pour baſes ; & puis qu'elles commencent en B toutes deux, & ſont vers un meſme costé I, alors elles ſe termineront en un meſme poinct : mais B H ſe termine en H, donc H ſera dans D E prolongée, & ainſi ſe demonſtrera que le poinct pris au troiſieſme cercle ſera touſiours dans A C en quel lieu que ledit troiſieſme cercle ſoit parvenu.

*Concluſion.* Eſtans donc deſcrits, &c.

### COROLLAIRE.

La ligne B H eſt touſiours perpendiculaire à A C, pource que l'angle eſt droit B H D dans le demicercle : Ce qu'eſtant ainſi, en un temps donné l'arc A B ſera auſſi donné, & partant A H ſon verſet, par l'uſage des tables des ſinus, & par H eſt denoté Mercure, tellement que ſon lieu eſt cognu en A C au temps donné.

---

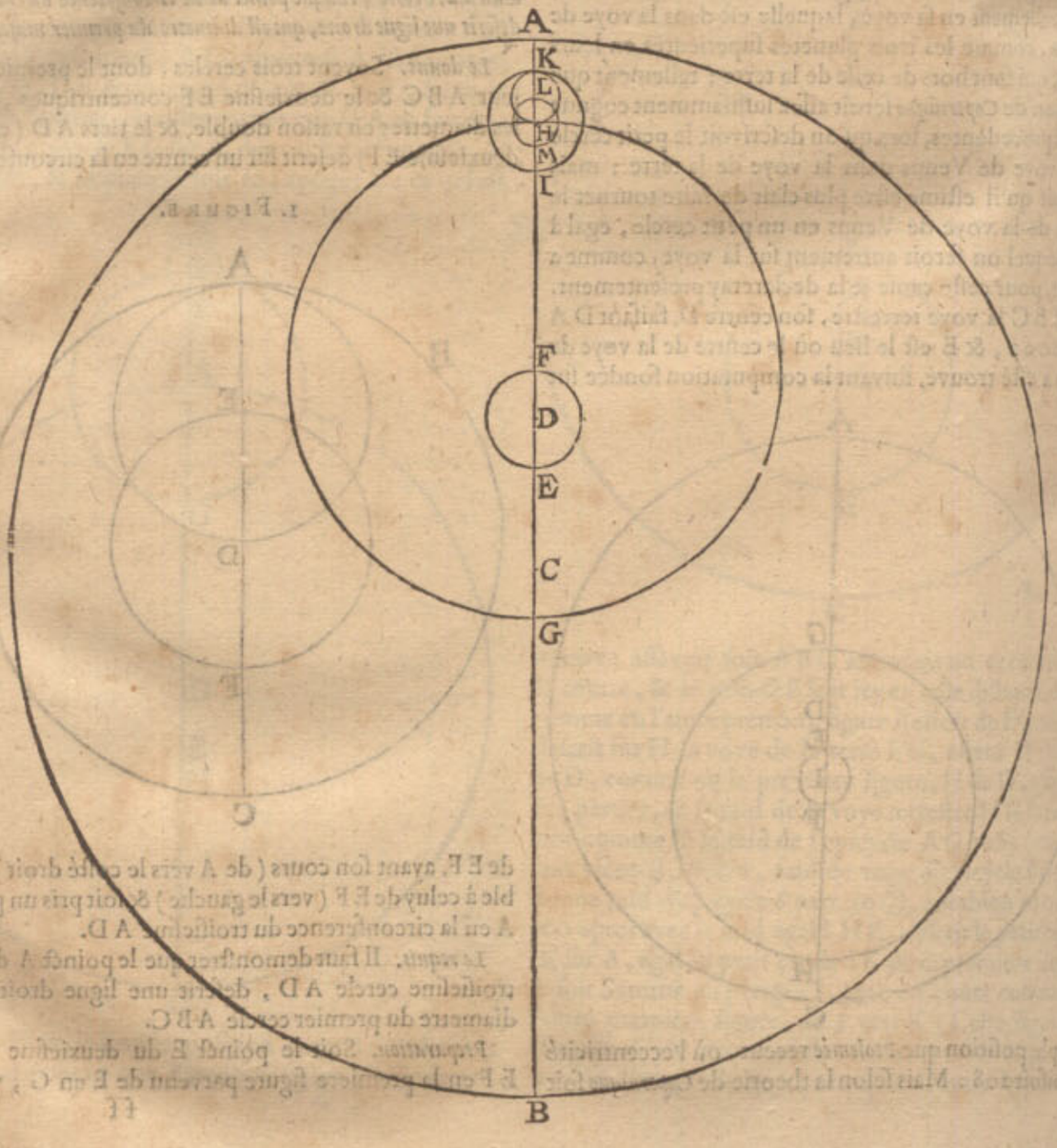
### ALB. GIRARD.

Stevin *a fait la demonſtration cy-deſſus un peu oblique, & celle du precedent corollaire trop prolixe avec les lignes inutiles de B I, G K, K D : dequoy je ne me ſuis ſervy cy-deſſus.*

### PROPOSITION XII.

**D***Eclarer ſommairement la theorie du cours en longitude de Mercure, adjouſtée par* Copernique.

Soit A B voye terreſtre, C ſon centre, A B diametre, eccentricité D C, trouvée ſelon la ſimple poſition que *Ptolemée* reçeut premierement de 947 parties, deſquelles A C en fait 10000 : & ſur D centre, d'un intervalle




egal

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

egal au tiers de D C soit descrit le petit cercle F E, F sera apogée, & E perigée, veus de C, & sur F, comme centre, soit descrite la voye d'epicycle G H, sur l'apogée de laquelle H, comme centre, soit fait l'epicycle I K, & un autre dedans L M concentrique à K I ayant pour son diametre la moitié de K I, & sur L, comme centre, soit descrit un autre cercle egal à L M, tel que K H, où se trouve estre Mercure : Ce qu'estant ainsi, F centre de H G fait par an deux tours, dont l'un est cause de la voye terrestre, l'autre de soy, tous deux selon l'ordre des signes : Le centre L du cercle K H est ferme dans la circonference de L M, y estant porté contre l'ordre des signes, faisant par an un circuit : Le cours de Mercure en K H est selon l'ordre des signes, egal au cours susdit de F, assavoir faisant par an deux tours : d'où s'ensuit que Mercure se pourmene dans le diametre K I sans en sortir, par le theoreme precedent. D'avantage s'ensuit que la terre estant en A, ou B, il faudra que le centre de H G soit tousiours en F, qui est l'apogée du cercle E F au regard de C; mais la terre estant és moyennes longitudes, c'est 90 deg. de A ou B, alors le susdit centre de H G sera tousiours en E, qui est perigée de E F, au regard de C, ce qui advient d'une maniere contraire à celle de Venus. D'avantage s'ensuit aussi que Mercure se pourmenant dans I K, sera tousiours au perigée I, lors que la terre est en A, ou B; mais à l'apogée K estant la terre és moyennes distances : Et par cecy advient que le centre de H G, comme F, au cercle E F, & Mercure au diametre I K font par an chacun deux tours : Cependant le propre mouvement de l'epicycle I K, ou de la ligne F H, au cercle H G, fait uniformement un tour en 88 jours. Et ainsi dit *Copernique* que Mercure est trouvé en son lieu comme il faut par telle figure.

## Proposition XIII.

*Narration du cours incognu des estoilles : & de la declinaison incognue de l'ecliptique.*

Les estoilles fixes sont dites avoir un cours incognu, en un temps plus viste que l'autre, car encore qu'on les trouvast tousiours equidistantes l'une de l'autre, toutefois leur Globe se meut d'Occident vers l'Orient, ainsi que sa longitude qui commence en la section vernale, devient continuellement plus grande, estant accreuë depuis *Ptolemée* jusqu'à present plus de 21 degrez : mais suivant l'experience faite depuis, on trouve ce mouvement fort desreglé, l'une fois plus viste que l'autre; voire, comme quelques uns estiment, aucunefois retrograder. Plusieurs, comme *Thebit*, *les Alfonsiens*, *Purbachius*, *Copernique*, *Iean Venere*, en ont formé diverses theories, chacun à sa poste. Mais pour en dire mon opinion, il faut noter que les estoiles ont plus grande refraction en un pays qu'en l'autre, comme vers les poles, plus que vers l'equinoctial, dequoy nous en avons plusieurs exemples fort remarquables & experimentés és voyages & navigations renommées de *Guillaume Barensen* avec les siens en la Nouvelle Zemble, où l'elevation est de 76 degrez, esquels le Soleil apparut descendre sous l'horizon le 4 Novembre 1596, qu'ils devoyent jà avoir perdu dés le premier; tellement qu'il leur apparoissoit plus haut qu'il n'estoit proprement, ou avoit 1 deg. 9 ① de refraction, comme chacun peut calculer : mais 81 jours apres, qui est le 24 Janvier 1597, le bord du Soleil leur apparut derechef, qui ne devoit estre (n'eust esté la refraction) qu'au 9 Fevrier suivant; tellement qu'il se demonstroit plus haut qu'il n'estoit par refraction 5 degrez, beaucoup plus grande que la premiere, dont la cause a esté cognuë au fameux Observateur & Mathematicien renommé *Philippe Lansberge*, lequel avoit eu plusieurs doutes touchant les diversitez des refractions; car combien que le Soleil fust és poincts equidistans du Solstice d'hyver, comme je prens de 50 ou 56 degrez devant & apres, toutefois il ne les a pas trouvez de mesme hauteur sur l'horizon, mais plus en la derniere observation qu'en la premiere, estimant que ceste faute ne procedoit pas de la refraction : Mais le susdit exemple de la Nouvelle Zemble luy estant notifié, il a conclud que la cause estoit, & selon mon opinion par bonne raison, que les froides humiditez d'hyver en Fevrier, estoyent plus espesses & aqueuses, que non pas és mois plus chauts d'Octobre fin de l'esté precedent. Or les refractions de la Nouvelle Zemble estant si grandes, & en autres lieux où l'on a fait des observations, comme en Prusse, Allemagne, Espagne, Italie, Egypte, aussi grandes que la Borealité y peut estre; & qui plus est, en un mesme lieu plus grandes en une saison qu'en l'autre, sans que les Escrivains des susdites theories y ayent prins garde : on peut conclurre de là, que l'inegalité qu'ils ont trouvée, n'est pas venuë de l'inegalité du cours des estoilles, car quand bien mesme ils auroyent trouvé de l'egalité, si est-ce qu'on la devroit estimer inegale, à cause de la refraction : Et pour plus ample confirmation de cecy, on remarque premierement que des observations d'Egypte, on a trouvé le cours egal à 100 ans 1 deg. jusques à 432 ans de long; secondement que l'inegalité en viteſſe de mouvement, est jugée des observations faites par apres en des pays plus septentrionaux, ce qui fait soupçonner qu'on n'a pas tenu bon compte des refractions qui en peuvent estre la cause, en tout ou en partie : & soit qu'on prenne l'un des deux, les theories susdites ne se trouvent pas bien fondées, que si ces escrivains eussent suffisamment pris garde à ceste diversité de refractions qu'ils ne les eussent pas descrites ainsi : ce qui est cause que je les delaisse, estimant qu'il faudroit des plus grandes certitudes devant qu'ordonner quelque theorie là dessus. A ceste fin seroit bon de faire faire des observations en Alexandrie en Egypte, où sont faites les premieres, assavoir quand c'est que le Soleil entre és equinoxes, avec ses plus grandes declinaisons, & puis confronter ces observations avec les nostres qui sont plus septentrionales, faites au mesme temps.

Jusqu'icy a esté parlé du mouvement incognu des estoilles fixes : Quant à celuy des planetes, desquelles il a esté traité en ceſt Appendice, j'estime que les observations de *Ptolemée*, sur lesquelles on a fondé ces theories, sont incertaines : car combien qu'il y ait symbolisé un travail fort louable, toutefois d'autant qu'elles sont faites par un petit instrument de cuivre, construit de plusieurs anneaux, chacun tournant sur son axe, ainsi qu'on pouvoit avoir tousiours l'ecliptique parallele au celeste, & qu'il avoit des pinulles par lesquelles on regardoit au travers les estoiles, plus large que les estoilles n'apparoissoyent, & qu'il est notoire à ceux qui se servent de tels instruments annelez tant polis & bien faits qu'on voudra, combien vaciles & incertains sont leurs experiments, (sans comparaison beaucoup plus que ceux de *Tycho Brahe*) comme *Ptolemée* mesme en parle souventefois : on ne se doit donc gueres arrester sur telles observations, mais bien sur celles qui sont faites par la hauteur des estoiles, par leurs distances l'une de l'autre, & ce avec des instruments plus grands, & finalement par bonnes & vallables computations és triangles plans & spheriques.



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

Encor y avoit-il quelques incertitudes és obſervations de *Ptolemée*, quant à la longitude apparante des planetes, pource que les lieux des eſtoiles fixes n'eſtoyent deſcrits en moindre meſure que de 10①, comme appert en ſes tables. D'avantage des hyperboliques & incroyables mouvemens, & innaturels, comme teſmoignent encor les diametres viſuels qu'on peut voir és planetes, nommément à Mars, & à la Lune, leſquels ne viennent pas ſi pres de la terre, comme veut la theorie, ainſi que nous en avons parlé ailleurs plus amplement.

Et ſans cela ſe trouvent encor les teſmoignages de divers obſervateurs, comme de *Regiomonte*, *Bernard Galterus*, & *Purbachius*, qu'on voit imprimez, tellement qu'on ne trouve pas de concordance entre l'experience & la theorie: toutes leſquelles choſes bien conſiderées, on ne voit pas comment les planetes ont quelque cours incognu, où s'il y en a, c'eſt que nous n'avons pas aſſez de cognoiſſance de leur qualité; tellement que ſi quelqu'un en vouloit faire quelque nouvelle & mieux reglée theorie, il devroit preallablement faire bonne proviſion d'obſervations ſuffiſantes, & treſ-bien faites pour pouvoir ſervir de fondemens ſans ſoupçon. Toutefois ayant declaré mon opinion, je delaiſſe à chacun librement la ſienne.

*Concluſion.* Nous avons donc fait narration du cours incognu des eſtoiles, & de la declinaiſon incognue de l'ecliptique, ſelon le requis.

ALB. GIRARD.

*I'ay trouvé bon de faire ſuivre la table cy-deſſous, à cauſe de la convenance de la matiere.*

Albategne, Wernerus, Copernique, *& autres ont trouvé que ce mouvement incognu des eſtoiles fixes, eſtoit fort divers, aſſavoir 1 degré en longitude en* 100 *ans, d'autres dans* 66; 61, *&c. comme* Tycho Brahe *en* 70 *ans* 7 *mois, non ſeulement pour ce temps preſent, mais pour l'advenir comme il dit.*

## Chronologie des Aſtronomes.

| *Ans devant la nativité de Chriſt.* | | *Spica virginis.* |
|---|---|---|
| | | ♍ |
| 293 | Timochare | 22. 20. |
| 281 | Timeon | 22. 30. |
| 127 | Hyparque. | |
| *Ans apres la nativité de Chriſt.* | | |
| 99 | Menelaus | 26. 15. |
| 139 | Ptolemée | 26. 40. |
| 880 | Albategne | ♎ |
| 1504 | Bernard Galt. | 16. 40. |
| 1514 | Joh. Werner | 16. 53. |
| 1525 | Copernic | 17. 3. |
| 1585 | Ticho Brahe | 18. 3. |

*Fin de l'Aſtronomie.*

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

# TROISIESME VOLVME

*TRAITANT*

DE LA PRACTIQVE

# DE GEOMETRIE.

## ARGVMENT.

*Comme j'avois intention d'escrire une Practique de Geometrie pour l'exercice de* SON EXCELLENCE *(laquelle puis apres fut par luy corrigée & augmentée, comme il apparoistra cy apres) je consideray la communion entre grandeur & nombre estre telle, que ce qu'on fait par l'un, le mesme se peut faire aussi par l'autre: Parquoy je me suis proposé de suivre en icelle Practique de Geometrie un ordre semblable à celuy dont se servent plusieurs en l'Arithmetique. Mais comment? Premierement on y apprend à faire des lettres. Secondement à prononcer ou cognoistre leur valeur, comme ce 7 valoir sept, ce 26 vingt-six. Au troisiesme les quatre generales especes, comme Adjouster, Soustraire, Multiplier & Diviser. Au quatriesme la regle de proportion. Au cinquiesme la regle de partition proportionnelle. Au sixiesme la conversion des rompus à un nominateur commun, par lequel ils se preparent pour operer avec iceux comme l'on fait avec des nombres entiers. Lequel ordre selon le commun jugement estant naturel & commode aux nombres, on acquiert par iceluy un fondement general pour depescher plusieurs questions d'Arithmetique que nous rencontrons souvent. Nous suivrons le semblable avec grandeur en ceste Practique de Geometrie, estimant ainsi en peu d'escriture comprendre beaucup de matiere, & mettre un fondement general, par lequel celuy qui l'entendra pourra depescher plusieurs questions Mathematiques qui se rencontrent és affaires humaines. Nous descrirons donc premierement la fabrique, ou maniere de marquer des grandeurs. Secondement la maniere pour exprimer ou cognoistre leur valeur, comme par mesurer trouver leur contenu. Au troisiesme les quatre especes generales, comme Adjouster, Soustraire, Multiplier & Diviser. Au quatriesme la regle de proportion. Au cinquiesme la regle de section proportionnelle. Au sixiesme la conversion, à sçavoir dissemblables grandeurs en semblables, pour operer par icelles comme on fait par des grandeurs semblables, en descrivant six livres particuliers. Et d'autant que la grandeur a trois especes, ligne, plan & corps, chaque livre aura trois parties. La premiere des lignes. La deuxiesme des plans. La troisiesme des corps, & chaque partie aura ses propositions necessaires. Appliquant là où les circonstances le requierent, joignant les operations Mathematiques par grandeurs, encores leurs operations par nombres, lesquelles en la Practique (ce qui soit dit icy une fois pour tout) sont plus certaines que les Mathematiques par les grandeurs mesmes. Encore que les Mathematiques soyent ordinairement cause & fondement pourquoy l'operation se forme par nombres.*

## AU LECTEUR.

VEu que nous avons icy proposé de descrire la Practique de Geometrie, entre laquelle & la theorique ou elemens, on fait distinction, & que le lieu des definitions est plus propre aux elemens: nous ne descrivons point icy les definitions des grandeurs, mais les prenons par les elemens (comme d'*Euclide* ou semblables) pour cognuës, ou qu'il les faut tirer de là.

Encores, veu que quelques operations suivantes se feront par la disme: il est besoing que ceux qui les veulent entendre ayent cognoissance de la mesme disme. Laquelle se void à la fin de l'Arithmetique cy-devant. Quant à la facilité qui en est causée, elle se trouve par effect telle, comme il est mentionné en la preface de la mesme. Ce que tesmoignant SON EXCELLENCE (comme y estant versée d'une maniere plus que vulgaire) a dit par plusieurs fois qu'il se trouve telle commodité & certitude, que les operations qu'elle en avoit facilement expedié, ne se pourroyent accomplir par operations en nombres rompus sans fascheux labeur, plus grand peut estre qu'il ne seroit utile d'y employer de temps.

---

ALB. GIRARD.

*Cy-devant, à la fin des triangles spheriques, je promis de mettre icy une annotation, comme lieu plus propre, avec ce dont il me souvint pour lors: C'est qu'en la Geometrie, nul n'a encor descrit combien il y a de subjects, pource aussi qu'ils estoyent en partie incognus, quant à leurs dimensions jusques à nous: s'ensuit donc que la Geometrie a 6 subjects qui ne sont que 5 quantitez, à cause que le poinct n'en a point: & en y a trois principaux & 2 moins principaux.*

Les 6 subjects de la Geometrie.

| | |
|---|---|
| Le poinct. | |
| La ligne. | *premier principal.* |
| L'angle superficiel. | |
| La superfice. | *second principal.* |
| L'angle solide. | |
| Le solide, ou corps. | *tiers principal.* |



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

# PREMIER LIVRE DE LA PRACTIQVE DE GEOMETRIE,

## De la Deſcription des grandeurs.

### PREMIERE PARTIE DU PREMIER LIVRE DE LA DESCRIPTION DES LIGNES.

#### Proposition I.

*Marquer des lignes droites.*

LEs lignes droites ſe marquent en la practique par divers moyens, ſelon les circonſtances, dont les trois plus renommées que nous rencontrons maintenant ſe marquent premierement avec une regle droite : Secondement avec le cordeau : Tiercement avec les rayons.

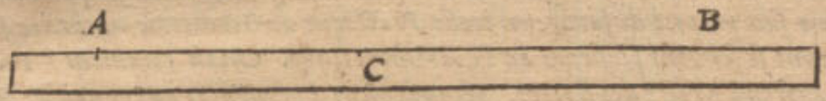
1. *Exemple des lignes droites marquées avec une regle.*

*Le donné.* Soyent A, B deux poincts.

*Le requis.* Il faut tirer de l'un à l'autre une ligne droite avec une regle, de laquelle maniere on ſe ſert le plus ſouvent ſur du papier, & autres petits plans egaux.

Construction.

Je prens une droite regle comme C, mettant l'un coſté ſur les poincts A, B, tirant tout du long une ligne viſible A B, avec une plume, compas, poinçon, ou de la croye, ſelon la neceſſité du ſuject ; & j'ay le requis.



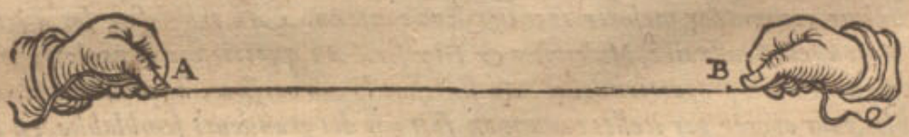

2. *Exemple des lignes droites marquées avec le cordeau.*

*Le donné.* Soyent A, B, deux poincts.

*Le requis.* Il faut tirer de l'un à l'autre une ligne droite avec un cordeau, qui eſt une petite corde frottée avec de la croye, laquelle eſtant tenduë & tirée, tellement qu'elle frappe contre le fond, y marque avec peu de peine une fort droite ligne; De ceſte maniere les Charpentiers entre autres s'en ſervent ordinairement pour marquer leurs ouvrages, auſſi les ſcieurs de bois afin de couper droitement les arbres tant droits que tortus.

Construction.

Je prens le ſuſdit cordeau frotté de croye CD, le tendant aux deux bouts par les poincts A, B, & le tire puis apres comme la corde d'un arc, & j'ay la droite ligne requiſe AB.



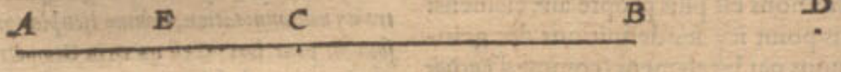

3. *Exemple des lignes droites marquées par rayons.*

*Le donné.* Soyent A, B, deux perches en campagne.

*Le requis.* Il faut marquer de l'une à l'autre par l'aide des rayons une ligne droite en terre, à ſçavoir une raye gravée environ de la profondeur & largeur d'un demi pied, ce qu'on appelle proprement en Hollande *Kielſpit*, ſervant pour ſeparer des heritages, & marquer la largeur des foſſez, formes de boulevards, fortifications & ſemblables choſes ; On ſe ſert auſſi de lignes imaginées en ces rayons ſans raye, en la practique de Geometrie, comme nous en parlerons plus proprement au ſecond livre.

Construction.

L'operateur ſe tenant aupres de l'une ou l'autre marque A, B, fait mettre par quelque coadjuteur un baſton droit ou quelque marque entre le ſuſdit A, B, au lieu de C, tellement qu'icelui operateur voye les trois baſtons ou marques A, C, B. en un meſme rayon: La maniere pour y mettre le baſton C eſt telle : S'il faut qu'il ſoit mis vers le coſté dextre ou ſeneſtre, l'operateur fait ſigne vers le coſté dextre, ou ſeneſtre, avec la main ; ou bien ſi le coadjuteur qui met la marque eſtoit ſi loing de luy qu'il ne peuſt bien veoir le ſigne de la main, il fait ſigne avec un mouchoir, chapeau ou ſemblable choſe: Le baſton C eſtant ainſi ſur ſa vraye place, il fait ſigne avec ſa main ou autre choſe de haut en bas, pour dire qu'il faut que le coadjuteur y fiche le baſton ferme, & bien droit : tous leſquels ſignes ſuſdits il faut que le coadjuteur entende premierement.




Ce qui a eſté dit ici ſe faire par l'aide d'un qui poſe la marque, ſe peut faire plus aiſement quand la commodité de la place le permet, par l'operateur tout ſeul, en ceſte façon : Il s'en va de B vers D, mettant là une marque, tellement qu'il void toutes les trois marques D, B, A en un meſme rayon.

Il

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

Il y a encores une maniere pour mettre la marque entre A & B en sa place, sans qu'il soit besoing de se servir d'une autre personne, à sçavoir sans planter le baston C ou D, & cela par l'aide de la croix arpentique, qui est un instrument tel que la figure suivante le demonstre, duquel, d'autant qu'on s'en servira aussi en la practique suivante, nous declarerons ici les qualitez: A sçavoir qu'il a un baston long d'environ cinq pieds, avec une pointe de fer au bout, pour le ficher droit en terre: Sur le mesme baston se marquent d'un costé autant de pieds avec des poulces, & sur un autre costé autant de ① & ② qu'il peut comprendre, servans pour mesurer par iceux exactement les longueurs qui ne viennent point justement à des verges. Sur le susdit baston y a une plate ordinairement de cuivre, large environ de 8 ou 10 poulces, sur laquelle sont tirées deux lignes sur les poincts au milieu des costez de la plate, & s'entrecoupantes au centre de la plate en angle droit; tellement que ces deux lignes font une croix rectangulaire, dont se servent les Arpenteurs, d'où vient que cet instrument s'appelle croix arpentique: Aux quatre bouts de ces deux lignes se mettent des pinnules avec des petites visieres pour voir au travers; ou sans visieres monstrant avec leur costé extreme, ou autrement estant ces pinnules fort menuës, faisant la demonstration avec leur propre milieu, qui s'appellent generalement dioptres ou pinnules. Aucuns marquent aussi sur la plate un cercle, avec ses 360 degrez, sur quoy tourne une regle fiduciale, mettant aussi au milieu une aguille marine. Maintenant pour mettre par le moyen de la croix arpentique, la marque C en sa place, l'operateur la fiche entre les deux marques A, B, la mettant & remettant jusques à tant qu'il voye par le milieu des deux visieres l'une & l'autre marque; car alors la croix arpentique est en sa vraye place, pour y mettre une marque: Toutesfois les deux precedentes manieres, comme l'experience tesmoigne, sont les plus seures. Quant à ce que quelqu'un pourroit demander pourquoy on ne se tient à la maniere meilleure? On respond là dessus qu'on se peut servir de chaque maniere selon la commodité des circonstances, car aucunefois il n'y a point de lieu propre en D, pour y mettre une marque de quelque empeschement d'eau, bastiments, arbres, ou choses semblables; aucunefois il y a de l'empeschement entre deux, & point dehors. Ailleurs il advient qu'on n'a personne avec soy pour poser une marque: Aucunefois que l'extreme droiture n'y est pas requise: comme par exemple, pour mesurer des longues lignes droites sur la terre, combien que la marque du milieu soit un pied ou deux hors du rayon, cela ne peut apporter en la mesure difference d'importance. Mais quand c'est pour trouver la perpendiculaire d'un triangle, & le mesurer, ou pour separer des heritages, alors il faut plus de certitude, comme il sera plus amplement declaré en son lieu, tellement que, comme il a esté dit ci dessus, on pourra suivre la maniere, qui sera la plus propre selon la disposition des circonstances.

Mais quand de A jusques à B il y a si loing qu'on ne peut voir de l'une à l'autre marque, mais bien d'environ le milieu (là où on ne se peut servir de la susdite seconde maniere, car si on ne peut voir de A jusques à B beaucoup moins jusques à D) on fiche alors environ le milieu une marque ou marques, s'aidant avec cela. Et afin qu'en mettant les marques du milieu, on puisse voir de l'une à l'autre marque extreme, on envoye une personne au lieu d'icelle marque invisible, là où son corps mesme sert de marque, ou autrement on prend une longue perche avec un chapeau, bouchon de paille, une branche d'arbre, ou autre marque visible dessus, & demeure là si long temps, ou il tient la marque debout jusques à ce que les marques du milieu soyent posées.

Cecy estant fait, à sçavoir, la marque C ou D estant ainsi dedans le rayon de A B, la raye de A jusques à B se fait ainsi: On prend une corde fort longue que je pose venir de A jusques à E. Mais pour mettre le bout E au rayon de A B, on le trouve, là où on voit accorder C sur B; Puis apres faisant la raye tout du long de la corde tenduë, la ligne de A jusques à E est faite, & procedant ainsi on vient jusques à B, bien entendu que quand on est passé la marque C, on se sert des autres deux marques C, A pour venir tout droit vers B. Mais s'il y avoit une marque, comme D, on se pourroit tousjours servir des deux mesmes marques, comme B, D.

*Conclusion.* Nous avons donc marqué des lignes droites, selon le requis.

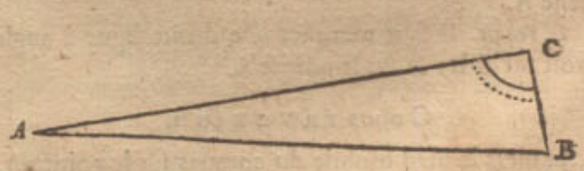
## Notez.

Comme Son Excellence vid, qu'au commun usage de la description actuele des lignes droites en terre il y avoit quelques imperfections, il me commanda de mettre par memoire la correction d'icelles comme s'ensuit.

Premierement s'il advient que celuy qui tient la marque ne la pose pas du tout à angle droit sur l'horizon, & que le bout d'enhaut encline un pied d'un ou d'autre costé, ce qui peut faire errer l'operateur, visant au bout d'enhaut. Mais veu que celuy qui tient la marque, ne la peut mettre parfaitement droit à l'œil, on prendra là où l'extreme perfection est requise, une perche droite avec son perpendicle y joinct, & par ce moyen on le posera tousiours droit asseurement.

Au second, il est advenu que Son Excellence logeant son armée, desiroit une ligne droite entre deux certaines marques, lesquelles combien qu'on y eust mis des hautes perches on ne pouvoit voir de l'une à l'autre, à cause de l'empeschement des hayes & arbres entre deux. Or pour declarer la chose par exemple; soyent les deux marques A, B; & consideré qu'on ne peut voir de A jusques à B, à cela il a ordonné ceste maniere:

On ira de A vers B à tastons, toutesfois le plus droit devers B qu'on pourra, & tousiours sur une ligne droite, par l'aide des marques qu'on met aussi souvent que la chose le requiert. Doncques s'il advient que finalement on arrive droit sur B, la ligne marquée est la requise. Mais si on ne vient point à B, ains joignant com-




me en C, on mesure C B avec la grandeur de l'angle C,



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

& AC eſt meſuré en venant de A vers C, tellement que le triangle ABC a trois termes cognus, par iceux l'angle A cerché, ſe trouve par la 6 propoſition des triangles plats. Ce qui eſtant ainſi, on met la croix arpentique en A, & là deſſus iceluy angle trouvé, puis apres l'operateur regarde par deux des viſieres ſur la premiere marque laquelle tend vers C, & alors ce qu'il voit par les autres deux viſieres il faut qu'il tende droit devers B; parquoy iceluy rayon ſuivy, on vient au poinct requis B. Ou autrement, ſi on ne vouloit prendre la peine de revenir derechef à A, on trouveroit au lieu de l'angle A, l'angle B, mettant la croix arpentique avec iceluy angle trouvé en B, regardant puis apres par deux des viſieres vers C, & ce qu'il voit par les autres deux viſieres il faut qu'il tende droitement vers A. Il eſt auſſi à remarquer que l'angle C prins droit, quand on le peut avoir, produit quelque facilité à la computation.

Tiercement veu que la commodité de l'ouvrage requiert, qu'en foüiſſant la raye, on face toucher le dos de la pelle contre la corde tenduë, le milieu de la raye n'eſt point la vraye ligne requiſe, mais le bord qui touche la meſme corde, parquoy quand on requiert l'extreme perfection il faut prendre garde à cela. Comme par exemple, quand entre deux rayes on veut ſignifier la largeur d'un foſſé, il eſt convenable de fouïr les deux rayes au coſté de la corde qui tend vers le foſſé qu'on veut faire.

## Proposition II.

**Marquer une ligne droite à angle droit ſur une ligne droite donnée, & ſur un poinct donné en icelle.**

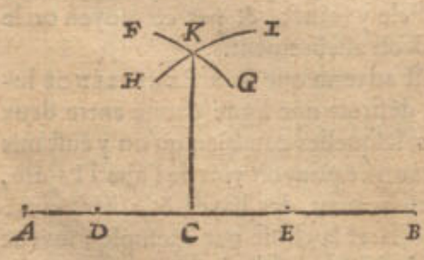
### 1 *Exemple.*

*Le donné.* Soit AB une droite ligne, & C un poinct en icelle.

*Le requis.* Il faut marquer une droite ligne à angle droit ſur AB & ſur le poinct C.

### Construction.

Je marque deux poincts D, E en la ligne AB egalement diſtants de C, & deſcrits ſur D comme centre un arc FG, & avec la meſme longueur ſur le poinct E l'arc HI, coupant FG en K, & tire puis apres la droite ligne KC que je dis eſtre la requiſe. Dont la demonſtration eſt faite en l'onzieſme propoſition du premier livre *d'Euclide.*



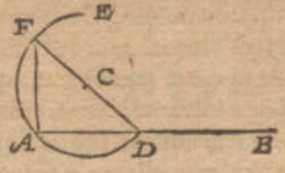

### 2 *Exemple, qui peut venir à propos où le poinct donné eſt ſur l'extremité de la ligne donnée.*

*Le donné.* Soit AB une droite ligne, & le poinct en icelle A.

*Le requis.* Il faut marquer une droite ligne à angle droit ſur AB, & ſur le poinct A.

### Construction.

Je mets le pied mobile du compas ſur le poinct A, & le pied ferme hors de la ligne AB; comme par exemple au lieu du poinct C, deſcrivant ſur iceluy comme centre, l'arc DAE, plus grand qu'un demicercle, je tire puis apres de D par C la droite ligne DF, touchant l'arc en F, & finalement la ligne AF que je dis eſtre la requiſe.




### Demonstration.

L'angle DAF eſtant dedans un demicercle, il faut qu'il ſoit droit par la 3 propoſition du 3 livre *d'Euclide*, & conſequemment AF eſt à angle droit ſur AB.

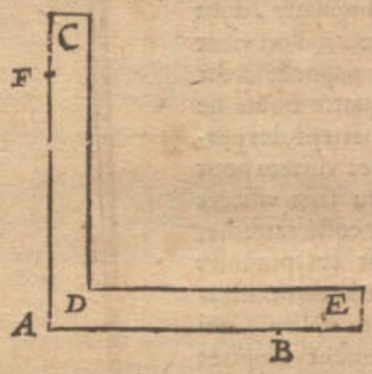
### 3 *Exemple avec un eſquiere.*

*Le donné.* Soit AB une droite ligne, & le poinct en icelle A.

*Le requis.* Il faut marquer une droite ligne à angle droit ſur AB, & ſur le poinct A.

### Construction.

Je prens un eſquiere comme CDE, joignant l'angle D au poinct A, & le coſté DE ſur la ligne AB, tirant du long de l'autre coſté DC la ligne AF que je dis eſtre la requiſe: dont la demonſtration eſt notoire par le poſé, veu que l'eſquiere meſme ſe prent pour rectangle.




### 4 *Exemple avec la croix arpentique.*

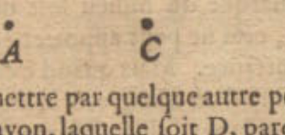
Les ſuſdits exemples ſont pour s'en ſervir ſur du papier & autres petits plans egaux: Mais ſur la terre les lignes rectangulaires ſe trouvent avec la croix arpentique, leſquelles operations nous rencontrons ſouvent en meſurant des terres: en marquant des forteresſes & en pluſieurs autres choſes.

*Le donné.* Soyent les poincts A, B, deux marques en la campagne, avec une ligne droite entre deux foüie en terre, ou imaginée ſeulement, comme il ſe fait ſouvent en la practique, & ſoit C un poinct en icelle ligne.

*Le requis.* Il faut marquer une ligne droite de C à angle droit ſur AB.

### Construction.

L'operateur met la croix arpentique à l'endroit de C, la tournant d'un coſté & d'autre juſques à ce qu'il voye par deux des viſieres d'un coſté la marque A, & de l'autre la marque B: Puis apres voyant par les deux autres viſieres, il fait mettre par quelque autre perſonne une marque en ſon rayon, laquelle ſoit D, parquoy eſtant gravée ou imaginée en terre une ligne droite de C juſques à D, je dis qu'elle eſt la requiſe: dont la demonſtration eſt manifeſte par le poſé, veu que les rayons meſmes paſſent par les viſieres, qui ſont à angle droit l'un ſur l'autre.




5 *Exem-*

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

### 5 *Exemple avec les trois nombres vulgaires, à ſçavoir, trois, quatre, cinq.*

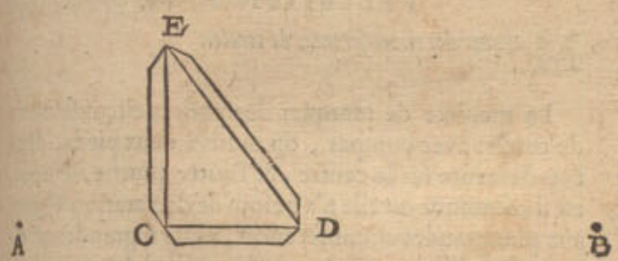
Il y a encores une cinquieſme maniere en uſage, & laquelle eſt fort bonne, dont on ſe ſert en campagne par faute de croix arpentique, qui ſe fait ainſi.

*Le donné.* Soyent les poincts A, B, deux marques en campagne, avec une droite ligne entre deux fouie en terre, ou ſeulement imaginée, & C ſoit un poinct en icelle ligne.

*Le requis.* Il faut marquer une droite ligne de C à angle droit ſur AB.

CONSTRVCTION.

On prend trois reigles droites de bois, plus elles ſont longues, tant plus ſeur en provient l'ouvrage, comme CD, DE, CE, à ſçavoir CD partie en trois parties egales, CE en faiſant quatre, ED cinq d'icelles, ces trois regles miſes enſemble comme un triangle, & tellement que le bout D vienne en la droite ligne CB, alors CE eſt la ligne requiſe à angle droit ſur AB.




DEMONSTRATION.

Le quarré de CD 3 faiſant 9, avec le quarré CE 4 faiſant 16, font enſemble 25, qui eſtant egaux au quarré de ED 5, il faut que l'angle C ſoit droit par la 47 propoſition du 1 livre *d'Euclide*, & pource EC eſt à angle droit ſur CD, & conſequemment ſur AB.

*Concluſion.* Nous avons doncques marqué une ligne droite à angle droit ſur une ligne droite donnée, & ſur un poinct donné en icelle, ſelon le requis.

## PROPOSITION III.

*MArquer une ligne droite à angle droit ſur une ligne droite infinie donnée, d'un poinct donné hors d'icelle.*

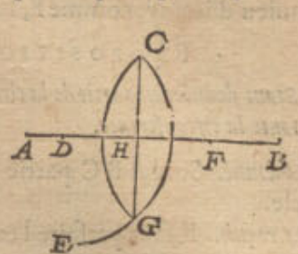
### 1 *Exemple.*

*Le donné.* Soit AB une ligne droite infinie, & C un poinct hors d'icelle.

*Le requis.* Il faut tirer du poinct C une ligne droite à angle droit ſur AB.

CONSTRVCTION.

Je poſe le pied mobile du compas ſur C, le pied ferme quelque part dedans la ligne AB, ce qui ſoit en D, puis je deſcris l'arc CE : poſant puis apres le pied mobile derechef en C, & le pied ferme en la ligne AB, mais de l'autre coſté de D, ce qui ſoit en F, je deſcris là deſſus l'arc CG, coupant l'arc CE en G, & je tire puis apres la ligne CG, coupant AB en H : Ce qui eſtant ainſi, je di que la ligne CH eſt la requiſe à angle droit ſur AB ; dont la demonſtration eſt faite en la 12 propoſition du ſixieſme livre *d'Euclide*.



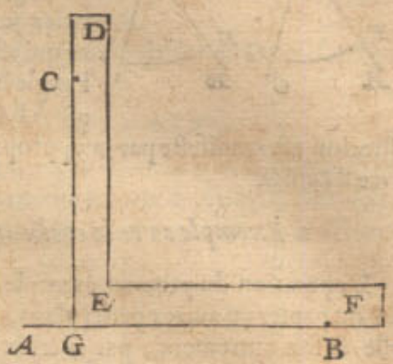

### 2 *Exemple avec une equire.*

*Le donné.* Soit AB une ligne droite, & C un poinct hors d'icelle.

*Le requis.* Il faut marquer une ligne droite de C à angle droit ſur AB.

CONSTRVCTION.

Je prens une equire, comme DEF, & je joins le coſté EF ſur la ligne AB, le faiſant couler au lõg d'icelle juſques à ce que le coſté DE vienne ſur le poinct C : ce qui eſtant ainſi, je tire une ligne le long du coſté DE du poinct C juſques à G en la ligne AB, laquelle je dis eſtre la requiſe ; Dont la demonſtration eſt manifeſte par le poſé ; veu que l'equire meſme ſe prend pour rectangle.



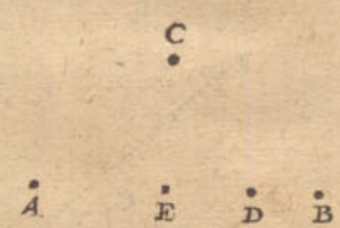

### 3 *Exemple avec la croix arpentique.*

*Le donné.* Soyent les poincts A, B deux marques en la campagne, avec une droite ligne entre deux fouie, ou ſeulement imaginée, & C un poinct hors de la ligne AB.

*Le requis.* Il faut marquer une ligne droite de C à angle droit ſur AB.

CONSTRVCTION.

L'operateur met une marque au rayon des deux marques AB entre icelles ou dehors, ſoit entre deux comme D, & puis apres ſa croix arpentique au rayon de BD, commeau lieu de E, tellement qu'il voit par l'une paire des viſieres convenir D ſur B, & par l'autre paire des viſieres la marque C ; parquoy une ligne droite, comme de E juſques à C, eſtant fouïe ou imaginée, je dis que c'eſt la requiſe, dont la demonſtration eſt manifeſte.




NOTEZ.

Que lors qu'on veut trouver le poinct E par la croix arpentique, ſans mettre la marque comme D, ſelon ce qui a eſté dit au 3 exemple de la 1 propoſition de ce livre, le plus commode eſt de faire convenir touſiours premierement la croix arpentique ſur la ligne donnée AB, avant que de regarder apres la marque C : car faiſant autrement, cela cauſe grand' doute, d'autant qu'on ne vient point ainſi aux deux lignes enſemble qu'avec une facheuſe incertitude & à taſtons.

*Concluſion.* Nous avons doncques marqué une ligne droite à angle droit ſur une ligne droite infinie donnée, d'un poinct donné hors d'icelle, ſelon le requis.

## PROPOSITION IV.

*MArquer deux lignes qui ſont un angle egal à un angle donné.*

### 1 *Exemple.*

*Le donné.* Soit ABC un angle.

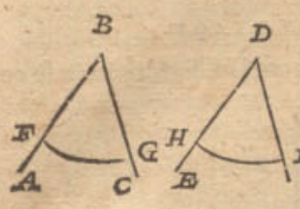
*Le re-*

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

*Le requis.* Il faut marquer deux lignes faisant un angle egal à l'angle A B C.

CONSTRVCTION.

Je tire la ligne D E, & descris sur B comme centre, l'arc F G, entre les lignes B A, B C, & avec la mesme longueur B F, je descris l'arc H I egal à l'arc F G, puis apres je tire la ligne D I: ce qui estant ainsi, je dis que l'angle E D I est egal à l'angle A B C; Dont la demonstration est manifeste par la 33 proposition du sixiesme livre *d'Euclide.*




## 2. *Exemple avec la croix arpentique.*

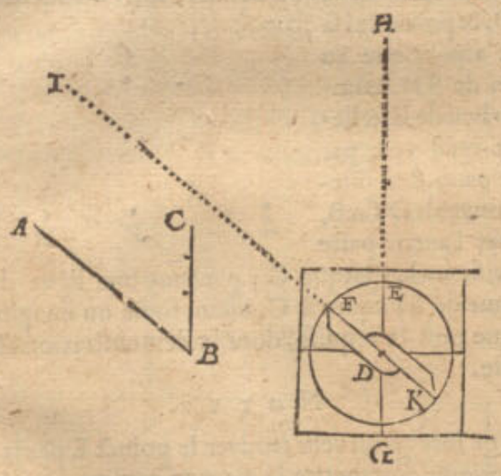
L'operation du premier exemple sert pour marquer sur du papier ou autres petits plans, mais en campagne elle se fait autrement, par la croix arpentique: dont nous parlerons maintenant.

*Le donné.* Soit A B C un angle comprenant 50 degrez; (mais la maniere de trouver la quantité des degrez d'un angle sera declarée au deuxiesme livre de la practique de Geometrie.)

*Le requis.* Il faut marquer un angle en campagne, egal à l'angle A B C.

CONSTRVCTION.

Je prens une croix arpentique avec son cercle de degrez, dont le centre soit D, mettant entre une ligne D E, & la regle fiduciale D F 50 degrez, comme l'arc de E jusques à F, je mets puis apres une marque H au rayon, tendant par les visieres E G, mettant semblablement une marque I au rayon par les visieres de la ligne




fiduciale K F; ce qui estant ainsi, je di que l'angle comprins entre les lignes fouïes ou imaginées D H, D I, comme l'angle H D I est le requis, egal à l'angle A B C. Dont la demonstration est manifeste par le posé, veu que les rayons mesmes tendent par les visieres, dont l'angle se prend de 50 degrez.

*Conclusion.* Nous avons donc marqué deux lignes, qui font un angle egal à un angle donné, selon le requis.

## PROPOSITION V.

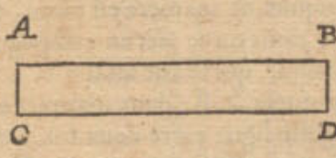
PAR *un poinct donné, à une ligne droite donnée, marquer une parallele.*

*Le donné.* Soit A B une ligne droite, & C un poinct.

*Le requis.* Il faut par le poinct C marquer une parallele avec la ligne A B.

CONSTRVCTION.

Je tire A C & B D egale avec A C toutes deux à angle droit sur A B, puis apres C D, que je dis estre parallele avec A B, dont la demonstration se tire de la 31 propos. du 1 livre *d'Euclide.*




Quant à la designation des paralleles en campagne par la croix arpentique, veu que nous avons declaré cy-devant la maniere de marquer des lignes droites sur la campagne, & des rectangulaires sur icelles, elle est assez manifeste par le susdit.

*Conclusion.* Nous avons donc par un poinct donné à une ligne donnée marqué une parallele, selon le requis.

## PROPOSITION VI.

MARquer *des circonferences de cercles.*

La maniere de marquer des petites circonferences de cercles avec compas, ou outils à deux pieds, dont l'un demeure sur le centre, & l'autre tourne alentour, est si commune qu'elle n'a besoin de declaration. Quant aux plus grandes circonferences, voire si grandes qu'elles ne se puissent marquer par des outils à deux pieds, ou chenies tenduës comme semidiametres; en cas que cela se rencontre, on le pourroit faire par rayons & marques, comme mettre des poincts en la circonference l'un joignant l'autre, egalement eloignez du centre, & en telle quantité, que l'arc entre deux soit presques egal à une ligne droite.

*Conclusion.* Nous avons donc marqué des circonferences de cercles, selon le requis.

## PROPOSITION VII.

EN *la circonference donnée du cercle, marquer son diametre.*

*Le donné.* Soit A B C D la circonference d'un cercle.

*Le requis.* Il faut marquer le diametre là dedans.

CONSTRVCTION.

Je tire quelque ligne droite dedans le cercle, comme D B, & par le milieu d'icelle la ligne C A à angle droit sur D B, laquelle C A est le diametre requis par la 1 proposition du troisiesme livre *d'Euclide.*

*Conclusion.* Nous avons doncques marqué en la circonference donnée du cercle son diametre, selon le requis.

CONSEQUENCE.

Par cecy est notoire comment se trouve le centre d'un cercle; car veu que A C est le diametre, il faut que le milieu d'iceluy, comme F, soit le centre du cercle.

## PROPOSITION VIII.

ESTant *donnée une partie de la circonference du cercle, parfaire toute la circonference.*

*Le donné.* Soit A B C partie de la circonference d'un cercle.

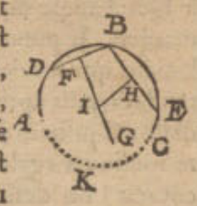
*Le requis.* Il faut parfaire l'entiere circonference.

CONSTRVCTION.

Je mets en l'arc donné quelques trois poincts, lesquels soyent D, B, E, & tire la ligne droite D B puis apres sur son milieu F, la ligne F G à angle droit sur D B, sem-

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

ſemblablement je tire B E, & ſur ſon milieu H la ligne H I à angle droit ſur B E, & touchant F G en I : Ce qui eſtant ainſi, I eſt centre de la circonference requiſe, parquoy ſur icelle deſcrit l'arc C K A, on a l'entiere circonference requiſe A B C K ; Dont la demonſtration eſt manifeſte par la 25 propoſition du troiſieſme livre *d'Euclide*.




*Concluſion.* Eſtant donc donnée une partie de la circonference du cercle, nous avons parfait l'entiere circonference, ſelon le requis.

### Consequence.

Par cecy eſt notoire comment on eſcrira la circonference d'un cercle, par trois poincts donnez qui ne ſont point en une droite ligne.

### Proposition IX.

*Svr le plus grand & plus petit diametre donné de l'ellipſe, marquer ſa circonference.*

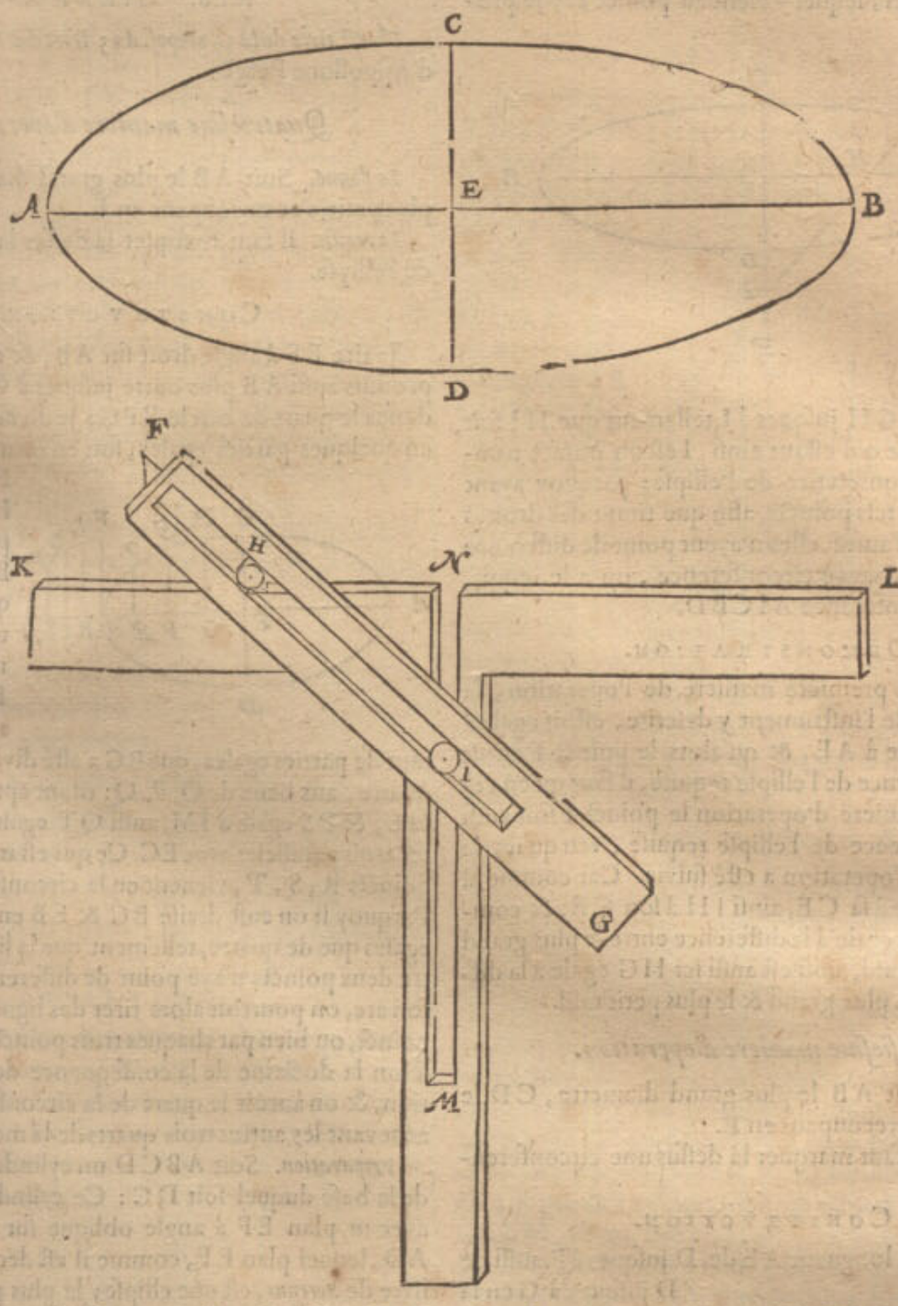
On ſe ſert fort de ceſte circonference és inſtruments de l'aſtrolabe, & principalement de l'aſtrolabe general dont traicte *Guido Vbaldus*, comme auſſi au fait des vouſtes és baſtiments.

*Le donné.* Soit A B le plus grand diametre, & C D le plus petit, s'entrecoupans en E.

*Le requis.* Il faut marquer là deſſus la circonference de l'ellipſe.

### Construction.

Comme avec le compas on deſcrit la circonference du cercle, ainſi la circonference de l'ellipſe avec l'inſtrument ci joinct, eſtant de ceſte qualité : F G eſt une




regle mobile, avec une fente au milieu, en laquelle ſe mettent deux cylindres H, I, à vis; au bout aupres de F eſt un poinct dont on marque la circonference; K L eſt une potence, auſſi avec une fente M N.

La circonference de l'ellipſe ſe fait ainſi avec cet inſtrument. La poincte du cylindre H ſe fiche auſſi loing de la poincte F, comme de E juſques à C ; & le cylindre I auſſi loing d'icelle poincte F, que de E juſques à A; puis apres on met la poincte F ſur la poincte C, & le cylindre H ſur le poinct N ; tellement que la regle F G vient au milieu de la potence, convenant la ligne K L ſur A B ; puis apres on fait couler le cylindre H contre le coſté K L ; laiſſant le cylindre I prendre ſa courſe dedans la fente M N. Ce qui eſtant ainſi, la poincte F deſcrit la moitié de la circonference requiſe ; & faiſant le ſemblable de l'autre coſté, on a l'entiere circonfe-

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

conference. Toutesfois c'eſt à ſçavoir, ſi pour venir avec le cylindre H juſques au poinct B, s'il faut, venant aupres de B, tourner une fois iceluy cylindre, car il eſt fait à cela.

La demonſtration de cecy eſt faite, ſi je ne me trompe, par *Guido Vbaldus* en quelque livret que j'ay perdu.

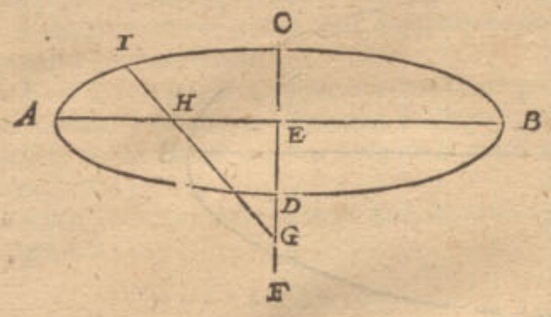
### *Autre maniere d'operation.*

*Le donné.* Soit AB le plus grand, CD le plus petit diametre, s'entrecoupans en E.

*Le requis.* Il faut marquer là deſſus la circonference de l'ellipſe.

CONSTRVCTION.

Je produis CD juſques à F, tellement que CF eſt egale à EA, je prens puis apres avec le compas la longueur de EF, & mets l'un pied en EF, ſoit au poinct G, l'autre en EA, lequel y vient au poinct H; je produis puis apres GH juſques à I, tellement que HI ſoit egale à EC: Ce qui eſtant ainſi, I eſt un poinct tombant en la circonference de l'ellipſe; parquoy ayant trouvé aſſez de tels poincts, afin que tirant des droites lignes de l'un à l'autre, elles n'ayent point de difference apparente de la vraye circonference, on a le requis, comme la circonference AICBD.




DEMONSTRATION.

Veu qu'en la premiere maniere de l'operation, la longueur FH de l'inſtrument y deſcrite, eſtoit egale à CE, & FI egale à AE, & qu'alors le poinct F eſtoit en la circonference de l'ellipſe requiſe, il faut qu'en ceſte ſeconde maniere d'operation le poinct I ſoit auſſi en la circonference de l'ellipſe requiſe, veu qu'icy la meſme raiſon d'operation a eſté ſuivie. Car comme là FH eſtoit egale à ſa CE, ainſi IH à ſon CE, & comme là HI eſtoit egale à la difference entre le plus grand & le plus petit raid, ainſi eſt auſſi ici HG egale à la difference entre le plus grand & le plus petit raid.

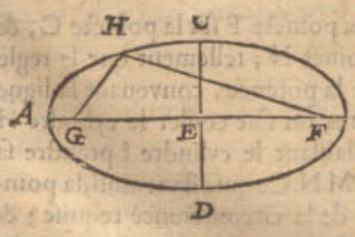
### *Troiſieſme maniere d'operation.*

*Le donné.* Soit AB le plus grand diametre, CD le plus petit, s'entrecoupans en E.

*Le requis.* Il faut marquer là deſſus une circonference de l'ellipſe.

CONSTRVCTION.

J'applique la longueur AE de D juſques à F, auſſi de D juſques à G en la ligne AB, marquant les deux poincts extremes F, G, je prens puis apres un filet de la longueur de AB, fichant ſes extremes aux poincts F, G; puis apres je




mets une plume ou poinçon accommodé à cela, contre le filet à angle droit ſur le plan, dans lequel la figure ſe marque. Je prens que ledit poinçon ſoit icy en H, tellement que les deux parties du filet GH, HF, ſoyent tenduës, puis apres le poinçon eſtant avancé de A par-deſſus C juſques à B, (entant que le filet GHF demeure touſiours egalement eſtendu, ſans s'alonger ou racourcir) on deſcrit ainſi la moitié de la circonference ACB.

Et ſemblable moitié circonference eſtant auſſi deſcrite de l'autre coſté comme BDA, on a le requis. J'ay veu ceſte maniere d'operation avec la demonſtration deſcrite, ſi je ne me trompe, par *Guido Vbaldus* au ſuſdit livret perdu, auquel il declaroit encore l'avoir trouvé en quelques vieux manuſcrits.

---

ALB. GIRARD.

*Elle eſt tirée de la 53 propoſ. du 3 livre des Elemens Coniques* d'Appollone Pergée.

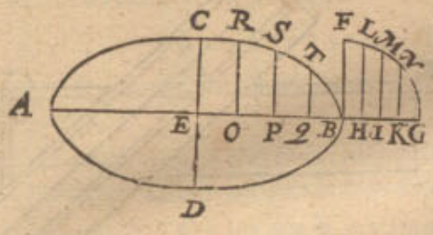
### *Quatrieſme maniere d'operation.*

*Le donné.* Soit AB le plus grand diametre, CD le plus petit, s'entrecoupans en E.

*Le requis.* Il faut marquer là deſſus la circonference de l'ellipſe.

CONSTRVCTION.

Je tire BF à angle droit ſur AB, & egale à EC, & produis auſſi AB plus outre juſques à G, deſcrivant là deſſus le quart de cercle BFG; Je diviſe puis apres BG en quelques parties egales, ſoit en quatre, aux lieux de H, I, K, tirant HL, IM, KN paralleles avec BF, & tellement que les extremitez L, M, N viennent dedãs l'arc FG. Je diviſe en apres EB en autant de parties egales, que BG a eſté diviſé, à ſçavoir en quatre, aux lieux de O, P, Q: tirant apres OR egale à HL, & PS egale à IM, auſſi QT egale à KN, & toutes trois paralleles avec EC. Ce qui eſtant ainſi, les trois poincts R, S, T, vienent en la circonference requiſe. Parquoy ſi on euſt diviſé BG & EB en plus de parties egales que de quatre, tellement que la ligne droite entre deux poincts n'aye point de difference nuiſante de ſon arc, on pourroit alors tirer des lignes de poinct en poinct, ou bien par chaques trois poincts tirer des arcs, ſelon la doctrine de la conſequence de la 8 propoſition, & on auroit le quart de la circonference requiſe, achevant les autres trois quarts de la meſme façon.



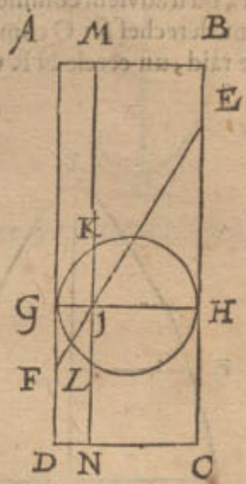

*Preparation.* Soit ABCD un cylindre, le diametre de la baſe duquel ſoit DC: Ce cylindre ſoit tranché avec un plan EF à angle oblique ſur l'extreme ligne AD, lequel plan EF, comme il eſt declaré au premier livre de *Serenus*, eſt une ellipſe; le plus grand diametre de laquelle EF, & le plus petit une ligne egale à CD. Derechef ſoit le cylindre tranché avec un plan GH parallele à la baſe, & la ſection ſera un cercle, lequel eſtant veu au coin ſera la ligne GH, tranchant EF en I; tellement que IF vaut le quart de EF, & ſera auſſi le meſme GH le diametre dudit cercle. Sur ce diametre GH ſoit deſcrit le cercle GKHL à angle droit ſur la baſe DC, & auſſi ſur l'ellipſe EF. Puis ſoit MN un plan veu

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

veu par le coin prolongé par le poinct I, à angle droit sur le cercle GKHL.

DEMONSTRATION.

Puis que GF est parallele avec EH, s'ensuit que le triangle GIF sera egal au triangle HIE; & pour cela, comme FI à IE, ainsi GI à IH: mais FI est un tiers de IE, ou un quart de FE par la preparation: pourtant GI est aussi un tiers de IH, ou bien un quart de GH. Puis la ligne IL est egale à la ligne dans le plan de l'ellipse de I jusques à la circonference de l'ellipse, (car le diametre GH demeurant ferme, & le cercle estant sur cela tourné jusques à ce qu'il soit parallele avec la base du cylindre, il est notoire que IL est la mesme à ladite ligne) parquoy quand on descrit un cercle sur la ligne egale au plus petit diametre d'un cylindre (comme on fait en ceste operation) & quand on tire sur le quart de cela une ligne à angle droit à la circonference, & qu'apres on tire pareillement une semblable ligne à angle droit sur le plus grand diametre de ladite ellipse, il est necessaire que l'extreme poinct d'icelle vienne dans la circonference de l'ellipse. Et combien que cecy ne soit demonstré que sur les quarts du diametre, il est notoire qu'il en est de mesme de toutes ses autres parties; parquoy tous les poincts ainsi trouvez tombent en la circonference de l'ellipse.




*Conclusion.* Nous avons doncques marqué sur le plus grand & plus petit diametre donné de l'ellipse sa circonference, selon le requis.

NOTEZ.

En marquant la section du cone on peut faire encores une cinquiesme maniere d'operation, dont nous parlerons en la 12 proposition.

PROPOSITION X.

*EN la circonference donnée d'une ellipse, marquer le plus grand & le plus petit diametre.*

*Le donné.* Soit A B C D la circonference d'une ellipse.

*Le requis.* Il faut marquer là dedans le plus grand & plus petit diametre.

CONSTRVCTION.

Je tire dedans la circonference donnée quelques deux paralleles, soyent C E, B F, & par leur milieu la ligne droite A D, laquelle estant un diametre, il faut que son milieu G soit le centre de l'ellipse: Mais elle n'est point necessairement le plus grand ou plus petit diametre: Maintenant pour trouver iceluy, je descris sur le centre G, avec le semidiametre, comme il advient, un cercle H I K L, coupant l'ellipse aux quatre poincts H, I, K, L. Je tire puis apres par M milieu de l'arc K L, & par N milieu de l'arc H I, la ligne O P, pour plus grand diametre requis;

Et Q R à angle droit sur O P, est le plus petit; dont la demonstration est manifeste par la construction.

*Conclusion.* Nous avons doncques marqué en la circonference donnée d'une ellipse, le plus grand & plus petit diametre, selon le requis.

CONSEQUENCE.

Par cecy est notoire comment se trouve le centre de la circonference de l'ellipse.

PROPOSITION XI.

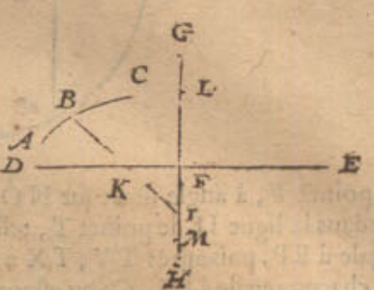
*ESTant donnée une partie de la circonference de l'ellipse, & le plus grand ou le plus petit diametre: Marquer le diametre defaillant.*

*Le donné.* Soit l'arc A B C partie de la circonference d'une ellipse; & D E le plus grand diametre.

*Le requis.* Il faut marquer le plus petit diametre.

CONSTRVCTION.

Je tire par le poinct F milieu de D E, la ligne droite G H à angle droit sur D E, appliquant puis apres la longueur D F de quelque poinct de l'arc donné, soit de B, jusques en la ligne F H; laquelle longueur je prens tomber de B jusques à I, & je tire B I coupant D F en K; puis apres je marque la longueur B K en la ligne F G, laquelle je prés tomber de F jusques à L, je mets puis apres en la ligne F H le poinct M, tellement que F M est egale à F L: ce qui estant ainsi, L M est le plus petit diametre requis. Dont la demonstration se tire de la deuxiesme maniere d'operation de la 9 proposition.




*Conclusion.* Estant doncques donnée une partie de la circonference de l'ellipse, & le plus grand ou le plus petit diametre, nous avons marqué le diametre defaillant, selon le requis.

CONSEQUENCE I.

Par une operation à rebours de la precedente est aussi notoire comment on marquera le plus grand diametre d'une partie donnée de la circonference, & du plus petit diametre donné. Soit par exemple A B C la partie donnée, & L M le plus petit diametre. Pour marquer par cecy le plus grand diametre, je tire par le poinct F milieu de L M, la ligne droite infinie D E, à angle droit sur L M, appliquant puis apres la longueur L F, de quelque poinct de l'arc donné, soit de B jusques en la ligne D E, laquelle longueur je prens tomber de B jusques à K; je produis en apres B K jusques à ce qu'elle touche L M, ce qui soit en I; puis apres je marque la longueur B I en la ligne infinie F D, laquelle je prens tomber de F jusques à D, puis je mets en l'infinie F E le poinct E, tellement que F E est egale à F D: ce qui estant ainsi, D E est manifestement le plus grand diametre requis.

CONSEQUENCE II.

Par le precedent est notoire comment on pourra parfaire l'entiere circonference de l'ellipse par un arc donné & le plus grand ou plus petit diametre.



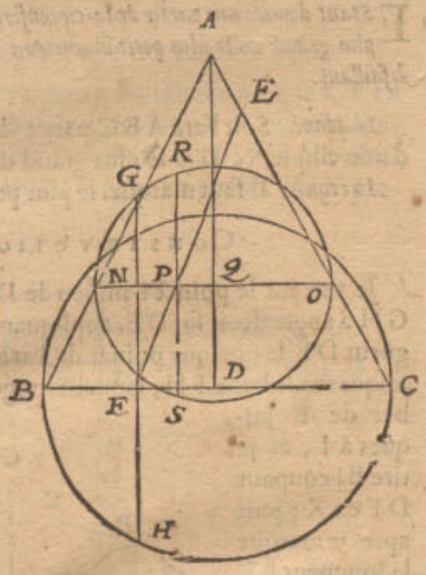
Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

### Proposition XII.

**Marquer la circonference de la section du cone.**

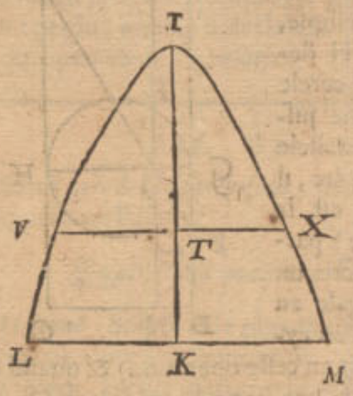
*Le donné.* Soit A B C un cone, dont le diametre de la base B C, & l'axe A D, laquelle est coupée avec un plan E F à angle droit sur le plan A B C, comprins entre les costez & diametre de la base du cone.

*Le requis.* Il faut marquer la circonference de la section d'un cone, egale & semblable avec celle qui est en iceluy plan coupant.




### Construction.

Je descris sur D comme centre, & avec D B comme raid, le cercle B G C H, tirant là dedans G H par le poinct F à angle droit sur B C, puis apres I K egale à E F, & K L, K M à angle droit sur I K, & chacune egale à F H : Puis apres au triangle A B C quelque ligne N O parallele avec B C, & coupant E F, où il advient comme en P, & A D en Q, descrivant derechef sur Q comme centre, & avec Q N comme raid, un cercle N R O S, tirant là dedans R S par




le poinct P, à angle droit sur N O. Apres je marque dedans la ligne I K le poinct T, tellement que I T est egale à E P, puis apres T V, T X à angle droit sur I K, & chacune egale à P S. Ce qu'estant ainsi, I est le sommet de la section du cone requis, L M la base, & V, X les poincts en la circonference, parquoy ayant trouvé assez de tels poincts, afin que les lignes droites de l'un à l'autre, n'ayent point de difference remarquable de la vraye circonference, on a le requis, comme la circonference de la section du cone L V I X M.

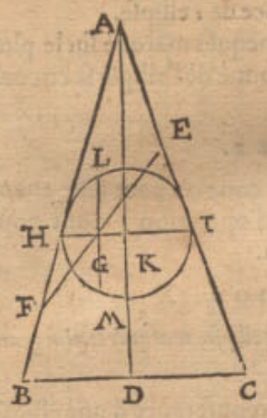
### Demonstration.

Le cercle B G C est egal à la base du cone, & G H à la base de la section du cone, ainsi est aussi L M avec G H par l'operation ; Pourtant les deux poincts extremes L, M sont en la circonference de la section du cone. Or ce qui a esté demonstré icy du cone A B C, s'entend aussi du cone A N O ; car la base de la section d'iceluy cone est aussi egale à R S, & consequemment à V X; parquoy V, X, sont poincts en la circonference de la section du cone. Et le semblable sera aussi demonstré de tous poincts ainsi trouvez, hors desquels consistant la circonference L V I X M, elle est la requise.

*Conclusion.* Nous avons doncques marqué la circonference de la section du cone, selon le requis.

### Notez.

Quand la ligne E F est plus esloignée de la ligne A B au bout F, qu'au bout E, alors la section du cone s'appelle hyperbole. Mais y estant plus pres, c'est un cercle ou ellipse. La ligne E F estant parallele avec A B, la section s'appelle parabole. Mais l'operation de toutes sections est semblable à la precedente. C'est assavoir quand la section du cone devient une ellipse, on trouve son plus long & plus court diametre ainsi. Soit A B C un cone, dont l'axe A D, lequel soit tellement coupé, que E F signifie le plus long diametre. Pour auoir maintenant le plus court, je marque le poinct G, milieu de E F, & tire H I parallele avec B C, coupant l'axe en K; je descris sur K comme centre, avec K H raid, le cercle H L I M, & en iceluy la ligne droite L G M parallele avec A D, laquelle soit necessairement la longueur du plus court diametre, à cause des raisons declarées en la precedente demonstration; parquoy quand on marque la circonference d'une ellipse, dont le plus grand diametre est egal à E F, & le plus petit egal à L M, selon la maniere de la 9 proposition, on a le requis.




### Proposition XIII.

**Marquer la circonference d'une section d'une spheroïde donnée.**

*Le donné.* Soit A B C D une spheroïde, dont le plus grand axe est A C, & coupé avec un plan B D, à angle droit sur le plan A B C D.

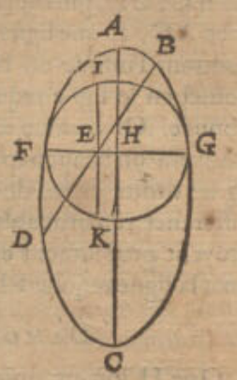
*Le requis.* Il faut marquer la circonference de la section, egale & semblable avec celle qui consiste en ce plan coupant.

### Construction.

Je marque le poinct E au milieu de B D, je tire puis apres la ligne F G à angle droit sur A C, finissant de deux costez en la circonference donnée, & coupant A C en H : Je descris puis apres sur le poinct H comme centre, le cercle F I G K, tirant en iceluy I K par le poinct

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

poinct E à angle droit sur FG. Ce qu'estant ainsi, DB est le plus grand diametre, & IK le plus petit de la circonference requise de la spheroïde; ce qui estant tousiours un cercle, ou comme icy en ceste figure une ellipse, il n'y reste qu'à marquer sur deux diametres egaux à DB, IK une ellipse, selon la maniere de la 9 proposition, qui soit L, & on a le requis. Dont la demonstration est semblable à celle de la precedente 12 proposition.




*Conclusion.* Nous avons donc marqué la circonference d'une section spheroïdale; selon le requis.

## PROPOSITION XIV.

**MArquer une ligne spirale sur une premiere ligne donnée.**

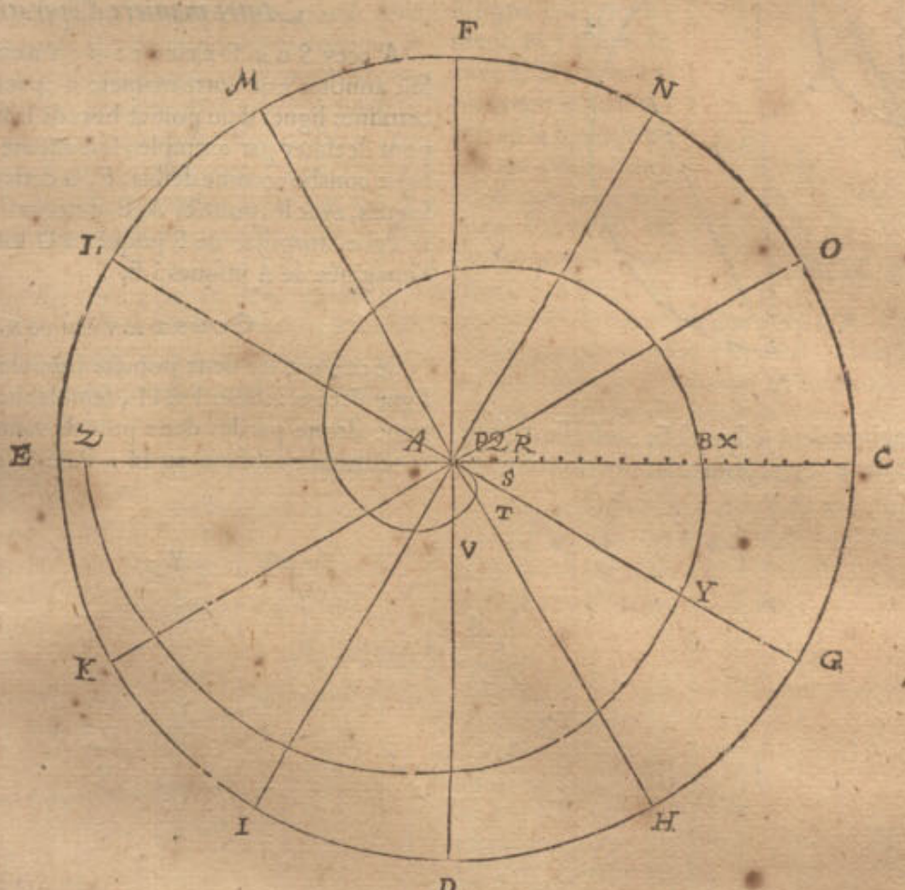
*Vitruve* descrit au troisiesme chapitre de son troisiesme livre la maniere de marquer une ligne spirale, toutesfois nostre intention n'est point d'imiter icy telle figure, mais de suivre la definition *d'Archimede*: Et cela à cause des speculations geometriques, qui se trouvent en icelle, comme il apparoistra en son lieu cy-apres.

*Le donné.* Soit AB une premiere ligne.

*Le requis.* Il faut marquer une ligne spirale, dont la premiere ligne soit AB.

### CONSTRVCTION.

Je descris sur le poinct A comme centre, la circonference de quelque cercle CDEF, laquelle je divise en quelques parties egales, je prens pour exemple en 12,




aux poincts C, G, H, D, I, K, E, L, M, F, N, O; Je tire puis apres EC, LG, MH, FD, NI, OK, qui s'entrecoupent toutes au centre A: apres en autant de parties que la circonference est divisée, en autant divisay-je aussi la ligne AC, à sçavoir en 12, comme aux poincts P, Q, R, & semblables: Je marque puis apres la longueur AP de A jusques à S, en la ligne AG; & la longueur de AQ, je l'applique de A jusques à T, en la ligne AH, je mets semblablement la longueur AR de A jusques à V, en la ligne AD: Et faisant le semblable avec les autres poincts jusques à ce qu'on vienne à B, adonc tous les poincts A, S, T, V, B, avec des semblables, sont en la circonference de la ligne spirale requise. Pour avoir maintenant la partie de la ligne spirale AST, laquelle differera fort peu de la vraye, on trouve un poinct sur lequel on met le pied ferme du compas, tellement que le pied mobile tend par les trois poincts A, S, T, & faisant le semblable avec encores trois autres poincts, & cela aussi souvent qu'on vienne jusques à B, on a la premiere circonference. Mais si on veut descrire la ligne spirale plus avant, on marque de B vers C le poinct X, tellement que BX est egale à AP, appliquant puis apres la longueur AX de A jusques à Y en la ligne AG: Et faisant le semblable avec les autres, on fait autant de tours de lignes spirales qu'on veut. Notez encores que comme le cercle CDEF est icy divisé en 12, ainsi le peut-on diviser en 24 ou 48, ou plusieurs autres parties egales, & adonc l'operation en sera plus certaine. La demonstration de cecy est fondée sur la definition du plan de la ligne spirale *d'Archimede*.

*Conclusion.* Nous avons doncques marqué une ligne spirale sur une premiere ligne donnée, selon le requis.

## PROPOSITION XV.

**MArquer une ligne semblable à une ligne courbe donnée, de qualité indefinie.**

*Le donné.* Soit ABCDE une ligne courbe de forme irreguliere, n'estant point de la qualité de quelques



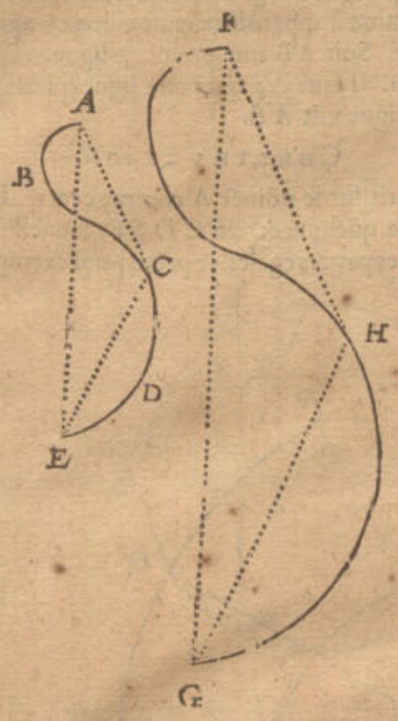
Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

unes des precedentes, mais indefinie; apres F, G soyent deux poincts homologues avec les poincts A, E.

*Le requis.* Il faut tirer une ligne de F jusques à G, semblable à la ligne A B C D E.

CONSTRVCTION.

Je presuppose premierement que la ligne droite occulte ou imaginée de F jusques à G, soit parallele avec




l'occulte ou imaginée de A jusques à E; car si elle n'estoit pas donnée parallele, on la pourroit remettre ainsi: Je marque puis apres en la ligne donnée quelque poinct où que ce soit, comme C, tirant les deux lignes occultes A C, C E, puis apres l'infinie occulte F H parallele avec A C, & une ligne de D parallele avec E C, rencontrant l'infinie en H: ce qu'estant ainsi, H est un poinct en la ligne requise, homologue avec C en la donnée. Or comme icy, le poinct H est trouvé, ainsi trouvera-on beaucoup d'autres poincts, & tant que les lignes droites tirées de l'un à l'autre, n'ayent point de difference remarquable des courbes, lesquelles devroyent proprement estre telles. Ce qui estant ainsi, on a la ligne requise F H G.

DEMONSTRATION.

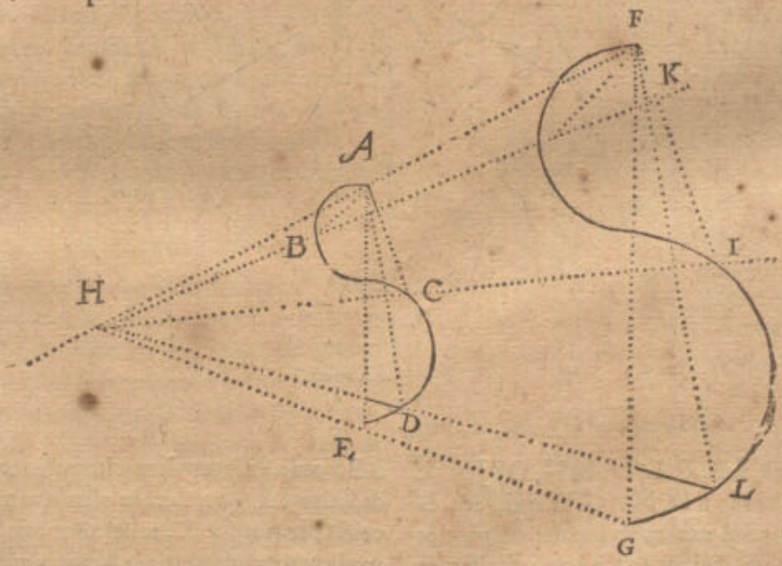
Que H soit un poinct homologue avec C, appert en la 18 proposition du sixiesme livre *d'Euclide*, par où le reste est notoire.

*Autre maniere d'operation.*

A cecy SON EXCELLENCE a encores trouvé & fait annoter une autre maniere d'operation, en tirant certaines lignes d'un poinct hors de la figure. Laquelle pour declarer par exemple, soit encore A B C D E une ligne courbe comme dessus, F, G deux poincts homologues, avec les poincts A, E, derechef ainsi posés, que la ligne imaginée de F jusques à G soit parallele avec l'imaginée de A jusques à E.

CONSTRVCTION.

Je tire par les deux poincts homologues F, A, une ligne droite infinie F A H, semblablement une autre ligne droite par les deux poincts homologues G, E, rencontrant l'infinie en H: Posé le cas maintenant




qu'en la ligne requise de F jusques à G, je vueille trouver un poinct homologue avec C, je tire par C la ligne infinie H I, puis apres A C, & hors du poinct F une parallele avec icelle A C, rencontrant l'infinie en H: Ce qu'estant ainsi, I est un poinct en la ligne requise, homologue avec C en la donnée. Or comme icy est trouvé le poinct I, on trouvera ainsi plusieurs autres poincts, comme par exemple K, L, homologues avec B, D, & autres semblables, jusques à tant que les lignes droites de l'un à l'autre, n'ayent aucune apparente ou empeschante difference des courbes, lesquelles seroyent proprement telles; & on a le requis. La facilité de l'operation qui en provient, est qu'en toutes lignes infinies tirées de H par la ligne donnee où il soit, on a tousiours un poinct homologue requis, avec le poinct de la commune section de la ligne courbe donnée & infinie. Dont la demonstration est comme au precedent.

*Conclusion.* Nous avons doncques marqué une ligne semblable avec une ligne courbe donnée, de qualité indefinie, selon le requis.

## SECONDE PARTIE DU PREMIER LIVRE DE LA DESCRIPTION DES SVPERFICES.

### PROPOSITION XVI.

MArquer *des plans rectilignes de forme requise.*

NOTEZ.

Veu que la description des plans de villes, forteresses, campagnes, & païsages est un des poincts principaux, & à

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

& à quoy SON EXCELLENCE a pris garde és mathematiques, en quoy auſſi elle s'eſt exercé diligemment & plus que le vulgaire, comme eſtant choſe utile entre autres aux fortifications & aſſiegemens de villes, & que joignant cela ceſte propoſition ſert de general ſubject, ſur lequel telle matiere ſe fonde; nous avons eu egard à cela, & en avons deſcrit des exemples (ainſi qu'ils ont eſté depeſchez par SON EXCELLENCE, tant mechaniquement en campagne, que mathematiquement ſur le papier) en plus grande quantité & plus diſtinctement que nous n'euſſions fait. Or pour comprendre icy briefvement l'ordre d'iceux exemples comme en un argument, il faut ſçavoir que la deſcription des plans rectilignes de forme requiſe, ſelon noſtre intention, ſe fait de deux façons; l'une mathematiquement avec pures grandeurs, l'autre mechaniquement meſlée de nombres. Les exemples de la façon mathematique, ſont premierement ſur le papier d'un triangle, & plan rectiligne: Secondement ſur terre du petit en grand, puis apres du grand en petit. La deſcription mechanique ſe fait par aſſomption d'angles droits, ou d'angles incertains. En l'aſſomption d'angles droits ſe rencontrent des exemples en triangles, qui ſont rectangulaires, ou obliquangulaires, & en plans rectilignes. La deſcription par aſſomption des angles incertains, ſe fait par aſſomption d'angles internes tirez ſelon quelque regle, & par angles externes.

Deſquelles diverſitez on peut és deſcriptions que nous rencontrons, choiſir la plus commode, ſelon les circonſtances. Et pour plus ample declaration, nous tamentevrons les ſuſdites diſtinctions en façon de table, comme cy-deſſous.

La deſcription des plans rectilignes, ſe fait icy
- mathematiquement avec pures grandeurs ſur
  - papier d'un
    - triangle au 1 exemple.
    - plan rectiligne au 2.
  - terre du
    - petit en grand au 3.
    - grand en petit au 4.
- mechaniquement par nõbres, avec aſſomption de
  - rectangles en un
    - triangle
      - à angle droit au 5.
      - à angle oblique au 6.
    - plan rectiligne au 7.
  - angles incertains
    - internes au 8.
    - externes au 9.

## PREMIEREMENT DE LA MANIERE MATHEMATIQVE.

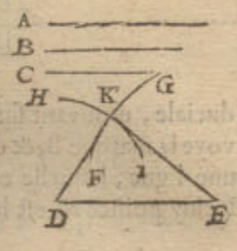
### 1 *Exemple ſur le papier, d'un triangle qui ſoit marqué de trois lignes droites egales à trois lignes droites données, à condition que chaque deux lignes enſemble ſoyent plus grandes que la troiſieſme.*

*Le donné.* Soyent A, B, C trois lignes droites, dont chaque deux ſont plus grandes que la troiſieſme, car autrement il ſeroit impoſſible d'en faire un triangle.

*Le requis.* Il faut marquer un triangle de trois lignes droites egales aux données.

CONSTRVCTION.

Je tire la ligne DE egale à une des trois, comme à A, apres je prés la longueur avec le compas de B, & deſcris avec iceluy ſur le poinct E comme centre, l'arc FG aſſez grand; puis apres je ptens avec le meſme compas la longueur de C, en deſcrivant ſur D comme centre, l'arc H I, coupant F G en K, & tire D K, EK. Ce qu'eſtant ainſi, je dis que K D E eſt le triangle requis: dont la demonſtration eſt faite en la 22 propoſition du premier livre *d'Euclide.*



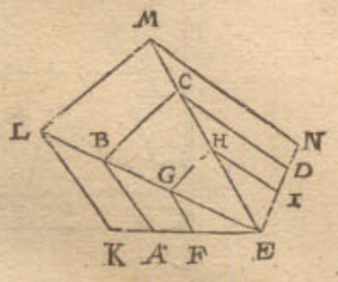

### 2 *Exemple d'un plan rectiligne comme il advient.*

*Le donné.* Soit A B C D E un plan, & E F un coſté homologue avec A E.

*Le requis.* Il faut marquer un plan ſur E F, ſemblable à A B C D E.

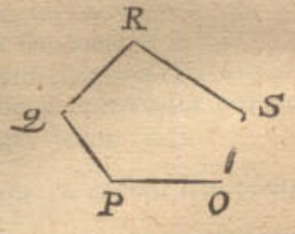
CONSTRVCTION.

Je diviſe le pentagone en ſes triangles avec les lignes E B, E C, puis je tire F G parallele avec A B, & ainſi que le poinct G ſoit en la ligne E B, ſemblablement G H parallele avec B C, & tellement que le poinct H ſoit en la ligne E C, finalement H I parallele avec C D, & tellement que le poinct I ſoit en la ligne E D: Ce qui eſtant ainſi, je dis que le pentagone F G H I E eſt le plan requis, ſemblable à A B C D E, ſur le coſté E F homologue avec E A. Le ſuſdit exemple eſt marqué du grand en petit. Mais ſi on le vouloit du petit en grand, comme ſi l'homologue du plan requis avec A E eſtoit plus grand qu'iceluy A E, comme par exemple E K, la maniere de l'operation eſt comme deſſus; car on tireroit alors K L, L M, M N, homologues avec les ſuſdites A B, B C, C D, hors de la figure A B C D E, tellement que le plan requis ſeroit K L M N E: Dont la demonſtration eſt manifeſte par la 18 propoſition du ſixieſme livre *d'Euclide.*




NOTEZ.

La ligne E F qui doit eſtre homologue avec E A, eſtoit icy miſe en la meſme E A, mais ſi elle en eſtoit dehors, comme par exemple ceſte O P, on marqueroit alors dedans la ligne E A la ligne E F, egale à O P, trouvant le pentagone F G H I E comme deſſus. Mais pour trouver alors un autre ſemblable pentagone ſur O P, on tireroit (ſi on ne le vouloit faire en perçant le papier) P Q egal à F G, & l'angle O P Q egal à l'angle E F G; & faiſant le ſemblable avec les autres coſtez & angles, on a le pentagone requis.




### 3 *Exemple du petit en grand.*

*Le donné.* Soit A B C D un papier quarré, & là deſſus un plan rectiligne E F G H, & une ligne ſur la terre depuis le ſuſdit G juſques à I.

*Le requis.* Il faut marquer un ſemblable plan ſur la campagne, tellement que G I ſoit homologue avec G H.

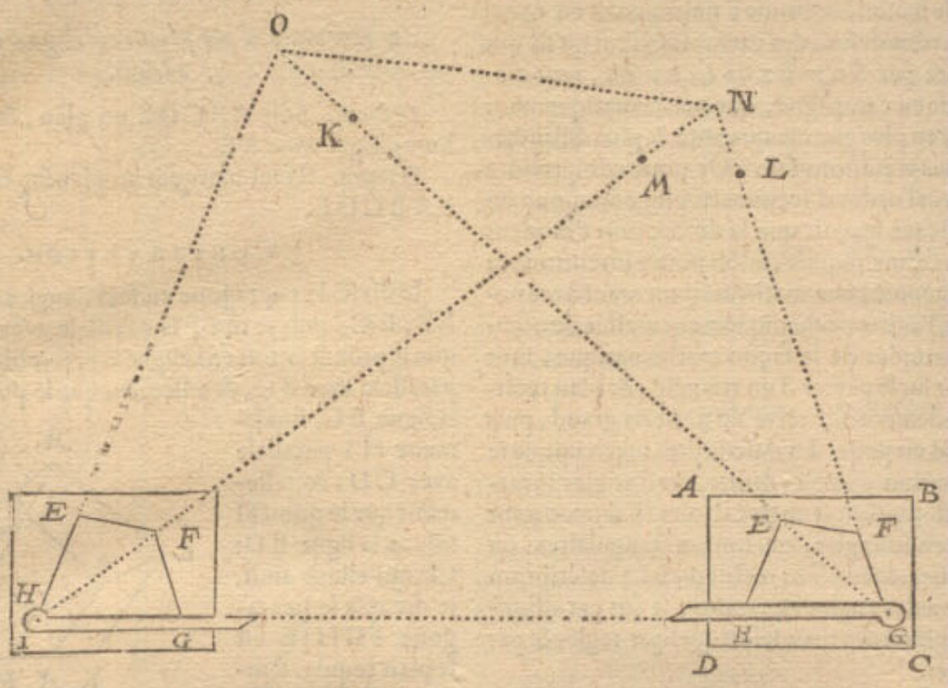
CONSTRVCTION.

Je mets le poinct G du quadrangle E F G H, ſur le poinct G de la ligne G I en campagne, & par l'aide de la regle fiduciale j'applique G H ſur la ligne en cam-



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

pagne G I ; je tourne puis apres icelle regle fiduciale mouvant sur le poinct G, jusques à ce qu'elle soit dessus le poinct E, & fais mettre au rayon de G dessus E quelque marque, comme K ; & semblablement une marque L dessus le poinct F. Venant puis apres avec le papier à l'endroit de I de la seconde station, je mets le poinct H du quadrangle H E F G, sur le poinct I, & par l'aide de la regle fiduciale, j'applique derechef H G du papier, sur la ligne en campagne I G, je tourne puis apres icelle regle fiduciale mouvant sur le poinct I, jusques à




ce qu'elle convienne dessus F, & fais au rayon de I dessus F pour mettre quelque marque comme M, puis apres je viens au lieu de N, & mets là une marque, en sorte que je la voye en une ligne droite avec les deux marques I, M, en la ligne aussi des deux marques L, G. Ce qu'estant ainsi, j'oste les deux marques L, M, afin de ne point causer d'erreur, & le poinct N me signifie le poinct homologue avec F, & de mesme façon je trouve le poinct O homologue avec E, tellement que le quadrangle G I O N comprins par lignes rayées en terre, ou seulement par rayons imaginez de l'une marque jusques à l'autre, est le plan requis, dont la demonstration sera comme la precedente.

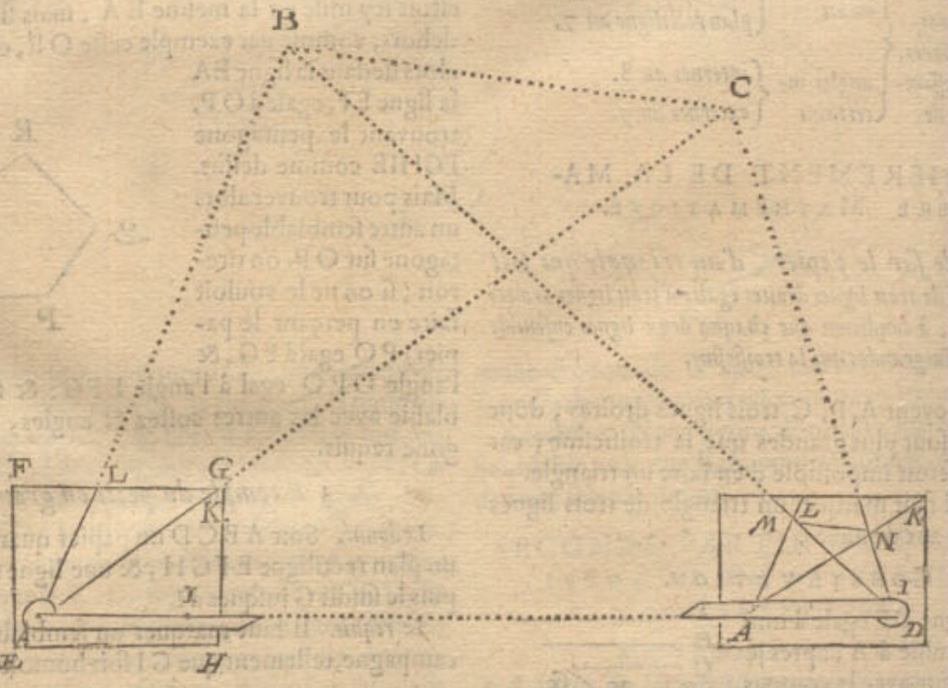
### 4 *Exemple du grand en petit.*

*Le donné.* Soyent A, B, C, D quatre marques, comme tours ou signes sur la terre, comprenant un quadrangle, & E F G H un papier, avec une ligne sur iceluy A I.

*Le requis.* Il faut marquer un semblable plan sur le papier, tellement que A I soit homologue avec A D.

#### Construction.

Tournant la regle fiduciale sur le poinct A, je fais convenir A I avec A D, puis je tourne encores icelle regle fiduciale devers C, & tire au long d'icelle la ligne A K ; puis apres je tourne la regle fiduciale jusques à B, & marque la ligne A L. Venant puis apres avec le pa-




pier au lieu de D de la seconde station, je mets le poinct I de la ligne I A sur le poinct D, & par l'aide de la ligne fiduciale, j'applique la ligne I A du papier, sur la ligne D A en terre ; je tourne puis apres icelle regle fiduciale, mouvant sur le poinct D, jusques à ce que je voye la marque B, & du long de la regle fiduciale je tire une ligne, laquelle coupe la ligne D L au poinct M. Iceluy poinct M est homologue avec le poinct B : je tourne

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

tourne puis apres la regle fiduciale jusques à ce que je voye la marque C, & tire du long de la regle fiduciale une ligne, laquelle coupe la ligne AK au poinct N: iceluy poinct est homologue avec le poinct C, parquoy tirée la ligne MN, je dis que AMNI est le quadrangle requis; dont la demonstration est comme la precedente.

NOTEZ.

Que par ceste maniere on pourra facilement faire le plan d'un païsage, comme de villes, villages, maisons, & autres choses semblables qui se presentent à la veuë, c'est assavoir trouvant des poincts qui soyent homologues avec toutes les marques d'alentour, & cela seulement par deux stations; car comme icy les deux poincts B, C sont marquez par devant, ainsi on peut trouver des semblables poincts sur les mesmes deux stations par derriere.

## S'ENSUIT LA MANIERE MECHANIQVE PAR NOMBRES:

### Et premierement de la description des plans par l'assomption d'angles droits.

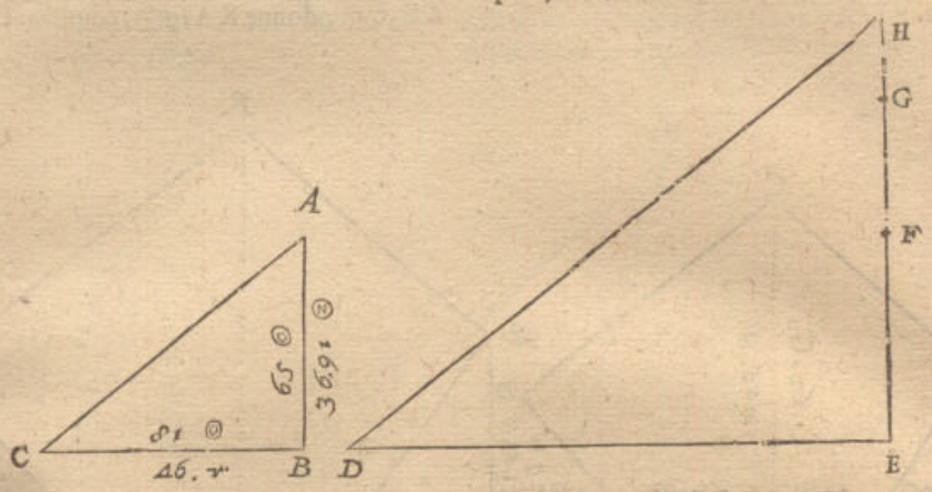
#### 5 *Exemple d'un triangle rectangle.*

*Le donné.* Soit ABC un triangle en petit sur le papier, dont l'angle B est droit, & soit DE une ligne sur la terre longue de 46 verges.

*Le requis.* Il faut marquer un semblable triangle sur terre, tellement que DE soit homologue avec CB.

CONSTRVCTION.

Je mesure sur une eschelle le costé BC, le trouvant, je prens, de 81 ⊙, & AB 65 ⊙, escrivant chaque nombre à son costé, comme il appert en la figure. Puis apres je dis, CB 81 ⊙, donnent BA 65 ⊙, combien DE




46 verges? vient pour le costé homologue avec BA 3691 ②, que je mets à la figure dessous les 65 ⊙, & les 46 verges dessous les 81 ⊙, comme il appert; tellement que les nombres exterieurs signifient les costez de la figure requise. Avec ce papier je viens au lieu en campagne, mettant sur le poinct E une croix d'arpenteur, & voyant par les visieres de l'un costé la marque D, je fay mettre au rayon des autres visieres quelque marque comme F, & encores une comme G, pour aller droit en mesurant: Je mesure puis apres de E vers G 3691 ②, lesquelles parviennent, je prens, jusques à H. Cecy estant ainsi, je dis que le triangle sur la terre HED est le requis.

*Preuve.* Je mesure CA sur l'eschelle, je la trouve par exemple de 10387 ②, je dis puis apres, CB 81 ⊙, donnent CA 10387 ②, combien DE 46 verges? vient pour DH 5899 ②: Parquoy quand on mesure iceluy DH, il le faudroit trouver d'icelle longueur: Autrement (d'autant que c'est un triangle rectangle) on pourroit adjouster le quarré de DE 46 verges, faisant 2116 ⊙, au quarré de EH 3691 ②, faisant 13643481 ②, ensemble 13783481 ②, dont la racine quarrée pour DH, fait comme dessus 5899 ②. Et par ainsi on pourra faire de semblables preuves sur les exemples suivans.

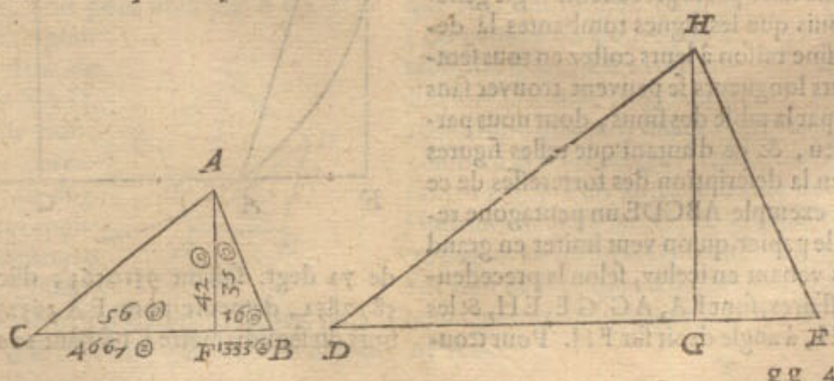
NOTEZ.

En ce cinquiesme exemple nous avons touché de quelque maniere de mesurer des lignes, comme nous ferons aussi aux exemples suivans de ceste proposition: Sur quoy quelqu'un pourroit dire que ce n'est pas le lieu de mesurer en ce premier livre de la description, mais que cela se feroit plus commodement & proprement au second livre suivant, où aussi il est parlé expressement de la chose. Sur cecy on respond, que ceste description ne se peut faire sans mesurer, ni telle maniere de mesurer sans description; & que pourtant nous sommes contraints de toucher premierement quelque mot de l'une sans avoir expliqué l'autre.

#### 6 *Exemple d'un triangle comme il advient.*

*Le donné.* Soit ABC un triangle en petit sur le papier, & DE une ligne sur terre longue de 60 verges.

*Le requis.* Il faut marquer un semblable triangle sur terre, tellement que DE, soit homologue avec CB.






Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

CONSTRVCTION.

Je tire AF à angle droit ſur l'homologue avec DE, qui eſt ſur CB, puis je meſure CF, ſur l'eſchelle, la trouvant, je prens, de 56 ◎, FB 16 ◎, AF 42 ◎, leſquels nombres j'eſcris chacun ſur ſa ligne. Je dis puis apres, CB 72 ◎, donne CF 56 ◎, combien DE 60 verges? vient pour l'homologue avec CF 4667 ②: Et ainſi viendra pour l'homologue avec FB 1333 ②, & pour l'homologue avec AF 35 ◎ ou verges, que je mets toutes ſur le papier en leur place dedans la figure, comme il appert.

Avec ce papier je viens au lieu en campagne, meſurant de D vers E 4667 ②, leſquelles viennent, je prens, depuis D juſques à G: Puis apres je mets la marque H, tellement que GH fait 35 verges, & qu'elle vienne à angle droit ſur DG, ſelon la maniere qui a eſté dite au 5 exemple: ce qui eſtant ainſi, HED eſt le triangle requis.

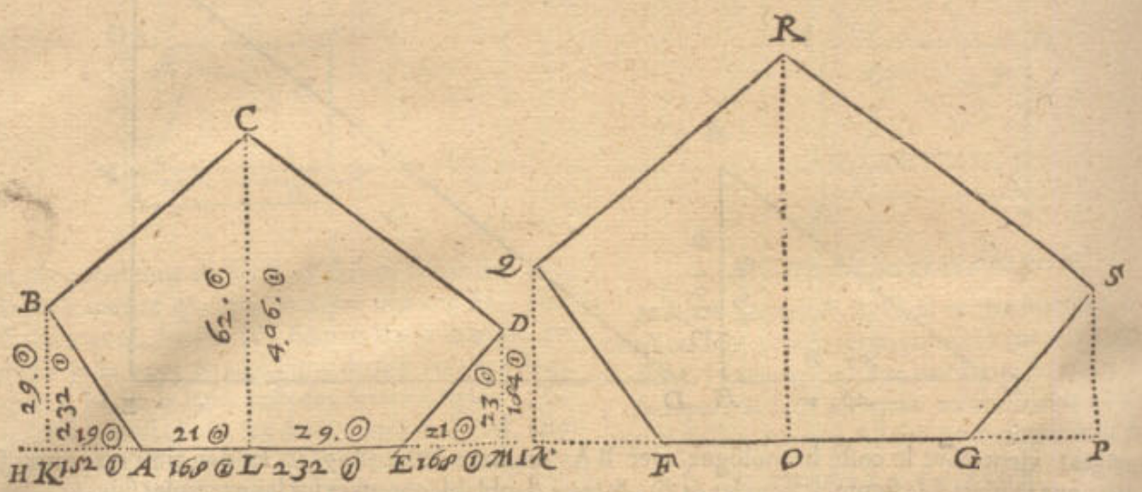
*7 Exemple d'un plan rectiligne comme il advient.*

*Le donné.* Soit ABCDE un plan rectiligne en petit ſur le papier de telle figure qu'il advient, & FG une ligne ſur terre longue de 40 verges.

*Le requis.* Il faut marquer un ſemblable plan ſur terre, tellement que FG ſoit homologue avec AE.

CONSTRVCTION.

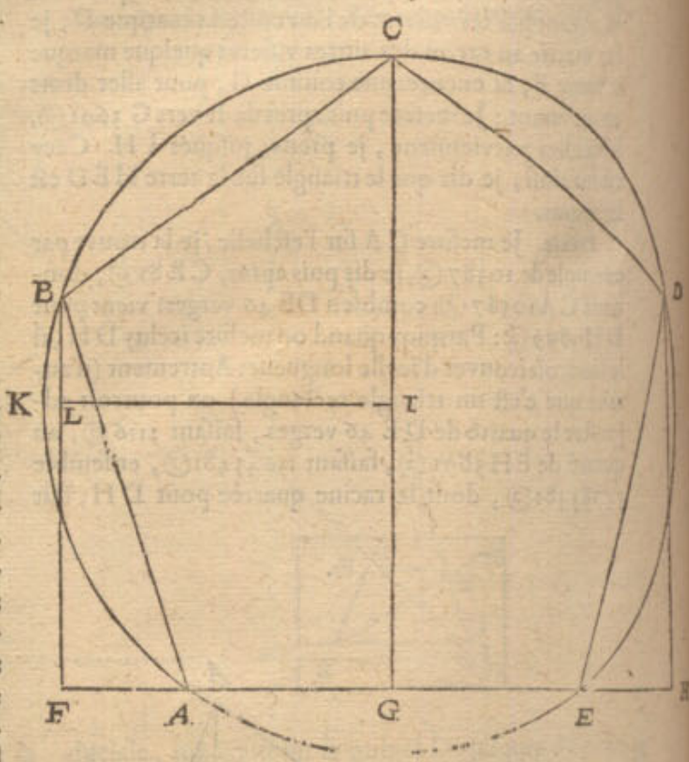
Je prolonge l'homologue avec FG, comme AE, des deux coſtez aſſez avant; comme juſques à H, I, & tire ſur HI à angle droit BK, CL, DM, je meſure puis apres ſur l'eſchelle les lignes KA, AL, LE, EM, BK, CL, DM, les trouvant, je prens, de 19 ◎, 21 ◎, 29 ◎, 21 ◎, 29 ◎, 62 ◎, 23 ◎, leſquels nombres j'eſcris chacun ſur ſa ligne, comme il appert: Je dis puis apres, AE 50 ◎, donne KA 19 ◎, combien FG 40 verges?




vient pour l'homologue avec KA 152 ①, que j'eſcris deſſous la meſme ligne KA: Apres, AE 50 ◎, donne AL 21, combien FG 40 verges? vient pour l'homologue avec AL 168 ①, que j'eſcris ſous icelle AL: Et faiſant le ſemblable avec tous les autres, les nombres viennent comme on voit à la figure: Avec ce papier je viens au lieu en campagne, meſurant de F juſques à N 152 ① (pourveu que N vienne en une ligne droite, ou rayon, en laquelle ſont les marques F, G,) Puis apres de F juſques à O 168 ①, & veu que FG fait 40 verges, il faut neceſſairement que OG ſoit long de 232 ①: puis apres GP 168 ①, apres NQ 232 ①, OR 496 ①, PS 184 ①, toutes trois à angle droit ſur NP. Ce qu'eſtant ainſi, le pentagone FQRSG eſt le plan requis.

NOTEZ.

Combien que la deſcription des plans reguliers ſur terre (à ſçavoir, dont les coſtez & angles ſont d'egale grandeur, qu'on appelle auſſi equilateraux au circle inſcriptibles) ſe puiſſe faire par la precedente regle generale; toutesfois puis que les lignes tombantes là dedans, ont une meſme raiſon à leurs coſtez en tous ſemblables plans, leurs longueurs ſe peuvent trouver ſans eſchelle, à ſçavoir par la table des ſinus, dont nous parlerons quelque peu, & ce d'autant que telles figures ſont fort uſitées en la deſcription des fortereſſes de ce temps. Soit pour exemple ABCDE un pentagone regulier en petit ſur le papier, qu'on veut imiter en grand ſur terre, les lignes venant en iceluy, ſelon la precedente operation neceſſaires, ſont FA, AG, GE, EH, & les trois BF, CG, DH, à angle droit ſur FH. Pour trouver maintenant par la table des ſinus leurs raiſons, on dit que AG eſt ſinus de 36 deg. faiſant (en la table dont le ſemidiametre 10000000) 5877852: FG egal au ſinus




de 72 degr. faiſant 9510565, d'iceux ſouſtrait AG 5877852, demeure pour FA 3632713: CG conſiſte hors du ſemidiametre CI faiſant 10000000, avec IG egal

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

egal au sinus de 54 deg. faisant 8090170, ensemble pour CG 18090170. Pour trouver maintenant BF, je tire KI à angle droit sur CG, & coupant BF en L: Ce qui estant ainsi, CK est un arc de 90 deg. & BC de 72, iceux soustraits des 90, reste KB 18 deg. dont le sinus BL fait 3090170, à iceux adjousté LF, egal à IG 8090170, font ensemble pour BF 11180340. Apres, veu que GE, EH, DH sont egaux à AG, AF, BF, les lignes sont aussi cognuës. Et semblable sera la procedure és autres plans reguliers.

## SENSUIT LA DESCRIPTION DES PLANS PAR L'ASSOMPTION D'ANGLES INTERNES.

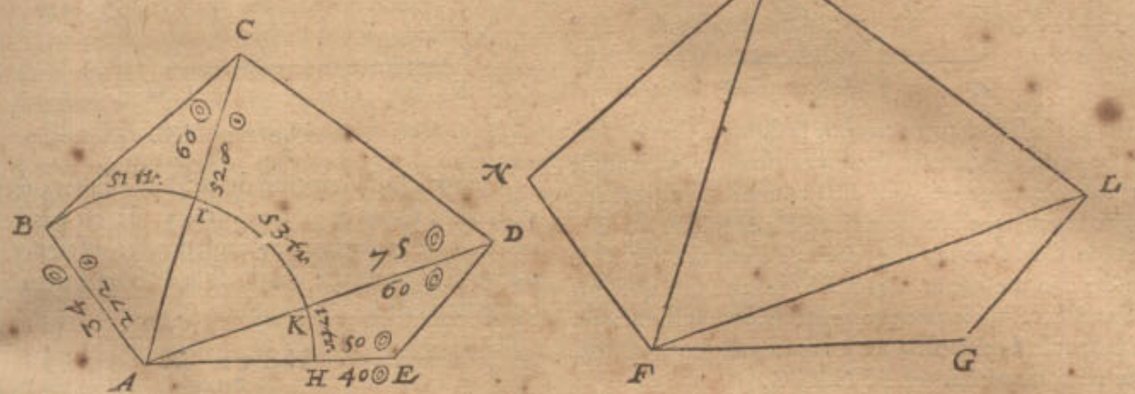
### 8 *Exemple.*

*Le donné.* Soit ABCDE un plan rectiligne en petit sur le papier de telle forme qu'il advient, & FG une ligne sur terre longue de 40 verges.

*Le requis.* Il faut marquer par assomption d'angles internes, un semblable plan sur terre, tellement que FG soit homologue avec AE.

### Construction.

Je tire des lignes hors de quelque angle à tous les autres angles, comme AD, AC, & mesure AE, AD, AC, AB, sur quelque eschelle, les trouvant, je prens de 50 ◎, 75 ◎, 66 ◎, 34 ◎, que je mets chacun sur sa ligne, & dessous AE les 40 verges. Je dis puis apres, AE 50 ◎, donne AD 75 ◎, combien FG 40 ◎? vient pour l'homologue avec AD 60 ◎, que j'escris sous iceluy AD: Et faisant le semblable avec les autres, les nombres viennent comme on voit à la figure: Je descris puis apres sur A comme centre, quelque arc dedans la figure, comme BH, coupant AC en I, AD en K, AE en H; je mesure puis apres avec un cercle gradé la grandeur de l'angle EAD, ou l'arc HK, le trouvant, je prens, de 17 deg. Semblablement de l'angle DAC,



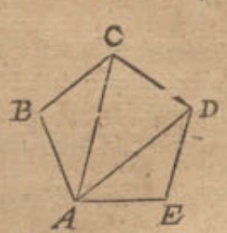

ou de l'arc KI de 53 deg. & de l'angle CAB, ou de l'arc IB de 51 deg. que j'escris chacun sur son arc. Avec ce papier je viens au lieu sur la campagne, mettant le centre d'un cercle gradé, qui est ordinairement joinct à la croix arpentique, sur le poinct F, & faisant un angle GFL de 17 deg. sur GF, comme l'arc HK le monstre, je mesure au rayon seneſtre FL 60 verges qui sont dessous AD, lesquelles viennent, je prens, de F jusques à L. Faisant semblablement avec les autres deux costez FM, FN, j'ay le plan requis sur terre FNMLG.

### Notez I.

Nous avons parlé cy-dessus de l'invention de l'angle BAC avec un cercle gradé: Mais comment il se trouve aussi par les trois costez cognus d'un triangle, est manifeste par la 8 proposition du livre des triangles plats.

### Notez II.

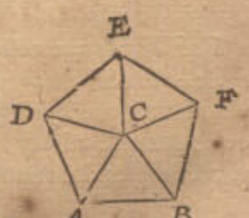
Aux plans reguliers tels angles sont tousiours d'egale grandeur, & cognus; Soit pour exemple ABCDE un pentagone regulier: pour trouver icy la grandeur de chaque angle des trois EAD, DAC, CAB, je dis ainsi: Les cinq angles du pentagone font ensemble 540 deg. par la 1 proposition de l'application des polygones plats au deuxiesme livre de la Cosmographie: La cinquiesme partie d'iceux est 108 deg. pour un angle, comme EAB: Et veu que les trois angles




susdits EAD, DAC, CAB, sont egaux par la 21 proposition du troisiesme livre *d'Euclide*, il faut que chacun face la troisiesme partie des susdits 108 degr. qui est 36 degr.

### Notez III.

Les plans rectilignes reguliers se peuvent aussi commodement marquer sur terre par angles internes s'assemblans sur le centre. Soit pour exemple AB autresfois une ligne sur la campagne longue de 60 verges, sur laquelle il faut marquer un pentagone regulier, tellement que AB soit un des costez. Premierement je voy que la ligne du centre comme C, jusques à A, avec la ligne AB, doit comprendre un angle contenant (pour les raisons declarées à la 2 marque) la moitié de 108 deg. à sçavoir 54 deg. apres il faut que AC soit long de 5104 ② (car comme on trouve par la table des sinus, AB a telle raison à AC, que 11755704 à 10000000, parquoy disant 11755704 dõne 10000000, combien AB 60 verges? vient pour AC comme dessus 5104 ②.) Puis apres le centre du cercle gradé de l'instrument posé sur C, & marqué l'angle ACD de 72 deg. & au rayon CD mesure 5104 ②; le semblable se fait aussi de C jusques à E, & de C jusques à F; on a le pentagone regulier requis ADEFB, sur le costé donné AB.




S'EN-

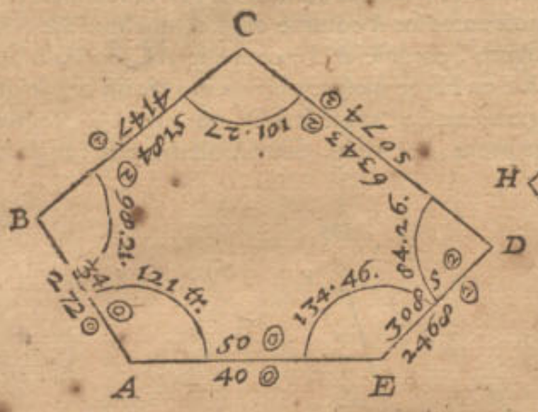
Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

## S'ENSUIT LA DESCRIPTION DES PLANS PAR ASSOMPTION D'ANGLES EXTERIEURS.

### 9 *Exemple.*

*Le donné.* Soit A B C D E un plan rectiligne en petit sur le papier, de telle forme qu'il advient, & F G une ligne sur terre de 40 verges.

*Le requis.* Il faut marquer par assomption d'angles exterieurs un semblable plan sur terre, tellement que F G soit homologue avec A E.




121 deg. & ainsi des autres comme la figure le demonstre. Avec ce papier je viens au lieu en campagne, mettant le centre du cercle gradé, qui est ordinairement joinct à la croix arpentique, sur le poinct F; & faisant sur G F un angle G F H de 121 deg. comme l'arc tiré sur A le monstre; je mesure au rayon F H les 272 ①, qui sont dessous A B, lesquels vienent, je prens, de F jusques à H. Puis faisant le semblable avec les autres angles & costez, j'ay le plan requis sur terre F H I K G.

*La preuve* de telle operation se peut faire en ceste façon: Premierement les angles estant mesurez & marquez sur le papier, il faut par la premiere proposition de l'application des polygones plats, qu'ils facent ensemble 540 deg. ce qui se trouve aussi ainsi avec ces pentagones; car venant autrement, on a failli: Secondement, les trois marques H, I, K, estant mises sur la campagne, comme dessus, il faut qu'alors l'angle K soit egal à l'angle D, à sçavoir de 84 deg. 26 ①, & la ligne K G aussi longue que la note dessous E D, qui est 2468 ②; car venant autrement, il y a faute en l'operation, ou sur le papier, ou sur la terre, ou sur tous deux.

*Conclusion.* Nous avons doncques marqué des plans rectilignes de forme requise, selon le requis.

### Note I.

Posé le cas que ceste figure donnée A B C D E soit egale & semblable avec la figure A B C D E du 8 exemple, il faut que les angles & costez soyent aussi grands qu'ils ont esté mis icy, car nous les avons compté ainsi par les regles des triangles plats.

### Note II.

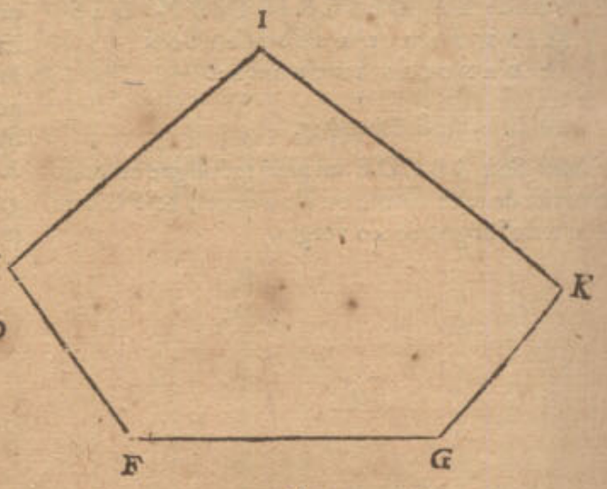
Nous ne mettons point icy d'exemple des plans reguliers, car puis que tous les angles & costez externes sont egaux, l'operation en est aisée & manifeste.

### Note III.

S'il falloit marquer une petite figure hors d'une grande par assomption d'angles internes ou externes, telle operation est presques semblable par la precedente, de sorte qu'elle n'a point affaire d'exemples particuliers.

### Construction.

Je mesure sur une eschelle les deux costez A E, A B, les trouvant, je prens, de 50 ⊙, & 34 ⊙; parquoy je dis, A E 50 ⊙, donne A B 34 ⊙, combien F G 40 verges? vient pour l'homologue requise avec A B 272 ①: Et de mesme façon je trouve les nombres des autres trois lignes B C, C D, D E, ensemble les nombres de leurs homologues requises, les marquant chacun dessous sa ligne, comme on voit en la figure. Puis apres je descris sur chaque angle son arc, mesurant le comprins des degrez d'iceluy, comme l'arc de l'angle A, de




### Note IV.

Quant à la description de cercles, ellipses, sections de cones, plans de lignes spirales, il n'est pas besoing que nous la declarions icy, car leurs circonferences marquées à la premiere partie de la description des lignes, comprennent leurs superfices.

### Note V.

S'il y avoit à marquer un plan semblable à un plan donné, ayant des costez courbes de forme indefinie, veu que la description d'iceux costez est declarée en la 15 proposition, la description de tel plan est manifeste.

## TROISIESME PARTIE DV PREMIER LIVRE,

## De la description des corps.

NOstre dessein est de descrire icy la maniere de marquer des corps, la fabrique desquels, pour venir à mesure, requiert une toute autre doctrine que celle qui se fait à la volée selon l'imagination des manouvriers. A cecy nous choisirons la description des corps planes, ou comprins en plans de forme requise: Les cinq corps reguliers, ensemble leurs accourcissemens, venans à certaine symmetrie: aussi la sphere.

### Proposition XVII.

**M***Arquer un corps plane de forme requise.*

*Le donné.* Soit A B C D E F G un corps plane, je prens un pilier quarré, & E H une ligne.

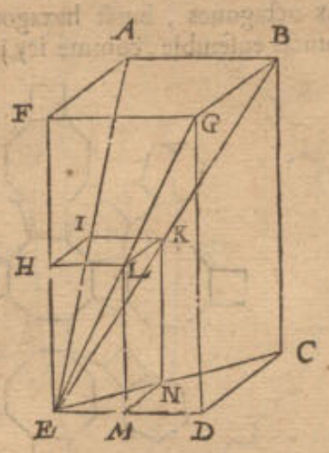
*Le requis.* Il faut marquer un semblable corps, tellement que E H soit parallele avec E F.

### Construction Mathematique.

Je tire de l'angle E des lignes à tous les autres angles necessaires A, B, G, C; puis apres H I parallele avec F A, & I K avec A B, & K L avec B G, puis la ligne H L; apres

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

après L M parallele avec H E, M N avec D C, & finalement N K. Pourveu que les poincts I, K, L, M, N, viennent en leurs lignes deuës cõme la figure le monstre : ce qui estãt ainsi, I K N M E H L est le corps requis.

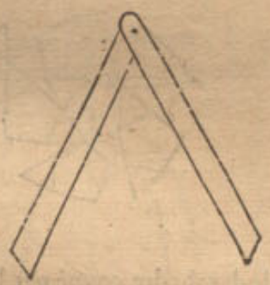



### Construction Mechanique.

L'exemple mis cy-dessus consiste plus en speculation (dont l'usage a lieu au second & sixiesme livre de la dimension & de la conversion) qu'en operation mechanique. De laquelle pour parler maintenant, c'est que pour contrefaire un grand corps de semblable forme en petit, comme pour representer quelque grand bastiment en petit ; ou au contraire un petit en grand, on procede ordinairement ainsi : Soit le grand corps A B C D E F G à representer en petit, avec de la terre à potier, de la cire, du bois, ou autre matiere, tellement que la ligne homologue avec E F soit egale à E H : On mesure E F avec la mesure de longueur, selon l'usage du païs, & se trouve, je prens de 8 pieds, F G de 4 pieds. Ce qui estant ainsi, on divise une mesure de la longueur de E H en 8 parties egales, qu'on appelle la petite mesure, & si on y veut joindre tels pieds d'avantage, on le peut faire. Prenant doncques d'iceux quatre pieds, pour H L homologue avec F G qui a esté aussi trouvée de quatre pieds, on a la deuë longueur pour H L : Et ainsi avec les autres ; Pourveu que par l'aide de l'esquierre on mette les plans du petit corps à angle droit, comme sont ceux du grand.

### Consequence.

Il est notoire que l'exemple icy mis d'un pilier quarré, s'entend ainsi avec tous corps plans, moyennant qu'en l'operation mechanique pour marquer des angles obliques, on se serve au lieu de l'esquierre d'un instrument nommé en Hollande par les charpentiers, *Leugensvvee*, semblable à la figure icy joincte, lequel s'ouvre & se ferme comme un compas, pour former des angles aigus & obtus aussi bien que droits.



*Conclusion.* Nous avons donc marqué un corps plane de forme requise, selon le requis.

### Proposition XVIII.

**M** *Arquer les cinq corps reguliers.*

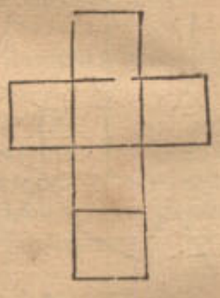
Les corps comprins entierement sous plans semblables & egaux, s'appellent corps reguliers, lesquels, comme les plans reguliers se peuvent descrire dedans le cercle, ainsi ceux-cy dedans la sphere : Et se demonstre que de tels il ne s'en trouve que cinq. Il est bien vray que certaine section d'iceux produit divers corps (lesquels seront declarez en la suivante proposition) qui ont grande regularité : Premierement, qu'ils se peuvent descrire dedans la sphere. Secondement, qu'ils ont tous leurs costez egaux. Pour le troisiesme, que tous plans semblables d'un corps sont egaux, & tous egaux semblables. Pour le quatriesme, qu'entre tous plans egaux opposites se trouvent des axes egaux. Pour le cinquiesme, qu'on trouve tous plans equilateraux & equiangles. Pour le sixiesme, que les plans ont une qualité homologue agreable à la veuë. Toutesfois puis que quelques plans d'un tel corps sont dissemblables, on ne les compte point, suivant la definition des corps reguliers, pour reguliers. Leur plus grand usage semble servir d'ornement. Les anciens faisoyent des dez des reguliers, ce que quelques uns de ce temps imitent encores : Ils marquent aussi des horologes sur divers plans, qui à l'horizon proposé peuvent recevoir la lueur du Soleil.

On prend ordinairement pour former ces corps quelque matiere platte, comme papier collé, du cuivre plat, ou chose semblable, dont on fait autant de plans qu'il faut que le corps en contienne ; lesquels joints par ordre & attachez ensemble comme il appartient, on a des corps creux, selon le requis. Ou autrement on les fait de matiere entierement solide.

Or pour parler premierement de la premiere maniere, nous commencerons avec le tetrahedre.

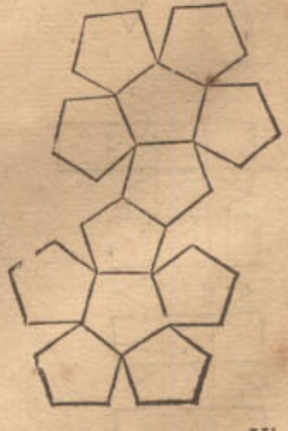
On prend donc quatre triangles de matiere comme dessus, lesquels joincts ensemble, comme cy joignant ; & iceux pliez comme il appartient, font le corps de quatre faces, dit tetrahedre, qui est une espece de pyramide.

Six quarrez joincts ensemble, comme icy joignant, & pliez selon qu'il appartient, font le corps à six faces, dit exahedre, qui est un cube.



Huict triangles joincts ensemble, comme icy joignant, & pliez selon qu'il appartient, font le corps à huict faces, dit octahedre.

Douze pẽtagones joncts ensemble, comme icy joignant, & pliez selon qu'il appartient, font le corps à douze faces, dit dodecahedre.



Vingt

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

Vingt triangles joincts enſemble comme icy joignant, & pliez ſelon qu'il appartient, font le corps à vingt faces, dit icoſahedre.

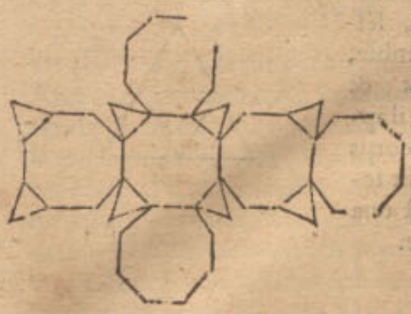
Quant à la maniere de former tels corps reguliers de matiere ſolide ; eſtant faits de creux de plans pliez comme deſſus, on les peut alors contrefaire avec matiere ſolide par la maniere des corps plans de la 17 propoſition.

*Concluſion.* Nous avons donc marqué les cinq corps reguliers, ſelon le requis.

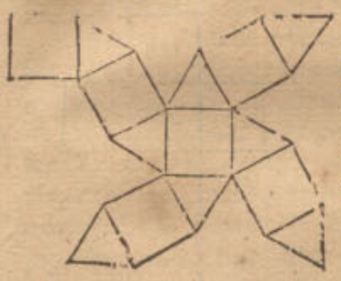
## Proposition XIX.

M*Arquer les corps reguliers coupez.*

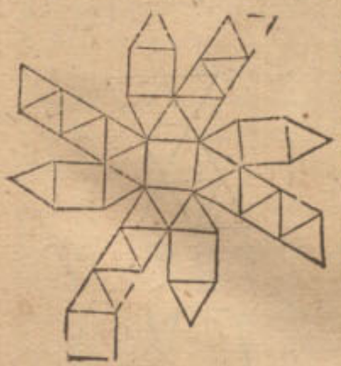
Quatre hexagones & quatre triangles joincts enſemble, comme icy joignant, & pliez ſelon qu'il appartient, font le tetrahedre coupé par les troiſieſmes parties des coſtez.



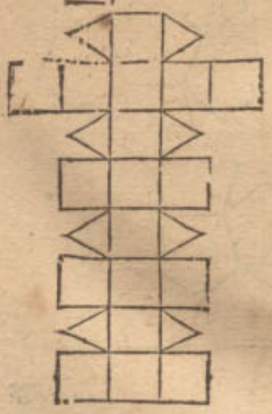
Six octagones & 8 triangles joincts enſemble, comme icy joignant, & pliez ſelon qu'il appartient, font l'exahedre coupé par les troiſieſmes parties des coſtez.



Six quadrangles & huict triangles joincts enſemble, cõme icy joignant, & pliez ſelon le requis, font l'exahedre coupé par le milieu des coſtez.

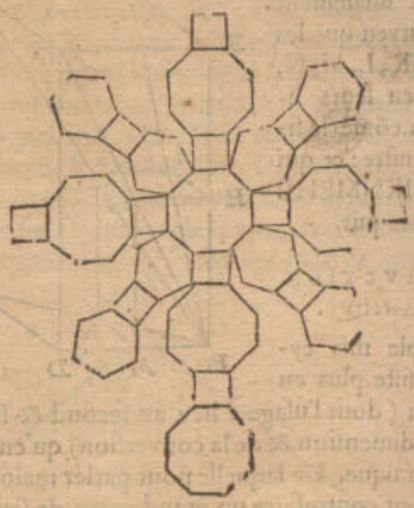


Six quadrangles & 32 triangles joincts enſemble, cõme icy joignant, & pliez ſelon le requis, font l'exahedre coupé ſur une troiſieſme maniere.

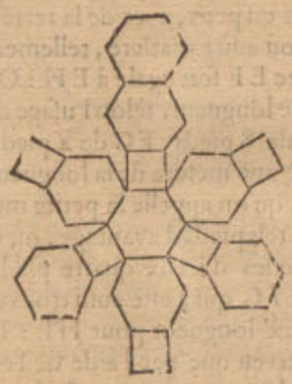


18 quadrangles & huict triangles joincts enſemble, cõme icy joignant, & pliez ſelon qu'il appartient, font l'exahedre coupé ſur une quatrieſme maniere.

Six octagones, huict hexagones & 12 quadrangles joincts enſemble, comme icy joignant, & pliez apres

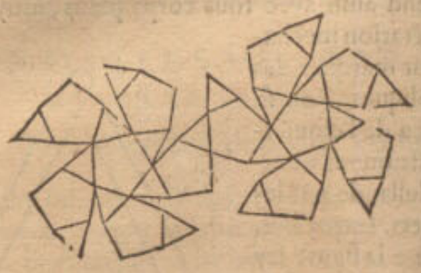


ſelon qu'il appartient, font l'exahedre coupé ſur une cinquieſme maniere.



Six quadrangles & huict hexagones joincts enſemble, comme icy joignant, & pliez ſelon qu'il appartient, font l'octahedre coupé par les troiſieſmes parties des coſtez.

Douze pentagones & vingt triangles joincts enſemble, comme icy joignant, & pliez ſelon le requis, font



le dodecahedre coupé par le milieu des coſtez, ou autrement l'icoſahedre coupé par le milieu des coſtez, car ils produiſent tous deux ſemblables corps.

*Concluſion.* Nous avons donc marqué les corps reguliers coupez, ſelon le requis.

## Proposition XX.

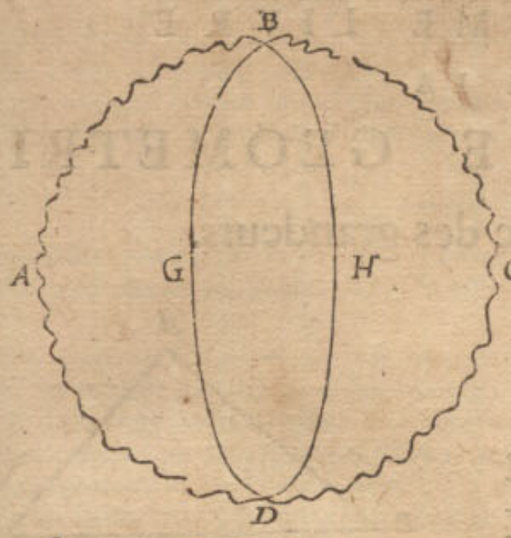
M*Arquer une ſphere.*

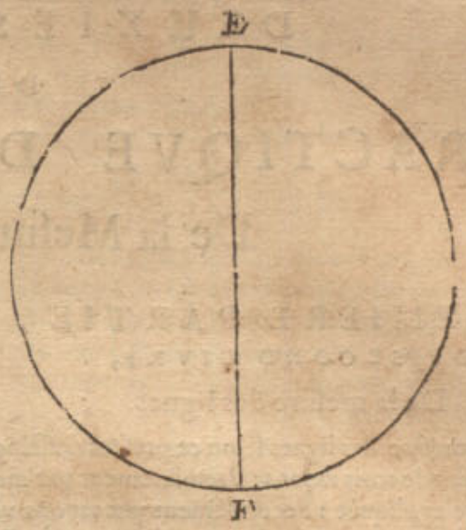
*Le donné.* Soit A B C D une piece de bois difforme, & E F un cercle, dont le diametre E F.

*Le requis.* Il faut d'iceluy bois A B C D faire une ſphere, dont le plus grand cercle ſoit egal au cercle E F.

Con-

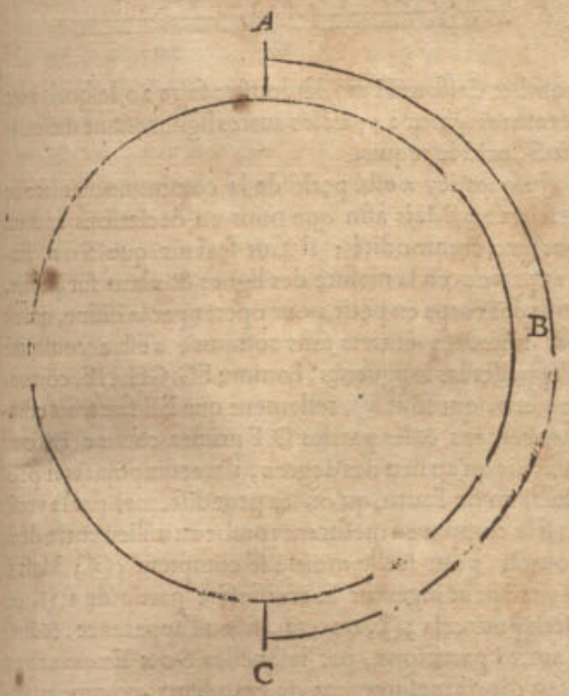
Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©




CONSTRVCTION.

La ſphere ſe peut former en deux manieres vulgaires, comme en petit ſur un banc de tourneur, & en grand avec un patron. Sur le banc de tourneur elle ſe fait commodement ainſi : On tourne premierement (tournant le bois ſur quelques deux poincts, comme par exemple A, C, qui s'accordent ſur les deux pinnules du banc du tourneur) un cercle comme B G D H, auſſi profond que ſon axe ſoit egal au diametre E F, qui ſe meſure avec le compas à jambes courbes que les tourneurs ont à telle fin : Puis on diviſe le ſuſdit cercle B G D H en quatre ou ſix parties egales, & en choiſiſſant deux poincts oppoſites, comme par exemple B, D, on les applique ſur les deux pinnules du banc du tourneur : Apres toute matiere ſuperflue eſtant oſtée en tournant, juſques à ce que le cercle BGDH ſoit preciſement emporté, ſans qu'il y en demeure aucun ſigne, ny qu'il en ſoit plus oſté que le cercle, on a la ſphere requiſe.

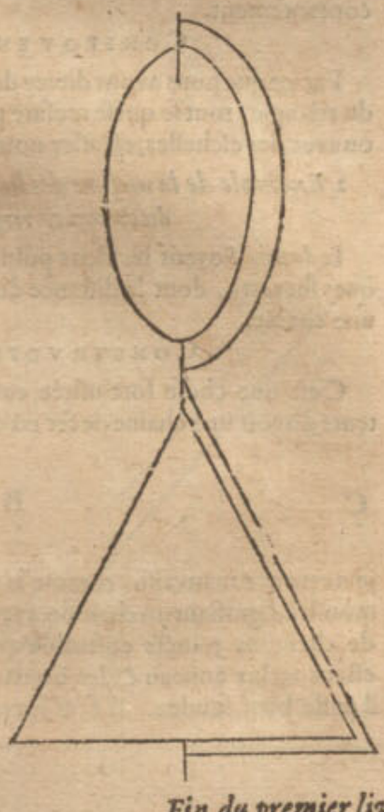


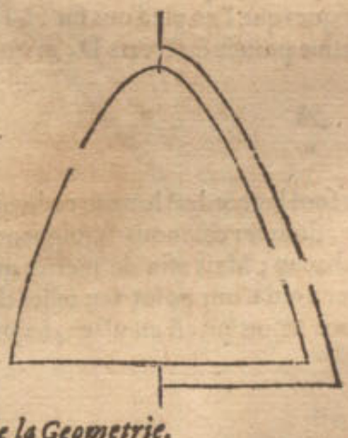

Mais les grandes ſpheres qui ne ſe peuvent tourner ſur un banc, ſe forment commodement avec un patron, comme A B C, tournant ſur les deux poincts A, C, comme poles : Puis on remplit par tout ce qu'il y a de vuide au demicercle, ou bien on oſte tout ce qu'il y a de ſuperflu.

*Concluſion.* Nous avons donc formé la ſphere, ſelon le requis.

CONSEQVENCE.

Par ce que deſſus on peut entendre comment les Spheroïdes, Cones, & Conoïdes ſe peuvent former par patrons, dont nous mettons ſeulement icy les formes, ſans en deſcrire des propoſitions particulieres.





*Fin du premier livre de la Geometrie.*



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

# DEUXIESME LIVRE DE LA PRACTIQVE DE GEOMETRIE,

## De la Mesure des grandeurs.

### PREMIERE PARTIE DV SECOND LIVRE,

### De la mesure des lignes.

LA mesure des lignes selon ce present dessein, se fait de trois façons : Premierement par mesure appliquée : Secondement par rayons visuels : Tiercement par autres lignes cognuës : Desquelles differences nous descrirons diverses propositions : & premierement,

### DE LA MESURE DES LIGNES PAR MESVRE APPLIQVEE.

#### PROPOSITION I.

*MEsurer une ligne droite par mesure appliquée.*

Nostre dessein est de descrire icy ce mesurement en petit avec des eschelles, comme sur du papier, ou petits plans ; & en grand, comme sur la campagne, avec des chaines : ce que nous ferons en deux exemples.

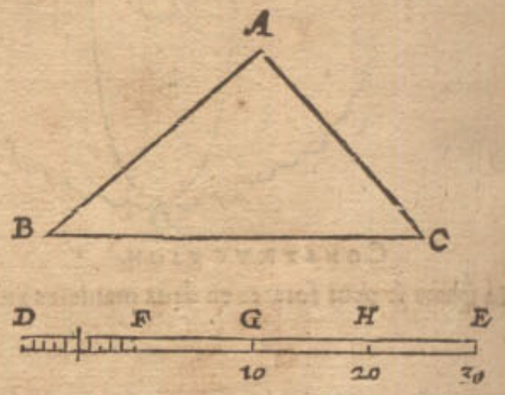
*1 Exemple de la mesure en petit avec des eschelles.*

*Le donné.* Soyent A B, B C, C A, trois lignes du triangle A B C, & D E une eschelle : De laquelle pour declarer la qualité, il faut sçavoir que ceux qui marquent les massonneries, bastiments, forteresses, cartes marines, terrestres, & semblables, y appliquent ordinairement une mesure, comme D E, laquelle pour sa similitude avec une eschelle, s'appelle aussi du mesme nom. Et quand ses parties ne signifient point de certains pieds, verges, lieuës ou choses semblables, alors on les appelle en general degrez, à cause de leur ressemblance avec des degrez. Soit doncques chaque partie depuis D jusques à F un pied, tellement que D F face 10 pieds ; semblablement F G, G H, H E, chacune aussi 10 pieds, & consequemment (comme les nombres y appliquez le demonstrent) F H 20, F E 30, & ainsi d'autres semblables, si l'eschelle estoit plus longue.

*Le requis.* Il faut mesurer combien de pieds chaque ligne du triangle A B C est longue.

CONSTRVCTION.

Je prens avec un compas la longueur A B, mettant l'un pied sur un des poincts F, G, H, ou E, à sçavoir ainsi que l'autre pied vienne entre les poincts D, F, ou sur un des deux. Posé doncques que l'un pied mis sur H, l'autre vienne au quatriesme poinct de F vers D, ce que le




nombre dessous H me demonstre faire 20, lesquels avec les autres 4 font 24 ; Et les autres lignes estant mesurees ainsi, on a le requis.

Jusques icy a esté parlé de la commune maniere de l'eschelle ; Mais afin que nous en declarions encores quelque commodité ; il faut sçavoir que SON EXCELLENCE en la mesure des lignes & plans sur papier, aussi des corps en petit, pour operer par la disme, qui est par nombres entiers sans rompus, s'est accoustumé d'appeller les longueurs, comme FG, GH, HE, cõmencemens, qui sont ⓪, tellement que F E fait trois commencemens, & les parties D F primes, comme ①; c'est assavoir qu'au lieu des degrez, il met dix poincts si proches l'un de l'autre qu'on les peut discerner par la veuë : Et si le compas en mesurant tombe au milieu entre deux poincts, pour icelle moitié se comptent 5②; Mais si la veuë peut juger sur la troisiesme partie de 1①, on escrit pour cela 3②, ou 4②, selon l'apparence, & ainsi d'autres partitions, par lesquelles SON EXCELLENCE a fait divers mesuremens de grandeurs, comme les suivans, avec tant de commodité, facilité & certitude, que les preuves d'iceux ne lui donnoyent pas peu de contentement.

CONSEQVENCE.

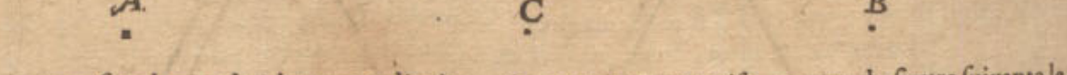
Par ce que nous avons dit icy de la mesure des costez du triangle, tout se qui se mesure par mesure appetissée, ou avec des eschelles, est assez notoire.

*2 Exemple de la mesure des lignes en grand avec des chaines & verges.*

*Le donné.* Soyent les deux poincts A, B, deux marques sur terre, dont la distance doit estre mesurée avec une chaine.

CONSTRVCTION.

C'est une chose fort usitée entre plusieurs Arpenteurs d'avoir une chaine de fer ou de cuivre (afin qu'elle




ne s'allonge, comme font les cordes) longue ordinairement de cinq verges, dont les chainons se joignent selon l'opinion d'un chacun : Mais afin de mettre quelque exemple pour ceux qui n'ont point veu telles chaines, je descriray icy une façon qui est en usage, laquelle je ne trouve mauvaise, comme la figure suivante le demonstre, signifiant un chainon avec encores deux bouts de chainons joincts ensemble avec un petit anneau, estant iceluy anneau & les bouts des chainons par où il passe bien soudez. Il faut sçavoir aussi que chaque chainon

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

chainon depuis le milieu de l'un petit anneau jusques au milieu de l'autre, sera long justement d'un pied, mais de verge en verge il y a pour distinction un anneau plus grand que les autres. Une telle chaine est legere & forte, & ne s'embrouïlle pas facilement; & quand on ne s'en sert point, elle se peut plier commodement de la longueur d'un pied.

Quant à la verge, elle est en Hollande de 12 pieds, & chaque pied de 12 poulces, dont les trois, qui sont le quart d'un pied mesure de *Rijnlandt*, sont de ceste longueur.




Joignant ces 12 pieds & poulces qui sont marquez sur l'un costé de la verge, un autre costé se divise encores en 10 parties egales que nous appellons primes, & chaque prime encore en 10 qui sont secondes.

L'usage de la susdite chaine & verge est tel: Pour aller droit de A jusques à B, on met une marque au milieu, comme C au rayon des marques A, B, selon la doctrine de la 1 proposition du premier livre, puis apres l'Arpenteur va devant avec un bout de la chaine, & fait suivre un autre avec l'autre bout, & fiche à chaque longueur de la chaine, moyennement tenduë, un petit baston, ou cheville, long environ d'un pied ou plus, selon que la chose le requiert, à cause des hautes herbes ou semblable empeschement, à laquelle cheville celuy qui suit estant venu, il l'arrache, & l'emporte avec soy. L'Arpenteur a quelquefois de telles chevilles jusques à cinq, quelquefois jusques à dix; puis on prend garde combien de fois elles ont esté rapportées, car chaque fois de cinq fait 25 verges, ou de dix 50 verges. Pose donc que cinq chevilles, en mesurant ceste longueur de A B, ayent esté rapportées cinq fois, il y aura de A jusques à B 125 verges. Et s'il y restoit quelque chose ne montant pas à la longueur d'une chaine, cela se mesure avec la verge: comme pour exemple, restant encores 2 verges, 7 ① 6 ②, la ligne entiere seroit de 127 verges, 7 ① 6 ②; ou si on veut exprimer les partitions de la verge par pieds & poulces, on le peut faire aussi.

## S'ENSUIT LA MESURE DES LIGNES PAR RAYONS.

Veu qu'il y a une commune maniere de mesurer sans aller au long de la ligne ou chemin, dont on veut cognoistre la longueur, à sçavoir par rayons, lesquelles longueurs on appelle d'un mot usité longueurs inaccessibles, nous en toucherons un mot. A ceste fin on prepare des instrumens mathematiques, les noms desquels combien qu'ils soyent divers, comme Planimetre, Scale altimetre, Quadran geometrique avec la regle fiduciale, Quadran geometrique avec le perpendicle, Rayon geometrique, Holometre, Triquetre, & plusieurs autres, toutesfois ils font tous des triangles, lesquels par un ou plusieurs costez mobiles se changent diversement en triangles semblables aux grands triangles mesurables, tellement que l'usage de l'un estant bien entendu, il donne assez de cognoissance de tous. Cecy consideré, nous choisirons icy au lieu de plusieurs le Triquetre. Et puis que plusieurs personnes conjoignent diversement les parties d'iceluy, chacun selon qu'il luy semble le plus commode à l'usage, leur donnant à chacune un nom, selon qu'il estime que la chose le requiert, j'en diray aussi mon opinion, & retenant ce nom commun Triquetre, je declareray la forme & disposition des parties, comme il a esté fait pour SON EXCELLENCE & autres.

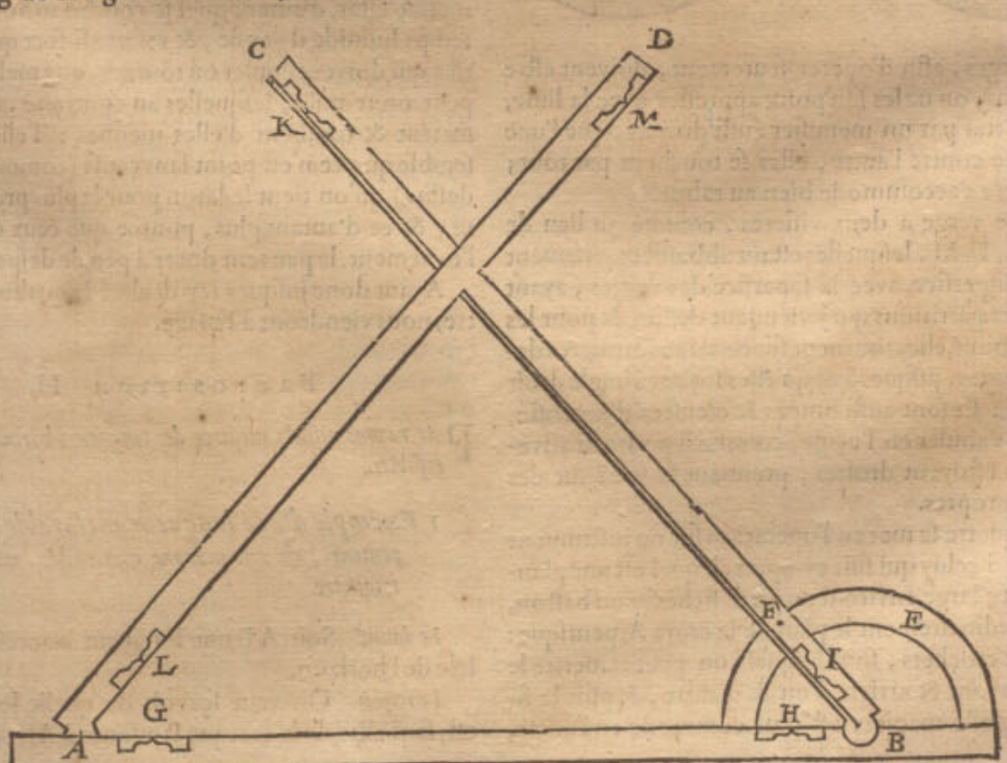
## DECLARATION DE LA QUALITE DV TRIQVETRE.

A B, B C, A D sont en la figure suivante trois verges: A B s'appelle base, B C verge dextre, A D verge seneſtre.

L'axe aupres de B, sur lequel tourne la verge dextre, s'appelle axe dextre, l'autre aupres de A, axe seneſtre.

Le demy anneau E avec ces 180 deg. est pour y attacher la verge dextre avec un vis aupres de F, tellement que l'angle ABC demeure ferme en telle position qu'on le desire.

La verge seneſtre A D se coule avec un petit courreur dedans la base A B, là où on la veut avoir, en telle sorte





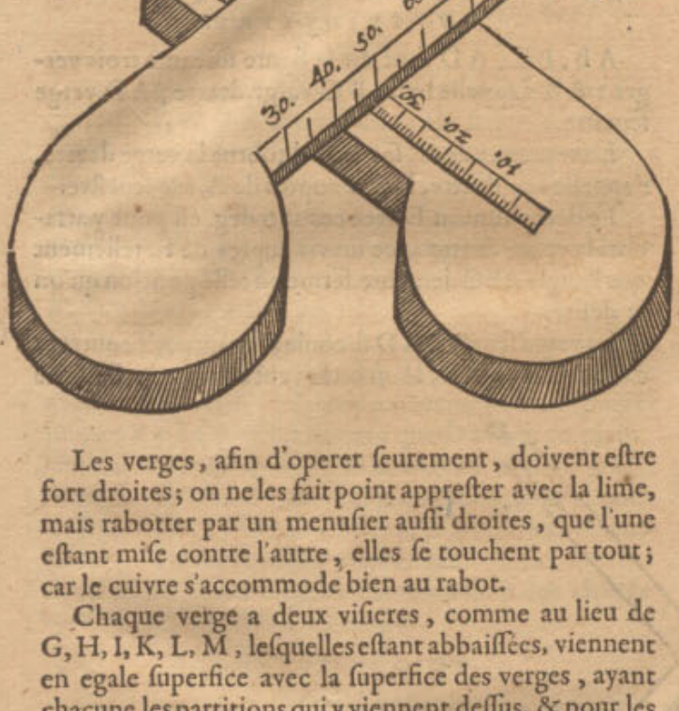

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

que le centre de l'axe seneſtre convienne touſiours ſur le bord de la baſe, contre les bouts des degrez marquez ſur icelle, car la meſme baſe a en ſoy une concavité, dedans laquelle la teſte de la verge ſeneſtre coule avec le petit courreur.

La baſe A B eſt auſſi eſpeſſe que les autres deux verges enſemble, & encores d'autant plus que l'eſpeſſeur du bord ſous lequel coule le courreur: Tellement que la verge ſeneſtre, quand on ne ſe ſert point de l'inſtrument, ſe peut mettre ſur la verge dextre, pour le tranſporter commodement d'une place à autre.

Il y a encores un eſquiere (dont l'uſage apparoiſtra en ſon lieu) lequel quand on ne ſe ſert point de l'inſtrument, ſe met en la concavité, dedans laquelle coule le courreur.

Toutes les trois verges & eſquierre ſe diviſent en parties egales auſſi pres l'une de l'autre que la veuë les peut diſcerner commodement, comme il ſe voit cy-deſſous en forme plus grande. L'experience monſtre qu'ainſi ſur un pied de *Rÿnlandt* on peut mettre quatre cents poincts ou partitions viſibles: J'ay prins chaque verge longue environ de trois pieds de *Rÿnlandt*: Et pour les rendre plus legeres, la verge dextre & verge ſeneſtre ſont creuſées par dedans.

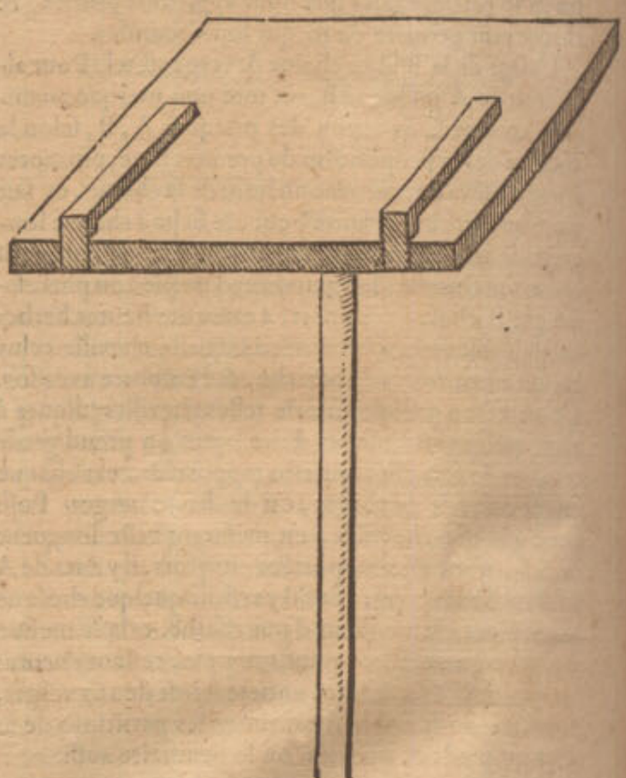



Les verges, afin d'operer ſeurement, doivent eſtre fort droites; on ne les fait point appreſter avec la lime, mais rabotter par un menuſier auſſi droites, que l'une eſtant miſe contre l'autre, elles ſe touchent par tout; car le cuivre s'accommode bien au rabot.

Chaque verge a deux viſieres, comme au lieu de G, H, I, K, L, M, leſquelles eſtant abbaiſſées, viennent en egale ſuperfice avec la ſuperfice des verges, ayant chacune les partitions qui y viennent deſſus, & pour les mettre debout, elles tournent ſur certaines carnieres dedans les verges, juſques à ce qu'elles ſoyent à angle droit ſur icelles: Et ſont auſſi limées & creuſées d'un coſté, afin de ne s'abuſer en l'uſage, comme il pourroit advenir ſi elles eſtoyent droites, prennant la veuë ſur des coſtez impropres.

Ce triquetre ſe met en l'operation ſur un inſtrument ſemblable à celuy qui ſuit cy-apres, lequel eſt une planche quarrée large enviro d'un pied, fiché ſur un baſton, comme ordinairement le plan de la croix Arpentique: Et a deux crochets, ſous leſquels on peut remettre le triquetre avant & arriere d'un & d'autre, & puis le ficher: Laquelle maniere eſt plus commode en l'uſage, que d'attacher le triquetre au baſton, d'autant qu'on peut ainſi plus juſtement appliquer l'axe de la verge dextre & ſeneſtre ſur le poinct de la premiere & ſeconde poſition, ſans qu'il faille remettre ſouvent le pied deça, delà, comme il faudroit faire, faiſant autrement: Toutes leſquelles choſes ſe pourront plus clairement entendre par les exemples ſuivans.

Pour parler maintenant ſuccinctement de la matiere, on tient que le laton eſt le plus commode pour la pluſpart des inſtrumens mathematiques: & combien que l'or ſoit plus beau, il eſt plus flexible & ſe courbe aiſement. Outre cela quelque inſtrument d'or ou d'argent, bien fait eſt en danger d'eſtre rompu en temps de ne-



ceſſité pour s'en aider: le fer s'enrouille; le plomb & l'eſtain ſont trop mols: quant au bois il n'eſt pas propre pour des choſes qui doivent demeurer droites & en meſme eſtat, d'autant qu'il ſe courbe au Soleil, & qu'en temps humide il s'enfle, & reſerre ſi fort quelques parties qui doivent couler ou tourner, que malaiſement les peut on remuër, leſquelles au contraire en temps ſec, ſortent & tombent d'elles meſmes: Tellement qu'il ſemble que ce n'eſt point ſans cauſe (comme il a eſté dit deſſus) qu'on tient le laton pour la plus propre matiere; & ce d'autant plus, pource que ceux qui deſirent l'ornement, le peuvent dorer à peu de deſpens.

Ayant donc juſques icy declaré la qualité du triquetre, nous viendrons à l'uſage.

## Proposition II.

*Par rayons viſuels meſurer des longueurs horizontales inacceſsibles.*

### 1 *Exemple d'une longueur meſurable entre l'Arpenteur, & une marque inacceſsible, meſurée avec le triquetre.*

*Le donné.* Soit A B une longueur inacceſſible parallele de l'horizon.

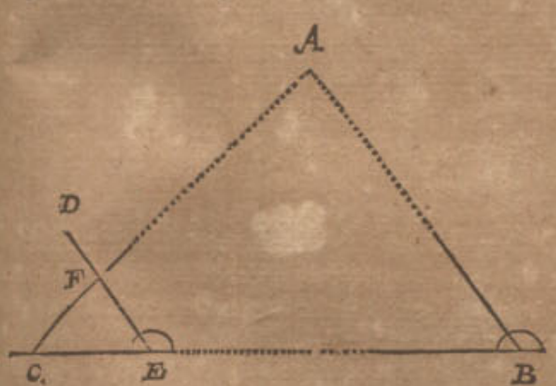
*Le requis.* On veut ſçavoir de quelle longueur elle eſt, ſans aller de la marque B juſques à A.

Con-

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

CONSTRVCTION.

On doit premierement sçavoir, qu'il faut deux divers lieux sur lesquels on se tienne en l'operation, qu'on appelle stations, les mesmes deux stations il faut qu'elles facent un triangle avec le poinct A : à ceste fin je mets l'axe dextre du triquetre (dont on se sert tousiours en la premiere station) sur le poinct B, comme premiere station. Je regarde puis apres vers le costé seneſtre par les visieres de la base quelque marque qui y est, ou que j'y fais mettre pour y prendre ma deuxiesme station, comme la marque C, & la base demeurant alors ainsi immobile, je tourne la verge dextre devers A, jusques à ce que par les visieres d'icelle je voye la marque A: Ce qui estant ainsi, je serre la verge dextre avec le vis bien ferme sur le demi cercle, tellement que l'angle qu'elle fait avec la base, demeure le mesme. Je porte puis apres le triquetre à la deuxiesme station C, & en venant je mesure la longueur B C, que je trouve par exemple de 150 verges. J'adjouste puis apres l'axe seneſtre droit sur le poinct de la marque C; & demeurant le susdit angle de la base & de la verge dextre, qui soit icy D E C tousjours le mesme : Je remets puis apres la verge seneſtre, je prens, sur 1000 ◎ de la base, à sçavoir sur un lieu commode, tellement que puis apres on en a un grand & remarquable triangle : Apres je tourne la base vers la marque B de la premiere station (pourveu que l'axe seneſtre demeure sur le poinct de la marque C) jusques à ce que je voye par la visiere d'icelle la marque B. Or la base & la verge dextre demeurant ainsi immobile, je tourne la verge seneſtre jusques à ce que je voye par les visieres d'icelle la marque A, & alors la verge dextre se coupe de la seneſtre au poinct F; tellement que F E fait,




je prens, 700 ◎. Ce qui estant ainsi, le petit triangle C E F est semblable au grand triangle C B A, car F E est parallele avec A B : Parquoy je dis, C E 1000 ◎ donne E F 700 ◎, combien C B 150 verges? (il a esté mesuré autant en venant comme il est dit dessus) vient pour la longueur requise de B A 105 verges.

DEMONSTRATION.

Le petit triangle C E F est semblable au grand triangle C B A, parquoy leurs costez E C, E F, homologues avec B C, B A sont proportionaux : parquoy comme E C 1000 ◎, à E F 700 ◎, ainsi B C 150 verges, à B A 105 verges : B A doncques fait 105 verges.

NOTEZ.

Si on vouloit sçavoir ensemble la longueur de C jusques à A, on prendroit garde sur les parties de la verge seneſtre entre C & F : Prenant doncques qu'il y ait 800 ◎, je dis, C E 1000 ◎, donne C F 800 ◎, combien C B 150 verges? vient pour C A 120 verges.

Si on eut voulu trouver la longueur A B sans faire aucun compte, on eut remis le pole de la verge seneſtre sur 150 ② de la base, & alors les parties mesmes de la verge dextre sans tenir aucun compte signifieront autant de verges. Mais ainsi on ne peut avoir les plus grands triangles qui peuvent venir sur le triquetre, par où l'issuë est plus incertaine : Parquoy qui veut operer plus seurement, prendra les plus grands triangles, lesquels il peut avoir commodement sur le triquetre, & cercher le requis par regle de trois comme dessus.

Si la verge seneſtre en la mettant vers A, ne pouvoit toucher la verge dextre, on l'avancera aussi pres de la dextre jusques à ce qu'elle la puisse toucher.

Quand la verge dextre est adjousté en la premiere station sur A, si alors on vouloit joindre ensemble icelle verge & la base, sans y virer la verge dextre contre le demi cercle, & sans estre contraint de garder l'angle trouvé, comme D E C, en icelle position; ce qui vient à propos, & est requis quand on veut trouver diverses longueurs en allant seulement une fois vers la deuxiesme station, dont nous parlerons incontinent. Au second, les stations qui sont loing l'une de l'autre, comme de trois ou quatre heures de chemin, ce qui advient en la description des cartes geographiques, là où il seroit molesté de porter si loing iceluy angle sans le changer : Aussi pour voir si un angle ainsi transporté n'est pas changé, ou semblable : On se peut servir de deux diverses manieres pour faire telle chose : l'une, il faut prendre garde sur quel degré & parties du degré qui sont au demi cercle, vient la verge dextre en la premiere station, la mettant derechef là dessus quand on vient à la seconde. L'autre maniere qu'on peut tenir pour plus seure encores, est telle : Pour trouver derechef entierement l'angle B, quand on vient au lieu de la seconde station C, on mettra quelque poinct de la verge seneſtre, je prens le 800 ◎, sur quelque poinct de la verge dextre, où il peut venir commodement, par exemple sur le 700 ◎, je voy aussi sous quel poinct de la base vient le centre de l'axe seneſtre, je prens sur le 900 ◎, lesquels nombres on mettra tous trois par memoire, car estant venu au lieu de la deuxiesme station, & rejoignant les poincts derechef ainsi, on a le premier angle.

Si avec deux stations seulement on vouloit trouver diverses longueurs, tant par derriere que par devant, la maniere de l'operation est manifeste par le precedent.

*2 Exemple par computations de triangles plats.*

Pource que SON EXCELLENCE prend un singulier plaisir au tres-admirable, grand & commun usage des triangles plats & spheriques en beaucoup d'operations mathematiques qui se rencontrent, il a fait joindre icy ceſt exemple & quelques suivans : Soit encores à mesurer la longueur inaccessible A B : Pour ceste fin je prens quelque instrument, par lequel on mesure seulement les degrez d'un angle proposé, comme une croix d'Arpenteur, avec sa regle fiduciale, ou autre semblable : Par cela trouvée la grandeur des deux angles A B C, A C B, & estant mesurée la ligne entre les deux stations B, C, le triangle A B C a trois termes cognus, avec cela trouvé le costé requis A B par la 4 proposition des triangles plats. Encores y a-il icy à considerer, que tant selon l'autre maniere avec le triquetre, que selon ceste-cy, qu'il faut qu'il y aye le compte d'une regle de trois.

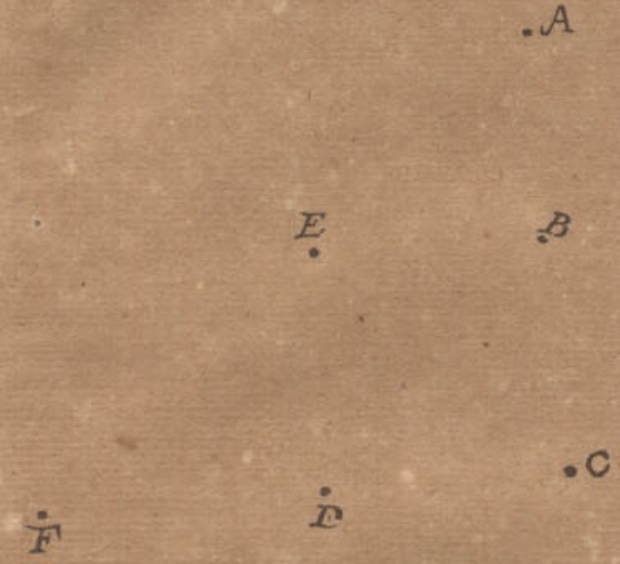
*Autre exemple sans instrument mathematique.*

Soit à mesurer la longueur inaccessible depuis A jusques à B : Pour y parvenir je mets en B une marque, & mesure de B jusques à C quelque ligne, aussi longue,



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

ou plus longue pluſtoſt, que AB, ſi le lieu le permet, que plus courte : Soit de 20 verges, puis je mets en C une marque, entant que C, B, A, ſoyent en un droit rayon : je meſure puis apres de C juſques à D autresfois 20 verges, mettant à D une marque, & tellement que CD vienne preſque à angle droit ſur AC, puis apres de D juſques à E derechef 20 verges, mettant une marque en E, & tellement qu'à l'œil DE ſoit preſque parallele avec BC : Puis apres je meſure de B vers E autres-




fois 20 verges, leſquelles ſi elles tomboient par accident juſtement ſur E, ce qui advient rarement, on laiſſe la marque E en ſa place, mais y ayant un peu de difference, on la met autant en arriere ou avant que la meſure requiert : Finalement je mets la marque F en telle ſorte, qu'elle ſoit droitement au rayon FEA, & auſſi au rayon FDC : Cecy eſtant ainſi, je meſure FD, & dis, FD donne DE 20 verges, combien EB 20 verges ? Ce qui en provient eſt pour la requiſe BA : Pource que le triangle FDE eſt ſemblable au triangle EBA, pourtant les deux coſtez FD, DE, ſont proportionaux avec leurs homologues EB, BA.

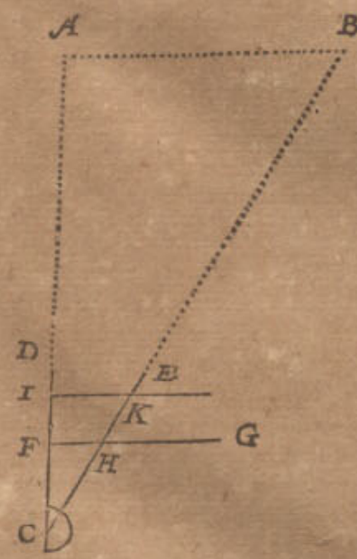
### 3 *Exemple d'une longueur meſurable entre deux marques inacceſſibles.*

*Le donné.* Soit AB une longueur inacceſſible.

*Le requis.* On veut ſçavoir quelle longueur elle a ſans venir à aucune des marques A, B.

#### Construction.

Je mets en quelque lieu commode un poinct comme C, & meſure combien il eſt diſtant de A & B ; & trouve, je prens, par le premier exemple, CA 500 pieds, CB 600 pieds, leſquelles deux longueurs eſtant cognuës, je mets l'axe dextre ſur le poinct C, la baſe CD vers A, & la verge dextre CE vers B, je recule puis apres la verge feneſtre FG, tellement qu'entre l'axe feneſtre F & l'axe dextre C ſont 5000 ①; je mets puis apres icelle verge feneſtre ſur les 600 ① H, de la verge dextre




CE : Ce qui eſtant ainſi, de F juſques à H ſont, je prens, 300 ①, par où je conclus que AB fait 300 pieds.

Mais ſi pour plus grande certitude on veut prendre un plus grand triangle que CFH, on peut faire venir le centre de l'axe feneſtre F plus devers D, je prens, ſur 800 ◎ comme juſques à I, & dire CA 500 pieds donnent CB 600 pieds, combien 800 ◎ ? vient 960 ◎ ; parquoy de C vers E, & comptant autant de ◎, leſquels viennent, je prens, juſques à K, & la verge feneſtre miſe de I juſques à K, les partitions IK ſont adonc, je prens, 480 ◎ : Pour ſçavoir maintenant combien de pieds elles ſignifient, je dis CI 800 ◎, donnent IK 480 ◎, combien CA 500 ? vient pour AB 300 pieds. Ou autrement CK 960 ◎ donnent IK 480 ◎, combien CB 600 pieds ? vient pour AB comme deſſus 300 pieds.

#### Demonstration.

Veu que IC a telle raiſon à KC, comme AC à AB, & que l'angle ICK & ACB eſt tout un meſme, les deux triangles ICK, ACB ſont ſemblables, & leurs coſtez homologues proportionaux, à ſçavoir comme CI 800 ◎, à IK 480 ◎, ainſi CA 500 pieds, à AB 300 pieds.

#### Notez.

Si on veut depeſcher ce troiſieſme exemple par computations des triangles plats, on trouve les deux lignes AC, & BC, par le premier exemple, & l'angle ACB ſe cognoiſt actuellement au lieu de C : Tellement que le triangle ABC a trois termes cognus, avec leſquels cerché le coſté incognu AB, il ſe trouve par la 6 propoſition des triangles plats.

*Concluſion.* Nous avons donc meſuré par rayons viſuels des longueurs horizontales inacceſſibles, ſelon le requis.

## Proposition III.

*Meſurer par rayons viſuels des hauteurs & profondeurs inacceſſibles.*

### 1 *Exemple de la meſure des hauteurs à angle droit ſur l'horizon.*

*Le donné.* Soit AB une hauteur inacceſſible à angle droit ſur l'horizon.

*Le requis.* On veut ſçavoir de combien de pieds AB eſt long, par rayons viſuels avec le triquette.

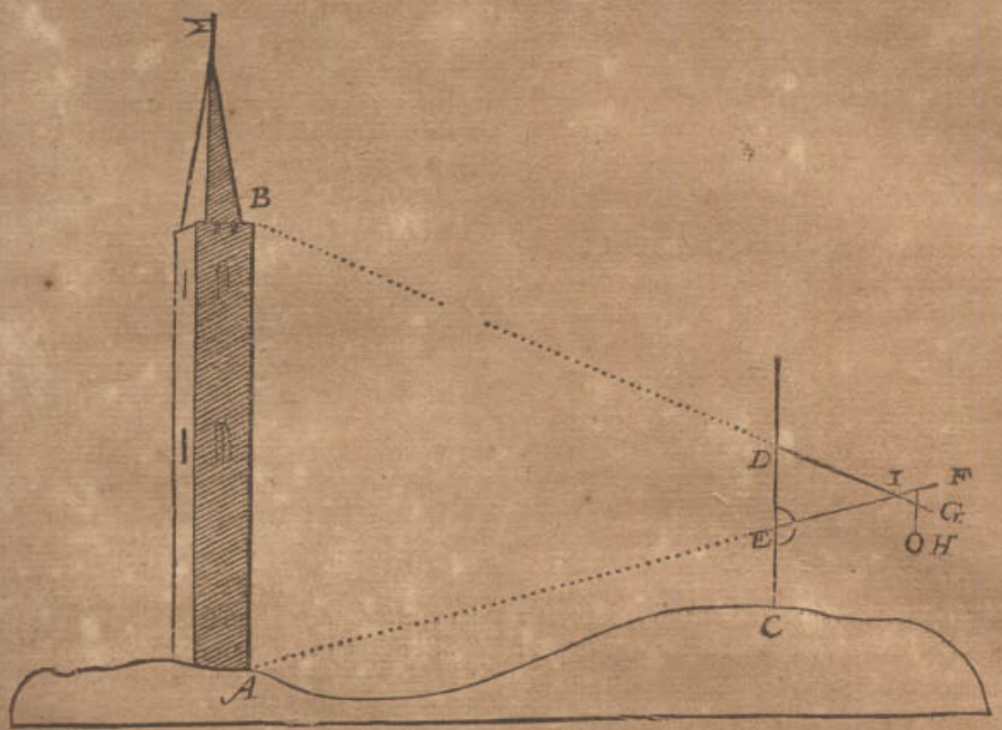
#### Construction.

Je mets en quelque lieu commode comme C, la baſe droitement debout par un perpendicle : Je voy puis apres par les viſieres de la verge dextre EF le poinct A, & je fiche là icelle verge ferme avec le vis contre le demicercle, j'eſleve puis apres la verge feneſtre DG auſſi haut, que par ſes viſieres je voye le poinct B : Mais afin qu'icelle verge DG demeure à chaque fois ferme là où on la met, il y a au bout d'icelle un perpendicle, comme H ; tellement qu'avec le fil faiſant un tour deſſus la verge dextre, elle tient la verge feneſtre en telle place qu'on la met. La verge feneſtre DG eſtant ainſi qu'on void au travers de ſes viſieres le poinct B, & par les viſieres de la verge dextre le poinct A, elles s'entrecoupent l'une l'autre, je prens, au poinct I : Ce qui eſtant ainſi, je meſure la longueur de I juſques à A, avec une meſure, comme une chaine ou verge, ſi j'y puis venir ; mais ſi pour quelque empeſchement d'eau, maiſons, ennemis, ou choſes ſemblables on ne pouvoit meſurer ainſi la longueur de I juſques à A, on la trouvera par une

ſeconde

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

seconde station, selon la doctrine de la 2 proposition: Icelle se trouve, je prens, de 275 pieds. Je voy puis apres combien il y a de degrez sur la verge E F, de E jusques à I se trouvent, je prens, 1100 ◎, & sur la base entre E & D, 800 ◎; pourtant je dis I E 1100 ◎ donnent E D 800 ◎, combien I A 275 pieds? vient pour la hauteur de A jusques à B, ou ce qui est le mesme pour la profondeur de B jusques à A, 200 pieds.



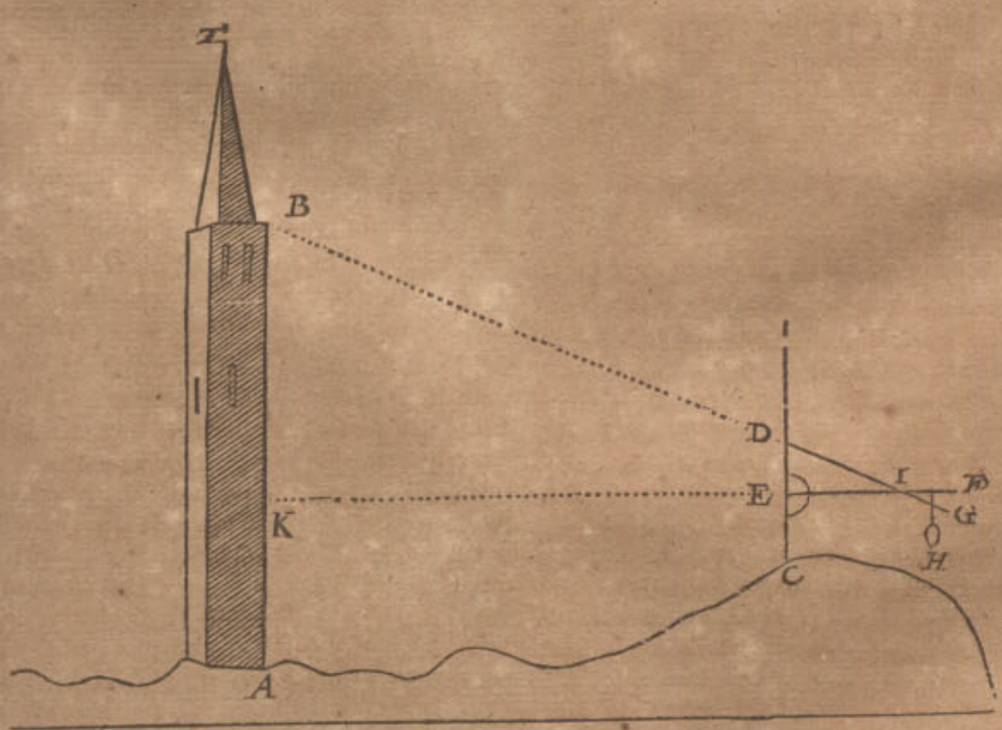

chent consequemment plus pres en bas qu'en haut) parquoy le triangle D E I est semblable au triangle B A I: & par consequent comme I E 1100 ◎, à E D 800 ◎, ainsi I A 275 pieds, à A B 200 pieds; A B doncques fait 200 pieds.

DEMONSTRATION.

Veu que A B & E D sont toutes deux à angle droit sur l'horizon, on les tient en tels exemples mechaniques pour paralleles (je dis en tels exemples mechaniques, car à proprement parler, & selon la maniere theorique, elles ne le sont point, d'autant qu'estant assez produites, elles s'assemblent au centre de la terre, & s'approchent consequemment plus pres en bas qu'en haut) parquoy le triangle D E I est semblable au triangle B A I: & par consequent comme I E 1100 ◎, à E D 800 ◎, ainsi I A 275 pieds, à A B 200 pieds; A B doncques fait 200 pieds.

NOTEZ I.

Si on vouloit sçavoir de combien le poinct B est plus haut que le poinct I; On mettra la verge dextre à angle droit sur la base, & le poinct qu'on voit convenir alors



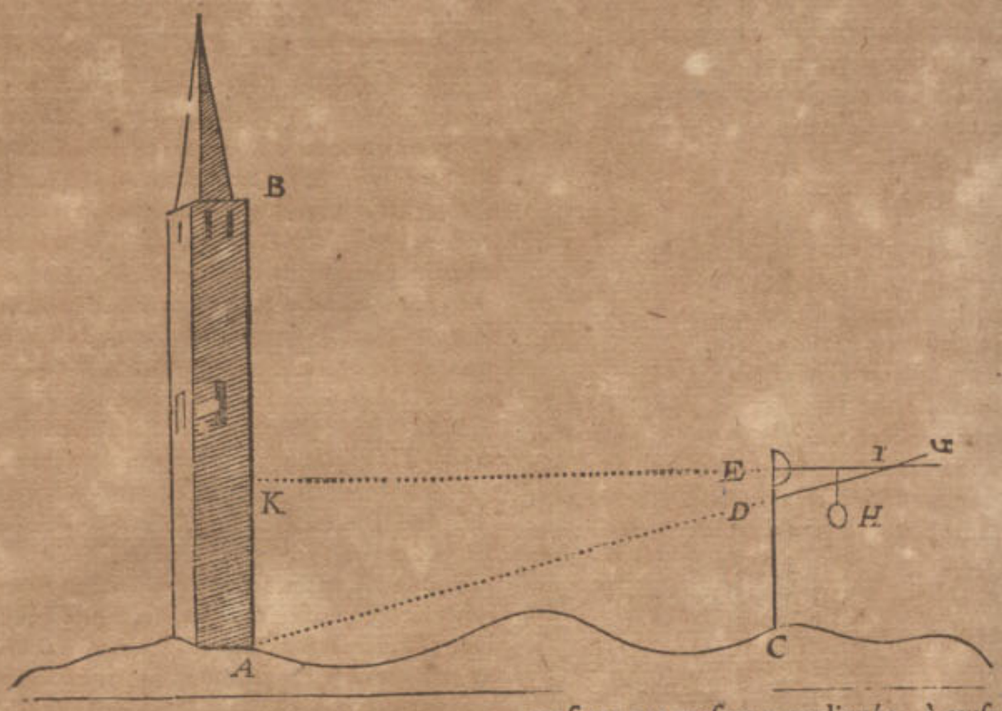

en la ligne A B par les visieres de la verge E F, ce que je prens estre K, est en la mesme hauteur de E: Parquoy ayant trouvé selon la doctrine du premier exemple, la longueur K B, comme la figure d'iceluy le monstre, on parvient au requis.



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

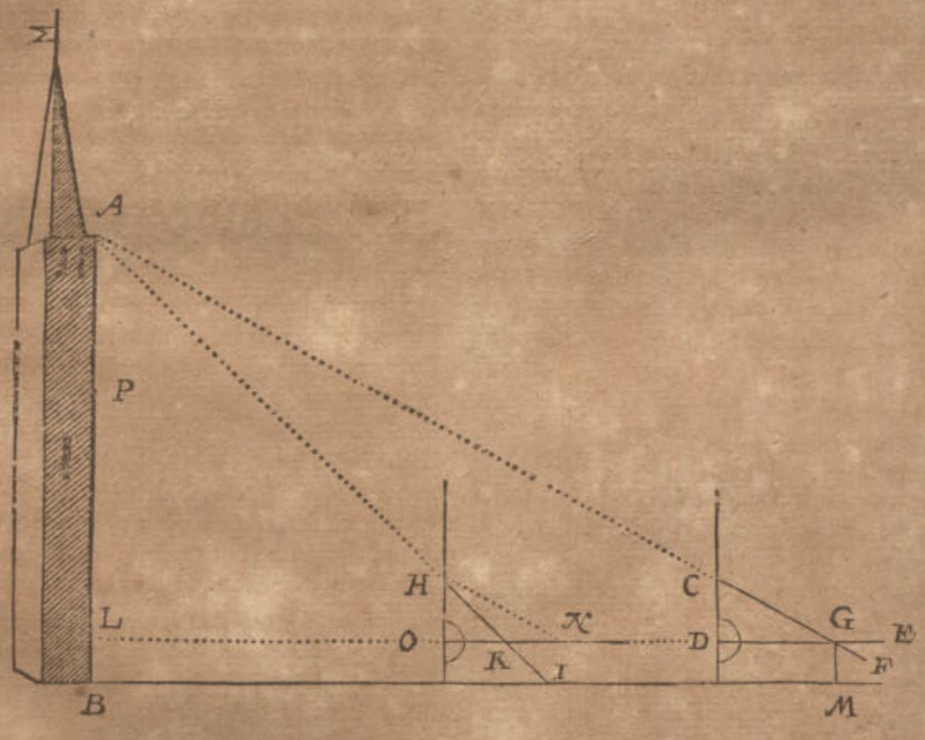
NOTEZ II.

Mais pour trouver la profondeur K A, on menera la verge droit en haut, la mettant à angle droit sur la base, & puis en faisant selon la precedente doctrine, & comme la figure suivante le demonstre encores plus apertement, on parvient au requis.




NOTEZ III.

Nous avons dit cy-devant, que quand la longueur entre le Mesureur & la hauteur mesurable, ne se peut mesurer par mesure y appliquée, à cause de quelque empeschement qui est entre deux, qu'on la trouvera par une seconde station selon la doctrine de la 2 proposition, laquelle seconde station il faudroit prendre




de costé seneſtre ou dextre : Toutesfois veu qu'il y a une autre maniere plus aisée pour mesurer la hauteur par deux stations, qui sont en mesme plan avec la longueur mesurable, nous la declarerons.

*Le donné.* Soit encore à telle fin A B une hauteur inaccessible à angle droit sur l'horizon.

*Le requis.* On veut sçavoir de combien de pieds A B est long.

CONSTRVCTION.

Je mets la base C D tout droit debout, & la verge dextre D E là dessus à angle droit comme devant, apres l'axe seneſtre C si haut & si eloigné de l'axe dextre D, que j'aye un grand triangle, ce qui peut advenir, je prens, sur 550 ⓪.

Puis apres ayant regardé sur la verge seneſtre C F, le sommet A, elle coupe D E en G, je prens, sur 1000 ⓪.

Je viens puis apres à la deuxiesme station, que je prens en telle sorte, qu'elle soit avec la premiere & la hauteur mesurable en un mesme plan ou rayon visuel, tellement aussi que la verge dextre vienne en la mes-

la meſme hauteur comme devant, & laiſſant les deux poles l'une de l'autre en la meſme longueur de 550 ⊙, premier en l'ordre, je voy autrefois le ſommet A ſur la verge ſeneſtre HI, laquelle coupe alors la verge dextre en K, je prens, ſur 560 ⊙.

Iceux ſouſtraicts de 1000 ⊙, deuxieſme en l'ordre, reſte 440 ⊙.

Je meſure puis apres la longueur entre les deux ſtations GK, la trouvant, je prens, de 40 pieds.

Je dis puis apres 440 ⊙, quatrieſme en l'ordre, donne CD 550 ⊙ premier en l'ordre, combien GK 40 pieds, cinquieſme en l'ordre? vient AL 50 pieds.

Et y adjouſtant la hauteur GM, egale à LB, faiſant, je prens, 5 pieds.

Vient pour la hauteur requiſe AB 55 pieds.

*Preparation.* Soit tiré HN ſur les ſuſdits 1000 ⊙ de la verge dextre, qui eſt parallele avec CG, ou avec AG, & ſoit O le pole de la verge dextre de la deuxieſme ſtation.

DEMONSTRATION.

Veu que HN eſt parallele avec AG par la preparation, & HK en AK, le petit triangle HKN eſt ſemblable au grand AKG, & conſequemment (veu que HO eſt auſſi parallele avec AL) l'entier petit triangle HON, ſemblable avec le grand entier ALG, dont les lignes KN, HO, eſtant avec KG, AL homologues, KN 440 ⊙ a telle raiſon à HO 550 ⊙, comme KG 40 pieds à AL 50 pieds : AL doncques fait 50 pieds, qui avec les 5 LB font 55 pieds pour AB.

NOTEZ.

La raiſon pourquoy on ne peut trouver ſelon ceſte plus courte maniere d'operation les longueurs horizontales, comme celles de la 2 propoſition, eſt que la hauteur requiſe, comme AB, eſt icy touſiours parallele avec la baſe du triquetre; car elles ſont toutes deux à angle droit ſur l'horizon : Mais en la longueur horizontale, la longueur meſurable n'eſt que parallele avec la baſe par accident, dont le Meſureur n'a ny cognoiſſance ny certitude, ſi ce n'eſtoit que le lieu permiſt de faire ce que nous dirons maintenant. Soyent A, P deux marques ſur la campagne, & poſé le cas que le lieu me permette de pouvoir venir au rayon de AP, comme au lieu de L : Ce qui eſtant ainſi, on prendra au rayon LE à angle droit ſur AL, deux ſtations, comme au lieu de G & K, appliquant le triquette comme il y eſt, à ſçavoir avec la baſe vers le meſurable, & à angle droit ſur LE, le reſte comme deſſus; car comme ceſte figure marquée ſur du papier, ſoit qu'elle ſe tienne debout, ou qu'elle giſe plate ſur l'horizon, a tout une meſme raiſon; ainſi le plan dedans lequel s'imagine la meſure ſur la campagne, s'il vient à angle droit ſur l'horizon, ou non, a les meſmes ſpeculations.

Notez qu'encore bien qu'il ſoit libre de prendre la deuxieſme ſtation plus pres ou plus loing du meſurable que la premiere; toutesfois il eſt meilleur de prendre icelle deuxieſme ſtation plus pres, comme il a eſté fait deſſus, à cauſe qu'ainſi en la premiere ſtation on peut prendre le plus grand triangle qui peut venir ſur le triquetre, ce qui autrement ne viendroit pas ainſi.

S'il y avoit une hauteur à meſurer, dont le poinct inferieur fuſt plus haut que la veuë du Meſureur, comme je prens la hauteur AP, on trouveroit premierement la hauteur AL, comme deſſus, puis apres de meſme façon PL; laquelle ſouſtraite de AL, reſte la requiſe AP: Par le contraire d'iceluy ſe peut auſſi entendre comment on fera quand le plus haut poinct de la longueur meſurable eſt plus bas que la veuë du Meſureur.

*2 Exemple par computation des triangles plats.*

Soit encore icy requiſe la hauteur KB de la figure en la premiere note : à ceſte fin on meſure avec quelque inſtrument commode à cela l'angle BIK, apres l'angle BKI eſt droit, & le coſté IK meſuré : Tellement que le triangle BKI a trois termes cognus, avec iceux cerché la requiſe BK, elle ſe trouve par la 4 propoſition des triangles plats.

Et comme on a trouvé icy, par computation des triangles plats, la hauteur BK, ainſi il eſt notoire comment ſe trouvera la profondeur KA en la deuxieſme note.

Mais ceſte profondeur KA de la deuxieſme note adjouſtée à la hauteur KB de la premiere note, il eſt notoire comment on trouve par computation des triangles plats la hauteur AB de la premiere figure du premier exemple.

Pour avoir maintenant, par computation des triangles plats, la hauteur LA en la figure de la troiſieſme note, à iceux ſont trouvez deux angles AGK, AKG, du triangle AKG, eſtant complement de demicercle de l'angle trouvé AKL, & le coſté GK eſt meſuré actuellement; de ſorte que le triangle AKG a trois termes cognus, avec leſquels cerché la ligne AK, elle ſe trouve par la 4 propoſition des triangles plats : Icelle eſtant trouvée, le triangle AKL a trois termes cognus, à ſçavoir joignant le coſté AK, encores l'angle AKL, & l'angle droit AKL, avec iceux cerché le coſté requis LA, il ſe trouve par la 3 propoſition des triangles plats.

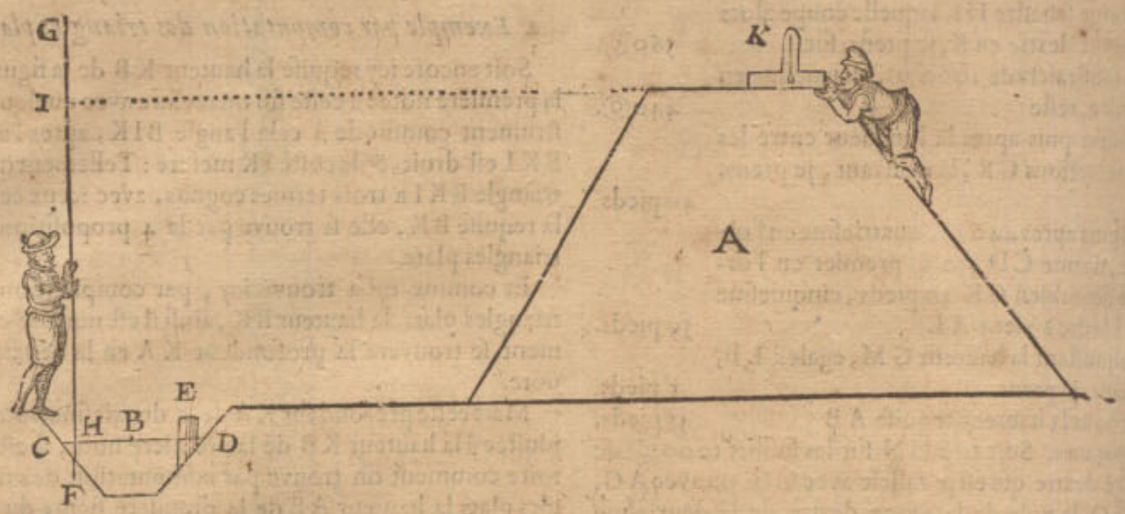
*3 Exemple de la maniere uſitée pour meſurer les digues & remparts.*

Il advient ſouvent aux païs diguez, & auſſi en des forts, qu'il eſt neceſſaire de ſçavoir la hauteur des digues, remparts, & boullevards, tant en la continuelle reparation, qu'en l'approbation quand ils ſont nouvellement faits. Or puis que nous traitons icy de la meſure des hauteurs, nous declarerons auſſi la maniere dont on ſe ſert en Hollande, à cauſe qu'elle contient quelque commodité & facilité. Soit à icelle fin A, une digue ou rempart, B le foſſé, CD la ſuperieure ſuperfice de l'eau du foſſé, E un pieu, ſur lequel on compte la hauteur de la digue, eſtant, je prens, un pied hors de l'eau lors qu'on veut meſurer la hauteur de la digue : Et faut que la digue ſoit par tout haute, je prens, de 15 pieds au deſſus du ſuſdit pieu.

Or pour meſurer ceſte hauteur commodement, on prend un long baſton comme FG, mettant une marque H pres du bout d'enbas environ un pied ou demi pied deſſus F, puis apres on meſure de H juſques à I 16 pieds (à ſçavoir 15 pour la hauteur de la digue, & un pied que le pieu eſt hors de l'eau) coupant en I une crenne, & mettant quelque marque viſible là deſſus comme un mouchoir entortillé, attaché en forme d'anneau qu'on peut hauſſer & baiſſer : Apres quelqu'un met ce baſton FG au bord du foſſé auſſi avant en terre, que la marque H touche l'eau : Puis apres il y a une autre perſonne ſur la digue avec le triquetre K, dont la verge dextre eſt fichée à angle droit ſur la baſe contre le demicercle, & par l'aide d'un perpendicle il le met à angle droit ſur l'horizon, puis apres il voit au long des viſieres de la baſe, s'il voit convenir avec cela la marque I,

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

que I, la digue a en iceluy endroit ſa deuë hauteur: Mais ſi elle y eſtoit plus baſſe, & qu'on voulut ſçavoir de combien, alors l'autre perſonne remuë la marque I plus bas & plus haut juſques à ce qu'elle accorde avec le rayon, & d'autant qu'on voit alors la marque I baiſſée, il faut que la digue en ceſt endroit ſoit hauſſée d'autant.




Or doncques veu que l'eau d'iceluy foſſé eſt egalement haute par tout, (ſi ce n'eſt lors qu'il fait fort grand vent, ce qu'il faut bien conſiderer en tel affaire) on trouve par ce moyen en tous lieux avec peu de peine grande certitude, & bien commodement la deuë hauteur de la digue pour l'entretenir.

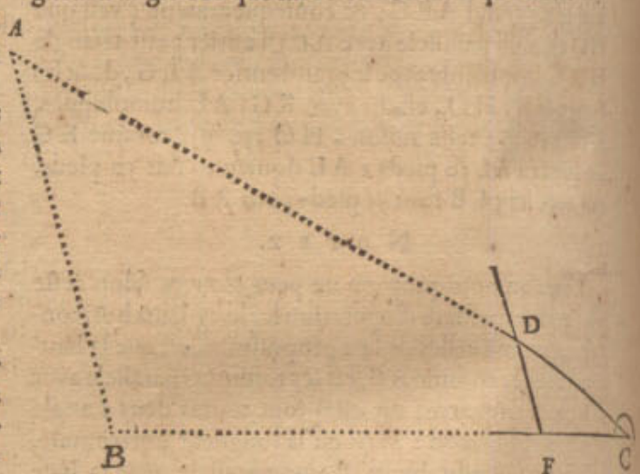
Notez encores qu'au lieu du triquetre que nous avons mis par exemple, on ſe ſert ordinairement d'un eſquierre à plomb, ou autrement d'un cercle pendant avec la regle fiduciale miſe parallele de l'horizon, par lequel la maniere de l'operation eſt tout de meſme: mais il faut icy encor noter, que la hauteur de l'œil juſques à la digue doit eſtre ſouſtraite de la meſure trouvée.

Il eſt auſſi en uſage de prendre la hauteur I ſans aucun inſtrument, à ſçavoir qu'au long du ſommet de la digue on voit convenir ceſte marque I avecques l'apparente conjonction du ciel & de la terre, ce qu'on appelle en ce païs la marque celeſte; il faut ſçavoir toutesfois qu'on ne ſe ſert de telle marque celeſte, que là où la terre d'alentour, auſſi loing que la veuë s'eſtend, eſt du tout platte, ou bien de l'eau, ſans montagnes, arbres, ou elevation, en quoy pour des raiſons cognuës la regle n'auroit point lieu.

Mais Son Excellence voulant voir ſi en ceſte maniere il y a parfaite certitude, pour rechercher telle choſe, il l'eſprouva par pluſieurs exemples: Mais veu que ces exemples ſemblent plus proprement membres de la Geographie, ils ſont appliquez en la Geographie, là où il appert qu'en des grandes hauteurs, & lieux fort eſloignez, il y a grande difference entre la meſure par la ſuſdite marque celeſte, & l'autre maniere.

### 4 *Exemple de la meſure des hauteurs à angle oblique ſur l'horizon.*

Les exemples de la 2 propoſition ont eſté des longueurs meſurables horizontales, & de ceſte 3 propoſition juſques icy des hauteurs à angle droit ſur l'horizon: Mais pour parler auſſi de celles qui ſont à angle oblique ſur l'horizon, il faut ſçavoir que la maniere de les meſurer eſt ſemblable à celle des longueurs horizontales du 1 exemple; car le plan tendant par les trois poincts (à ſçavoir des deux ſtations & le meſurable) s'il eſt parallele de l'horizon ou non, cela ne cauſe point de changement en la meſure: Toutesfois afin d'en dire quelque choſe par exemple, ſoit A B une longueur à angle oblique ſur l'horizon ainſi qu'il advient.




Pour la cognoiſtre, ſoit C la premiere ſtation, & par quelque autre deuxieſme ſtation C B ſe trouve long, par exemple, de 180 pieds, C A de 240 pieds. Je prens puis apres l'angle A C B entre la verge dextre C D & la baſe C F, apres je prens l'extremité de la verge dextre, ſur quoy la verge ſeneſtre peut commodement faire un triangle, ce qui vient, par exemple, ſur D de la verge dextre, tellement que C D fait 120 ◎. Puis apres je dis, C A 240 pieds, donnent C B 180 pieds, combien C D 120? vient 90 ◎: Parquoy prenant ſur la baſe 90 ◎, comme de C juſques à F; & ſur le meſme poinct F appliqué l'axe ſeneſtre, & la verge ſeneſtre apportée de F juſques à D, alors F D ſe trouve long, je prens, de 60 ◎: Maintenant je dis C F 90 ◎, donnent F D 60 ◎, combien C B 180 pieds? vient pour la requiſe A B 120 pieds: Ou autrement on pourroit dire C D 120 ◎, donnent D F 60 ◎, combien C A 240 pieds? vient pour A B, comme deſſus, 120 pieds: Dont la demonſtration eſt manifeſte, car veu qu'il faut que F D ſoit parallele avec B A, le triangle D F C eſt ſemblable avec A B C, & leurs coſtez homologues ſont proportionaux.

*Concluſion.* Nous avons doncques meſuré par rayons viſuels des hauteurs & profondeurs inacceſſibles, ſelon le requis.

S'EN-

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

## S'ENSUIT LA MESURE DES LIGNES PAR D'AVTRES LIGNES COGNVES.

Veu qu'au livre des triangles plats eſt declarée la regle generale de l'invention de trois termes incognus d'un plan rectiligne par les autres cognus, nous ne deſcrivons point icy d'exemples de lignes, qui ſelon ceſte maniere ſe trouvent par d'autres lignes & angles donnez. Mais veu qu'en la meſure par deux ſtations, nous rencontrons ſix certaines lignes, dont par cinq cognuës on trouve la ſixieſme incognuë, nous en parlerons en la 5 propoſition, deſcrivant premierement la 4 propoſition traitant de l'invention de la perpendiculaire, & de leurs deux baſes de perpendiculaire, car combien que cela meſme ſoit comprins en partie en la 8 propoſition des triangles plats; toutesfois puis que la perpendiculaire ſe tire là par regle generale touſiours ſur le plus long coſté, & qu'icy elle ſe peut rencontrer tombant ſur les autres coſtez, nous en deſcrirons la 4 propoſition ſuivante.

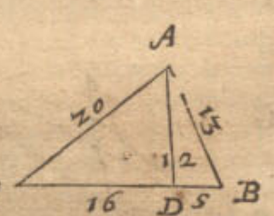
Notez encor que les operations ſuivantes la 5 propoſition different des operations par triangles plats en cela, qu'elles peuvent en leurs ſolutions eſtre entierement accomplies par nombres radicaux, ce qui aux autres n'advient pas ordinairement ainſi.

### PROPOSITION IV.

*PAr les trois coſtez cognus d'un triangle, trouver les deux baſes de perpendiculaire, & la perpendiculaire.*

#### 1 *Exemple où la perpendiculaire tombe dedans le triangle.*

*Le donné.* Soit A B C un triangle dont le coſté A B ſoit 13, B C 21, A C 20, auquel eſt tiree la perpendiculaire A D, tombant dedans le triangle ſur la baſe B C, la diviſant aux baſes de perpendiculaire D C, D B, leſquelles nous appellons baſes de perpendiculaire, d'autant que ce ſont deux baſes ſur leſquelles repoſe la perpendiculaire : *Euclide* en la 12 & 13 propoſition de ſon deuxieſme livre, ne leur donne pas de propre nom defini, mais quelques autres les ont appellé en Latin *caſus*.




*Le requis.* Il faut trouver combien font les baſes de perpendiculaire D B, D C, enſemble la perpendiculaire A D.

#### CONSTRVCTION.

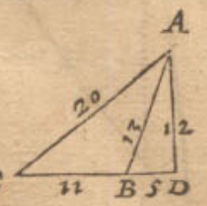
| | |
|---|---|
| Le quarré de la baſe C B 21 eſt | 441. |
| Adjouſté le quarré du coſté dextre A B 13 faiſant | 169. |
| Font enſemble | 610. |
| D'iceux ſouſtrait le quarré du coſté ſeneſtre A C 20 faiſant | 400. |
| Reſte | 210. |
| La moitié | 105. |
| Iceux diviſés par C B 21, vient pour la baſe de perpendiculaire dextre requiſe D B | 5. |
| Iceux ſouſtraits de C B 21, reſte pour la baſe de perpendiculaire ſeneſtre requiſe D C | 12. |
| Mais puis que A D C eſt un triangle rectangle, dont les deux coſtez A C, C D ſont cognus, le troiſieſme coſté A D, qui eſt la perpendiculaire requiſe, ſe cognoit par la 47 propoſition du premier livre *d'Euclide*, laquelle ſera | 12. |

#### DEMONSTRATION.

Les deux quarrez A B, B C ſont enſemble autant plus grands que le quarré de A C, comme deux fois le rectangle comprins ſous C B & B D, par la 13 propoſition du deuxieſme livre *d'Euclide*. Mais iceux deux quarrez ſont enſemble 210 plus grands que le quarré de A C, comme il appert au cinquieſme en l'ordre; pourtant deux rectangles comprins ſous C B & B D font enſemble 210, & conſequemment un angle droit comprins ſous C B & B D fait la moitié de 210, qui eſt 105 : Mais l'un coſté d'iceluy angle droit, comme B C, eſt cognu, faiſant 21; parquoy diviſé 105 par 21, le quotient 5 eſt pour l'autre coſté B D. Le reſte de l'operation eſt manifeſte.

#### 2 *Exemple où la perpendiculaire tombe hors du triangle.*

*Le donné.* Soit A B C un triangle dont le coſté A B fait 13, B C 11, A C 20, là où eſt tirée la perpendiculaire A D tombant hors le triangle ſur la produite C B, faiſant deux baſes de perpendiculaire D C, D B.




*Le requis.* Il faut trouver combien font les deux baſes de perpendiculaire D C, D B, enſemble la perpendiculaire A D.

#### CONSTRVCTION.

| | |
|---|---|
| Le quarré de la baſe C B 11 eſt | 121. |
| Adjouſté le quarré du plus petit coſté des autres deux, comme A B 13, faiſant | 169. |
| Font enſemble | 290. |
| Iceux ſouſtraits du quarré du plus grand coſté A C 20 faiſant | 400. |
| Reſte | 110. |
| La moitié | 55. |
| Iceux diviſez par la baſe C B 11, vient pour la plus petite baſe de la perpendiculaire requiſe B D | 5. |
| Iceux adjouſtez à C B 11, vient pour la plus grande baſe de la perpendiculaire requiſe D C | 16. |
| Mais puis que A D C eſt un triangle rectangle, dont les deux coſtez A C, C D ſont cognus le troiſieſme coſté A D, qui eſt la perpendiculaire requiſe, ſe cognoiſt par la 47 propoſition du premier livre *d'Euclide*, laquelle ſera | 12. |

#### DEMONSTRATION.

Le quarré de A B avec le quarré de B C eſt autant plus petit que le quarré de A C, comme deux fois le rectangle comprins ſous C B & B D par la 12 propoſition du deuxieſme livre *d'Euclide*. Mais iceux deux quarrez ſont enſemble 110 plus petits que le quarré de A C, comme il appert au cinquieſme en l'ordre; parquoy deux rectangles, chacun comprins ſous C B & B D font 110, & conſequemment un rectangle comprins ſous C B & B D fait la moitié de 110, qui eſt 55 : Mais l'un coſté d'iceluy rectangle, comme B C, eſt cognu, faiſant 11; parquoy diviſé 55 par 11, le quotient 5 eſt pour l'autre coſté B D. Le reſte de l'operation eſt manifeſte.

*Concluſion.* Nous avons doncques par les trois coſtez cognus d'un triangle, trouvé les deux baſes de perpendiculaire, & la perpendiculaire, ſelon le requis.

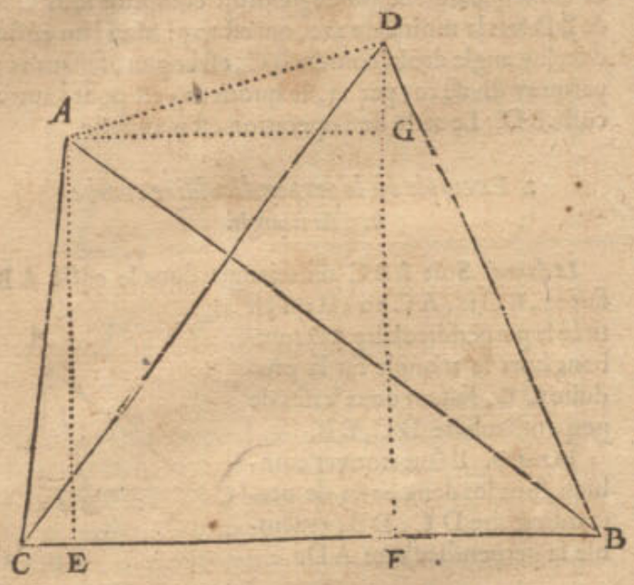
PRO-

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

## PROPOSITION V.

*Estant cognuës les cinq lignes tombantes en la mesure des distances de deux poincts par deux stations : Trouver par nombres la longueur entre les deux poincts mesurables.*

*Le donné.* Soit A l'un poinct mesurable, B & C deux stations, D l'autre poinct mesurable, & leurs cinq lignes, comme des deux triangles A B C, D B C, sur une mesme base commune B C sont cognuës, à sçavoir B C




mesurée actuellement avec mesure y appliquée, & trouvée de 1400 ; les autres quatre ont esté cognuës par l'operation du triquetre, ou autre instrument mechanique, à sçavoir A B 1615, A C 975, D C 1500, D B 1300.

*Le requis.* Il faut trouver par nombres la longueur entre les deux poincts mesurables A, D.

*Preparation.* Soit tiré A B à angle droit sur D F.

### CONSTRVCTION.

Veu que les trois costez du triangle A B C me sont cognus par le donné, je cerche avec iceux la base de perpendiculaire E B, & la perpendiculaire A E, se trouve par la 4 proposition, à sçavoir la base de perpendiculaire E B de 1291.

Et la perpẽdiculaire A E, ce qui est aussi pour E F de 969.

Derechef veu que les trois costez du triangle D B C me sont cognus par le donné, je cerche avec iceux la base de perpendiculaire F B, & la perpendiculaire D F, que je trouve par la 4 proposition, à sçavoir la base de perpendiculaire F B, de 500.

Et la perpendiculaire D F de 1200.

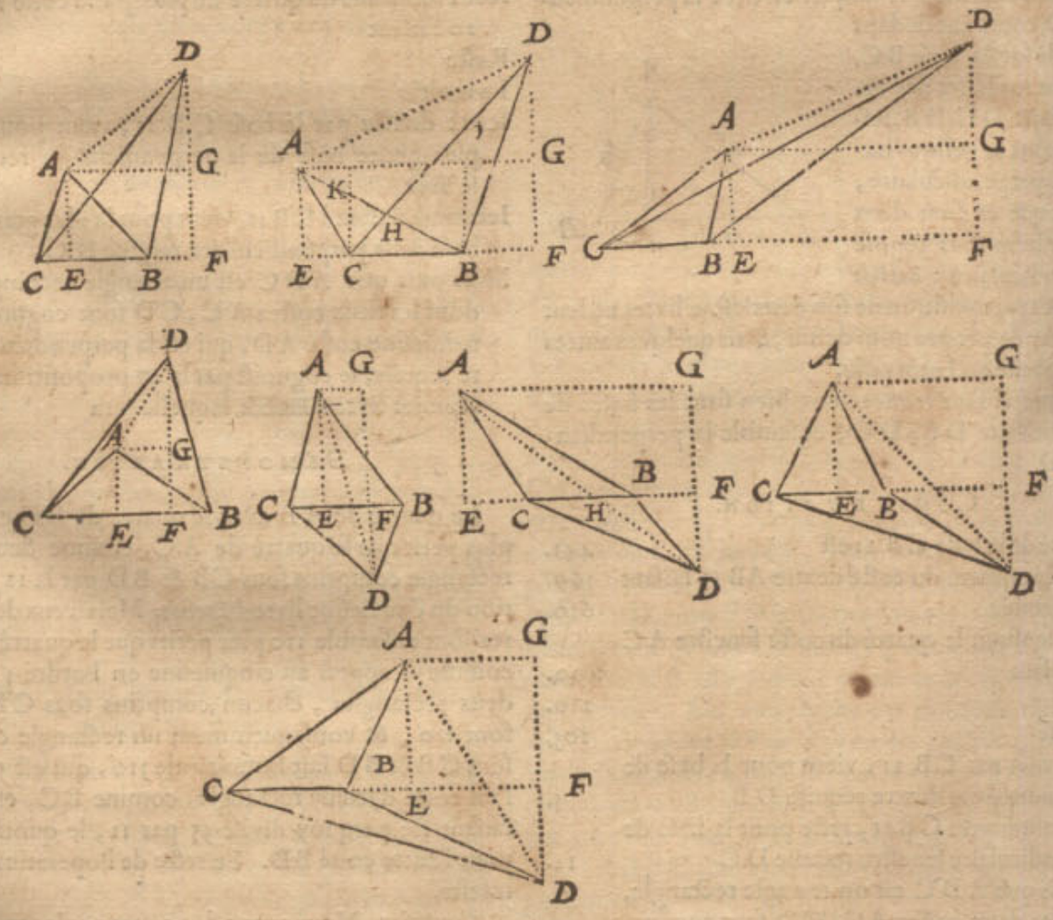
F B 500 troisiesme en l'ordre, soustrait de E B 1291 premier en l'ordre, reste pour E F, ce qui est aussi pour A G 791.

F G 969 deuxiesme en l'ordre, soustrait de D F 1200 quatriesme en l'ordre, reste pour D G 231.

A G C est un triangle droit en G, avec deux costez cognus, à sçavoir A G 791 cinquiesme en l'ordre, & D G 231 sixiesme en l'ordre, avec iceux je cerche l'hypothenuse A D, adjoustant les deux quarrez de A G, D G, & tirant hors de la somme la racine quarrée, vient pour la longueur requise A D 815.

### CONSEQUENCE I.

Par ce que nous avons dit icy, est aussi manifeste, que si les deux perpendiculaires A E, D F tomboyent selon



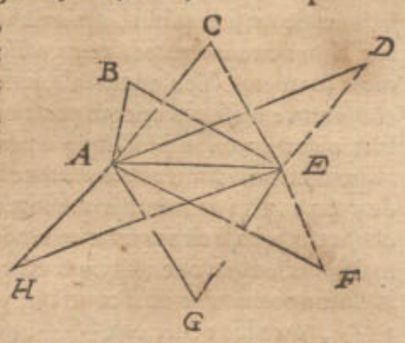

quelqu'une des manieres marquées cy-dessus, que la ligne A D devient cognuë par tout, & cela selon la precedente maniere d'operation, moyennant qu'on adjouste & souſtraye par tout comme il appartient.

CON-

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

### Consequence II.

Par le precedent eſt manifeſte que ſi toutes les lignes de ceſte figure ABCDEFGH eſtoient cognuës, que par là ſe cognoiſtroient les lignes qui ne ſont pas marquées, comme BC, CD, DF, FG, GH, HB : car prenant AE comme baſe, ſur laquelle viennẽt les deux triangles ABE, ACE, on trouve BC, & auſſi les lignes de chacun des poincts B, C, D, F, G, H, à tous les autres. Semblablement prenant AE pour baſe, ſur laquelle viennent les deux triangles ABE, ADE, on trouve BD, & ainſi avec les autres. Par cecy eſt notoire que ſi les poincts B, C, D, F, G, H, ſignifioient des villes, villages, ou tours, qui par les deux ſtations A, E auroient eſté tranſportés de la campagne & deſcrits en façon de carte ſur du papier, comment on trouveroit par nombres la longueur de l'un à l'autre.




### Consequence III.

Il appert auſſi, comment en tout quadrangle avec quatre coſtez cognus, & avec deux lignes entre les angles oppoſites, dont l'une eſt cognuë, on trouvera où icelles deux lignes s'entrecoupent. Soit par exemple ABCD la cinquieſme ou ſixieſme figure de la premiere conſequence, je prens la ſixieſme figure, un quadrangle avec des coſtez cognus, dont les deux lignes entre les angles oppoſites ſont AD, CB s'entrecoupãtes en H, deſquelles lignes CB eſt cognuë: On demãde où tombe le poinct H, à ſçavoir de quelle longueur eſt HD, HA, HB, HC ? Pour y parvenir on peut proceder ainſi : AD ſe trouve comme deſſus, apres veu que le triangle DGA eſt ſemblable au triangle DFH, je dis, le nombre de DG, donne le nombre de DA, que donne le nombre de DF ? vient le nombre de la requiſe HD : Iceluy ſouſtrait de la cognuë DA, reſte la requiſe HA : Apres je dis, le nombre de DG, donne le nombre de GA, que donne le nombre de DF ? vient le nombre de FH : d'iceluy ſouſtrait le nombre de BF, reſte le nombre de la requiſe HB : Iceluy ſouſtrait du nombre de CB, reſte la requiſe HC.

Pour trouver où s'entrecoupent deux lignes, comme AB, CD, de quelqu'une des trois premieres figures de la premiere conſequence, je prens de la deuxieſme figure au poinct H, à ſçavoir de quelle longueur ſont HC, HD, HB, HA : Je tire les deux lignes BI, CK, à angle droit ſur EF : diſant puis apres, la cognuë CF, donne la cognuë FD, combien CB ? & vient BI cognuë. Semblablement la cognuë BE, donne la cognuë EA, combien BC ? & vient CK cognuë. Apres veu qu'icelle CK eſt parallele avec IB, le triangle KHC eſt ſemblable au triangle BHI, & leurs coſtez homologues proportionaux : Parquoy comme KC à IB, ainſi CH à HI, & KH à HB. Cecy eſtant ainſi, je diviſe le nombre de CI en deux parties en telle raiſon l'un à l'autre, comme le moindre nombre de KC, au plus grand IB, & la moindre partie de CI eſt pour la partie HC requiſe vers le plus petit coſté KC.

Iceluy nombre de HC ſouſtrait de la cognuë CD, reſte le nombre de la requiſe HD.

Semblablement je diviſe le nombre de BK en deux parties, en telle raiſon l'un à l'autre comme le plus grand nombre de IB, au plus petit KC, & la plus grande partie de BK, eſt pour la partie HB requiſe vers le plus grand coſté IB.

### Notez.

Veu que la cognoiſſance de quelques qualitez de la hache, nous conduiſent auſſi à quelques regles generales, par leſquelles ſe cognoiſſent quelques autres lignes, nous en parlerons à la propoſition ſuivante ; declarant premierement qu'on nomme icy hache ce que les Latins appellent *menſa* ; pource que le quadrangle avec deux coſtez paralleles & deux coſtez non paralleles (conſiderant les haches & tables comme elles ſe font à preſent) reſſemble mieux une hache qu'une table.

### Proposition VI.

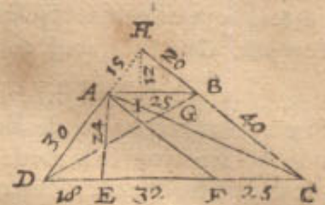
*Eſtant donnée une hache avec quatre coſtez cognus : Trouver ſa perpendiculaire de l'un des paralleles ſur l'autre.*

*Le donné.* Soit ABCD une hache, dont AB 25, BC 40, CD 75, DA 30, & la perpendiculaire de AB ſur ſa parallele DC ſoit AE.

*Le requis.* Il faut trouver la longueur de AE.

### Construction.

Je tire AF parallele avec BC, tellement que FC eſtant egale avec AB fait 25, iceux ſouſtraits de DC 75, reſte pour DF 50 : Apres, AF eſtãt egale avec BC 40, il faut qu'elle face auſſi 40 : Le triangle donc ADF a trois coſtez cognus, dont la requiſe perpendiculaire AE ſe trouve par la 4 propoſition de 24 : Dont la demonſtration eſt aſſez manifeſte par l'operation.




*Concluſion.* Eſtant doncques donnée une hache avec quatre coſtez cognus, nous avons trouvé ſa perpendiculaire de l'un des paralleles ſur l'autre, ſelon le requis.

### Consequence I.

Il eſt notoire comment on trouvera les lignes entre les angles oppoſites comme AC, BD, car eſtans cognus les deux coſtez AD 30, & AE 24 du triangle rectangle AED, s'enſuit que DE fait 18, iceux ſouſtraits de DC 75, reſte pour EC 57 : Or donc eſtant cognu AE 24, & EC 57 du triangle rectangle AEC, la requiſe AC devient cognuë, & ſe trouve longue de √3825, ou 6185 ②. Et ſe trouve par meſme raiſon la ligne BD de l'autre coſté.

### Consequence II.

On peut ſçavoir aiſement où tombe la commune ſection G des deux lignes AC, BD, parce que comme la cognuë AB, à la cognuë DC, ainſi AG, à GC, & BG, à GD ; d'autant que ce ſont coſtez homologues de deux triangles ſemblables AGB, CGD.

### Consequence III.

Si on produit DA, CB, juſques à ce qu'elles s'aſſemblent en H, elles font ſur la baſe AB un triangle HAB, lequel avec le trapeze ABCD faiſant un triangle HDC, auquel nous donnons un nom propre, pour ce qui en ſera dit cy-apres, l'appellant triangle de complement de la hache, ce qui vaut autant qu'accompliſſement de ce qui manque pour reduire la hache à un triangle. Les coſtez HA, HB, & perpendiculaire HI d'iceluy triangle de complement ſe trouvent ainſi : Veu que ADF, HAB ſont deux triangles ſemblables, & que pourtant



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

ils ont leurs costez homologues proportionaux : Je dis, DF 50, donne AD 30, combien AB 25? vient pour HI 15. Derechef DF 50, donne AF 40, combien AB 25? vient pour HB 20. Finalement DF 50, donne AE 24, combien AB 25? vient pour HI 12.

### Proposition VII.

*Estant cognu le costé d'un plan regulier : Trouver la ligne du centre à un angle.*

#### Notez.

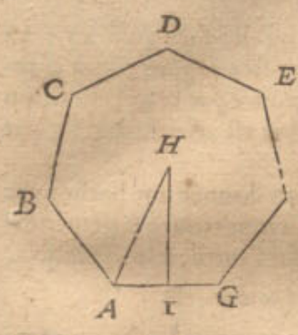
Il y a bien des solutions parfaites sans avoir recours à la construction des tables des sinus, & cela pour aucunes circonferences regulieres, comme du triangle, quadrangle, & pentagone, avec toutes cordes qui proviennent de leur addition, soustraction, mediation & duplication. Mais puis que nous en avons proprement traicté ailleurs, à sçavoir en la fabrique d'icelles tables des sinus, nous ne parlerons pas icy de ceste matiere, ains nous descrirons seulement la regle generale de toutes figures regulieres, par l'aide des tables des sinus, comme s'ensuit.

*Le donné.* Soit ABCDEFG un polygone regulier, à sçavoir un heptagone, dont l'un costé, comme AG, fait 6, & la ligne du centre H jusques à un angle soit HA.

*Le requis.* On veut sçavoir combien fait HA.

#### Construction.

Si on descrivoit un cercle alentour de l'heptagone donné, AG sera trouvée la corde de l'arc de la septiesme partie de la circonference ; parquoy je divise 360 deg. par 7, & vient 51 deg. $25\frac{5}{7}$ ①, la moitié est 25 deg. $42\frac{6}{7}$ ①, dont le sinus (ayant le semidiametre 10000000) se trouve de 4338838, le double faisant 8677676 est pour AG; tellement que comme 8677676 au sinus entier 10000000, ainsi AG à AH. Parquoy je dis 8677676 donne 10000000, combien AH? vient pour la requise AH $6\frac{7933944}{8677676}$; dont la demonstration est manifeste par l'operation.




*Conclusion.* Estant donc cognu le costé d'un plan regulier, nous avons trouvé la ligne du centre à un angle, selon le requis.

#### Consequence I.

Par un chemin rebours au precedent il est manifeste comment par AH cognuë on trouvera AG.

#### Consequence II.

La perpendiculaire HI se cognoist aussi, & cela de deux façons : Premierement, d'autant que les deux costez AH, AI du triangle rectangle HI sont cognus. Secondement, par les tables des sinus, car estant AI sinus de 25 degr. $42\frac{6}{7}$ ①, HI est sinus de son arc de complement.

Les precedentes propositions ont esté des lignes droites, les suivantes seront de la circonference des cercles.

### Proposition VIII.

*Par le diametre du cercle cognu, trouver la circonference.*

*Le donné.* Soit ABCD la circonference d'un cercle, dont le diametre AC fait 12.

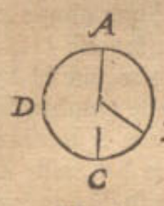
*Le requis.* Il faut trouver la circonference ABCD.

#### Notez.

Si on vouloit mesurer cest arc avec mesure y appliquée, on la pourroit prendre si petite que sa longueur comparée à l'arc accordant avec iceluy, n'ayt pas de difference visible. Or puis que ce n'est pas icy nostre dessein de mesurer ainsi, mais de trouver la longueur par lignes circonstantes, nous parlerons de ceste derniere maniere. Veu que la raison du diametre à la circonference n'est pas encore parfaitement trouvée, il se faut aider icy en la practique d'operation fondée sur imperfection. *Archimede* a prins ceste raison imparfaite de 7 à 22, & a demonstré que lors qu'on met 1 pour le diametre, que la circonference est plus courte que $3\frac{1}{7}$, mais plus longue que $3\frac{10}{71}$, qui est par rompus avec un mesme nominateur, plus court que $3\frac{71}{497}$, plus long que $3\frac{70}{497}$, ou plus court que $\frac{1562}{497}$, plus long que $\frac{1561}{497}$. Joignant cela, il y a pour ceux qui desirent une plus juste computation, un approchement infini, de sorte que la difference du vray sera moindre qu'aucun nombre defini, tant petit qu'il soit : Le tres-docte *Adrianus Romanus in Idea Mathematica* a calculé ceste raison ainsi : Faisant le diametre 1000000000000000, la circonference est plus courte que 3141592653589793 1, plus longue que 3141592653589793 0. Maistre *Ludolf* de Cologne comptant encores plus avant, a prins le diametre sur 100000000000000000000, & avec cela a trouvé la circonferẽce plus courte que 3141592653589793238 47, & plus longue que 3141592653589793238 46, lesquels susdits comptes ils ont fait, sans les avoir pris l'un de l'autre. Mais puis que la raison de 7 à 22 est plus proche que l'autre de 497 à 1561, & assés pres à ce qui est requis en beaucoup d'affaires vulgaires qui se rencontrent en la practique, nous depescherons par icelle les exemples suivans à cause de briefveté : celuy qui demande une computation plus proche, peut suivre la raison plus exacte.

#### Construction.

7 donnent 22, combien AC 12? vient pour la circonference requise $37\frac{5}{7}$. La demonstration en est faite au livre de la dimension du cercle d'*Archimede*.




*Conclusion.* Nous avons doncques par le diametre du cercle cognu, trouvé la circonference, selon le requis.

#### Consequence I.

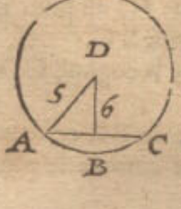
Par ceste 8 proposition il est manifeste que par raison reversé de la susdite, comme de 22 à 7, on peut par la circonference cognuë, trouver le diametre incognu.

#### Consequence II.

Il est aussi manifeste comment on trouvera une partie exprimée de la circonference. Comme par exemple soit AB un arc de 120 deg. pour trouver sa longueur je dis, 360 deg. donnent $37\frac{5}{7}$, combien 120 deg.? vient pour AB $12\frac{4}{7}$. Ou si on avoit dit que AB fait les $\frac{2}{5}$ du cercle, on prendroit alors les $\frac{2}{5}$ de $37\frac{5}{7}$.

### Proposition IX.

*Estant cognuë la corde d'un arc & le semidiametre de son cercle : Trouver iceluy arc.*




*Le donné.* Soit ABC un arc dont la corde AC fait 6, & le semidiametre de son cercle AD 5.

*Le requis.* Il faut trouver la longueur de l'arc ABC.

Con-

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

CONSTRVCTION.

Faisant AD 5, l'entiere circonference, qui est 360 deg. fait par la 8 proposition de ce livre $31\frac{3}{7}$.

Maintenant il faut trouver quelle partie est l'arc ABC du cercle entier, à sçavoir combien de deg. comprend ABC. Or pour y parvenir je dis, AD 5, donne AC 6, combien le sinus entier 10000000? vient 12000000.

La moitié est 6000000.

Dont l'arc és tables 36 deg. 52 ①.

Le double pour ABC 73 deg. 44 ①.

Maintenant je dis, 360 deg. donne $31\frac{3}{7}$, premier en l'ordre, combien 73 deg. 44 ①, cinquiesme en l'ordre? vient pour l'arc requis ABC $6\frac{6608}{15120}$.

Dont la demonstration est manifeste par l'operation.

*Conclusion.* Estant donc cognuë la corde d'un arc, & le semidiametre de son cercle; nous avons trouvé icelluy arc, selon le requis.

CONSEQVENCE.

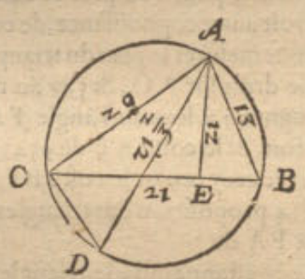
Il est manifeste par raison reverse comment avec l'arc cognu, & sa corde cognuë, on trouvera le semidiametre de leur cercle, comment aussi par l'arc cognu & le semidiametre de son cercle, on trouvera la corde.

PROPOSITION X.

*ESTans cognus les trois costez d'un triangle: Trouver le diametre de leur cercle circonscriptible.*

*Le donné.* Soit ABC un triangle, dont le costé AB fait 13, AC 20, CB 21, & soit CABD le cercle circonscriptible, dont AD soit le diametre.

*Le requis.* Il faut trouver quelle longueur a AD.




CONSTRVCTION.

Je cerche par la 4 proposition de ce livre la perpendiculaire d'un angle à son costé oppositе, ce qui soit AE sur CB, & la trouve de 12.

Puis apres je dis, la perpendiculaire AE 12, donne le costé dextre ou le costé seneſtre, soit le costé dextre AB 13, combien l'autre costé AC 20? vient pour le diametre requis $21\frac{2}{3}$.

DEMONSTRATION.

Veu que les deux angles ABC, ADC des deux triangles ABC, ADC, comprennent tous deux un mesme arc de la circonference AC, ils sont egaux. Apres, l'angle AEB est droit par la construction, & ACD aussi droit, comme estant au demicercle, & consequemment leurs troisiesmes angles sont aussi egaux; parquoy iceux deux triangles ABE, ADC sont semblables, & pource aussi leurs costez homologues proportionaux, à sçavoir comme AE à AB, ainsi AC à AD, sur quoy la susdite operation est clairement fondée.

*Conclusion.* Estans donc cognus les trois costez d'un triangle, nous avons trouvé le diametre de son cercle circonscriptible, selon le requis.

CONSEQVENCE.

Par cecy est notoire comment on trouvera Arithmetiquement la longueur du semidiametre, pour en descrire un cercle tendant par trois poincts donnez n'estans point en ligne droite.

# SECONDE PARTIE
## DV SECOND LIVRE,
## De la mesure des superfices.

*Nostre mesurement proposé des superfices sera des plans qui sont rectilignes & curvilignes, comme cercles & ellipses, & puis apres des superfices spheriques.*

PROPOSITION XI.

*MEsurer un plan rectiligne donné.*

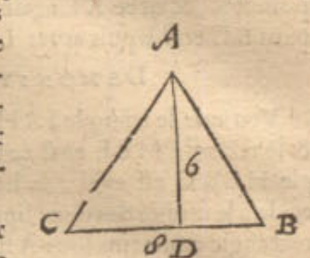
*1 Exemple de la maniere de mesurer un triangle.*

*Le donné.* Soit ABC un triangle.

*Le requis.* Il faut trouver son contenu.

CONSTRVCTION.

Je mesure quelque costé comme BC, qui se trouve, je prens de 8, & tire AD perpendiculaire sur iceluy BC, que je trouve de 6, lesquels multipliez par 4, moitié de CB, vient pour le plan requis 24; dont la demonstration est manifeste par la 41 proposition du premier livre d'*Euclide*.

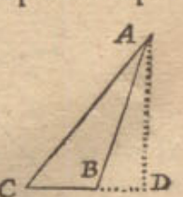



Mais qui voudroit avoir quelque certaine preuve de cecy, il pourroit tirer de l'angle B une perpendiculaire sur AC, la multipliant par la moitié de sa base AC; car ainsi on voit comment s'accordent les diverses operations.

NOTEZ.

Que nous avons cy-dessus multiplié la perpendiculaire AD avec la moitié de la base CB: Mais on peut aussi multiplier autrement la moitié de la perpendiculaire qui est 3, par l'entiere base 8, & vient aussi 24. Ou autrement dire 6 fois 8 sont 48, dont la moitié est comme devant 24. Et telle moitié se peut prendre plus commodement de deux lignes dont l'une a un nombre pair, pour eviter l'operation en rompus.

En cas que la perpendiculaire de l'angle vers la base tombast hors le triangle, alors on peut prendre la perpendiculaire de l'angle sur la base produite, la multipliant par la moitié de la base. Comme par exemple, ayant à mesurer le triangle ABC, dont la perpendiculaire de l'angle A sur la produite CB soit AD, la longueur d'icelle multipliée par la moitié de CB, donne le contenu du triangle ABC.




*2 Exemple de la maniere de mesurer une hache.*

*Le donné.* Soit ABCD une hache dont les deux costez paralleles sont AB, CD.

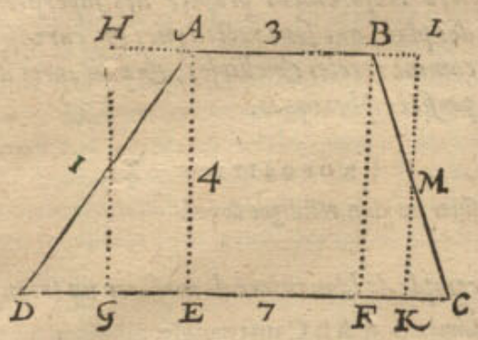
*Le requis.* Il faut trouver le contenu d'icelle.



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

CONSTRVCTION.

On pourroit partir la hache en deux triangles avec une ligne de A jusqu'à C, ou de B jusques à D, mesurant chacun d'iceux selon la maniere du premier exemple, & la somme de ces deux triangles seroit le requis : Mais veu qu'elle se peut mesurer par une voye plus courte, nous la declarerons comme s'ensuit: Je mesure les deux costez paralleles, & trouve A B, je prens, de 3, & C D de 7, lesquels font ensemble 10, dont la moitié 5 multipliée par la perpendiculaire A E faisant je prens 4, vient pour le plan requis de la hache A B C D 20.




*Preparation.* Soit tiré B F à angle droit sur D C, puis apres soit mis le poinct G au milieu de D E, & soit tirée G H egale & parallele avec E A, coupant A D en I, puis apres H A : Semblablement soit mis au milieu de F C le poinct K, & tirée K L egale & parallele avec F B, coupant B C en M, puis apres L B.

DEMONSTRATION.

Veu que le triangle I A H est egal au triangle I D G, & le triangle M B L egal au triangle M K C, le rectangle H L K G est egal à la hache A B C D, & H L est egale à la moitié des deux lignes D C, A B : Parquoy le rectangle comprins sous A E, ou sous H G, & la moitié des deux costez paralleles de la hache, est tousiours egal à la hache : Et pource le plan est ainsi trouvé en l'operation pour la grandeur requise de la hache A B C D.

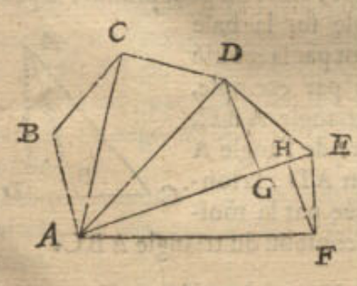
### 3 *Exemple de la maniere de mesurer un plan rectiligne comme il advient, par division en triangles.*

*Le donné.* Soit A B C D E F un plan rectiligne, comme un hexagone, de telle forme qu'il advient.

*Le requis.* Il faut trouver son contenu.

CONSTRVCTION.

Je tire les trois lignes A C, A D, A E, partissantes l'hexagone en quatre triangles : Je mesure puis apres chaque triangle selon la doctrine du premier exemple, & la somme des quatre triangles est le requis. Notez encore que pour briefveté on peut assembler deux perpendiculaires qui tombent sur une mesme base, & en multiplier la moitié de la base. Comme par exemple, pour trouver par une multiplication les deux triangles ensemble A E D, A E F, je mesure la perpendiculaire D G, laquelle se trouve de 4, & F H de trois, lesquelles puis qu'elles tombent toutes deux sur une mesme base A E, je les assemble, & elles font 7, avec cela multipliée la moitié de la base A E, faisant je prens 5, vient pour le contenu des deux susdits triangles 35. Le mesme se peut faire avec les autres deux triangles, assemblant puis apres les deux quadrangles trouvez A D E F, A D C B; dont la demonstration est manifeste.




### 4 *Exemple de la maniere de mesurer un plan rectiligne par computation de triangles plats.*

Il advient en mesurant actuellement la terre, qu'on ne peut mesurer la longueur d'aucunes lignes necessaires à la computation, selon la maniere du 3 exemple, à cause d'empeschemens d'eau, maisons, ou choses semblables. Il arrive aussi que quelques autres lignes se peuvent bien mesurer, mais il faut que la construction soit depeschée par computation de triangles plats, dont nous parlerons maintenant, mettant un exemple, que SON EXCELLENCE a marqué, fort justement mesuré & compté, comme s'ensuit.

*Le donné.* Soit A B C D E un plan rectiligne, à sçavoir un pentagone de telle forme qu'il advient.

*Le requis.* Il faut trouver le contenu d'iceluy.

CONSTRVCTION.

Posé le cas qu'à cause de quelque empeschement sur terre on ne puisse mesurer les lignes interieures, comme A C, A D, avec les perpendiculaires y tombant dessus, mais bien les costez exterieurs, qui sont trouvez comme les nombres y appliquez le monstrent. Apres, supposant que de la marque A je puisse voir jusques aux autres quatre marques B, C, D, E, pour trouver là dessus les trois angles B A C, C A D, D A E, chacun de telle grandeur comme elle y est marquée : Cecy estant ainsi, l'Arpenteur peut compter le contenu de ce plan, sans en avoir autre cognoissance, de ceste façon; Premierement, pour mesurer le plan du triangle A B C, je tire B F à angle droit sur A C, & j'ay au triangle A B F trois termes cognus ; à sçavoir l'angle F A B 47 deg. l'angle B F A droit, & le costé A B de 954 ②.

Avec cecy cerché le costé B F, il se trouve par la 4 proposition des triangles plats de 698 ③.

Et F A de 650 ③.

Cecy estant ainsi, le triangle B F C a trois termes cognus, à sçavoir B C 97 ①, B F 698 ②, & l'angle B F C droit : avec iceux cerché le costé F C, se trouve par la 5 proposition des triangles plats de 674 ③.

A iceux adjousté 650 ② deuxiesme en l'ordre, vient pour A C 1324 ③.

La moitié d'iceux multipliée par la perpendiculaire B F 698 ② premier en l'ordre, vient pour le plan du triangle A B C 4621 ③.

Pour mesurer maintenant le plan du triangle A C D, je tire C G à angle droit sur D A, & j'ay au triangle A C G trois termes cognus, à sçavoir l'angle G A C de 37 deg. 20 ①, C G A droit, & le costé A C 1324 ② quatriesme en l'ordre, continuant avec cecy & avec le reste, comme on a fait dessus avec le triangle A B C, on trouvera le plan du triangle A C D de 5518 ③.

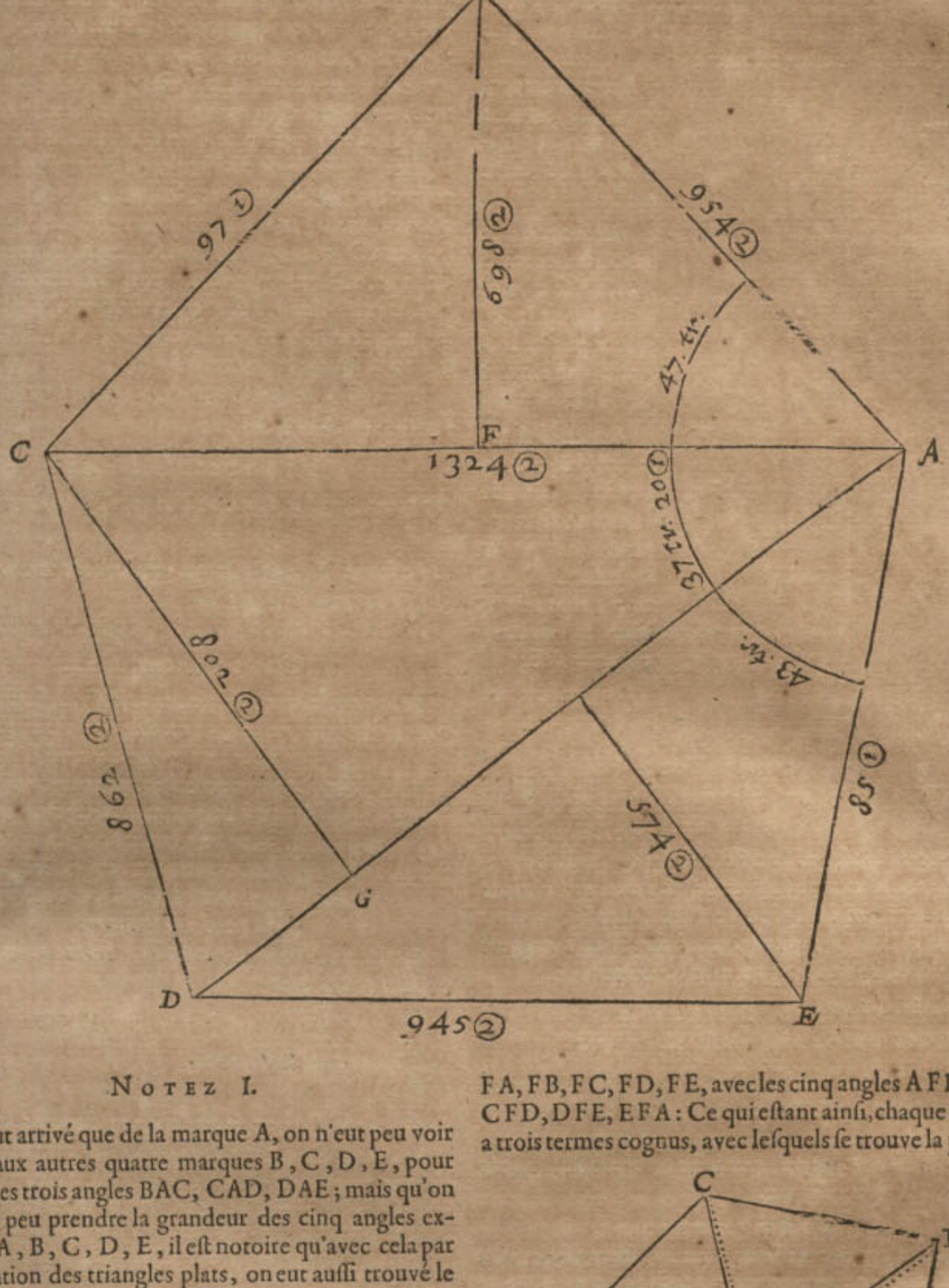
Et faisant le semblable avec le triangle A D E, il sera trouvé de 333 ①.

Et adjoustez ces trois triangles, cinquiesme, sixiesme, & septiesme en l'ordre, à sçavoir 4621 ②, 5518 ②, 333 ①, font pour le plan requis du pentagone A B C D E 13469 ③.

Dont la demonstration est notoire par l'operation.

NOTE I.

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

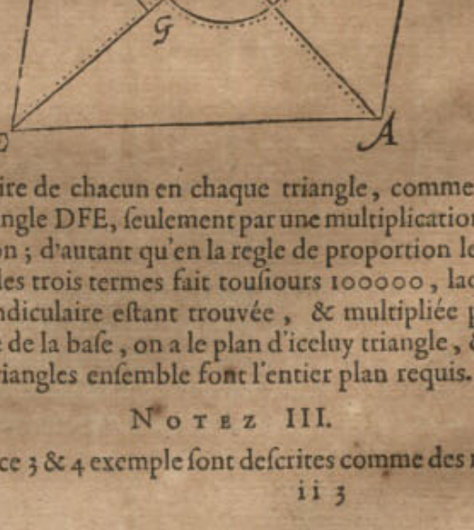



### NOTEZ I.

S'il eut arrivé que de la marque A, on n'eut peu voir jusques aux autres quatre marques B, C, D, E, pour trouver les trois angles BAC, CAD, DAE; mais qu'on eut bien peu prendre la grandeur des cinq angles exterieurs A, B, C, D, E, il est notoire qu'avec cela par computation des triangles plats, on eut aussi trouvé le requis; car iceluy triangle ABC auroit trois termes cognus, à sçavoir les deux costez AB, BC, avec le costé AC, & la perpendiculaire BF, par lequel se trouve le plan du triangle ABC. Pour trouver puis apres le plan du triangle ACD, on soustraict le susdit angle requis BCA, de l'angle mesuré BCD, le reste est pour l'angle ACD du triangle ACD, qui a aussi alors trois termes cognus, à sçavoir au mesme angle ACD encores les deux costez CA, CD; avec lequel procedant comme on a fait avec le triangle ABC, & faisant aussi le semblable avec le triangle ADE, tout le plan se cognoit comme devant.

### NOTEZ II.

Il pourroit advenir qu'on ne pourroit pas voir d'une de ces cinq marques A, B, C, D, E, jusques à toutes les autres, mais bien de quelque sixiesme mise environ au milieu de la campagne. Comme, je prens en ce pentagone ABCDE soit mise une sixiesme marque F, d'où on peut voir les autres cinq, & mesurer les cinq lignes FA, FB, FC, FD, FE, avec les cinq angles AFB, BFC, CFD, DFE, EFA: Ce qui estant ainsi, chaque triangle a trois termes cognus, avec lesquels se trouve la perpendiculaire de chacun en chaque triangle, comme DG au triangle DFE, seulement par une multiplication sans division; d'autant qu'en la regle de proportion le premier des trois termes fait tousiours 100000, laquelle perpendiculaire estant trouvée, & multipliée par la moitié de la base, on a le plan d'iceluy triangle, & tels cinq triangles ensemble font l'entier plan requis.




### NOTEZ III.

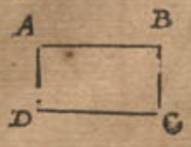
En ce 3 & 4 exemple sont descrites comme des regles



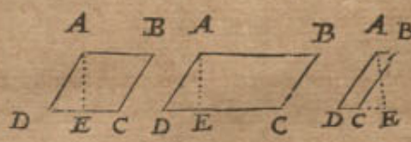
Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

generales pour mesurer tous plans rectilignes par division en triangles, mais en des certaines especes il y a des chemins plus courts, desquels quand il vient à propos on se peut servir comme s'ensuit:

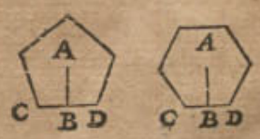
Premierement, le quarré, comme A, se trouve multipliant un costé en soy.




Au second, le rectãgle, comme ABCD, se trouve multipliant la lõgueur par la largeur, qui est AB par AD.




Au troisiesme, le rhõb & rhomboide, comme ABCD, se trouvent multipliant la base DC par une perpendiculaire là dessus, comme AE.




Au quatriesme, les polygones reguliers, comme A, se trouvent multipliant la ligne AB du centre de la figure A, jusques au milieu d'un des costez comme CD, par la moitié de la circonference, ou l'entiere circonference par la moitié de AB. Mais l'invention de la ligne AB en chaque figure reguliere par la cognuë CD, est declarée en la 7 proposition de ce livre.

*5 Exemple de la maniere de mesurer un plan rectiligne comme il advient par division en haches.*

*Le donné.* Soit ABCDEFG un plan rectiligne, lequel on veut mesurer par division en haches avec lignes paralleles de la ligne HI.

*Le requis.* Il faut trouver par telle maniere de mesurer le contenu du plan donné.

CONSTRVCTION.

Je tire des lignes paralleles avec HI hors de tous les angles d'où elles peuvent venir, lesquelles coupent le plan, comme GK, BL, FM, CN, EO, qui divisent la

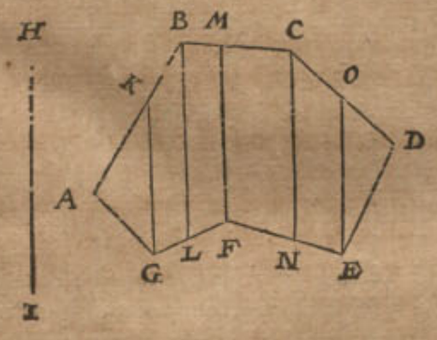



figure donnée en quatre haches & deux triangles, parquoy les deux triangles mesurés selon la maniere du premier exemple, & les haches selon la maniere du deuxiesme exemple, la somme de tous est manifestement le plan requis, tellement qu'il n'en faut pas faire de demonstration.

Ceste division en haches vient souvent à propos pour partir des terres en certaines portions, lesquelles on veut separer avec lignes paralleles: Mais la maniere de trouver telles portions, chacune de grandeur requise, sera declarée en son lieu en la 13 propost. du cinquiesme livre de la section proportionele des grandeurs.

Quelqu'un pourroit dire maintenant qu'entre les haches, lesquelles se divisent par lignes droites, se pourroient trouver des figures, lesquelles ne seroient point haches, mais par accident quarrez, rhombs ou rhomboides: Ce qui advenant, on se pourra servir toutesfois de la precedente regle des haches, car la moitié de deux costez paralleles qui sont egaux, est un d'iceux paralleles, lequel multiplié par la perpendiculaire donne comme en la hache le contenu du plan.

*Conclusion.* Nous avons donc mesuré un plan rectiligne, selon le requis.

PROPOSITION XII.

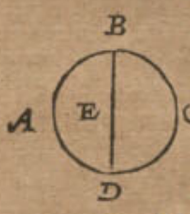
*Estant donné le diametre d'un cercle; Trouver la superfice.*

*Le donné.* Soit ABCD un cercle dont le centre est E, & le diametre BD fait 12.

*Le requis.* Il faut trouver la grandeur du plan.

CONSTRVCTION.

Je trouve la circonference par la 8 proposition de ce deuxiesme livre de $37\frac{5}{7}$ (car disant 7 donne 22, combien 12? vient comme dessus $37\frac{5}{7}$) la moitié d'iceux, comme $18\frac{6}{7}$, multipliée par le semidiametre 6, vient pour le plan requis du cercle $113\frac{1}{7}$. La demonstration en est manifeste par la 1 proposition de la dimension du cercle *d'Archimede.*




*Conclusion.* Nous avons donc mesuré un cercle donné, selon le requis.

PROPOSITION XIII.

*Mesurer un secteur de cercle.*

Au cercle se font deux sections diverses & renommées, l'une avec deux semidiametres, dont une partie s'appelle partie semidiametrale, l'autre avec une corde, qui s'appelle partie cordale. Il est vray que pour cela on dit en Latin *sector* & *sectio*, qui signifie coupeur & coupure, mais la distinction ne me semble assez propre, c'est assavoir pour celuy qui en meilleur langage a donné premierement les noms aux choses; car autrement il faut ceder beaucoup à la coustume. Quant à la mesure de la partie semidiametrale, nous la declarerons en ceste proposition, & de la partie cordale nous la descrirons en la suivante.

*Le donné.* Soit ABC la partie semidiametrale, dont le semidiametre AB fait 6, & l'arc BC 8.

*Le requis.* Il faut trouver le plan.

CONSTRVCTION.

Je multiplie la moitié de l'arc CB comme 4, par AB 6, vient pour le plan requis 24; dont la demonstration est manifeste; parce que le cercle entier est egal au produit du semidiametre, & de la moitié de la circonference, par la susdite demonstration *d'Archimede*; & qu'outre cela, comme l'arc du cercle à l'entiere circonference, ainsi la partie diametrale au cercle entier.

Con-

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

*Concluſion.* Nous avons donc meſuré une partie ſemidiametrale donnée du cercle, ſelon le requis.

NOTEZ.

Comme ſe meſure ceſte partie ſemidiametrale A C B plus petite que le demicercle, ainſi ſe meſure auſſi la plus grande partie ACDB, car la moitié de l'arc C D B multiplié par le ſemidiametre, donne la partie ſemidiametrale requiſe.

## PROPOSITION XIV.

**MEſurer une partie cordale donnée du cercle.**

*Le donné.* Soit A B C la partie cordale, dont l'arc ABC eſt long $6\frac{6608}{15120}$, & la corde A C 6.

*Le requis.* Il faut trouver le plan de la partie cordale A B C.

CONSTRVCTION.

Je trouve le centre D du cercle entier, puis apres la longueur du ſemidiametre A D, qui ſera par la 8 propoſition de 5, & la perpendiculaire DE (pource que les deux coſtez AD 5, A E 3 du triangle rectangle DEA ſont cognus) de 4. Cecy eſtant ainſi, la partie ſemidiametrale D A B C fait par la 13 propoſition $16\frac{5}{14}$, d'iceux ſouſtrait le triangle D A C, faiſant par la 11 propoſition de ce livre 12, reſte pour la partie cordale requiſe $4\frac{5}{54}$. Dont la demonſtration eſt manifeſte par l'operation.

*Concluſion.* Nous avons donc meſuré une partie cordale donnée du cercle, ſelon le requis.

CONSEQVENCE I.

L'exemple cy-deſſus eſt de la partie cordale A B C plus petite que le demicercle, par lequel eſt notoire l'invention de la partie cordale A F C plus grande que le demicercle, car à la partie ſemidiametrale D A F C, adjouſte le triangle A D C, on a le requis.

CONSEQVENCE II.

Si on avoit à meſurer une partie du cercle, comme icy joignant la partie ABC, on meſurera la partie cordale CB, ſelon la doctrine de ceſte propoſition, adjouſtant à icelle le triangle rectiligne C B A, & on aura le requis.

CONSEQVENCE III.

Pour meſurer un anneau, comme A, à ſçavoir le plan comprins entre les deux circonferences, on meſure premierement le plus grand cercle, d'iceluy ſouſtrait le plus petit, il eſt notoire que le reſte ſera l'anneau requis.

## PROPOSITION XV.

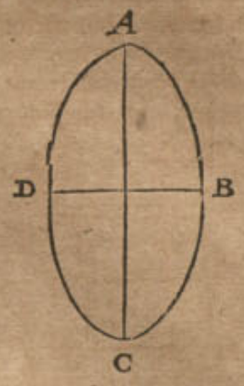
**MEſurer une ellipſe donnée.**

*Le donné.* Soit A B C D une ellipſe, dont le plus grand diametre A C fait 12, & le plus petit D B 6.

*Le requis.* Il faut trouver la ſuperfice.

CONSTRVCTION.

Je trouve le plan d'un cercle dont le diametre A C 12, lequel par la 12 propoſition de ce livre fait $113\frac{1}{7}$: Je dis puis apres A C 12, donne D B 6, combien $113\frac{1}{7}$? vient pour le plan requis de l'ellipſe $56\frac{4}{7}$. On peut auſſi commencer autrement avec le plus petit diametre D B, ainſi; Je trouve le plan d'un cercle, dont le diametre D B 6, fait $28\frac{2}{7}$: Je dis puis apres D B 6, donne A C 12, combien $28\frac{2}{7}$? vient pour le plan requis de l'ellipſe comme deſſus $56\frac{4}{7}$. La demonſtration en eſt manifeſte par la 6 propoſition du livre des conoïdes & ſpheroïdes *d'Archimede.*




*Concluſion.* Nous avons doncques meſuré une ellipſe, ſelon le requis.

## PROPOSITION XVI.

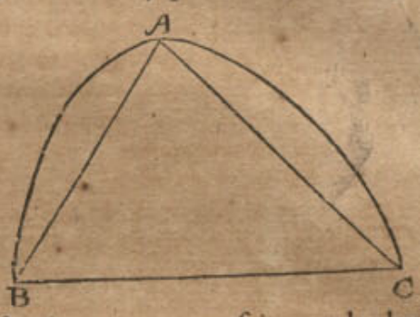
**MEſurer le plan d'une parabole donnée.**

*Le donné.* Soit A B C une parabole, dont le ſommet ſoit A, & la baſe B C.

*Le requis.* Il faut trouver le plan.

CONSTRVCTION.

Je tire A B, A C, & meſure puis apres le triangle A B C, le trouvant, je prens, de 30, à cela par regle generale ſon tiers comme 10, fait pour le plan requis de la parabole 40. Dont la demonſtration eſt manifeſte par la 24 propoſition de la quadrature de la parabole *d'Archimede*, lequel demonſtre là, que la ſuperfice de la parabole eſt ſeſquitierce au triangle inſcrit, ayant meſme hauteur & meſme baſe.




*Concluſion.* Nous avons doncques meſuré le plan d'une parabole donnée, ſelon le requis.

---

## PROPOSITION XVII. ALB. GIRARD.

MEſurer une partie de parabole entre deux paralleles.

Le donné: *Soyent les deux paralleles* B, C, *entre leſquelles eſt compriſe la parabole, & D la ſuperfice du trapeze rectiligne inſcrit.*

Le requis. *Il faut trouver la ſuperfice de la partie de la parabole.*

Conſtruction. *Le quarré de (B+C) me donne le quarré de (B+C) moins le rectangle de B, C, combien 4 fois D? viendra 3 fois le requis; Dont la demonſtration eſt manifeſte par la conſtruction.*

## PROPOSITION XVIII.

**MEſurer un plan ſpiral donné conſiſtant en une ou pluſieurs revolutions entieres.**

*Le donné.* Soit A B C la premiere revolution d'une ſpirale, dont la premiere ligne A C, & le plan comprins en iceluy ſoit D.

*Le requis.* Il faut trouver iceluy plan D.

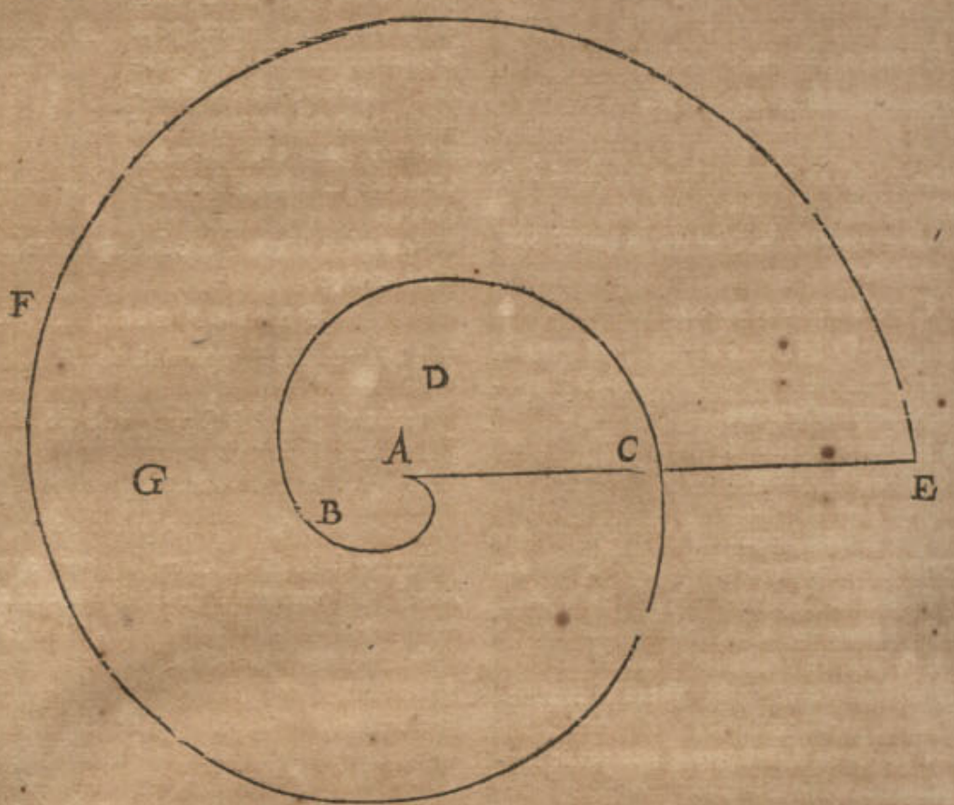


Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

CONSTRVCTION.

Je mesure la premiere ligne AC, la trouvant, je prens, de 21: la mesme considerée comme pour semidiametre d'un cercle, je cerche de quelle grandeur seroit le plan du cercle y descrit, laquelle se trouve par la 2 proposition de 1386: desquels prenant tousiours le tiers, vient pour le plan requis D 462.

Mais si on avoit à mesurer plusieurs revolutions, il faut sçavoir que le plan spiral deuxiesme est six fois aussi grand que le premier; & le troisiesme 12 fois aussi grand que le premier; le quatriesme 18 fois aussi grand que le premier, & ainsi des autres jusques à l'infini, augmentant tousiours de 6 pour chaque tour, par lequel chaque plan devient cognu.




Soit par exemple CE la deuxiesme ligne; & le deuxiesme tour de la circonference soit CFE, & le deuxiesme plan qui est comprins entre la premiere & deuxiesme revolution soit G. Or suivant la susdite regle generale, le plan G fait 6 fois autant que le plan D, qui est 6 fois 462, qui font pour le deuxiesme plan 2772; A ceux adjousté le premier plan D 462, font ensemble pour le plan entier 3234.

Mais s'il y avoit un troisiesme tour, suivant la precedente regle il feroit 12 fois 462, qui est 5544, à cela les autres deux tours faisans comme devant 3234, feroyent ensemble pour l'entier 8778, & ainsi des autres: Dont la demonstration est faite en la 27 proposition du livre des spirales *d'Archimede.*

*Conclusion.* Nous avons donc mesuré un plan spiral donné, consistant en une ou plusieurs revolutions entieres.

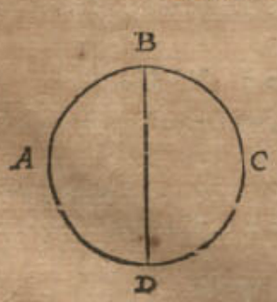
PROPOSITION XIX.

*MEsurer une superfice spherique donnée.*

*Le donné.* Soit ABCD une sphere, dont l'axe BD fait 12.

*Le requis.* Il faut trouver sa superfice.

CONSTRVCTION.




Je multiplie BD 12 avec la circonference ABCD, laquelle par la 8 proposition de ce livre fera $37\frac{1}{7}$, vient pour la superfice spherique requise $452\frac{4}{7}$; Dont la demonstration est manifeste par la 30 proposition du livre de la sphere & cylindre *d'Archimede.*

*Conclusion.* Nous avons donc mesuré une superfice spherique donnée, selon le requis.

PROPOSITION XX.

*MEsurer la superfice courbe de la partie d'une sphere, coupée de la sphere entiere avec un plan.*

*Le donné.* Soit ABCD une sphere, dont le centre soit E, & l'axe BD fait 12, d'icelle sphere soit coupée avec un plan AC à angle droit sur l'axe BD, la partie spherique ACD, & la partie de l'axe y contenuë comme FD, soit longue de 3.

*Le requis.* Il faut trouver la superfice de la partie de la sphere ACD.

CONSTRVCTION.

Je tire, ou imagine, la ligne AD, & la mesurant, elle se trouve, je prens, de 6 pieds: Je voy puis apres de quelle grandeur est un cercle dont le semidiametre fait 6 pieds, & se trouve par la 12 proposition de $112\frac{1}{2}$. Et de telle grandeur est la superfice courbe de la partie de la sphere ACD.

La *demonstration* en est faite en la 40 & 41 proposition du livre de la sphere & cylindre *d'Archimede.*

CONSEQUENCE I.

Il est notoire par ce que dessus, que si on vouloit avoir la superfice de la plus grande partie ABC, qu'il faudroit alors multiplier l'entiere circonference $37\frac{1}{7}$, par la partie de l'axe y contenuë, comme FE 9; car ce qui en provient, comme $339\frac{3}{7}$, est le requis.

CON-

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

### Consequence II.

Si la sphere estoit coupée par deux plans paralleles, la superfice spherique, de la partie de la sphere entre deux, est aussi cognuë. Soit par exemple G H un plan coupant l'axe B D par le centre E, & parallele avec le plan A C. Pour trouver maintenant la superfice spherique G H C A, on multiplie la circonference du plus grand cercle, par la partie de l'axe y contenuë, comme par E F 3, vient 113 $\frac{1}{7}$, tellement que la ceinture G H C A, & la superfice de la partie spherique en cest exemple A D C sont de mesme grandeur.

### Consequence III.

Mais si les deux plans coupans n'estoient point paralleles, comme I K avec A C, on trouve premierement la superfice spherique de la plus grande partie I A D C K selon la regle generale; d'icelle soustraite la superfice spherique de la plus petite partie A D C, le reste est le requis.

### Consequence IV.

On pourroit encores icy descrire des propositions de la mesure des superfices courbes des cylindres & cones: Mais veu que la superfice courbe du cylindre se mesure comme un rectangle plat, dont la longueur est la hauteur du cylindre, & la largeur la circonference de la base, nous passerons outre pour briefveté. Le semblable se doit aussi entendre de la superfice courbe du cone, laquelle se mesure comme la partie semidiametrale d'un cercle, selon la doctrine de la 13 proposition de ce livre, car la superfice du cone estant deployée ou estenduë, devient telle forme: Parquoy multipliée la moitié de la circonference de la base du cone, par la ligne du sommet jusques à la mesme circonference, ce qui en provient est le requis.

Ou bien si en la mesure de la superfice courbe du cylindre, & superfice courbe du cone, on vouloit suivre l'invention *d'Archimede* à la 32 proposition du premier livre de la sphere & cylindre, on fera ainsi: On trouvera pour mesurer la superfice courbe du cylindre, la ligne moyenne proportionelle entre la hauteur du cylindre & le diametre de sa base, mesurant puis apres de quelle grandeur est le cercle descrit avec icelle moyenne proportionnelle comme semidiametre, car avec cela on a aussi la grandeur de la superfice courbe du cylindre. Mais pour mesurer la superfice courbe du cone selon l'invention susdite *d'Archimede*, on trouvera la moyenne proportionelle entre le costé du cone & le semidiametre de sa base; mesurant puis apres de quelle grandeur est le cercle descrit avec icelle moyenne proportionelle comme semidiametre, car avec cela on a aussi la grandeur de la superfice courbe du cone. Mais pour mesurer la superfice courbe du cone accourci selon l'invention *d'Archimede*, on trouvera la moyenne proportionelle entre le costé du cone accourci, & une ligne egale au semidiametre de la base avec le semidiametre du couvercle, mesurant puis apres de quelle grandeur est le cercle descrit avec icelle moyenne proportionelle comme semidiametre, car avec cela on a aussi la grandeur de la superfice courbe du cone accourci.

### Proposition XXI.

### *Mesurer une piece de terre selon la maniere des Arpenteurs.*

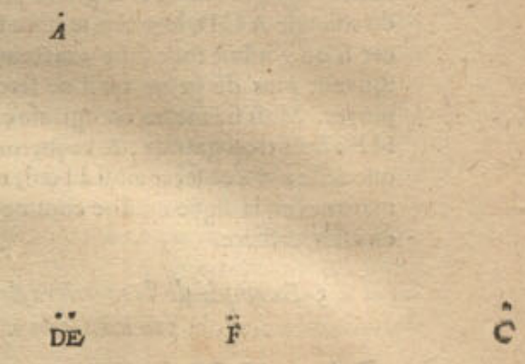
Nous avons descrit jusques icy la maniere de mesurer des superfices servant en general pour superfices de toutes matieres: Mais veu que l'arpentage des terres est une des principales mesures, & qui est fort practiquée entre les hommes, en laquelle aussi Son Excellence s'est voulu exercer actuellement, nous en dirons encores quelque chose de particulier.

*Le donné.* Soient A, B, C trois poincts ou marques sur la terre, entre lesquels s'imaginent trois lignes droites de l'une à l'autre.

*Le requis.* Il faut trouver la grandeur de la terre comprise entre les susdites lignes droites.

### Construction.

Pour poser les trois marques à A, B, C, apres pour aller droit en mesurant, avec d'autres circonstances requises, on verra & suivra ce qui en a esté dit au troisiesme exemple de la 1 proposition du premier livre; Et on mesurera un des trois costez, je prens B C, selon la maniere du deuxiesme exemple de la 1 proposition du deuxiesme livre; & suivant cela B C se trouve, je prens, de 1267 ①: Apres pour trouver le poinct D, duquel la ligne imaginée jusques à A, tombe à angle droit sur B C, on verra ce qui en est dit au quatriesme exemple de la 2 proposition du premier livre, & la mesurant comme devant, elle se trouve, je prens, de 536 ①; par la moitié

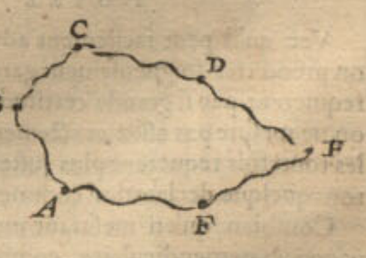



d'icelles, qui est 268 ①, multipliant les susdites 1267 ①, vient 3395 verges 5 ①, 6 ②. Or comptant à la maniere d'Hollande 600 verges pour l'arpent, iceluy triangle sera de 5 arpents 395 verges, 5 ①, 6 ②. Mais si on vouloit exprimer les 5 ① 6 ② par pieds & poulces selon la maniere du païs, on regardera sur la verge à quoy ils se peuvent rapporter, ce qui doit estre à 6 pieds 8 $\frac{16}{25}$ poulces. Et semblable sera la procedure de tous triangles esquels se divisent les plans rectilignes.

Mais il y a icy à noter que les susdits 6 pieds 8 $\frac{16}{25}$ poulces, ne sont pas 6 pieds quarrez & 8 poulces quarrez, mais une ceinture de terre longue d'une verge, large de 6 pieds 8 $\frac{16}{25}$ poulces: car puis que l'entiere verge quarrée est longue de 12 pieds, faisant 144 pieds quarrez, il faut que la moitié d'une telle verge de 6 pieds face 72 pieds quarrez. Et pour ceste cause les Arpenteurs font distinction entre pieds de ceinture & pieds quarrez.

### *Autre exemple de parties de terre comprises de lignes courbes irregulieres.*

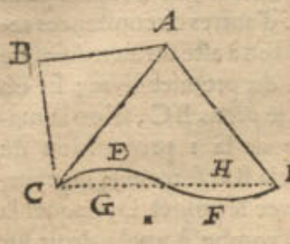
Pour mesurer des terres comprinses entre lignes courbes & irregulieres, comme il advient souvent en la practique de mesurer les terres, on met tant de marques en la circonference, que l'obliquité cõprinse entre deux marques, ne cause aucune difference d'importence: Puis




apres

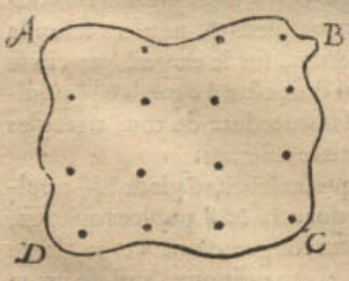
Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

apres on mesure la figure comme un plan rectiligne avec autant d'angles qu'il y a de marques. Comme il se peut voir par exemple en la figure A B C D E F. Si la chose requeroit une plus exacte computation, on y pourroit mettre plus de marques, mais si elle ne la requeroit si exacte, on en peut mettre moins ; Car il faut icy considerer que les choses de peu d'importance en l'arpentage se peuvent faire à tastons, ou selon le jugement de l'œil. Ce que pour declarer encores plus amplement par exemple, estant à mesurer un quadrangle A B C D, dont un costé C E F D n'est pas droit, mais estant tirée ou imaginée une ligne droite C D, la ligne courbe a quelque obliquité interne vers E, & derechef une obliquité externe vers F ; toutesfois si la terre entre E G estoit fort petite, & au jugement de l'œil aussi grande que celle d'entre F H, tellement qu'autant qu'on perdroit d'un costé, on en gaigneroit autant de l'autre : En tel accident la ligne droite C D se prend pour troisiesme costé du triangle A C D, lequel se mesure selon telle position, car si on vouloit tout faire exactement, on prendroit souvent plus de peine qu'il ne seroit besoin d'y employer. Mais si la terre comprinse entre la susdite E G, H F estoit trop grande, & requeroit plus de certitude que celle qui s'observe ainsi à l'œil, on mettra plusieurs marques en la ligne courbe comme devant, tant qu'il en est necessaire.




### 3 *Exemple de la maniere de mesurer les païs montagneux.*

Soit par A B C D signifié la circonference du pied ou base d'une montagne. Or veu que la superfice courbe elevée d'icelle montagne estant sur ladite base, est toute autre & plus grande que le plan comprins en une circonference comme A B C D, il se faut servir icy d'une autre façon de mesurer ; ce qui se peut faire en mettant diverses marques sur la montagne, lesquelles sont icy signifiées par des poincts y comprins, lesquels on met aussi pres ou aussi loing l'un de l'autre que la chose le requiert, à sçavoir si pres que chaque superfice courbe comprinse entre quatre marques n'ait point de difference nuisante d'un plan ; car alors mesuré chacun de ces quadrangles & autres parties comme plans, & iceux adjoustez ensemble, on a le requis.




*Conclusion* Nous avons donc mesuré une piece de terre selon la maniere des Arpenteurs, comme il estoit requis.

#### Notez I.

Veu qu'il peut facilement advenir qu'en mesurant on prend tres-soigneusement garde à des choses qui ne requierent pas si grande certitude. Et qu'au contraire on ne mesure pas assez exactement des choses, lesquelles toutefois requerent plus juste mesure, nous en ferons quelque declaration comme s'ensuit.

Combien qu'en mesurant un triangle sur la campagne, la perpendiculaire, comme je prens l'imaginée A D au premier exemple de ceste proposition, ne tombe point du tout à angle droit sur la base B C, ce qui est peu de chose, moyennant qu'elle finisse en la ligne D C. Soit par exemple A D la vraye perpendiculaire, & A E un peu dehors, mais D tombant en la ligne B C, on voit que la longueur A E n'a point de difference importante de la longueur A D : Et pour en parler par exemple, si on prend A D sur 100 verges, encore que D E soit alors d'une verge entiere, (je laisse un pied ou deux) A E ne sera pas d'un poulce plus long que A D ; car par les deux costez A D, D E de l'angle droit du triangle A D E, cerché l'hypothenuse A E, elle se trouve à peu pres de 100 verges & $\frac{107}{288}\frac{36}{01}$ poulces. Parquoy il n'est pas necessaire de se travailler beaucoup pour compasser cecy si exactement sur terre. Mais la croix arpentique, ou le poinct comme E, n'estant pas justement en la ligne B C, alors la perpendiculaire abusée à la vraye, sera comme la superfice abusée à la vraye, par la 1 proposition du *6* livre *d'Euclide*. Parquoy il faut prendre garde de mettre bien justement la croix arpentique en la susdite base B C, ce qui se peut faire facilement & fort precisement par l'aide d'une marque, comme F, mise en la ligne B C, comme il a esté dit plus amplement en pareil cas au troisiesme exemple de la 3 proposition du premier livre.

Secondement en mesurant des terres fort longues & estroites, il faut prendre garde de plus pres en mesurant le plus court costé, qu'en mesurant le plus long ; car un pied manqué là, cause plus de different au plan que d'avoir manqué d'un pied au plus long costé. Ce que pour declarer par exemple : Soit une piece de terre rectiligne longue de 800 pieds, & large de 10 pieds seulement, le plan sera de 8000 pieds quarrez. Or posé le cas qu'en mesurant le plus long costé, qui est proprement de 800 pieds, on ait manqué d'un pied, le prenant de 799 pieds, lesquels multipliez par la largeur 10 pieds, vient le plan 7990 pieds, lequel proprement devant estre de 800, on aura manqué de 10 pieds: Mais si en mesurant le plus court costé, qui est proprement de 10 pieds, on avoit manqué d'un pied, le prenant de 9 pieds, iceux multipliez par la longueur 800 pieds, vient le plan de 7200 pieds, ce qui estant proprement 8000 pieds, il y a faute de 800 pieds. Un pied doncques sur le plus long costé cause faute au plan seulement de 10 pieds, mais un pied sur le plus court costé, cause faute au plan de 800 pieds. Et pource il est convenable, comme nous avons dit, de prendre garde de plus pres en mesurant, au plus court costé, à sçavoir és terres fort longues & estroites.

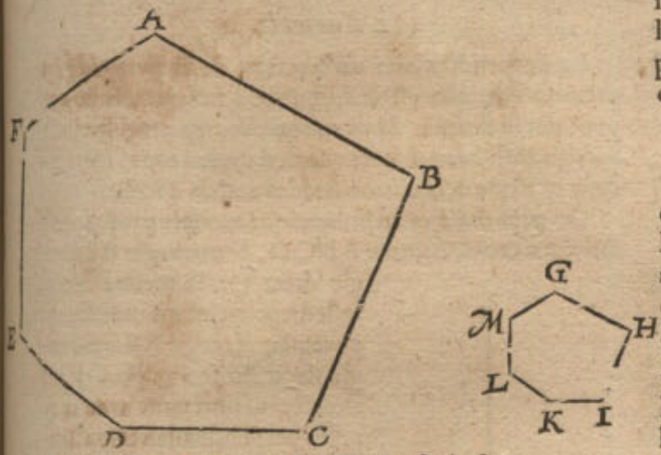
On pourra entendre par ceste exemple d'un quadrangle rectangle, qu'en la mesure du triangle, il faut prendre garde de plus pres quand on mesure la plus courte ligne des deux, à sçavoir la perpendiculaire & la base ; car par la multiplication d'icelles se trouve aussi le plan du triangle.

#### Notez II.

On peut encore trouver le contenu d'une campagne sans la mesurer, ou au moins en mesurant une ligne seulement, mettant la forme de la campagne comprinse entre certains termes sur le papier, selon la maniere du quatriesme exemple de la 16 proposition du premier livre. Ceste pourtraicture estant puis apres mesurée avec la petite mesure, on dit finalement par une regle generale inventée à telle fin par Son Excellence: Le quarré d'un costé donne ce plan trouvé sur le papier, combien le quarré de son costé homologue mesuré sur la ter-

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

la terre, & ce qui en provient eſt le requis. Pour declarer cecy un peu plus clairement par exemple, ſoit ABCDEF une piece de terre à meſurer. De ceſte campagne ſoit marqué en petit ſur le papier le plan GHIKLM ſemblable à ABCDEF, & cela par la maniere de la 16 propoſition du premier livre.




Ceſte figure GHIKLM eſtant meſurée ſur le papier ſelon la maniere de la 11 propoſition, ſe trouve je prens de 423567 ②.

Cecy eſtant ainſi, je choiſis quelque coſté, comme je prens GH, & le trouve par exemple de 546 ①, dont le quarré 298116 ②.

Je meſure puis apres ſur la terre le coſté homologue avec GH, qui eſt AB, le trouvant, je prens de 142 verges 7 ① 5 ②, dont le quarré 2037756 ②.

Je dis puis apres, le quarré de GH 298116 ② deuxieſme en l'ordre, donne le quarré de AB 2037756 ② troiſieſme en l'ordre, cõbien 423567 ② premier en l'ordre? vient pour le plan requis de ABCDEF 2895270 ②.

Qui eſt 28952 verges 7 ①, faiſant 48 arpents, & 152 verges $8\frac{2}{3}$ pieds de ceinture.

DEMONSTRATION.

Les plans ſemblables ſont en raiſon doublée de leurs coſtez homologues par la 20 propoſition du ſixieſme livre d'*Euclide* : Mais les deux quarrez des deux coſtez AB, GH eſtant ſemblables, ils ſont en raiſon doublée d'iceux coſtez ; Et comme ces deux quarrez ſont l'un à l'autre, ainſi par l'operation les deux plans ; parquoy ces deux plans ont raiſon doublée de leurs coſtez homologues : Et pourtant le plan GHIKLM eſtant bien meſuré, il faut que le plan ABCDEF ſoit auſſi bien meſuré. Il eſt bien vray que telle operation a plus de certitude du grand au petit, que du petit au grand, comme icy : toutesfois formant la figure ſur le papier auſſi grande qu'il le pourra commodement permettre, & en faiſant l'operation curieuſement avec de bons inſtruments, on s'en pourroit ſervir au beſoing.

# TROISIESME PARTIE
## DV SECOND LIVRE,
## De la meſure des corps.

*Noſtre deſſein en ceſte meſure des corps eſt de meſurer des piliers, pyramides, corps plans en general, & ſpheriques.*

### PROPOSITION XXII.

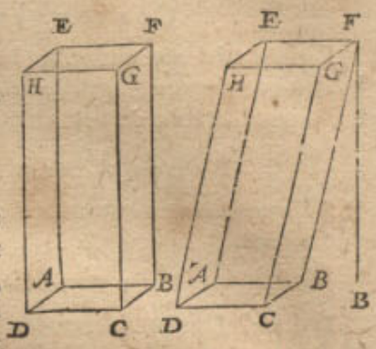
*MEſurer un pilier donné.*

*Le donné.* Soit ABCDEFGH un pilier quarré, dont la baſe ABCD fait 9, & la hauteur BF 8.

*Le requis.* Il faut trouver ſon contenu.

CONSTRVCTION.

Je multiplie la baſe ABCD 9, par la hauteur BF 8, vient pour le contenu requis du pilier 72.




NOTEZ.

Ce que nous avons dit icy du pilier dont la baſe eſt un quarré, s'entendra ainſi auſſi de tous : Car la baſe eſtant un triangle, polygone, cercle, figure reguliere ou irreguliere, dont les plans ſe trouvent par la deuxieſme partie de ce deuxieſme livre, on les multiplie touſiours par la hauteur.

Une digue ou rempart, dont le meſurement ſe rencontre aſſez ſouvent és païs diguez & fortifications, ſe conſidere en le meſurant comme un pilier giſant, dont la baſe eſt une hache ; parquoy ſon meſurement ſuit la regle generale : Soit par exemple ABCDE une digue, laquelle priſe pour un pilier giſant, la hache ABCD ſignifiera la baſe du pilier, & FB à angle droit ſur DC ſoit la hauteur de la digue, BE la longueur. Or prenant que DC face 36 pieds, AB 12, & FB 15, BE 100, la hache ſera grande de 360 pieds par la quatrieſme diſtinction de la 11 propoſition du deuxieſme livre, iceux multipliez par la longueur BE 100, vient pour le requis 36000 pieds cubiques : dont la demonſtration eſt manifeſte.

*Concluſion.* Nous avons donc meſuré un pilier donné, ſelon le requis.

### PROPOSITION XXIII.

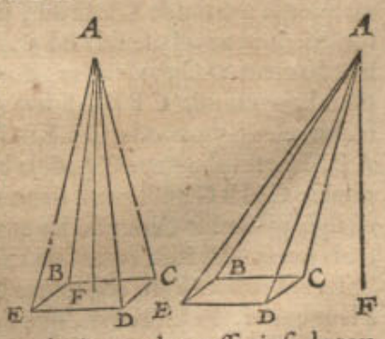
*MEſurer une pyramide donnée.*

*Le donné.* Soit ABCDE une pyramide, dont la baſe BCDE eſt un quarré faiſant 9, & la hauteur FA 8.

*Le requis.* Il faut trouver le contenu.

CONSTRVCTION.

Je multiplie la baſe BCDE 9 par la hauteur FA 8, vient 72, dont le tiers eſt 24 pour le contenu requis de la pyramide.




NOTEZ.

Ce qui a eſté dit icy d'une pyramide dont la baſe eſt un quarré, s'entendra auſſi ainſi de toutes autres ; car la baſe eſtant un triangle, polygone, cercle, figure reguliere ou irreguliere, (dont le contenu ſe trouve par la deuxieſme partie de ce deuxieſme livre) on la multiplie touſiours par la hauteur ou perpendiculaire,

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

laire, prenant le tiers de ce qui en provient; dont la demonſtration eſt manifeſte par la 7 propoſition du douzieſme livre *d'Euclide*.

*Concluſion.* Nous avons donc meſuré une pyramide donnée, ſelon le requis.

### Consequence.

Il eſt notoire que multipliée la baſe d'un cone par la hauteur, & prenant le tiers du produit, qu'alors on aura le contenu du cone comme de la pyramide.

### Proposition XXIV.

**M***Eſurer un corps comprins en plans de telle forme comme il advient.*

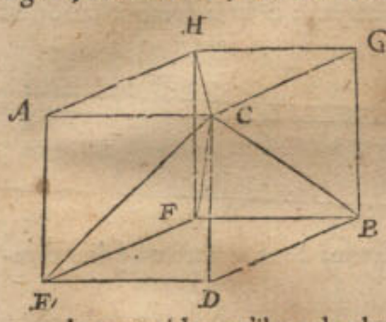
#### 1 *Exemple.*

*Le donné.* Soit premierement AB un cube, duquel les ſix quarrez ſont ACDE, EDBF, FBGH, GHAC, CGBD, AHFE, dont chaque coſté fait 3.

*Le requis.* Il faut trouver le contenu du cube ſelon la regle generale de meſurer tous corps comprins en plans.

### Construction.

Il faut ſçavoir que comme un plan polygone rectiligne ſe diviſe par lignes tendantes d'un angle aux autres angles, en autant de triangles qu'il y a de coſtez, moins les coſtez dont eſt fait iceluy angle: Ainſi ſe diviſe un corps plane ou comprins en plans par lignes tendantes d'un angle corporel, à tous les autres angles corporels, en autant de pyramides qu'il y a de plans, moins ceux dont eſt fait iceluy angle. Prenons par exemple au cube, l'angle corporel C pour ſommet commun de la pyramide, & tirons ou imaginons-nous encore quatre lignes, comme CE, CH, CB, CF, par icelles le cube eſt diviſé en trois pyramides, comme CEDBF, CAEFH, CHFBG, dont le ſommet commun eſt C: Parquoy cõme nous avons dit cy-deſſus, ce corps plane eſt par ce moyen diviſé en autant de pyramides qu'il y a de plans, moins ceux dont eſt fait iceluy angle corporel C, à ſçavoir trois, nommement CAHG, CGBD, CDEA, leſquels ſouſtraits des ſix plans, reſtent encores trois plans pour baſes des trois pyramides, comme EDBF, AEFH, HFBG. Or donc ce corps eſtant ainſi diviſé en ſes trois pyramides, chacune ſera meſurée ſelon la doctrine de la 22 propoſition, de ceſte façon: Premierement pour meſurer la pyramide CEDBF, je multiplie ED 3 en ſoy, vient pour la baſe EDBF 9, iceux multipliez avec leur hauteur DC 3, vient 27, dont la troiſieſme partie pour la pyramide CEDBF ſera 9. Et faiſant le ſemblable avec la pyramide CAEFH, multipliant la baſe AEFH par ſa hauteur CA, & la baſe HFBG de la pyramide CHBG auſſi par ſa hauteur CG, on trouvera chaque pyramide, comme les autres, de 9, leſquelles trois pyramides font enſemble 27 pour le requis.



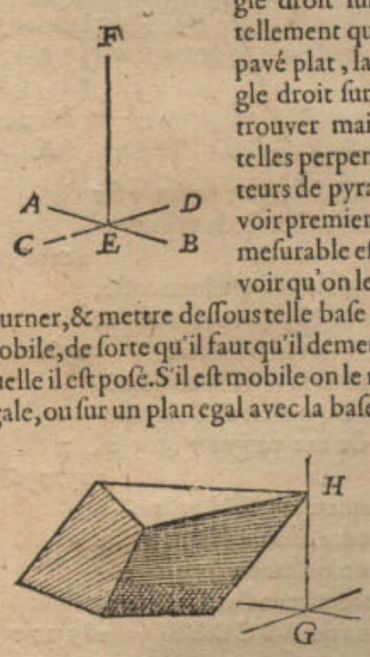

La *demonſtration* eſt, que toutes les parties ſont egales à leur entier. Et la preuve, que le cube donné meſuré comme pilier, (lequel auſſi en eſt une certaine eſpece) ſelon la doctrine de la 21 propoſition, ſe trouve auſſi de 27.

Or l'exemple que nous avons mis icy d'un corps regulier pour plus facile declaration, s'entend ainſi de tous corps planes tels qu'ils ſoient: car comme il a eſté dit cy-devant, ils ſe peuvent diviſer en autant de pyramides qu'il y a de plans, moins ceux dont eſt fait iceluy angle, leſquelles pyramides toutes enſemble ont un commun ſommet, excepté quelque figure dont nous parlerons à la fin de ceſte propoſition.

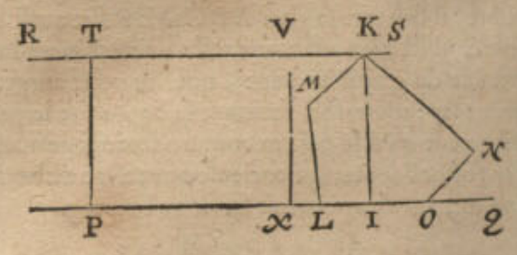
#### 2 *Exemple.*

La perpendiculaire ou hauteur de la pyramide au premier exemple eſtoit fort aiſée à trouver, voire cognuë par le donné. Mais veu qu'és corps irreguliers elle tombe auſſi bien dehors que dedans le corps, nous ferons quelque declaration de l'invention d'icelle.

On prendra à ceſte fin quelque matiere propre pour faire une croix, comme ABCD, & une regle EF à angle droit ſur la meſme croix, tellement qu'eſtant miſe ſur un pavé plat, la regle EF ſera à angle droit ſur iceluy plan. Pour trouver maintenant avec cecy telles perpendiculaires ou hauteurs de pyramides, il faut ſçavoir premierement que le corps meſurable eſt ou mobile, à ſçavoir qu'on le peut tourner & retourner, & mettre deſſous telle baſe qu'on veut; ou immobile, de ſorte qu'il faut qu'il demeure ſur la baſe ſur laquelle il eſt poſé. S'il eſt mobile on le mettra ſur une table egale, ou ſur un plan egal avec la baſe en bas dõt on veut meſurer la pyramide: Si alors la perpendiculaire tõbe hors le corps, on mettra le ſuſdit inſtrument ſur la table ſur laquelle repoſe le corps, & on le joindra au ſommet commun, comme il ſe peut voir en ceſte figure; Puis apres ayant meſuré la longueur comme GH, on a la hauteur cerchée de la pyramide, laquelle eſtant ainſi trouvée, on tournera le corps ſur la baſe d'une autre pyramide, meſurant alors ſa perpendiculaire comme devant.




Mais ſi la perpendiculaire cerchée tomboit dedans le corps, comme cy-deſſus IK perpendiculaire du corps LMKNO, avec le plan LO ſur la table ou plan PQ, on prendra une regle platte & droite RS, la mettant ſur le poinct K, tellement que les lignes TP & VX, (leſquelles ſe ſouſentendent à angle droit ſur les plans) ſont egales, car la longueur d'icelles eſt auſſi la longueur de la cerchée IK. Faiſant doncques le meſme auſſi ſouvent que le corps a de baſes meſurables de pyramides (ce ſont, comme il a eſté dit deſſus, tous les plans exterieurs, excepté ceux qui aydent à faire l'angle du ſommet commun, car des pyramides ne peuvent tomber ſur iceux) on trouve toutes les perpendiculaires requiſes.

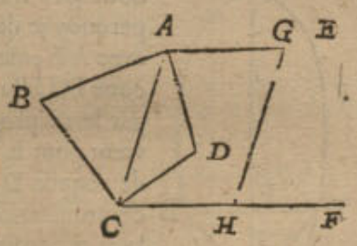



Mais

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

Mais si le corps estoit immobile, & s'il falloit qu'il demeurast sur la base, on mettra contre les bases des autres pyramides une planche platte, s'en servant comme de la susdite table ou pavé sur quoy repose le corps, trouvant là dessus la perpendiculaire ou hauteur de la pyramide comme devant.

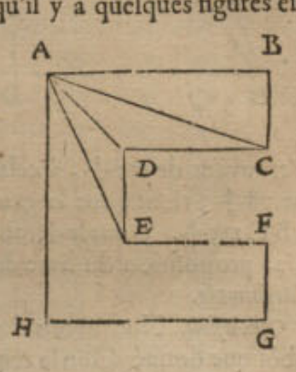
Apres il faut encores considerer cecy : S'il falloit mesurer la base d'une pyramide, sur laquelle repose un corps immobile, là où on ne puisse voir les lignes, qui divisent le plan en ses triangles necessaires à la mesure. La maniere pour y parvenir entre autres peut estre telle: Soit A B C D une base invisible, sur laquelle se repose un corps, dont on desire la longueur de la ligne A C. Pour y parvenir, je tire sur la table du poinct A, la ligne A E, & C F, parallele avec icelle : Je prés puis apres avec le compas quelque longueur en la ligne A E, comme A G, mettant aussi telle longueur en la ligne C F, laquelle tombe, je prens de C jusques à H, & je tire G H, laquelle doit estre egale avec A C, pource qu'avec icelle A C elle est parallele entre deux paralleles: Parquoy G H estant mesurée, on a aussi la longueur requise A C.




Mais pour ne se point abuser quand on mesure, & afin qu'on cognoisse tousiours le sommet commun, & qu'on ne prenne l'un pour l'autre, & aussi qu'on discerne bien les plans mesurables, de ceux qui ne seront pas mesurez, on fera premierement sur le sommet commun une marque avec de la croye ou de l'encre, selon le suject. Puis apres on verra de quels plans & de cõbien de plans est composé l'angle corporel du sommet commun, leur mettant aussi une marque, comme une croix, ou quelque chose semblable : Ce qui estant ainsi, tous les plans qui n'ont point de marque, servent pour bases mesurables de la pyramide : Parquoy un de ces plans estant mesuré, on mettra son contenu là dessus, & apres on mesurera sa pyramide, car par là on verra tousiours quels plans sont depeschez ou ceux qui seront encores à depescher.

Son Excellence s'est voulu exercer actuellement en ceste maniere de mesurer les corps planes irreguliers (laquelle j'estime nouvelle) & l'a trouvé commode. La cause qui le mouvoit à cela, estoit que voyant qu'il y a une regle generale de la mesure des plans rectilignes, il estimoit par là qu'il y en devroit aussi avoir une des corps planes : De laquelle procedure naturelle pour ouvrir le chemin, nous en avons fait la susdite proposition.

Nous avons dit cy-devant que le corps plane se divise en pyramides, lesquelles ont toutes ensemble un sommet commun, mais qu'il y a quelques figures esquelles la regle souffre exception: Ce que pour declarer premierement par similitude avec un plã rectiligne, soit A B C D E F G H un plan avec huict costez, où l'on voit que du poinct A jusques aux trois angles C, D, E, se peuvent tirer des lignes, lesquelles dans le plan donné descrivent quelques triangles, mais que de A aux deux angles F, G, on ne peut tirer telles lignes, d'autant qu'elles sortiroient hors de la figure donnée, & causeroient des triangles qui ne seroient point partie du plan donné. Ce que nous avons dit icy de l'angle A, le semblable advient à tous autres, à sçavoir qu'il est impossible que d'un angle lon puisse tirer des lignes à tous les autres angles sans sortir hors de la figure donnée : Parquoy qui voudroit diviser un tel plan en ses triangles, il faudroit que pour le moins il mit deux angles communs. Par cecy nous voulons declarer que le semblable advenant aux corps planes, il faudra prendre plus d'un sommet commun des pyramides.




*Conclusion.* Nous avons donc mesuré un corps comprins en plans de forme comme il advient, selon le requis.

## Proposition XXV.

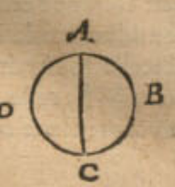
**Mesurer une sphere donnée.**

*Le donné.* Soit A B C D une sphere, dont l'axe A C fait 12.

*Le requis.* Il faut trouver sa grandeur.

### Construction.

Je trouve la superfice spherique par la 18 proposition de ce deuxiesme livre de $452\frac{4}{7}$, iceux multipliez avec la moitié de l'axe 6, vient $2715\frac{3}{7}$, dont la troisiesme partie par regle generale est $905\frac{1}{7}$ pour le requis : Dont la demonstration est manifeste par la 32 proposition du premier livre de la sphere & cylindre *d'Archimede.*




*Conclusion.* Nous avons donc mesuré une sphere donnée, selon le requis.

## Proposition XXVI.

**Mesurer une section semidiametrale donnée de la sphere.**

Nous appellons section semidiametrale de la sphere, ce qui est limité par la revolution du semidiametre fermé au centre, & descrivant un cercle en la superfice de la sphere.

*Le donné.* Soit A B C D une sphere dont le centre E, & l'axe A C, & soit E D C B la section semidiametrale, tellement que l'arc D C B fait 120 deg. ou $\frac{1}{3}$ du cercle majeur.

*Le requis.* Il faut trouver la grandeur de la section semidiametrale E D C B.

### Construction.

Elle est tout de mesme en la partie qu'en l'entier : Je trouve la superfice spherique D C B, selon la doctrine de la 18 proposition de ce deuxiesme livre, de $113\frac{1}{7}$, icelle multipliée avec 6 du semidiametre, vient $678\frac{6}{7}$, duquel la troisiesme partie est pour le requis $226\frac{2}{7}$. Dont la demonstration est manifeste par la 42 proposition du premier livre de la sphere & cylindre *d'Archimede.*

## Proposition XXVII.

**Mesurer une partie spherale, laquelle avec un plan est coupée de la sphere entiere.**



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

*Le donné.* Soit A B C D une ſphere, dont le centre E, & l'axe A C fait 12, d'icelle ſphere ſoit coupée avec un plan à angle droit ſur l'axe A C la partie B C D, coupant l'axe A C en F, tellement que F C face 3.

*Le requis.* Il faut trouver la grandeur de la partie BCD.

### Construction.

Veu que A C fait 12, & F C 3, doncques E A fait 6, & F A 9; parquoy diſant A F 9 donne F A avec A E enſemble 15, combien le cone D C B $\frac{594}{7}$? (nous ferons cy-deſſous le calcul d'iceluy cone en brief) vient pour la partie ſpherale requiſe $141\frac{3}{7}$. Dont la demonſtration eſt faite en la 2 propoſition du deuxieſme livre de la ſphere & cylindre *d'Archimede.*

Le compte du ſuſdit cone eſt tel: Veu que les deux coſtez D E 6, E F 3, du triangle rectangle E F D ſont cognus, par là ſe cognoiſt le troiſieſme D F, & ſe trouve de $\sqrt{27}$: Mais D F faiſant autant, comme ſemidiametre de la baſe du cone C D B, dont la hauteur C F 3, s'enſuit par la ſuſdite 22 propoſition de ce livre qu'iceluy cone fait $\frac{594}{7}$ comme devant.

Mais, ſuivant la ſuſdite demonſtration *d'Archimede*, pour faire encore preuve par autre maniere d'operation vulgaire, ains un peu plus longue que la precedente, on fait comme s'enſuit: Je trouve la grandeur de la ſection ſemidiametrale EDCB par la 25 propoſition de $226\frac{2}{7}$, d'icelle ſouſtrait le cone E D B, faiſant comme devant $\frac{594}{7}$, reſte pour la partie ſpherale requiſe, comme en la premiere operation, $141\frac{3}{7}$.

### Conſequence.

S'il y avoit à meſurer une partie ſpherale entre les plans G H, I K on trouve premierement la grandeur de la plus grande partie cordale G I L K H, de laquelle ſouſtraite la grandeur de la plus petite partie cordale I L K, le reſte eſt le requis.

*Concluſion.* Nous avons donc meſuré une partie ſpherale, laquelle avec un plan eſt coupée de la ſphere entiere, ſelon le requis.

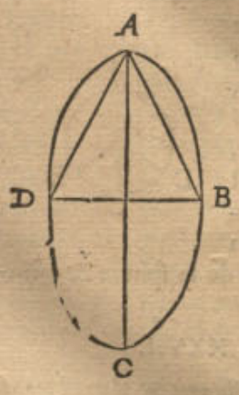
## Proposition XXVIII.

**M** *Eſurer une ſpheroïde donnée.*

*Le donnée.* Soit A B C D une ſpheroïde, dont le plus grand diametre A C fait 12, & D B 6.

*Le requis.* Il faut trouver ſa grandeur.

### Construction.




Je tire les lignes droites AD, A B, & trouve la grandeur du cone ADB, par la conſequence de la 22 propoſit. de ce deuxieſme livre, de $56\frac{4}{7}$, dont le double $113\frac{1}{7}$ eſt pour la moitié de la ſpheroïde ADB, parquoy la ſpheroïde entiere requiſe fait $226\frac{2}{7}$. La demonſtration en eſt faite és 29 & 30 propoſitions des conoïdes & ſpheroïdes *d'Archimede.*

*Concluſion.* Nous avons donc meſuré une ſpheroïde donnée, ſelon le requis.

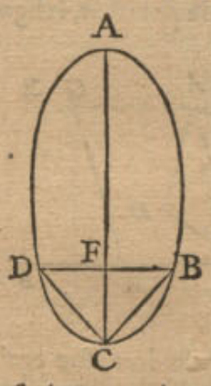
## Proposition XXIX.

**M** *Eſurer une partie grande, ou petite, ou demye d'une ſpheroïde, laquelle eſt coupée avec un plan de la ſpheroïde entiere.*

*Le donné.* Soit A B C D une ſpheroïde, dont le centre ſoit E, de laquelle eſt coupée avec un plan la partie D C B, dont l'axe C F fait 3, lequel axe produit juſques à la fin ſoit C A faiſant 12, & D B diametre de la baſe de la partie de la ſpheroïde fait 5.

*Le requis.* Il faut trouver la grandeur de la partie de la ſpheroïde D C B.

### Construction.




Veu que A C fait 12, & F C 3, doncques E A fait 6, & F A 9; parquoy je dis, A F 9, donne F A avec A E enſemble 15, combien le cone D C B $19\frac{9}{14}$? (il fait autant par la 22 propoſition de ce livre) vient pour la partie de la ſpheroïde requiſe D C B $32\frac{31}{42}$. Dont la demonſtration eſt manifeſte par la 31 propoſition des conoïdes & ſpheroïdes *d'Archimede.*

*Concluſion.* Nous avons donc meſuré une partie grande, ou petite, ou demie d'une ſpheroïde, laquelle eſt coupée avec un plan de la ſpheroïde entiere, ſelon le requis.

### Conſequence.

Si la ſection D B n'eſtoit pas à angle droit ſur le plus grand axe, comme cy-deſſus, mais qu'un plus petit axe tendiſt par ſon centre, il eſt manifeſte que la ſuſdite regle y aura auſſi lieu.

## Proposition XXX.

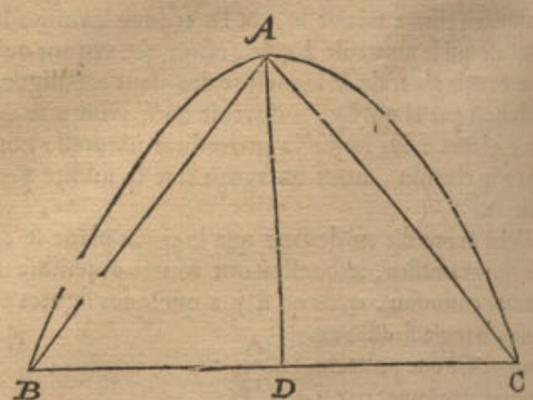
**M** *Eſurer un corps parabolique donné.*

*Le donné.* Soit A B C le conoïde parabolique, dont le diametre de la baſe B C fait 10, & la hauteur A D 6.

*Le requis.* Il faut trouver ſa grandeur.

### Construction.

Je tire A B, A C, & meſure le cone A B C par la conſequence de la 22 propoſition de ce deuxieſme livre,




le trouvant de $157\frac{1}{7}$, à cela touſiours ſa moitié comme $78\frac{4}{7}$, vient pour la grandeur requiſe du conoïde A B C $235\frac{5}{7}$. Dont la demonſtration eſt manifeſte par la 23 propoſition du livre des conoïdes & ſpheroïdes *d'Archimede.*

*Concluſion.* Nous avons donc meſuré un conoïde parabolique donné, ſelon le requis.

Pro-

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

PROPOSITION XXXI. ALB. GIRARD.

MEsurer un conoïde parabolique tronqué d'un plan parallele à la base.

Le donné. *Soyent B & C, les deux superfices paralleles du couvercle & de la base, & D la perpendiculaire qui est entre deux.*

Le requis. *Il faut trouver sa solidité.*

Construction. *D (B+C) est le double de la solidité du conoïde tronqué : Dont la demonstration est manifeste, pource que les cylindres inscrits & circonscrits au conoïde parabolique sont en mesme raison que les parallelogrammes aux triangles, tant inscrits que circonscrits.*

Conclusion. *Nous avons donc trouvé la solidité du conoïde tronqué, selon le requis.*

PROPOSITION XXXII. ALB. GIRARD.

MEsurer un corps hyperbolique donné.

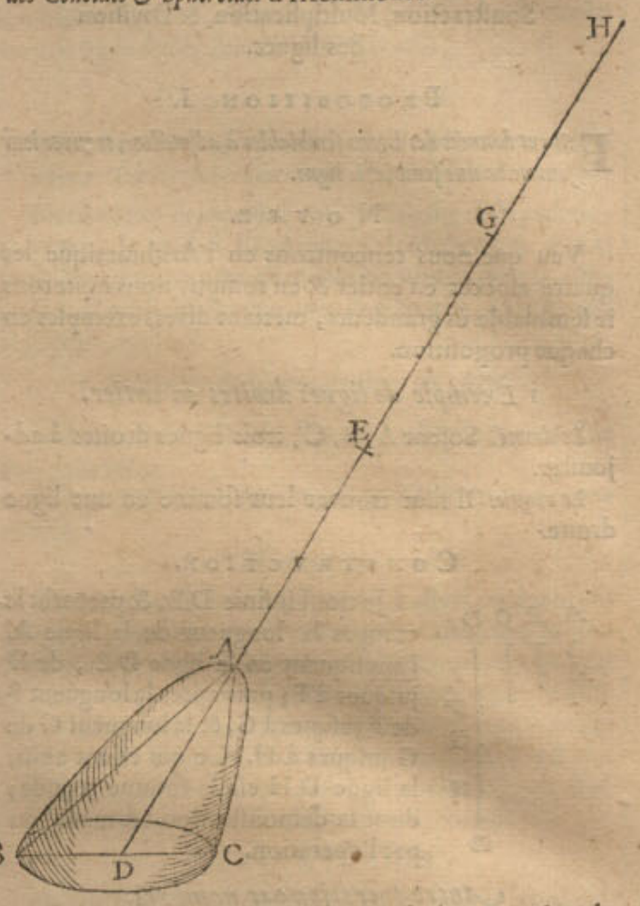
ALBERT GIRARD. J'ay adjousté ceste proposition, afin que rien ne manquast icy de la mesure de la troisiesme section conique tournée, qui est le conoïde hyperbolique.

Le donné. *Soit A B C une portion d'un conoïde hyperbolique, (estant coupé obliquement sur l'axe) dont la section B C sera ellipse, & soit la superfice 20, & A D diametre de concavité 7, mais la perpendiculaire de A sur la base B C, soit 6; soit aussi A G 16, qui est la transverse ou diametre de convexité (car c'est le diametre aussi des oppositez) E centre des oppositez au milieu de A G.*

Le requis. *Il faut trouver sa solidité.*

CONSTRVCTION.

*Ayant prolongé A G jusques à H, ainsi que G H soit egale à G E, alors A E, E G, G H seront egales; la portion du cone A B C, (sur la mesme base B C elliptique, & mesme sommet A) sera 40; car la hauteur est 6 : On dira donc GD 23 donne DH 31, combien 40 le cone inscrit? viendra $53\frac{21}{23}$ pour la solidité de la portion du conoïde hyperbolique A B C, la construction sera semblable, lors qu'il est coupé à angles droits sur l'axe; dont la demonstration se tire des 27 & 28 propositions du livre des Conoïdes & Spheroïdes* d'Archimedes.




Conclusion. *Nous avons donc mesuré un corps hyperbolique, selon le requis.*

*Fin du deuxiesme livre de la Geometrie.*

---

# TROISIESME LIVRE DE LA PRACTIQVE DE GEOMETRIE,

## Des quatre Conjugaisons, comme Addition, Soustraction, Multiplication, & Division des grandeurs.

*CEs quatre especes proposées en ce troisiesme livre, ne seront que des grandeurs semblables données, desquelles les requises sont aussi semblables aux données. Quant aux dissemblables, qui se rencontrent aussi en effect; leur conversion en semblables s'enseignera au sixiesme livre; parquoy la regle sera generale sur toutes : Comme aussi en l'Arithmetique par nombres, là où les rompus se reduisent à un nominateur commun, pour operer avec iceluy comme avec les entiers.*

*Mais avant que de commencer nous ferons quelque advertissement de certain doubte qu'on pourroit proposer : Asçavoir que diverses grandeurs qui seront icy données sur le papier, ne s'adjoustent point si proprement que la somme consiste des mesmes grandeurs données, comme il semble toutesfois que les propositions le requierent, y adjoustant encores qu'*Euclide *& autres Mathematiciens renommez n'ont pas usé de telle façon de parler. A cecy on respond que le semblable est commun en l'Arithmetique, dont nous suivons l'ordre : Comme par exemple, quelqu'un voulant assembler 4 & 3, dit qu'ils font ensemble 7, lequel 7 toutesfois ne consiste point hors des essentiels 4 & 3 donnez, veu que les mesmes 4 & 3 sont demeurez en leur lieu. Parquoy si on vouloit parler icy du tout proprement, il ne faudroit point dire de l'addition des nombres donnez, ains, selon la maniere* d'Euclide, *de l'invention d'un nombre egal aux nombres donnez. Mais puis qu'une si grande proprieté seroit fort facheuse tant en l'Arithmetique, & aux autres trois especes restantes, qu'en l'Addition, ceste maniere sera permise par bonne raison, quoy qu'elle soit un peu plus impropre en la susdite Arithmetique, à cause de la facilité qui en provient. Et le mesme se doit icy entendre en la practique de Geometrie, d'autant plus que quelques Mathematiciens se servent d'une telle maniere de parler, mesmes aux grandeurs, comme disant (en la vieille question) de la duplication du cube, ce qui n'est autre chose que de trouver un cube double à un cube donné. Pourtant aussi nous nous avions proposé de faire ceste advertissement.*



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

# PREMIERE PARTIE DV TROISIESME LIVRE,

## Des quatre conjugaisons, comme Addition, Soustraction, Multiplication, & Division des lignes.

### PROPOSITION I.

*ESTant données des lignes semblables à adjouster, trouver leur somme en une semblable ligne.*

NOTEZ.

Veu que nous rencontrons en l'Arithmetique les quatre especes en entier & en rompu, nous imiterons le semblable és grandeurs, mettant divers exemples en chaque proposition.

*1 Exemple de lignes droites en entier.*

*Le donné.* Soient A, B, C, trois lignes droites à adjouster.

*Le requis.* Il faut trouver leur somme en une ligne droite.

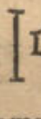
CONSTRVCTION.

Je tire l'infinie DE, & prens sur le compas la longueur de la ligne A, l'appliquant en la ligne DE, de D jusques à F; puis apres la longueur B de F jusques à G, & la longueur C de G jusques à H. Ce qui estant ainsi, la ligne DH est la somme requise; dont la demonstration est manifeste par l'operation.

*Autre operation par nombres.*

Je mesure A, la trouvant je prens de 11 pieds, B de 7 pieds, C de 9 pieds; Iceux adjoustez font 27: Parquoy tirant une ligne, comme DH, longue de 27 pieds, on a le requis.

*2 Exemple de lignes droites en rompu.*




Soit requise la somme des $\frac{2}{3}$ de la ligne A, avecles $\frac{3}{4}$ de la ligne B.

CONSTRVCTION.

Je mesure A, & la trouve je prens de 11 pieds,

| | |
|---|---|
| dont les $\frac{2}{3}$ font | 733 ②. |
| Et B de 7 pieds, dont les $\frac{3}{4}$ font | 520 ②. |
| Somme | 1253 ②. |

Parquoy ayant tiré une ligne aussi longue, laquelle soit I, on a le requis; dont la demonstration est manifeste par l'operation.

NOTEZ.

On pourroit demander si toutes lignes droites se peuvent appeller semblables, comme elles ont esté dites cy-dessus. Ma raison affirmative est telle:

Arcs comprenans angles egaux, s'appellent lignes semblables, mais arcs semblables peuvent estre estendus moins & moins obliques jusques à l'infini, tellement que leur difference de lignes droites soit plus petite qu'aucune ligne posée, demeurans toutesfois arcs & lignes semblables: Ce qui estant ainsi, pourquoy est-ce que la derniere extension en une ligne droite feroit perdre le nom de semblable? Il ne semble point que la raison le vueille.

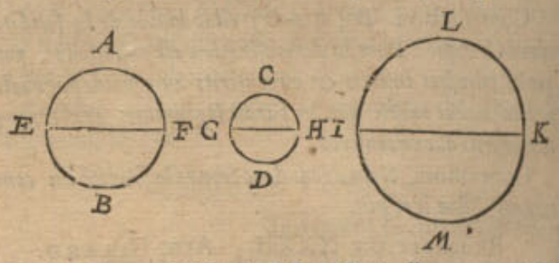
*3 Exemple de lignes courbes.*

*Le donné.* Soient AB, CD les circonferences de deux cercles,

*Le requis.* Il faut trouver leur somme en la circonference d'un cercle.

CONSTRVCTION.

Je marque aux circonferences données deux lignes droites homologues, comme leurs diametres: Celle de AB soit EF, & de CD soit GH: Je tire puis apres IK,




egale à EF avec GH, je descris sur icelle, comme diametre, la circonference ILKM, que je dis la somme requise.

DEMONSTRATION.

Comme le diametre EF, à la circonference EAFB, ainsi GH à GCHD, ainsi aussi IK à ILKM: Et par raison conjoincte, comme EF avec GH, à EAFB avec GCHD, ainsi IK à ILKM: Mais EF avec GH sont ensemble egaux à IK par la construction; parquoy EAFB & GCHD sont ensemble egaux à ILKM, & consequemment la circonference ILKM est la somme requise des deux autres.

*Autre operation par nombres.*

Je mesure EF, la trouvant je prens de 11 pieds, & GH de 7, qui font ensemble 18; parquoy tirant une ligne longue de 18 pieds, comme IK, & descrivant là dessus comme diametre, une circonference ILKM, elle est la somme requise, dont la demonstration est manifeste par la precedente demonstration.

CONSEQVENCE.

Les figures de ceste proposition sont mises icy comme lignes dedans un plan, toutesfois il est manifeste que la regle est generale sur toutes lignes semblables telles qu'elles soient, descrites tant en superfices courbes qu'en plans. Ce qui s'entend aussi ainsi és trois propositions qui suivent immediatement.

*Conclusion.* Estant donc données des lignes semblables à adjouster, nous avons trouvé leur somme en une semblable ligne, selon le requis.

### PROPOSITION II.

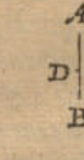
*ESTant donnée une ligne avec une semblable ligne à soustraire, trouver le reste en une ligne semblable.*

*1 Exemple de lignes droites en entier.*

*Le donné.* Soit AB une ligne droite, & C la ligne à soustraire.

*Le requis.* Il faut trouver leur reste en une ligne droite.

CONSTRVCTION.




Je prens sur le compas la longueur de C, l'appliquant en la ligne AB de A jusques à D: Ce qui estant ainsi, DB est le reste requis, dont la demonstration est manifeste par la construction.

*Autre operation par nombres.*

Je mesure AB, & la trouve je prens de 11 pieds, & C de 7 pieds, lesquels soustraits des 11 restent 4: Parquoy ayant tiré une ligne longue de 4 pieds, comme DB, on a le requis.

2 Exem-

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

*2 Exemple de lignes droites en rompu.*

Soient à souſtraire les $\frac{2}{3}$ de la ligne C, des $\frac{3}{4}$ de la ligne AB.

CONSTRVCTION.

Je meſure AB, & la trouve je prens de 11 pieds, dont les $\frac{3}{4}$ font 825 ②.
Puis apres C de 7 pieds, dont les $\frac{2}{3}$ font 280 ②.
Leſquels ſouſtraits du premier en l'ordre, reſte 545 ②.
Parquoy ayant tiré une ligne de telle longueur, on a le reſte requis; dont la demonſtration eſt manifeſte par la conſtruction.

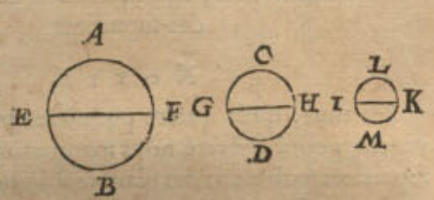
*3 Exemple de lignes courbes.*

*Le donné.* Soit la circonference du cercle AB une ligne courbe, & la circonference CD celle qui eſt à ſouſtraire.

*Le requis.* Il faut trouver leur reſte en la circonference d'un cercle.

CONSTRVCTION.

Je marque aux circonferences données deux droites lignes homologues, comme je prens leurs diametres: Celle de AB ſoit EF, & de CD ſoit GH. Puis apres tirant IK egale au ſur plus de EF par deſſus GH, je deſcris ſur icelle comme diametre la circonference ILKM, que je dis le reſte requis.




DEMONSTRATION.

Comme le diametre EF, à la circonference EAFB, ainſi GH à GCHD; ainſi auſſi IK à ILKM: & par raiſon reverſe, comme EF moins GH, à EAFB moins GCHD, ainſi IK, à ILKM: Mais EF moins GH, eſt egale à IK par la conſtruction; parquoy EAFB moins GCHD eſt egale à ILKM, & conſequemment ILKM eſt le reſte requis.

*Autre operation par nombres.*

Je meſure EF, la trouvant je prens de 11 pieds, & GH de 7, leſquels ſouſtraits de 11 reſte 4: parquoy tirant une ligne longue de 4 pieds, comme IK, & là deſſus comme diametre deſcrivant une circonference ILKM, elle eſt le reſte requis: dont la demonſtration eſt manifeſte par la demonſtration precedente.

*Concluſion.* Eſtant donc donnée une ligne, avec une ſemblable ligne à ſouſtraire: Nous avons trouvé le reſte en une ligne ſemblable, ſelon le requis.

PROPOSITION III.

*Eſtant donnée une ligne à multiplier, & un nombre multiplicateur: Trouver le produit en une ligne ſemblable à la donnée.*

Nous avons demonſtré au 6 probleme de la premiere partie de noſtre Practique d'Arithmetique que le multiplicateur ne peut eſtre que nombre, ce qui s'entend auſſi ainſi du diviſeur avec le quotient, qui eſt auſſi touſiours nombre.

*1 Exemple de lignes droites en entier.*

*Le donné.* Soit AB une ligne à multiplier, & 213 le multiplicateur.

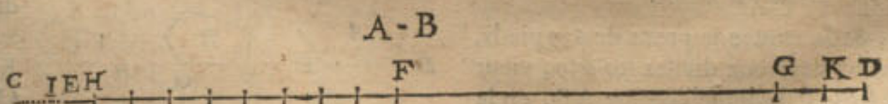
*Le requis.* Il faut trouver le produit en une ligne droite.

NOTEZ.

Tout ainſi que la multiplication & diviſion des nombres, ſe nomment abbreviations de l'addition & ſouſtraction, le meſme ſe rencontre icy és grandeurs: car ſi quelqu'un vouloit adjouſter 213 lignes egales à AB, ſelon la maniere de la 1 propoſition de ce troiſieſme livre, il auroit le requis, mais l'operation ſuivante eſt plus courte; ce qui s'entendra auſſi ainſi en la ſuivante multiplication & diviſion des ſuperfices & corps.

CONSTRVCTION.

Je tire la ligne infinie CD, & prens ſur le compas la longueur AB, la mettant dix fois dedans la ligne CD, ce qui vient je prens de C juſques à E: J'ouvre puis apres le compas de C juſques à E, & mets cela dix fois en la ligne CD, ce qui vient juſques à F. Je prens puis apres ſur le compas la longueur CF, l'appliquant de F juſques à G, tellement que CG fait 200. Maintenant pour avoir encores 13, HE ſignifie 10, parquoy de E vers C prenant encores trois parties, comme de E juſques à I, & alors le compas ouvert de H juſques à I, & icelle longueur appliquée de G juſques à K, la ligne CK eſt la requiſe, à ſçavoir 213 fois auſſi longue que AB; dont la demonſtration eſt manifeſte par l'operation.




Par la ſuſdite decuple augmentation la procedure generale de toutes eſt notoire, car pour avoir des milliers on ouvriroit le compas ſur dix fois cent, & ainſi conſequemment avec les ſuivans.

*Autre operation par nombres.*

Je meſure AB, & la trouve, je prens, de 3 pieds, iceux multipliez avec 213 vient 639, parquoy tirant une ligne longue de 639 pieds, on a le produit requis.

*2 Exemple de lignes droites en rompu.*

Soient à multiplier les $\frac{3}{4}$ de la ligne AB, par $\frac{5}{6}$.

CONSTRVCTION.

Je meſure AB, & la trouve, je prens de 3 pieds, dont les $\frac{3}{4}$ font $\frac{9}{4}$, icelles multipliées avec $\frac{5}{6}$ vient 1875 ③; parquoy tirant une ligne de telle longueur on a le produit requis, dont la demonſtration eſt manifeſte par l'operation.

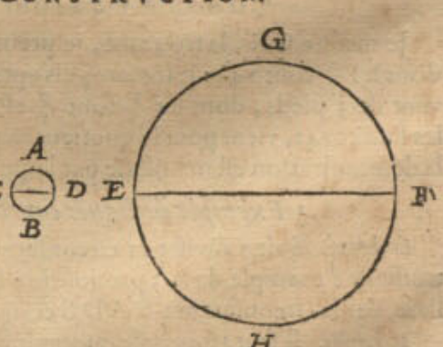
*3 Exemple de lignes courbes.*

*Le donné.* Soit la circonference du cercle AB une ligne courbe, & le multiplicateur 6.

*Le requis.* Il faut trouver le produit.

CONSTRVCTION.

Je marque en la circonference donnée quelque ligne droite, comme je prens le diametre CD, la multipliant par 6, ſelon la maniere du 1 exemple de ceſte






Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

ceſte propoſition, dont le produit ſoit la ligne droite EF, & je deſcris ſur icelle comme diametre la circonference EGFH, que je dis le produit requis.

DEMONSTRATION.

Comme le diametre EF, à la circonference EGFH, ainſi le diametre CD, à la circonference CADB : & par raiſon alterne, comme EF à CD, ainſi EGFH à CADB ; mais EF eſt 6 fois auſſi long que CD par la conſtruction, parquoy la circonference EGFH eſt ſix fois auſſi longue que la circonference CADB.

*Autre operation par nombres.*

Poſé que CD ſoit longue de 7 pieds, leſquels 6 fois font 42, parquoy tirant une ligne, comme EF, de 42 pieds, & là deſſus deſcrivant la circonference EGFH, on a le produit requis ; dont la demonſtration eſt manifeſte par la precedente.

*Concluſion.* Eſtant donc donnée une ligne à multiplier, & un nombre multiplicateur, nous avons trouvé le produit en une ligne ſemblable à la donnée, ſelon le requis.

PROPOSITION IV.

*ESTant donnée une ligne à diviſer, & une ligne diviſeur, trouver le quotient.*

*1 Exemple de lignes droites en entier.*

*Le donné.* Soit CK au premier exemple de la 3 propoſition de ce troiſieſme livre une ligne à diviſer, & la ligne AB diviſeur.

*Le requis.* Il faut trouver le quotient.

CONSTRVCTION.

Je prens ſur le compas la longueur AB, & la mets dix fois en la ligne CK, ce qui vient, je prens, de C juſques à E : J'ouvre puis apres le compas de C juſques à E, & la mets dix fois dedans la ligne CK, ce qui vient juſques à F : Je prens puis apres ſur le compas la longueur CF, l'appliquant de F juſques à G ; tellement que CG fait 200, parquoy le quotient fait premierement 200. Mais pour ſçavoir maintenant combien il faut qu'il y vienne encores à cauſe de GK, je prens ſur le compas la longueur d'icelle GK, la trouvant, je prens, venir de H juſques à I, faiſant 13, leſquels avec les ſuſdits 200 font 213 pour le quotient requis ; dont la demonſtration eſt manifeſte par la conſtruction.

*Autre operation par nombres.*

Je meſure CK, & la trouve je prens de 639 pieds, & AB de trois pieds, par iceux diviſez les 639, vient 213 ; & autant de fois eſt la ligne comme AB, en la ligne CK.

*2 Exemple de lignes droites en rompu.*

Soient à diviſer les $\frac{2}{3}$ de la ligne CK, au premier exemple de la 3 propoſition de ce troiſieſme livre, par les $\frac{3}{5}$ de la ligne AB.

CONSTRVCTION.

Je meſure CK, la trouvant, je prens, de 213 pieds, dont les $\frac{2}{3}$ font 142 : je meſure puis apres AB, la trouvant de 3 pieds, dont les $\frac{3}{4}$ font $\frac{9}{5}$ : Par iceux diviſez les ſuſdits 142, vient pour le quotient requis $78\frac{8}{9}$ ; dont la demonſtration eſt manifeſte par l'operation.

*3 Exemple de lignes courbes.*

*Le donné.* Soit à diviſer la circonference EGFH au troiſieſme exemple de la 3 propoſition de ce troiſieſme livre, par la circonference CADB comme diviſeur.

*Le requis.* Il faut trouver le quotient.

CONSTRVCTION.

Je tire dans les circonferences données deux lignes droites homologues, comme les diametres EF, CD, & diviſant EF par CD ſelon la maniere du premier exemple de ceſte propoſition, ſe trouve pour quotient je prens 6, que je dis le quotient requis des circonferences, dont la demonſtration eſt manifeſte par le revers de la demonſtration de la multiplication.

*Autre operation par nombres.*

Je meſure la ligne droite EF, la trouvant, je prens, de 42 pieds, & CD de 7, par iceux diviſez les 42, vient pour le quotient requis 6 : dont la demonſtration eſt manifeſte par le precedent.

*Concluſion.* Eſtant donc donnée une ligne à diviſer, & une ligne diviſeur, nous avons trouvé le quotient, ſelon le requis.

## SECONDE PARTIE DV TROISIESME LIVRE,

### Des quatre conjugaiſons, comme Addition, Souſtraction, Multiplication & Diviſion des ſuperfices.

NOTEZ.

Sur tout, qu'és quatre premieres propoſitions ſuivantes, pour briefveté nous marquerons les figures des ſuperfices ſeulement des plans rectilignes, par où on entendra que la regle eſt generale de toutes ſuperfices ſemblables, telles qu'elles ſoient, auſſi bien courbilignes & boſſues que rectilignes & plattes.

PROPOSITION V.

*ESTant données ſuperfices ſemblables à adjouſter : Trouver leur ſomme en une ſemblable ſuperfice.*

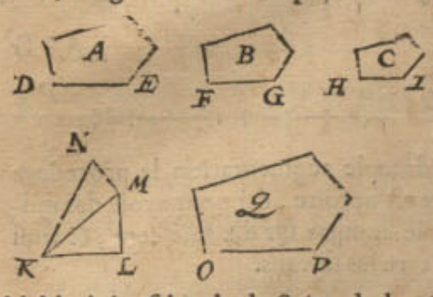
*1 Exemple en entier.*

*Le donné.* Soient A, B, C, trois ſuperfices ſemblables, deſquelles DE, FG, HI ſont lignes homologues.

*Le requis.* Il faut trouver leur ſomme en une ſuperfice ſemblable avec A.

CONSTRVCTION.

Ie tire KL egale avec DE, & LM à angle droit ſur KL, & egale avec FG, apres KM, & là deſſus à angle droit MN egale avec HI, & tire KN. Puis apres OP egale avec KN, comme homologue avec DE, ſur laquelle deſcrivant la ſuperfice Q ſemblable à A, ſelon la doctrine de la 16 propoſition du premier livre : Ie dis qu'icelle ſuperfice Q eſt la ſomme requiſe, à ſçavoir egale aux trois A, B, C ; dont la demonſtration eſt manifeſte par la 31 propoſition du ſixieſme livre *d'Euclide.*




*Autre operation par nombres.*

| | |
|---|---|
| Ie meſure les trois coſtez homologues, & trouve DE par exemple de 5, dont le quarré | 25. |
| FG de 4, dont le quarré | 16. |
| HI de 3, dont le quarré | 9. |
| Somme | 50. |
| Dont la racine fait | 707 ② |

Par-

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

Parquoy tirant une ligne longue de 707 ②, comme OP, homologue avec DE, & là dessus marquant une superfice, comme Q, semblable à A, on a le requis.

*2 Exemple en rompu de l'invention de* SON EXCELLENCE *tiré de la 8 proposition suivante.*

Soit requise la somme des $\frac{2}{3}$ du plan A, avec le $\frac{1}{2}$ de B, & le $\frac{1}{3}$ de C.

CONSTRVCTION.

Ie mesure les trois costez homologues, trouvant DE, je prens, de 5 pieds, le quarré d'iceux fait 25, dont les $\frac{2}{3}$ font 10.
FG de 4, desquels le quarré 16, dont le $\frac{1}{2}$ fait 8.
HI de 3, desquels le quarré 9, dont le $\frac{1}{3}$ fait 3.
Somme 21.
Dont la racine quarrée 458 ②.

Parquoy tirant une ligne longue de 458 ② pieds, comme homologue avec DE, & là dessus marquant une superfice semblable à A, on a le requis : Dont la demonstration se verra au susdit lieu, à sçavoir, en la 8 proposition.

*Conclusion.* Estant donc données superfices semblables à adjouster, nous avons trouvé leur somme en une semblable superfice, selon le requis.

PROPOSITION VI.

*Estant donnée une superfice, avec une semblable superfice à soustraire : Trouver le reste en semblable superfice.*

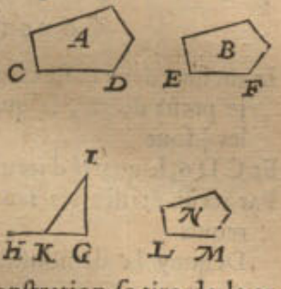
*1 Exemple en entier.*

*Le donné.* Soit A une superfice, & B une semblable superfice à soustraire, desquelles CD, EF sont costez homologues.

*Le requis.* Il faut trouver le reste en une superfice semblable à A.

CONSTRVCTION.

Ie tire l'infinie GH, apres GI, à angle droit sur icelle GH, & egale avec EF : Ie prens puis apres sur le compas la longueur CD, mettant l'un pied au poinct I, l'autre dedans la ligne GH, que je prens venir au poinct K : Ie tire puis apres la ligne LM egale avec KG, comme homologue avec CD, descrivant là dessus la superfice N, semblable à A, ce que je dis le reste requis ; dont la demonstration se tire de la 31 proposition du sixiesme livre *d'Euclide.*




*Autre operation par nombres.*

Ie mesure les deux costez homologues, trouvant CD, je prens, de 5 pieds, dont le quarré 25.
Et EF de 4, dont le quarré 16.
Lequel soustrait du premier en l'ordre, reste 9.
Dont la racine quarrée 3.

Parquoy tirant une ligne longue de 3 pieds, comme LM homologue avec CD, & là dessus marquant une superfice comme N semblable à A, on a le reste requis.

*2 Exemple en rompu de l'invention de* SON EXCELLENCE *tiré de la 8 proposition suivante.*

Soit des $\frac{2}{3}$ de la superfice de A à soustraire la $\frac{1}{2}$ de B.

CONSTRVCTION.

Ie mesure les deux costez homologues, trouvant CD, je prens de 5 pieds, dont le quarré 25, desquels les $\frac{2}{3}$ font 10.
Et EF 4, dont le quarré 16, desquels la moitié fait 8.
Lesquels soustraits du premier en l'ordre, reste 2.
Dont la racine quarrée 141 ②.

Parquoy tirant une ligne longue de 141 ② pieds, comme homologue avec CD, & là dessus marquant une superfice semblable à A, on a le reste requis : dont la demonstration se verra au lieu susdit, à sçavoir en la 8 proposition.

*Conclusion.* Estant donc donnée une superfice, & une superfice semblable à soustraire : Nous avons trouvé le reste en superfice semblable, selon le requis.

PROPOSITION VII.

*Estant donnée une superfice à multiplier, & un nombre multiplicateur : Trouver leur produit en une superfice semblable à la donnée.*

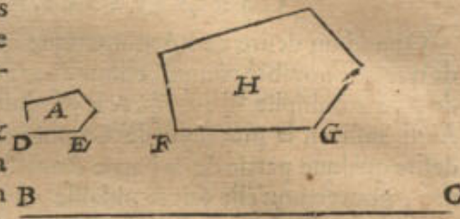
*1 Exemple en entier.*

*Le donné.* Soit A une superfice à multiplier, & le multiplicateur 10.

*Le requis.* Il faut trouver leur produit, qui est une superfice dix fois aussi grande que A, & semblable à icelle.

CONSTRVCTION.

Ie tire la ligne BC dix fois aussi longue qu'aucun des costez de la superfice donnée, par exemple le costé DE : Je trouve puis apres la ligne moyenne proportionelle entre DE & BC par la 3 proposition du 4 livre, laquelle soit FG, sur icelle comme homologue avec DE je marque la superfice H semblable à A, que je dis le produit requis, à sçavoir dix fois aussi grande que la superfice A : dont la demonstration se tire de la 20 proposition du sixiesme livre *d'Euclide.*




NOTEZ.

Il est bien vray qu'on declare plus commodement les propositions presentes par la doctrine precedente que suivante : Toutesfois cela est advenu autrement en l'invention des lignes proportionelles, tant icy qu'en quelques propositions de ce livre : Toutesfois si nous eussions mis le quatriesme livre devant le 3, nous eussions peu eviter telle chose, mais alors nous n'eussions pas suivi le susdit ordre general de l'Arithmetique, que nous nous avions proposé de suivre.

*Autre operation par nombres.*

Ie mesure la ligne DE, la trouvant je prens de trois pieds, lesquels dix fois font 30 pieds : Entre ce 30 & 3 je trouve un nombre moyen proportionel, qui est 949 ② ; parquoy tirant une ligne de telle longueur comme FG, & là dessus marquant une superfice H semblable avec A, on a le produit requis.

*Autre operation par nombres fondée sur la susdite invention de* SON EXCELLENCE.

Soit encore la ligne DE de trois pieds, son quarré est 9.
Cela 10 fois vient 90.
Dont la racine quarrée 949 ②.



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

Parquoy tirant une ligne d'icelle longueur, comme FG homologue avec DE, & là dessus marquant une superfice H semblable à A, on a le produit requis.

### 2 *Exemple en rompu.*

Soient à multiplier les $\frac{2}{3}$ de la superfice A, avec 10 $\frac{1}{2}$.

CONSTRVCTION.

Je mesure DE, & la trouve je prens de trois pieds, les $\frac{2}{3}$ d'iceux comme 2, multipliez par 10 $\frac{1}{2}$ font 21. Entre ces 21 & les susdits 3, je trouve un nombre moyen proportionel, qui est 794②; Parquoy tirant une ligne aussi longue, & là dessus marquant une superfice semble à A, on a le produit requis.

### *Autre operation en rompu, fondée sur la susdite invention de* SON EXCELLENCE.

Soient encores à multiplier les $\frac{2}{3}$ de la superfice A, avec 10 $\frac{1}{2}$.

CONSTRVCTION.

Je mesure DE, la trouvant je prens de 3 pieds, le quarré d'iceux fait 9 pieds, dont les $\frac{2}{3}$ font 6.
Iceux multipliez avec 10 $\frac{1}{2}$ vient 63.
Dont la racine quarrée 794②.

Parquoy tirant une ligne d'icelle longueur, comme homologue avec DE, & là dessus marquant une superfice semblable à A, on a le produit requis.

CONSEQVENCE.

Quand on desire en l'Arithmetique quelque partie de quelque nombre rompu, comme par exemple les $\frac{2\,1}{2}$ de $\frac{2}{3}$, on multiplie $\frac{2\,1}{2}$ avec $\frac{2}{3}$, & le produit est le requis: Ainsi aussi en la practique de Geometrie, quand on desire quelque partie de la partie d'une superfice donnée, pourveu qu'elle soit semblable avec l'entier, par exemple les $\frac{2\,1}{2}$ des $\frac{2}{3}$ de la superfice A : Il est notoire qu'on multipliera selon la maniere du susdit deuxiesme exemple, & que le produit sera le requis. La mesme consequence s'entendra aussi ainsi sur la multiplication des corps en la 11 proposition suivante.

*Conclusion.* Estant donc donnée une superfice à multiplier, & un nombre multiplicateur, nous avons trouvé leur produit en une superfice semblable à la donnée, selon le requis.

## PROPOSITION VIII.

*Estant donnée une superfice à diviser, & une semblable superfice diviseur : Trouver le quotient.*

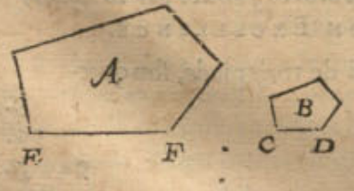
### 1 *Exemple en entier.*

*Le donné.* Soit A une superfice à diviser, & la superfice B semblable à A soit diviseur, dont le costé CD est homologue avec EF.

*Le requis.* Il faut trouver leur quotient, qui est, combien de fois une superfice comme B est comprinse en la superfice A.

CONSTRVCTION.

Ie trouve par la 2 proposition du quatriesme livre la troisiesme proportionelle des deux EF, CD, laquelle soit G: Ie voy puis apres combien de fois G est en EF, & se trouve, je prens trois fois: Ce qui estât ainsi, je dis que 3 est le quotient requis, à sçavoir qu'une superfice comme B, est comprinse 3 fois en la superfice A. La demonstration se tire de la 20 proposition du sixiesme livre *d'Euclide.*




### *Autre operation par nombres, selon la maniere de la precedente operation Mathematique.*

Ie mesure les deux costez homologues, trouvant je prens EF de 18.
Et CD de 6.
Ie dis puis apres, 18 premier en l'ordre, donne 6 deuxiesme en l'ordre, combien les mesmes 6 ? vient 2.
Par iceux divisez 18 premier en l'ordre, vient pour le quotient requis 9.

### *Autre operation selon l'invention de* SON EXCELLENCE.

On divisera les quarrez des costez homologues l'un par l'autre, car le quotient donne aussi le requis: par exemple ayant divisé 324 (quarré de EF 18) par 36 (quarré de CD 6) vient comme dessus 9.

### *Origine de ceste operation.*

SON EXCELLENCE considerant que les superfices semblables estoient en telle raison l'une à l'autre, que les quarrez de leurs costez homologues, concluoit par là que le quotient des quarrez de deux costez homologues, doit aussi estre le quotient des superfices.

SON EXCELLENCE ayant apperceu que ceste regle estoit fort generale, il depescha par icelle plusieurs operations avec une singuliere facilité, lesquelles seront descrites cy-apres chacune en son lieu.

### 2 *Exemple en rompu selon la susdite invention de* SON EXCELLENCE.

Soient à diviser les $\frac{2}{3}$ de la superfice A, par les $\frac{3}{4}$ de la superfice B.

CONSTRVCTION.

Ie mesure deux costez homologues, trouvant EF je prens de 18, le quarré d'iceux 324, dont les $\frac{2}{3}$ font 216.
Et CD 6, le quarré d'iceux 36, dont les $\frac{3}{4}$ font 27.
Par iceux divisez les 216, vient pour le quotient requis 8.

Dequoy la demonstration s'entend par la susdite origine.

*Conclusion.* Estant donc donnée une superfice à diviser, & une semblable superfice diviseur, nous avons trouvé le quotient, selon le requis.

# TROISIESME PARTIE DV TROISIESME LIVRE,

## Des quatre conjugaisons, comme Addition, Soustraction, Multiplication, & Division des corps.

NOus descrirons pour briefveté, és quatre propositions suivantes, les figures seulement des corps planes, par où on entendra que la regle est generale de tous corps semblables, tels qu'ils soient, aussi bien creux & courbes que planes.

PRO-

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

## Proposition IX.

*Estant donnez des corps semblables à adjouſter; Trouver leur ſomme en un corps à eux ſemblable.*

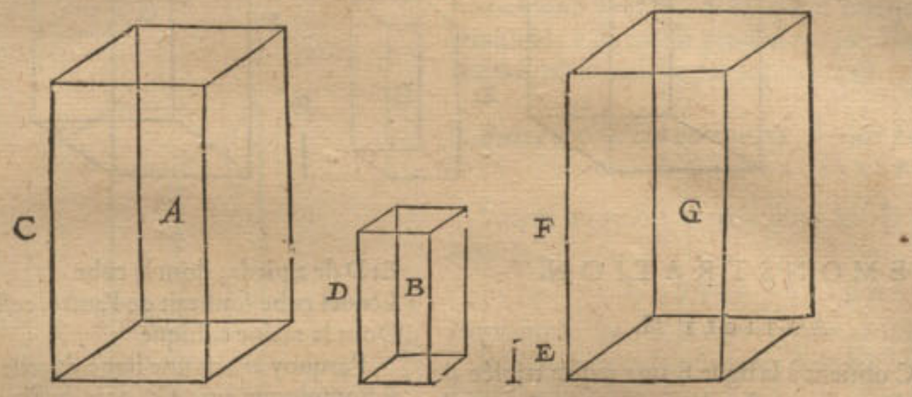
### 1 *Exemple en entier.*

*Le donné.* Soient A, B, deux corps ſemblables à adjouſter, dont les lignes homologues ſont C, D.

*Le requis.* Il faut trouver leur ſomme en un corps ſemblable à A.

### Construction.

Ie trouve la quatrieſme ligne proportionelle E des deux C, D, par la conſequence de la 1 propoſition du quatrieſme livre : Puis apres deux moyennes proportionnelles entre la ligne C & la ligne egale à C avec E par la 4 propoſit. du quatrieſme livre, deſquelles deux lignes moyennes proportionelles ſoit F la premiere. Sur icelle, comme homologue avec C, je marque le corps G ſemblable à A, lequel je dis la ſomme requiſe, à ſçavoir egal aux deux A B.




## DEMONSTRATION.

### Article I.

La ligne C à E a une raiſon triplée de la ligne C à D par l'operation : parquoy comme la ligne C à E, ainſi le corps A au corps B; & par raiſon compoſée, comme les deux lignes C, E, à la ligne C, ainſi les deux corps A & B au corps A.

### Article II.

La ligne C obtient à la ligne egale à C avec E une raiſon triplée de la ligne C à F par la conſtruction : parquoy comme la ligne C, à C avec E, ainſi le corps A, au corps G. Et par raiſon reverſe, comme les deux lignes C, E, à la ligne C, ainſi le corps G, au corps A. Mais la meſme raiſon des deux corps A & B enſemble au corps A, a eſté demonſtrée au premier article; parquoy (car ceux-la, dont les raiſons ſont egales à un meſme, ſont de neceſſité egaux entr'eux) le corps G eſt egal avec les deux corps A, B.

### *Autre operation par nombres ſelon la maniere de la precedente operation Mathematique.*

Je meſure deux coſtez homologues, comme par exemple C & D, trouvant C de 4.
Et D de 2.
Le quatrieſme nombre proportionel 4 premier en l'ordre, & 2 deuxieſme en l'ordre, eſt $\frac{1}{2}$.
Iceluy avec 4 premier en l'ordre fait $4\frac{1}{2}$.
Je cerche puis apres le premier des deux nombres moyens proportionaux entre 4 premier en l'ordre, & $4\frac{1}{2}$ quatrieſme en l'ordre, qui eſt racine cubique de 72.
Qui fait 416②.

Parquoy tirant une ligne d'icelle longueur, comme F homologue avec C, & là deſſus marquant un corps G ſemblable à A, on a la ſomme requiſe.

### *Autre operation par nombres ſelon l'invention de* Son Excellence.

Je meſure deux coſtez homologues, comme par exemple C & D, trouvant C de 4 pieds, dont le cube 64.
Et D de 2, dont le cube 8.
Leſquels adjouſtez aux autres, vient 72.
Dont la racine cubique 416②.

Parquoy tirant une ligne d'icelle longueur, comme F homologue avec C, & là deſſus marquant un corps G ſemblable à A, on a la ſomme requiſe.

### 2 *Exemple en rompu, où l'invention de* Son Excellence *a lieu.*

Soit requiſe la ſomme de $\frac{3}{8}$ du corps A, avec $\frac{1}{4}$ du corps B.
Je meſure deux coſtez homologues, comme par exemple C & D, trouvant C de 4 pieds, ſon cube fait 64, dont les $\frac{3}{8}$ font 24.
Et D de 2, le cube d'iceux 8, dont $\frac{1}{4}$ fait 2.
Somme 26.
Dont la racine cubique 296②.

Parquoy tirant une ligne d'icelle longueur, comme homologue avec C, & là deſſus marquant un corps ſemblable à A, on a la ſomme requiſe, dont la demonſtration ſe tire de l'origine de la 8 propoſition de ce livre.

*Concluſion.* Eſtant donc donnez des corps ſemblables à adjouſter, nous avons trouvé leur ſomme en un corps à eux ſemblable, ſelon le requis.

## Proposition X.

*Estant donné un corps, avec un ſemblable corps à ſouſtraire; Trouver le reſte en un ſemblable corps.*

### 1 *Exemple en entier.*

*Le donné.* Soit A un corps, & B un ſemblable corps à ſouſtraire, dont les lignes homologues ſoient C, D.

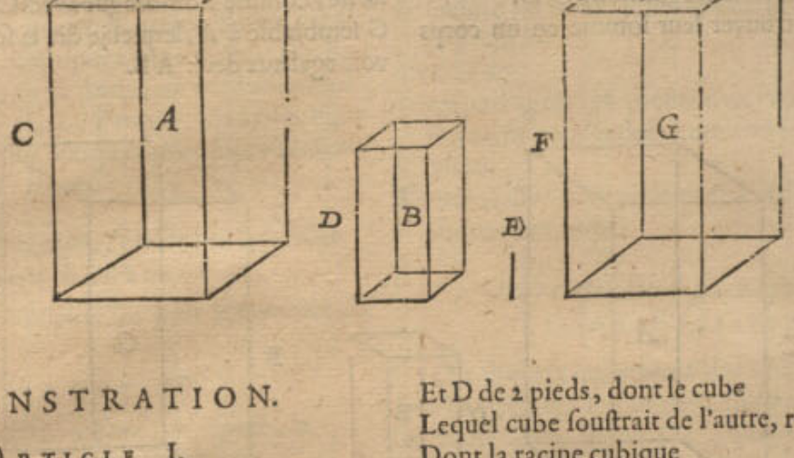
*Le requis.* Il faut trouver le reſte en un corps ſemblable à A.

Con-

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

CONSTRVCTION.

Ie trouve la quatrieſme proportionelle E des deux C, D; puis apres deux moyennes proportionnelles entre la ligne C, & la ligne C moins E, deſquelles deux moyennes proportionelles la premiere ſoit F: Sur icelle, comme homologue avec C, je marque le corps G ſemblable à A, lequel je dis le reſte requis.




## DEMONSTRATION.

### ARTICLE I.

La ligne C obtient à la ligne E une raiſon triplée de la ligne C à D par la conſtruction : parquoy comme la ligne C à la ligne E, ainſi le corps A au corps B; & par raiſon disjointe, comme la ligne C moins la ligne E à la ligne C, ainſi le corps A moins le corps B au corps A.

### ARTICLE II.

La ligne C obtient à la ligne C moins la ligne E une raiſon triplée de la ligne C à F par la conſtruction : parquoy comme la ligne C à la ligne C moins la ligne E, ainſi le corps A au corps G; & par raiſon reverſe, comme la ligne C moins la ligne E à la ligne C, ainſi le corps G au corps A. Mais la meſme raiſon du corps A moins le corps B au meſme corps A, a eſté demonſtrée au premier article; parquoy (car ceux dont les raiſons ſont egales à un meſme, il faut qu'ils ſoient egaux) le corps G eſt egal au corps A moins le corps B, qui eſt, le corps B ſouſtrait de A, le reſte eſt un corps comme G.

*Autre operation par nombres ſelon la maniere de la precedente operation Mathematique.*

Je meſure deux coſtez homologues, comme par exemple C & D, trouvant C de 4.
Et D de 2.
Le quatrieſme nombre proportionel de 4 premier en l'ordre, & 2 deuxieſme en l'ordre, eſt $\frac{1}{2}$.
Iceux ſouſtraits de 4 premier en l'ordre, reſte $3\frac{1}{2}$.
Je cerche puis apres le premier des deux nombres moyens proportionaux entre 4 premier en l'ordre, & $3\frac{1}{2}$ quatrieſme en l'ordre, le meſme eſt racine cubique de 56.
Laquelle fait 383 ②.

Parquoy tirant une ligne d'icelle longueur, comme F homologue avec C, & là deſſus marquant un corps G ſemblable à A, on a le reſte requis.

*Autre operation par nombres ſelon l'invention de* SON EXCELLENCE.

Je meſure deux coſtez homologues, comme par exemple C & D, trouvant C de 4 pieds, dont le cube 64.
Et D de 2 pieds, dont le cube 8.
Lequel cube ſouſtrait de l'autre, reſte 56.
Dont la racine cubique 383 ②.

Parquoy tirant une ligne d'icelle longueur, comme F homologue avec C, & là deſſus marquant un corps ſemblable à A, on a le reſte requis.

*2 Exemple en rompu, où l'invention de* SON EXCELLENCE *a lieu.*

Soit des $\frac{3}{8}$ du corps A, à ſouſtraire $\frac{1}{4}$ du corps B.

CONSTRVCTION.

Je meſure les deux coſtez homologues, comme par exemple C & D, trouvant C de 4 pieds, le cube d'iceux eſt 64, dont les $\frac{3}{8}$ font 24.
Et D de 2, le cube d'iceluy 8, dont $\frac{1}{4}$ fait 2.
Leſquels ſouſtraits de 24 premier en l'ordre, reſte 22.
Dont la racine cubique 28 ①.

Parquoy tirant une ligne d'icelle longueur, comme homologue avec C, & là deſſus marquant un corps ſemblable à A, on a le reſte requis : Dont la demonſtration ſe tire de l'origine de la 8 propoſition de ce troiſieſme livre.

*Concluſion.* Eſtant donc donné un corps avec un ſemblable corps à ſouſtraire, nous avons trouvé le reſte en un ſemblable corps, ſelon le requis.

### PROPOSITION XI.

*ESTant donné un corps à multiplier, & un nombre multiplicateur; Trouver le produit en un corps ſemblable au donné.*

*1 Exemple en entier.*

*Le donné.* Soit A le corps à multiplier, avec quelque ligne droite là dedans, comme B, & le multiplicateur 8.

*Le requis.* Il faut trouver le produit en un corps ſemblable à A, & 8 fois auſſi grand.

CONSTRVCTION.

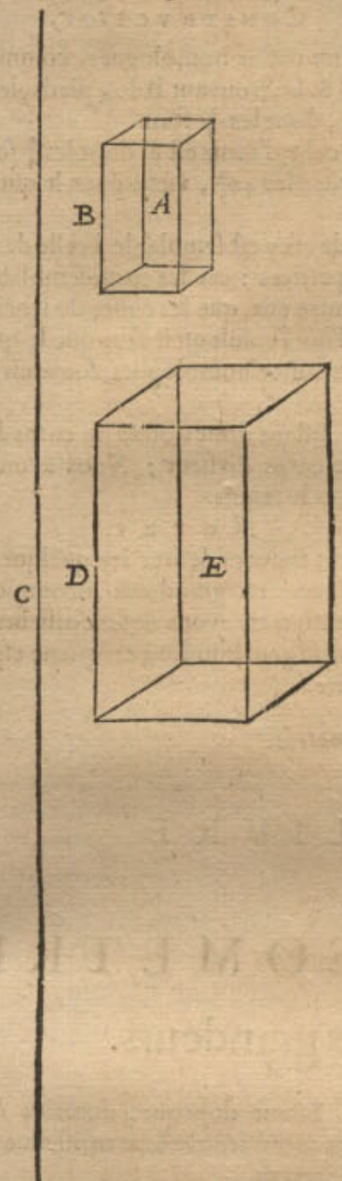
Je tire la ligne C, 8 fois auſſi longue que la ligne B, pource que le multiplicateur donné eſt 8 : Je trouve puis apres deux lignes moyennes proportionelles par la 4 propoſition du quatrieſme livre, dont la premiere ſoit D : ſur laquelle comme homologue avec B marquant le corps E ſemblable à A, je dis qu'il eſt le produit requis, à ſçavoir 8 fois auſſi grand que le corps A.

DEMON-

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

DEMONSTRATION.

La ligne B à C, a une raiſon triplée de la ligne B à D par la conſtruction : Parquoy comme la ligne B à C,




ainſi le corps A à E : Et par raiſon reverſe, comme la ligne C à B, ainſi le corps E à A. Mais la ligne C eſt 8 fois auſſi grande que B, parquoy le corps E eſt 8 fois auſſi grand que le corps A, ce qui eſt le produit requis.

*Autre operation par nombres ſelon la maniere de la precedente operation Mathematique.*

Ie meſure la ligne B, la trouvant par exemple de 2.
Iceux multipliez avec 8 vient 16.
Ie trouve puis apres le premier des deux nombres moyens proportionaux entre 2 & 16, qui eſt 4.

Parquoy tirant une ligne d'icelle longueur, comme D homologue avec B, & là deſſus marquant un corps ſemblable à A, on a le produit requis.

*Autre operation par nombres fondée ſur la ſuſdite invention de* SON EXCELLENCE.

Soit la ligne B encore 2 pieds, ſon cube eſt 8.
Iceux 8 fois vient 64.
Dont la racine cubique 4.

Parquoy tirant une ligne d'icelle longueur, comme D homologue avec B, & là deſſus marquant un corps E ſemblable à A, on a le produit requis.

*2 Exemple en rompu.*

Soient à multiplier les $\frac{2}{3}$ du corps A avec $\frac{3}{4}$.

CONSTRVCTION.

Ie meſure la ligne B, la trouvant je prens de 2.
Dont les $\frac{2}{3}$ font $\frac{4}{3}$.
Iceux multipliez avec le multiplicateur donné $\frac{3}{4}$, vient 1.
Ie trouve puis apres le premier des deux nombres moyens proportionaux entre 2 premier en l'ordre, & 1 troiſieſme en l'ordre, qui eſt racine cubique de 4.
Laquelle fait 159 ②.

Parquoy tirant une ligne d'icelle longueur, comme homologue avec B, & là deſſus marquant un corps ſemblable à A, on a le produit requis : Dont la demonſtration eſt manifeſte par le precedent.

*Autre operation en rompu, fondée ſur la ſuſdite invention de* SON EXCELLENCE.

Soient autrefois à multiplier les $\frac{2}{3}$ du corps A, avec $\frac{3}{4}$.

CONSTRVCTION.

Ie meſure la ligne B, la trouvant par exemple de 2, le cube d'iceux fait 8 pieds, dont les $\frac{2}{3}$ font $\frac{16}{3}$.
Iceux $\frac{3}{4}$ fois vient 4.
Dont la racine cubique 159 ②.

Parquoy tirant une ligne d'icelle longueur, comme homologue avec B, & là deſſus marquant un corps ſemblable à A, on a le produit requis.

*Concluſion.* Eſtant donc donné un corps à multiplier, & un nombre multiplicateur ; nous avons trouvé le produit en un corps ſemblable au donné, ſelon le requis.

PROPOSITION XII.

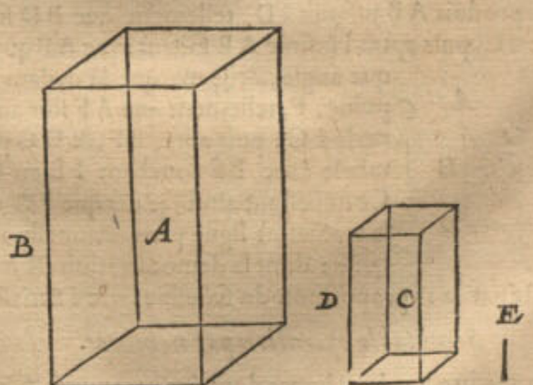
*ESTant donné un corps à diviſer, & un ſemblable corps diviſeur : Trouver le quotient.*

*Le donné.* Soit A le corps à diviſer, avec une ligne là dedans comme B, & le corps C ſemblable à A ſoit diviſeur, avec une ligne là dedans, comme D homologue avec B.

*Le requis.* Il faut trouver le quotient, qui eſt, combien de fois un corps comme C eſt comprins au corps A.

CONSTRVCTION.

Je trouve des deux lignes D, B, une quatrieſme proportionelle par la conſequence de la 1 propoſition du quatrieſme livre, laquelle ſoit E : Je meſure puis apres combien de fois la ligne E eſt en B, & s'y trouve par




exemple 8 fois, par où je conclus que 8 eſt le quotient requis, c'eſt à dire qu'un corps comme C eſt comprins 8 fois au corps A.

DEMON-

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

DEMONSTRATION.

La ligne B à E a une raison triplée de la ligne B à D par la construction ; parquoy comme la ligne B à E, ainsi le corps A à C : Mais la ligne B est 8 fois aussi grande que E, parquoy le corps A est 8 fois aussi grand que le corps C ; & consequemment un corps comme C est 8 fois au corps A, & pource 8 est le quotient requis.

*Autre operation par nombres selon la maniere de la precedente operation Mathematique.*

Ie mesure la ligne B, la trouvant je prens de 4.
Et D de 2.
Ie trouve puis apres le quatriesme nombre proportionel des deux 4 & 2, qui est $\frac{1}{2}$.
Par iceluy divisé 4 premier en l'ordre, vient pour le quotient requis. 8.

*Autre operation selon l'invention de* SON EXCELLENCE.

Je mesure deux costez homologues, comme par exemple B & D, trouvant B de 4 pieds, dont le cube fait 64.
Et D de 2, dont le cube 8.
Par iceux divisez les 64, vient pour le quotient requis 8.

*2 Exemple en rompu, où l'invention de* SON EXCELLENCE *a lieu.*

Soient à diviser les $\frac{2}{3}$ du corps A, par les $\frac{3}{4}$ du corps C.

CONSTRVCTION.

Je mesure deux costez homologues, comme par exemple B & D, trouvant B de 4 pieds, le cube d'iceux 64, dont les $\frac{2}{3}$ font $42\frac{2}{3}$.
Et D de 2, le cube d'iceux est 8, dont les $\frac{3}{4}$ font 6.
Par iceux divisez les $42\frac{2}{3}$, vient pour le quotient requis $7\frac{1}{9}$.

L'origine de cecy est semblable à celle de la 8 proposition des superfices : car les corps semblables sont en telle raison entre eux, que les cubes de leurs costez homologues ; d'où s'ensuit qu'il faut que le quotient des cubes de deux costez homologues, soit aussi le quotient des corps.

*Conclusion.* Estant donc donné un corps à diviser, & un semblable corps diviseur ; Nous avons trouvé le quotient, selon le requis.

NOTEZ.

On pourroit encores desirer icy quelques exemples des quatre especes en grandeurs incommensurables : Mais veu que nous en avons descrit ailleurs un traicté particulier, qui se peut joindre à ces quatre especes, nous passerons outre.

*Fin du troisiesme livre de la Geometrie.*

---

# QUATRIESME LIVRE DE LA PRACTIQVE DE GEOMETRIE,

## De la regle de Proportion des grandeurs.

## PREMIERE PARTIE DV QVATRIESME LIVRE,

### De la regle de Proportion des lignes.

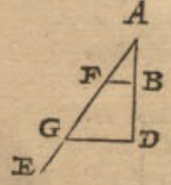
PROPOSITION I.

*Estant données deux lignes droites : Trouver leur troisiesme proportionelle.*

*Le donné.* Soient A B & C deux lignes droites.
*Le requis.* Il faut trouver leur troisiesme proportionelle.

CONSTRVCTION.

Je produis A B jusques à D, tellement que B D soit egale à C, puis apres l'infinie A E faisant avec A B quelque angle, & je marque là dedans le poinct F, tellement que A F soit aussi egale à C ; puis apres B F, & D G parallele avec B F touchant F E en G. Ce qui estant ainsi, je dis que F G est la troisiesme ligne proportionelle requise : dont la demonstration est manifeste par la 11 proposition du sixiesme livre *d'Euclide.*



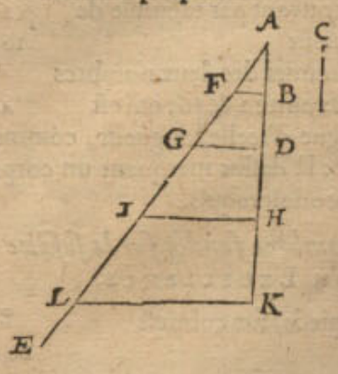

*Semblable operation par nombres.*

Je mesure les deux lignes données, trouvant A B je prens de 3 pieds, C de 4. Je dis puis apres, 3 donnent 4, combien les mesmes 4 ? Vienent $5\frac{1}{3}$ pieds : Parquoy tirant une ligne d'icelle longueur, on a la troisiesme requise : dõt la demõstration est manifeste par l'operation.

*Conclusion.* Estant doncques données deux lignes droites, nous avons trouvé leur troisiesme proportionelle, selon le requis.

CONSEQVENCE.

Il est notoire par le precedent comment on trouvera aussi à deux lignes données une quatriesme, cinquiesme, & autres suivantes jusques à l'infini. Soit à ceste fin remise la precedente figure A B C D E F G comme cy-devant. Pour trouver maintenant, apres avoir trouvé la troisiesme proportionelle F G, une quatriesme, je produis A D jusques à H, tellement que D H soit egale à F G ; puis apres H I parallele avec D G : ce qui estant ainsi, G I est la quatriesme ligne proportionelle requise : Pour avoir maintenant une cinquiesme, je produis A H jusques à K, tellement que H K soit egale à G I ; Puis apres K L parallele à H I, & j'ay pour cinquiesme proportionelle I L ; Et ainsi infiniment avec les autres, tellement que A B, A F, F G, G I, I L sont cinq lignes en continuelle proportion : Dont aussi la construction en nombres est assez notoire par la precedente.




PRO-

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

PROPOSITION II.

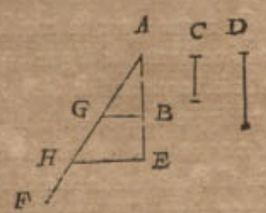
*Estans données trois lignes droites : Trouver leur quatrieſme proportionelle.*

*Le donné.* Soient A B, C, D trois lignes droites.

*Le requis.* Il faut trouver leur quatrieſme proportionelle.

CONSTRVCTION.

Je produis A B juſques à E, tellement que B E ſoit egale à C, puis apres l'infinie AF, faiſant avec A B quelque angle ; puis je marque là dedans le poinct G, tellement que A G ſoit egale à D ; puis apres B G, & E H parallele avec BG touchant GF en H : Ce qui eſtant ainſi, je dis que G H eſt la quatrieſme ligne proportionelle requiſe ; dont la demonſtration eſt faite en la 11 propoſition du ſixieſme livre *d'Euclide.*




*Semblable operation par nombres.*

Je meſure les trois lignes données, trouvant par exemple A B de 4, C de 3, D de 5 pieds : Je dis puis apres, 4 donnent 3, combien 5 ? viennent $3\frac{3}{4}$, ou 375 ②. Parquoy tirant une ligne d'icelle longueur, on a la quatrieſme requiſe : Dont la demonſtration eſt aſſez manifeſte par la conſtruction.

*Concluſion.* Eſtans doncques données trois lignes droites, nous avons trouvé leur quatrieſme proportionelle, ſelon le requis.

PROPOSITION III.

*Estans données deux lignes droites : Trouver leur moyenne proportionelle.*

*Le donné.* Soient A B & C deux lignes droites.

*Le requis.* Il faut trouver leur moyenne proportionelle.

CONSTRVCTION.

Je produis A B juſques à D, tellement que B D ſoit egale à C ; je marque puis apres le poinct E au milieu de A D, deſcrivant là deſſus le demi-cercle A F D, & tirant de B juſques à F en la circonference la ligne B F à angle droit ſur A D : Ce qui eſtant ainſi, je dis que B F eſt la moyenne proportionelle requiſe entre A B & C ; dont la demonſtration eſt faite en la 13 propoſition du ſixieſme livre *d'Euclide.*

*Semblable operation par nombres.*

Je meſure les deux lignes données, trouvant je prens A B de 5, C de 3 : Ie dis puis apres, 5 fois 5 ſont 15, dont la racine quarrée eſt 387 ② : Parquoy tirant une ligne auſſi longue, on a la moyenne proportionelle requiſe : dont la demonſtration eſt manifeſte par l'operation.

*Concluſion.* Eſtans donc données deux lignes droites, nous avons trouvé leur moyenne proportionelle, ſelon le requis.

PROPOSITION IV.

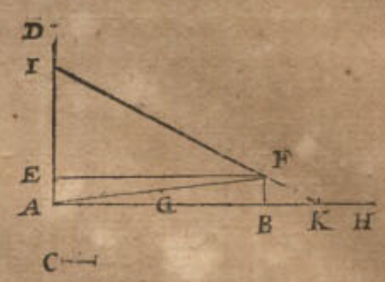
*Estans données deux lignes droites : Trouver leurs deux moyennes proportionelles.*

*Le donné.* Soient A B & C deux lignes droites.

*Le requis.* Il faut trouver leurs deux moyennes proportionelles.

CONSTRVCTION *ſelon l'invention de* Hero.

Je tire la ligne infinie A D à angle droit ſur A B, & marque là deſſus le poinct E, tellement que A E ſoit egale à C, apres B F egale & parallele avec A E, tirant EF & AF, dont le centre ſoit G : Je produis auſſi A B infiniment comme A H : Je poſe en apres le pied immobile du compas ſur le poinct G, & avec le mobile je marque aux deux lignes infinies AD, AH, deux poincts I, K. Or pourveu que ces deux poincts viennẽt ainſi que la ligne droite tirée de l'un poinct à l'autre tende par le poinct F, cela ira bien : mais autrement, il faut eſtroicir ou ouvrir le compas, & mettre les poincts comme I, K, plus pres ou plus loing, juſques à ce qu'une telle ligne, comme I K, tende par le poinct F. Prenant donc que la ligne IK y paſſe, je dis que E I & B K ſont les deux lignes moyennes proportionelles requiſes, tellement que A B, E I, BK, C ſont en continuelle proportion : dont la demonſtration eſt faite par *Eutochius* en l'explication du deuxieſme livre de la ſphere & cylindre *d'Archimede.*




*Semblable operation par nombres.*

Je meſure les deux lignes données, trouvant je prens, A B de 16, C de 2, & cerche entre iceux deux nombres moyens proportionaux, ſelon la doctrine du 45 probleme de noſtre Arithmetique Françoiſe, les trouvant de 8 & 4 : Parquoy tirant deux lignes de telle longueur, on a le requis.

CONSEQVENCE.

Il eſt notoire comment on trouvera par l'aide des nombres plus de deux lignes moyennes proportionelles entre deux données ; car icelles lignes données eſtans meſurées, & trouvées entre leurs nombres autant de moyennes proportionelles qu'il en ſera requis, ſelon la ſuſdite doctrine du 45 probleme, on trouve les requiſes.

Mais pour trouver mathematiquement entre deux lignes données, deux ou pluſieurs moyennes proportionelles, autant qu'on en requiert, l'inſtrument *d'Eratoſthenes* deſcrit par le ſuſdit *Eutochius* ſert à cela.

*Concluſion.* Eſtans donc données deux lignes droites, nous avons trouvé leurs deux moyennes proportionelles, ſelon le requis.

# SECONDE PARTIE
## DV QVATRIESME LIVRE,

## De la Regle de proportion des ſuperfices.

COmbien que nous diſions que ceſte deuxieſme & troiſieſme partie ſoit de la regle de proportion des ſuperfices & corps, toutefois la matiere requiert en quelques propoſitions que les ſuperfices & corps ſoient quelquefois meſlez tant de lignes que quelquefois de nombres.

PROPOSITION V.

*Estans données deux ſuperfices ſemblables, & une ligne droite ; Trouver une autre ligne droite en telle raiſon à la donnée, comme l'une ſuperfice à l'autre.*



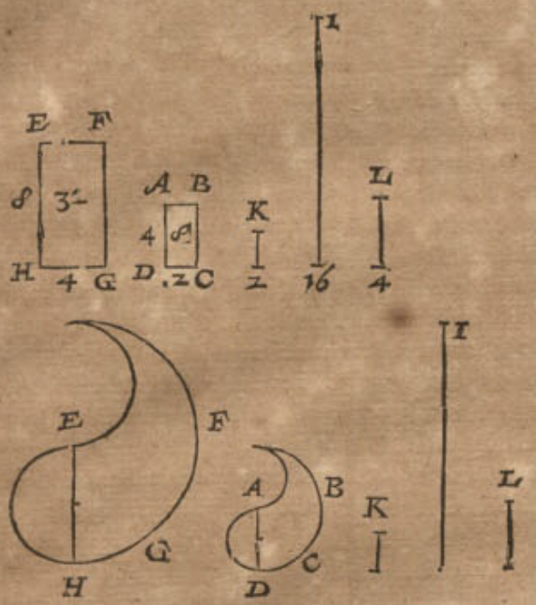
Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

*Le donné.* Soient ABCD, EFGH deux ſuperfices ſemblables, & I une ligne droite.

*Le requis.* Il faut trouver une autre ligne droite en telle raiſon à I, comme la ſuperfice ABCD à EFGH.

CONSTRVCTION.

Je poſe ou tire és ſuperfices données quelques deux lignes droites homologues comme EH, AD, & trouve leur troiſieſme proportionelle, laquelle ſoit K : Puis




apres la quatrieſme proportionelle des trois EH, K, I, laquelle ſoit L, que je dis eſtre la requiſe, à ſçavoir que comme ABCD à EFGH, ainſi L à I.

DEMONSTRATION.

Veu que K eſt la troiſieſme proportionelle des deux lignes homologues EH, AD, par la conſtruction. La ſuperfice EFGH a telle raiſon par l'operation à la ſuperfice ABCD, comme EH à K : Mais comme EH à K, ainſi I à L par la conſtruction ; parquoy comme EFGH à ABCD, ainſi I à L : & par raiſon reverſe, L a telle raiſon à I, comme la ſuperfice ABCD, à la ſuperfice EFGH.

*Semblable operation par nombres.*

Ie meſure AD, la trouvant, je prens, de 4 pieds, EH 8, I 16 ; Ie trouve puis apres le troiſieſme nombre proportionel de EH 8, & AD 4, qui eſt 2 pour K. Ie cerche apres le quatrieſme nombre proportionel des trois EH 8, K 2, I 16, vient 4 ; Parquoy tirant une ligne, comme L, longue de 4 pieds, on a le requis.

PREUVE *aux figures rectangulaires.*

L'angle droit ABCD fait 8, & EFGH 32 : Or comme 8 à 32, ainſi L 4 à I 16.

*Autre operation par nombres fondée ſur la ſuſdite invention de* SON EXCELLENCE.

Soit encore AD comme devant de 4 pieds, EH 8, & I 16 ; Cela eſtant ainſi, je dis, le quarré de EH 8 faiſant 64, donne le quarré de AD 4, qui eſt 16, combien la ligne I 16 ? vient 4 : Parquoy tirant une ligne d'icelle longueur, comme L, on a le requis.

*Concluſion.* Eſtans donc données deux ſuperfices ſemblables, & une ligne droite ; Nous avons trouvé une ligne droite en telle raiſon à la donnée, comme l'une ſuperfice à l'autre, ſelon le requis.

PROPOSITION VI.

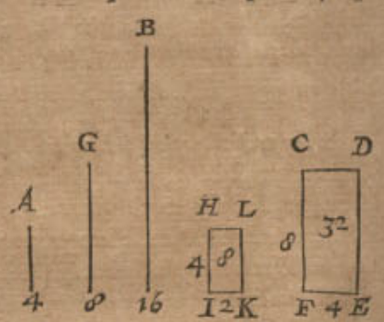
*Eſtans données deux lignes droites & une ſuperfice ; Trouver une ſemblable ſuperfice en telle raiſon à la donnée comme l'une ligne à l'autre.*

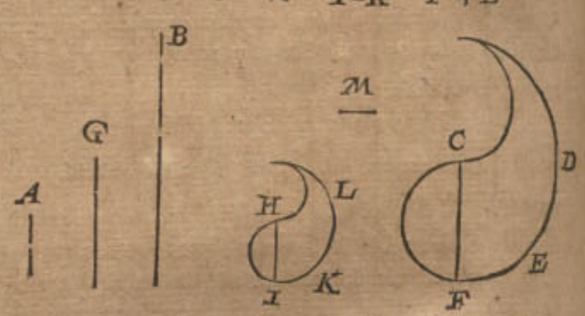
*Le donné.* Soient A, B, deux lignes, & CDEF une ſuperfice.

*Le requis.* Il faut trouver une autre ſuperfice ſemblable à la ſuperfice CDEF, & en telle raiſon à icelle ſuperfice comme A à B.

CONSTRVCTION.

Je trouve par la troiſieſme propoſition de ce quatrieſme livre, la ligne moyenne proportionelle entre A & B, laquelle ſoit G : Je prens ou tire puis apres quelque ligne droite en la ſuperfice donnée, comme CF, & trouve une quatrieſme proportionelle des trois B, G, CF, laquelle ſoit HI, ſur laquelle comme homologue avec CF marquant une ſuperfice HIKL ſem-




blable à CDEF, on a le requis ; à ſçavoir comme la ligne A à B, ainſi la ſuperfice HIKL, à la ſuperfice CDEF.

*Preparation.* Soit M une troiſieſme proportionelle des deux CF, HI.

DEMONSTRATION.

Veu que B a telle raiſon à G, comme CF à HI, & que A eſt une troiſieſme proportionelle des deux B, G, comme M eſt une troiſieſme proportionelle des deux CF, HI : Doncques B a telle raiſon à A, comme CF à M : Mais comme CF à M, ainſi la ſuperfice CDEF à la ſuperfice HIKL (parce que M eſt la troiſieſme proportionelle de ſes coſtez homologues) parquoy la ſuperfice CDEF eſt à la ſuperfice HIKL, comme B à A ; & par raiſon reverſe, la ſuperfice HIKL eſt trouvée en telle raiſon à CDEF, comme A à B.

*Semblable operation par nombres.*

Je meſure CF, la trouvant je prens de 8 pieds, A 4, B 16 : Je trouve puis apres le nombre moyen proportionel entre A 4 & B 16, qui eſt 8 pour G : Je trouve encore le quatrieſme nombre proportionel des trois B 16, G 8, CF 8, vient 4 : Parquoy tirant une ligne HI longue de 4 pieds, & deſſus icelle comme homologue à CF marquant le plan HIKL ſemblable à CDEF, on a le requis.

PREUVE *aux figures rectangulaires.*

L'angle droit HIKL faiſant 8, eſt en telle raiſon à l'angle droit CDEF faiſant 32, cõme la ligne A 4, à B 16.

*Autre*

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

*Autre operation par nombres fondée sur la susdite invention de* SON EXCELLENCE.

Soit C F comme cy-devant encore de 8 pieds, A 4, B 16. Cecy estant ainsi, je dis, B 16, donne A 4, combien le quarré de C F 8 faisant 64? vient 16, dont la racine quarrée est 4 : Parquoy tirant une ligne d'icelle longueur, comme H I homologue avec C F, & là dessus marquant une superfice H I K L semblable à C D E F, on a le requis.

*Conclusion.* Estans donc données deux lignes droites & une superfice, nous avons trouvé une semblable superfice en telle raison à la donnée, comme l'une ligne à l'autre, selon le requis.

PROPOSITION VII.

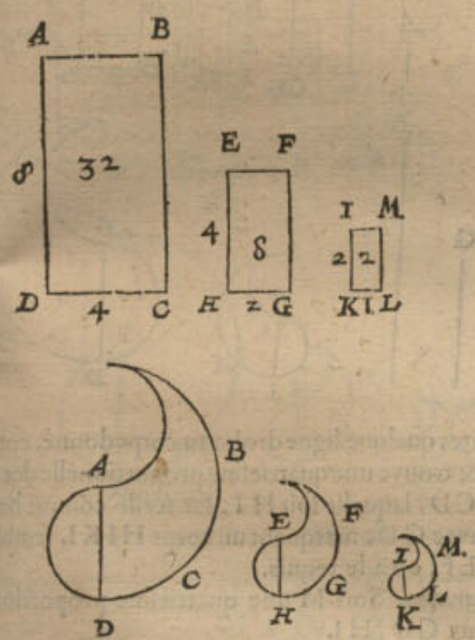
*Estans données deux superfices semblables; Trouver leur troisiesme semblable proportionelle.*

*Le donné.* Soient A B C D, E F G H deux superfices semblables.

*Le requis.* Il faut trouver leur troisiesme proportionelle.

CONSTRVCTION.

Je prens ou tire quelques deux lignes droites homologues, comme A D & E H, trouvant leur troisiesme proportionelle I K, & sur icelle comme homologue







avec A D, je marque la superfice I K L M, que je dis estre la requise; dont la demonstration est manifeste par la 22 proposition du sixiesme livre *d'Euclide.*

*Semblable operation par nombres.*

Je mesure le costé A D, le trouvant je prens de 8 pieds, & son homologue de 4; Ie dis puis apres, A D 8, donne E H 4, combien icelle E H 4? vient 2; Parquoy tirant une ligne de deux pieds, comme I K, & là dessus comme homologue avec A D marquant le plan I K L M semblable à A B C D, je dis qu'il est le requis.

PREUVE *aux figures rectangulaires.*

A B C D fait 32, E F G H 8, I K L M 2, là où il appert que la superfice I K L M 2 est la troisiesme superfice proportionelle des deux autres.

*Conclusion.* Estans donc données deux superfices semblables, nous avons trouvé leur troisiesme semblable proportionelle, selon le requis.

NOTEZ.

Puis que ceste proposition est telle és superfices, que la 1 de ce livre és lignes, & qu'elle n'a point de difference en l'operation qui aye besoing de declaration; on fera aussi le mesme és 2, 3, & 4 propositions des lignes, desquelles on pourroit joindre icy pareillement des propositions des superfices, mais la chose estãt assez claire, comme il a esté dit cy-dessus, nous passerons outre pour briefveté.

PROPOSITION VIII.

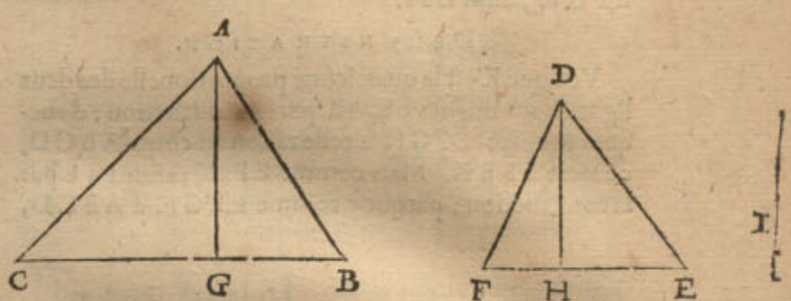
*Estans donnez divers plans rectilignes dissemblables: Trouver autant de lignes droites en la mesme raison.*

*Le donné.* Soient A B C & D E F deux triangles.

*Le requis.* Il faut trouver quelques deux lignes en la raison des triangles donnez.

CONSTRVCTION.

Je tire en chaque triangle une perpendiculaire d'un angle à son costé oppositе, comme A G sur B C, & D H




sur E F: Puis je dis, la perpendiculaire A G, donne la perpendiculaire D H, que donnera la base E F? vient par la 2 proposition du quatriesme livre, par exemple, la ligne I: Ce qui estant ainsi, je dis que l'autre base B C, est en telle raison à I, comme le triangle A B C, au triangle D E F; Dont la demonstration se tire de la 14 proposition du sixiesme livre *d'Euclide.*

CONSEQVENCE I.

Il est notoire que s'il y avoit un troisiesme triangle donné, qu'alors on trouveroit selon la maniere precedente une ligne en telle raison à B C, comme iceluy troisiesme triangle au triangle A B C, & qu'alors les trois lignes seroient en telle raison comme les triangles donnez: Et semblable seroit la procedure des tous les autres triangles qu'on pourroit donner.

CONSEQVENCE II.

Veu que les plans rectilignes polygones se peuvent partir en triangles, desquels triangles la raison se trouve en lignes cõme dessus, il s'ensuit que les lignes adjoustées des triangles de l'un plan, seront aux lignes adjoustées des triangles de l'autre plan, en la raison des plans rectilignes donnez.

CONSEQVENCE III.

Si on donnoit deux plans rectilignes & une ligne droite, il est manifeste qu'on pourroit trouver une autre ligne droite en telle raison à la donnée, comme l'un plan à l'autre: car ayant trouvé la raison des plans en deux lignes comme dessus, & d'iceux deux & de la troisiesme donnée, trouvé la quatriesme proportionelle, par la 2 proposition de ce quatriesme livre, on a le requis.

*Conclusion.* Estans donc donnez divers plans rectilignes dissemblables, nous avons trouvé autant de lignes droites en la mesme raison, selon le requis.



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

# TROISIESME PARTIE
## DV QVATRIESME LIVRE,
## De la regle de Proportion des corps.

### PROPOSITION IX.

*ESTant donnés deux corps semblables, & une ligne droite: Trouver une autre ligne droite en telle raiſon à la donnée, comme l'un corps à l'autre.*

*Le donné.* Soient ABCD, EFGH deux corps semblables, & I une ligne droite.

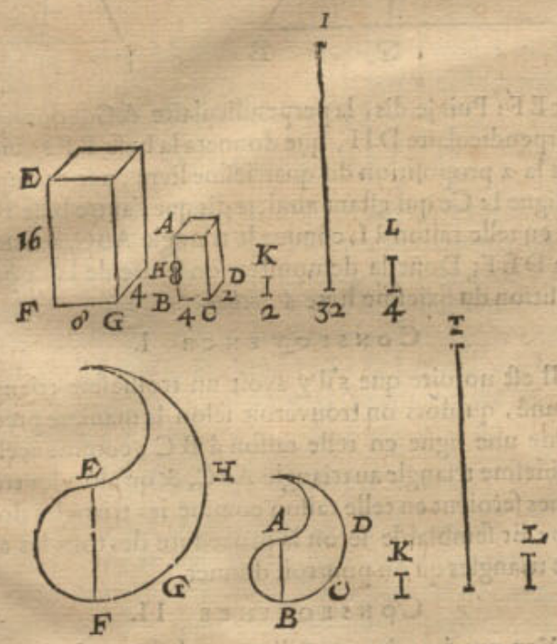
*Le requis.* Il faut trouver une autre ligne droite en telle raiſon à I, comme le corps ABCD à EFGH.

### CONSTRVCTION.

Je prens ou tire au corps deux lignes droites homologues, comme EF, AB, & trouve leur quatrieſme proportionelle, laquelle ſoit K, puis apres la quatrieſme proportionelle des trois EF, K, I, qui ſoit L, laquelle je dis eſtre la requiſe; à ſçavoir que comme ABCD à EFGH, ainſi L à I.

### DEMONSTRATION.

Veu que K eſt la quatrieſme proportionelle des deux lignes homologues EF, AB, par la conſtruction; doncques le corps EFGH a telle raiſon au corps ABCD, comme EF à K. Mais comme EF à K, ainſi I à L par la conſtruction; parquoy comme EFGH à ABCD,




ainſi I à L: & par raiſon reverſe, L a telle raiſon à I, comme le corps ABCD au corps EFGH.

*Semblable operation par nombres.*

Je meſure les ſuſdites lignes, & trouve AB 8, EF 16, I 32; Ie trouve puis apres le quatrieſme nombre proportionel des deux EF 16, & AB 8, ce qui eſt 2 pour K. Puis je cerche le quatrieſme nombre proportionel des trois EF 16, K 2, I 32, vient 4; parquoy tirant une ligne comme L, longue de 4 pieds, on a le requis.

PREUVE *aux figures rectangulaires.*

ABCD fait 64, EFGH 512; & comme 64 à 512, ainſi 4 à 32.

*Autre operation par nombres fondée ſur l'invention ſuſdite de* SON EXCELLENCE.

Soit AB comme devant encore 8, EF 16, & I 32: Ce qui eſtant ainſi, je dis le cube de EF 16 faiſant 4096, donne le cube de AB 8 faiſant 512, combien la ligne IH 32? vient 4. Parquoy tirant une ligne d'icelle longueur, comme L, on a la requiſe.

*Concluſion.* Eſtant donc donnés deux corps ſemblables, & une ligne droite, nous avons trouvé une ligne droite en telle raiſon à la donnée, comme l'un corps à l'autre, ſelon le requis.

### PROPOSITION X.

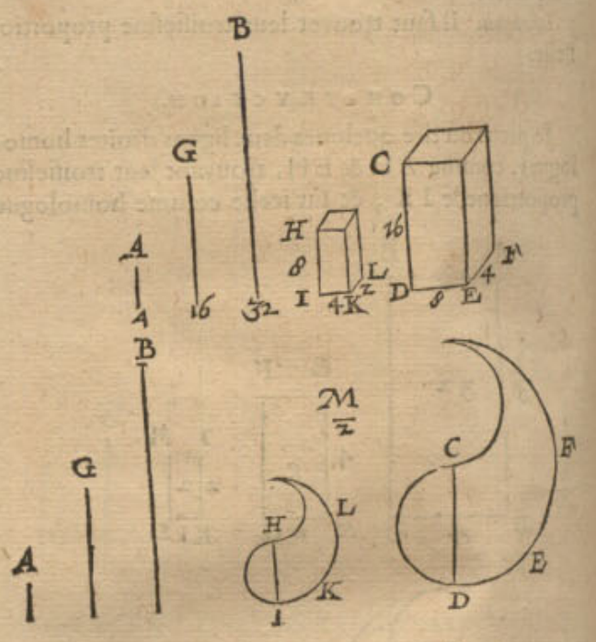
*ESTant données deux lignes droites, & un corps: Trouver un ſemblable corps en telle raiſon au donné, comme l'une ligne à l'autre.*

*Le donné.* Soient A, B deux lignes, & CDEF un corps.

*Le requis.* Il faut trouver un autre corps ſemblable au corps CDEF, & en telle raiſon à iceluy, comme A à B.

### CONSTRVCTION.

Je trouve la premiere des deux moyennes proportionelles entre B & A, laquelle ſoit G: Ie prens ou tire




puis apres quelque ligne droite au corps donné, comme CD, & trouve une quatrieſme proportionelle des trois B, G, CD, laquelle ſoit HI, ſur icelle comme homologue avec CD, marquant un corps HIKL ſemblable à CDEF, on a le requis.

*Preparation.* Soit M une quatrieſme proportionelle aux deux CD, HI.

### DEMONSTRATION.

Veu que B a telle raiſon à G, comme CD à HI, & que A eſt une quatrieſme proportionelle des deux B, G, comme M eſt une quatrieſme proportionelle des deux CD, HI, s'enſuit que B a telle raiſon à A, comme CD à M. Mais comme CD à M, ainſi le corps CDEF au corps HIKL (parce que M eſt la quatrieſme proportionelle de leurs coſtez homologues) parquoy le corps CDEF eſt au corps HIKL, comme B à A, & par raiſon reverſe le corps HIKL eſt trouvé en telle raiſon à CDEF, comme A à B.

*Semblable operation par nombres.*

Je meſure les ſuſdites lignes comme s'enſuit; CD 16, A 4, B 32: Ie trouve puis apres le premier des deux nombres moyens proportionaux entre B 32, & A 4, qui eſt 16 comme pour G: Ie trouve puis apres un quatrieſme nombre proportionel des trois B 32, G 16, CD 16, vient 8. Parquoy tirant une ligne longue de 8 pieds,

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

S'pieds, comme HI, & là dessus comme homologue avec CD marquant le corps HIKL semblable à CDEF, on a le requis.

PREUVE *aux figures rectangulaires.*

Le corps CDEF fait 512, & HIKL 64, en telle raison à 512, comme A 4 à B 32.

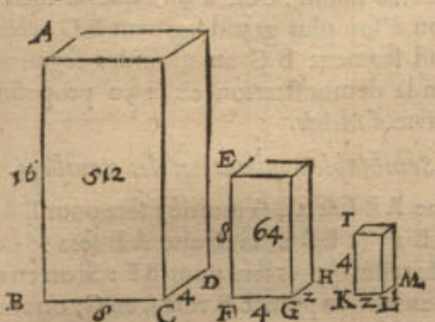
*Autre operation par nombres fondée sur la susdite invention de* SON EXCELLENCE.

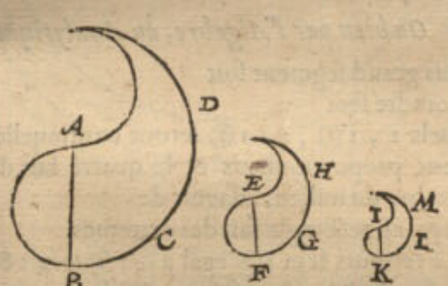
Soit CD comme devant encore 16, A 4, B 32: Cecy estant ainsi, je dis, B 32, donne A 4, combien le cube de CD 16 faisant 4096? vient 512, dont la racine cubique est 8. Parquoy tirant une ligne de telle longueur comme HI homologue avec CD, & là dessus marquant un corps semblable à CDEF, on a le requis.

*Conclusion.* Estans donc données deux lignes droites, & un corps: Nous avons trouvé un semblable corps, en telle raison au donné, comme l'une ligne à l'autre, selon le requis.

PROPOSITION XI.

*Estans donnés deux corps semblables; Trouver leur semblable troisiesme proportionel.*




*Le donné.* Soient ABCD, EFGH, deux corps semblables.

*Le requis.* Il faut trouver leur troisiesme proportionel.

CONSTRVCTION.

Je prens ou tire quelques deux lignes droites homologues, comme AB, EF, trouvant leur troisiesme proportionelle IK; & sur icelle comme homologue avec AB, je marque le corps IKLM, que je dis estre le requis; dont la demonstration est manifeste.

*Semblable operation par nombres.*

Je mesure le costé AB, le trouvant je prens de 16, & son homologue EF de 8, je trouve puis apres le troisiesme nombre proportionel de 16 & 8, qui fait 4: Parquoy tirant une ligne longue de 4 pieds, comme IK, & là dessus comme homologue avec AB marquant le corps IKLM, on a le requis: Dont la generale demonstration a esté faite cy-dessus.

PREUVE *aux figures rectangulaires.*

Soit BC 8, CD 4: Ce qui estant ainsi, il faut que FG face 4, GH 2, KL 2, LM 1. Parquoy le corps ABCD fait 512, EFGH 64, IKLM 8: Mais comme 512 à 64, ainsi les mesmes 64 à 8; IKLM donc faisant 8, est le troisiesme corps proportionel requis.

*Conclusion.* Estans donc donnés deux corps semblables, nous leur avons trouvé un semblable troisiesme proportionel, selon le requis.

NOTEZ.

Puis que ceste proposition est telle és corps, que la 1 de ce livre és lignes, & qu'elle n'a point de difference en l'operation laquelle aye besoing de declaration, on fera aussi le semblable és 2, 3, & 4 propositions des lignes, desquelles on pourroit joindre icy pareillement des propositions des corps: mais, comme il a esté dit cy-dessus, la chose estant assez claire, nous passerons outre pour briefveté.

*Fin du quatriesme livre de la Geometrie.*

---

# CINQUIESME LIVRE DE LA PRACTIQVE DE GEOMETRIE,

## De la Section proportionelle.

### PREMIERE PARTIE DV CINQVIESME LIVRE, De la Section proportionelle des lignes.

PROPOSITION I.

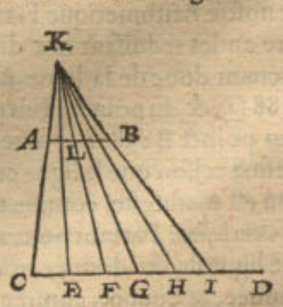
*Retrancher d'une ligne droite la partie demandée.*

*Le donné.* Soit donnée la ligne AB.

*Le requis.* Il en faut retrancher les deux cinquiesmes.

CONSTRVCTION.

Soit menée la ligne infinie CD, parallele à la donnée AB: puis retranchant de la ligne CD, cinq parties egales à l'intervalle CE, pris à l'adventure, assavoir CE, EF, FG, GH, & HI, apres on tirera les lignes CA, IB, lesquelles estans produites se rencontrent en K. Si on en demãde donc $\frac{2}{5}$, menez une ligne droite du poinct de rencontre K, au poinct F, de la ligne CD, qui termine les $\frac{2}{5}$ de la ligne CI, cette ligne coupera AB, au poinct L. Partant la






Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

distance AL, seront les $\frac{2}{5}$ demandées de la toute AB, comme il appert par la 9 propoſit. du 6 livre *d'Euclide.*

### Conſeqvence.

Si on vouloit diviſer la ligne AB, en cinq parties egales, il faudroit tirer des lignes droites de tous les poincts E, F, G, H, au poinct de rencontre K, car les lignes diviſeroyent AB, ſelon ce qu'on auroit demandé.

### Notez.

La ligne priſe CI, pouvoit eſtre moindre que la ligne donnée AB, & combien que mathematiquement ce ſoit une meſme choſe, l'uſage en ſera plus aſſeuré de la prendre touſiours plus grande que la donnée.

Nous avons dit que les lignes CA, IB, ſe rencontroyent eſtant produites; mais quand meſmes elles ne ſe rencontreroyent point, & qu'elles fuſſent paralleles, il appert en ce cas-la que les parties de la ligne AB, qu'on veut couper ſeroyent egales aux parties de la coupée CI, cecy ſe peut dire de la propoſition ſuivante.

### *Autre application des nombres.*

La donnée AB ſoit de 4 pieds, les $\frac{2}{5}$ d'icelle ſont $\frac{8}{5}$ de pied, c'eſt à dire 160②, la ligne AL ſera donc de tant pour les $\frac{2}{5}$ qui en eſtoyent demandées. La demonſtration en eſt manifeſte.

### Notez.

Nous ne parlons point icy de la diviſion des nombres radicaux, car nous en avons deſia traicté ailleurs: Il ſuffit d'en monſtrer l'uſage par ces ſimples nombres que nous propoſons.

## Proposition II.

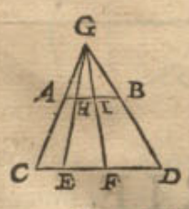
*Couper ſemblablement une ligne droite donnée non coupée, à une ligne droite donnée, & coupée.*

*Le donné.* Soit la non coupée AB, & la ligne coupée CD, aux poincts E & F, qui luy ſoit parallele.

*Le requis.* Il faut couper la ligne AB, en telle ſorte que ſes ſegments ayent telle raiſon entre eux, que les ſegments de la ligne CD, c'eſt à dire que les ſegments de AB, ſoyent proportionnaux aux ſegments de CD.

### Construction.

Les lignes CA, DB, eſtans continuées ſe rencontrent en G: En outre les lignes GE, GF, coupent AB, aux poincts H & I: Je dis donc que la ligne AB, eſt coupée aux poincts H & I, en telle raiſon que la ligne donnée CD l'eſt aux poincts E & F. La demonſtration en eſt apparente par la 10 propoſition du ſixieſme livre *d'Euclide.*




### *Autre exemple par nombres.*

Soit la ligne AB de 4 pieds, CE 2, EF 3, FD 4; diviſant donc 4 en trois parties, en ſorte qu'elles ayent meſme raiſon que 2, 3, 4, ce ſeront (par la 15 propoſition de noſtre Arithmetique Françoiſe) $\frac{8}{9}$, $\frac{12}{9}$, $\frac{16}{9}$, c'eſt à dire en les reduiſant aux diſmes, 82②, 133②, 178②: Prenant donc de la ligne AB du poinct A, au poinct H 88②, & du poinct H au poinct I 133②, & du poinct I au poinct B 178②, toute la ligne AB ſera coupée en meſme raiſon que la ligne coupée CD. La demonſtration eſt manifeſte, comme nous avons dit.

*Concluſion.* Partant nous avons coupé ſemblablement une ligne droite donnée non coupée, à une ligne droite donnée, & coupée; comme on avoit demandé.

## Proposition III.

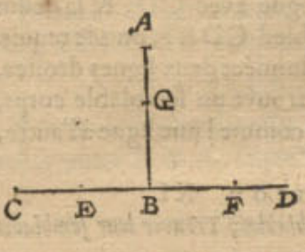
*Couper une ligne droite donnée en la moyenne, & extreme raiſon.*

*Le donné.* Soit la ligne donnée AB.

*Le requis.* Il la faut couper en la moyenne, & extreme raiſon: c'eſt à dire que la toute ait telle raiſon à ſon plus grand ſegment, comme ſon plus grand ſegment au moindre.

### Construction.

Soit faite la ligne BC egale à la donnée AB, & perpendiculaire ſur icelle; puis ſoit prolongée CB infiniment comme en D, puis diviſez BC en deux egalement au poinct E, & de l'intervalle EA ſoit retranché EF, de la ligne ED: apres ſoit derechef retranché BG, egal à BF: Maintenãt je dis que la ligne AB eſt coupée en la moyenne & extreme raiſon: c'eſt à dire que la toute AB a telle raiſon à ſon plus grand ſegment BG; comme le plus grand ſegment BG au moindre ſegment GA. Voyez en la demonſtration en la 30 propoſition du ſixieſme livre *d'Euclide.*




### *Semblable application des nombres.*

La ligne AB ſoit 2, ſa moitié 1 ſera pour EB, mais poſant AB 2, & EB 1, la droite AE ſera $\sqrt{5}$ duquel oſtant 1, le reſte $\sqrt{5}-1$ ſera pour BF: Si on en retranche donc autant du poinct B vers A en G, on aura ſatisfait à la queſtion.

### *Ou bien par l'Algebre, ou Analytique.*

Le plus grand ſegment ſoit 1①.
Le moindre ſera $2-1①$.
Leſquels 2, 1①, $2-1①$ ſeront continuellement proportionnaux & le quarré fait du nombre du milieu, aſſavoir de 1①.
Sera egal au rectangle fait des extremes $4-2①$.

Et à rebours fera 1② egal à $-2①+4$: & par la 68 propoſition de noſtre ſuſdite Arithmetique, ce que nous avions pris pour le plus grand ſegment BG, vaudra $\sqrt{5}-1$, comme auparavant.

*Examen.* Oſtant BG $\sqrt{5}-1$ de AB, reſtera le moindre ſegment GA $3-\sqrt{5}$: & comme 2, à $\sqrt{5}-1$, ainſi $\sqrt{5}-1$, à $3-\sqrt{5}$. Et en les reduiſant aux diſmes, on trouvera BG 124②, & AG 76②.

*Concluſion.* Nous avons donc coupé la ligne droite donnée en la moyenne, & extreme raiſon: ce qu'il falloit faire.

## Proposition IV.

*Diviſer mechaniquement la circonference d'un cercle en tant de parties egales qu'on voudra.*

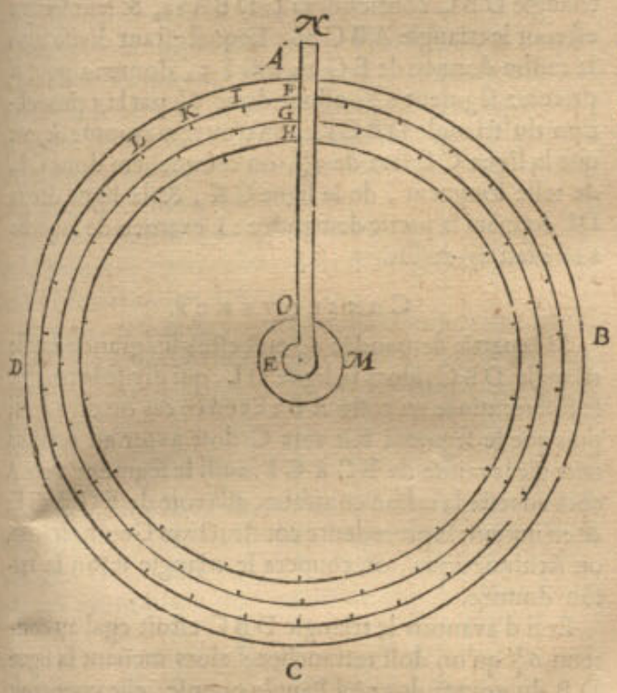
On peut diviſer Geõmetriquement la circonference d'un cercle en pluſieurs parties egales (leſquelles ſervent à la compoſition de certaines regles Mathematiques) comme en 3, 4, 5, & autres arcs, qui ſe peuvent trouver en les adjouſtant, ſouſtrayant, my-partiſſant, & doublant continuellement: mais pource qu'on le fait plus exactement és canons de la fabrique des triangles, nous n'en parlerons pas d'avantage, & retournerons aux diviſions mechaniques.

Les Horologeurs ont beſoing de diviſer, & edenter les rouës de leurs petites montres par diſtances egales: mais

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

mais pource qu'il eſt fort difficile, & quelquesfois impoſſible de le faire avec un compas, ils ſe ſervent de ce moyen icy ; prenans une plaque de cuivre bien arondie, comme monſtre la ſuivante figure A B C D, de laquelle E eſt le centre ; le diametre A C ayant de long 12, ou 14 travers de doigts, puis du meſme centre E ils deſcrivent quelques circonferences, comme F, G, H, les diviſant apres en autant de parties egales qu'il eſt de beſoing pour le nombre des dents de leurs rouës : comme par exemple, la circonference F en 30 parties egales aux poincts I, K, L, & les autres ſuivantes qui leur ſont egales.

Si on veut donc de la petite plaque M faire une rouë, de laquelle le tour doit eſtre diviſé en 30 parties egales ; & pour ce faire promptement, & fort exactement, on collera la petite plaque ſur la grande, en ſorte que leurs centres ſoyent en un meſme poinct, ce qui ſe fera en y paſſant une aiguille, & tout à l'entour ſe tournera la




regle E N, laquelle eſtant poſée ſur le poinct F, on marquera la coche O avec un burin ou aiguille ſur la rouë M en ſerrant fort ladite regle, & continuant ainſi de marquer tout à l'entour, ſuivant les poincts I, K, L & les ſuivans, tout le tour de la petite plaque ſera diviſé en 30 parties egales, comme on avoit demandé, & cela ſi egalement, comme j'ay dit ; car encores qu'on ſe fuſt trompé de largeur d'un cheveu plus ou moins en la circonference F, I, K, L, ceſte faute ſe trouve du tout inſenſible en la petite plaque, ou rouë M.

Par ce moyen les Mathematiciens pourront avec grande facilité deſcrire les Horologes, Planiſpheres, & quarts de cercles.

### NOTEZ.

Nous ne parlons pas icy de la monochorde, pource que nous luy avons aſſigné lieu en la theorie de la Muſique ; & ce d'autant plus que noſtre advis ſur ce ſubject eſt du tout different de celuy des anciens Grecs.

## SECONDE PARTIE DV CINQVIESME LIVRE,

## De la Section proportionelle des ſuperfices.

La ſection, ou diviſion des figures deſcrites ſur une ſuperfice (de laquelle le plus grand uſage eſt la diſtribution des champs en telles parties qu'on les peut demander) ſera, ou de plans rectilignes, ou de ſuperfices ſpheriques : Les plans rectilignes ſont diviſez en trois manieres ; aſſavoir par une ligne droite menée d'un poinct pris dans le circuit de la figure, ou hors de la figure, ou par une ligne menée parallele à une autre ligne donnée ; laquelle diverſité nous avons entrepris d'expliquer par pluſieurs problemes. Et premierement

### DE LA SECTION, OU DIVISION DES plans rectilignes quels qu'ils ſoyent, d'un poinct donné en ſon circuit.

#### PROPOSITION V.

*D'Vn triangle donné couper la partie demandée par une ligne droite menée de l'un de ſes angles de quelque coſté qu'on voudra.*

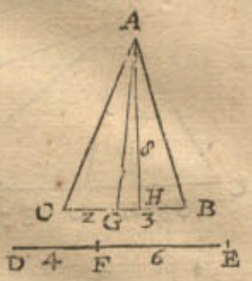
#### *1 Exemple.*

*Le donné.* Soit donné le triangle A B C, & la ligne droite D E coupée en F.

*Le requis.* Il faut mener une ligne droite de l'angle A, laquelle coupe le triangle en telle ſorte que le ſegment vers l'angle C ait telle raiſon au reſte, que la ligne D F à la ligne F E.

#### CONSTRVCTION.

Coupez le coſté oppoſé à l'angle duquel on veut mener la ligne droite, ſelon la raiſon donnée par la deuxieſme propoſition, comme C B en G, & qu'il y aye telle raiſon de C G à G B, que de D F à F E. Ce qu'eſtant fait, & eſtant menée la droite A G, je dis que la raiſon du triangle A G C au triangle A G B, eſt la meſme que D F à F E ; comme il appert par la 1 propoſition du ſixieſme livre *d'Euclide.*




#### *Semblable application des nombres.*

D F ſoit 4, F E 6, & C B 5, lequel eſtant diviſé en deux ſegments, l'un deſquels ait telle raiſon à l'autre que 4 à 6, ce ſeront 2 & 3 : Ayant donc retranché 2 de C vers G, la ligne A G coupera le triangle comme on avoit demandé.

*Examen.* La perpendiculaire A H ſoit de 8 pieds ; le triangle A B C en contiendra 20, A G C 8, A G B 12, leſquels adjouſtez enſemble font 20, comme auparavant : & comme D F 4 à F E 6, ainſi A G C 8 à A G B 12.

#### *2 Exemple.*

*Le donné.* Soit le triangle A B C, du premier exemple.

*Le requis.* Duquel il faille retrancher une partie vers C, qui contienne 8 pieds (il faut toutesfois prendre un contenu moindre que celuy de tout le triangle incognu) par une ligne droite menée du ſommet A vers la baſe B C.

#### CONSTRVCTION.

| | |
|---|---|
| La perpendiculaire A H ſera trouvée de | 8. |
| Le double du contenu demandé eſt | 16. |
| Lequel eſtant diviſé par la perpendiculaire 8 donne | 2. |

Donc apres avoir meſuré de C vers B 2 pieds, comme C G, & eſtant menée la ligne A G, on aura ce qu'on avoit demandé. La demonſtration eſt, que le triangle A G C eſt de 8 pieds, par la 13 propoſition du deuxieſme livre.



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

*Concluſion.* Partant nous avons retranché la partie demandée d'un triangle donné par une ligne droite menée de l'un de ſes angles, & du coſté qu'on a deſiré: ce qui avoit eſté demandé.

## Proposition VI.

*Couper d'un triangle donné par une ligne droite menée d'un poinct donné en l'un de ſes coſtez, une partie du coſté qu'on voudra, ſelon une raiſon donnée.*

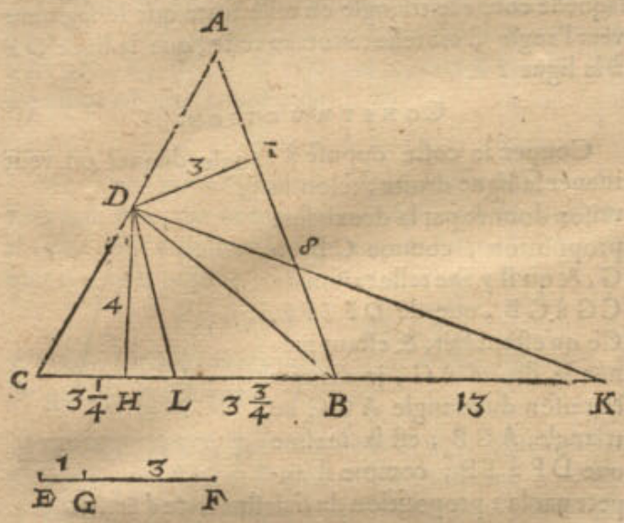
### 1 *Exemple.*

*Le donné.* Soit le triangle A B C, & le poinct D dans le coſté A C, & la ligne E F coupée en G.

*Le requis.* Il faut mener du poinct D une ligne droite, laquelle retranche du coſté de C une partie du triangle A B C, qui ait telle raiſon au reſte que E G à G F.

### Construction.

Apres avoir mené les perpendiculaires, aſſavoir D H ſur C B, & D I ſur A B, trouvez (par la 2 propoſition du quatrieſme livre) la quatrieſme proportionelle aux trois lignes D H, D I, A B, qui eſt B K: apres coupez C K en L,




ſelon la raiſon donnée (par la 2 propoſition) en ſorte qu'il y ait telle raiſon de C L à L K, que de E G à G F: Que le poinct L ſoit au coſté donné C B, & ſoit menée la ligne droite D L, elle fera les ſegments du triangle ſelon la raiſon donnée, qui eſt comme E G à G F, ainſi D C L à D L B A.

*Preparation.* Soyent menées les lignes droites D B, D K.

### Demonstration.

Puis que B K baſe du triangle D B K, eſt la quatrieſme proportionelle des trois lignes droites, dont la premiere eſt D H, hauteur du triangle D B K; la ſeconde eſt D I, hauteur du triangle D B A; & la troiſieſme A B: Le triangle D B K ſera donc egal au triangle D B A, & en adjouſtant à l'un & à l'autre, le triangle D L B, le trapeze D L B A, ſera egal au triangle D L K; partant la raiſon de D L C au triangle D L K, eſt la meſme du triangle D L C, au trapeze D L B A: Mais comme le triangle D L C au triangle D L K, ainſi C L à L K, ainſi auſſi E G à G F, comme donc E G à G F, ainſi le triangle D L C au trapeze D L B A.

### *Semblable conſtruction quant aux nombres.*

Premierement on trouvera D H 4 pieds, D I 3, A B 8, C B 7, E G 1, G F 3; alors dites, comme D H 4, à D I 3, ainſi A B 8, à B K 6.

A laquelle adjouſtant C B 7, la ſomme donnera pour C K 13.

Leſquels eſtans diviſez ſelon la raiſon des ſegments de E G 1, à G F 3, viendra pour le premier, aſſavoir C L $3\frac{1}{4}$.

Retranchant donc du poinct C en L autant de pieds, & menant la ligne D L, on aura le ſegment requis.

*Examen.* Puis que D H eſt de 4 parties, & C L $3\frac{1}{4}$, le contenu du triangle D C L ſera $6\frac{1}{2}$; & le trapeze D L B A trois fois autant, aſſavoir $19\frac{1}{2}$: Pour preuve de quoy on fera ainſi, C L $3\frac{1}{4}$ oſté de C B 7, reſtera L B $3\frac{3}{4}$ baſe du triangle D L B, duquel la hauteur D H vaudra 4. Donc l'aire du triangle D L B ſera $7\frac{1}{2}$, à laquelle adjouſtant le triangle D A B 12, (car le plan fait de la baſe A B 8, & de la hauteur D I 3 eſt autant) fera $19\frac{1}{2}$ pour l'aire, ou contenu du trapeze D L B A: ce qui s'accorde avec la ſuppoſition.

### *Autre application des nombres.*

Retenant la ſuſdite grandeur des lignes, l'aire du triangle D B C contiendra 14, D B A 12, & leur ſomme eſt tout le triangle A B C 26: Lequel eſtant diviſé ſelon la raiſon donnée de E G 1, à G F 3, donnera pour le premier ſegment $6\frac{1}{2}$; oſtant donc $6\frac{1}{2}$ par la 5 propoſition du triangle D B C 14, on trouvera comme devant que la ligne C L ſera de $3\frac{1}{4}$, on retranchera donc C L, de telle longueur, de la ligne C K, & la ligne droite D L coupera la partie demandée: L'examen de laquelle a eſté fait cy-deſſus.

### Consequence.

Si la partie demandée $6\frac{1}{2}$ euſt eſté plus grande que le triangle D B C, alors la ligne D L, qui diviſe le triangle ſe fuſt terminée au coſté A B: Et en ce cas on dira ainſi; puis que le ſegment fait vers C doit avoir au reſte du triangle la raiſon de E G à G F, auſſi le ſegment vers A aura au reſte la raiſon contraire, aſſavoir de F G à G E; & en imitant la precedente conſtruction Geometrique, ou Arithmetique, on coupera le triangle ſelon la raiſon donnée.

Et ſi d'avanture le triangle D B C eſtoit egal au contenu $6\frac{1}{2}$ qu'on doit retrancher; alors menant la ligne D B du poinct donné à l'angle oppoſé, elle couperoit le triangle, ſelon le requis.

### 2 *Exemple.*

*Le donné.* Soit propoſé le meſme triangle A B C.

*Le requis.* Duquel il faille vers C retrancher une partie contenant $6\frac{1}{2}$, par une ligne droite menée du poinct D, (mais il faut qu'elle ſoit moindre que l'aire de tout le triangle.)

### Construction.

La perpendiculaire D H ſur B C ſoit 4.

Le double de l'aire donnée $6\frac{1}{2}$ eſt 13.

Leſquels diviſez par 4 font $3\frac{1}{4}$.

Soit autant meſuré de C en L, & menée la ligne D L, alors le triangle D L C contiendra $6\frac{1}{2}$, comme on l'avoit demandé.

### Consequence.

Si la partie demandée eſtoit plus grande que le triangle D B C, il faudroit retrancher du triangle A D B vers B une partie egale à l'excez, par lequel le contenu de l'aire donnée ſurpaſſe ledit triangle D B C.

*Concluſion.* Partant nous avons retranché d'un triangle donné, par une ligne droite menée d'un poinct donné en l'un de ſes coſtez, une partie du coſté qu'on a voulu, ſelon une raiſon donnée: ce qu'il falloit faire.

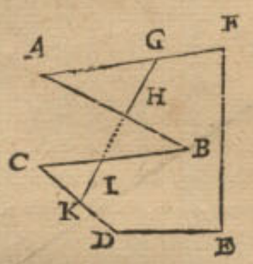
Pro-

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

### Proposition VII.

*Retrancher d'une figure plane rectiligne donnée une partie vers le costé qu'on voudra, selon une raison donnée par une ligne droite menée d'un poinct pris en son circuit : à condition qu'elle ne face que deux segments de la figure rectiligne donnée.*

On ne demande icy sinon deux segments; car les figures planes qui ont les angles creux, ou concaves peuvent estre coupez en plusieurs segments par une mesme ligne droite, comme en la presente figure ABCDEF, de laquelle l'angle renversé, & concave est ABC, & la ligne droite GHIK passant par les jambes dudit angle creux, coupe le rectiligne proposé en trois segments selon la raison donnée, c'est à dire que les deux triangles AGH & CIK, ont telle raison au segment HGFEDKIB, qui reste, que celle qui aura esté proposée. Ie doute si ceste sorte de section ait esté jadis cognuë au siecle sage : elle ne l'a esté de personne jusques à present, que je sçache. Nous en parlerons cy-apres en son lieu quand nous traicterons de choses semblables.

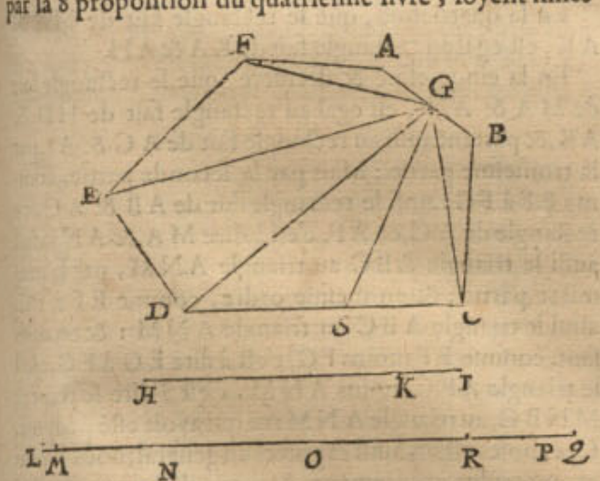



*Le donné.* Soit la figure plane rectiligne ABCDEF, & le poinct G en son costé AB, & la ligne HI coupée en K, selon la raison donnée.

*Le requis.* Il faut du poinct donné G mener une ligne droite, laquelle coupe la figure rectiligne proposée en telle sorte, que le segment vers A ait au restant la raison de HK à KI.

### Construction.

Menés du poinct donné les quatre lignes droites GF, GE, GD, GC. lesquelles coupent la figure en cinq triangles GAF, GFE, GED, GDC, GCD: Apres, par la 8 proposition du quatriesme livre, soyent mises




en une ligne droite les lignes LM, MN, NO, OP, PQ, lesquelles ayent telle raison entre elles, que les triangles de la figure, & en mesme ordre. En outre soit coupée la ligne LQ au poinct R, en sorte qu'il y ait telle raison de LR à RQ, que de la raison donnée de HK à KI, & si le poinct R se rencontre entre O & P (car OP represente la raison du triangle GDC) on coupera le costé DC en S de telle façon que les segments DS, SC soyent comme OR à RP, la ligne droite menée du poinct donné G au poinct S, coupera la figure rectiligne donnée selon la raison proposée ; ce sera donc comme HK à KI, ainsi la figure GSDEFA à la figure GSCD. La demonstration en est evidente par la proposition precedente.

*Semblable application des nombres.*

Mesurez les lignes droites susdites, comme aussi les triangles, & soyent les lignes

| | | |
|---|---|---|
| | HK | 40. |
| | KI | 10. |
| Les triangles | GAF | 38. |
| | GFE | 364. |
| | GED | 390. |
| | GDC | 666. |
| | GBC | 85. |

Le contenu de l'aire de la figure hexagonale ABCDEF sera 1543.

Lequel contenu estant divisé selon la raison donnée de HK 40 à KI 10 fera le segment requis vers A $1234\frac{2}{5}$: Mais d'autant que des trois triangles GAF 38, GFE 364, GED 390, la somme GDEFA 792, est moindre que la partie demandée $1234\frac{2}{5}$ soustrayez par la 5 proposition du triangle GDC 666, l'excez $442\frac{2}{5}$, par lequel le segment requis surpasse le contenu du quadrangle, c'est à dire que l'excez DGS contienne $442\frac{2}{5}$: Alors le segment qui est vers A, assavoir l'hexagone GBCEFA vaudra $1234\frac{2}{5}$, & le reste GSCB $308\frac{3}{5}$, lesquels sont entre eux selon la raison donnée de 1 à 4.

*Conclusion.* Partant nous avons retranché d'une figure rectiligne donnée, par une ligne menée d'un poinct donné en l'un de ses costez, le segment requis, vers la partie demandée. Ce qu'il falloit faire.

## DE LA SECTION DES PLANS RECTILIGNES par une ligne droite menée d'un poinct donné hors iceux.

J'Estime que ces quatre subtiles & ingenieuses propositions, par lesquelles on peut dissoudre, & exposer ceste sorte de section, a esté incognuë aux Grecs; Mais quelques cahiers qui avoyent esté composez au siecle sage, estans tombez entre les mains de *Iean Baptiste Benit* (qui les propose theorematiquement, mais nous les avons mis en practique, & demonstrez) ou entre les mains de *Nicolas Tartalia*, qui aussi les explique au premier livre de sa quatriesme partie : Et entreprenant d'y deduire par ordre la section des figures planes, il la propose par un poinct donné en son circuit, ou hors d'iceluy, comme aussi d'un poinct donné en la figure, & ce d'autant qu'on en a le plus affaire pour la division des champs. Il appert que ces gens-la ont fort travaillé sur ceste matiere; en ce que *Baptiste Benit* a escrit sur ce probleme, qui a esté mis en avant par un autre, lequel aussi fut proposé en une dispute publique par *Cardan*, & *Louys de Ferrare*, auparavant *Tartalia*, comme il le dit luy-mesme. I'en cognoy quelques uns, lesquels, avant mesmes avoir sçeu que ceux-cy eussent dissout ces problemes, y avoyent desja travaillé, du nombre desquels j'estois.

C'est pourquoy il est vray-semblable que les inventeurs de toutes les sciences, & ces personnages du siecle sage n'ont point ignoré ceste utile probleme, ou l'ont cognu à tout le moins en partie.

### Proposition VIII.

*D'Vn triangle donné oster telle partie & de quelque costé qu'on voudra par une ligne droite menée d'un poinct donné hors iceluy.*

*Le donné.* Soit le triangle ABC, & le poinct D donné hors iceluy, & la ligne droite FE coupée au poinct G.

*Le re-*

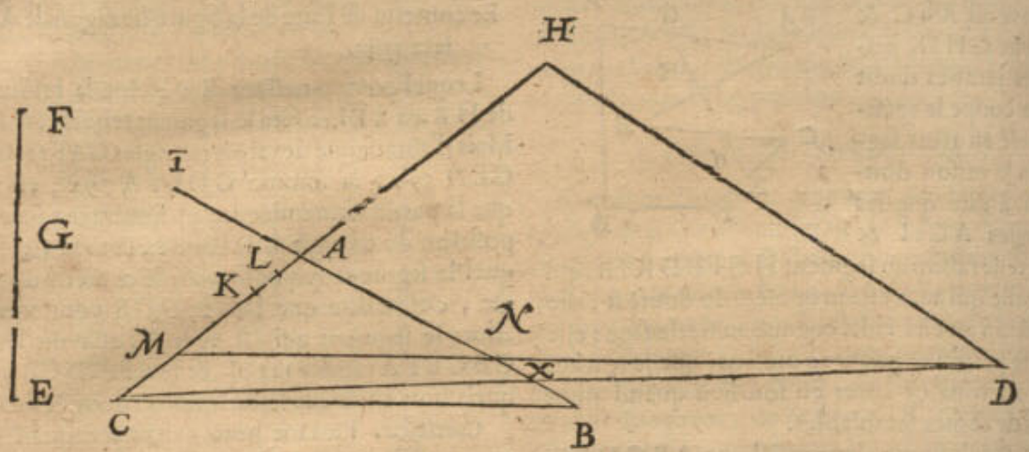
Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

*Le requis.* Il faut mener une ligne droite du poinct D, laquelle coupe le triangle selon la raison donnée, assavoir que le segment vers A ait au reste telle raison que FG à GE.

CONSTRVCTION.

PARTIE I.

Prolongez CA, ou CB, infiniment: mais d'autant qu'on ne peut pas bien souvent prolonger les lignes tant qu'on voudroit, si on void que selon la raison donnée la ligne droite menée du poinct D aille rencontrer CA, il la faut continuer, sinon, mais qu'elle rencontre CB, continuez la: Et si d'aventure on ne le pouvoit juger d'abord, alors menant la ligne droite DC du poinct donné à l'angle opposé, elle coupera le triangle donné ABC en deux segments, & le costé AB en X. Et si par hazard il y avoit telle raison de AX à XB, que la donnée de GF à GE (ce qui s'entend par la 2 proposition du quatriesme livre) alors DC sera la ligne droite requise, coupant le triangle ABC selon la raison donnée: car comme AX à XB, ainsi le triangle ACX au triangle XCB: Mais si la raison de AX à XB est plus grande que la raison de FG à GE, alors AC (lequel aboutit au segment qui a plus grande raison) sera continué; mais si la raison estoit moindre, alors on produiroit CB. Or maintenant qu'elle soit plus grande, & soit continuée CA infiniment, la ligne droite menée du poinct D parallele au costé AB, coupera le costé produit en H.




PARTIE II.

Trouvez la quatriesme proportionnelle aux trois EF, FG, & BA, à laquelle soit faite egale AI, apres avoir prolongé BA.

PARTIE III.

Comme DH à AI, ainsi CA à un autre? ce sera AK qu'on retranchera de A vers C.

PARTIE IV.

Soit coupée en deux egalement AK au poinct L.

PARTIE V.

Par la 3 proposition du quatriesme livre, soit trouvée la moyenne proportionnelle entre AL, & la ligne droite composée du double de AL & AH, c'est à dire de KH, soit la dite moyenne proportionnelle LM.

Si en suivant la premiere partie on trouve que LM passe au delà de C, ou que la ligne DM coupe tellement le costé AB, que le segment du costé de A ne soit pas triangle, il faudra recommencer de l'autre façon par la mesme premiere partie, en produisant le costé CB, au lieu de CA.

PARTIE VI.

En fin soit menée DM coupant AB en N; ce qu'estant, je dis que le triangle ABC est coupé par la ligne droite DM, selon la raison donnée, assavoir comme ANM à MNBC, ainsi FG à EG.

DEMONSTRATION.

Combien qu'il faille une assez longue demonstration pour une si courte fabrique, nous la reduirons en cinq parties pour plus grand esclaircissement, & afin qu'on puisse mieux comprendre le cours de la demonstration, nous mettrons icy sommairement le but de chaque partie.

En la premiere partie nous monstrerons que le triangle ABC a telle raison au triangle ANM, que le rectangle fait de AC & AB, au rectangle fait de AM & AN.

En la seconde, que comme EF à FG, ainsi le rectangle fait de AB & AC, au rectangle fait de AC & AI.

En la troisiesme, que le rectangle fait de HD & AK, est egal au rectangle fait de AC & AI.

En la quatriesme, que le rectangle fait de MA & AK, est egal au rectangle fait de KA & AH.

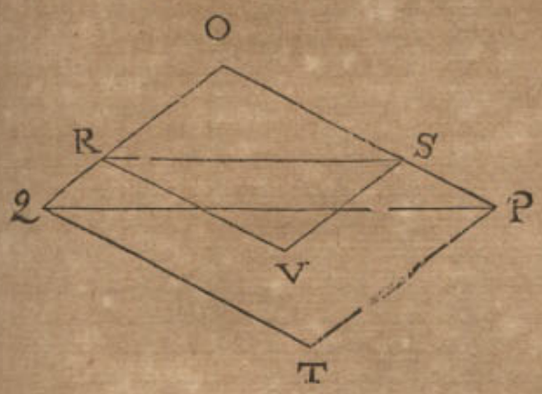
En la cinquiesme & derniere, que le rectangle fait de MA & AN, est egal au rectangle fait de HD & AK, & partant aussi au rectangle fait de AC & AI, par la troisiesme partie: Mais par la seconde partie, comme EF à FG, ainsi le rectangle fait de AB & AC, au rectangle de AC & AI, c'est à dire MA & AN: ainsi aussi le triangle ABC au triangle ANM, par la premiere partie: & en mesme ordre, comme EF à FG, ainsi le triangle ABC au triangle ANM: & en divisant, comme EF moins FG, c'est à dire EG à FG, ainsi le triangle ABC moins ANM, c'est à dire le trapeze MNBC, au triangle ANM: ce qui avoit esté proposé. Ces choses estans ainsi exposées en general, nous dirons cy-apres plus proprement, & particulierement de chaque partie à part.

PARTIE I.

Comme le rectangle de AC & AB au rectangle de AM & AN, ainsi le triangle ABC au triangle ANM; mais depeur de confondre la figure proposée d'une multitude de lignes, nous expliquerons cecy par ceste figure particuliere: Soit donc le triangle OPQ equilateral au donné ABC, auquel RS soit egale, & semblablement posée que la ligne MN; soit aussi menée QT egale & parallele à OP, & RV à OS, & jointes par TP & VS. Partant comme le parallelogramme QOPT à QO, compris de QO & OP, au triangle OPQ sa moitié; ainsi le parallelogramme ROSV, com-

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

compris de R O & de O S, au triangle O S R ſa moitié: Mais comme le parallelogramme de Q O & O P au




parallelogrãme de R O & O S, ainſi le rectangle de Q O & O P, au rectangle de R O & O S: & par equation, comme le rectangle de Q O & O P au rectangle de R O & O S, ainſi le triangle O P Q au triangle O S R. Mais le rectangle de A C & A B, eſt egal au rectangle de O Q & O P; & le rectangle de A M & A N eſt egal au rectangle de O R & O S: D'avantage le triangle A B C eſt egal au triangle O P Q, & le triangle A M N au triangle O S R. Partant comme le rectangle de A C & A B, au rectangle de A M & A N, ainſi le triangle A B C au triangle A M N.

### Partie II.

Les deux rectangles, l'un compris de A B & A C, l'autre de A I & A C, à cauſe de leur commune hauteur A C, auront telle raiſon entre eux que leurs baſes B A à A I. Mais comme B A à A I, ainſi E F à F G, par la deuxieſme partie de la conſtruction: Partant comme le rectangle de A B & A C, au rectangle de A I & A C, ainſi la ligne droite E F à F G.

### Partie III.

A K eſt la troiſieſme proportionnelle aux trois H D, H I, C A, par la troiſieſme partie de la conſtruction: Parquoy le rectangle compris des extremes H D & A K eſt egal au rectangle comprins des moyennes A I, C A.

### Partie IV.

Eſtans parvenus juſques icy, il falloit trouver la ligne droite A M, afin que le rectangle de A M & M K fuſt egal au rectangle de A H & A K. Il m'eſt venu en la penſée en eſcrivant cecy une voye Geometrique fort courte, mais tirée de l'Algebre, laquelle eſt telle: Premierement en exprimant le triangle donné par nombres, poſant A B de 4, A C 3, A H 4, H D 8, E F 9, F G 4; Donc par la ſeconde, & troiſieſme partie de la conſtruction K A ſera trouvé de $\frac{2}{3}$ (car comme E F 9 à F G 4, ainſi A B 4 à A I $\frac{16}{9}$: & alors comme D H 8 à A I $\frac{16}{9}$, ainſi A C 3 à A K $\frac{2}{3}$) & pour ceſte cauſe M K $\frac{2}{3}$ eſt moindre que M A. Et pour trouver la ligne droite M A, afin que le rectangle compris d'icelle & de M K (laquelle eſtant de $\frac{2}{3}$ comme il a eſté dit, eſt moindre que M A) ſoit egal au rectangle $\frac{8}{3}$, compris des coſtez A H 4 & A K $\frac{2}{3}$, je propoſe ainſi par nombres ceſte queſtion.

*Trouver deux nombres, le plus grand deſquels excede le moindre de $\frac{2}{3}$, & que leur produit ſoit $\frac{8}{3}$.*

Soit donc le plus grand nombre requis pour M A 1①, partant le ſecond ſeroit 1① — $\frac{2}{3}$, leur ſomme eſt 1② — $\frac{2}{3}$① egale à $\frac{8}{3}$: Soit adjouſté à l'un & l'autre + $\frac{2}{3}$①, le tout 1② ſera egal au tout $\frac{8}{3}$ + $\frac{2}{3}$①, par equation: Mais afin de trouver la valeur d'un coſté, qui eſt 1①, c'eſt à dire la ligne droite M A, dites 1② donne $\frac{2}{3}$② + $\frac{8}{3}$, quoy 1①? par le moyen du 68 probleme de noſtre Arithmetique Françoiſe, ainſi

| | |
|---|---|
| La moitié de $\frac{2}{3}$ (ayant à ſon coſté la marque ①) vaut | $\frac{1}{3}$. |
| Son quarré | $\frac{1}{9}$. |
| Soit adjouſté au nombre donné | $\frac{8}{3}$. |
| Le tout ſera | $2\frac{3}{9}$. |
| Le coſté duquel quarré | $\frac{1}{3}$. |

Eſtant adjouſté à $\frac{1}{3}$, ſelon ceſt ordre, on aura premierement pour la valleur de 1①, c'eſt à dire de la droite A M 2.

Mais ſi on en oſte $\frac{2}{3}$, le reſte ſera pour le nombre ſecond $\frac{4}{3}$ pour K M, avec A M 2 feront $\frac{8}{3}$: ce qu'il falloit faire.

Mais l'operation Geometrique peut eſtre derivée de l'origine des nombres par l'Algebre, en examinant diligemment la valleur de 1①.

| | |
|---|---|
| Ainſi, la moitié de K A, aſſavoir L A, vaut | $\frac{1}{3}$. |
| Son quarré | $\frac{1}{9}$. |
| Auquel eſtant adjouſté le rectangle compris de A H 4 & de A K $\frac{2}{3}$, aſſavoir | $\frac{8}{3}$. |
| Le tout ſera | $2\frac{3}{9}$. |
| Lequel eſtant reduit en quarré, ſon coſté ſera | $\frac{5}{3}$. |
| Auquel coſté trouvé eſtant adjouſtée A L $\frac{1}{3}$, ſelon ceſt ordre la premiere ſomme ſera A M | 2. |
| E K M ſera en ſuite | $\frac{4}{3}$. |

Toutesfois en la cinquieſme partie de la conſtruction il n'a pas eſté de beſoing d'examiner ſi curieuſement par operation Algebraique, comme auſſi Geometrique, que le quarré L A ſoit adjouſté au rectangle de A H & A K; puis apres leur ſomme reduite en quarré, & en fin la ligne A L ſoit adjouſtée au coſté de ce quarré: Car puis que A K, qui eſt la hauteur de l'autre rectangle eſt touſiours double de la hauteur A H du rectangle reſtant, le rectangle donc fait de A L & du double de la ligne A H, ſera egal aux deux autres rectangles enſemble, par lequel eſtant conſtruit le quarré de la moyenne proportionnelle trouvée entre les coſtez dudit rectangle (aſſavoir entre A L, & la droite faite de A L, & du double de A H, comme il a eſté fait en la conſtruction de la quatrieſme partie) donnera plus commodement la ligne A M. Et ainſi le rectangle de M A, M K, eſt egal au rectangle de A K, A H, comme il l'a fallu monſtrer. Et d'autant que l'operation Algebraique eſt demonſtrée en ſon lieu Geometriquement; auſſi ceſte conſtruction Geometrique ſera demonſtrée, Geometriquement.

### Partie V.

D'autant que le rectangle de M A, M K, eſt egal au rectangle de A K, A H, leurs coſtez ſeront reciproquement proportionnaux, c'eſt à dire, comme A H à M A, ainſi M K à A K: & en compoſant,

Comme A H & A M, c'eſt à dire M H, à M A;
Ainſi M K & K A, c'eſt à dire A M, à K A.

Et d'autant que H D, A N, ſont paralleles, ce ſera au triangle H D M,

Comme M H à M A, ainſi D H à N A.

Mais d'autant que la raiſon de D H à A N, & de A M à K A eſt la meſme que celle de M H à M A: Il s'enſuit que M A, K A, D H, A N, ſont proportionnelles.

Partant le rectangle fait des extremes M A, A N, ſera egal au rectangle fait des entre-moyennes K A, D H: mais le rectangle de K A, D H, eſt egal au rectangle de

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

de A C, A I, par la troiſieſme partie. Donc le rectangle de M A, A N, eſt egal au rectangle de A C, A I.

Mais comme la droite E F à F G; ainſi par la deuxieſme partie, le rectangle de A C, A B, au rectangle de A C, A I, c'eſt à dire au rectangle de M A, A N.

Mais comme le rectangle de A C, A B, au rectangle de M A, A N, ainſi le triangle A B C au triangle A N M, par la premiere partie: s'enſuit donc par equation, que comme E F à G F, ainſi le triangle A B C au triangle A N M: Et en diviſant, comme E F moins G F, c'eſt à dire E G à G F, ainſi le triangle A B C mois le triangle A N M, c'eſt à dire le quadrangle M N B C, au triangle A N M: ce qu'il a fallu demonſtrer.

*Second uſage quant aux nombres.*

*Le donné.* Au meſme triangle A B C ſoit donné le poinct D hors le triangle, & la raiſon des ſegments, comme E G à F G: & que A B ſoit de trois parties, A C de 3, E G 5, F G 4; & la ligne C A continuée infiniment ſoit coupée au poinct H, par la ligne D H menée parallele au coſté A B, & que A H eſtant de 4, D H ſoit de 6.

*Le requis.* On cerche le poinct M, lequel ſoit autant eſloigné de A dans le coſté A B, que la ligne menée de D à M, face que le quadrangle M N B C aye telle raiſon au triangle A N M, que la ligne E G 5, à F G 4.

CONSTRVCTION.

Comme E F 9, ſomme de 5 & de 4, à F G 4, ainſi B A 4 à — $\frac{16}{9}$.
Comme D H 8, à $\frac{16}{9}$ premier en ceſt ordre, ainſi C A 3 à — $\frac{2}{3}$.
La moitié duquel eſt — $\frac{1}{3}$.
Avec lequel adjouſtant le double de A H 4, le tout ſera — $8\frac{1}{3}$.
Le plan fait d'iceluy & de $\frac{1}{3}$ troiſieſme en ceſt ordre, eſt — $\frac{25}{9}$.
Le coſté de ce quarré eſt — $\frac{1}{3}$.
Auquel eſtant adjouſté $\frac{1}{3}$ troiſieſme en ceſt ordre, le tout eſt — 2.

Partant ſi on retranche de A vers C, 2 deſdites parties, aſſavoir A M; & eſtant menée la ligne D M, laquelle coupera la ligne A B au poinct N, on aura ſatisfait à la propoſition: La demonſtration de laquelle eſt evidente par le premier exemple.

*Concluſion.* Partant nous avons retranché d'un triangle donné la partie requiſe & du coſté qu'on a voulu, par une ligne droite menée d'un poinct donné hors la figure. Ce qu'il falloit faire.

PROPOSITION IX.

*RETrancher d'un triangle donné un ſegment, qui ſoit poſſible vers la partie qu'on voudra, par une ligne droite paſſant par un poinct donné dans la figure.*

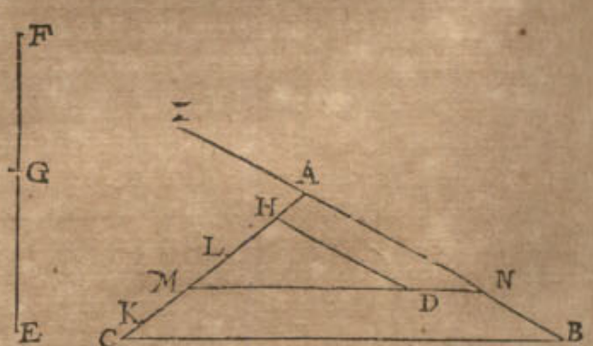
Il a eſté beſoing de ceſte determinaiſon, afin qu'on demande tel ſegment qu'il ſe puiſſe faire; car les lignes droites paſſantes par un poinct donné dans la figure coupent ſon aire en deux ſegments, la raiſon deſquels eſt determinée, la plus grande ne pouvant eſtre excedée, ny la plus petite amoindrie; afin que tous les eſpaces qui ſont plus petis, ou plus grands que le ſuſdit, ſoyent reputez n'avoir nulle explication. Car ceſte ſorte de ſection ne peut eſtre augmentée infiniment, ny auſſi infiniment diminuée, mais eſt terminée par certains limites: & pour plus grande aſſeurance nous l'eſclaircirons par un ou deux exemples. Un parallelogramme ne peut eſtre diviſé qu'en deux egalement par les lignes droites paſſantes par le centre du parallelogramme: ſi on propoſoit donc d'en retrancher une tierce partie par une ligne paſſant par le centre, la choſe ſeroit impoſſible. Semblablement la ligne droite paſſant par le centre de gravité d'un triangle (or pour trouver l'equilibre d'un plan il luy faut attribuer de la peſanteur) coupe le triangle en la plus grande inegalité, comme 4 à 9, & en la moindre, comme 5 à 9; & ainſi en ſuitte ſe fait la moindre ou plus grande inegalité, ſelon la diverſe ſituation de la partie demandée: c'eſt pourquoy le ſegment qu'on deſire eſtre retranché, doit eſtre poſſible, comme nous avons dit dés le commencement.

*Le donné.* Soit le triangle A B C, le poinct donné en iceluy D, & la droite E F, coupée au poinct G.

*Le requis.* Il faut couper le triangle donné par une ligne droite paſſant par le poinct D, en deux ſegments, en telle ſorte que l'eſpace vers A aye au reſte la raiſon qui eſt poſſible, aſſavoir de F G à E G.

CONSTRVCTION.

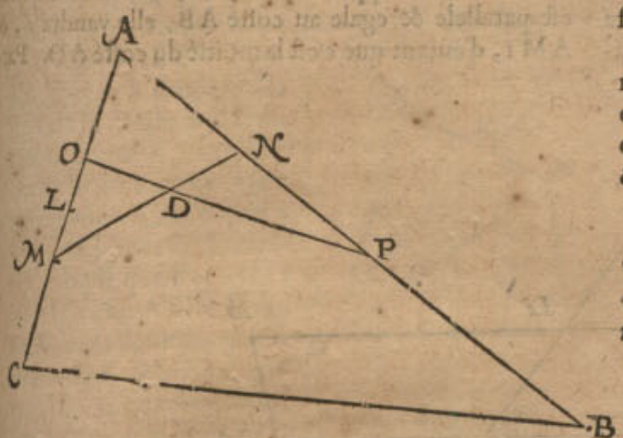
Soit icy menée la ligne D H, comme en la 8 propoſition du poinct donné D, & parallele à B A, rencontrant le coſté C A: le reſte de l'operation eſt tout ſemblable à l'operation de la 8 propoſition, excepté qu'il faut icy dire en la cinquieſme partie, que la ligne ſoit oſtée du double, & il a eſté dit en l'autre, qu'elle ſoit adjouſtée au double. Comme par exemple, en la cinquieſme partie de la cõſtruction precedente on cerchoit la moyenne proportionnelle entre A L, & la droite faite de A L, & de deux fois A H: Mais icy on cerche la moyenne proportionnelle entre A L, & la double de A H moins A L. La cauſe en ſera facilement trouvée par la perquiſition Algebraique de ce probleme, auquel 1 ② eſt fait egal à 1 ◎ — ◎; & au probleme precedent, 1 ② eſtoit fait egal à ① + ◎: Partant il n'eſt icy beſoing d'aucune nouvelle operation Algebraique, ny Geometrique, & ce d'autant plus que les lettres, & caracteres de ceſte figure, s'accordent avec ceux de la precedente.




D'avantage il y a icy premierement à remarquer, que la longueur de la ligne droite L M (laquelle eſt conſtituée vers C) peut auſſi eſtre deſignée vers A, & ſi le terme eſt donné vers A, & que la ligne paſſant par le poinct D, coupe le coſté A B, la ſolution en ſera double: Mais afin que cecy apparoiſſe plus diſtinctement qu'en la figure propoſée, ſoit le triangle icy joinct A B C, & le poinct donné en iceluy D, auquel auſſi ſoit premierement poſée L M vers C: Apres ſoit tranſpoſée de L en O, ſous condition que la droite paſſant du poinct O, par le poinct D, aille rencontrer le coſté A B au poinct P; comme auſſi la ligne M D produite, coupe le meſme coſté A B en N. Ce qu'eſtant ainſi les triangles A N M & A P O ſeront egaux, comme auſſi les deux triangles O D M & N D P: par ainſi la ſolution ſera ambigue, comme nous avons dit dés le commencement, ſi celuy qui propoſe la queſtion, ne determine

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

mine lequel des deux il desire. Or la cause de ceste douteuse determinaison depend du tout de la solution de l'equation Algebraique, laquelle est double, comme on le peut appercevoir par la quatriesme partie de la construction.




Secondement, puis qu'il n'y a que deux poincts dans le costé A C, assavoir M & O, & aussi que dans le costé A B (auquel on a mené du poinct D une parallele) n'y a poinct d'autres poincts que N & P, desquels les lignes requises passent par le poinct donné D: Il s'ensuit de là, que si la ligne menée du poinct O, passant par D, ne coupe pas le costé A B entre ses termes A & B, il n'y a pas double determinaison; voire mesmes aucune, si la ligne menée de O, par D, ne rencontre le costé A B. C'est pourquoy si on ordonne que la ligne D H soit menée parallele au costé A B, (comme il a esté fait en la premiere partie de ceste proposition) & que les poincts N & P ne tombent point dans le costé A B, il sera inutile de reïterer l'operation en menant la parallele D H au costé A C, comme on avoit fait en la premiere partie du premier exemple: car si on ne trouve ce qu'on cerche en l'un des costez, il ne sera non plus en l'autre: & au contraire les lignes droites terminées en l'un des costez, lesquelles retranchent un espace qui se puisse faire, seront aussi terminées en l'autre costé.

En fin ce seroit chose superflue d'en mettre icy l'operation par nombres, veu le peu de difference qu'il y a entre celle-cy & la precedente; laquelle difference est en la cinquiesme partie. Partant nous laisserons cela là, & proposerons la section du quadrangle.

## Proposition X.

*D'Vn quadrangle rectiligne donné retrancher un espace requis vers telle partie qu'on voudra, par une ligne droite menée d'un poinct donné hors iceluy.*

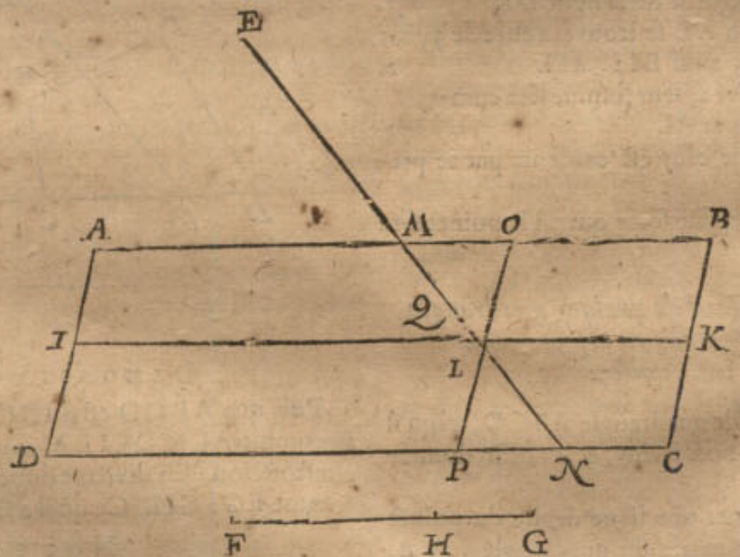
### 1 *Exemple d'un parallelogramme auquel la ligne droite coupant les costez paralleles, retranche d'iceluy une partie selon la raison donnée.*

*Le donné.* Soit le parallelogramme A B C D, le poinct donné E hors iceluy, & la ligne droite F G, coupée au poinct H.

*Le requis.* Il faut mener une ligne droite du poinct E, laquelle coupe le quadrangle donné, en sorte que le segment vers B, aye au restant telle raison, que G H à F H.

### Construction.

Soit menée la ligne I K, laquelle coupe en deux egalement les costez paralleles A D & B C: Puis dites, comme F G à G H, ainsi I K à K L, laquelle soit retranchée de K vers I en L; la ligne droite menée du poinct




donné E, passant par L coupant les costez paralleles A B & D C aux poincts M & N, retranchera du parallelogramme la partie M B C N, laquelle aura telle raison au reste A M N D, que celle qui a esté proposée: Mais si la ligne E L rencontroit le costé adjacent B C, on fera ainsi qu'il est monstré cy-apres au quatriesme exemple suivant.

*Preparation.* Soit menée la ligne O P, parallele à B C, passant par le poinct L.

### Demonstration.

Par la construction, comme F G à G H, ainsi I K à L K; & en divisant, comme F H à H G, ainsi I L à L K, c'est à dire à cause de la parallele O P, ainsi D P à P C; ainsi aussi le parallelogramme A O P D à O B C P: mais le triangle M L O est egal au triangle P L N, par la 4 & 15 proposition du premier livre *d'Euclide*: Partant ces triangles egaux estans adjoustez au commun rectiligne A M L P D, les tous A M N D & A O P D seront egaux; parquoy il y aura telle raison du rectiligne A M N D au rectiligne M B C N, que de la ligne F H à G H. Ce qu'il a fallu demonstrer.

Si le poinct estoit donné dans la figure, comme le poinct Q en la ligne M N, l'operation en est de mesme qu'en la precedente: car estant menée la ligne Q L, elle retranchera le segment requis.

### 2 *Exemple par nombres.*

*Le donné.* Soit un autre quadrangle A B C D, & le poinct E donné hors iceluy: D'avantage soit la ligne



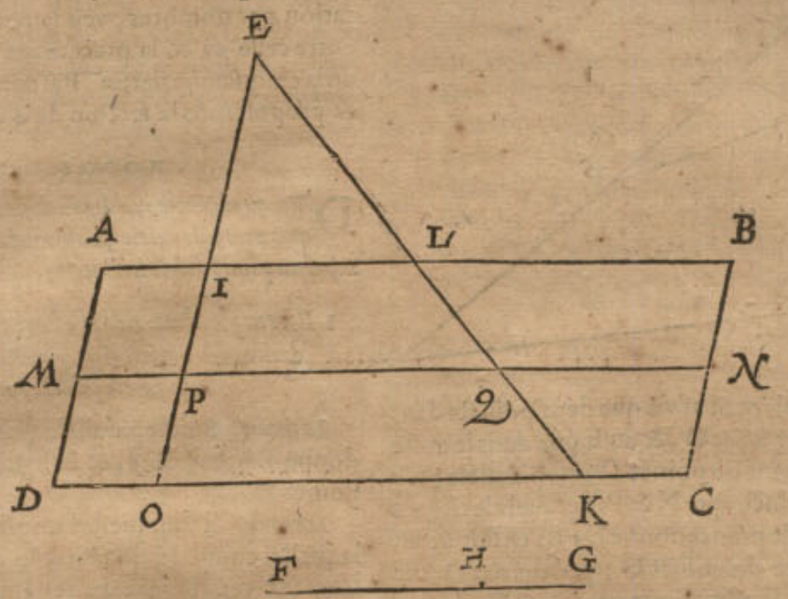
Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

FG coupée en H, que AB soit 6, AD 2, FH 2, GH 1; & afin de determiner la situation du poinct E, la ligne droite EI, menée parallele à AD, coupant AB en I, face EI 2, & IA 1.

*Le requis.* Il faut exprimer par nombres la distance de D à K, dans le costé DC, comme aussi la distance de AL au costé AB, en telle sorte que la ligne droite passant par les trois poincts E, L, K, face que le rectiligne ALKD aye telle raison au rectiligne LBCK, que la ligne FH 2, à GH 1.

CONSTRVCTION.

Soit menée la ligne MN, coupant en deux egalement les costez opposez AD, BC; & d'autant qu'elle est parallele & egale au costé AB, elle vaudra 6, & AM 1, d'autant que c'est la moitié du costé AD. Par-




tant la ligne parallele EI, estant continuée jusques en O, coupera MN en P : apres dites, comme FG 3 à GH 1, ainsi MN 6 à NQ 2.
Secondement, comme EP 3, à PQ 3, ainsi EO 4, à OK 4.
A laquelle adjoustant DO, egalle à AI 1.
Leur somme sera la longueur de la ligne DK 5.
Par semblable raison AL se trouvera estre de 3; car comme EP 3, à PQ 3, ainsi EI 2, à IL 2.
A laquelle adjoustant AI 2, leur somme sera comme nous avons dit pour AL 3.
La demonstration de cecy est evidente par le premier exemple.
On operera de la mesme sorte quand le poinct sera donné dans la figure.

### 3 *Exemple de la section de quelque quadrangle que ce soit, où la ligne coupant la figure, coupe deux costez opposez.*

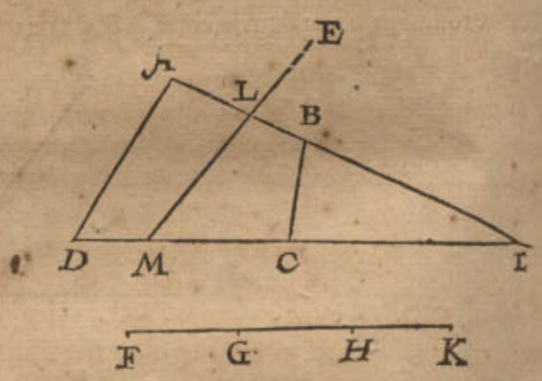
*Le donné.* Soit donné le quadrangle ABCD, tel qu'il puisse estre, le poinct E hors iceluy, & la raison donnée de FG à GH.

*Le requis.* Il faut mener une ligne droite du poinct donné E, coupant une partie du quadrangle vers A, ayant telle raison au reste que FG à GH.

CONSTRVCTION.

Les deux costez qui ne sont pas paralleles estans continuez se rencontreront en I, & on dira par la 8 proposition du quatriesme livre, cõme le quadrangle ABCD au triangle BCI, ainsi la ligne FH à HK : Apres retranchez (par la 8 proposition) par une ligne droite menée du poinct donné E du triangle ADI un segment vers I, lequel aye telle raison au reste que KG à GF, & que ceste ligne soit ELM, coupant les deux costez opposez AB & DC.

Si ladite ligne coupante passoit par les costez aboutissans à mesme poinct, il faudroit suivre l'operation du quatriesme exemple suivant. Ces choses estans ainsi faites, je dis que la ligne droite ELM divise le quadrangle donné en deux segments, assavoir ALMD & LBCM, lesquels ont telle raison l'un à l'autre, que la ligne FG à la ligne GH.




DEMONSTRATION.

Puis que ABCD est à IBC, comme FH à HK: Et comme ALMD à ILM, ainsi FG est à GK, par la construction : En divisant donc ALMD sera à LBCM, comme FG à GH. Ce qu'il a fallu demonstrer.

NOTEZ.

Si le poinct donné estoit dans la figure ABCD, ou devoit estre enclos par la continuation des costez qui se peuvent rencontrer, alors on se servira de la 8 ou 9 proposition pour avoir la section requise.

### 4 *Exemple de la section de quelconque quadrangle, auquel la ligne coupante traverse deux costez aboutissans à mesme poinct.*

*Le donné.* Soit donné le quadrangle ABCD quelconque qu'il puisse estre; le poinct E hors iceluy, & la raison de FG à GH.

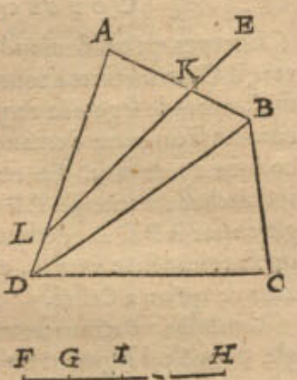
*Le requis.* Il faut mener une ligne droite du poinct E, laquelle coupe le quadrangle donné en telle sorte que le segment vers I ayt à l'espace restant la raison de FG à GH.

CON-

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

CONSTRVCTION.

Si on considere l'operation du troisiesme exemple, on recognoistra que la ligne coupante, ne devant pas passer au travers des costez opposez, mais de ceux qui aboutissent à mesme poinct, on doit ainsi faire : Menez la diagonale BD, & dites par la 8 proposition du quatriesme livre, comme le quadrangle ABCD au triangle ABD, ainsi FH à FI: Apres par la 8 proposition je mene la droite EKL du poinct donné E, laquelle retranche du triangle ABD un segment vers A, lequel a telle raison au reste du mesme triangle que FG à GI; ainsi le costé AB sera traversé par la ligne coupante au poinct K, & le costé AD en L. Ce qu'estant ainsi fait, je dis que la ligne EKL coupe le quadrilatere proposé en sorte que l'espace AKL a telle raison à KBCDL, que la ligne FG à GH.




DEMONSTRATION.

Comme FI à IH, ainsi par construction ABD à BCD: & comme FG à GI, ainsi aussi par construction AKL à KBDL; & en composant, comme FG à GI avec IH, ainsi ALK à KBDL avec BCD, c'est à dire, comme FG à GH, ainsi AKL à KBCDL. Ce qu'il a fallu demonstrer.

NOTEZ.

Si le poinct donné estoit dans le quadrangle ABCD, il est manifeste qu'on peut faire ladite section par le moyen de la 9 proposition.

*Conclusion.* Partant nous avons coupé un quadrangle donné, selon une raison donnée, par une ligne droite menée d'un poinct donné hors iceluy. Ce qui avoit esté demandé.

PROPOSITION XI.

*RETrancher d'un plan rectiligne donné tel segment qu'on voudra vers la partie demandée, par une ligne droite menée d'un poinct donné hors iceluy; & que ladite figure soit divisée en deux segments tant seulement.*

NOTEZ.

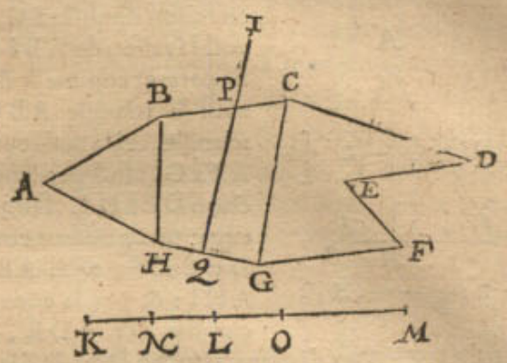
Il faut entendre ceste determinaison, assavoir que la figure donnée soit seulement coupée en deux parties, ainsi qu'il a esté exposé en la 7 proposition.

*Le donné.* Soit donnée quelconque figure rectiligne ABCDEFGH, le poinct donné I hors icelle, & la raison de l'espace retranché au restant, soit comme KL à LM.

*Le requis.* Il faut mener du poinct donné I une ligne droite, laquelle coupe le rectiligne donné en telle sorte, que la partie retranchée vers A aye telle raison à celle qui reste, comme KL à LM.

CONSTRVCTION.

On considerera premierement en quels poincts la ligne menée du poinct I doit couper le circuit de la figure, & si on ne le pouvoit juger d'abord, il se faudra servir du moyen qui en a esté proposé és precedentes; mais si ladite ligne coupante coupe les costez (comme par exemple) BC & HG, menez les lignes BH, CG, par lesquelles la figure proposée est divisée en 3 segments, assavoir le triangle ABH, le quadrangle BCGH, & le pentagone CDEFG. Apres coupez la ligne KM (par




la 8 proposition du quatriesme livre) és poincts N & O, en telle raison que les segments du rectiligne proposé, assavoir que telle qu'est la raison de ABH, BCGH, CDEFG, telle aussi soit la raison des lignes KN, NO, OM; & que NO soit le terme proportionnel au quadrangle BCGH, dans lequel est le poinct donné L: Soit divisé l'espace BCGH, par la 10 proposition, du poinct donné hors I, par la ligne IPQ, laquelle coupe le costé BC en P, & HG en Q; & que comme N L est à LO, ainsi BPQH soit à PCGQ. Ce qu'estant ainsi fait, je dis que ABPQH, a telle raison à PCDEFGQ, que la donnée de KL à LM, comme il avoit esté demandé. La demonstration en est semblable à celle du troisiesme exemple de la 10 proposition.

NOTEZ.

Si le poinct estoit donné dans la figure, on pourra venir à bout de ce qu'on desire par le moyen de ce qui a esté dit cy-devant.

*Conclusion.* Partant nous avons retranché d'un plan rectiligne donné tel segment qu'on a voulu, vers la partie demandée, par une ligne droite menée d'un poinct donné hors iceluy, laquelle a divisé la figure en deux segments tant seulement. Ce qu'il a fallu faire.

## DE LA SECTION DES PLANS PAR une ligne droite menée parallele à une autre ligne donnée.

PROPOSITION XII.

*D'Vn triangle donné retrancher tel segment qu'on voudra, vers la partie demandée, en sorte que la ligne coupante soit parallele à une autre ligne donnée.*

*1 Exemple.*

*Le donné.* Soit le triangle ABC, & la ligne droite DE, coupée en F.

*Le requis.* Il faut retrancher du triangle ABC un segment vers A, lequel aye telle raison au reste, que la ligne DF à FE, à ceste condition que la coupante soit parallele au costé CB.

CONSTRVCTION.

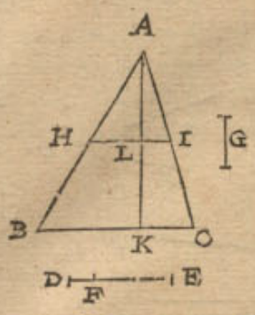
Trouvez aux trois lignes DE, DF, AB, la quatriesme proportionnelle G; apres soit trouvée la moyenne proportionnelle entre AB & G, puis retranchez AH du costé AB, qui luy soit egale, & menez du poinct H la ligne HI, parallele à BC, laquelle coupera le triangle donné selon la raison donnée, & comme DF est à FE, ainsi le segment AHI est à HICB.



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

DEMONSTRATION.

Puis que la ligne G eſt la troiſieſme proportionnelle par conſtruction aux deux A B, A H, la ligne A B ſera en raiſon doublée à G, aſſavoir la raiſon de A B à A H: Et partant comme A B à G, ainſi le triangle A B C au triangle A H I; mais comme A B à G, ainſi par conſtruction D E à D F. Donc par equation de raiſons, comme D E à D F, ainſi A B C à A H I: & par la converſe, comme D F à D E, ainſi A H I à A B C: & en diviſant, comme D F à D E moins D F, c'eſt à dire F E, ainſi A H I à A B C moins le meſme A H I, c'eſt à dire H I C B.




*Semblable uſage quant aux nombres.*

La ligne D E ſoit 4, D F 1, A B 8; apres, comme D E 4, à D F 1, ainſi A B 8 à 2.

Le nombre moyen proportionnel entre 2, & A B 8, eſt 4.

Partant eſtant meſuré 4 pieds de A vers H, aſſavoir A H, & menée la ligne H I, parallele à B C, on aura ſatisfait au requis.

*Preparation.* Soit menée une perpendiculaire de A ſur la baſe B C, aſſavoir A K, coupant la parallele H I en L, & ſoit A K de 7 parties, & B C de 6.

*Examen.* Puis que A K eſt de 7 pieds, & B C de 6 par conſtruction, tout le triangle A B C ſera 21. D'avantage, puis que A H eſt 4, H B 4, B C 6, la quatrieſme proportionnelle A L ſera de $3\frac{1}{2}$; Or H I eſt de 3, par conſequent le triangle A H I ſera $5\frac{1}{4}$, leſquels oſtez du triangle A B C 21, le rectiligne reſtant H I C B ſera de $15\frac{3}{4}$, leſquels ont à $5\frac{1}{4}$ telle raiſon, que F E 3, à D F 1.

*Autre uſage des nombres inventé par* SON EXCELLENCE.

Les quarrez des coſtez A B, A H, ſont en la raiſon donnée de E D 4, à F D 1: Partant, comme 4 à 1, ainſi le quarré de A B 64, à qui? vient 16, pour le quarré de A H; le coſté duquel, aſſavoir A H, vaudra 4. Il faut donc que la ligne retranchée du poinct A vers B en H, ſoit d'autant à l'extremité, de laquelle la ligne menée parallele à B C fera la ſection requiſe.

*Autre uſage des nombres procedant de l'Algebre.*

On deſire la quatrieſme partie du triangle A B C vers A, ſoit $5\frac{1}{4}$ la quatrieſme partie de ſon aire: meſurant donc la baſe B C, qu'elle ſoit de 6, & la perpendiculaire A K 17; apres ſouſcrivez 7 ſous 6 des meſmes parties, ainſi $\frac{6}{7}$, par leſquels diviſant le contenu de l'aire donnée $5\frac{1}{4}$, qui eſt $10\frac{1}{2}$, le quotient vient $\frac{42}{4}$, le coſté duquel quarré eſt $3\frac{1}{2}$; retranchant donc de A vers K en L $3\frac{1}{2}$, la ligne menée parallele à B C, paſſant par L ſatisfera à la queſtion.

Car puis que l'aire du triangle A H I $5\frac{1}{4}$, eſt egale au plan fait de la perpendiculaire A L, & de la moitié de la baſe H I, auſſi A L eſt à H I, comme A K 7 à B C 6. Je propoſe donc ce probleme.

*Trouver deux nombres ayans telle raiſon l'un à l'autre que 6 à 7, & que leur ſomme ſoit $10\frac{1}{2}$.*

Ceſte briefve perquiſition Algebraique monſtrera la cauſe & origine de l'operation precedente.

CONSEQUENCE I.

Si on demandoit que le ſegment vers B C euſt telle raiſon au ſegment reſtant vers A, que F E à F D, il faudroit renverſer la raiſon telle qu'on la demande, aſſavoir que le ſegment vers A ait au reſte telle raiſon, que F D à F E, & en imitant l'operation precedente on diſſoudra le probleme.

CONSEQUENCE II.

Encores qu'on demande tant ſeulement le ſegment vers B C, on meſurera tout le triangle A B C, duquel on ſouſtrayera le ſegment requis, apres faites l'operation comme ſi on avoit demandé le ſegment vers A, & cela comme cy-devant. En ceſte ſorte, qu'il ſoit requis de retrancher du triangle A B C $15\frac{3}{4}$, on trouvera le triangle entier A B C 21, deſquels oſtant $15\frac{3}{4}$, reſtera $5\frac{1}{4}$, leſquels retranchez vers A, comme il a eſté desja dit, on aura ce qu'on a deſiré.

*Concluſion.* Partant nous avons retranché d'un triangle donné tel ſegment qu'on a voulu vers la partie demandée, la ligne coupante ayant eſté menée parallele à quelconque ligne propoſée. Ce qu'il falloit faire.

PROPOSITION XIII.

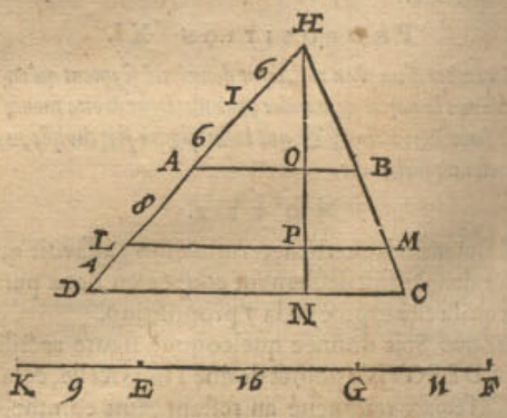
*RETrancher d'un trapeze donné tel ſegment qu'on voudra, vers la partie requiſe, par une ligne droite menée parallele aux coſtez paralleles du trapeze.*

*Le donné.* Soit le trapeze A B C D, duquel les coſtez A B & D C, ſont paralleles, & la ligne E F coupée en G.

*Le requis.* Il faut retrancher du trapeze A B C D un ſegment vers A B, lequel aye telle raiſon au reſte que E G à G F, & que la ligne coupante ſoit parallele au coſté A B.

CONSTRVCTION.

Soyent produites les lignes oppoſées non paralleles D A & C B, leſquelles ſe rencontreront en H, & que H I ſoit la troiſieſme proportionnelle aux deux H D, H A: Puis ſoit trouvée la quatrieſme proportionnelle




E K aux trois D I, I H, F E; apres coupez du triangle H D C, par la 12 propoſition, le ſegment L M B A vers A, en ſorte que la ligne coupante L M ſoit parallele au coſté A B, & qu'il aye telle raiſon au reſte, que E G à G F.

DEMONSTRATION.

Puis que H I eſt la troiſieſme proportionnelle par conſtruction aux deux H D, H A, les triangles ſemblables H D C, H A B, à cauſe de la ligne parallele A B, auront telle raiſon entre eux, que H D à H I: & en diviſant, comme le triangle H D C moins le triangle H A B, c'eſt à dire le trapeze A B C D, au triangle H A B; ainſi H D moins H I, c'eſt à dire D I à H I: mais comme comme D I à H I, ainſi par conſtruction F E à E K.

Partant

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

Partant comme FE à EK, ainsi le trapeze ABCD, au triangle HAB: Mais tout ainsi que KG à GF, ainsi le triangle HLM au quadrangle LMCD; car par construction la ligne droite LM coupe le triangle HDC, comme KF coupée en G: Partant KE, EG, GF seront proportionnelles en cest ordre, comme les segments de tout le triangle, assavoir HAB, LMBA, LMCD: C'est pourquoy LMBA est à LMCD, comme EG à GF.

*Semblable usage des nombres.*

Soit cy-dessous exposée par nombres la longueur des lignes

| | |
|---|---|
| HD | 24. |
| HA | 12. |
| AB | 12. |
| EF | 27. |
| EG | 16. |
| GF | 11. |

On dira ainsi, comme HD 24 à HA 12, ainsi HA 12, à quoy? on trouvera que HI, selon ces mesmes parties vaudra 6.

Laquelle soustraite de HD 24, le reste sera pour DI 18.

Apres, comme DI 18 à IH 6, ainsi EF 27 à EK 9.

A laquelle adjoustant EG 16, la somme sera pour KG 25.

Apres cerchez par la 12 proposition, la longueur de la ligne HL, afin que le triangle HDC soit coupé vers H, selon la raison donnée de KG 25, à GF 11, & que la coupante LM soit menée parallele au costé AB, ladite ligne HL sera trouvée selon les mesmes parties de 20.

Partant pour trouver le poinct L soit mesuré 20 du poinct H en L, ou bien (d'autant que l'operation a esté faite sans nombres, il n'a point esté de besoing de descrire le triangle AHB) mesurez de D vers H en L 4 pieds (car autant en reste, si on soustrait 20 de HD 24) la ligne droite LM menée parallele à AB retranchera le segment requis.

*Examen.* La perpendiculaire HN sur DC, laquelle coupe la ligne AB en O, & LM en P, soit trouvée de 18 pieds. Partant NO soit 9, OP 6, PN 3: & telle raison qu'ont les lignes DH 24, DA 12, AL 8, LD 4, telle l'auront aussi au mesme ordre NH 18, NO 9, OP 6, PN 3: D'avantage LM vaut 20, DC 24: car comme HA 12 à AB 12, ainsi HL 20 à LM 20; ainsi aussi HD 24 à DC 24: ce qu'estant ainsi fait, le segment LMBA vaudra 96, & LMCD 66, par la 11 proposition du deuxiesme livre, la raison desquels est comme EG 16 à GF 11.

*Autre maniere pour l'usage des nombres.*

On trouvera la ligne AB 12 parties, DC 24, ON 9: Partant l'aire du trapeze, par la 11 proposition du deuxiesme livre, sera de 162.

Lesquels estans divisez selon la raison donnée de EG 16 à GF 11, on trouvera le segment supetieur qu'il faut retrancher vers A, de 96.

A quoy adjoustant le complement du trapeze HAB, lequel par la troisiesme consequence de la 6 proposition du deuxiesme livre (en laquelle est enseigné le moyen de trouver la perpendiculaire HO) sera trouvé de 54.

Leur somme sera 150.

Estant donc autant retranché de l'aire du triangle HDC, par la 12 proposition, on trouvera que la ligne HP contient de pieds 15.

Et la ligne LM menée parallele à AB passant par le poinct P, retranchera le segment requis.

*Examen.* Soustrayez HP 15 de HN 18, reste pour PN 3, lesquels ostez de NO 9, reste pour OP 6. Partant le rectiligne LMBA contiendra 96, LMCD 66, la raison desquels est comme EG 16 à GF 11.

CONSEQVENCE I.

S'il eust fallu retrancher le segment requis vers DC, & que la raison qu'il eust eu au reste, eust esté comme EG à GF, il eust fallu se servir de la raison reverse, assavoir que le segment qui eust esté vers A, eust eu au reste la raison de FG à GE.

CONSEQUENCE II.

Si aussi on eust voulu retrancher du trapeze proposé certain nombre de pieds quarrez (lequel eust toutesfois esté moindre que le contenu de son aire) il eust fallu mesurer l'aire de tout le trapeze, & d'icelle soustraire la partie demandée, laquelle eust este au reste selon la raison donnée: En imitant l'operation precedente on dissoudra le probleme.

*Conclusion.* Parquoy nous avons retranché d'un trapeze donné tel segment qu'on a voulu vers la partie requise, par une ligne droite menée parallele aux costez paralleles du trapeze.

PROPOSITION XIV.

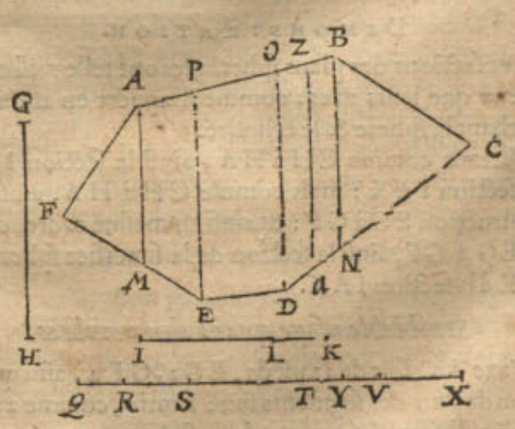
*RETrancher d'un plan rectiligne donné tel segment qu'on voudra, vers la partie demandée, par une ligne droite parallele à quelconque ligne proposée.*

*Le donné.* Soit l'hexagone ABCDEF, la ligne droite GH, & une autre ligne IK, coupée en L, selon la raison donnée.

*Le requis.* Il faut retrancher de l'hexagone proposé vers F un segment, lequel aye telle raison au reste que IL à LK, & que la ligne coupante soit menée parallele à la proposée GH.

CONSTRVCTION.

Soyent tirées toutes les lignes des angles, lesquelles peuvent estre menées paralleles à la donnée GH, qui tombent dans la figure, comme de A, B, D, E, les lignes AM, BN, DO, EP, lesquelles comprennent seulement avec les costez de la figure proposée des triangles, ou quadrangles. Puis soyent trouvées les cinq lignes droites QR, RS, ST, TV, VX, par la 8 proposition du quatriesme livre, entre lesquelles y aye




telle raison, & en mesme ordre, que des plans AFM, AMEP, PEDO, ODNB, BCN. Apres coupez la ligne QX en Y, en telle sorte qu'il y ayt telle raison



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

de I L à L K, que de Q Y à Y X : mais le poinct Y tombe dans la ligne T V, laquelle eſt proportionnelle au trapeze O D N B: ſoit donc ledit trapeze coupé par la ligne droite Z a, parallele à la propoſée G H, en ſorte qu'il y aye telle raiſon des ſegments que de T Y à Y V. Je dis donc que le rectiligne Z a D E F A a telle raiſon au rectiligne Z a C B, que la raiſon donnée de I L à K L : la demonſtration de cecy eſt evidente par les precedentes. Et l'uſage des nombres s'accorde entierement avec celuy des ſuſdites operations.

CONSEQVENCE.

Il appert par la ſection du champ propoſé A B C D E F, faite de la ligne parallele Z a, qu'on peut diſtribuer, & diviſer quelque champ que ce ſoit en parties egales ou inegales, telles qu'on deſirera, par une ligne parallele à quelqu'un de ſes limites : Car tout ainſi qu'icy le poinct Y tombe entre T & V, ainſi le poinct d'une autre ſection tombera en un autre lieu, & par ce moyen on coupera auſſi ſemblablement le plan qui luy eſt proportionel.

*Concluſion.* Partant nous avons retranché d'un plan rectiligne donné tel ſegment qu'on a voulu vers la partie demandée par une ligne droite parallele à quelconque ligne propoſée. Ce qu'il a fallu faire.

PROPOSITION XV.

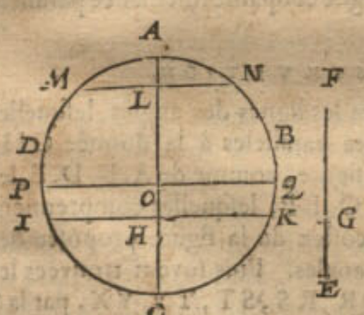
*RETrancher d'un plan ſpherique donné tel ſegment qu'on voudra vers la partie requiſe.*

*Le donné.* Soit A C l'axe de la ſphere A B C D, & la ligne E F coupée en G.

*Le requis.* Il faut retrancher du plan ſpherique d'icelle ſphere un ſegment vers C, lequel aye telle raiſon au reſte que E G à G F.

CONSTRVCTION.

Coupez l'axe A C (par la deuxieſme propoſition) en H, en ſorte qu'il y ait telle raiſon des ſegments C H à H A, que E G à G F : puis eſtant mené le plan I K paſſant par H, & perpendiculaire à l'axe A C, il coupera le plan ſpherique, tellement que le ſegment ſpherique I K C vers C, aura telle raiſon au reſtant I A K, que la raiſon donnée de E G à G F.




DEMONSTRATION.

Les ſections des plans ſpheriques ont telle raiſon entre eux que leurs axes, comme il appert en *Archimede* touchant la ſphere & le cylindre.

Partant comme C H à H A, ainſi la ſection I C K à la ſection I A K : mais comme C H à H A, ainſi par conſtruction E G à G F : & auſſi en meſme ordre, comme E G à G F, ainſi la ſection de la ſuperfice ſpherique I C K à la ſection I A K.

*Semblable uſage quant aux nombres.*

L'axe A C ſoit de 12 pieds, E G 2, G F 4, afin que la raiſon de l'un des ſegments ſoit à l'autre, comme 2 à 4 : Partant diviſez A C 12 en deux ſegments ayans entre eux la raiſon de E G 2, à G F 4, viendra pour le moindre ſegment 4 : meſurés donc autant de pieds de C vers A en H, le plan paſſant par le poinct H, & perpendiculaire à l'axe A C, retranchera le ſegment requis I C K.

*Examen.* Toute la ſuperfice ſpherique par la 18 propoſition du deuxieſme livre ſera $452\frac{4}{7}$ ; & le ſegment I C K $150\frac{6}{7}$, leſquels oſtez du plan ſpherique entier $452\frac{4}{7}$, reſtera $301\frac{1}{7}$ pour l'autre ſegment I A K, auquel le plan I C K $150\frac{6}{7}$ eſt, comme E G 2 à G F 4.

CONSEQVENCE.

On peut cognoiſtre d'icy qu'il eſt facile de retrancher de la ſection d'un plan ſpherique donné telle partie qu'on voudra, comme ſi on vouloit couper la cinquieſme partie de la ſection I A K, ſoit diviſé l'axe de ladite ſection en cinq parties egales, l'une deſquelles ſoit A L, le plan M N mené par L perpendiculaire à ſon axe retranchera le plan requis M A N.

Si on aymoit mieux la cinquieſme partie de l'axe A H de H en O, le plan P Q paſſant par O, perpendiculaire ſur l'axe retranchera la zone P Q K I, egale à la cinquieſme partie : La demonſtration en eſtant evidente.

*Concluſion.* Partant nous avons retranché d'un plan ſpherique donné tel ſegment qu'on a voulu vers la partie requiſe.

NOTEZ.

Si on demandoit un ſegment de quelque ſuperfice raboteuſe, comme celle des champs qui ſont ſur les collines, on ne le pourroit pas faire par une ligne droite parallele à une autre ; car les lignes deſcrites ſur ces ſortes de ſuperfices ſont recourbées & tortuës : Toutesfois les Arpenteurs & Geometres terminent ces champs-là par le moyen d'une ligne, le plan de laquelle eſt perpendiculaire ſur l'horizon. Or on peut trouver ceſte ſection par le moyen de pluſieurs baſtons fichez en terre en ligne droite, ayant la veuë pour guide, produiſant ladite ligne par deſſus les foſſez & tranchées, en poſant les baſtons en lieux où on les puiſſe plus commodement voir & diſtinguer. Pour plus grande intelligence & eſclairciſſement, ſoit le champ A B C D ſur une montagne,

duquel on veut retrancher la quatrieſme partie par un plan perpendiculaire ſur l'horizon, & parallele à la ligne pro-

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

proposée E, il faudra en premier lieu mesurer (par le troisiesme exemple de la 20 proposition du deuxiesme livre) tout le champ raboteux proposé, distribué en toutes les parties (comme on le trouvera plus à propos) l'aire duquel soit par exemple de 100 arpens; la quatriesme partie en sera donc 25 arpens, lesquels il faut retrancher vers A. Et afin de ce faire, retranchez à peu pres 25 arpens vers la partie requise, marquant la ligne coupante par bastons & picquets. Puis mesurant derechef l'aire de la partie retranchée B D A, & si on trouve qu'elle contienne 25 arpens, on a ce qu'on demande: Mais si on s'est trompé en excez, ou au defaut d'un arpent, il faudra faire l'autre ligne F G, parallele à D B: & pour mieux dire, on menera un plan par F G, coupant perpendiculairement l'horizon, estant parallele au plan passant par B D, qui coupe aussi l'horizon perpendiculairement, l'aire comprise entre iceux contenant un arpent: Mais afin qu'on puisse prendre assez precisement la largeur de ceste longue zone de terre de hauteur inegale, on mesurera la longueur D B, laquelle soit trouvée de 300 perches, par lesquelles divisant 600 perches, lesquelles sont le contenu de l'aire d'un arpent, le quotient donnera 2 perches pour la largeur requise, laquelle fera ladite zone F G D B, fort pres egale à un arpent; & le segment F G A contiendra en son aire autant qu'on avoit demandé. Si on desire toutesfois un calcul plus exacte, on remesurera derechef ledit arpent, & s'il y a encore quelque difference, contenant plus ou moins, on en retranchera, ou adjoustera autant. Et s'il en falloit retrancher un segment par un plan perpendiculaire sur l'horizon passant par un poinct donné en son circuit, comme la quatriesme partie de la superfice A B C D, par le poinct F, on retranchera à peu prez comme auparavant ladite quatriesme partie de la superfice proposée, par une ligne imaginée, comme de F en D: Apres on mesurera derechef le contenu de l'aire du segment, lequel estant trouvé moindre de $\frac{1}{2}$ arpent que la quatriesme partie requise, on menera la ligne F G, donnant au triangle F D G le contenu de $\frac{1}{2}$ arpent. Et pour le trouver plus facilement, le double de demy arpent, c'est à dire 1 arpent vaut 600 perches, lesquelles divisées par la longueur F D 300 perches, le quotient donnera la longueur de laquelle la ligne requise F G doit estre esloignée du poinct D.

## TROISIESME PARTIE DV CINQVIESME LIVRE,

## De la Section proportionnelle des Solides.

### PROPOSITION XVI.

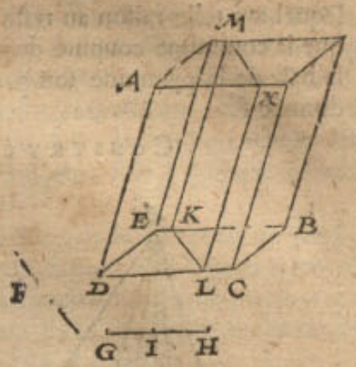
*COuper d'un prisme donné tel segment qu'on voudra, vers la partie demandée, par un plan parallele à son axe; en sorte que la commune coupure du plan retranchant, & de la base, soit parallele à une ligne donnée.*

*Le donné.* Soit la base B C D E du prisme donné A B, la ligne F, & l'autre ligne G H, coupée au poinct I.

*Le requis.* Il faut retrancher du prisme A B un segment vers D, par un plan parallele à l'axe, en sorte que la commune coupure du plan retranchant, & de la base soit parallele à la ligne F, & que ledit segment aye telle raison au reste, que G I à I H.

CONSTRVCTION.

Coupez la base B C D E, par la ligne K L, parallele à F, en sorte que le segment K L D E aye telle raison au reste K L C B, que G I à I H: Puis coupez le prisme proposé par le plan M N L K, parallele à l'axe, ou au costé A B, qui est la mesme chose: Je dis que le segment K L N M E D A est en telle raison au reste K L N M B C, que la ligne G I à I H.




DEMONSTRATION.

Car puis que les deux segments de ce prisme sont de mesme hauteur, ils seront entre eux comme leurs bases; mais leurs bases par construction sont selon la raison donnée de G I à I H, partant les segments seront aussi entre eux en telle raison. Nous n'adjoustons point icy l'usage des nombres puis que l'operation en est evidente par les precedentes.

*Conclusion.* Parquoy nous avons coupé d'un prisme donné tel segment qu'on a voulu, vers la partie demandée, par un plan parallele à l'axe, en sorte que la commune coupure du plan retranchant, & de la base a esté parallele à une ligne donnée. Ce qu'il falloit faire.

### PROPOSITION XVII.

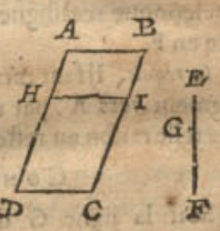
*REtrancher d'un prisme donné tel segment qu'on voudra, vers la partie demandée par un plan parallele à la base.*

*Le donné.* Soit le prisme A B C D, la base duquel soit quelconque rectiligne qu'on voudra, & la ligne E F coupée en G.

*Le requis.* Il faut retrancher de ce prisme un segment vers A B, par un plan parallele à sa base, ayant telle raison au reste que E G à G F.

CONSTRVCTION.

Coupez A D en H, en sorte que A H soit à H D, comme E G à G F: Apres menez le plan H I, par H parallele à la base B C: Je dis que H I B A est à H I C D, comme E G à G F.




DEMONSTRATION.

Comme A H à H D, ainsi H I B A à H I C D: car les prismes ayans mesme base sont l'un à l'autre comme leur hauteur: mais comme H A à H D, ainsi par construction est E G à G F; Partant comme E G à G F, ainsi le segment H I B A à H I C D. Nous ne donnons non plus icy aucune operation de nombres, d'autant que cecy est assez evident par la construction Geometrique.

*Conclusion.* Parquoy nous avons retranché d'un prisme donné tel segment qu'on a voulu, vers la partie demandée, par un plan mené parallele à sa base.

### PROPOSITION XVIII.

*REtrancher d'une pyramide donnée tel segment qu'on voudra, vers la partie demandée, par un plan passant par le sommet d'icelle; en telle sorte que la commune coupure du plan retranchant, & de sa base soit parallele à une ligne droite donnée.*

*Le donné.* Soit A le sommet de la pyramide A B C D E, & B C D E sa base, la ligne droite F, & l'autre ligne G H, coupée en I.

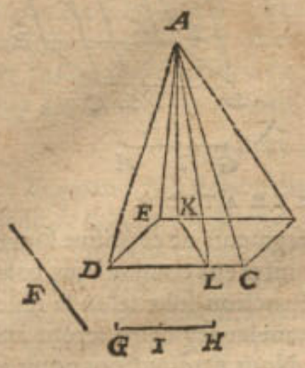
*Le requis.* Il faut retrancher de ceste pyramide un segment vers D, par un plan passant par le sommet A,



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

lequel aye telle raiſon au reſte que G I à I H, en ſorte que la commune coupure du plan retranchant, & de la baſe de la pyramide ſoit parallele à la ligne droite donnée F.

CONSTRVCTION.




Coupez la baſe BCDE, par la ligne KL, parallele à F: en ſorte que KLDE ſoit à KLCB, comme G I à I H: puis coupez la pyramide par le plan AKL. Maintenant je dis que le ſegment AKLDE eſt à AKLCB en meſme raiſon, que la donnée de G I à I H.

DEMONSTRATION.

D'autant que les deux pyramides ſont de meſme hauteur, elles ſeront l'une à l'autre comme leurs baſes: mais leurs baſes ſont en telle raiſon que G I à I H, les pyramides le ſeront donc auſſi. Il n'eſt point beſoin qu'on face l'operation des nombres, cecy eſtant aſſez manifeſte par ce qui precede.

*Concluſion.* Partant nous avons retranché d'une pyramide donnée tel ſegment qu'on a voulu, vers la partie demandée, par un plan paſſant par le ſommet d'icelle, en telle ſorte que la commune coupure du plan retranchant & de ſa baſe a eſté parallele à une ligne droite donnée.

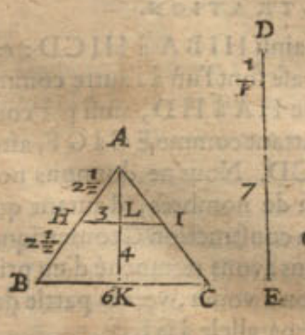
PROPOSITION XIX.

*REtrancher d'une pyramide donnée tel ſegment qu'on voudra, vers la partie demandée, par un plan parallele à ſa baſe.*

*Le donné.* Soit la pyramide ABC, ayant pour baſe quelconque rectiligne que ce ſoit, & la ligne DE coupée en F.

*Le requis.* Il faut retrancher de la pyramide ABC, un ſegment vers A, par un plan parallele à ſa baſe, lequel aye telle raiſon au reſte, que DF à FE.

CONSTRVCTION.




Soit la ligne G quatrieſme proportionnelle aux trois autres DE, DF, AB: puis ſoit AH marquée au coſté AB, premiere des deux moyennes continuellement proportionnelles entre AB la premiere, & G la derniere: le plan HI mené parallele à la baſe BC coupera la pyramide donnée, ſelon la raiſon donnée; aſſavoir comme AHI à HICB ainſi DF à FE.

DEMONSTRATION.

Puis que par conſtruction G eſt la quatrieſme proportionnelle aux deux AB, AH, la raiſon de AB à G ſera triple de celle qu'elle a à AH, en ſorte que comme AB à G, ainſi la pyramide ABC à la pyramide AHI, qui luy eſt ſemblable: mais AB a telle raiſon à G, que DE à DF, par la conſtruction. C'eſt pourquoy, comme DE à DF, ainſi ABC à AHI: & en raiſon reverſe, comme DF à DE, ainſi AHI à ABC: & en diviſant, DF eſt à DE moins DF, c'eſt à dire FE, comme le ſolide AHI à ABC moins le ſolide AHI, c'eſt à dire à HICB.

*Semblable uſage quant aux nombres.*

La ligne DE ſoit en parties 8.
DF 1.
AB 5.
Je dis, comme 8, premier en ceſt ordre, à 1 le ſecond, ainſi le troiſieſme 5, à quoy? vient G $\frac{5}{8}$.
Le premier nombre des moyens continuellement proportionnaux entre le troiſieſme 5, & le quatrieſme $\frac{5}{8}$ en ceſt ordre eſt $2\frac{1}{2}$.
La ligne droite de A vers B de $2\frac{1}{2}$ pieds ſoit AH, le plan HI mené parallele à la baſe BC, retranchera le ſegment requis

*Preparation.* Soit la perpendiculaire AK menée du ſommet A, ſur la baſe BC, coupée par le plan HI en L, & que la toute AK ſoit de 4 pieds, & le coſté de la baſe (laquelle nous ſuppoſons eſtre quarrée) BC ſoit de 6.

*Examen.* Parce que AK vaut 4, & BC 6, par conſtruction; le quarré qui eſt la baſe de la pyramide donnée vaudra 36, & la pyramide 48. D'avantage puis que AH vaut $2\frac{1}{2}$, HB autant, & le coſté BC 6, AL vaudra 2, & HI 3, le quarré duquel ſera 9 pour la baſe de la pyramide AHI, & ladite pyramide contiendra 6, laquelle ſouſtraite de la pyramide ABC, c'eſt à dire de 48, reſtera 42 pour HICB, auſquels ſont 6, comme DF 1, à EF 7.

*Autre uſage des nombres inventé par* SON EXCELLENCE.

Les cubes des coſtez AB, AH, ſont comme ED 8, à FD 1, d'où on dira, comme 8 à 1, ainſi le cube 125 du coſté AB, à quoy? vient $15\frac{5}{8}$ pour le cube du coſté AH, & le coſté AH ſera $2\frac{1}{2}$. Si on prend donc un tel eſpace de A vers B, terminé en H, & eſtant apres mené le plan HI parallele à la baſe BC, on aura ce qu'on deſire.

CONSEQVENCE I.

Si on vouloit retrancher certain nombre de pieds cubiques vers A, ſans donner aucune raiſon entre le ſegment requis & ſon reſte: On meſurera premierement la pyramide, apres eſtant donnée la quantité des pieds qu'on en veut retrancher, on verra quelle raiſon ils ont au total, & on achevera l'operation comme il a eſté enſeigné cy-deſſus.

CONSEQVENCE II.

Si on vouloit retrancher la partie demandée vers BC, laquelle euſt au reſte vers A telle raiſon que la donnée de DF à FE, il faudra faire l'operation comme ſi on avoit demandé que le ſegment vers A euſt telle raiſon au reſte vers BC, comme EF à FD.

*Concluſion.* Partant nous avons retranché d'une pyramide donnée tel ſegment qu'on a voulu, vers la partie demandée, par un plan mené parallele à ſa baſe.

PROPOSITION XX.

*REtrancher d'une ſphere donnée tel ſecteur qu'on voudra.*

*Le donné.* Soit AC l'axe de la ſphere ABCD, ſon centre E, & la ligne FG coupée en H.

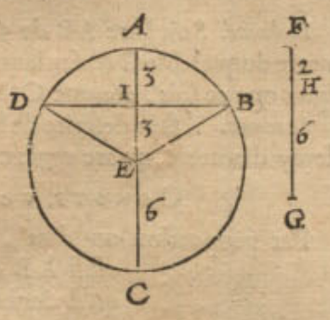
*Le requis.* Il faut retrancher de la ſphere propoſée un ſecteur, lequel aye telle raiſon au reſte, que FH à HG.

CON-

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

CONSTRVCTION.

Coupez AC en I, comme FH à HG, ainsi AI soit à IC: puis soit menée la droite DB, laquelle se termine de costé & d'autre à la circonference, & qu'elle soit perpendiculaire à l'axe AC: apres soyent menez les deux demy-diametres ED, EB. Maintenant je dis que EDAB est le secteur requis, ayant telle raison au reste EDCB, que FH à HG.




DEMONSTRATION.

Comme AI à IC, ainsi FH à HG, par la construction: mais comme AI à IC, ainsi la superfice spherique DAB, à la superfice spherique DCB: mais le secteur EDAB est au secteur EDCB, comme la superfice spherique DAB, à la superfice spherique DCB: Partant comme FH à HG, ainsi le secteur EDAB au secteur EDCB.

*Semblable usage des nombres.*

Soit AC de 12 parties, FH 2, HG 6; puis coupez la longueur de AC 12, selon la raison donnée de FH 2, à HG 6, & on trouvera le susdit segment estre de 3. On mesurera donc de telle distance de A vers C, terminant en I, par lequel poinct faisant passer la ligne DB, perpendiculaire sur AC; puis estans menez les demy-diametres ED, EB, alors EDAB sera le secteur requis.

*Examen.* Toute la solidité de la sphere est de $905\frac{1}{7}$, par la 24 proposition du deuxiesme livre; le segment DEBA sera de $226\frac{2}{7}$, lesquels soustraits de $905\frac{1}{7}$, restera $678\frac{6}{7}$ pour le segment EDCB, lequel a telle raison à $226\frac{2}{7}$, que la ligne GH 6, à FH 2.

*Conclusion.* Partant nous avons retranché d'une sphere donnée tel secteur qu'on a voulu. Ce qu'il a fallu faire.

NOTEZ.

Si on vouloit retrancher d'un solide irregulier donné un segment, par un plan mené parallele à un autre plan donné: Il faudra imiter la façon d'operer qui a esté tenuë cy-dessus en la note de la 16 proposition de ce cinquiesme livre, en la section d'un champ raboteux, en retranchant à peu pres le segment requis; & si apres avoir remesuré ledit segment, on le trouve exceder ou defaillir de ce qui avoit esté proposé, autant en retranchera-on ou adjoustera au mesme segment par un plan mené parallele au donné.

*Fin du cinquiesme livre de la Geometrie.*

---

# SIXIESME LIVRE DE LA PRACTIQVE DE GEOMETRIE,

## De la Transformation des grandeurs en semblables figures à d'autres données.

*TOut ainsi que nous avons parlé au troisiesme livre de la Numeration, Addition, Soustraction, Multiplication, & Division des grandeurs, non pour estre adjoustées à d'autres données, mais pour en trouver d'autres, lesquelles leur soyent egales en grandeur. Il faut icy entendre le mesme, assavoir, que la figure donnée sera transformée en une autre: car c'est la mesme chose qu'és nombres où on en propose deux parties n'ayans pas mesme denominateur, lesquelles sont reduictes à mesme denomination: laquelle chose estant de bien prés examinée, on cognoistra que c'est proprement trouver aux parties proposées, d'autres qui leur soyent egales ayans mesme nom: Ainsi on ne convertit pas les grandeurs données en d'autres; mais on descrit des grandeurs egales d'une autre forme, ce qu'on appelle Transformation: Comme aussi se doit entendre quand on parle communement de la quadrature du Cercle, Parabole, Spirale, & Lune: Ce qui ne veut dire autre chose, que de trouver un quarré egal à un cercle, ou autres de ces figures données.*

## PREMIERE PARTIE DV SIXIESME LIVRE,

### De la Transformation des lignes.

PROPOSITION I.

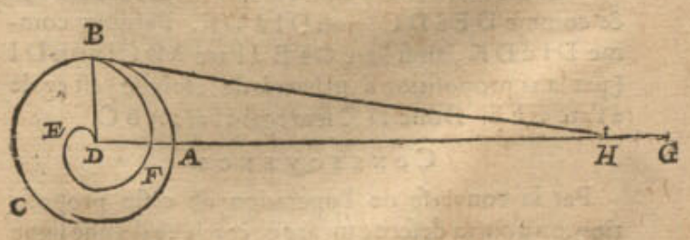
*DEscrire une ligne droite egale à la circonference d'un cercle donné.*

*Le donné.* Soit la circonference du cercle ABC, duquel D est le centre, & DB le demy-diametre.

*Le requis.* Il faut descrire une ligne droite egale à ladite circonference.

CONSTRVCTION.

Descrivez la premiere revolution d'une spirale DEFB, sur le demy-diametre DB, sur lequel soit menée




perpendiculaire la ligne DG, & produite infiniment: Apres

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

Apres on menera BH, touchante en B le commencement de la circonference de spirale, laquelle estant continuée coupera la perpendiculaire D G en H. Je dis donc que la ligne droite D H est egale à la circonference du cercle A B C, comme il est demonstré par *Archimede* en sa 18 proposition de la spirale.

### Notez.

Combien que ceste construction soit appuyée de bonnes & valables raisons en la Theorie, on ne la peut pas toutesfois mettre en practique à cause de l'incertitude de la revolution de la spirale: Mais en suivant *Archimede*, nous avons icy mis ceste proposition avec deux autres suivantes semblables, pour la memoire de celuy qui les a inventées & demonstrées.

### *Autre usage des nombres.*

Si la raison de la circonference au diametre, comme 22 à 7 (laquelle est toutesfois usitée) estoit veritable, il est evident qu'on pourroit par ce moyen mesurer une ligne droite egale à la circonference d'un cercle donné.

*Conclusion.* Partant nous avons trouvé une ligne droite egale à la circonference d'un cercle donné.

### Consequence.

Par la converse de ceste proposition on peut descrire une circonference de cercle egale à une ligne droite donnée.

### Proposition II.

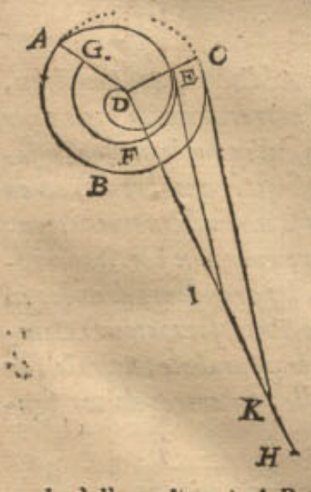
*Descrire une ligne droite egale à un arc de cercle donné.*

*Le donné.* Soit l'arc A B C descrit du centre D, ayant pour demy-diametre D A.

*Le requis.* Il faut trouver une ligne droite egale audit arc.

### Construction.

Achevez la circonference du cercle de l'arc donné A B C, dans lequel on descrira la premiere revolution d'une spirale D E A, laquelle coupera D C en E: puis soit descrite la circonference du centre D, & de l'intervalle D E, elle coupera le demy-diametre D A en G: En fin soit menée la ligne D H, perpendiculaire sur le demy-diametre D C, & produite infiniment, la ligne droite E I, touchant la spirale, la coupera en I, à laquelle on menera C K, parallele coupant aussi D H en K. Je dis donc que D K est la ligne droite requise egale à l'arc donné A B C.




### Demonstration.

Comme D E à D C, ainsi l'arc G F E à l'arc A B C: & comme D E à D C, ainsi D I à D K. Parquoy comme D I à D K, ainsi l'arc G F E à l'arc A B C: mais D I (par la 21 proposition *d'Archimede* de la spirale) est egale à l'arc G F E. Donc D K sera egal à l'arc A B C.

### Consequence.

Par la converse de l'operation de ceste proposition, on pourra descrire un arc de cercle egal à une ligne droite donnée.

### Proposition III.

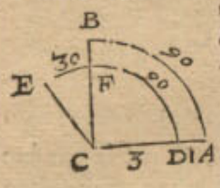
*Estant donnée une ligne droite, & la raison d'un arc à toute la circonference de son cercle, descrire un autre arc de l'intervalle de la ligne donnée egal au donné.*

*Le donné.* Soit l'arc A B de 90 degrez, le demy-diametre duquel soit C A, sur lequel soit marquée quelque ligne que ce soit, comme C D.

*Le requis.* Il faut descrire de l'intervalle C D, comme demy-diametre, un arc egal au donné A B.

### Construction.

Par proportion on dira, comme C D à C A, ainsi A B de 90 degrez, à quoy? qu'il vienne 120 degrez: En descrivant donc de l'intervalle C D, comme demy-diametre, un arc de 120 degrez, comme D E, il sera egal à l'arc donné A B.




### Demonstration.

Si l'arc D E, & la ligne C B, s'entrecoupent en F: les arcs F D, & B A seront proportionnaux à la circonference de leurs cercles (d'autant que A C B, ou D C F, sont un mesme angle au centre) & d'autant que A B est de 90 degrez, l'un & l'autre sera le quart de la circonference du cercle, & le secteur A B C sera semblable au secteur D F C. Partant leurs costez semblablement posez C A, C D, A B, D F, seront proportionnaux; & la difference D A, entre les demy-diametres C A, C D, sera à C D, comme la difference des arcs A B & D F, à l'arc D F. Mais comme D A à C D, ainsi E F à D F, (car par construction comme C D est à C A, ainsi 90 degrez sont à 120 degrez: mais D F vaut 90 degrez, & D E 120 degrez) partant comme C D à C A, ainsi D F à D E: & en divisant, comme C A moins C D, c'est à dire D A, à C D, ainsi D E moins D F, c'est à dire E F, à D F: & E F sera la difference entre les arcs A B, D F. Partant E F, F D ensemble, c'est à dire l'arc D E, sera egal à l'arc A B.

### *Semblable usage quant aux nombres.*

Le demy-diametre C D soit de 3 parties, & C A 4; selon la proportion C D 3, à C A 4, l'arc A B de 90 degrez, à quoy? viennent 120 degrez: Donc de l'intervalle C D, comme demy-diametre, descrivant un arc de 120 degrez, lequel soit D E, on aura satisfait au probleme.

On ne peut point examiner cecy exactement, à cause de l'incertitude de la raison du demy-diametre à la circonference: C'est pourquoy nous l'avons demonstré par la voye Mathematique, laquelle est asseurée.

### Consequence.

Mais si le demy-diametre proposé estoit si petit, qu'il fallut la circonference toute entiere, voire de plusieurs cercles qui luy fussent egaux, pour egaller l'arc donné A B, on le pourra aussi aisement faire que la precedente: comme si C A estoit de 10, & C D 1, il eust ainsi fallu dire à la construction, comme C D 1, à C A 10, ainsi A B 90 degrez à 900 degrez, lesquels vallent deux circonferences entieres de cercle & encores 180 degrez. Partant il faut descrire de l'intervalle C D, comme demy-diametre, deux circonferéces de cercles & 180 deg. & elles seroyent egales à l'arc proposé. De là s'ensuit aussi qu'estant donné le diametre d'un arc, & deux circonferences, avec un arc de 180 degrez; on peut trouver un arc qui leur sera egal. On peut de ce que dessus

tiret

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

tirer auſſi d'autres conſequences ſemblables, qui en deſpendent.

*Concluſion.* Partant eſtant donnée une ligne droite, & la raiſon d'un arc à toute la circonference de ſon cercle; nous avons deſcrit un autre arc de l'intervalle de la ligne donnée, egal au donné. Ce qu'il falloit faire.

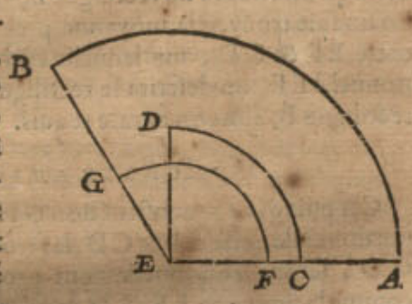
### Proposition IV.

*Estans donnez deux arcs diſſemblables, & la raiſon d'iceux à leurs circonferences eſtant cognuë, trouver un troiſieſme arc egal à l'un, & ſemblable à l'autre.*

*Le donné.* Soyent les deux arcs AB 120 degrez, CD 90 degrez, ayans pour meſme centre le poinct E: le demy-diametre de l'un ſoit EA, & de l'autre EC, & que EA ſoit le plus grand.

*Le requis.* Il faut deſcrire un troiſieſme arc egal à l'arc CD, & ſemblable à AB, c'eſt à dire que l'arc AB, & celuy qu'on cerche ſoyent tous deux proportionnaux à leurs propres circonferences.

### Construction.




Soit menée la ligne EB, & dites, comme AB 120 degrez, à CD 90 degrez, ainſi EC à EF, duquel intervalle, & du centre E eſtant deſcrit l'arc FG terminé par les deux demy-diametres EA, EB, il ſera egal à l'arc CD, & ſemblable à l'arc AB.

### Demonstration.

D'autant que l'angle GEF, ou BEA, a les arcs FG, AB, ſouſtendus, leſquels ſegments ſeront ſemblables à leurs circonferences: D'avantage puis que EF eſt à EC, comme 90 degrez de CD, aux 120 degrez de FG: par conſtruction donc FG ſera egal à CD, par ce qui a eſté demonſtré en la 3 propoſition: Il eſt auſſi evident que l'operation des nombres de ladite 3 propoſition eſt ſemblable à celle-cy.

*Concluſion.* Partant eſtans donnez deux arcs diſſemblables; & la raiſon d'iceux à leurs circonferences eſtant cognuë; nous avons trouvé un troiſieſme arc egal à l'un & ſemblable à l'autre. Ce qu'il falloit faire.

## SECONDE PARTIE
### DV SIXIESME LIVRE,
### De la Transformation des figures deſcrites ſur la ſuperfice.

### Proposition V.

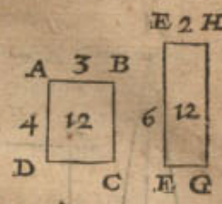
*Deſcrire un parallelogramme rectangle de telle longueur qu'on voudra, egal à un autre rectangle donné.*

*Le donné.* Soit le rectangle ABCD, & la ligne EF.

*Le requis.* Trouvez un rectangle egal au donné ABCD, ayant pour l'un de ſes coſtez la ligne donnée EF.

### Construction.

Trouvez la quatrieſme proportionnelle FG aux trois lignes EF, AB, AD, de laquelle & de la premiere EF, on fera le rectangle EFGH, lequel ſera egal au donné: comme demonſtre *Euclide* en la 14 propoſition de ſon ſixieſme livre.




*Semblable uſage des nombres.*

EF ſoit de 6 pieds, AB 3, AD 4: on dira donc, comme EF 6 à AB 3, ainſi AD 4 à FG 2; parquoy menant FG perpendiculaire ſur l'extremité de EF, & eſtant achevé le parallelogramme, on aura ce qu'on avoit demandé.

*Examen.* L'un & l'autre deſdits rectangles contient 12 par l'onzieſme propoſition du deuxieſme livre.

*Concluſion.* Partant nous avons deſcrit un parallelogramme rectangle de la longueur qu'on a voulu, egal à un autre rectangle donné.

### Son Excellence *a voulu que cecy fuſt joinct à la propoſition precedente.*

L'aire ABCD 12, il n'importe qu'elle ſoit plane, ſpherique, ou d'autre forme, eſtant diviſée par le coſté EF, donnera pour le coſté EH 2, deſquelles conſtruiſant un rectangle, il contiendra autant que la figure donnée.

### Proposition VI.

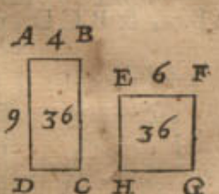
*Deſcrire un quarré egal à un rectangle donné.*

*Le donné.* Soit le rectangle ABCD.

*Le requis.* Il faut trouver un quarré qui luy ſoit egal.

### Construction.

Soit trouvée la moyenne proportionnelle EF, entre les coſtez AB & AD, par la 3 propoſition du quatrieſme livre; ſa puiſſance, c'eſt à dire le quarré de ladite ligne EF, ſera egal au rectangle, comme il appert par la 14 propoſition du deuxieſme livre d'*Euclide*.




*Semblable uſage des nombres.*

AB ſoit de 4 pieds, AD de 9, le nombre continuellement moyen proportionnel eſt 6. Donc le quarré fait de la ligne EF de 6 pieds, ſera egal au rectangle donné EFGH.

*Examen.* Par la 11 propoſition du deuxieſme livre ils ſont trouvez egaux, car tant l'aire ABCD, que EFGH, contient 36.

*Concluſion.* Partant nous avons trouvé un quarré egal à un rectangle donné. Ce qu'il a fallu faire.

### Proposition VII.

*Deſcrire un parallelogramme rectangle de telle longueur qu'on voudra, egal à un triangle donné.*

*Le donné.* Soit le triangle ABC, & la ligne droite DE.

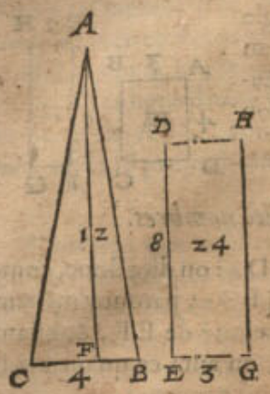
*Le requis.* Il faut appliquer ſur la ligne donnée DE, un parallelogramme rectangle, egal au triangle donné ABC.

### Construction.

Soit menée la perpendiculaire AF, de quelconque angle du triangle ſur la baſe oppoſée, comme ſur BC:

Puis

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©




Puis soit trouvée la quatrieſme proportionelle EG aux trois lignes DE, à la moitié de la baſe BC, & à la perpendiculaire AF: avec laquelle & la donnée DE, on deſcrira le rectangle DEGH, egal au triangle donné, comme il eſt enſeigné en la 44 propoſition du premier livre d'Euclide.

*Semblable uſage des nombres.*

DE ſoit de 8 pieds, la moitié de la baſe CB 2, & AF 12: on dira comme DE 8, à la moitié de CB 2, ainſi AF 12, à EG 3: laquelle eſtant menée à angles droits ſur DE, & achevant le rectangle DEGH, il ſera egal au triangle donné.

*Examen.* Par la 11 propoſition du deuxieſme livre, tant l'aire du triangle, que du quadrangle contient 24.

*Concluſion.* Partant nous avons deſcrit un parallelogramme rectangle de telle longueur qu'on a voulu, egal à un triangle donné; comme on demandoit.

## Proposition VIII.

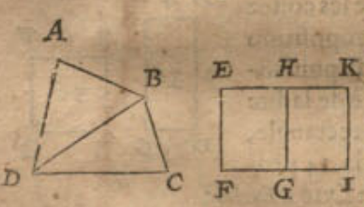
*Deſcrire un parallelogramme rectangle de telle longueur qu'on voudra, egal à un quadrangle donné.*

*Le donné.* Soit le quadrangle ABCD, & la ligne droite EF.

*Le requis.* Il faut trouver un parallelogramme rectangle de la longueur de la ligne EF, egal au rectiligne ABCD.

### Construction.

Soit coupé le quadrangle donné en deux triangles ABD, & BCD, par la diagonale DB: puis par la 7 propoſit. ſoit fait le rectangle EFGH, egal au triangle BDC, ſur la ligne EF, comme auſſi le parallelogramme rectangle HGIK, egal au triangle ABD, ſur la ligne HG. Je dis donc que le rectangle EFIK eſt egal au quadrilatere ABCD, comme il eſt demonſtré par la 45 propoſition du premier livre d'Euclide. L'operation Arithmetique en eſt evidente par celle de la 7 propoſition precedente.




*Concluſion.* Partant nous avons deſcrit un parallelogramme rectangle, de telle longueur qu'on a voulu egal à un quadrangle donné. Ce qu'il a fallu faire.

### Consequence.

Par cecy on peut facilement appercevoir comment on reduit la raiſon des plans rectilignes en lignes droites. Comme par exemple, ſoit le meſme quadrilatere, auquel on cerche la raiſon du triangle ABD, au triangle BCD, ils ſeront reduits en parallelogrammes rectangles de meſme hauteur, les baſes deſquels FG & GI, ſeront en telle raiſon entre elles que les triangles BCD & ABD: Si auſſi on demandoit par lignes la raiſon de tout le quadrilatere ABCD, à quelque autre multilatere que ce ſoit, il faudroit pareillement reduire l'un & l'autre en parallelogrammes de meſme hauteur, comme EF: ainſi leurs baſes ſeront en telle raiſon entre elles, que les figures meſmes: & la baſe FI auroit telle raiſon, à la baſe de l'autre rectangle, comme le quadrangle ABCD à l'autre multilatere propoſé.

## Proposition IX.

*Eſtans donnez deux rectilignes diſſemblables, en deſcrire un troiſieſme ſemblable à l'un, & egal à l'autre.*

*Le donné.* Soyent les deux rectilignes diſſemblables A & B.

*Le requis.* Il faut deſcrire un troiſieſme rectiligne egal à A, & ſemblable à B.

### Construction.

Soyent reduits en parallelogrammes de meſme hauteur les deux rectilignes donnez A & B, par la 8 propoſit. Puis dites, par la 2 propoſit. du 4 livre, comme la baſe du

rectangle egal au rectiligne B, à la baſe du ſecond rectangle formé egal au rectiligne A; ainſi quelconque coſté qu'on voudra du rectiligne B, comme EF, à CD: En fin ſoit trouvée la moyenne proportionnelle GH, entre EF & CD, ſur laquelle comme coſté proportionnel à EF, on deſcrira le rectiligne I, ſemblable au rectiligne B, alors on aura le requis.

### Demonstration.

Car puis que par conſtruction GH eſt moyenne proportionnelle entre EF & CD, les trois lignes EF, GH, CD, ſeront continuellement proportionnelles; & comme la premiere EF, à la derniere CD, ainſi la figure deſcrite ſur la premiere EF, à la figure I, qui luy a eſté deſcrite ſemblable ſur GH, comme coſté proportionnnel: Mais comme EF à CD, ainſi par conſtruction le rectiligne B au rectiligne A: donc les rectilignes A & I auront meſme raiſon au rectiligne B. Partant les rectilignes A & I ſeront egaux entre eux.

*Semblable uſage des nombres.*

Soit le contenu du plan rectiligne B en pieds quarrez 368.
Et A 170.
Le coſté de la figure B quel qu'il ſoit, comme EF, auquel on en veut trouver un ſemblable, contienne de pieds 11.
Puis dites 368 premier nombre en ceſt ordre, donne 170 le ſecond, combien 11 le troiſieſme? vient $5\frac{15}{184}$.
Apres ſoit trouvé entre 11 troiſieſme en ceſt ordre, & $5\frac{15}{184}$ le quatrieſme, le nombre moyen proportionnel $\sqrt{55\frac{165}{184}}$.

En fin ſoit deſcrit le rectiligne I, ſemblable au donné B, ſur la ligne GH, la longueur de laquelle eſt ledit nombre moyen proportionnel $\sqrt{55\frac{165}{184}}$, & on aura le requis.

*Examen.* Puis que les plans ſemblables ſont entre eux en raiſon doublée de leurs coſtez proportionnaux, on dira ainſi: Comme le quarré de la ligne droite EF 11 à $55\frac{165}{184}$, quarré du coſté GH; ainſi le rectiligne B 368 au rectiligne I 170, egal au rectiligne A.

*Semblable uſage expliqué par la fraction dixieſme.*

Soit derechef le contenu du plan B en pieds quarrez 368.

Et

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

Et le plan A de 170.
Et tel costé qu'on voudra, comme E F, de la figure B, qu'on veut imiter 11.
On dira donc, comme 368 premier nombre, à 170 second, ainsi le troisiesme 11, à 508 ②.
Apres soit trouvé entre 11 & 508 ②, le nombre moyen proportionnel 748 ②.

La ligne G H contiendra donc autant de pieds, sur laquelle, comme costé proportionnel à E F, on descrira la figure I; & ainsi on aura satisfait à la question.

*Examen.* Car puis que les plans semblables ont telle raison entre eux, que les quarrez de leurs costez proportionnaux, dites comme 121 quarré de E F, au quarré de G H 559504 ④, ainsi le plan B 368, aux 170 pieds quarrez & 16 ②, c'est à dire 170 $\frac{4}{25}$ pieds pour le plan I, & il ne falloit seulement que 170 pieds, & il se trouve de plus $\frac{4}{25}$; c'est pourquoy on ne se contentera pas d'aller jusques aux secondes seulement, mais bien jusques aux ③ ou ④, selon qu'on le jugera à propos pour trouver le nombre plus juste.

### *Autre usage plus court inventé par* Son Excellence, *& exprimé par nombres.*

Comme B 368, au quarré du costé E F 121, ainsi A 170, au quarré 558967 ④, le costé duquel est 748 ②: D'autant donc sera la ligne G H, sur laquelle comme costé proportionnel à E F, on descrira le rectiligne I semblable à B, & alors on aura ce qu'on avoit demandé.

*Conclusion.* Partant estans donnez deux rectilignes dissemblables, nous en avons descrit un troisiesme semblable à l'un, & egal à l'autre.

## Proposition X.

### *DEscrire un triangle egal à un cercle donné.*

*Le donné.* Soit le cercle A B C D, duquel E soit le centre, & A C le diametre.

*Le requis.* Il faut trouver un triangle egal au cercle donné.

### Construction.

Soit eslevée la perpendiculaire C F sur l'extremité du diametre A C, laquelle soit egale à la circonference du cercle A B C D: puis soit menée la ligne droite E F du centre E à l'extremité F, le triangle E C F sera egal

au cercle donné A B C D, comme *Archimede* demonstre en la 1 proposition de la mesure du cercle.

### *Semblable usage des nombres.*

Le demy-diametre E C soit de 7 pieds; donc par la 8 proposition du deuxiesme livre, la circonference A B C D sera de 44: Partant on menera la ligne C F de 44 pieds de long, à angles droits sur l'extremité du demy-diametre E C: puis apres menant la ligne E C, on aura le triangle demandé E F C.

*Examen.* L'aire du cercle A B C D, & celle du triangle E F C, contient chacune 154, par les 11 & 12 propositions du deuxiesme livre.

*Conclusion.* Partant nous avons descrit un triangle egal à un cercle donné: Ce qu'il a fallu faire.

### Consequence.

On pourra aussi faire un cercle egal à un triangle donné: car estant proposé quelque triangle que ce soit, on le fera semblable au triangle E C F, & son plus petit costé sera le demy-diametre du cercle requis.

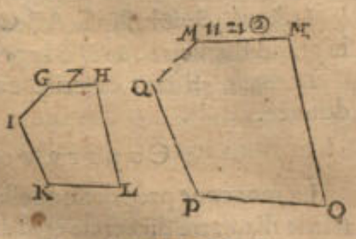
### 2 *Exemple inventé par* Son Excellence, *& par luy exprimé en nombres, estant donné quelque rectiligne que ce soit.*

*Le donné.* Soit le precedent cercle A B C D, & le rectiligne G H L K I, quel qu'il puisse estre contenant 60, duquel le costé G H est de 7 parties.

*Le requis.* Il faut descrire un rectiligne semblable au proposé G I K L H, & egal au cercle A B C D cy-dessus proposé.

### Construction.

Tout ainsi que le plan G I K L H 60 est au quarré du costé G H 49, ainsi le cercle A B C D 154, à quoy? vient le quarré 1257667 ④, le costé duquel est 1121 ②: Partant on fera la ligne M N de telle longueur, estant proportionnelle au costé G H, sur laquelle on descrira le rectiligne M N O P Q, semblable au donné G H L K I, & on aura satisfait au requis.




## Proposition XI.

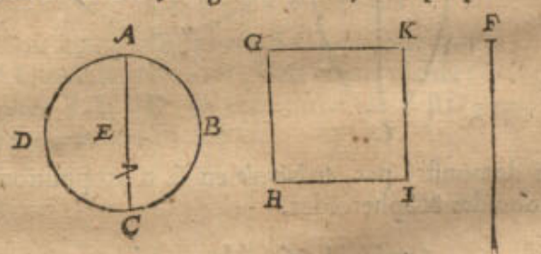
### *DEscrire un quarré egal à un cercle donné.*

*Le donné.* Soit le cercle A B C D, son centre E, son diametre A C.

*Le requis.* Il faut descrire un quarré egal à ce cercle.

### Construction.

Soit faite la ligne droite F egale à la circonference du cercle A B C D, la ligne G H moyenne proportionnelle entre F & le demy-diametre sera le costé du quarré G H I K, egal au cercle donné.




### Demonstration.

Puis que le cercle A B C D est egal au triangle ayant pour base une ligne egale à la circonference, & pour hauteur le demy-diametre du cercle, le mesme cercle sera egal au rectangle fait du demy-diametre & de la moitié de la circonference: Et par consequent aussi au quarré fait de la ligne moyenne proportionnelle entre les costez dudit rectangle.

### *Semblable usage des nombres.*

A C soit de 14 pieds; toute la circonference A B C D sera donc de 44, sa moitié 22, entre laquelle & E C, le nombre moyen proportionnel sera $\sqrt{}$ 154: Partant luy faisant egale la ligne G H, son quarré G H I K sera egal au cercle donné.



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

*Autrement & plus aiſement.*

L'aire du cercle ABCD ſoit trouvée de 154, le coſté de ce quarré ſera 1241 ② : Eſtant donc deſcrit le quarré GHIK, ſon coſté GH de ceſte longueur, on aura le requis.

*Examen.* L'aire tant du cercle, que du quarré, contient 154, ce qu'il falloit.

*Concluſion.* Partant nous avons deſcrit un quarré egal à un cercle donné. Comme on avoit demandé.

CONSEQVENCE.

Par la converſe de ceſte propoſition, on pourra deſcrire un cercle egal à un quarré donné : car toute aire de quarré eſtant touſiours diviſée par 22, donnera le demy-diametre du cercle qui luy ſera egal.

PROPOSITION XII.

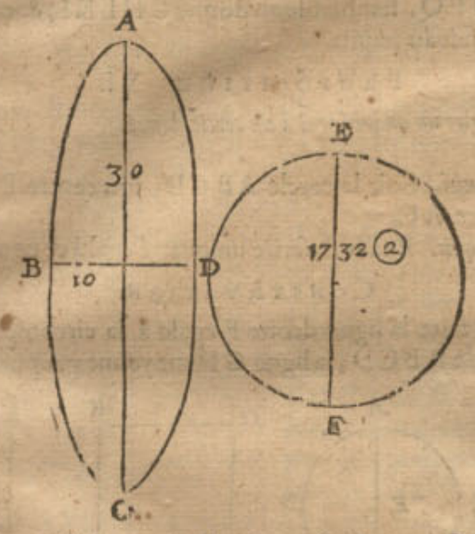
*TRouver un cercle egal à une ellipſe donnée.*

*Le donné.* Soit l'ellipſe ABCD, de laquelle AC eſt le grand diametre, & DB le petit.

*Le requis.* Il faut deſcrire un cercle egal à l'ellipſe donnée.

CONSTRVCTION.

La moyenne proportionnelle EF, entre AC & DB, ſera le diametre du cercle egal à ellipſe donnée : Ce qui




eſt demonſtré par *Archimede* en ſa 6 propoſition des Conoïdes & Spheroïdes.

*Semblable uſage des nombres.*

Le grand diametre AC ſoit de 30 pieds, & le moindre DB de 10 : le moyen proportionnel entr'eux ſera √300, ou, ce qui eſt la meſme choſe, 1732 ② ; D'autant donc doit eſtre le diametre EF du cercle egal à l'ellipſe donnée.

*Examen.* Car l'aire de l'un & l'autre exprimée par nombres, ſe trouvera eſtre de 23572 ②, par les 12 & 15 propoſitions du deuxieſme livre.

*Concluſion.* Partant nous avons trouvé un cercle egal à une ellipſe donnée. Ce qu'il falloit faire.

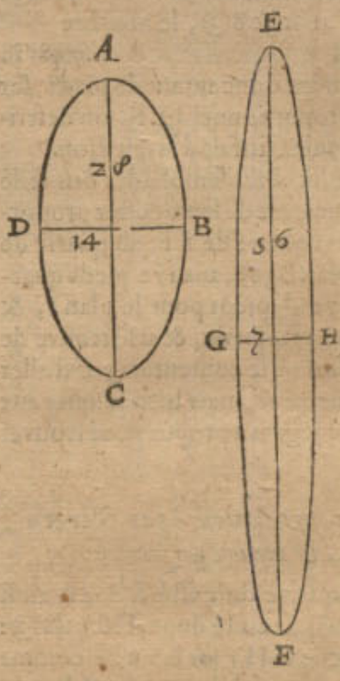
PROPOSITION XIII.

*DEſcrire ſur un grand ou petit diametre donné une ellipſe egale à une ellipſe donnée.*

*Le donné.* Soit l'ellipſe ABCD, de laquelle le grand diametre eſt AC, & le petit DB : Soit auſſi la ligne EF, pour deſcrire ſur icelle, comme grand ou petit diametre, une ellipſe egale à la donnée.

*Le requis.* Il faut ſur EF deſcrire une ellipſe egale à la donnée ABCD.

CONSTRVCTION.




Trouvez la quatrieſme proportionnelle GH, aux trois EF, AC, DB, par la deuxieſme propoſition du quatrieſme livre : Puis deſcrivez l'ovale ſur les deux diametres EF le grand, & GH le petit, on aura ce qu'on demande : comme il appert par la 15 propoſition du deuxieſme livre.

*Semblable uſage quant aux nombres.*

EF ſoit de 56 pieds, AC de 28, DB de 14 : on dira donc, comme 56 à 28, ainſi 14 à 7 : donnant donc une telle longueur à la ligne GH, pour eſtre le petit diametre, & EF le grand, on fera l'ellipſe requiſe EHFG.

*Examen.* L'une & l'autre ellipſe contient 308, par la 15 propoſition du deuxieſme livre.

*Concluſion.* Parquoy nous avons deſcrit ſur un grand, ou petit diametre donné une ellipſe egale à une ellipſe donnée.

CONSEQUENCE.

Si au lieu de l'ellipſe ABCD, on euſt donné un cercle, il euſt fallu ſuivre l'operation de la propoſition precedente, & alors les deux diametres AC & DB euſſent eſté egaux. Partant on eut dit, comme EF à AC, ainſi DB à un quatrieſme terme : Ou bien (ce qui eſt la meſme choſe) la troiſieſme proportionnelle à EF, & au diametre du cercle donné.

PROPOSITION XIV.

*EStans données deux ellipſes diſſemblables, en deſcrire une troiſieſme egale à l'une, & ſemblable à l'autre.*

*Le donné.* Soyent les deux ellipſes diſſemblables ABCD & EFGH, deſquelles les grands diametres ſoyent AC, EG, & les petits DB, HF.

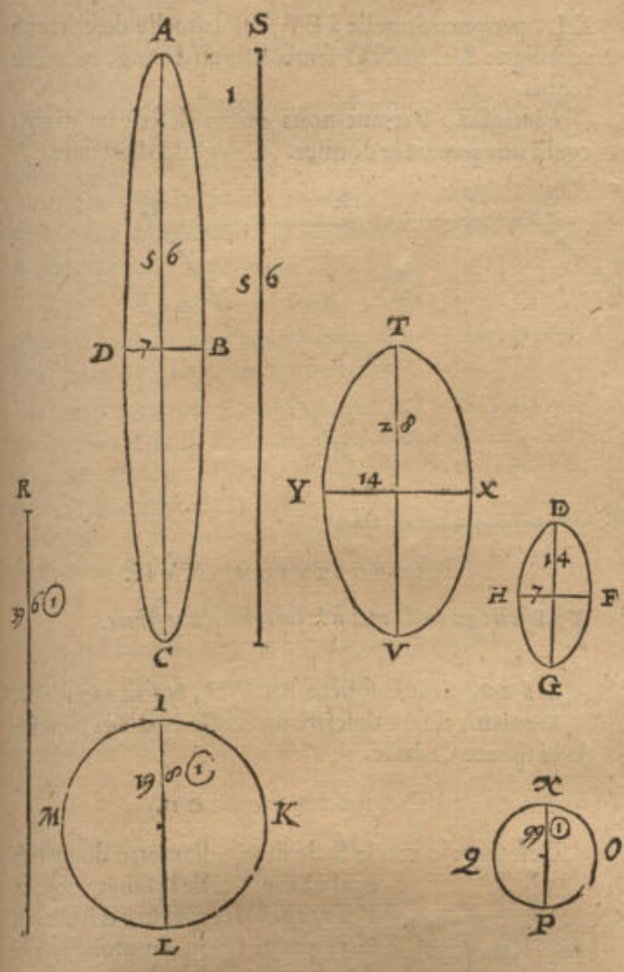
*Le requis.* Il faut deſcrire une ellipſe egale à ABCD, & ſemblable à EFGH.

CONSTRVCTION.

Soit transformée l'ellipſe ABCD en cercle, qui luy ſoit egal, par la 12 propoſition, comme le preſent IKLM, le diametre duquel eſt IL : Soit pareillement transformée l'ellipſe EFGH au cercle NOPQ, lequel luy ſoit egal, le diametre duquel eſt NP. Puis on dira, comme NP à IL, ainſi IL à R : Apres comme NP à R, ainſi EG à S. En fin ſoit trouvee TV moyenne proportionnelle entre S & EG, laquelle eſtant le terme proportionnel à EG, on deſcrira l'ellipſe TXVY, ſemblable à la donnée EFGH, ainſi on aura ce qui avoit eſté demandé. La demon-

ſtration

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©




stration en eſt manifeſte par la neufieſme propoſition du ſixieſme livre.

### *Semblable uſage des nombres.*

AC ſoit 56 pieds, & DB 7, le nombre moyen proportionnel entre eux ſera pour le diametre IL 198 ①.

En ſecond lieu, ſoit EG 14, HF 7, le nombre proportionnel entr'eux definira la ligne NP 99 ①.

Apres, dites comme 99 ① le ſecond en ceſt ordre, à 198 ① le premier, ainſi 198 ①, à quoy? vient la longueur de la ligne R 396 ①.

D'avantage, comme 99 ① ſecond en ceſt ordre, à 396 ① le troiſieſme, ainſi EG 14, à quoy? vient pour S 56.

En fin le nombre moyen proportionnel entre 56 le quatrieſme en ceſt ordre, & EG 14, eſt 28.

Eſtant donc menée la ligne TV de telle longueur, laquelle eſt proportionnelle à EG, & deſcrivant ſur icelle l'ellipſe TXVY, on aura ce qu'on demandoit.

*Examen.* L'aire, ou contenu de l'une & l'autre ellipſe ſe trouve eſtre de 308 pieds, par la 15 propoſition du deuxieſme livre.

### *Autre uſage plus aiſé, inventé & calculé par* Son Excellence.

Par la 15 propoſition du deuxieſme livre, l'ellipſe ABCD contient 308, & EFGH 77 : Je dis donc, comme EFGH 77, à 196 quarré du coſté EG, ainſi ABCD 308, au quarré 784, le coſté duquel eſt 28, qui ſera la longueur de la ligne TV proportionnelle à EG, ſur laquelle deſcrivant l'ellipſe TXVY ſemblable à la donnée EFGH, on aura diſſout la queſtion.

*Concluſion.* Partant eſtans données deux ellipſes diſſemblables, nous en avons deſcrit une troiſieſme egale à l'une, & ſemblable à l'autre. Ce qui avoit eſté demandé.

### Consequence.

Si on euſt donné un cercle au lieu de l'une des ellipſes, il euſt fallu ſe ſervir de la precedente operation : Car les diametres des cercles donnez, ont telle raiſon entre eux, que les diametres des ellipſes.

## Proposition XV.

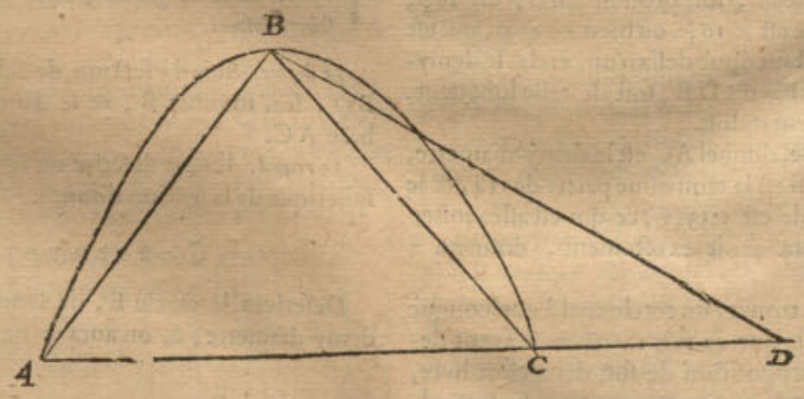
*Trouver un triangle egal à une parabole donnée.*

*Le donné.* Soit la parabole ABC le ſommet d'icelle B, & ſa baſe AC.

*Le requis.* Il faut deſcrire un triangle egal à la parabole ABC.

### Construction.

Soit continuée ſa baſe AC, en ſorte que AD ſoit à AC en raiſon de 4 à 3 : Puis eſtans menées les lignes droites BA, BD, on aura le triangle ABD, egal à la parabole propoſée ABC.




### Demonstration.

Car eſtant menée la ligne BC, la parabole ABC ſera au triangle de meſme hauteur ABC, comme 4 à 3, par la 24 propoſition *d'Archimede* touchant la quadrature de la parabole : Mais le triangle ABD eſt en telle raiſon au triangle ABC, aſſavoir de 4 à 3 : Partant le triangle ABD eſt egal à la parabole ABC.

### *Autre exemple inventé, & calculé par* Son Excellence.

*Le donné.* L'aire, ou contenu de la precedente parabole ABC, ſera trouvé de 180 par la 16 propoſition du deuxieſme livre : D'avantage ſoit donné le rectiligne EFGHI 20, duquel le coſté EF ſoit 4.

*Le requis.* Il faut deſcrire un rectiligne ſemblable au donné EFGHI, & egal à la parabole ABC.

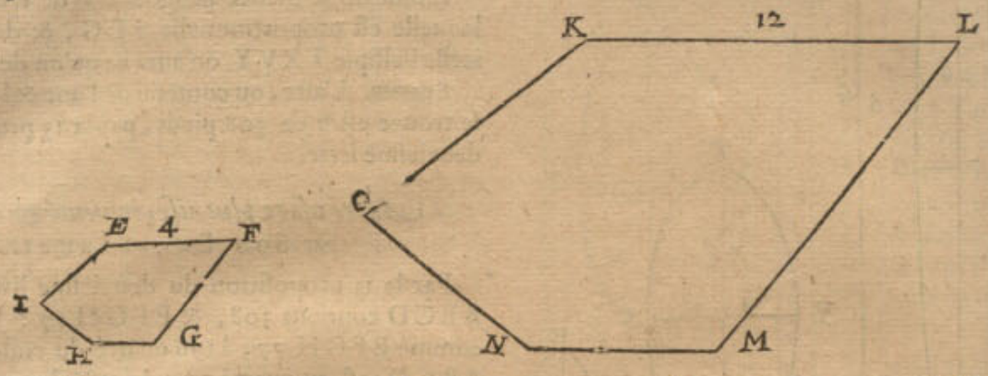


Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

CONSTRVCTION.

Comme le plan rectiligne EFGHI, 20 au quarré de FE 16, ainsi la parabole ABC 180, au quarré 144, le costé duquel vaut 12, pour la longueur de la ligne KL, proportionnelle à EF, sur laquelle descrivant le rectiligne KLMNO semblable au donné, on aura le requis.

*Conclusion.* Partant nous avons descrit un triangle egal à une parabole donnée. Ce qu'il falloit faire.



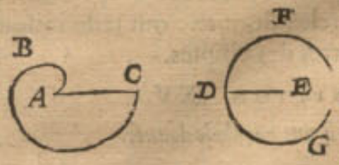

## PROPOSITION XVI.

*TRouver un cercle egal à une spirale donnée, d'une revolution ou de plusieurs.*

*Le donné.* Soit ABC l'aire de la premiere conversion d'une spirale, de laquelle AC soit la premiere ligne, comme on appelle.

*Le requis.* Il faut descrire un cercle egal à ceste spirale.

CONSTRVCTION.




Soit trouvée la moyenne proportionnelle DE entre AC & sa tierce partie, de laquelle comme demy-diametre on descrira le cercle DFG, egal à la spirale.

DEMONSTRATION.

La premiere revolution de spirale de la premiere ligne AC contient la tierce partie de l'aire du cercle descrit par AC, comme demy-diametre, comme il appert par la 25 proposition *d'Archimede* de la spirale: Mais le cercle DFG est egal à ladite tierce partie, partant le cercle DFG sera aussi egal à l'aire de la spirale ABC.

*Semblable usage des nombres.*

Soit AC de 7 pieds, son produit par $2\frac{1}{3}$ est $16\frac{1}{3}$, le costé de ce quarré est $\sqrt{16\frac{1}{3}}$, ou bien 404 ②, qui est la mesme chose: Estant donc descrit un cercle, le demy-diametre duquel, assavoir DE, soit de telle longueur, on aura ce qu'on demandoit.

*Examen.* Le cercle, duquel AC est le demy-diametre, contient 5131 ②, qui est la troisiesme partie de 154, & le contenu de la spirale est 5133 ②, ce qui est assés juste: Mais qui le voudra avoir exactement, donnera à DE $\sqrt{16\frac{1}{3}}$.

On pourra donc trouver un cercle egal à quelconque revolution de spirale que ce soit: *Archimede* ayant demonstré en la 17 proposition de son deuxiesme livre, que l'aire de la seconde conversion contient six fois celle de la premiere, la troisiesme douze fois la premiere, la quatriesme dixhuict fois, & ainsi à l'infini en augmentant à chaque revolution six fois le contenu de la premiere. D'où appert la raison qu'il y a de quelque spirale que ce soit à son cercle: Ce que nous proposons seulement en general.

*Conclusion.* Partant nous avons trouvé un cercle egal à une revolution, ou plusieurs données de spirale. Ce qu'il falloit faire.

## PROPOSITION XVII.

*DEscrire un cercle egal à la superfice d'une sphere.*

*Le donné.* Soit la sphere ABCD, & son axe AC.

*Le requis.* Il faut descrire un cercle egal à la superfice de la sphere donnée.

CONSTRVCTION.

Descrivez le cercle E, le demy-diametre duquel soit egal à l'axe AC de la sphere donnée.

Il sera egal à la superfice d'icelle, par la 31 proposition du premier livre *d'Archimede* de la sphere & du cylindre.

*Semblable usage des nombres.*

Soit l'axe AC de 14 pieds, descrivant donc le cercle E de tel intervalle, on aura le requis.

*Examen.* Car tant la superfice de la sphere ABCD, que du cercle E contient 616 pieds, par la 18 & 12 proposition du deuxiesme livre.

*Conclusion.* Partant nous avons descrit un cercle egal à la superfice d'une sphere. Ce qui estoit demandé.

## PROPOSITION XVIII.

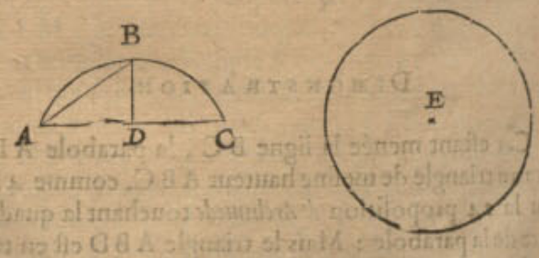
*TRouver un cercle egal à la superfice spherique d'une section de sphere donnée.*

*Le donné.* Soit la section de sphere ABC, son axe BD, son sommet B, & le diametre du cercle de sa base AC.

*Le requis.* Il faut descrire un cercle egal à la superfice spherique de la section donnee.

CONSTRVCTION.

Descrivez le cercle E, de l'intervalle AB, comme demy-diametre, & on aura ce qu'on demande, par la




40 & 41 proposition *d'Archimede* de la sphere & du cylindre.

Sem-

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

*Semblable uſage quant aux nombres.*

Soit A B de 7 pieds, de l'intervalle duquel ſoit deſcrit le cercle E.

*Examen.* Car tant la ſuperfice ſpherique de la ſection A B C, que du cercle E contient 154, par la 12 & 19 propoſition du deuxieſme livre.

*Concluſion.* Partant nous avons deſcrit un cercle egal à la ſuperfice ſpherique d'une ſection de ſphere donnée, comme on l'avoit demandé.

PROPOSITION XIX.

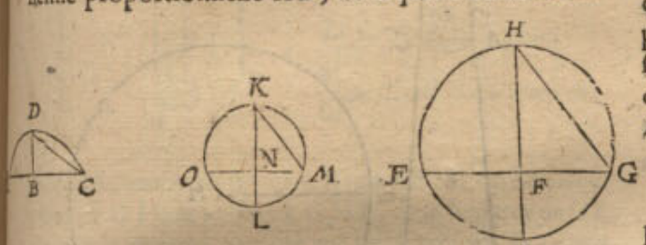
*Eſtans données deux ſections ſpheriques diſſemblables, en trouver une autre egale à l'une, & ſemblable à l'autre.*

*Le donné.* Soit la ſection ſpherique A B C D, ſon ſommet D, ſon axe D B, & le diametre de ſa baſe A C: Soit auſſi l'autre ſection E F G H, ſon ſommet H, ſon axe H F, & E G le diametre de ſa baſe.

*Le requis.* Il faut deſcrire une ſection ſpherique egale à la donnée A B C D, & ſemblable à l'autre E F G H.

CONSTRVCTION.

Soit H I l'axe de tout le ſpherique, duquel H F n'eſt que partie, puis ſoyent menées les lignes C D & H G: apres trouvez aux trois lignes G H, D C, & H I, la troiſieſme proportionnelle K L, de laquelle comme diametre, ſoit deſcrit un cercle, dans lequel on inſcrira la ligne K M egale à D C; & eſtant menée du poinct M, la ligne M N, perpendiculaire au diametre K L, laquelle ſoit produite & terminée en O, je dis que la ſection ſpherique O N M K eſt egale à A B C D, & ſemblable à E F G H. Ce qui eſt evident par la 6 propoſition du deuxieſme livre *d'Archimede* de la ſphere & du cylindre.




*Semblable uſage des nombres.*

G H ſoit de 20 pieds, D C de 10, H I 25, auſquels trois ſoit trouvé le nombre troiſieſme proportionnel $12\frac{1}{2}$: Partant eſtant deſcrite la ſection ſpherique O N M K, ſemblable à la donnée E F G H, ſur la ligne K L de $12\frac{1}{2}$, comme terme proportionnel à H I, on aura ce qu'on deſire.

*Examen.* D'autant que K L eſt proportionnelle à H I, & K M à H G, on dira comme H I 25 à G H 20, ainſi K L $12\frac{1}{2}$ à K M 10: & parce que K M vaut 10, la ſection ſpherique O N M K ſera $314\frac{2}{7}$: & autant vaut la ſection A B C D, par la 19 propoſition du deuxieſme livre.

*Autre uſage quant aux nombres adjouſté par* SON EXCELLENCE.

D'autant que G H eſt poſé de 20 parties, & D C de 10, la ſection ſpherique E H G ſera $1257\frac{1}{7}$, & A D C $314\frac{2}{7}$, par la 12 propoſition du deuxieſme livre. C'eſt pourquoy on dira, E H G $1257\frac{1}{7}$ donne le quarré de la droite A C 400, A D C $314\frac{2}{7}$ donnera donc le quarré 100, duquel le coſté eſt 10, pour K M, comme terme proportionnel à H G; & eſtant deſcrite la ſection O K M, ſemblable à la donnée E H G, on aura le requis.

*Concluſion.* Partant eſtans données deux diſſemblables ſections ſpheriques, nous en avons trouvé une troiſieſme egale à l'une, & ſemblable à l'autre.

PROPOSITION XX.

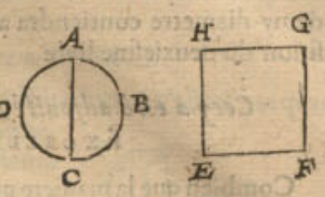
*Trouver un cylindre, duquel la ſuperfice convexe ſoit egale à une ſpherique donnée.*

*Le donné.* Soit A C le diametre de la ſphere A B C D.

*Le requis.* Il faut trouver un cylindre, duquel la ſuperfice convexe ſoit egale à la ſpherique donnée.

CONSTRVCTION.

Deſcrivez le cylindre E F G H, duquel la hauteur & le diametre de ſa baſe ſoit egale à l'axe de la ſphere A C, la ſuperfice convexe E F G H ſera egale à celle de la ſphere A B C D.




*Preparation.* Soit deſcrit le cercle I ayant ſon demy-diametre egal à l'axe A C, ou à H E, qui eſt la meſme choſe.

DEMONSTRATION.

La ſuperfice ſpherique A B C D eſt egale au cercle I, comme auſſi la ſuperfice convexe du cylindre E F G H, par la 13 propoſition du premier livre *d'Archimede* de la ſphere & du cylindre: Partant ladite ſuperfice convexe du cylindre E F G H ſera auſſi egale à la ſpherique A B C D.

*Semblable uſage quant aux nombres.*

L'axe A C ſoit de 14 pieds, & la hauteur du cylindre, comme auſſi le diametre de ſa baſe. Je dis donc que la ſuperfice convexe du cylindre eſt egale à la ſpherique.

*Examen.* Si on reduit en plan la ſuperfice convexe du cylindre, ce ſera un rectangle de 14 pieds de large, comme E F, & de 44 de long: Mais ledit rectangle contient 616 pieds, autant pareillement contiendra la ſuperfice ſpherique A B C D, par la 18 propoſition du deuxieſme livre.

*Concluſion.* Partant nous avons trouvé un cylindre, duquel la ſuperfice cõvexe eſt egale à celle d'une ſphere donnée. Ce qu'il falloit faire.

PROPOSITION XXI.

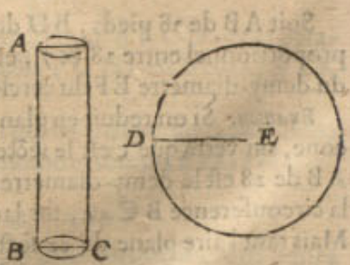
*Deſcrire un cercle egal à la ſuperfice convexe d'un cylindre donné.*

*Le donné.* Soit le cylindre A B C, ſa hauteur A B, & B C le diametre de ſa baſe.

*Le requis.* Il faut trouver un cercle egal à la ſuperfice convexe du cylindre propoſé.

CONSTRVCTION.

Le cercle deſcrit par D E, comme demy-diametre, (moyenne proportionnelle entre A B & B C) donnera le requis: comme il appert par la 13 propoſition du premier livre *d'Archimede* de la ſphere & du cylindre.




*Semblable uſage quant aux nombres.*

Soit A B de 28 pieds, B C de 7; le nombre moyen proportionnel entre 28 & 7, eſt 14: faiſant donc de



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

14 pieds le demy-diametre du cercle D E, on aura ce qu'on cerche.

*Examen.* La ſuperfice convexe du cylindre eſtant reduite en plan fera un parallelogramme, duquel la hauteur ſera egale à A B, & la baſe egale à la circonference du cercle B C, c'eſt à dire de 22 pieds: Or l'aire de ce rectangle contient 616, conſequemment auſſi la ſuperfice convexe du cylindre: Mais le cercle ayant 14 pieds de demy-diametre contiendra auſſi 616, par la 12 propoſition du deuxieſme livre.

*Cecy a eſté adjouſté de plus par* SON EXCELLENCE.

Combien que la maniere precedente ſoit plus courte que celle-cy, toutesfois ceſte-cy eſt plus generale, & peut eſtre accommodée à quelque ſuperfice que ce ſoit: combien qu'on pourroit donner icy pluſieurs exemples de ſon theoreme general, il n'eſt pas neceſſaire neantmoins de ſe travailler l'eſprit par divers enſeignemens qu'on en pourroit bailler, mais a voulu ſeulement que ce qui ſuit, fut icy mis. Imaginez-vous quelque cercle que ce ſoit, comme par exemple un, duquel 7 ſoit le demy-diametre, & trouvez la raiſon qu'il y a de ſon contenu, aſſavoir 154, au quarré de ſon demy-diametre, qui eſt 49: Apres dites (de quelque forme que puiſſe eſtre A B C 616) comme 154, au quarré 49, ainſi 616, au quarré 196, duquel le coſté 14 denote la longueur du demy-diametre D E.

*Concluſion.* Partant nous avons trouvé un cercle egal à la ſuperfice convexe d'un cylindre donné. Ce qu'on avoit demandé.

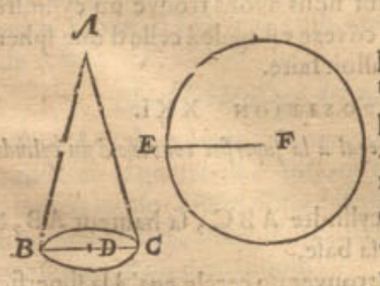
## PROPOSITION XXII.

*DEſcrire un cercle egal à la ſuperfice convexe d'un cone donné.*

*Le donné.* Soit le cone A B C, duquel A B ſoit le coſté, le centre de ſa baſe D, & B C le demy-diametre d'icelle.

*Le requis.* Il faut deſcrire un cercle egal à la ſuperfice convexe du cone donné.

CONSTRVCTION.




Le cercle deſcrit par le demy-diametre E F, moyen proportionnel entre A B & B D, ſera le requis, comme *Archimede* demonſtre en la quatorſieſme propoſition de ſon premier livre de la ſphere, & du cylindre.

*Semblable uſage des nombres.*

Soit A B de 28 pieds, B D de 7, le nombre moyen proportionnel entre 28 & 7, eſt 14, pour la longueur du demy-diametre E F du cercle requis.

*Examen.* Si on reduit en plan la ſuperfice convexe du cone, on verra que c'eſt le ſecteur d'un cercle, duquel A B de 28 eſt le demy-diametre, & l'arc d'iceluy egal à la circonference B C 44, ſur laquelle le cone eſt aſſis: Mais tant l'aire plane de ce ſecteur, que la convexe du cone contient 616, autant auſſi contiendra le cercle, duquel E F 14 eſt le demy-diametre.

*Concluſion.* Partant nous avons deſcrit un cercle egal à la ſuperfice convexe d'un cone donné: Ce qui avoit eſté demandé.

## PROPOSITION XXIII.

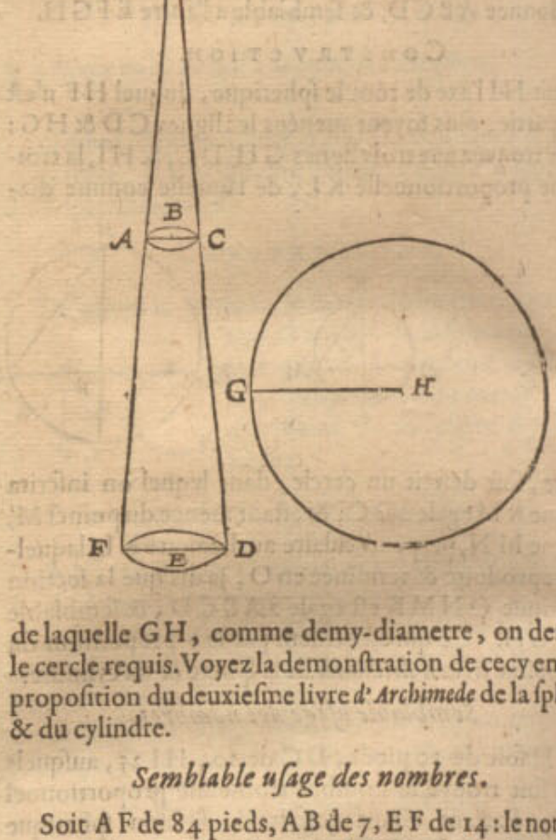
*TRouver un cercle egal à la ſuperfice convexe d'un cone tronqué.*

*Le donné.* Soit A B C D E F le cone tronqué, duquel C D ſoit le coſté, F E le demy-diametre de ſa baſe inferieure, & A C le demy-diametre de la ſuperieure.

*Le requis.* Il faut trouver un cercle egal à la ſuperfice convexe du cone tronqué donné.

CONSTRVCTION.

Trouvez la ligne G H moyenne proportionnelle entre A F, & une ligne droite egale aux deux A B, F E,




de laquelle G H, comme demy-diametre, on deſcrira le cercle requis. Voyez la demonſtration de cecy en la 16 propoſition du deuxieſme livre d'*Archimede* de la ſphere, & du cylindre.

*Semblable uſage des nombres.*

Soit A F de 84 pieds, A B de 7, E F de 14: le nombre moyen proportionnel entre A F 84 & 21, lequel eſt compoſé de A B 7 & F E 14, ce ſera 42: Deſcrivant donc un cercle, duquel le demy-diametre G H ſoit de 42 pieds, on aura ce qu'on cerche.

*Preparation pour l'examen.* Les coſtez A F & C D diametralement oppoſez, eſtans continuez ſe rencontreront en I, eſtant F I D le cone entier.

*Examen.* Si on reduit en plan toute la ſuperfice convexe du cone entier, ce ſera le ſecteur d'un cercle, duquel I F 168 eſt le demy-diametre, par la 6 propoſition du 2 livre, & l'arc de ce ſecteur ſera la circonference F D, qui eſt de 88: Mais il en faut retrancher le moindre ſecteur, duquel I A 84, eſt le demy-diametre, & ſon arc la circonference A C, qui eſt de 44. Or le premier ſecteur, le plus grand contient 7392, duquel retranchant le contenu 1848 du moindre ſecteur, reſtera 5544 pour le contenu de la ſuperfice convexe du cone tronqué: Mais le cercle du demy-diametre G H 44 contient autant, ils ſeront donc egaux.

*Concluſion.* Partant nous avons trouvé un cercle egal à la ſuperfice convexe d'un cone tronqué donné: Ce qu'on demandoit.

TROIS-

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

# TROISIESME PARTIE DV SIXIESME LIVRE,

## De la Transformation des Solides.

### PROPOSITION XXIV.

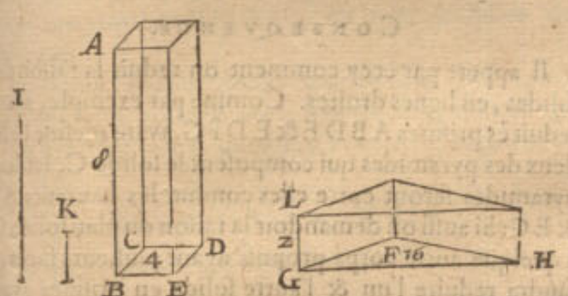
*DEscrire un prisme sur une base donnée, egal à un autre prisme donné.*

*Le donné.* Soit le prisme ABCDE, duquel AB est la hauteur, & sa base quelque rectiligne que ce soit BCDE: Soit aussi proposée l'autre base FGH.

*Le requis.* Il faut descrire sur la base FGH, un prisme egal au donné ABCDE.

CONSTRVCTION.

Soit trouvée la raison des bases FGH & BCDE, en lignes droites, par la 8 proposition du 6 livre, soyent donc comme I à K: soit aussi la quatriesme proportion-




nelle GL, aux trois lignes I, K, & AB: Si on descrit sur la base FGH, le prisme LGHF, de la hauteur de GL, on aura le requis; comme on peut voir par la 34 proposition de l'onziesme livre *d'Euclide*: car les bases & hauteurs sont reciproques.

*Semblable usage des nombres.*

Soit la base FGH de 16 pieds, & BCDE de 4, la hauteur AB 8: ce qu'estant ainsi, je dis, comme 16 à 4, ainsi 8 à 2. Descrivant donc sur la base FGH le prisme, ayant pour la hauteur GL 2, on aura ce qu'on cerchoit.

*Examen.* Car par la 21 proposition du deuxiesme livre, la solidité de l'un & de l'autre est de 32.

*Conclusion.* Partant nous avons descrit un prisme sur une base donnée, egal à un autre prisme donné. Ce qu'il falloit faire.

CONSEQUENCE I.

Si on vouloit avoir un prisme d'une hauteur donnée, qui fut egal à un autre prisme donné, il faudra trouver la base du prisme requis en telle raison à la base du donné, qu'est la hauteur du prisme donné à la hauteur donnée du prisme qu'on cerche.

CONSEQVENCE II.

Il n'y a point de difference entre l'operation des pyramides, & celle-cy.

*Cecy a esté adjousté par* SON EXCELLENCE.

Si on donne que la solidité de ABCDE de quelque forme qu'elle puisse estre, & l'aire de la base FGH, soyent cognuës par nombres, divisez le nombre de la solidité ABCDE, par le nombre du contenu de la base cognuë, & on aura au quotient la hauteur du prisme qu'on cerche, egal au donné. Et au contraire, divisant la solidité par la hauteur donnée, le quotient donnera la base du prisme egal au donné.

### PROPOSITION XXV.

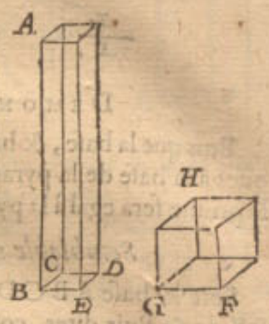
*TRouver un cube egal à un prisme donné.*

*Le donné.* Soit le prisme ABCDE, duquel AB est la hauteur, & sa base BCDE, que nous posons estre quarrée.

*Le requis.* Il faut descrire un cube egal au prisme donné.

CONSTRVCTION.

Si la base BCDE du prisme donné n'estoit pas quarrée, il la faudra transformer en quarré, par la neufiesme proposition: Puis trouvez deux moyennes proportionnelles entre le costé du quarré, comme BE, (laquelle est tousiours la premiere) & la hauteur AB: la premiere des deux moyennes soit FG, de laquelle descrivãt le cube FGH il sera egal au prisme donné.




DEMONSTRATION.

Puis que les quatre lignes droites sont continuellement proportionnelles, ce sera comme le quarré de la premiere au quarré de la seconde, comme la premiere ligne à la troisiesme, c'est à dire, la seconde à la quatriesme. Partant le parallepipede fait du quarré de la premiere & de la derniere ligne, sera egal au cube de la seconde, par la 34 proposition de l'onziesme livre *d'Euclide.*

*Semblable usage des nombres.*

BE soit de 3 pieds, AB de 24, les deux moyennes continuellement proportionnelles entre elles sont 6 & 12: Si donc on descrit le cube FGH de FG 6, il sera egal au prisme donné.

*Examen.* La solidité de l'un & de l'autre est trouvée de 216, par la 23 proposition du deuxiesme livre.

*Conclusion.* Partant nous avons descrit un cube egal à un prisme donné. Ce qu'il falloit faire.

SON EXCELLENCE *y a voulu adjoustер cecy.*

La solidité de ABCDE de quelque forme qu'elle puisse estre, estant cognuë par nombres; sa racine cubique donnera le costé, duquel descrivant un cube, il sera egal au solide proposé.

### PROPOSITION XXVI.

*DEscrire un prisme sur une base rectiligne donnée, egal à une pyramide aussi donnée.*

*Le donné.* Soit la base rectiligne ABCD, & la pyramide EFGHI, de laquelle FGHI est la base, & EK la hauteur.

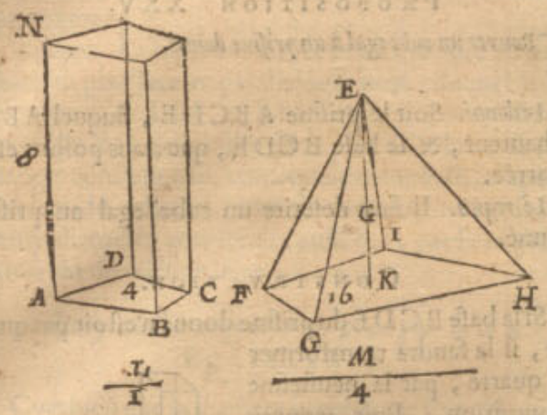
*Le requis.* Il faut descrire un prisme sur la base donnée ABCD, egal à la pyramide donnée EFGHI.

CONSTRVCTION.

Soyent trouvées, par la 8 proposition, les deux lignes droites L & M, en telle raison que les bases ABCD & FGHI: Puis dites, comme L à M, ainsi le tiers de la hauteur EK à AN hauteur du prisme requis. Alors descrivant le prisme NC sur la base ABCD, de la hauteur de AN, il sera egal à la pyramide donnée.



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©




DEMONSTRATION.

Puis que la baſe, & hauteur du priſme ſont reciproques à la baſe de la pyramide & au tiers de ſa hauteur, le priſme ſera egal à la pyramide.

*Semblable uſage des nombres.*

Soit la baſe A B C D de 4 pieds, & F G H I de 16, E K de 6: Puis dites, comme 4 à 16, ainſi 2, qui eſt le tiers de la hauteur E K, à quoy? viendra 8 pour la hauteur A N. Deſcrivant donc le priſme N C ſur la baſe A B C D, de telle hauteur, on aura ce qu'on deſire.

*Examen.* Car par la 21 propoſition du deuxieſme livre, tant la ſolidité de la pyramide, que celle du priſme contient 32.

*Concluſion.* Partant nous avons deſcrit un priſme ſur une baſe rectiligne donnée, egal à une pyramide auſſi donnée. Ce qu'il falloit faire.

PROPOSITION XXVII.

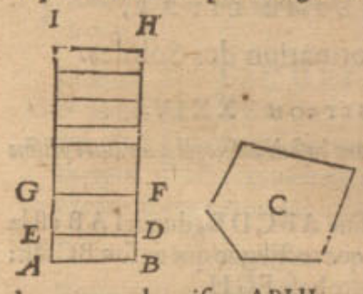
*DEſcrire ſur une baſe rectiligne donnée un priſme egal à un plan ſolide donné.*

*Le donné.* Soit la baſe rectiligne A B, & le plan ſolide C.

*Le requis.* Il faut deſcrire ſur la baſe A B un priſme egal au plan ſolide donné C.

CONSTRVCTION.

Diviſez le plan ſolide C (par la 23 propoſition du deuxieſme livre) en autant de pyramides qu'il eſt compoſé, y en ayant autant que de faces, excepté celles par leſquelles eſt compris l'angle ſolide du ſommet commun: Puis par la precedente 26 propoſit. on deſcrira le priſme A B D E, ſur la baſe donnée A B, egal à l'une des pyramides coupées, & en continuant l'operation à chacune des pyramides, on aura le priſme A B H I, compoſé de priſmes egaux à chaque pyramide, ſur une meſme baſe, & egal au ſolide donné C. La demonſtration en eſt aſſez evidente par la conſtruction, où on peut auſſi faire l'operation Arithmetique ſelon celle de la precedente 26 propoſit.




*Concluſion.* Partant nous avons deſcrit ſur une baſe rectiligne donnée un priſme egal à un plan ſolide donné. Ce qu'il a fallu faire.

CONSEQVENCE.

Il appert par cecy comment on reduit la raiſon des ſolides, en lignes droites. Comme par exemple, ayant reduit és priſmes A B D E & E D F G, ayans meſme baſe, deux des pyramides qui compoſent le ſolide C, leſdites pyramides ſeront entre elles comme les hauteurs A E & E G: Si auſſi on demandoit la raiſon du plan ſolide C, à quelque autre corps propoſé ayant pluſieurs faces, il faudra reduire l'un & l'autre ſolide en priſmes ayans baſes egales, & alors les hauteurs des priſmes, ſeront entre elles en telle raiſon que les ſolides plans propoſez.

PROPOSITION XXVIII.

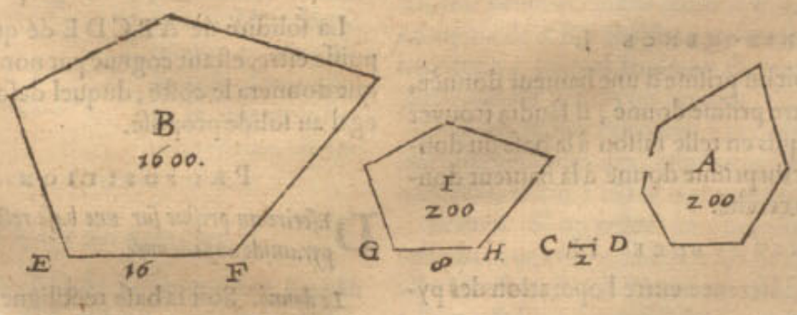
*EStans propoſez deux ſolides plans diſſemblables, en trouver un troiſieſme egal à l'un des deux, & ſemblable à l'autre.*

*Le donné.* Soyent les deux ſolides A & B compris de faces planes.

*Le requis.* Il faut deſcrire un troiſieſme ſolide, egal à A & ſemblable à B.

CONSTRVCTION.

Dites par la 27 propoſition, comme le ſolide qu'on veut imiter B, au ſolide A, ainſi le coſté quelconque de B, comme E F à C D: Puis ſoit G H la premiere des deux moyennes continuellement proportionnelles entre E F & C D, conſtruiſant donc ſur G H (comme terme proportionnel à E F) le ſolide I ſemblable à B, on aura le requis.




DEMONSTRATION.

Puis que G H eſt par conſtruction la premiere des deux moyennes continuellement proportionnelles entre E F & C D, ce ſera comme E F premiere à C D quatrieſme, ainſi le ſolide B fait ſur la premiere E F, au ſolide I, qui luy eſt ſemblable, & deſcrit ſur la ſeconde G H: Mais comme E F à C D, ainſi par conſtruction le ſolide B, au ſolide A: Partant B a meſme raiſon à A, qu'à I: C'eſt pourquoy les ſolides A & I ſeront egaux entre eux.

*Semblable uſage des nombres.*

Le ſolide B ſoit de 1600.
Le ſolide A de 200.
Et lequel des coſtez qu'on voudra du ſolide qu'on veut imiter, comme E F, ſoit de 16.
On dira donc, comme 1600 premier en ceſt ordre, à 200 le ſecond, ainſi 16 le troiſieſme à 2.

En

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

En apres le premier moyen proportionnel entre 16 troisiesme en ceſt ordre, & 2 le quatrieſme, eſt 8.

La ligne G H ſera donc de 8 (eſtant terme proportionnel au coſté E F) ſur laquelle on deſcrira le ſolide I, ſemblable à B, & on aura ce qu'on cerche.

*Examen.* Les ſolides ſemblables ſont entre eux en raiſon triplée de leurs coſtez proportionnaux : Donc comme le cube 4096 du coſté E F 16, à 512 cube du coſté G H 8, ainſi le ſolide B 1600, au ſolide I, qui luy eſt ſemblable & egal à A.

### *Autre uſage fort bref inventé par* Son Excellence.

Comme B 1600, au cube du coſté E F 4096, ainſi A 200, au cube 512, duquel le coſté cubique eſt 8 : Menant donc la ligne G H de ceſte longueur, & deſcrivant ſur icelle le ſolide I, ſemblable à B, comme ſur le coſté proportionnel à E F, on aura ce qu'on demandoit.

*Concluſion.* Partant eſtans donnez deux ſolides plans diſſemblables, nous en avons trouvé un troiſieſme egal à l'un des deux, & ſemblable à l'autre. Ce qu'il avoit fallu faire.

## Proposition XXIX.

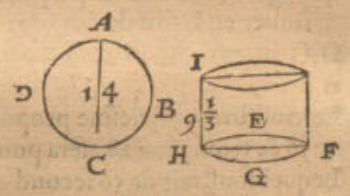
*Trouver un cylindre egal à une ſphere donnée.*

*Le donné.* Soit la ſphere A B C D, l'axe de laquelle eſt A C.

*Le requis.* Il faut trouver un cylindre qui luy ſoit egal.

### Construction.

Soit fait le cercle E F G H, egal au plus grand cercle de la ſphere donnée, pour eſtre la baſe du cylindre, & ſa hauteur, aſſavoir H I eſtant faite egale aux $\frac{2}{3}$ de l'axe A C, il ſera egal à la ſphere donnée A B C D, par la 32 propoſition du premier livre *d'Archimede* de la ſphere & du cylindre.




### *Semblable uſage des nombres.*

Soit A C de 14 pieds, les $\frac{2}{3}$ ſont $9\frac{1}{3}$ : Partant ſi on deſcrit le cylindre, la baſe duquel E F G H ſoit egale au plus grand cercle de la ſphere A B C D, & que ſa hauteur H I ſoit de $9\frac{1}{3}$, on aura le requis.

*Examen.* Par la 24 propoſition du deuxieſme livre, tant la ſphere, que le cylindre, eſtant multipliée la hauteur par ſa baſe, ſont trouvez egaux : l'un & l'autre contenant $1437\frac{1}{3}$ pieds cubiques.

## Proposition XXX.

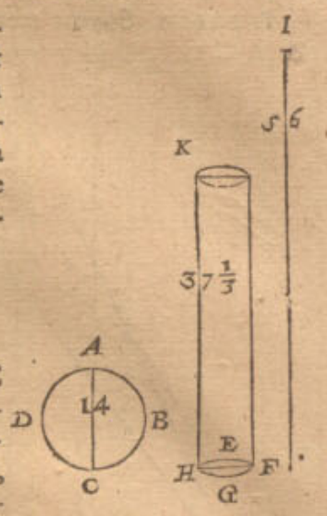
*Deſcrire ſur un cercle donné, un cylindre, egal à une ſphere donnée.*

*Le donné.* Soit la ſphere A B C D, ſon axe A C, & la baſe du cylindre E F G H.

*Le requis.* Il faut conſtruire un cylindre ſur la baſe E F G H, egal à la ſphere donnée.

### Construction.

Soit trouvée la ligne I quatrieſme, continuellement proportionnelle aux deux H F, A C : Puis ſoit deſcrit le cylindre ſur la baſe donnée E F G H de la hauteur des $\frac{2}{3}$ de la ligne I, & on aura ce qu'on avoit demandé : par la converſe de la 1 propoſition du deuxieſme livre *d'Archimede* de la ſphere & du cylindre.




### *Semblable uſage des nombres.*

Soit H F de 7 pieds, A C de 14, le quatrieſme nombre continuellement proportionnel à ces deux eſt 56, les deux tiers duquel valent $37\frac{1}{3}$. Partant deſcrivant le cylindre de telle hauteur ſur la baſe E F G H, on aura le requis.

*Examen.* Par la 24 propoſition du deuxieſme livre la ſolidité de la ſphere ſera trouvée de $1437\frac{1}{3}$, à laquelle eſt auſſi egale celle du cylindre deſcrit ſur la baſe donnée.

*Concluſion.* Partant nous avons deſcrit ſur un cercle donné un cylindre egal à une ſphere donnée.

### Son Excellence *a voulu que cecy y fut adjouſté.*

Le ſolide A B C D $1437\frac{1}{3}$ de quelque forme qu'il ſoit, appliqué ſur la baſe circulaire E F G H $38\frac{1}{2}$, donnera $37\frac{1}{3}$ pour la hauteur du cylindre propoſé egal à la ſphere donnée.

### Conſequence I.

Si on diviſe la ſolidité de la ſphere donnée par l'aire du cercle donné E F G H, le double du quotient F I ſera la hauteur d'un cone ayant pour baſe le cercle donné, egal à la ſphere donnée.

### Conſequence II.

On pourra reciproquement deſcrire une ſphere egale à un cylindre donné : car eſtant donné le cylindre E F G H K on trouvera la ligne droite I ſeſquialtre à la hauteur H K : Alors la premiere des moyennes continuellement proportionnelles entre la premiere H F & la derniere I, aſſavoir A C, ſera l'axe de la ſphere requiſe.

### Conſequence III.

En fin eſtant donnée la hauteur H K, on trouvera le cylindre egal à la ſphere donnée : car eſtant trouvée la moyenne proportionnelle entre l'axe A C, & la ligne droite ſeſquialtre à la hauteur H K, on trouvera puis apres auſſi la quatrieſme proportionnelle à ladite moyenne trouvée, & à A C, aſſavoir H F, pour eſtre diametre de la baſe du cylindre requis.

## Proposition XXXI.

*Trouver un cone egal à un cone conoïde rectangle donné.*

*Le donné.* Soit le cone conoïde rectangle A B C, duquel B C eſt la baſe, & ſon axe A D.

*Le requis.* Il faut trouver un cone qui luy ſoit egal.

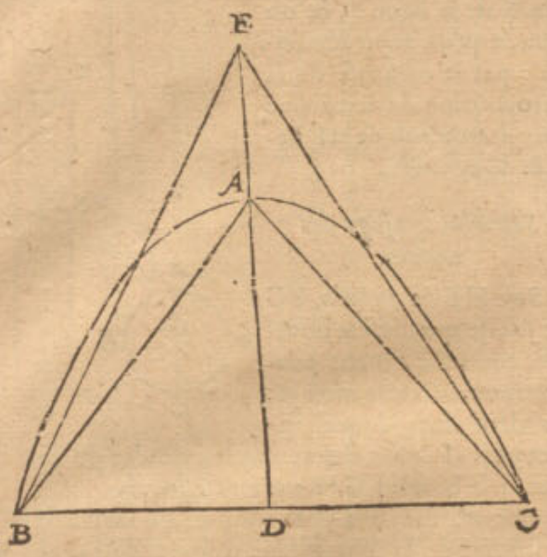
### Construction.

Soit continuée D A de ſa moitié, aſſavoir juſques en E, le cone de la hauteur de D E, & ayant pour baſe lameſme A C ſera le requis.

*Prepa-*

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

*Preparation.* Soyent menées les lignes droites A B & A C.




DEMONSTRATION.

Le conoïde A B C est au cone qui luy est inscrit A B C, comme 3 à 2, par la 23 & 24 proposition *d'Archimede* des conoïdes & spheroïdes : mais le cone E B C est aussi par construction au cone A B C, comme 3 à 2. Donc le cone E B C sera egal au conoïde A B C.

*Semblable usage des nombres.*

Soit l'axe A D de 6 pieds, à laquelle estant adjoustée sa moitié feront 9. On fera donc D E de 9 pieds, & descrivant le cone E B C de ceste hauteur sur la mesme base B C, on aura ce qu'on demandoit.

*Examen.* Soit le diametre B C de 10 pieds, partant la solidité du conoïde A B C sera de $235\frac{5}{7}$, par la 27 proposition du deuxiesme livre, & par la 22, le cone E B C sera trouvé luy estre egal.

SON EXCELLENCE *a voulu que cecy fut icy adjousté ; son usage n'est pas seulement pour ceste 31 proposition, mais aussi pour les suivantes 32, 33, & 34 propositions.*

Diviſez la solidité par la base, puis apres triplez le quotient, & le produit sera la hauteur du cone requis.

*Conclusion.* Partant nous avons trouvé un cone, egal à un cone conoïde rectangle donné. Ce qu'on demandoit.

PROPOSITION XXXII.

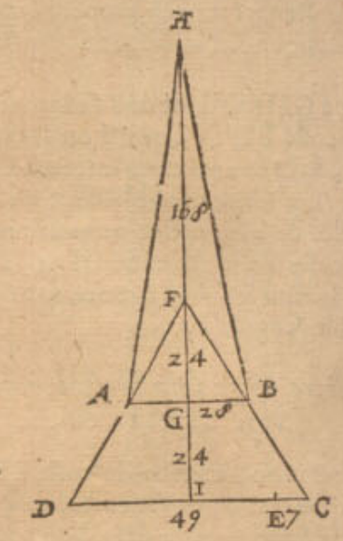
*TRouver un cone egal à un cone tronqué donné*

*Le donné.* Soit le cone tronqué A B C D, le diametre de sa base D C, & A B le diametre de la base du cone emporté.

*Le requis.* Il faut trouver un cone, egal au cone tronqué donné.

CONSTRVCTION.

Soit C E quatrieſme proportionnelle aux deux données D C, A B : Apres soyent produits les deux costez D A, B C, ils se rencontreront en F, puis soit menée la perpendiculaire F G. Maintenant dites, comme C E à E D, ainsi F G à G H. Alors le cone H A B de la hauteur de G H, & ayant pour base A B, sera le requis.




DEMONSTRATION.

Puis que A B & C D sont les termes proportionnaux des deux cones semblables F A B, F D C, ausquels A B & C D, la ligne C E est par construction quatrieſme proportionnelle. Le cone F A B sera au cone F D C, comme la ligne E C à la ligne C D : & en diviſant, comme E C à C D moins E C, ainsi le cone F A B au cone F D C moins le cone F A B, c'est à dire au cone tronqué A B C D : Mais comme C E à E D, ainsi G F à G H, ainsi aussi F A B à H A B. Partant le cone F A B aura mesme raison au cone tronqué A B C D, qu'au cone H A B ; pour ceste cause le cone H A B sera egal au cone tronqué A B C D.

*Vſage des nombres imitant l'operation Geometrique.*

| | |
|---|---|
| Le segment G I de la perpendiculaire F G continuée en I, soit de | 24. |
| D C | 56. |
| A B | 28. |
| Le nombre quatrieſme proportionnel au second 56 & troiſieſme 28, sera pour C E | 7. |
| Lequel souſtrait de 56 second en ceſt ordre, reste | 49. |
| Mais posant A B, D C, G I, comme cy-dessus, on trouvera par la troiſieſme conſequence de la 6 propoſition du deuxieſme livre, que F G est | 24. |
| Dites maintenant, comme 7 quatrieſme en ceſt ordre, à 49 le cinquieſme, ainsi 24 le ſixieſme, à | 168. |

Descrivant donc un cone sur la base, de laquelle A B est le diametre, & sa hauteur de 168, il sera egal au cone tronqué A B C D.

*Examen.* Apres avoir multiplié la base du cone H A B, par le tiers de sa hauteur, on trouvera que sa solidité contient 34496, à laquelle est aussi egale la solidité du cone tronqué A B C D, apres avoir retranché le moindre cone F B A du plus grand F C D.

*Autre usage des nombres plus court que le precedent.*

Soyent G I, D C, & A B de telle grandeur qu'elles sont expoſées cy-dessus, comme aussi G F de 24 pieds : Partant le cone entier F D C vaudra 39424, duquel ostant le moindre cone F A B 4928, restera 34496 pour la solidité du cone tronqué. Si on descrit donc un cone contenant autant, on aura ce qu'on desire.

*Conclusion.* Partant nous avons trouvé un cone egal à un cone tronqué donné : Ce qu'il avoit fallu faire.

PRO-

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

### Proposition XXXIII.

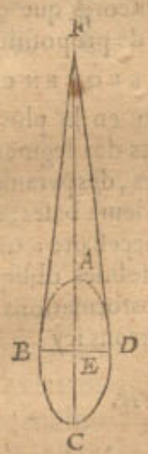
*Trouver un cone egal à un spheroïde donné.*

*Le donné.* Soit le spheroïde ABCD, duquel soit AC le grand diametre, & DB le petit qui luy est perpendiculaire, à la rencontre desquels soit le centre E.

*Le requis.* Il faut descrire un cone egal à ce spheroïde donné.

### Construction.

Soit continuée EA jusques en F, en sorte que EF soit double du grand diametre AC, le cone FBD de la hauteur de FE, & ayant pour base le cercle, dont




BD est diametre, sera egal au spheroïde donné ABCD: comme il est demonstré en la 29 en 30 proposition *d'Archimede* au livre des Conoïdes & Spheroïdes.

### *Vsage Arithmetique imitant la construction Geometrique.*

Soit trouvée AC de 28 pieds, BD de 14, le double de AC est 56, le cone FBD de ceste hauteur, ayant pour sa base le cercle, dont BD 14 est le diametre, sera le requis.

*Examen.* Par la 22 proposition du deuxiesme livre, on trouvera que le contenu solide dudit cone est de $1874\frac{2}{3}$, comme aussi la solidité du conoïde, par la 27 proposition du mesme livre.

*Conclusion.* Partant nous avons descrit un cone egal à un spheroïde donné, comme on l'avoit demandé.

### Consequence.

Il y a mesme raison de la sphere, que du spheroïde au cone; car le cone ayant pour base le plus grand cercle de la sphere, & pour hauteur deux fois son diametre, sera aussi egal à ladite sphere.

### Proposition XXXIV.

*Descrire un cone egal à une section de conoïde.*

*Le donné.* Soit E le centre du conoïde ABCD, duquel AC soit le grand axe, soit aussi la section de conoïde DBA, & son axe AF.

*Le requis.* Il faut descrire un cone egal à la section ADB.

### Construction.

Soit continuée CA infiniment; puis aux trois lignes, la premiere desquelles soit CF, la seconde la composée de CF & CE, & la troisiesme F, soit trouvée la quatriesme proportionnelle, à laquelle nous posons FH egale en la ligne infinie FG. En fin le cone HDB de la hauteur de FH, & ayant pour base le cercle, duquel DB est le diametre, il sera egal à la section pro-

posée, par la 31 proposition *d'Archimede* des conoïdes & spheroïdes: les choses semblables en despendent pareillement.

### *Vsage des nombres imitant l'operation Geometrique.*

| | |
|---|---|
| Soit CF de pieds | 46. |
| CE de | 28. |
| FA de | 10. |

Et dites, comme 46 premier en ceste ordre, à 74 somme du premier & second, ainsi 10 le troisiesme à $16\frac{2}{23}$.

D'autant sera FH hauteur du cone HDB, lequel estant descrit de ladite hauteur, & ayant pour base le cercle, dont DB est le diametre, on aura ce qu'on demandoit.

*Examen.* Soit le diametre DB de la base du cone HDB de 21 pieds, sa solidité sera trouvée de $1858\frac{2}{23}$, par la 22 proposition du deuxiesme livre, à laquelle sera trouvée egale la section donnée ADB, par la 28 proposition dudit deuxiesme livre.

*Conclusion.* Partant nous avons descrit un cone egal à une section conoïde donnée. Ce qu'il falloit faire.

### Notez.

On pourroit icy accumuler divers problemes, lesquels nous reduirons (pour eviter longueur) és consequences suivantes.

Con-

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

CONSEQUENCE I.

Soit continuée F H jusques en I, egale à F E, alors le cone I D B sera egal au secteur de spheroïde D E B A. Car les deux cones H D B & E D B ayans mesme base D B, sont comme leur hauteur : Or la hauteur I F du cone I D B, est egale aux hauteurs des deux autres cones; partant le cone I D B leur est aussi egal.

CONSEQVENCE II.

Tout ainsi que le secteur D E B A est composé de la section D B A & du cone E D B, ainsi le grand secteur D E B C est faict de la section D B C, moins le cone E D B. Partant si on veut descrire un cone egal au secteur D E B C, il faudra premierement faire le cone D K B egal à la section D C B, duquel on ostera D E B, c'est à dire qu'on retranchera de sa hauteur K L egale à E F, alors le cone D L B sera egal au secteur D E B C.

CONSEQVENCE III.

D'autant que les spheroïdes & spheres sont compris sous un certain genre, duquel les proprietez telles que nous les avons exposées, sont generales : c'est pourquoy il faut entendre ce que nous avons dit és consequences cy-dessus des spheroïdes, la mesme chose des spheres. On peut toutesfois transformer plus commodement les secteurs des spheres en cones qui leur soyent egaux; car ayant trouvé par la 18 proposition un cercle egal à la superfice convexe d'une section de sphere donnée, & descrivant sur iceluy, comme sa base, un cone, duquel la hauteur soit l'axe de la section, on a ce qu'on desire.

CONSEQVENCE IV.

Les spheres, spheroïdes, cylindres, cones, cones tronquez, & conoïdes de cones rectangles, sont reduits en cones par ces problemes, & au contraire les cones en l'une de ces figures qu'on voudra. On peut aussi promptement transformer les unes en autres formes. C'est pourquoy il suffit de les avoir designées & monstrées comme au doigt, encores que ces choses meritassent bien un grande suite de propositions.

CONSEQVENCE V.

Nous avons figuré en la plus grande partie de ce sixiesme livre les axes des segments des conoïdes, des spheroïdes, des cones, des pyramides, & des cylindres, perpendiculaires sur leurs bases, encores que ce ne soit pas chose du tout necessaire; car nous entendons icy y comprendre les solides obliques. C'est pourquoy ayant traicté des transformations de tant & de si diverses figures, nous mettrons icy

*La fin de la Practique universelle de Geometrie.*

QVA-

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

# QVATRIESME VOLVME

Traitant de

# L'ART PONDERAIRE,

Ou

# DE LA STATIQVE.

*Argument de ce preſent tome.*

COmbien que par cy-devant j'aye fait un traité de la Statique, & que SON EXCELLENCE aye trouvé bon de ſe ſervir de ſes propoſitions, en la practique de divers ſubjects: voire meſme s'y ſoit tellement addonné, qu'apres avoir conſulté les matieres qui doivent preceder ſelon l'ordre neceſſaire, il n'a pas ſeulement eſté cauſe des corrections de la premiere impreſſion, mais auſſi de quelques inventions, comme il apparoiſtra à l'Appendice ſuivant. Parquoy l'ayant mis entre ſes Memoires Mathematiques, je l'ay redigé en ſix livres, dont le premier eſt de la theorie de la Statique; Le ſecond, de l'invention du centre de gravité: Le troiſieſme, de la Practique: Le quatrieſme, de la theorie de l'Hydroſtatique: Le cinquieſme, de la practique d'icelle: Le ſixieſme, de l'Appendice.

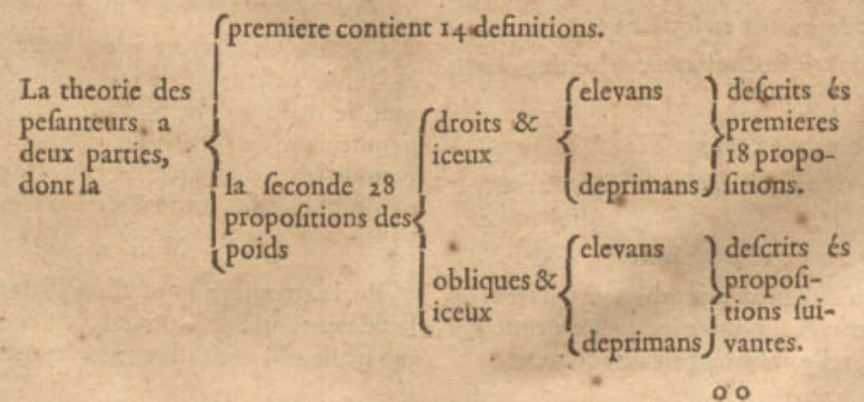
---

## PREMIER LIVRE DE LA STATIQVE,

## Des Elemens de Statique.

### ARGUMENT DU PREMIER LIVRE.

*LEs Elemens de Statique (leſquels traitent des peſanteurs entendues en l'idée eſtre ſans matiere) ſe diviſera en deux parties, dont l'une ſera de 14 definitions, & la ſeconde de 28 propoſitions, de la qualité des poids, qui ſont de deux ſortes, comme droits & obliques. Les droits ont deux eſpeces, aſſavoir elevans & deprimans, deſcrits és 18 premieres propoſitions. Les obliques ſont auſſi de deux eſpeces, comme elevans & deprimans, deſcrits conſecutivement, comme il ſe verra plus clairement en la table ſuivante.*






Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

# PREMIERE PARTIE,

*Contenant*

## Les Definitions.

### Definition I.

*Statique, eſt une ſcience qui declare les raiſons, proportions, & qualitez des poids, & peſanteurs des corps.*

### Declaration.

Tout ainſi que la Geometrie conſidere les grandeurs des figures, & non pas leurs peſanteurs, les jugeant ſeulement egales, ou inegales, deſquelles les grandeurs ſont egales, ou inegales : De meſme la ſtatique conſidere leurs peſanteurs, & non pas leurs grandeurs ; & les dit egales ou inegales, lors que leurs peſanteurs ſont egales ou inegales. D'avantage comme l'office de la Geometrie, eſt de traiter auſſi de la raiſon, proportion, & affections des grandeurs ; ainſi la ſtatique s'enquiert & declare la raiſon, proportion, & affections des peſanteurs : ce qui eſt icy noſtre but, & où tend ce preſent traité.

### Definition II.

*La peſanteur d'un corps, c'eſt la puiſſance qu'il a de deſcendre, au lieu propoſé.*

### Declaration.

Peſanteur & legereté des corps, n'eſt pas de leur forme propre ny eſſentielle, mais le rapport qu'ils ont à un autre, dont nous remettons une plus ample declaration à un autre fois. Car il y a des corps, leſquels ſont peſants en l'air, & legers en l'eau ; & d'autres, qui legers en l'air ſont peſants en d'autres lieux. Alors donc que nous dirons qu'une piece de bois peſe 100 livres, nous entendrons que ſa puiſſance de deſcendre au lieu donné eſt telle, c'eſt à dire, au lieu meſme où elle a eſté peſée.

Le meſme s'entendra de la legereté des corps, laquelle eſt la puiſſance qu'ils ont de s'eſlever enhaut ; mais bien au lieu donné, car naturellement tout corps eſt peſant de ſoy.

---

Alb. Girard.

*Il ſeroit quaſi beſoing de reprendre icy tous nos devanciers, qui diſent que la peſanteur tend en bas : Car telle eſt leur definition touchant la peſanteur, ce que je concede en particulier ; mais quand ils parlent de peſanteur au genre ſupreme, ils en parlent comme enfans ; tout ainſi que s'il n'y avoit d'autre matiere creée, que le Globe terreſtre : Et que par exemple, entre tant de millions de matieres, qui ſont diſpoſées chacunes en leurs lieux, pres ou loing de nous, ſelon la ſympatie ou antipatie qu'elles ont avec la terre ; il n'y avoit en une chacune maſſe de matiere conjointe (comme un chacun aſtre eſt) nulle attraction de matiere en ſon lieu. La definition donc generale de la peſanteur eſt telle :*

Peſanteur, eſt la force qu'une matiere demonſtre à ſon obſtacle, pour retourner en ſon lieu.

*Ce que je demonſtreray, & ſouſtiendray en temps & lieu, à ceux qui ne le pourront pas comprendre.*

### Definition III.

*Peſanteur cognue, eſt celle de laquelle le poids ſe peut exprimer certainement.*

### Declaration.

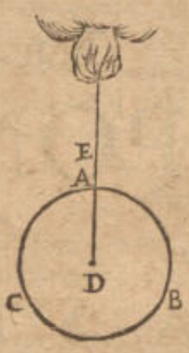
Comme lors qu'on dit qu'un corps peſe 6 livres, ou 8 marcs, ou 3 onces, &c. pource qu'il eſt exprimé par des poids certains, telle peſanteur eſt dite cognue.

### Definition IV.

*Centre de gravité, eſt celuy, auquel ſi on imagine le ſolide eſtre ſuſpendu, il ſe tiendra en toutes les poſitions qu'on luy peut donner.*

### Declaration.

Soit A B C un globe de matiere & peſanteur ſemblable de tout coſté, ſuſpendu en ſon centre D, par la ligne E D ; il appert qu'il ſe tiendra en toute ſorte de poſition qu'on le tournera ; comme tournant B où A eſt, il y demeurera, & de meſme en tout autre lieu : autrement il faudroit que la matiere ne fut pas uniforme, mais plus peſante en un coſté qu'en l'autre, contre l'hypotheſe, D donc ſera le centre de gravité du globe A B C, ſelon ceſte definition. Et par ainſi il faut entendre qu'il y a un centre de gravité en tous corps, tant reguliers ou irreguliers, que de matiere uniforme ou non, d'où le corps eſtãt ſuſpendu, tient tel poſition qu'on veut. Et afin qu'on puiſſe mieux comprendre cecy, nous declarerons encor quelque autre proprieté du centre de gravité. Le centre donc de gravité des figures ordonnées, comme Colomnes, Globes, Spheroides, & les cinq corps reguliers, &c de matiere uniforme, eſt le meſme centre que celuy de leurs figures & grandeurs, qui s'appelle autrement centre Geometrique. Quant aux ſolides qui n'ont la matiere uniforme, il n'eſt pas neceſſaire qu'ils ayent ces deux centres en un meſme poinct. Et touchant les pyramides & autres figures irregulieres, elles n'ont pas de centre de figure ou de grandeur, ains ſeulement celuy de gravité : Il advient auſſi en pluſieurs corps que le centre de gravité eſt bien au dedans du corps, mais eſt hors de leur matiere & figure, comme és anneaux, crochets, vaiſſeaux & autres ſemblables.




Nous avons dit en la definition (*ſi on imagine*) pource qu'il faut admettre en la definition, ce qui declare le mieux qu'il eſt poſſible la nature du diny : ce que *Pappus* definiſſant le centre de gravité, au huictieſme livre de ſes collections, le fait commodement par le moyen de l'imagination. On le pourroit auſſi definir comme s'enſuit :

*Centre de gravité d'un corps, eſt celuy par lequel tout plan diviſe le corps en deux parties equilibres.*

Ce terme *d'Equilibre* ſera diny en l'onzieſme definition.

### Definition V.

*Diametre de gravité d'un corps, eſt une ligne droite indefinie, paſſant de quel coſté que ce puiſſe eſtre par le centre de gravité : Et tel diametre eſtant perpendiculaire à l'horizon, s'appelle perpendiculaire de gravité.*

### Declaration.

Comme en la figure precedente, toutes les lignes indefinies paſſant par le centre de gravité D, ſont autant de diametres de gravité ; mais A D eſt ſeule perpendiculaire de gravité, comme ſi on vouloit dire, perpendiculaire paſſant par le centre de gravité, ou diametre de gravité perpendiculaire ſur l'horizon.

### Notez.

En la premiere impreſſion Flamende, nous avons ſeulement parlé de la perpendiculaire de gravité, comme ſi cela euſt peu ſuffire : mais ayant remarqué en l'adjonction

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

jonction qui suit ces Elemens, combien il estoit necessaire de parler du diametre de gravité, non seulement perpendiculaire à l'horizon, mais de tout sens; cela mesme nous a poussé à faire la presente definition, y faisant difference comme du genre à l'espece; d'où aussi se verra la difference des 5 & 13 definitions de la premiere edition & de la presente.

### Definition VI.

*PLan de gravité d'un corps, est un plan tel qu'il puisse estre, qui passe par le centre de gravité d'iceluy.*

### Declaration.

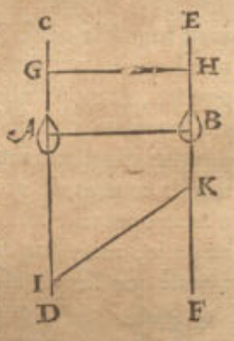
Comme un des plans tel qu'il puisse estre, qui passe par le centre D de la figure de la 4 definition s'appelle plan de gravité, & ainsi des autres.

### Definition VII.

*TOute ligne droite, comprise entre deux perpendiculaires de gravité, nous la nommons verge, ou barre de gravité.*

### Declaration.

Soyent A & B deux corps, & leurs perpendicles de gravité CD, EF, entre lesquelles soyent menées quelques lignes, comme il advient GH, ou AB, ou bien IK, toute ligne tirée de mesme façon s'appelle verge ou barre de gravité des pesanteurs A, B, comme si c'estoit la verge ou barre d'une balance au dessous de l'examen.

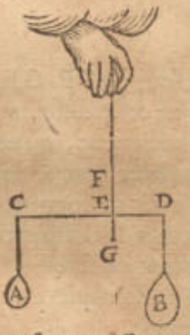



### Definition VIII.

*EStant la verge ou barre divisée, (ayant les perpendicles de gravité,) où les corps se peuvent tenir en equilibre, nous nommons les parties de la verge, rayons.*

### Declaration.

Soyent A, B, deux corps, & CD une verge divisée en E, par la perpendiculaire de gravité FG, où sont les deux pesanteurs pendantes en equilibre, les deux parties de la verge CD, comme EC, ED sont nommées, rayons.




### Definition IX.

*ET la perpendiculaire de gravité des deux pesanteurs est nommée Anse.*

### Declaration.

Comme FE, en la 8 definition, est nommée Anse.

### Definition X.

*ET le poinct de l'anse, dans la barre, poinct stable.*

### Declaration.

Comme E, en la 8 definition, est appellé poinct stable.

### Definition XI.

*ET les deux pesanteurs, sont nommées Equilibres, ou Contrepoids.*

### Declaration.

Comme A & B, en la 8 definition, soit que les pesanteurs soyent egales ou inegales, nous les nommons equilibres; d'autant qu'elles se contrepesent l'une l'autre selon leur disposition: car A demonstre autant de force à la verge CD, que B; & de mesme B autant que A, par l'hypothese.

Ceste equilibration doit estre necessairemẽt entenduë, & distinguée d'avec la propre equiponderance des pesanteurs, car il y a de la difference: comme, le poids qui est attaché au moindre & plus court costé de la Statere Romaine, est aucunefois 10 fois plus pesant que l'autre, & toutefois ils semblent estre de pesanteur egale, mais ce n'est pas leur propre pesanteur seulement, mais aussi leur disposition.

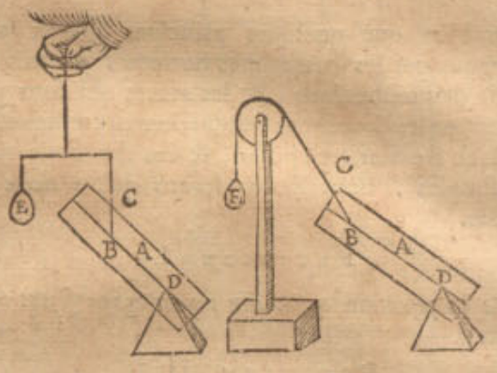
### Definition XII.

*L'Elevant, c'est le poids qui cause l'elevation d'une pesanteur: & deprimant, c'est celuy qui cause la depression & abbaissement d'une pesanteur.*

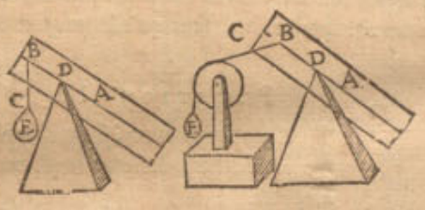
### Declaration.

Soit la colomne A la pesanteur, & BC la ligne qui la soustient ainsi, D le poinct où elle repose, & E le poids qui tient le corps solide en telle position. En

1. Form. 2. Form.




3. Form. 4. Form.




la premiere & deuxiesme figure E est elevant, à cause qu'il eleve le solide A, ou le tient elevé en telle disposition: Mais E és troisiesme & quatriesme figure est deprimant, pource qu'il fait abaisser le solide du costé qu'il est attaché, ou le tient en telle position.

### Definition XIII.

*ET la ligne droite du solide hausse vers l'elevant, comprise entre un diametre de gravité, passant par le poinct stable & une parallele à iceluy diametre, nous la nommons elevation: Mais celle du solide abbaissé vers le deprimant, comprise aussi entre un diametre de gravité, passant par le poinct stable, & sa parallele, depression.*

Comme la ligne droite CB en la 12 definition, comprise entre un diametre de gravité, qui passe par le poinct ferme, comme DB, & une parallele à iceluy BD, nous la nommons elevation en la premiere & deuxiesme figure, mais en la troisiesme & quatriesme figure, depression.



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

### Definition XIV.

*Et quand l'elevation ou depreßion eſt perpendiculaire à l'horizon, nous les nommons elevation droite, depreßion droite; & leurs poids, elevant droit, deprimant droit: mais eſtans obliques ſur l'horizon, on les nomme alors elevation oblique, depreßion oblique; & leurs poids, elevant oblique, & deprimant oblique.*

### Declaration.

Comme l'elevation & depreſſion CB, és premiere & troiſieſme figures de la 12 definition, d'autant qu'elles ſont par l'hypotheſe perpendiculaires à l'horizon, nous les nommons elevation droite, & depreſſion droite; & leurs poids E, elevant droit & deprimant droit: mais celles des deuxieſme & quatrieſme figures ſont obliques.

### Notez.

La figure de la colomne ſtatique eſt la meſme que la Geometrique; & nous poſons qu'elle ſoit de matiere uniforme, c'eſt à dire de tout coſté de peſanteur egalle, & que ſa baſe & couvercle ſoyent quarrez.

## PETITIONS.

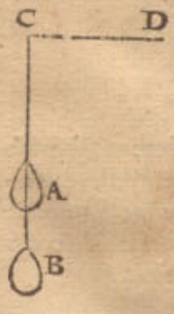
COmbien que quelques principes ſoyent tres-cognus par les communes notions, n'ayans beſoin de demonſtrations; & les autres qui ſont plus occultes, ne ſerviroyent que de matiere aux repreneurs; afin donc d'eviter ces choſes, & ces demonſtrations trop ſimples, nous demanderons qu'on nous les concede.

### Petition I.

*Que les peſanteurs egales aux rayons egaux ſoyent equilibres.*

### Petition II.

*Que vaux lignes Mathematiques on puiſſe attacher ou poſer telle peſanteur que ce ſoit, ſans qu'elles puiſſent rompre, ou plier.*




### Petition III.

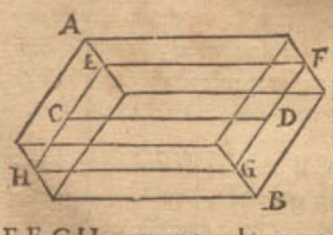
*Et que la peſanteur, ſuſpendue plus haut ou plus bas, demeure touſiours de meſme poids.*

### Declaration.

Comme la peſanteur A abaiſſée juſques en B, fait autant d'effort à CD en l'une place A, comme en B.

### Petition IV.

*Que par le plan qui coupe la colomne le long de l'axe, on entende la colomne.*



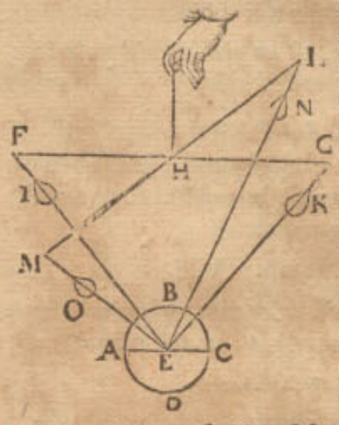

Comme eſtant AB une colomne, & CD l'axe, par le long de laquelle axe ſoit icelle colomne coupée par un plan EFGH, & le reſte delaiſſé, prenant ſeulement ledit plan EFGH, on entende par cela la colomne.

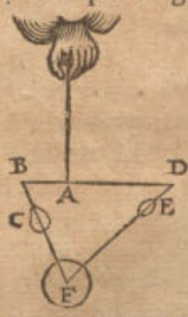
### Petition V.

*Toutes les lignes à plomb, (aſſavoir perpendiculaires à l'horizon) ſoyent priſes pour paralleles.*

### Declaration.

La raiſon eſt telle: Soit ABCD le globe terreſtre, E ſon centre, & AC horizon, FG une barre parallele à l'horizon AC, & ſes rayons egaux FH, HG, & IK deux poids egaux; d'où appert que FI, GK ne ſeront paralleles, mais plus eſtroites par embas que par enhaut: Soit FG tournée où eſt ML à l'entour du poinct ſtable H: G venant en L & F en M; alors l'angle LME eſt plus pres de l'angle droit, que non pas MLE, d'où s'enſuit que O (comme il apparoiſtra à la 24 propoſition ſuivante) ſelon la diſpoſition ſera plus peſant, que N. D'où s'enſuit auſſi qu'entre toutes les figures ſolides, (prenant tout à la perfection Mathematique) il n'y auroit que le globe qui puiſſe eſtre ſuſpendu par le centre de gravité, & tenir telle diſpoſition qu'on voudroit: Ou par lequel les plans le diviſent en parties equilibres; mais pour les diverſites infinies de poſition, il y auroit auſſi infinis centres de gravité. Auſſi le plus peſant poids n'auroit pas telle raiſon au plus leger, que le grand rayon au petit; mais l'un ſeroit ſelon la poſition plus peſant, à cauſe que l'angle eſt plus grand & plus pres du droit




que l'autre: Comme, ſoit AB le court rayon, & que C ſoit à E, comme DA à AB, & F centre de la terre; alors l'angle FBA eſt plus ouvert, & plus pres du droit que EDA: d'où s'enſuit (par la 24 propoſition ſuivante) que C ſeroit plus peſant ſelon la poſition que E.

Tous ces inconvenients viennent de ce que FB, FD ne ſont pas paralleles; ou FE, GE, en la premiere figure: Mais d'autant que ceſte difference eſt ſi petite en ce que les hommes pratiquent, qu'on les peut bonnement tenir pour paralleles, car il faudroit que la barre BD aye quelques lieuës de long devant qu'on y remarque quelques minutes de difference és angles, & puis ce menu eſpluchement ne ſeroit gueres profitable à la choſe, aſſavoir à la Statique-pratique; tellement qu'il vaut mieux le laiſſer.

## SECONDE PARTIE
### Des Propoſitions.

### Theoreme I. Propoſition I.

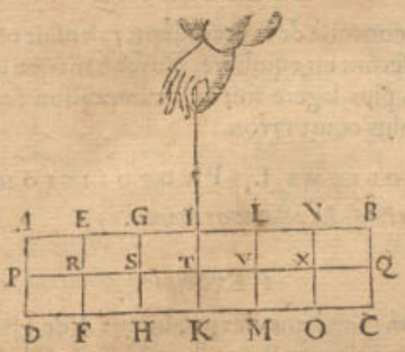
*De deux peſanteurs equilibres, la plus peſante a telle raiſon à la plus legere, comme le long rayon au court.*

#### 1 *Exemple.*

*Le donné.* Soit ABCD une colomne peſante 6 ℔, laquelle ſoit diviſée en 6 parties egales, par plans paralleles à la baſe AD, comme EF, GH, IK, LM, NO, coupans l'axe PQ en R, S, T, V, X; Prenons ADML pour la plus peſante peſanteur, S eſt ſon centre de gravité; & IMCB pour la plus legere, & X centre de gravité: alors SX ſera barre de ces parties par la 7 definition, & T centre de gravité de la colomne entiere, & TI

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

& T I anſe, d'où L M D A & L M C B pendent en equilibre, T X le plus grand rayon, & T S le plus court rayon par la huictieſme definition.




*Le requis.* Il faut demonſtrer que la peſanteur majeure L M D A eſt à la moindre L M C B, comme le long rayon T X, au plus court T S.

DEMONSTRATION.

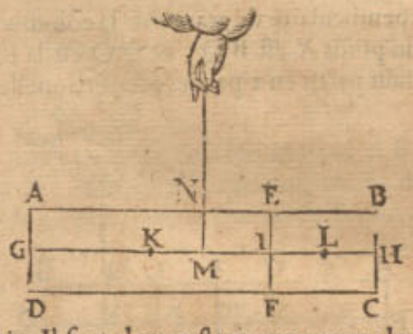
La majeure peſanteur L M D A peſe 4 lb, & la moindre L M C B 2 lb ; item le long rayon T X a telle raiſon au court T S, comme 2 à 1, ſelon le donné. Mais 4 à 2 eſt comme 2 à 1 ; donc comme la majeure peſanteur L M D A à la moindre L M C B, ainſi le long rayon T X au court T S.

Mais afin qu'on ne penſe pas que cela ſoit ainſi par accident, nous en ferons une demonſtration Mathematique, comme s'enſuit.

## 2 *Exemple.*

*Le donné.* Soit A B C D derechef une colomne, coupée par un plan E F parallele à A D, & coupant l'axe G H en I, & K ſoit le centre de gravité de la partie E F D A, au milieu de G I ; & L de la partie E F C B, au milieu de I H ; & du tout A B C D ſoit M au milieu de G H, & M N ſera l'anſe des parties E F D A & E F C B, d'où elles pendent en equilibre.

1. DISPOSITION.




*Le requis.* Il faut demonſtrer que comme le corps ou peſanteur (leſquels ſont icy de meſme à cauſe de leur proportion, car comme le corps E F D A au corps E F C B, ainſi la peſanteur de celuy-la, à celuy-cy, d'autant que la colomne eſt de tout coſté de peſanteur uniforme) de E F D A, à E F C B, ainſi le long rayon M L au plus court M K.

DEMONSTRATION.

ARTICLE I.

M H eſt egale à M G, par le donné ; ſoit adjouſtée K M ; alors K H ſera egale à M G & K M ; oſtons de l'une G K & de l'autre K I, qui ſont egales, reſteront K M & K M egales à I H, ainſi K M & I H demeureront egales.

ARTICLE II.

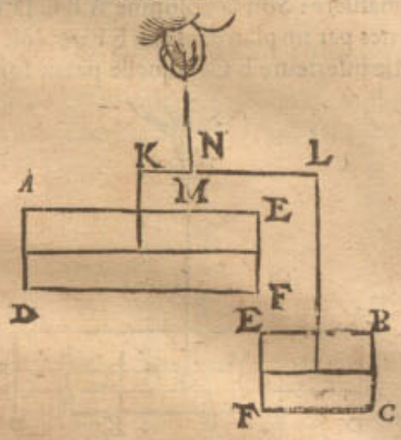
Aux ſuſdites K M & I L egales adjouſtons M I : la ligne M L ſera egale à I K.

ARTICLE III.

Comme G I à I K, ainſi H I à I L ; en changeant, ainſi comme G I à I H, de meſme K I à I L ; & puis que K I eſt egale à M L, par le deuxieſme article, & I L à M K, par le premier article ; partant comme G I à I H, ainſi M L à M K : Mais comme G I à I H, ainſi le corps ou la peſanteur E F D A à E F C B. Parquoy comme la majeure peſanteur E F D A à la moindre E F C B, ainſi le long rayon M L, au plus court M K.

On pourroit encor repliquer, que ceſte demonſtration tient lieu entre les corps de matiere uniforme & qui font enſemble une colomne, pour à quoy ſubvenir s'enſuit la regle generale : Soit imaginée la barre de la figure precedente demeurer en ſon lieu, mais la partie E F D A abaiſſée, tellement qu'elle demeure ſuſpendue

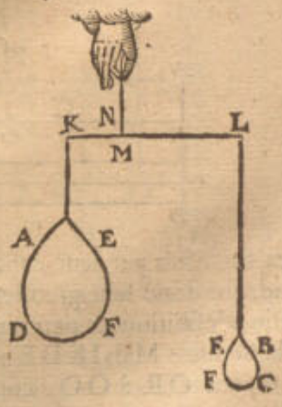
2. DISPOSITION.




à K par une ligne venant de ſon centre de gravité, & de meſme la partie E F B C, ſuſpendue à L, par une ligne venant de ſon centre de gravité, ſans toucher l'autre partie E F D A, comme la figure preſente le monſtre : Lors que le corps en la premiere diſpoſition eſtoit ſuſpendu à l'anſe M N, alors E F D A eſtoit equilibre avec E F C B ; mais le poids E F D A en ceſte deuxieſme diſpoſition eſtant abaiſſé plus bas, ne cauſe nulle alteration de plus ou moins à K L par la 3 petition : Et ainſi le poids E F C B de la 2 diſpoſition ne demonſtre pas plus ny moins de peſanteur à L K, qu'en la premiere diſpoſition, d'où s'enſuit que E F D A demeure encor en equilibre avec E F C B. Les parties donc de la colomne ſeparées demeurent auſſi bien en equilibre, que lors qu'elles eſtoyent conjoinctes, & les rayons en meſme raiſon.

Ce qu'eſtant ainſi, ſoyent les corps E F D A & E F C B de la deuxieſme diſpoſition, changez en autres figures (comme il y a des matieres propres pour ce faire, ainſi que la cire, l'argile, ou autre choſe ſemblable) comme on voit en ceſte troiſieſme diſpoſition ; il appert que K L demeurera cõme devant, ne ſouffrant aucun changement, & E F D A en equilibre avec E F C B : & auſſi les rayons M L, M K en meſme raiſon ; car ce changement de figure ne cauſe nul changement de peſanteur, (toute la matiere demeurant.)

3. DISPOSITION.

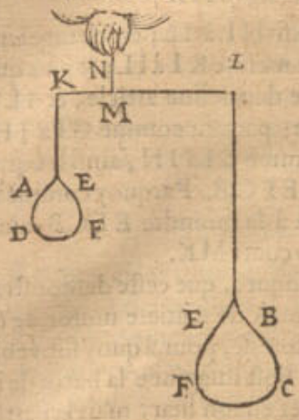



Finalement oſtant E F D A de la troiſieſme diſpoſition, & mettant en ſa place un poids de plomb de la



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

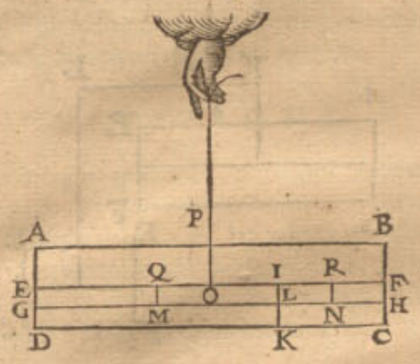
4. Disposition.




meſme peſanteur, & au lieu de E F C B un corps de bois de meſme poids, laquelle quatrieſme diſpoſition ſoit comme la figure icy joincte, il appert que K L demeurera en meſme diſpoſition que devant; & E F D A avec E F C B encor en equilibre; & les rayons en meſme raiſon.

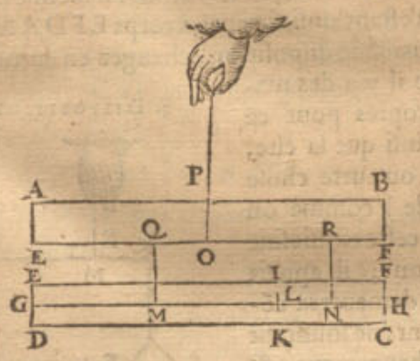
### 3 *Exemple.*

On peut auſſi demonſtrer le precedent, meſme lors que les deux peſanteurs ſont pendues à une barre ſolide en ceſte maniere: Soit la colomne A B C D coupée en deux parties par un plan par l'axe E F; & ſoit G H l'axe de la partie inferieure E C, laquelle partie ſoit derechef




coupée en deux autres, par un plan parallele à la baſe E D en I K; & M centre de gravité de l'une partie I K D E (au milieu de G L) & N centre de l'autre partie I K C F (au milieu de L H) & O centre du total (au milieu de E F) puis O P ſon diametre de gravité, Q M & R N des parties: Il appert que le coſté dextre de la colomne totale eſt de peſanteur egale au coſté ſeneſtre d'icelle.

Soit maintenant abaiſſée la partie inferieure, tellement qu'elle demeure ſuſpendue par les lignes M Q, N R, comme icy joignant, il appert que la barre ſolide A B F E demeurera encor en ſa premiere diſpoſition. Et poſons que les parties I K D E & I K C F ſoyent ſeparées, chacune tombant comme elle voudra, ſuſpen-




dues toutefois par leur centre de gravité M N, elles tiendront donc leur premiere diſpoſition par la quatrieſme definition, & partant A B F E demeurera encore en la ſienne: Mais I K D E a telle raiſon à I K C F que les rayons O R à O Q, comme il a eſté demonſtré: Tellement que ce qui eſtoit demonſtré de la barre ſtatique (c'eſt une ligne) nous l'avons encor fait icy de la barre ſolide.

*Concluſion.* De deux peſanteurs equilibres donc, la plus peſante a telle raiſon à l'autre comme le plus long rayon à l'autre, comme nous voulions demonſtrer.

### Corollaire.

Par la converſe de la precedente, s'enſuit que les peſanteurs ſeront en equilibre, moyennant que la plus peſante à la plus legere ſoit en meſme raiſon, que le plus long au plus court rayon.

## Probleme I. Proposition II.

*Trouver l'anſe des peſanteurs données.*

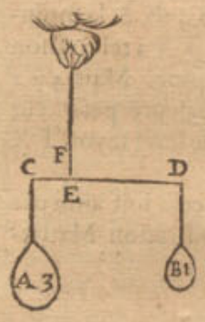
### 1 *Exemple.*

*Le donné.* Soit l'une des peſanteurs A de 3 ℔, ſuſpendue en C, & l'autre B de 1 ℔ en D, & C D la barre.

*Le requis.* Il faut trouver leur anſe.

### Construction.

Il faut diviſer C D, tellement que la partie majeure, plus prochaine de la perpendicle de gravité de la moindre peſanteur, aye telle raiſon à la moindre, plus prochaine de la perpendicle de gravité de la majeure peſanteur, comme la majeure peſanteur à la moindre, ce qui ſoit en E: aſſavoir que E D à E C ſoit ainſi que 3 ℔ de A à 1 ℔ de B. Je dis que la perpendicle paſſant par E, comme E F, eſt l'anſe.



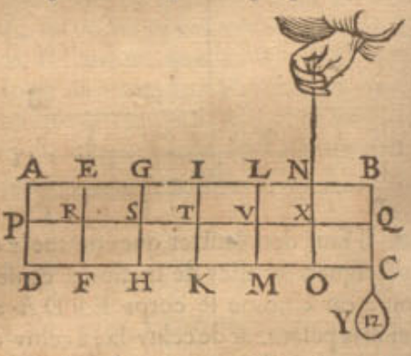

### 2 *Exemple.*

*Le donné.* Soit l'une des peſanteurs la colomne A B C D peſant 6 ℔, partie comme la colomne au commencement de la 1 propoſition, & qu'au poinct Q il y en aye une autre, comme Y, de 12 ℔.

*Le requis.* Il faut trouver l'anſe.

### Construction.

La perpendiculaire de gravité de la colomne eſt I T, & celle du poids Y eſt B Q, & T Q eſt la barre, laquelle il faut partir en 2 parties proportionelles de 12 ℔




de Y, à 6 ℔ de la colomne, c'eſt aſſavoir que la moindre partie vers la perpendicle de gravité de la majeure peſanteur Y, & le poinct diviſant viendra en X; ainſi que N X ſoit l'anſe requiſe.

### 3 *Exemple.*

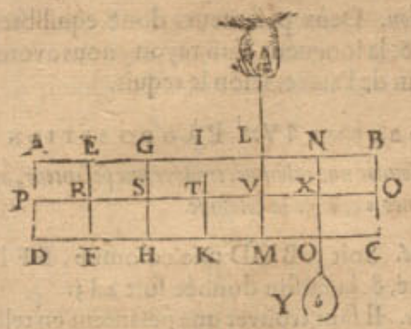
*Le donné.* Soit derechef la colomne A B C D, partie comme devant: & Y 6 ℔, pendu à X.

*Le requis.* Il faut trouver l'anſe.

### Construction.

La perpendicle de gravité de la colomne eſt I T, & de Y eſt N X; alors T X ſera la barre, qu'il faut diviſer au poinct V, ainſi que les parties ſoyent en raiſon, com-

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©




comme 6 ℔ de Y, à 6 ℔ de la colomne, & ainsi VL sera l'anse cerchée.

*Autrement pour la construction.*

La perpendicle de gravité de MLBCY, est NX, & de MLAD est SG; donc SX sera la barre, laquelle il faut diviser, en sorte que les parties soyent en raison comme 8 ℔ de MLBCY, à 4 ℔ de MLAD: entant que la moindre partie soit vers la perpendicle de gravité de la majeure pesanteur, qui tombera en V, par ainsi VL sera derechef l'anse cerchée, comme devant.

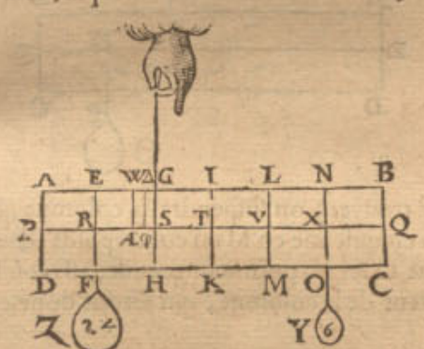
4 *Exemple.*

*Le donné.* Soit derechef ABCD une colomne divisée comme dessus, & Y 6 ℔ attaché à X, & Z 24 ℔ à R.

*Le requis.* Il faut trouver l'anse.

CONSTRVCTION.

La perpendicle de gravité de ABCDY, est LV, par le troisiesme exemple, & de Z est RE, alors RV sera la barre, laquelle il faut diviser en deux, tellement




que les parties soyent comme 12 ℔ de ABCDY, à 24 ℔ de Z: voire que la moindre partie de la barre, soit vers la perpendicle de gravité de la plus grande pesanteur, qui viendra en S, ainsi donc SG sera l'anse requise.

*Autrement pour la construction.*

La perpendicle de gravité de ABCDZ est ÆW, par le troisiesme exemple, tellement que SÆ fait les $\frac{3}{5}$ de SR, & la perpendicle de gravité de Y est XN, & alors ÆX sera la barre, laquelle il faut diviser en deux parties, tellement que les parties soyent en raison de 30 ℔ de ABCDZ à 6 ℔ de Y, (la partie moindre vers la perpendicle de gravité de la majeure pesanteur) qui sera en S, & SG anse comme devant.

*Encor autrement pour la construction.*

La perpendicle de gravité de YZ, est (par le premier exemple) ΦΔ, tellement que SΦ fait la $\frac{1}{5}$ de SR, & la perpendicle de gravité de la colomne est TI adonc TΦ sera la barre qu'il faut diviser en deux parties, ayans telle raison que 30 ℔ de Y & Z, à 6 ℔ de la colomne, assavoir la moindre partie vers la perpendicle de gravité de la pesanteur majeure, qui sera en S, par ainsi SG sera derechef l'anse requise, comme dessus.

5 *Exemple.*

*Le donné.* Soit derechef ABCD une colomne divisée comme devant, & 3 poids, comme Y 6 ℔ attaché à X, puis Z 24 ℔ à R, & Æ 12 ℔ à Q.

*Le requis.* Il faut trouver l'anse.

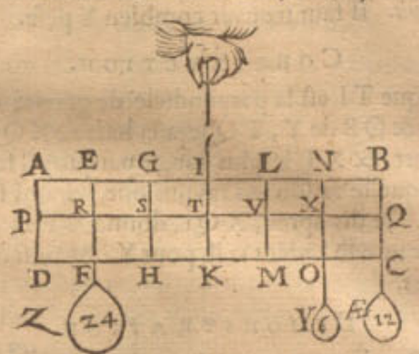
CONSTRVCTION.

La perpendicle de gravité de ABCDYZ est SG, par le quatriesme exemple, & celle de Æ est BQ: adonc SQ sera la barre qu'il faudra diviser en deux parties, ayans la raison de 36 ℔ (de la colomne avec Y & Z) à 12 ℔ (de Æ) assavoir la moindre partie pres la perpendicle de gravité de la majeure pesanteur, qui sera en T, par ainsi donc TI sera l'anse requise.

Que si on attachoit encor à P 24 ℔, l'anse seroit SG, & ainsi des autres semblablement.

DEMONSTRATION.

La majeure pesanteur du premier exemple A, a telle raison à la moindre B, comme le rayon majeur au moin-

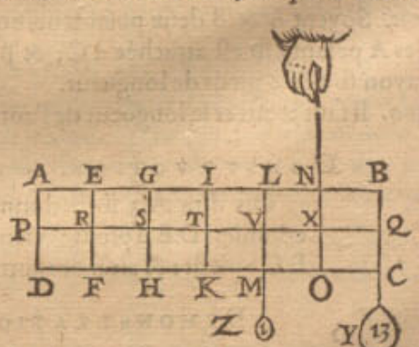



dre ED à EC, parquoy EF, par la 9 definition sera l'anse: Et la demonstration des autres exemples sera semblable, ce que nous obmettons pour briefveté.

*Conclusion.* Nous avons donc trouvé l'anse des pesanteurs données, selon le requis.

NOTEZ.

Si l'on surchargeoit le poids Y du deuxiesme exemple de 1 ℔, & qu'on attachasse à V 1 ℔: Tellement que leur dispositon soit comme dessus, il appert par ce que dessus, que XN seroit encor l'anse, & que le tout pend en equilibre à icelle: Le mesme XN demeurera encor tel, si on attache Z 1 ℔, à T, & que Y face 14 ℔, ou




Z 1 ℔ à S, & que Y soit 15 ℔, ou Z 1 ℔ à R, & que Y face 16 ℔: Et finalement si on attache Z 1 ℔ à P, & que Y face 17 ℔; & ainsi par ordre, si la colomne estoit plus longue: assavoir surchargeant tousiours Y de 1 ℔, pour chaque longueur de VX, qu'on fait avancer Z d'autant plus avant. D'où les qualitez de la statere Romaine sont notoires, comme il se verra plus amplement en la declaration de la pratique de Statique.



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

PROBLEME II. PROPOSITION III.

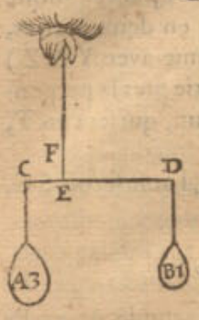
*DE deux pesanteurs equilibres, l'une estant cognuë, & l'anse; cognoistre l'autre pesanteur.*

*1 Exemple.*

*Le donné.* Soyent A & B deux pesanteurs equilibres, dont A 3 ℔ est attachée à C, & E F soit l'anse.

*Le requis.* Il faut trouver combien B pese.

CONSTRVCTION.




On cerchera quelle raison ont les rayons E D à E C, ce qui soit comme 3 à 1, pourtant E D 3 me donne E C 1, combien A 3 ℔? viendra 1 ℔ pour B.

*2 Exemple.*

*Le donné.* Soit A B C D la colomne de la 2 proposition au deuxiesme exemple, pesant 6 ℔ pour l'une des pesanteurs, & soit Y la pesanteur incognue, attachée à icelle, & X N l'anse.

*Le requis.* Il faut trouver combien Y pese.

CONSTRVCTION.

Veu que T I est la perpendicle de gravité de la colomne, & Q B de Y, T Q sera la barre, X Q le rayon plus court, & X T le plus long; parquoy il faudra recercher quelle raison ces rayons ont, ce qui soit comme 2 à 1. Je dis apres, X Q 1, donne X T 2, combien la colomne 6 ℔? vient 12 ℔ pour Y: & ainsi des autres exemples.

DEMONSTRATION.

Soit B en l'exemple premier, plus pesant que 1 ℔, s'il estoit possible; donc la majeure pesanteur n'aura pas telle raison à la moindre que le rayon majeur au moindre, ce qui est contre la 1 proposition; B donc n'est pas plus pesant que 1 ℔. Et de mesme on monstrera qu'il n'est pas plus leger qu'une livre; & par consequent pese justement 1 ℔: ce qu'il falloit demonstrer.

*Conclusion.* Donc de deux pesanteurs equilibres, quand l'une est cognue & l'anse, nous avons cognu l'autre, selon le requis.

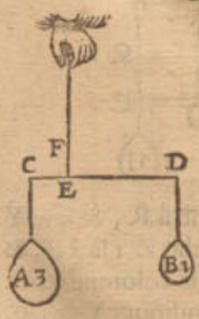
PROBLEME III. PROPOSITION IV.

*DEux pesanteurs equilibres données, comme aussi la longueur d'un rayon, trouver la longueur de l'autre rayon.*

*Le donné.* Soyent A & B deux pesanteurs equilibres, desquelles A pesant 3 ℔ est attachée à C; & B 1 ℔ à D; & D E rayon soit de 6 pieds de longueur.

*Le requis.* Il faut trouver la longueur de l'autre rayon.

CONSTRVCTION.




On dira A 3 ℔, donne B 1 ℔, combien D E 6 pieds; viendra pour E C 2 pieds: & ainsi des autres.

DEMONSTRATION.

Soit E C, s'il estoit possible, plus long que 2 pieds; le grand rayon aura donc moindre raison au plus court, que la majeure pesanteur à la plus legere, ce qui est contre la premiere proposition: donc E C n'est pas plus que 2 pieds; De mesme sera la demonstration que E C n'est pas moindre de 2 pieds; & partant E C sera precisement 2 pieds: ce qu'il falloit demonstrer.

*Conclusion.* Deux pesanteurs donc equilibres estans données, & la longueur d'un rayon, nous avons trouvé la longueur de l'autre, selon le requis.

PROBLEME IV. PROPOSITION V.

*ESTant donnée une colomne, trouver une pesanteur, ayant raison donnée à celle de la colomne.*

*Le donné.* Soit A B C D une colomne, E F l'axe, & G le centre, & la raison donnée soit 2 à 3.

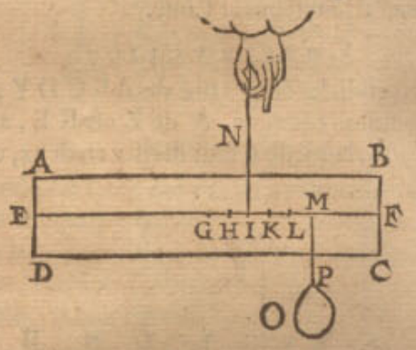
*Le requis.* Il faut trouver une pesanteur en telle raison à celle de la colomne, comme 2 à 3: c'est ses $\frac{2}{3}$.

NOTE 2.

Tout ainsi que les propositions Geometriques & Arithmetiques ont des constructions diverses, de mesme aussi la Statique; car on pourroit couper une partie de la colomne selon la raison donnée; ou on la pourroit peser & prendre un poids d'autre solide, afin de la laisser entiere selon ladite raison; mais nous le ferons plus statiquement, comme s'ensuit.

CONSTRVCTION.

On marquera 5 poincts depuis le centre G, equidistans, assavoir 5 (somme de 3 & 2) comme H, I, K, L, M: Et du deuxiesme (à cause de 2 donné, pour l'autre pesanteur à trouver) on suspendra la colomne, luy attachant au cinquiesme en M un contrepoids, comme O: Je dis que O sera la pesanteur requise, assavoir les $\frac{2}{3}$ de la pesanteur de la colomne, qui seront donc en raison de 2 à 3.




DEMONSTRATION.

G est le centre de gravité de la colomne, & M P perpendicle de gravité de O; & puis que les pesanteurs se contrepesent mutuellement (c'est à dire sont en equilibre) comme I G à I M, ainsi O à la colomne, par la 1 proposition; mais G I à I M, est comme 2 à 3: donc O sera à la colomne en pesanteur, comme 2 à 3. Ce qu'il falloit demonstrer.

*Conclusion.* Estant donc donnée une colomne, nous avons trouvé une pesanteur, ayant raison donnée à celle de la colomne; comme il estoit proposé.

NOTE 3.

Nous pourrions aussi donner des exemples avec raisons de termes incommensurables, mais ils sont assez notoires par la precedente, avec ce que nous avons des grandeurs incommensurables en un traité particulier joint à l'Arithmetique.

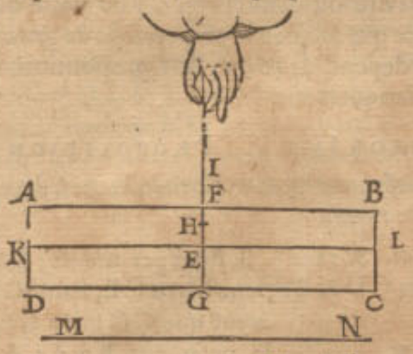
THEOREME II. PROPOSITION VI.

*ESTant une colomne coupée par un plan parallele à la base, par son centre de gravité, & estant un poinct stable audit plan, au dessus du centre de gravité: L'axe de la colomne demeurera parallele à l'horizon.*

Le

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

*Le donné.* Soit A B C D une colomne coupée par ſon centre de gravité, d'un plan F G, parallele à ſa baſe A D, & ſoit H le poinct ſtable, en la perpendicle de gravité

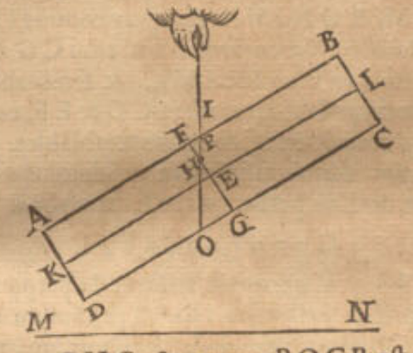



I G, au deſſus du centre E, & K L eſt l'axe, & M N l'horizon.

*Le requis.* Il faut demonſtrer que l'axe K L demeurera parallele à l'horizon M N.

DEMONSTRATION.

Soit K L, s'il eſtoit poſſible, non parallele à M N, comme en la figure ſuivante, & I H produite juſques en O, coupant A B en P, & ſoit poſé que la partie P O C B demeure equiponderante avec P O D A; mais celle-la eſt majeure & plus peſante que celle-cy (car F G D A eſt egale à F G C B, & F H I eſt un triangle




moindre que O H G, & partant P O C B eſt majeure que P O D A) la plus peſante ſera donc equiponderante à la plus legere, ce qui eſt abſurde : K L donc demeurera parallele à l'horizon M N, comme en la premiere figure.

Il faut auſſi remarquer ceſte regle generale ſtatique, que

*Le centre de gravité d'un corps ſuſpendu, eſt en ſa perpendicle de gravité.*

Mais le centre de gravité E, n'eſt pas (en la deuxieſme figure) dans la perpendicle de gravité I, O, c'eſt donc une diſpoſition impoſſible.

*Concluſion.* Eſtant donnée, &c.

---

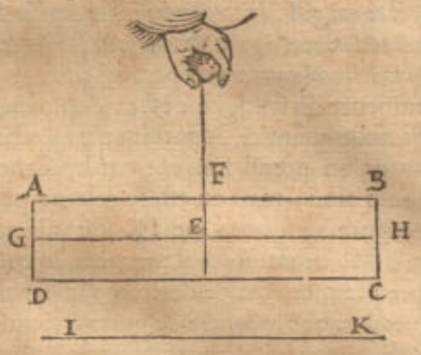
ALB. GIRARD.

*On voit que* Stevin *ne prouve pas du tout ſa demonſtration, car il s'aide puis apres d'une regle qu'il ne demonſtre pas icy ; il eſt bien vray que P O C B eſt plus peſant que P O D A, mais il ne le demonſtre pas, d'autant que ſi on veut conclurre de la grandeur à la peſanteur, (avec ce qu'il en devoit avoir parlé devant d'une maniere convenable) on trouvera des paralogiſmes ; car il s'enſuivroit que tout plan paſſant par le centre de gravité, devroit couper le ſolide en deux egalement, or comme on verra cy-apres coupant un cone ou pyramide par un plan parallele à la baſe, & ce par le centre de gravité, la partie conique ſera à la partie tronquée, comme 27 à 37, leſquelles ne ſont point donc egales : mais ceſte demonſtration de* Stevin *peut avoir lieu ès figures colomnales, & non pas ès pyramidales : finalement il devoit pluſtoſt avoir mis ſa regle cy-deſſus és petitions.*

THEOREME III. PROPOSITION VII.

*LE poinct ſtable eſtant au centre de gravité d'une colomne ſuſpendue, elle ſe tiendra à toute diſpoſition.*

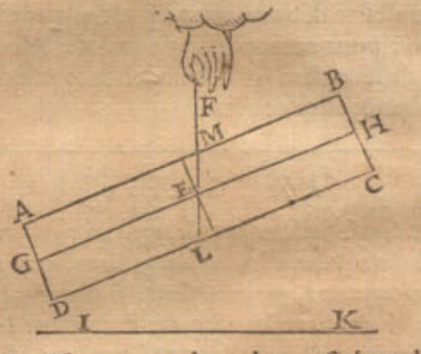
*Le donné.* Soit A B C D une colomne, dont E ſoit le centre de gravité, où ſoit le poinct ſtable, auquel elle ſoit ſuſpendue par la perpendicle de gravité E F, & l'axe G H, ſoit parallele à l'horizon I K.




*Le requis.* Il faut demonſtrer que la colomne A B C D tiendra telle diſpoſition qu'on voudra.

DEMONSTRATION.

Donnons une autre diſpoſition à la colomne, qu'au commencement, comme s'enſuit, & ſoit F E produite juſques à L, coupant A B en M, & poſons que la colomne ne ſe puiſſe tenir ainſi, mais que l'une ou l'autre partie vueille deſcendre plus bas : Or ces deux parties ſont egales, & partant equiponderantes, donc l'une des equiponderantes ſera plus peſante que l'autre, ce qui eſt abſurde: La colomne donc demeurera en telle poſition, & le meſme ſe pourra demonſtrer des autres, telles qu'on les pourroit diſpoſer.

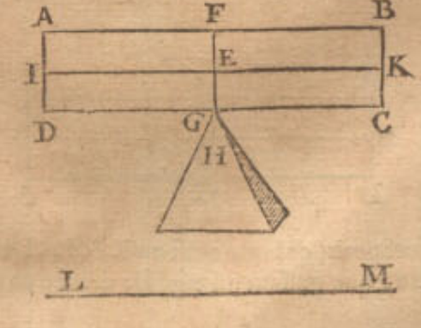



*Concluſion.* Nous avons donc demonſtré que le poinct ſtable eſtant pris au centre de gravité d'une colomne, qu'elle ſe tiendra en toute poſition, ſelon le requis.

PROBLEME IV. PROPOSITION VIII.

*ESTant une colomne coupée d'un plan parallele à la baſe par ſon centre de gravité, & eſtant un poinct ſtable audit plan, au deſſus du centre de gravité : La colomne ſe tournera juſques à ce que le centre de gravité revienne dans la perpendicle de gravité.*

*Le donné.* Soit A B C D une colomne, coupée par ſon centre de gravité, d'un plan F G parallele à ſa baſe A D,




& ſoit

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

& ſoit le poinct ſtable G, (au deſſus du centre de gravité) ſur la poincte H, & I K l'axe, parallele à l'horizon.

*Le requis.* Il faut monſtrer que la colomne tournera juſques à ce que le centre de gravité ſoit en la perpendicle de gravité, (entendu naturellement) car Mathematiquement il pourroit demeurer deſſus.

DEMONSTRATION.

A. *Tout ce qui giſt, doit avoir baſe pour repoſer deſſus.*
E. *Ceſte colomne n'a point de baſe pour ſe repoſer.*
E. *Donc ceſte colomne ne peut pas ainſi geſir.*

La mineure du ſyllogiſme eſt evidente en ce que le poinct n'a nulle quantité, & partant n'eſt pas baſe: Il eſt bien vray qu'on prend ſouvent par hypotheſe qu'un corps repoſe ainſi, mais en effect cela ne peut eſtre; joint qu'encore bien que l'axe I K ſoit mis parallele à l'horizon L M, neantmoins il tournera du coſté, où il commence premierement à decliner: mais auſſi que ce ſoit juſques à ce que le centre de gravité vienne dans la perpendicle de gravité, eſt notoire par la 6 propoſition.

*Concluſion.* Eſtant donc coupée la colomne, d'un plan parallele à la baſe par ſon centre de gravité, & eſtant un poinct ſtable audit plan, au deſſous du cẽtre de gravité: La colomne ſe tournera juſques à ce que le centre de gravité revienne dans la perpendicle de gravité, ſelon qu'il eſtoit propoſé de prouver.

NOTEZ I.

Si quelqu'un s'enqueroit icy de la difference qu'il y a entre geſir, & pendre, il faut qu'il ſçache qu'un ſolide eſt pendu lors que le centre de gravité eſt deſſous, ou pres du poinct où il repoſe: mais le centre de gravité eſtant deſſus, nous le pouvons dire eſtre couché droit, ou aſſis: Geſir, quand le plus grand coſté eſt le long de l'horizon; eſtre debout, quand il eſt perpendiculaire à l'horizon, pour autant diſons nous que le cube (veu l'egalité de ſes coſtez) giſt & eſt debout: Aſſeoir eſt entre coucher & eſtre debout.

---

ALB. GIRARD.

*Ce mot de geſir ſemblera fort eſtrange à ceux qui ſont ignorans de ces deux choſes; l'une, qu'encore bien qu'ils ne l'ayent jamais ouy dire, leu, ny approuvé, que nonobſtant il ſe trouve és dictionaires François; & que les verbes anomaux demonſtrent la pauvreté d'une langue, & auſſi que la langue Flamende en a fort peu, ce qui fait qu'ils diſent tous, n'importe du ſon, moyennant qu'il ſoit regulier & intelligible; l'autre qu'au faict des ſciences incognuës & inuſitées, on n'eſt tenu pour s'expliquer, & exprimer l'intention d'un Autheur, de n'admettre que les mots, leſquels s'entendent ordinairement és choſes les plus vulgaires.*

NOTEZ II.

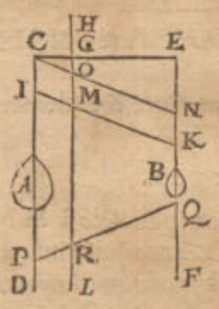
Si quelqu'un vouloit experimenter le contenu des 3 propoſitions precedentes, il prendra pour ceſt effect un reglet de bois, ou d'autre matiere uniforme, d'eſpeſſeur & peſanteur, marquant E, F, G, H, au milieu des coſtez, & menant E G & H F ſe coupans en I, où, il fera

un trou fort petit, comme auſſi en K & L. L'experience monſtre, que paſſant un eſguille deſliée en K, le reglet, ou l'axe H F, ſe tiendra parallele à l'horizon: mais en I, qu'il gardera telle poſition qu'on voudra: Et finalement, en L, le reglet tournera juſques à ce que le centre de gravité ſoit deſſus l'eſguille du coſté où il commence, & que I ſoit en la perpendicle de gravité. D'où la raiſon depend des 6, 7, & 8 propoſitions declarées Mathematiquement.

THEOREME V. PROPOSITION IX.

*L'Anſe infiniment produite, partit les barres de deux peſanteurs en leurs rayons.*

*Le donné.* Soyent A, B, deux peſanteurs; & leurs perpendicles C D & E F, leur barre C E, l'anſe G H; tellement que C G ſoit à G E, comme la peſanteur B à A; & que I K ſoit encor une barre non parallele à C E, & G H auſſi produite vers L, coupant I K en M.




*Le requis.* Il faut demonſtrer que I M & M K ſont auſſi rayons des peſanteurs A, B, aſſavoir que comme B à A, ainſi M I à M K.

*Preparation.* Soit menée C N parallele à I K coupée de H L en O.

DEMONSTRATION.

Comme C G à G E, ainſi C O à O N: mais C O eſt egale à I M, & O N à M K; parquoy comme C G à G E, ainſi I M à M K. Or comme B à A, ainſi C G à G E, par l'hypotheſe, ou bien M I à M K; & ſemblable ſera la demonſtration des barres entre C D & E F, comme ſeroit P Q, coupée en R, & autres ſemblables.

*Concluſion.* L'anſe infiniment produite donc, partit les barres de deux peſanteurs en leurs rayons.

COROLLAIRE I.

D'icy il appert que pour trouver la perpendicle de gravité de deux peſanteurs, il n'eſt pas beſoin de prendre neceſſairement une parallele à l'horizon, mais telle qu'on voudra, & comme il vient mieux à poinct.

COROLLAIRE II.

Veu que tout centre de gravité eſt en la perpendicle de gravité, il s'enſuit, que toute ligne droite compriſe entre deux centres de gravité eſt auſſi la barre d'icelles, & la diſtinction des rayons eſt le centre de gravité des deux peſanteurs.

PROBLEME V. PROPOSITION X.

*EStans données les peſanteurs equilibres qui ſont ſuſpenduës en une colomne, de laquelle la peſanteur eſt cognuë, comme auſſi un poinct ſtable en icelle: Trouver ſi l'axe demeurera parallele à l'horizon, ou ſi elle ſe tiendra en toute ſorte de poſition, ou ſi elle ſe tournera juſques à ce que le centre de gravité ſoit en la perpendicle de gravité.*

*Le donné.* Soit A B C D une colomne peſante 4 ℔, coupée par ſon centre de gravité E, d'un plan F G, parallele à la baſe A D; ſoit auſſi H un poinct ſtable deſſous le centre de gravité E, au milieu de E G; puis les deux poids I, K, chacun de 4 ℔, leurs poincts ſtables D, C, & L M axe, N O horizon.

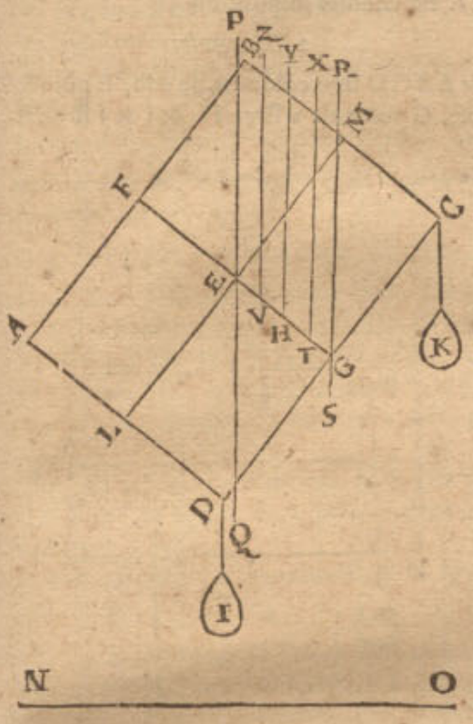
*Le requis* Il faut trouver ſi l'axe L M, demeurera parallele à l'horizon N O; ou tiendra telle poſition qu'on voudra; ou ſi la colomne tournera tant que le centre de gravité E ſoit en la perpendicle de gravité par H, leſquelles diverſitez peuvent advenir ſelon la raiſon des poids à la peſanteur de la colomne.

CON-

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

CONSTRVCTION.

On menera par E la perpendicle de gravité P Q de la colomne, puis par G la perpendicle de gravité R S, des poids I, K, alors E G ſera la barre, puis par la 2 propoſition on verra où le poinct ſtable de l'anſe viendra: car s'il vient ſous H, L M ſe tournera, juſques à ce qu'elle ſoit parallele à l'horizon N O : mais venant en H, elle tiendra toutes les poſitions : venant finalement au deſſus de H, tout renverſera. Or la colomne peſe 4 ℔, &




les poids auſſi I & K, chacun 4 ℔, ce qui fait 8 ℔ : partant diviſant E G en T, ainſi que E T à T G ſoit comme 8 à 4, je dis que L M ſe viendra rendre parallele à l'horizon (puis que T vient ſous H.) Soit maintenant poſé que la colomne peſaſt 4 ℔ & I & K, chacun 2 ℔, c'eſt enſemble 4 ℔; parquoy partageant E G à H (car H eſt au milieu de E G par le donné) alors E H à H G ſera en telle raiſon que 4 à 4 : Je dis que L M (pource que le poinct eſt tombé en H) tiendra telle poſition qu'on voudra. Soit finalement poſé que la colomne peſe 4 ℔, & I & K, chacun 1 ℔, c'eſt enſemble 2 ℔; parquoy E G partie en V, ainſi que E V à V G ſoit comme 2 à 4 : Je dis que la colomne avec tout le reſte ſe tournera (d'autant que V vient au deſſus du poinct H) juſques à ce que H ſoit en ſa perpendicle de gravité.

DEMONSTRATION.

Premierement I & K peſans chacun 4 ℔, il appert que L M ſe tournera pour eſtre parallele à l'horizon, d'autant que la perpendiculaire par T, comme T X, eſt perpendiculaire de gravité de tout; parquoy en le delaiſſant & pendant le tout à la perpendiculaire par H, comme H Y (car H eſt le poinct ſtable donné) le coſté vers B C K, ſera plus peſant que vers A D I : parquoy le coſté B C K deſcendra, tant que H ſoit à la perpendicle de gravité de tout, & L M ſera alors parallele à l'horizon N O.

Secondement quand I, K peſent chacun 2 ℔, alors L M ſe tiendra à toute poſition : car poſons que I & K ſoyent rehauſſez, tellement que D, C ſoyent centres de gravité d'iceux, par la 3 petition : parquoy H ſera le centre de gravité d'un tel corps avec les poids I, K : & par la 4 definition, ſur iceluy H il ſe tiendra à toutes poſitions, ce qui ſe pourroit demonſtrer de toutes les poſitions que L M ſçauroit avoir.

Finalement lors que I, K peſans chacun 1 ℔, alors tout ſe doit renverſer, appert que la perpendiculaire par V, comme V Z, ſera perpendicle de gravité de tout le corps, & en le laiſſant, & le pendant par la ligne H Y au poinct ſtable donné H, le coſté de devers A D I ſera plus peſant que celuy de vers B C K, & partant A D I deſcendra, juſques à ce que H ſoit à la perpendicle de gravité du tout : que ſi on penſoit mettre L M parallele à l'horizon, elle ne ſe tiendroit pas ainſi par la 8 propoſition, mais renverſera.

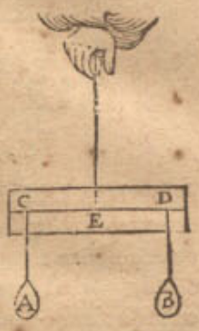
*Concluſion.* Eſtans donc données les peſanteurs equilibres, qui ſont ſuſpendues en une colomne, de laquelle la peſanteur eſt cognue, &c.

Des ces choſes precedentes le progrés general des autres eſt aſſez manifeſte, comme des colomnes, deſquelles le poinct ſtable eſt hors de la ligne F G, & les poincts ſtables des poids en d'autres lieux que D, C : Mais d'autant que nous recerchons principalement la cauſe des qualitez de la Balance (dont nous traiterons plus particulierement en la Statique-practique) nous ne donnons aucuns exemples particuliers de telles irregularitez.

PROBLEME VI. PROPOSITION XI.

*Eſtant donnée une colomne, avec des peſanteurs cognues y attachées : Trouver le poinct ſtable, où le tout ſe tient à toutes poſitions.*

NOTEZ I.



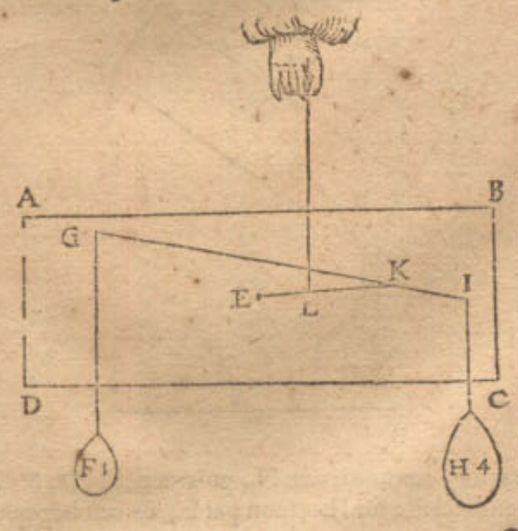

On ſçait que ſi les poincts ſtables C, D des peſanteurs A, B, eſtoyent dans l'axe de la colomne, & egalement diſtans du centre E, alors E ſeroit le centre de gravité : mais nous donnerons cy-apres des exemples plus irreguliers.

NOTEZ II.

Il appert auſſi que ſi les poincts ſtables donnés eſtoyent en ligne droite, comme icy C E D, & que C, D n'eſtoyent equidiſtans au poinct E, mais en raiſon (comme rayons) des peſanteurs C, D, ſi elles eſtoyent inegales ; alors E ſeroit encor le poinct ferme pour tenir le corps en toute poſition.

*Le donné.* Soit A B C D une colomne peſante 10 ℔ : E centre de gravité, & F 1 ℔, H 4 ℔, leurs poids y ſuſpendus és poincts ſtables G, I.

*Le requis.* Il faut trouver le poinct ſtable, où le corps tienne toute poſition.




CON-

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

CONSTRVCTION.

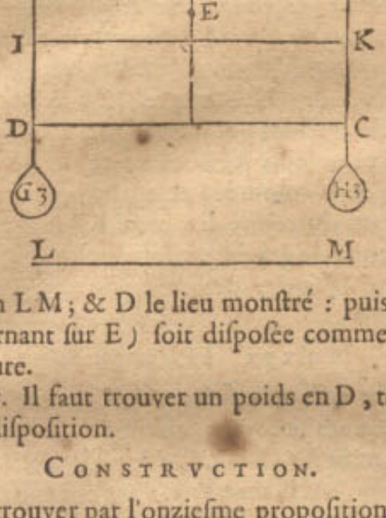
On menera G I la barre des poids F, H, trouvant les rayons selon la 2 proposition, & que K soit leur centre; puis on menera E K autre barre, de la colomne d'une part de 10 ℔, & des poids d'autre part 5 ℔, la coupant en L, tellement que E L soit à L K, comme 5 à 10: & partant L respondant pour tout, sera le poinct ferme tenant le corps en toute sorte de positions: Dont la demonstration est evidente par la 7 proposition.

PROBLEME VII. PROPOSITION XII.

*Estans données une colomne, & des pesanteurs attachées à icelle aussi cognues, avec un poinct stable soustenant l'axe parallele à l'horizon: Trouver un poids propre en un lieu monstré, tenant l'axe en certaine disposition donnée.*

*1 Exemple.*

*Le donné.* Soit A B C D une colomne, pesante 6 ℔, E poinct stable, E F anse, G, H, deux poids, chacun de 3 ℔, & D, C leur establissement; I K axe parallele

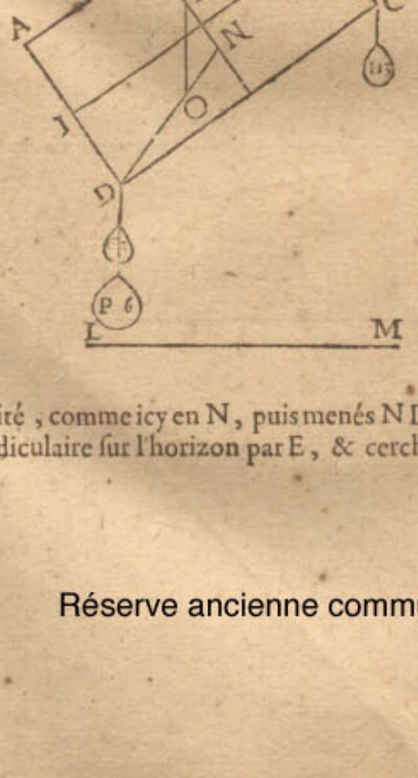



à l'horizon L M; & D le lieu monstré: puis l'axe I K (tout tournant sur E) soit disposée comme en la seconde figure.

*Le requis.* Il faut trouver un poids en D, tenant I K en ladite disposition.

CONSTRVCTION.

Il faut trouver par l'onziesme proposition le centre



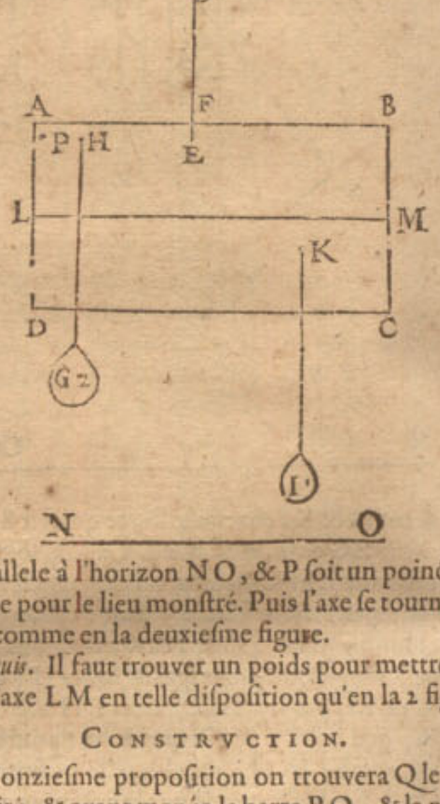

de gravité, comme icy en N, puis menés N D, & E O perpendiculaire sur l'horizon par E, & cerchez quelle raison il y a de D O à O N, laquelle soit de 2 à 1; Parquoy je dis, qu'on doit mettre en D un poids P, de 6 ℔, d'autant que 12 ℔ (de la colomne & les poids G, H,) à P 6 ℔, sont comme 2 à 1: Donc P est le poids requis.

DEMONSTRATION.

Le plus pesant poids 12 ℔ du rayon O N, a telle raison à l'autre de 6 ℔, au rayon O D, comme le grand rayon O D à O N; & ainsi tout pend en equilibre, à l'anse E F, par la 1 proposition: Et par consequent l'axe I K tient ladite disposition.

*2 Exemple.*

Soit A B C D une colomne de 6 ℔, E poinct stable, E F anse, G poids de 2 ℔ en H, & I de 1 ℔ en K, L M

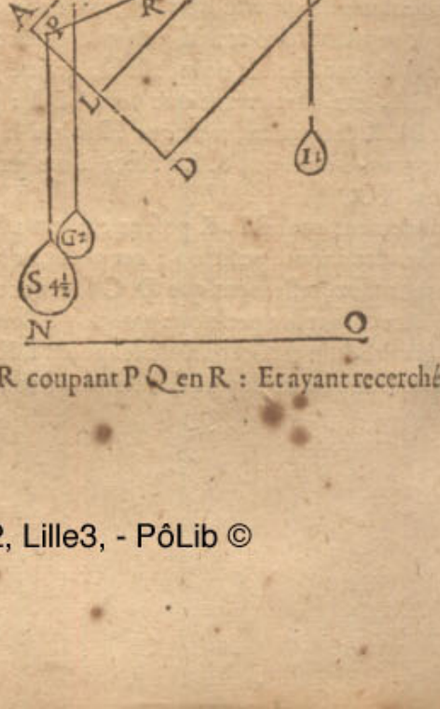



axe parallele à l'horizon N O, & P soit un poinct en la colomne pour le lieu monstré. Puis l'axe se tourne (tout sur E) comme en la deuxiesme figure.

*Le requis.* Il faut trouver un poids pour mettre en P, tenant l'axe L M en telle disposition qu'en la 2 figure.

CONSTRVCTION.

Par l'onziesme proposition on trouvera Q le centre de gravité, & ayant menée la barre P Q, & la perpen-




dicle E R coupant P Q en R: Et ayant recerché quelle raison

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

raiſon il y a de R Q à R P (ſoit de 1 à 2) j'eſtablis en P un poids S de $4\frac{1}{2}$ ℔, aſſavoir ayant telle raiſon au poids de la colomne (jouxte G, I,) faiſant 9 ℔, comme 1 à 2; & je dis que S $4\frac{1}{2}$ ℔ eſt le poids requis.

DEMONSTRATION.

Le majeur poids 9 ℔ du rayon R Q, a telle raiſon au moindre poids $4\frac{1}{2}$ ℔ du rayon R P, comme le long rayon R P au plus court R Q; ainſi tout ſe tient en equilibre à l'anſe F E, par la 1 propoſition: & partant l'axe L M ſe tiendra en la diſpoſition donnée, ce qu'il falloit demonſtrer.

*Concluſion.* Eſtans donc données une colomne & des peſanteurs, &c.

THEOREME VI. PROPOSITION XIII.

*VN deprimant & un elevant egaux agiſſent egalement, par angles egaux, aux rayons egaux.*

*1 Exemple, avec des poids directs.*

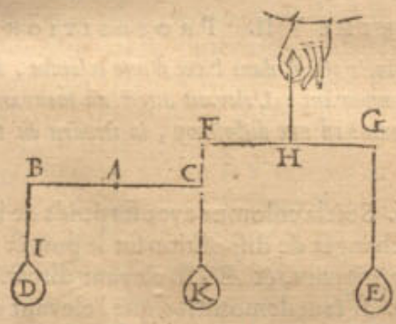
*Le donné.* Soit A le poinct ſtable de la barre B C; & A B, A C les rayons egaux; item à B eſt eſtably le deprimant direct D, & à C l'elevant direct E, egal à D, ſa barre ſoit F G, & H poinct ferme, H F, H G auſſi rayons egaux, finalement les angles A B I, A C F egaux.

*Le requis.* Il faut demonſtrer que le deprimant direct D, & l'elevant direct E, agiſſent egalement aux rayons egaux A B, A C.

*Preparation.* Soit eſtabli un poids K, en C egal à D.

DEMONSTRATION.

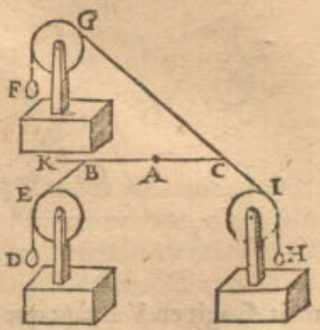
Oſtons E, alors la force de D ſera de tenir les rayons A B, A C en la diſpoſition donnée; car D eſt egal à K, & A B, à A C; oſtons maintenant D & remettons E;




la force de E eſt auſſi de tenir les rayons A B, A C en la meſme diſpoſition: car K & E ſont egaux, & H F & H G: parquoy E, D agiſſent egalement aux rayons A B, A C.

*2 Exemple, avec des poids obliques.*

*Le donné.* Soit A le poinct ſtable de l'anſe, & A B, A C les rayons egaux, à B eſt eſtably le deprimant oblique D, ſa ligne de depreſſion oblique ſoit B E, & à C ſoit l'elevant oblique F, egal à D, & ſa ligne d'elevation oblique C G, & puis l'angle A B E ſoit egal à l'angle A C G.




*Le requis.* Il faut demonſtrer que le deprimant oblique D, & l'elevant oblique F, agiſſent egalement aux rayons egaux A B, A C.

*Preparation.* Soit en C eſtabli le deprimant oblique H, ſa depreſſion oblique C I, parallele à B E, & C B ſoit prolongée juſques à K.

DEMONSTRATION.

Oſtons F, alors la force de D contre H, eſt de tenir les rayons A B, A C en la diſpoſition donnée: car D eſt egal à H, auſſi les rayons A B, A C, & les angles A C I & K B E. Oſtons maintenant D, & remettons F, la force de F eſt de tenir auſſi les rayons A B, A C en la diſpoſition donnée, puis que H eſt egal à F.

*3 Exemple.*

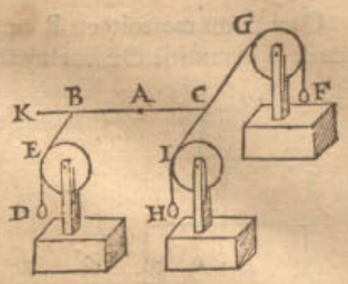
*Le donné.* Soit A le poinct ſtable de l'anſe, & A B, A C les rayons egaux, & en B ſoit eſtabli le deprimant oblique D, ſa depreſſion oblique ſoit B F, & en C, l'elevant oblique F, egal à D, ſa ligne d'elevation oblique C G, & les angles K C G, K B E egaux.

*Le requis.* Il faut demonſtrer que le deprimant oblique D, & l'elevant oblique F, agiſſent egalement és rayons egaux A B, A C.

*Preparation.* Soit eſtabli en C le deprimant oblique H, egal à D, ſa ligne de depreſſion oblique C I, ainſi que les angles A C I, A B E ſoyent egaux.

DEMONSTRATION.

Oſtons F, il appert que la force de D eſt de tenir les rayons A B, A C en telle diſpoſition donnée; car D, H ſont egaux, & les rayons A B, A C, comme auſſi les angles A C I, A B E. Oſtons maintenant D, & remettons F derechef, alors auſſi la force de F eſt de tenir les rayons A B, A C en telle diſpoſition donnée, à cauſe que H eſt egal à F.




*Concluſion.* Un deprimant & un elevant egaux, agiſſent egalement, &c.

PROBLEME VIII. PROPOSITION XIV.

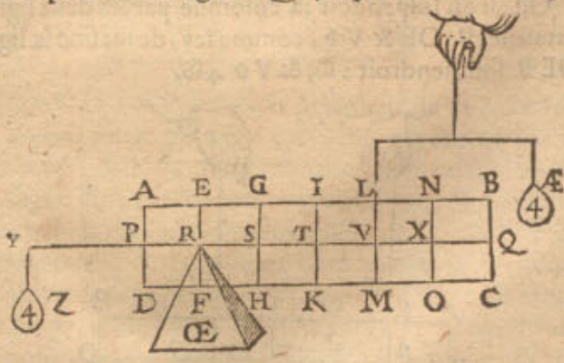
*ESTant donnée une colomne, comme auſſi deux poincts en ſon axe, l'un ſtable, l'autre mouvant en la plus grande partie: Trouver un elevant direct au poinct mouvant, tenant la colomne en une diſpoſition donnée.*

*Le donné.* Soit A B C D une colomne de 6 ℔, departie comme en la 1 propoſition, & le poinct ſtable ſoit R, le mouvant V, en la majeure partie de l'axe R Q: car il eſt impoſſible que quelque elevant direct puiſſe tenir l'axe en la moindre partie en quelque diſpoſition donnée.

*Le requis.* Il faut trouver un elevant direct en V, qui tienne la colomne en ceſte diſpoſition.

CONSTRVCTION.

On produira la ligne Q R juſques en Y, ainſi que




R Y ſoit egale à R V: puis on trouvera par la 3 propoſition le poids Z en Y equilibre avec la colomne, iceluy



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

sera de 4 ℔, puis que R est le poinct stable. Parquoy le poids elevant direct requis, qui est Æ, sera de 4 ℔.

### Demonstration.

Veu que le rayon R V de l'elevant direct Æ, est egal au rayon R Y du poids Z; & Æ egal à Z, lesquels Æ, Z agiront egalement par la 13 proposition : mais la force de Z est telle (ayant osté Æ) que de tenir la colomne en telle disposition : Donc la force de Æ (ayant osté Z) tiendra la colomne en ceste disposition ; ce qu'il falloit prouver.

*Conclusion.* Estant donc donnée une colomne, & aussi deux poincts, &c.

### Notez.

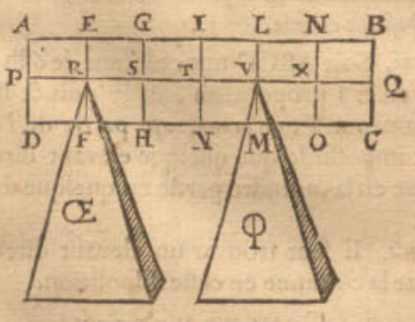
On pourroit dire briefvement V R 3, donne R T 2, combien la colomne 6 ℔ ? viendroit Æ 4 ℔, comme devant, dont la raison sera deduite en la suivante 15 proposition.

### Corollaire I.

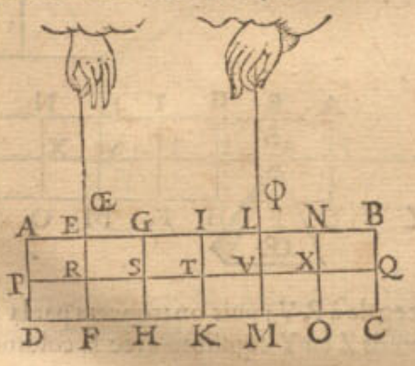
Puis que la colomne pese 6 ℔, & que Æ enleve 4 ℔, il s'ensuit donc que la poincte R de la pyramide OE, en soustient 2 ℔.

Que si on mettoit en R un elevant direct Π, au lieu de la pyramide OE, iceluy Π en eleveroit aussi 2 ℔.

Ou bien si au lieu de Æ, on supposoit la pyramide Φ, elle soustiendroit 4 ℔, & OE 2 ℔.

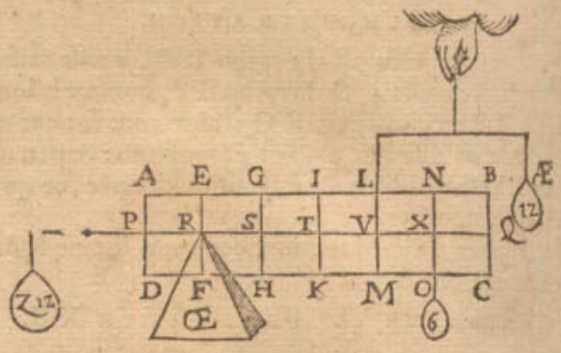



Ou, si on suspendoit la colomne par les deux lignes paralleles R OE & V Φ, comme icy, de mesme la ligne OE R soustiendroit 2 ℔, & V Φ 4 ℔.




### Corollaire II.

Si on attachoit un poids en la colomne, comme par exemple en X 6 ℔, Z devra peser 12 ℔, & par consequent Æ 12 ℔.




## Theoreme VII. Proposition XV.

*Deux poincts estans dans l'axe d'une colomne, l'un ferme, l'autre mouvant : L'elevant direct au mouvant, tenant la colomne en equilibre, a telle raison à la colomne, comme la partie de l'axe entre le centre de gravité de la colomne, & le poinct ferme, à la partie de l'axe entre les poincts ferme & mouvant.*

### Declaration.

Il appert en la figure de la 14 proposition que comme Æ 4 ℔, à la pesanteur de la colomne 6 ℔, ainsi T R à R V : mais declarant la cause Mathematiquement, il faut sçavoir que comme le poids Z au poids de la colomne, ainsi R T à R Y, par la premiere proposition : Mais Æ est egal à Z, & R V à R Y, par l'hypothese : comme donc Æ à la colomne, ainsi T R à R V.

*Conclusion.* Deux poincts donc estans dans l'axe d'une colomne, l'un ferme, l'autre mouvant, &c.

## Theoreme VIII. Proposition XVI.

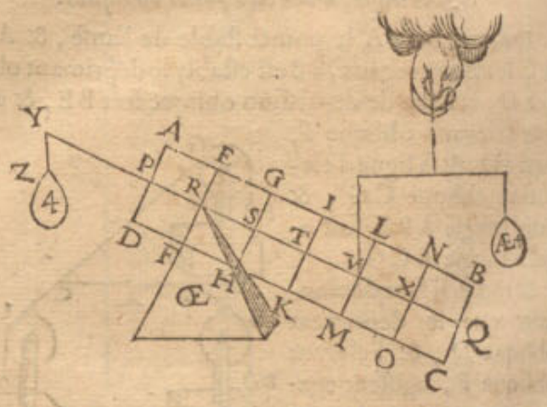
*Deux poincts estans dans l'axe d'une colomne, l'un ferme, l'autre mouvant : L'elevant direct au mouvant qui peut tenir la colomne en une disposition, la tiendra en toute autre quelconque.*

*Le donné.* Soit la colomne avec ses poids de la 14 proposition, changée de disposition sur le poinct ferme R, comme cy joignant, & Æ 4 ℔ elevant direct.

*Le requis.* Il faut demonstrer que l'elevant direct Æ tiendra aussi la colomne en ceste disposition.

### Demonstration.

Ostons Æ, & attachons Z 4 ℔, alors par la 10 proposition, la colomne se tiendra en ceste disposition;




mais Æ agit en V autant que Z en Y, par la 13 proposition, parquoy ostant Z, & remettant Æ, iceluy tiendra aussi la colomne en telle disposition.

*Conclusion.* Deux poincts donc estans dans l'axe, &c.

Theo-

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

THEOREME IX. PROPOSITION XVII.

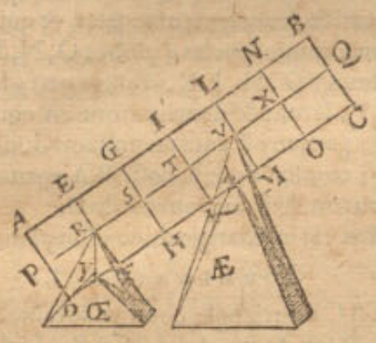
*LA colomne reposant sur deux poincts en l'axe ; comme les parties de l'axe, entre le centre de gravité & chacun d'iceux poincts, ainsi les pesanteurs de la colomne reposans sur les mesmes poincts, d'ordre reciproque.*

*Le donné.* Soit ABCD une colomne pesante 6 ℔, partie selon la 1 proposition, reposant es deux poincts R, V, sur les poinctes ou sommets de OE & Æ.

*Le requis.* Il faut demonstrer que comme TR à TV, ainsi la pesanteur qui repose sur le sommet de Æ au poinct V, à la pesanteur qui repose sur le sommet de OE au poinct R.

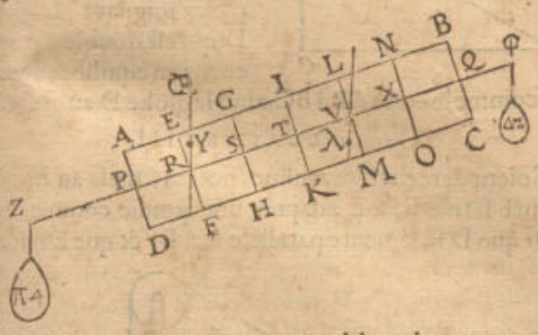
DEMONSTRATION.

TR est double à TV par l'hypothese, & sur la poincte de Æ reposent 4 ℔, & de OE 2 ℔, par le premier corollaire de la 14 proposition; mais 4 ℔ à 2 ℔ sont aussi



doubles : comme donc TR à TV, ainsi le poids reposant sur la poincte de Æ, au poids reposant sur la poincte de OE.

Mais pour demonstrer necessairement la generalité de la consequence : soit prolongée VR en Z, tellement que RZ soit egale à RV : prenant puis apres R pour le poinct ferme, alors en Z reviendra Π 4 ℔, pour tenir la colomne en telle disposition, par la 3 proposition. Or ce qui tient la colomne en V, comme Æ, y fait autant que Π : prolongeant en apres RV jusques en Φ, faisant VΦ egale à VR, & prenant V, comme poinct ferme : alors en Φ se trouvera devoir estre Δ, un poids de 2 ℔, pour tenir la colomne en telle disposition par le troisiesme exemple : mais ce qui en R, tient la colomne, (tout ainsi que OE) y apporte autant de force que Δ, par la 13 proposition. Donc sur OE repose un faix egal à Δ. Maintenant puis que Π est equilibre à la colomne au poinct ferme commun R, le rayon TR, aura telle



raison à l'autre RZ, comme Π à la colomne, par la 1 proposition : De mesme prenant V pour le poinct ferme, alors le rayon TV aura telle raison au rayon VΦ, comme Δ à la colomne, mais RZ est tousiours egale à VΦ : Nous avons donc icy deux proportions, chacune de 4 termes, desquelles 2 termes conviennent entr'eux, assavoir les deuxiesme & quatriesme ; comme,

TR, RZ ; Π, colomne.

aussi TV, VΦ ; Δ, colomne.

Parquoy TR à TV sera comme Π à Δ : & puis que Π est egal au poids de la colomne, qui repose sur la poincte V de la pyramide Æ, & de mesme le poids Δ est egal à ce faix, qui repose sur la poincte R de la pyramide OE: parquoy comme TR à TV, ainsi le poids qui repose sur la poincte V, à celuy qui repose sur la poincte R, des pyramides Æ & OE.

*Conclusion.* La colomne donc reposant sur deux poincts en l'axe : comme les parties de l'axe, entre le centre de gravité & un chacun d'iceux poincts, ainsi les pesanteurs de la colomne reposans sur les mesmes poincts, d'ordre reciproque, comme il a esté proposé au commencement.

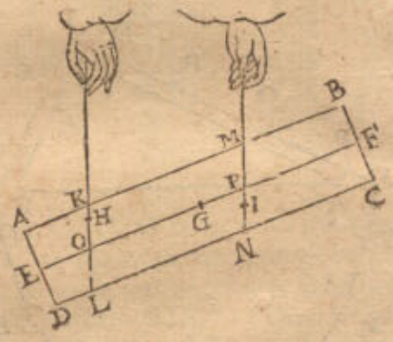
COROLLAIRE.

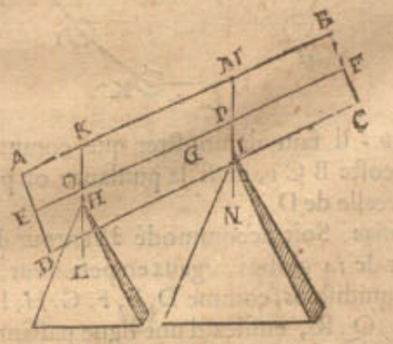
Si les deux poincts sur lesquels la colomne repose, estoyent és perpendicles par R & V, les mesmes poids s'y reposeroyent aussi bien que devant : Soyent par exemple des perpendiculaires par R & V, & en icelles pris des poincts, comme Y & λ, sur lesquels soit posé que la colomne repose ; il appert que sur Y reposeront 2 ℔, & sur λ 4 ℔, d'où procede le theoreme suivant.

THEOREME X. PROPOSITION XVIII.

*VNe colomne reposant sur deux poincts quelconques, comme les parties de l'axe, entre les perpendiculaires passantes par iceux poincts & le centre de gravité de la colomne, ainsi reciproquement les poids de la colomne qui reposent sur les mesmes poincts.*

*Le donné.* Soit ABCD une colomne, l'axe EF ; G centre de gravité, les deux poincts sur lesquels la colomne repose soyent H, I, par où passent les perpendiculaires KL, MN, coupans l'axe en O, P : Je dis que





comme GO à GP, ainsi la pesanteur de la colomne qui repose sur le poinct I, à celle qui repose sur le poinct H : dont la demonstration est manifeste par le corollaire de la precedente 17 proposition. Toutesfois pour faire la declaration plus ample de la necessité de consequence, soit H estimé estre au lieu de O ; alors le poids reposant sur H aura telle raison au poids reposant sur P, comme GP à GO, par la 17 proposition. Supposons puis apres que H demeurant ferme, la colomne soit abbaissée plus bas, autant que de H en O ; cela n'altere en rien le poids par la 3 petition : Semblablement sera demonstré que la pesanteur qui repose



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

ſur P, repoſe auſſi ſur I, & partant comme G O à G P, ainſi ſeront les peſanteurs qui repoſent ſur I & H.

*Concluſion.* Une colomne donc repoſant, &c.

### Corollaire.

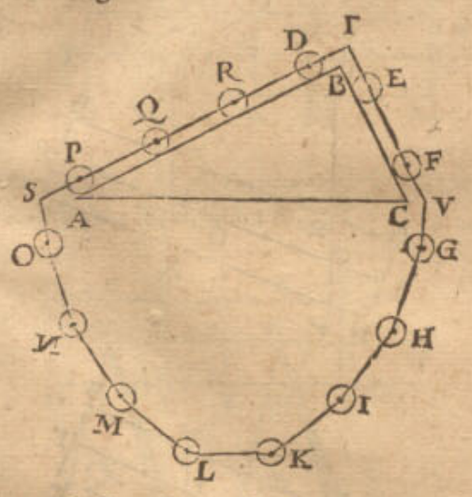
Il eſt manifeſte par ce que devant, que voulant recognoiſtre la raiſon de la peſanteur repoſant ſur I, à celle qui repoſe ſur H, qu'on doit à ceſte fin mener les perpendiculaires K L, M N, coupant l'axe és poincts O, P; & que la raiſon de G O à G P ſeroit la requiſe; ainſi donc, lors que la peſanteur de la colomne eſt notoire, qu'auſſi ſeront les peſanteurs de celles qui repoſent ſur chacun poinct, tel que H, I.

## JUSQUES ICY ONT ESTE declarées les proprietez des peſanteurs directes; ſuivent les proprietez & qualitez des obliques, deſquelles le fondement general eſt compris au Theoreme ſuivant.

### Theoreme XI. Proposition XIX.

*SI un triangle, a ſon plan perpendiculaire à l'horizon, & ſa baſe parallele à iceluy; & ſur un chacun des deux autres coſtez un poids ſpherique, de peſanteur egale; comme le coſté dextre du triangle, au ſeneſtre; ainſi la puiſſance du poids ſeneſtre, à celle du poids dextre.*

*Le donné.* Soit A B C un triangle ayant ſon plan perpendiculaire à l'horizon, & ſa baſe A C parallele à iceluy horizon: & ſoit ſur le coſté A B (qui eſt double à B C) un poids en globe D, & ſur B C un autre E, egaux en peſanteur & en grandeur.




*Le requis.* Il faut demonſtrer que comme le coſté A B 2 au coſté B C 1, ainſi la puiſſance ou pouvoir du poids E à celle de D.

*Preparation.* Soit accommodé à l'entour du triangle un entour de 14 globes, egaux en peſanteur, en grandeur, & equidiſtans, comme D, E, F, G, H, I, K, L, M, N, O, P, Q, R, enfilez d'une ligne paſſant par leurs centres, ainſi qu'ils puiſſent tourner ſur leurs ſuſdits centres, & qu'il y puiſſe avoir 2 globes ſur le coſté B C, & 4 ſur B A, alors comme ligne à ligne, ainſi le nombre des globes au nombre des globes: qu'auſſi en S, T, V, ſoyent trois poincts fermes, deſſus leſquels la ligne, ou le filet puiſſe couler, & que les deux parties au deſſus du triangle ſoyent paralleles aux coſtez d'iceluy A B, B C; tellement que le tout puiſſe tourner librement & ſans accrochement, ſur leſdits coſtez A B, B C.

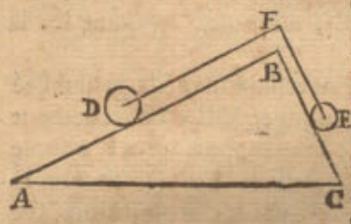
### Demonstration.

Si le pouvoir des poids D, R, Q, P, n'eſtoit egal au pouvoir des deux globes E, F, l'un coſté ſera plus peſant que l'autre, donc (s'il eſt poſſible) que les 4 D, R, Q, P, ſoyent plus peſans que les deux E, F; mais les 4 O, N, M, L, ſont egaux aux 4 G, H, I, K; parquoy le coſté des 8 globes D, R, Q, P, O, N, M, L, ſera plus peſant ſelon leur diſpoſition, que non pas les 6, E, F, G, H, I, K, & puis que la partie plus peſante emporte la plus legere, les 8 globes deſcendront, & les autres 6 monteront: Qu'il ſoit ainſi donc, & que D vienne, où O eſt preſentement, & ainſi des autres; voire que E, F, G, H, viennent, où ſont maintenant P, Q, R, D, auſſi I, K, où ſont maintenant E, F: Ce neantmoins l'entour des globes aura la meſme diſpoſition qu'auparavant, & par meſme raiſon les 8 globes auront le deſſus en peſanteur, & en tombant feront revenir 8 autres en leurs places, & ainſi ce mouvement n'auroit aucune fin, ce qui eſt abſurde. Et de meſme ſera la demonſtration de l'autre coſté: La partie donc de l'entour D, R, Q, P, O, N, M, L, ſera en equilibre avec la partie E, F, G, H, I, K; que ſi on oſte des deux coſtez, les peſanteurs egales, & qui ont meſme diſpoſition, comme ſont les 4 globes O, N, M, L, d'une part, & les 4, G, H, I, K, d'autre part; les 4 reſtans D, R, Q, P, ſeront & demeureront en equilibre avec les 2 E, F; parquoy E aura un pouvoir double au pouvoir de D; comme donc le coſté B A 2, au coſté B C 1, ainſi le pouvoir de E, au pouvoir de D.

*Concluſion.* Si un triangle donc a ſon plan, &c.

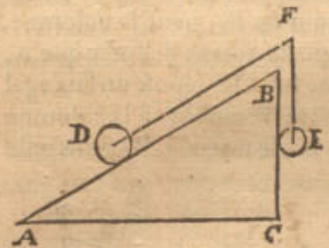
### Corollaire I.

Soit A B C un triangle comme devant, & A B double à B C, & ſoit D un globe ſur A B, double à E, qui eſt ſur B C; en F ſoit un poinct ferme, par deſſus lequel la ligne D F E puiſſe couler ſans empeſchement, ainſi que D F, F E ſoyent paralleles aux coſtez du triangle A B C, procedantes des centres des globes; il appert que D, E ſeront encor en equilibre, puis que cy-deſſus P, Q, R, D, l'eſtoyent à E, F; parquoy comme A B à B C, ainſi le globe D au globe E.



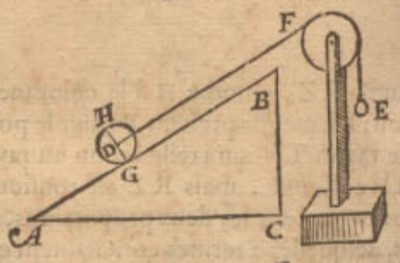

### Corollaire II.

Soit maintenant l'un des coſtez du triangle, comme B C (qui eſt moitié de l'autre A B) perpendiculaire à A C, comme cy joignant; le globe D, qui eſt double à E, ſera encor en equilibre avec E, car comme le coſté A B à B C, ainſi le globe D au globe E.




### Corollaire III.

Soient derechef les meſmes poſées, mais au lieu du poinct ferme F, ſoit adaptée une poulie comme icy, ainſi que D F demeure parallele à A B; & que E ſoit un poids de quelle figure que ce puiſſe eſtre, egal en peſanteur à celuy de devant; iceluy avec D, ſeront encor en equilibre, parquoy comme A B à B C, ainſi D à E.

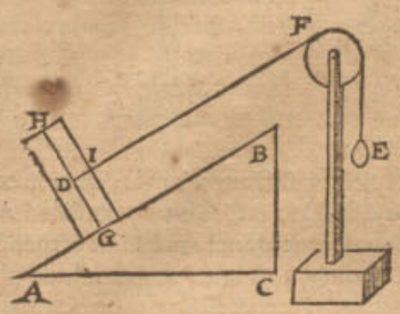



Corol-

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

### Corollaire IV.

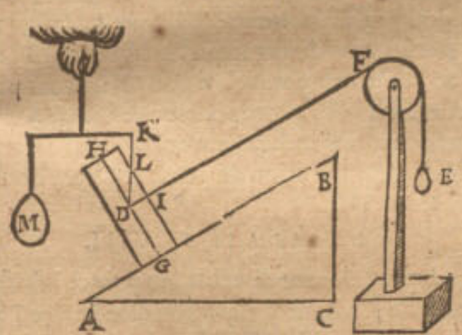
Veu qu'au globe D du troiſieſme corollaire, l'axe par G, comme G H, eſtoit perpendiculaire à A B, ſoit au lieu d'iceluy globe, mis un autre corps, comme icy D,




ayant ſon axe H G perpendiculaire auſſi à A B; & l'elevation oblique D F encore parallele à A B, coupant le coſté de la colomne en I, il appert que comme A B à B C, (double comme devant) ainſi la colomne D au poids E.

### Corollaire V.

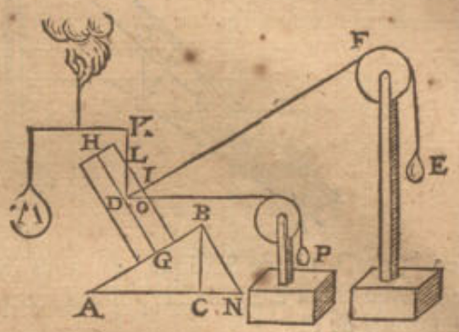
Soit icy menée une perpendiculaire par le centre de la colomne D, comme D K, coupant le coſté d'icelle en L; alors le triangle L D I ſera ſemblable au triangle A B C, car les angles A C B, & L I D ſont droits, & L D eſt parallele à B C, & D I à A B; parquoy comme A B




à B C, ainſi L D à D I: Mais comme A B à B C, ainſi la colomne au poids E, par le quatrieſme corollaire: Donc comme L D à D I, ainſi la colomne à E: Que ſi en K D on applique un elevant direct M, equilibre avec la colomne, il ſera egal en peſanteur à icelle, par la quatorſieſme propoſition: Et finalement comme L D à D I, ainſi M à E.

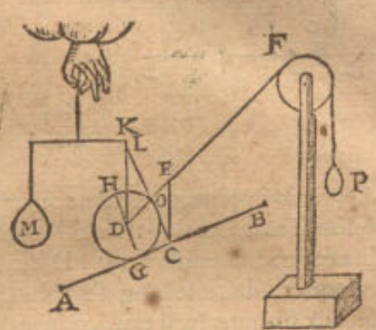
### Corollaire VI.

Soit menée B N, coupant A C prolongée en N, & de meſme D O coupant L I prolongée en O, tellement que l'angle I D O ſoit egal à l'angle C B N, puis ſoit appliqué l'elevant direct P à D O, tenant la colomne en telle diſpoſition (ayant oſté les poids M, E) alors d'autant que L D eſt homologue à B A au triangle B A C; & D I, avec B C, il s'enſuit, que puis que B A à B C eſt comme le poids ſur B A au poids ſur B C, par le deuxieſme corollaire; qu'auſſi D L à D I, ainſi le poids appartenant à D L à celuy de D I, c'eſt comme M à E: Semblablement les trois lignes L D, D I, D O eſtans homologues aux trois A B, B C, B N; alors B A à B N eſtant comme les peſanteurs y appartenans, qu'auſſi L D à D O ſeront comme les peſanteurs y appartenans, c'eſt à dire comme M à P: Et de meſme ſeroit, ſi B N eſtoit de l'autre coſté de la perpendiculaire B C, aſſavoir entre A B, B C;



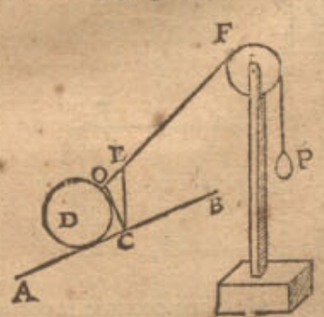

& ſemblablement D O entre D L & D I: Car ceſte proportion n'eſt pas ſeulement lors que l'elevation, comme D I, eſt perpendiculaire à l'axe, mais en toute ſorte d'angles.

Ce que deſſus peut auſſi eſtre entendu d'un globe ſur la ligne A B, comme icy joignant, là où nous dirons comme devant: Que comme L D à D O, ainſi M à P, (pourveu que C L ſoit en angles droits ſur A B, c'eſt à dire parallele à l'axe H G du globe D) & partant comme L D à D O, ainſi la peſanteur du globe, à P:




Mais puis que L D, D O ne peuvent pas bonnement eſtre tracées, au dedans du corps du globe, ſoit C E perpendicle, alors on aura un triangle C E O au dehors de ſa ſolidité, ſemblable à L D O: Dont les coſtez homologues ſont L D, C E, auſſi D O, E O; parquoy comme L D à D O, c'eſt à dire C E à E O, ainſi la peſanteur du globe, à P.

Soyent leſdites lignes à part pour plus ample declaration, comme cy joignant, où nous dirons que

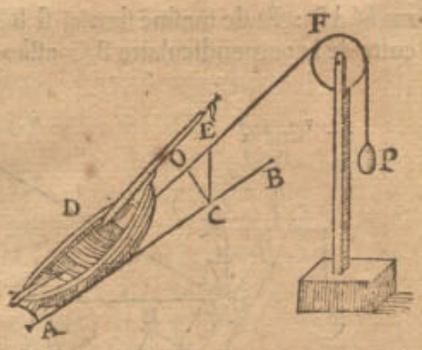



C E eſt à E O, ainſi la peſanteur du globe D à celle de P.

Et cela non pas ſeulement des globes, mais de toute autre ſorte de corps ſolides, coulans ou roulans, comme icy joignant (deſquels nous traiterons particulierement

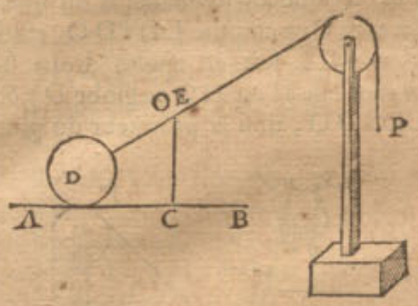


Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©



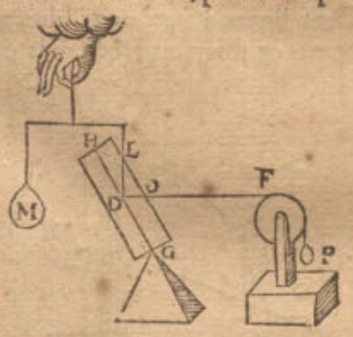

rement en la practique de Statique) où nous dirons auſſi que comme C E à E O, ainſi le poids du corps ſolide D, au poids de P.

Il appert auſſi, que la ligne A B eſtant parallele à l'horizon, comme icy joignant, que C E & C O, viendront en une meſme ligne, & ainſi n'y aura nulle diſtance entre O, & E, & par conſequent nulle raiſon de C E à E O, ce qui donne à entendre que la moindre peſanteur en P, quelle que ce ſoit, ne pourra eſtre en equi-




libre avec D, mais emportera & fera rouler D (entendant cecy ſelon la maniere de parler és Mathematiques) quelle peſanteur que D puiſſe avoir : D'où s'enſuit que toute peſanteur conduite le long d'un plan horizontal, comme bateaux flottans ſur l'eau, chariots le long des plaines, &c. n'ont pas beſoing ſeulement pour les faire mouvoir, de la force d'une mouche, ſinon qu'à cauſe des empeſchemens, que font l'eau, l'aïr, le frottement des rouës, & le choquement des meſmes contre le pavé mal uny, auſſi le frottement de l'eſſieu dedans le moyeu, & choſes ſemblables.

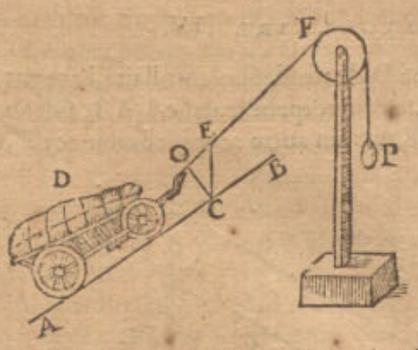
Mais d'autant que le triangle A B N du ſixieſme corollaire, ne cauſe aucun changement en ceſte proportion, oſtons le doreſnavant, prenant G pour poinct fer-



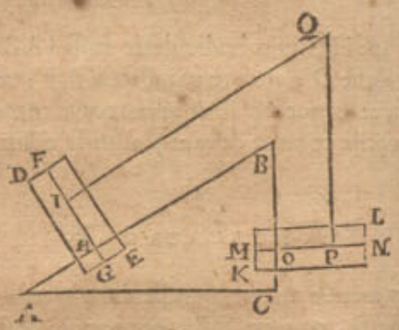

me de la colomne, repoſant comme icy joignant ſur la poincte ou ſommet d'une pyramide, & dira-on encor comme devant, que comme L D à D O, ainſi M à P.

### Corollaire VII.

Or afin qu'on voye que ceſte proportion ne conſiſte pas ſeulement en ce que l'elevation directe D L, vienne du centre de la colomne, & que le poinct ferme ſoit à l'extremité de l'axe, comme cy-deſſus en G au ſixieſme



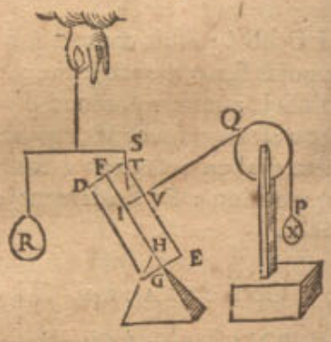

corollaire. Soit A B C un triangle, dont le coſté A B ſoit double à B C, & B C ſoit perpendicle à A C : Et ſoit D E une colomne, dont l'axe F G eſt perpendiculaire ſur A B, & coupant A B au poinct H, de plus ſoit I quelque poinct en l'axe, & K L une autre colomne egale




& ſemblable à la precedente D E, & O un poinct de l'axe touchant B C, & de meſme diſpoſition en ſa colomne que H à la ſienne: ſoit auſſi P un autre poinct de telle diſpoſition à la colomne K L, que I à D E; & Q un poinct ferme, par deſſus lequel la ligne I Q P, puiſſe couler & demeurer parallele à A B C : Alors pour les raiſons deduites à la 19 propoſition des 14 globes, (ce que nous pourrions auſſi faire avec pluſieurs colomnes;) la puiſſance de diſpoſition du poids K L ſera double, à celle du poids D E.

### Corollaire VIII.

Soit adapté l'elevant direct R, au poinct I du ſeptieſme corollaire; ſa ligne d'elevation directe ſoit I S coupant la colomne en T; & I Q la colomne en V; & ſoit




X au lieu de la precedente colomne K L, egal à la moitié du poids de la colomne ſuſdite K L; Soit auſſi oſté le triangle A B C, que la colomne repoſe ſur la poincte H, comme icy : Et pour les precedentes raiſons, comme T I à I V, ainſi R à X. Et ce non pas ſeulement lors que I V eſt perpendicle ſur l'axe F G, mais oblique ainſi qu'il advient : ce qu'on pourroit auſſi demonſtrer particulierement, n'eſtoit que le tout eſt manifeſté ſuffiſamment par le ſixieſme corollaire.

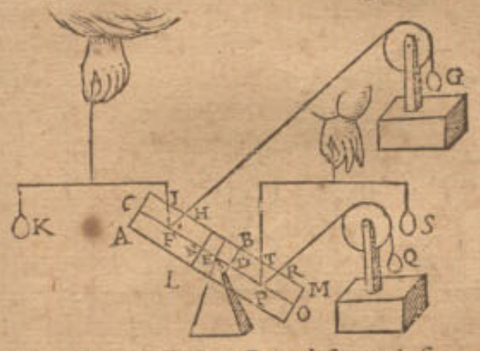
### Corollaire IX.

Nous avons declaré ceſte proportion au huictieſme corollaire, là où le poinct mouvant I eſtoit plus haut que le ferme H, & où la ligne d'elevation oblique I V ſe te-

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

se tenoit du costé du poinct ferme H ; nous demonstrerons maintenant que la mesme proportion est aux autres dispositions;& premierement où le poinct mouvãt est plus bas que le ferme, & là où la ligne d'elevation oblique se destourne du poinct ferme,en ceste maniere.

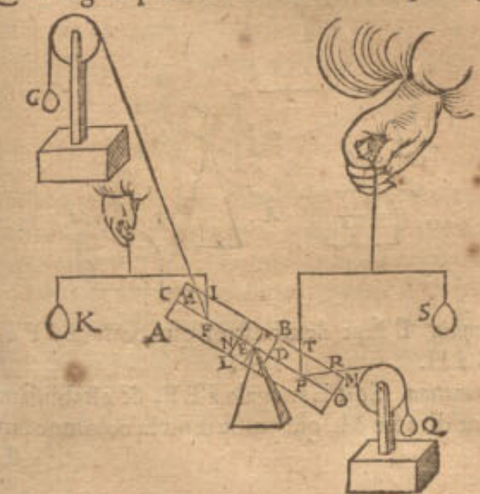
Soit A B une colomne, dont E poinct ferme a l'axe C D, & le poinct mouvant F; aussi l'elevant oblique qui la tient en telle disposition soit G, sa ligne F H, & FI l'elevation directe, & K son poids. Soit L M aussi une colomne, egale & semblable à la colomne A B, son axe N O, poinct ferme E, & poinct mouvant P, ainsi que E N & E D soyent egales, & E F à E P, aussi l'elevant oblique Q, egal à G; sa ligne P R soit parallele à F H; aussi l'elevant droit S soit egal à K, sa ligne



d'elevation directe P T : Ce qu'estant ainsi, prenons que A M soit une colomne, son centre de gravité & poinct ferme sera E par l'hypothese : Ostons les poids K, G, S, Q, lors la colomne A M tiendra sur E toute sorte de disposition qu'on voudra par la 7 proposition: il demeurera donc ainsi, & les colomnes AB, LM seront equiponderantes: remettons les poids Q, G, lesquels attachez de mesme à choses equiponderantes, & de mesme disposition, alors par la 13 proposition Q, G agiront egalement à la colomne A M; & partant Q agira tellement à sa colomne L M, que G à la sienne A B; mais la pesanteur de G est de tenir A B en telle disposition, par le sixiesme corollaire; donc la pesanteur de Q, sera de tenir L M en telle disposition; & de mesme K de tenir A B, ainsi donc la pesanteur de S pourra tenir la colomne L M en telle disposition : Or comme I F à F H, ainsi K à G par le huictiesme corollaire : mais T P est egale à I F, & P R à F H, aussi S à K, comme aussi Q à G : & partant comme T P à P R, ainsi S à Q. D'où se conclud, que ceste proportion est aussi bien aux exemples, qui ont le poinct mouvant P, plus bas que le poinct ferme E, & où l'elevation oblique P R se destourne du poinct ferme E, lequel est là plus haut, & la ligne d'elevation oblique tire du costé du poinct ferme; comme nous avons dit.

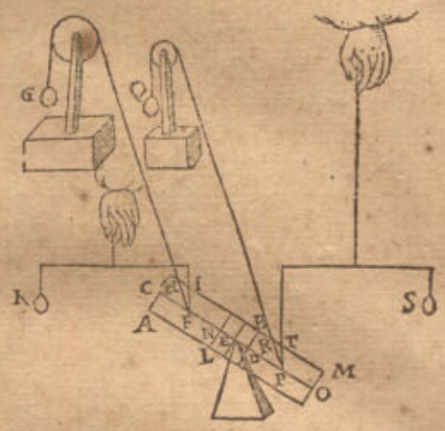
### Corollaire X.

Que la figure presente soit de mesme que la precedente, excepté qu'icy F H se destourne de F I de l'autre costé, & que l'angle H F C est egal à R P O, d'où vient que G agit autant en la colomne A M que Q, & pour les raisons du neufiesme corollaire G agit autant à la colomne A B, que Q à la colomne L M; maintenant par le neufiesme corollaire T P à P R, ainsi S à Q; & puis que I F est egale à T P, & F H à P R, & K à S, & G à Q, alors comme I F à F H, ainsi K à G.



### Corollaire XI.

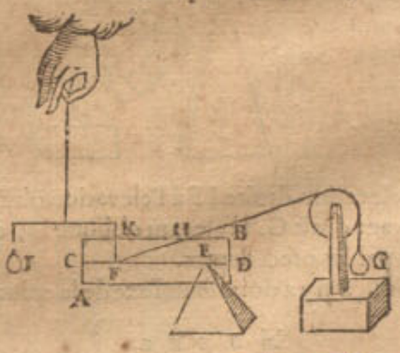
Que la figure presente soit aussi de mesme que la precedente, excepté qu'icy P R est de l'autre costé de P T, & P R parallele à F H, d'où s'ensuit que Q agit autant que G à la colomne A M, & pour les raisons du neufiesme corollaire, Q agit de mesme à L M, que

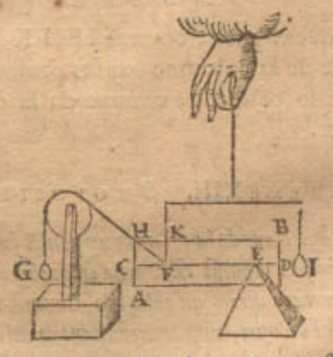


G à A B: Or comme I F à F H, ainsi K à G, par le sixiesme corollaire; & d'autant que T P est egale à I F; & P R à F H, & S à K, & Q à G, alors T P à P R, ainsi S à G : Et pareillement on demonstrera que ladite proportion est aux autres dispositions par leurs contraires.

### Corollaire XII.

Or que ceste proportion convienne aussi à la disposition, où l'axe est parallele à l'horizon, il est manifeste comme s'ensuit : Soit A B une colomne, & l'axe C D parallele à l'horizon, E poinct ferme, F mouvant;





G elevant oblique, tenant la colomne en ceste disposition, sa ligne F H, & I elevant droit, tenant aussi la colomne en tel estat sa ligne F K. Ce qu'estant icy posé, posons maintenant, s'il estoit possible, que K F à F H



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

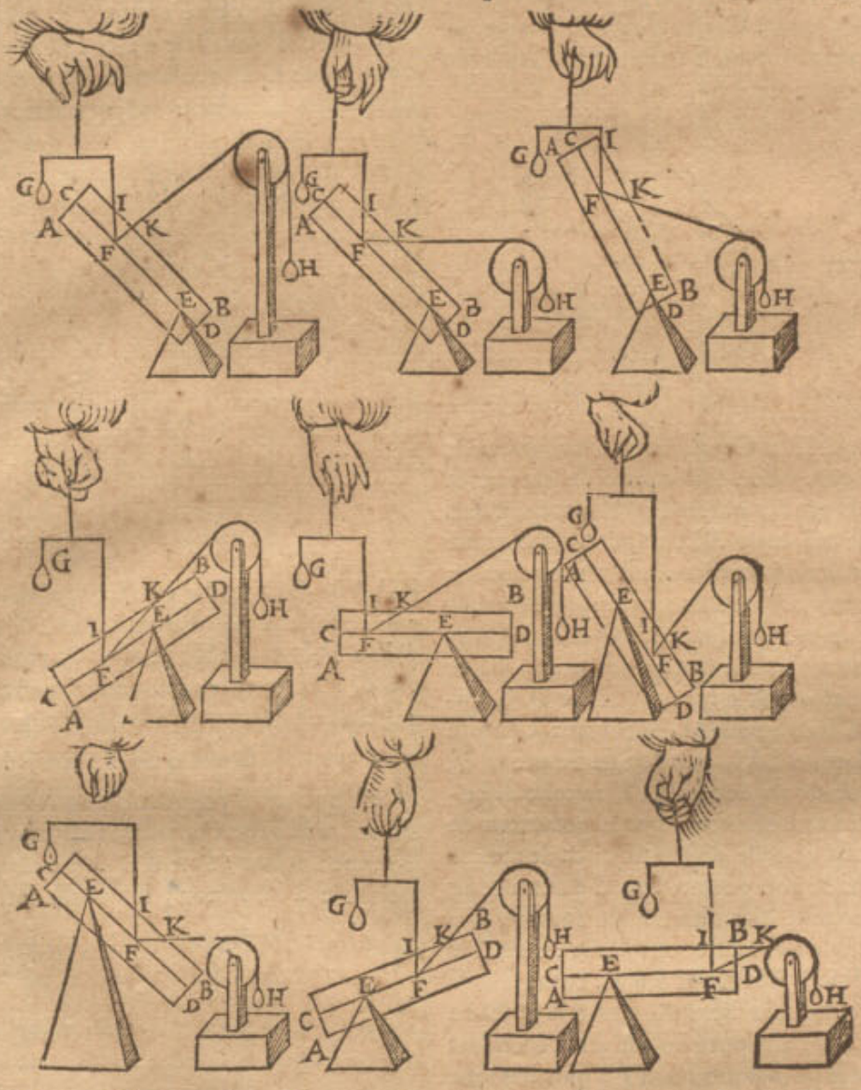
aye une autre raiſon, que I à G : Et par exemple, K F à F H, ſoit comme 1 à 2 ; mais I à G, comme 3 à 7 : Puis ayant abaiſſé la colomne de la premiere figure, ou hauſſé celle de la ſeconde, tant que K F à F H ſoit comme 3 à 7, alors G ſera en equilibre avec la colomne par les precedens corollaires : Tellement que la colomne eſtant elevée ou deprimée, G y demeurera en equilibre: ce qui eſt manifeſtement impoſſible, comme il ſera auſſi demonſtré Mathematiquement par la 22 propoſition ſuivante. K F donc à F H n'a autre raiſon, que I à G.

De toutes les choſes precedentes nous deſcrirons le theoreme ſuivant.

## Theoreme XII. Proposition XX.

*S'il y a dans l'axe de la colomne un poinct ferme, & un mouvant, auquel il puiſſe eſtre tenu en quelque diſpoſition par le moyen d'un elevant direct : Comme la ligne d'elevation droite à la ligne d'elevation oblique, ainſi l'elevant direct à l'elevant oblique.*

*Le donné.* Soit A B une colomne, ſon axe C D, E poinct ferme, F mouvant, laquelle ſoit ainſi ſouſtenue par l'elevant droit G, comme auſſi par l'elevant oblique H (lors que G n'y eſt pas) puis l'elevation droite coupe la colomne en I, & l'oblique en K : je dis, que



comme l'elevation droite I F à l'elevation oblique F K, ainſi l'elevant droit G, à l'elevant oblique H ; ce qui eſt manifeſte par les precedentes.

*Concluſion.* S'il y a donc dans l'axe de la colomne, &c.

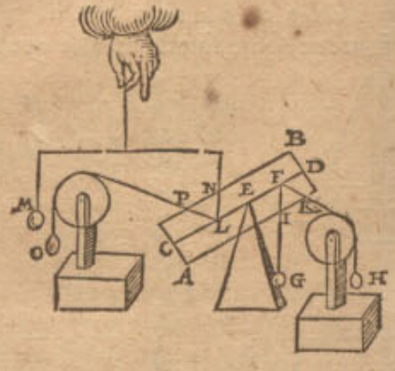
### Notez.

Si quelques lignes, comme I F, F K, ne coupoyent pas le coſté de la colomne, on les prolongera juſques à ce qu'elles le coupent, comme en la derniere figure precedente.

## Theoreme XIII. Proposition XXI.

*S'il y a dans l'axe de la colomne un poinct ferme, & un mouvant, auquel il puiſſe eſtre tenu en quelque diſpoſition, tant par un deprimant direct qu'oblique : Comme la ligne de depreſſion droite à l'oblique, ainſi le deprimant droit à l'oblique.*

*Le donné.* Soit A B une colomne, & dans l'axe C D ſoyent les poincts E ferme, & F mouvant, auquel eſtabliſſant deux poids deprimans, comme G direct & H oblique, tellement que chacun d'iceux la puiſſe tenir en ceſte diſpoſition, puis les lignes de depreſſion ſoyent la droite F I & F K l'oblique.

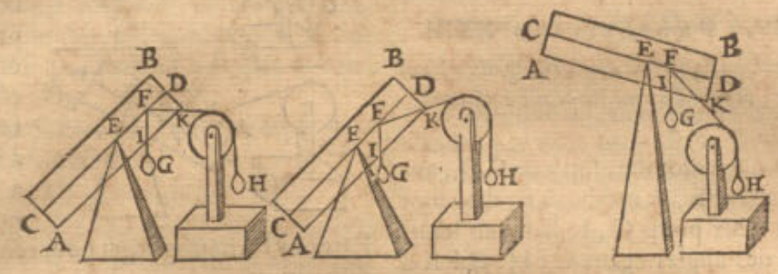


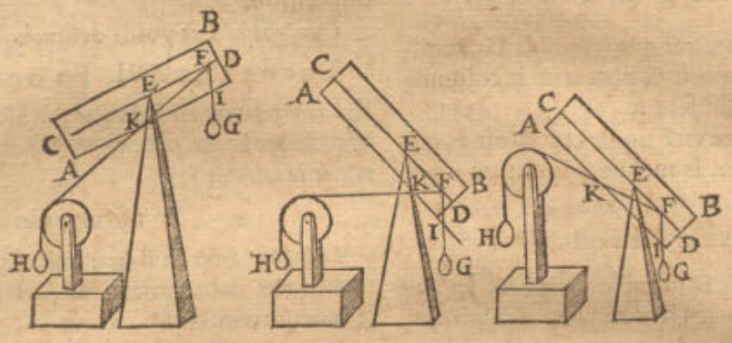
*Le requis.* Il faut demonſtrer que comme I F à F K, ainſi G à H.

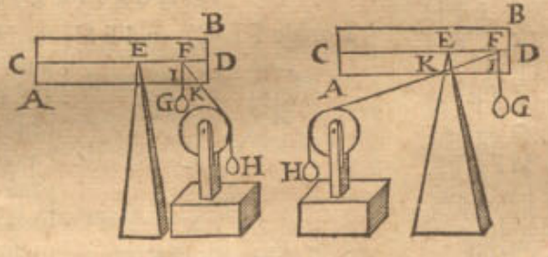
*Preparation.* Soit E L egale à E F, & eſtabliſſant à L l'elevant directe M, qui puiſſe tenir la colomne en telle diſpo-

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

disposition, dont L N l'elevation directe : Semblablement un elevant oblique O en L, & L P sera son elevation oblique, tellement qu'il puisse aussi tenir la colomne en telle disposition, & que P L soit parallele à F K.







DEMONSTRATION.

Comme N L à L P, ainsi M à O, par la 20 proposition. Or G & M agissent egalement à la colomne par la 13 proposition, comme aussi H & O : Parquoy comme I F à F K, ainsi G à H, d'autant que I F & L N sont egales, comme aussi P L & F K : Et semblable sera la demonstration des autres dispositions, comme aux figures suivantes.

*Conclusion.* Si dans l'axe de la colomne, &c.

## PROBLEME IX. PROPOSITION XXII.

*SI dans l'axe de la colomne donnée, y a deux poincts, l'un ferme, l'autre mouvant, auquel y a un poids incognu qui tient la colomne en une disposition donnée : Cognoistre ledit poids.*

*Le donné.* Soit A B C D une colomne, pesante 6 ℔, departie comme en la 1 proposition : Et les poincts donnez, X ferme, S mouvant, auquel y a un poids incognu Y elevant oblique, equilibre avec la colomne, & sa ligne coupe le costé de la colomne A B en O E.

*Le requis.* Il faut trouver combien l'elevant oblique Y pese.

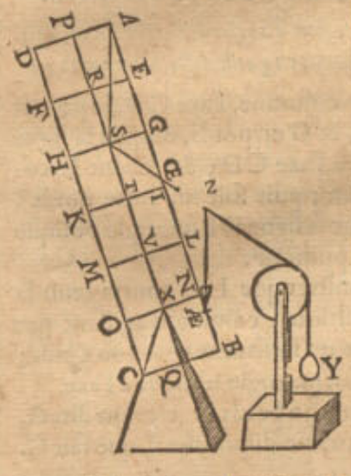
CONSTRVCTION.

On verra quel elevant direct en S, pourroit tenir la colomne en ceste disposition, lequel sera trouvé par la 14 proposition de 4 ℔ : Et puis on cerchera quelle raison il y a de quelque perpendicle, comme Z Æ à Z O E, je prens que ce soit comme 2 à 1, d'où faudra dire, si 2 donne 1, combien l'elevant droit 4 ℔ ? viendra pour Y 2 ℔, & autant pese-il.

*Preparation.* Soit menée une perpendiculaire par S, comme A S.

DEMONSTRATION.

Comme A S à S O E, ainsi l'elevant droit à l'oblique Y, par la 20 proposition ; mais le triangle O E Z Æ est semblable à O E S A ; comme donc A S à S O E, ainsi Æ Z à Z O E : & partant comme Æ Z 2 à Z O E 1, ainsi l'elevant droit 4 ℔ à Y, qui pesera donc 2 ℔ ; ce qu'il falloit cognoistre : Et ainsi de tous autres.



*Conclusion.* Si donc dans l'axe de la colomne donnée, y a deux poincts, l'un ferme, l'autre mouvant, auquel y a un poids incognu qui tient la colomne en une disposition donnée : cognoistre ledit poids.

NOTEZ I.

Nous eussions peu dire en la construction, A S 2 donne S O E 1, combien l'elevant droit 4 ℔ ? eut venu pour Y 2 ℔ ; mais d'autant qu'on ne peut tracer ces lignes A S, S O E dans le corps solide, pourtant aussi on a mené la perpendiculaire Z Æ exterieurement.

NOTEZ

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

NOTEZ II.

Il eſt auſſi manifeſte que des 4 termes, comme elevant droit, elevation directe, élevation oblique, & la colomne, ſi 3 ſont cognus, que le 4 quelconque ſera notoire; ce qui ſe peut faire par raiſon inverſe ou alterne.

THEOREME XIV. PROPOSITION XXIII.

*LEs poids egaux, deſquels les lignes ſont des angles egaux a l'axe à dextre & à ſeneſtre, venans d'un meſme poinct agiſſent egalement à la colomne.*

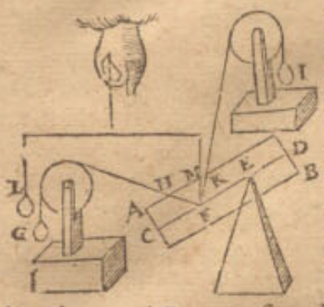
*Le donné.* Soit AB une colomne, ſon axe CD, auquel il y a un poinct ferme E, & mouvant F, d'où ſont eſtablis diverſement deux poids G, I; deſquels les lignes HF, FK, font des angles egaux CFH, DFK à dextre & à ſeneſtre.

*Le requis.* Il faut demonſtrer que les poids G, I agiſſent egalement, aſſavoir que ſi G peut tenir la colomne en telle diſpoſition, qu'auſſi fera I.

*Preparation.* Soit adapté en F un elevant droit I, qui tienne ſeul la colomne en la meſme diſpoſition, que G ſeul.

DEMONSTRATION.

D'autant que HK & CD ſont paralleles, & les angles HFC, KFD egaux par l'hypotheſe, il s'enſuit que les lignes HF, FK ſeront egales; & partant qu'elles auront meſme raiſon à une tierce MF; aſſavoir que comme MF à FH, ainſi MF à FK; mais comme MF à FH, ainſi L à G, ou bien L à I (car G & I ſont poſez egaux:) Donc comme MF à FK, ainſi L à I; & par conſequent I ſeul tiendra auſſi la colomne AB en meſme diſpoſition que G ſeul, & partant ils agiront egalement en la colomne, & ſemblable ſera la demonſtration és autres exemples.



*Concluſion.* Les poids donc egaux, deſquels, &c.

THEOREME XV. PROPOSITION XXIV.

*LEs poids deſquels les lignes ſont à angles droits ſur l'axe, agiſſent alors le plus ſur la colomne en quelle diſpoſition que ce ſoit.*

*Le donné.* Soit AB une colomne, l'axe CD, le poinct ferme E, le mouvant F, & G un poids, duquel la ligne FH eſt perpendiculaire à l'axe CD; & tenant la colomne en telle diſpoſition; puis ſoit un autre poids I egal à G, mais faiſant avec ſa ligne KF un angle oblique à l'axe CD, & au meſme poinct F.

*Le requis.* Il faut demonſtrer que I ne pourra tenir la colomne en telle diſpoſition, comme n'agiſſant pas tant que G, nonobſtant qu'ils ſoyent egaux en poids; pource que ſa ligne KF fait un angle oblique à l'axe.

*Preparation.* Soit adapté un poids L, elevant direct, tenant la colomne en la meſme diſpoſition, que fait G.

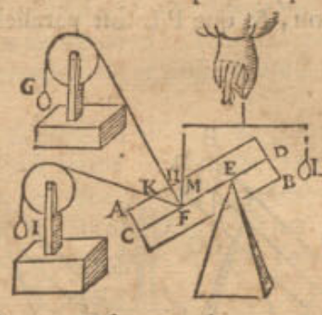
DEMONSTRATION.

A. *Tout poids qui a moindre raiſon à L, que ſa ligne, à FM, eſt trop leger pour tenir la colomne en telle diſpoſition, par la 20 propoſition.*

I. *Le poids I a moindre raiſon à L, que KF à FM.*

I. *Le poids I donc eſt trop leger pour tenir la colomne en telle diſpoſition.*

La demonſtration de la mineure eſt telle. Le poids G a telle raiſon à L, que HF à FM; d'autant que G tient la colomne en telle diſpoſition, auſſi L tout ſeul: Et puis que G & I ſont egaux, alors I à L ſera comme HF à FM: mais pource que FH eſt perpendiculaire à CD, ou AM, KF ſera majeure à FH, par la 47 propoſition du premier livre *d'Euclide*; & ainſi HF à FM (qui eſt I à L) ſera moindre raiſon, que non pas KF à FM; c'eſt à dire que I a moindre raiſon à L, que ſa ligne KF à FM. Parquoy I ſera trop leger pour tenir la colomne en telle diſpoſition.



*Concluſion.* Les poids deſquels, &c.

THEOREME XVI. PROPOSITION XXV.

*SI une colomne eſt ſuſpendue par deux lignes non paralleles, icelles produictes ſe rencontreront dans la perpendicle de gravité de la colomne.*

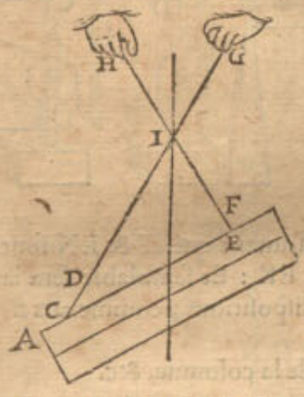
*1 Exemple.*

*Le donné.* Soit AB une colomne, ſuſpendue ou attachée aux deux lignes CD, EF; leſquelles produites ſe rencontrent en I.

*Le requis.* Il faut demonſtrer que le poinct I eſt en la perpendiculaire de gravité de la colomne AB.

DEMONSTRATION.

L'angle FEC, ou IEC, ou HEC eſt le meſme, auſſi DCE, ICE, ou GCE; parquoy quelques poincts qu'on prenne à chaque ligne HE & CG pour ſuſpendre la colomne, elle ſe tiendra en meſme diſpoſition; mais eſtant ſuſpẽdue au poinct I, qui eſt un poinct commun és deux lignes CG, HE, la perpendiculaire paſſant par I ſera perpendiculaire de gravité de la colomne; le poinct I ſera donc en ceſte perpendiculaire de gravité.



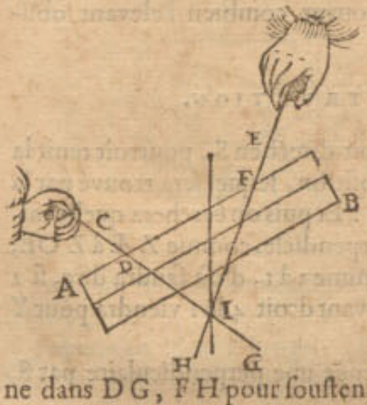
*2 Exemple.*

*Le donné.* Soit AB une colomne attachée aux lignes non paralleles CD, EF, leſquelles produites ſe rencontrent en I.

*Le requis.* Il faut demonſtrer que I eſt en la perpendicle de gravité de la colomne AB.

DEMONSTRATION.

Prenons que DG, FH ſouſtiennent la colomne, leſquelles par la 2 petition ne rompent ny ne plient, elles agiront egalement ſur la colomne, comme CD, EF: car elles tiennent la colomne en la meſme diſpoſition, en une façon auſſi bien qu'en l'autre; & quelques poincts qu'on prenne dans DG, FH pour ſouſtenir la colomne, ce ſera touſiours



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

touſiours la meſme choſe; que ce ſoit I poinct commun qui ſouſtienne la colomne, il ſera dans la perpendicle de gravité de la colomne : donc I ſera dans ladite perpendicle de gravité.

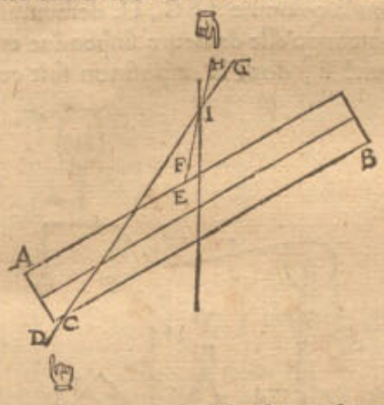
*3 Exemple.*

*Le donné.* Soit A B une colomne, comme devant, ſouſtenue par la ligne de depreſſion oblique C D, & d'elevation oblique E F, leſquelles produites ſe coupent en I.

*Le requis.* Il faut demonſtrer que I eſt dans la perpendicle de gravité de la colomne A B.

DEMONSTRATION.

Prenons que G C pouſſe la colomne, aſſavoir au lieu que C D la tire, que G C la pouſſe en bas : & au lieu de G C, on pourra prendre de C juſques à un poinct pris à la volonté entre C & G : & auſſi entre E & H, pour




tenir la colomne en meſme diſpoſition, ſoit I commune extremité. La colomne eſt donc tenuë par iceluy en ſa diſpoſition donnée, & attachant la colomne au poinct ſeul I ; telle perpendiculaire par I, ſera perpendicle de gravité, en laquelle eſt I.

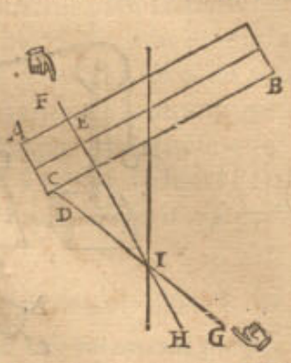
*4 Exemple.*

*Le donné.* Soit A B une colomne, tenuë en telle diſpoſition par les lignes obliques, comme C D de depreſſion, & de E F d'elevation ; les meſmes produites ſe rencontrent en I.

*Le requis.* Il faut demonſtrer que I eſt en la perpendicle de gravité de la colomne A B.

DEMONSTRATION.

Poſons que H E ſupporte la colomne, laquelle avec la ligne de depreſſion oblique C D I tient la colomne en telle diſpoſition : La colomne donc eſt ſouſtenuë par le ſeul poinct I ; parquoy la perpendicle par I, eſt la perpendiculaire de gravité: donc les lignes C D, F E ſe rencontrent en la perpendicle de gravité de la colomne A B.




*Concluſion.* Si une colomne eſt ſuſpendue par deux lignes non paralleles, icelles produites ſe rencontreront donc dans la perpendicle de gravité de la colomne, comme il a eſté propoſé.

THEOREME XVII. PROPOSITION XXVI.

*SI l'une des deux lignes, eſquelles la colomne eſt ſuſpendue, eſt perpendicle ſur l'horizon, l'autre y ſera auſſi perpendiculaire : que ſi l'une eſt oblique à l'horizon, auſſi ſera l'autre : ſi l'une auſſi ſe tourne vers l'autre, l'autre auſſi ſe tournera vers celle-cy : & ſi l'une ſe deſtourne de l'autre, l'autre ſe deſtournera auſſi de celle-cy.*

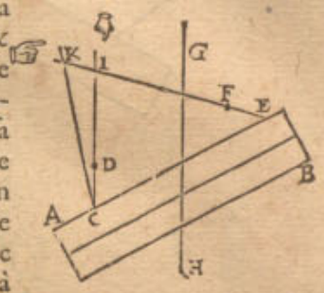
*Le donné.* Soit A B une colomne pendante à deux lignes, l'une C D perpendiculaire à l'horizon, l'autre E F (s'il eſtoit poſſible) oblique à l'horizon, & G H ſoit la perpendicle de gravité de la colomne.

*Le requis.* Il faut demonſtrer le contenu de la propoſition.

*Preparation.* Soyent C D, E F produites ſe coupant en I.

DEMONSTRATION.

Si la colomne ſe tient par les lignes C D, E F, elle ſe tiendra par tous les poincts fermes qu'on y pourroit prendre, d'autant que les angles I C E & I E C ne changent pas : Parquoy prenant I pour le poinct ferme commun, la colomne demeurera pendue en la meſme diſpoſition, & I C ſera perpendicle de gravité ; ce qui eſt impoſſible, car G H eſt ſa parallele ; & ſemblable ſera la demonſtration lors que E F ſe tourne de l'autre coſté : Si donc I C eſt perpendicle à l'horizon, F E n'y ſera pas oblique, & partant y ſera auſſi perpendicle : Si auſſi E F y eſt oblique, l'autre y ſera auſſi oblique. D'avantage, veu que E F ſe tourne vers le coſté A, l'autre ligne ſe doit tourner vers E F ; car ſoit (s'il eſtoit poſſible) qu'elle s'en deſtourne, comme icy C K, coupant E F en K : tellement que pour les raiſons cy-devant dites, la perpendicle par K ſera la perpendiculaire de gravité ; ce qui eſt plus abſurde que la precedente en I : La ligne donc par C ſe doit tourner vers E F, ne pouvant eſtre parallele à icelle, ny ſe tourner d'autre coſté : De meſme pourroit-on demonſtrer, que ſi E F ſe deſtourne de l'autre, que ceſt autre ſe deſtournera de E F.




*Concluſion.* Si donc l'une des deux lignes, &c.

THEOREME XVIII. PROPOSITION XXVII.

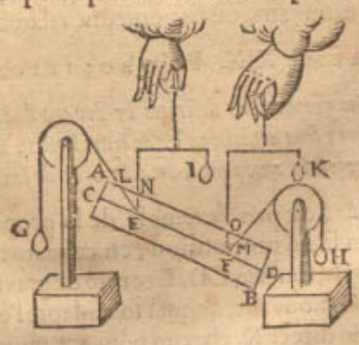
*SI une colomne eſt penduë en equilibre à deux elevans obliques : Comme la ligne d'elevation oblique, à la ligne d'elevation droite, ainſi chaque elevant oblique à ſon elevant direct.*

*Le donné.* Soit A B une colomne, ſon axe C D, & deux poincts en icelle E, F, où ſont attachez deux poids obliques elevans G, H en telle diſpoſition, leurs lignes E L, F M ; puis deux elevans directs I, K, leſquels la ſouſtiennent eux deux auſſi en meſme diſpoſition.

*Le requis.* Il faut demonſtrer que comme L E à E N, ainſi G à I, & que comme M F à F O, ainſi H à K.

DEMONSTRATION.

Prenons F pour poinct ferme, E pour mouvant ;




alors par la 20 propoſition, comme L E à E N, ainſi G à I : Prenons maintenant E pour ferme, & F mouvant ;

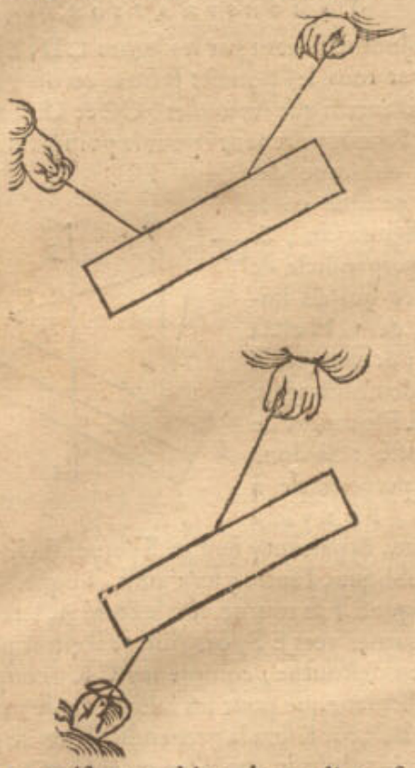
Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

vant ; & par ladite 20 propoſition, comme M F à F O, ainſi H à K.

*Concluſion.* Si une colomne eſt donc pendue en equilibre, &c.

### Corollaire.

Il appert que ſi une colomne eſt attachée par deux lignes non paralleles, comme icy joignant, qu'on



pourra cognoiſtre combien chaque ligne ſouſtiendra, ou de quelle force chaque ligne agira.

---

### Alb. Girard.

*Pour trouver quelle peſanteur il vient ſur chaque ligne oblique, ou en quelle raiſon ; Ie dis que les poids G à H ſont en raiſon, comme L E à F M, joinct la raiſon de M O à N L, en la premiere figure precedente ; ou au lieu de dire M O à N L, (en marquant au centre de la colomne la lettre Z) on pourroit dire F Z à Z E ; partant comme G à H, ainſi L E à F M ; joinct la raiſon de F Z à Z E ; ce qui eſt notoire par les 17 & 20 propoſitions : Mais cecy ſe verra plus amplement en la Statique des cordages cy-apres.*

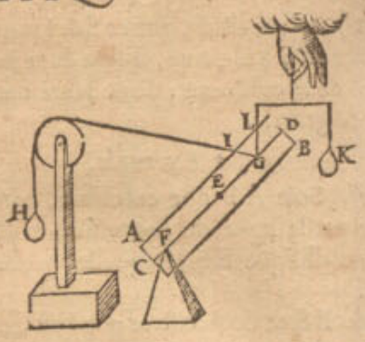
### Notez.

Nous avons pris une colomne en pluſieurs exemples des propoſitions de ce livre, comme la plus convenable figure pour declarer noſtre deſſein, auſſi par les poincts ferme & mouvant dans l'axe : Nous demonſtrerons en ceſte derniere propoſition, que les regles deſdites propoſitions ſont generales en toutes figures, & les poincts fermes & mouvans, où ils pourront eſchoir.

### Theoreme XIX. Proposition XXVIII.

*Toutes les proportions deſcrites cy-devant de la colomne aux poids qui y ſont attachez, & de leurs lignes : Les meſmes ſont de tout autre ſolide, aux poids y attachez, & de leurs lignes.*

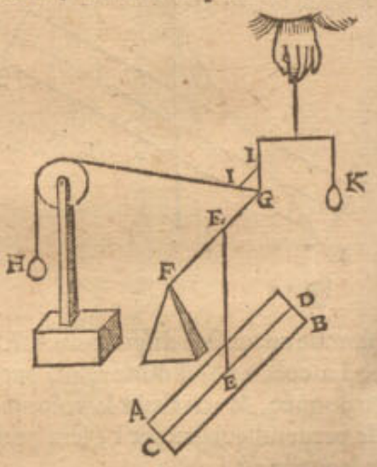
*Le donné.* Soit pris l'exemple de la proportion mentionnée en la 20 propoſition, en ceſte ſorte. Soit A B une colomne, ſon axe C D, E centre de gravité, F poinct ferme, & G mouvant, auquel ſoit adapté l'elevant oblique H, & le direct K, chacun pouvant tenir la colomne en ceſte diſpoſition, leurs lignes G I, G L : où la proportion eſt, comme I G à G L, ainſi H à K.



*Le requis.* Il faut demonſtrer que ceſte proportion, n'eſt pas ſeulement pour la colomne A B, mais pour toute autre figure, comme il eſchoit.

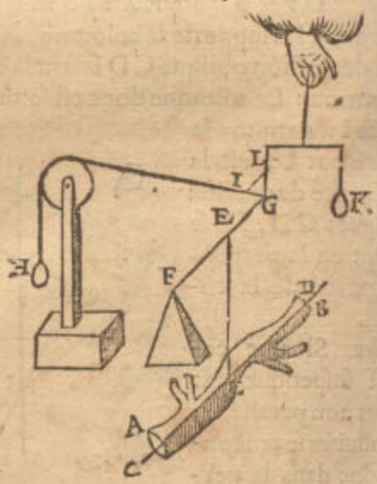
### Demonstration.

Abaiſſons la colomne (F G, I L demeurans en leur lieu) tellement qu'elle demeure ſuſpendue en ſon centre de gravité E, dont la diſpoſition ſoit comme icy



joignant : Et par la troiſieſme petition, la colomne ne cauſant aucune alteration aux poincts F, G, tout demeurera encor en equilibre ; parquoy comme I G à G L, ainſi H à K.

Puis ſoit la figure de la colomne changée en une autre irreguliere quelconque, ſeulement que la meſme peſanteur demeure, comme icy A B ; dont E ſoit cen-

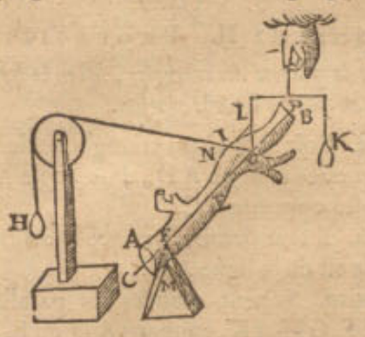


tre de gravité (lequel centre de gravité ſera trouvé mechaniquement comme on verra en la practique ſuivante) ainſi le tout demeure encor en equilibre ; partant comme I G à G L, ainſi H à K, comme devant.

Soit puis apres relevé ledit corps irregulier A B, juſques à ce que la ligne C D ſoit en F G, comme icy, tout demeure encor en equilibre, veu que par la 3 petition le poids plus haut, ou plus bas, n'altere en rien à ſa

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

à ſa peſanteur, & partant I G à G L ſera encor comme H à K. La proportion donc de la 20 propoſition n'eſt




pas particuliere pour les colomnes, mais generalement pour toutes ſoliditez regulieres ou irregulieres. Et ſemblable pourra eſtre la demonſtration generale des autres propoſit. qui prennent la colomne pour ſuject.

*Concluſion.* Toutes les proportions donc deſcrites cy-devant de la colomne aux poids qui y ſont attachez, &c.

COROLLAIRE.

Il eſt notoire auſſi que les poincts donnez, comme F, G, ne doivent eſtre de neceſſité dans la ligne C D, mais où il eſchoit, comme par exemple aux extremitez du corps M, N; car prolongeant la ligne I N, juſques à la ligne droite C D, que je poſe venir en G, & de meſme menant une perpendicle par M, juſques à la ligne C D, que je poſe venir en F, la ſuſdite proportion, aſſavoir I G à G, comme H à K, ſera encor ſemblable.

*Fin du premier livre de la Statique.*

---

# DEUXIESME LIVRE
# DE LA STATIQVE,

*TRAITANT*

## De l'invention du centre de gravité.

*AV premier livre nous avons pris és exemples une colomne, dont le centre de gravité ſans contredit eſt fort facile à trouver; ce qui n'eſt pas ainſi és autres figures, quoy qu'il ſe puiſſe trouver mechaniquement par une ſimple maniere, comme on verra en la pratique de la Statique, propoſition premiere: Mais la maniere Mathematique eſt toute autre, redigée premierement par eſcrit par* Archimedes *és plans, & puis par* Frederic Commandin *és ſolides, à quoy nous adjoindrons les noſtres, & le tout ſelon noſtre ſtyle; leſquelles choſes ſont neceſſaires, tant à l'Hydroſtatique, qu'au traité de la practique ſuivante, & ſeront icy deſcrites & rangées ſous le titre du deuxieſme livre des Elemens Statiques: Nous tiendrons auſſi les definitions des figures pour cognuës.*

### PREMIEREMENT DE L'INVENTION DU CENTRE DE GRAVITE DES PLANS.

SI les figures planes avoyent quelque peſanteur, ou ſi on vouloit faire demande particuliere de conceder qu'elles en euſſent à raiſon de leur grandeur, on pourroit proprement parler de leur centre de gravité, de leur diametre de gravité, &c. Mais d'autant qu'elles n'en ont pas, il le faudra entendre Metaphoriquement, & prendre comme par hypotheſe que la peſanteur des plans, eſt à raiſon de leurs grandeurs. Car *Le faux eſt concedé, afin d'apprendre le vray puis apres.*

THEOREME I. PROPOSITION I.

*LE centre des figures planes, eſt auſſi leur centre de gravité.*

*1 Exemple.*

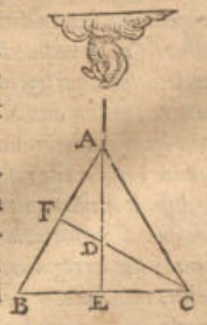
*Le donné.* Soit A B C un triangle equilateral, & D le centre de la figure.

*Le requis.* Il faut demonſtrer que D eſt auſſi le centre de gravité du triangle A B C.

*Preparation.* Soit menée de A une ligne droite vers le milieu de B C, comme A E, & auſſi de C vers le milieu de A B, la ligne C F.

DEMONSTRATION.

Si on ſuſpendoit le triangle par la ligne A E, la partie A E C ſera equiponderante à A E B; car elles ſont egales, ſemblables, & de ſemblable diſpoſition. A E ſera donc diametre de gravité du triangle A B C; & de meſme F C ſera auſſi ſon diametre de gravité: parquoy D ſera centre de gravité du triangle A B C, lequel eſt auſſi centre de la figure.




*2 Exemple.*

*Le donné.* Soit A B C D un parallelogramme, duquel E eſt centre de la figure.

*Le requis.* Il faut demonſtrer que E eſt auſſi centre de gravité d'iceluy parallelogramme.

*Preparation.* Soit menée F G des milieux des coſtez oppoſites, & H I ſemblablement.

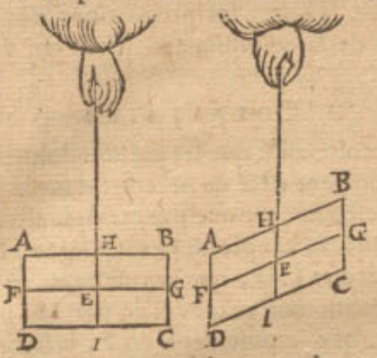
DEMONSTRATION.

Eſtant le parallelogramme ſuſpendu par H I, les parties H I D A & H I C B ſeront equiponderantes, d'autant qu'elles ſont pareilles, c'eſt à dire egales, ſemblables, & de ſemblable diſpoſition; H I ſera donc diametre de gravité de A B C D; Et pour les meſmes



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

raisons FG sera aussi son diametre de gravité. Or ces diametres se coupent en E centre de la figure, & en



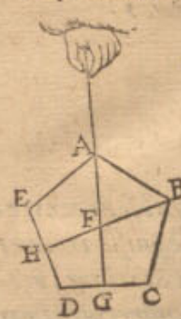

chacun d'iceux diametres est le centre de gravité : donc E sera aussi centre de gravité.

### 3 *Exemple.*

*Le donné.* Soit A B C D E un pentagone regulier, E centre de sa figure.

*Le requis.* Il faut demonstrer que E est aussi son centre de gravité.

*Preparation.* Soit menée A G, du poinct A vers le milieu de D C, & de mesme la ligne B H du poinct B vers le milieu de D E. Dont la *Demonstration* est manifeste, & de mesme qu'és precedens exemples, telles aussi seront toutes autres figures qui ont un centre de figure, comme polygones reguliers, cercles, & ellipses, &c.




*Conclusion.* Le centre des figures planes donc, est aussi leur centre de gravité ; ce qu'il falloit demonstrer.

---

ALB. GIRARD.

*Que les cercles, ellipses, polygones rectilignes reguliers, & entre autres aussi toutes figures, qui ont un poinct dedans, lequel divise toutes les lignes qui y passent, en deux egalement, ayent un centre de figure, voire que ce soit celuy-la, où les lignes susdites se coupent en deux egalement ; ou bien que celuy aux polygones reguliers (voire mesme de nombre impair de costez) soit celuy du cercle mesme, qui les circonscrit, ou qui est inscrit dedans, cela est notoire, mesme aux plus ignorans de la Mathematique ; mais pour les figures irregulieres, autres que les susdites, quoy que terminées, cela a esté iusques icy nié, ou du moins tenu pour chose de difficile decision entre les plus relevez : mais il faut recognoistre que quand mesme nous ne sçaurions pas la definition du centre de figure ; que les reguliers, tant plans que solides, & quelques irreguliers mentionnez (où le parallelogramme est compris) nous monstrent assez que le centre de figure est en toute figure terminée, & que la nature par ces eschantillons nous veut conduire à la cognoissance du milieu, qui est le lieu, où elle cache ses secrets les plus exquis : Donc tout ce qui est terminé a son milieu, & centre est plus distingué que le milieu. Finalement j'estime que ce n'est pas mal dit, que le centre de gravité est aussi le centre de figure : & au contraire, il n'importe qu'il soit aucunesfois sur le circuit, voire aucunesfois dehors, comme de l'anneau qui ne fait que la moitié du circuit. Quant à* Stevin *il a estimé que les triangles irreguliers n'avoyent nul centre de figure, par la distinction qu'il fait de la proposition suivante d'avec la precedente : Faut aussi noter en passant, que le centre de generation n'est pas le centre de figure ; comme on dit coustumierement que le centre d'un demicercle est où le centre du cercle entier estoit ; mais c'est le centre de generation, & non pas celuy de la figure ny de gravité, lequel nous demonstrerons cy-apres estre dedans la superfice, & la maniere de le trouver Mathematiquement en sa perfection, comme celuy aussi de l'hemisphere, & d'autres figures, qui n'ont encor esté expliquées par personne cy devant.*

THEOREME II. PROPOSITION II.

*LE centre de gravité des triangles, est en la ligne menée d'un angle, au milieu du costé oppositе.*

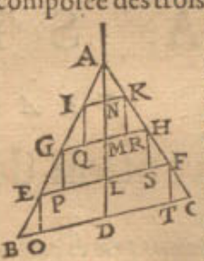
*Le donné.* Soit A B C un triangle quelconque rectiligne, & menée la ligne A D, d'un angle A vers le milieu du costé oppositе B C.

*Le requis.* Il faut demonstrer que le centre de gravité du triangle est en la ligne A D.

*Preparation.* Soyent menées les paralleles à B C, comme E F, G H, I K, coupans A D en L, M, N ; puis les paralleles à A D, comme E O, G P, I Q, K R, H S, F T.

DEMONSTRATION.

Les quadrangles I R, G S, E T seront parallelogrammes, desquels les centres de gravité sont en A D ; d'autant que B D estant egale à D C, leurs costez seront aussi paralleles à B C ; voire le centre de gravité de la figure composée des trois parallelogrammes I T, sera dans A D :




Or tout ainsi qu'on a inscrit icy trois parallelogrammes dans A B C, on en pourra faire aussi une infinité, lesquels auront tous leurs centres de gravité dans A D, pour les mesmes raisons ; & tant plus il y en a, tant moins differeront-ils du triangle, veu que si on menoit des paralleles à B C par le milieu de A N, N M, M L & L D, achevant les parallelogrammes, ils ne differeront du triangle que de la moitié de la difference precedente : Parquoy on en peut tant inscrire, que la difference sera moindre qu'aucune superfice donnée tant petite soit-elle, d'où s'ensuit que prenãt A D pour diametre de gravité, la disposition de la pesanteur de la partie A D C differera moins de celle de l'autre partie A D B, qu'aucune quantité qu'on sçauroit donner si petite puisse-elle estre, d'où nous argumẽterons ainsi.

A. *Lors que deux pesanteurs different, on peut trouver une pesanteur moindre que leurs differences.*

O. *A ces deux pesanteurs A D C, A D B, on ne peut trouver de pesanteur moindre que leur difference.*

O. *Ces deux pesanteurs donc A D C, A D B ne different pas.*

Parquoy A D sera diametre de gravité, & consequemment le centre de gravité du triangle y sera.

*Conclusion.* Le centre de gravité donc des triangles, est en la ligne menée d'un angle vers le milieu du costé oppositе ; ce qu'il falloit demonstrer.

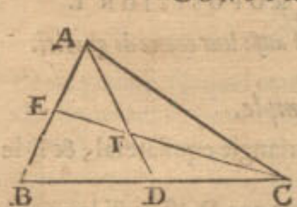
PROBLEME I. PROPOSITION III.

*TRouver le centre de gravité d'un triangle donné.*

*Le donné.* Soit A B C un triangle rectiligne donné.

*Le requis.* Il faut trouver son centre de gravité.

CONSTRUCTION.




On menera A D, de l'angle A vers D le milieu de B C, & de mesme C E, vers le milieu de A B : alors F sera le centre de gravité.

DEMONSTRATION.

Car puis que le centre de gravité du triangle A B C est par la 2 proposition dans A D, & aussi dans C E, par la mesme proposition il sera en F.

Con-

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

*Conclusion.* Nous avons donc trouvé le centre de gravité d'un triangle donné, selon le requis.

THEOREME III. PROPOSITION IV.

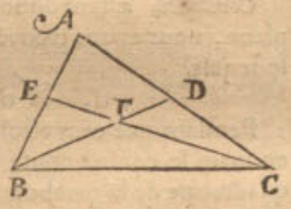
*LE centre de gravité d'un triangle divise la ligne menée d'un angle vers le milieu du costé oppositе en telle sorte ; que la partie de devers l'angle est double à l'autre.*

*Le donné.* Soit A B C un triangle, & de l'angle B est menée B D, vers le milieu de A C; & de mesme C E, de l'angle C vers le milieu de A B, tellement que F sera le centre de gravité.

*Le requis.* Il faut demonstrer que C F est double de F E.

DEMONSTRATION.

Ostant la raison de E B 1 à B A 2, de la raison de C D 1 à D A 1 (c'est à dire raison $\frac{1}{2}$, de raison $\frac{1}{1}$) restera raison $\frac{2}{1}$, c'est à dire que la raison de C F à F E est de 2 à 1 : par la converse du 12 chap. du premier livre de *l'Almageste de Ptolemée.*




*Conclusion.* Le centre de gravité donc d'un triangle, &c.

---

ALB. GIRARD.

*Celuy qui n'entend pas ceste maniere de demonstration doit recourir premierement au lieu cité de* Ptolemée, *puis à l'Arithmetique du present Autheur vers la fin touchant l'Addition & soustraction des raisons. Les anciens, comme* Archimedes, Euclides, Apollone Pergee, Eutocius Ascalonite, Pappus Alexandrin, *&c. ont leurs livres remplis de l'egalité d'une raison à deux autres, excepté que ce qu'en a escrit* Euclides *ès Elemens vulgaires est assez rare, comme en la 23 proposition du sixiesme livre, & en la 5 proposition du huictiesme livre. Mais il est à estimer qu'il en a plus escrit en ses trois livres des Porismes qui sont perdus, lesquels, Dieu aidant, j'espere de mettre en lumiere, les ayant inventez de nouveau.*

THEOREME IV. PROPOSITION V.

*SI on divise deux costez d'un triangle en trois parties egales chacun : La ligne entre les deux poincts de division, qui sont pres du troisiesme costé, passera par le centre de gravité du triangle.*

*Le donné.* Soit A B C un triangle, duquel les deux costez A B, A C sont divisez chacun en trois parties egales, dont les poincts proches du troisiesme costé sont E, G; & soit menée E G.

*Le requis.* Il faut demonstrer que E G passe par le centre de gravité du triangle A B C.

*Preparation.* Soit mence A H, de l'angle A vers le milieu de B C, coupant E G en I.

DEMONSTRATION.

Puis que [par la 1 proposit. du 6 livre *d'Euclides*] A E est à E B, comme A G à G C: E G sera parallele à B C, & partant A I sera double à I H, aussi bien que A E à E B; mais A H vient d'un angle vers le milieu du costé opposite ; donc par la 4 proposition I sera centre de gravité du triangle.

*Conclusion.* Si on divise donc deux costez d'un triangle, &c.

ALB. GIRARD.

*Voyez* Archimedes *au premier livre des Equiponderans, proposition 13 & 14, la 15 est la 8 proposition suivante de ce livre.*

PROBLEME II. PROPOSITION VI.

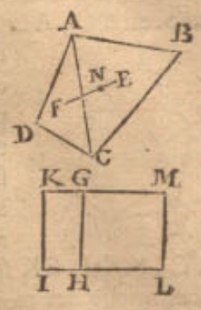
*ESTant donnée une figure rectiligne plane, trouver son centre de gravité.*

*1 Exemple.*

*Le donné.* Soit A B C D un polygone quelconque.
*Le requis.* Il faut trouver son centre de gravité.

CONSTRVCTION.

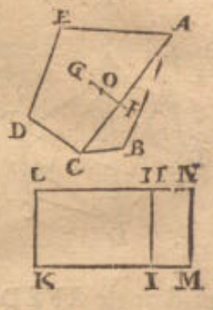
On divisera la figure en triangles, & soyent trouvez les centres de gravité de chacun, par la 3 proposition, lesquels soyent E, F ; alors E F sera la barre. Puis ayant fait deux parallelogrammes de mesme hauteur, egaux aux deux triangles, chacun au sien, par la 45 proposition du premier livre *d'Euclides*; & soyent K H egal à A D C, & G L egal à A B C; & soit N, ainsi que F N à N E soyent en mesme raison, que L H à H I; alors N sera le centre de gravité de la figure totale A B C D.




*2 Exemple.*

CONSTRVCTION.

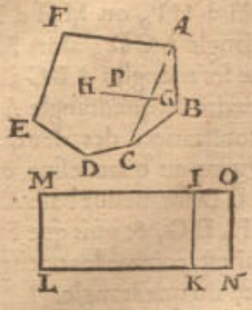
Pour le pentagone irregulier A B C D E, on menera A C, & F centre de gravité du triangle, par la 3 proposition, & G du quadrangle par le premier exemple; alors la barre G I soit divisée en O, ainsi que G O à O I soit, comme le triangle A B C au quadrangle A C D E (ce qui se fera par l'aide des parallelogrammes de mesme hauteur H M, L I changeant les parties A B C & A C D E en H M, L I, comme il a esté dit au premier exemple) alors O sera centre de gravité de toute la figure A B C D E.




*3 Exemple.*

CONSTRVCTION.

Et pour le present hexagone irregulier ; Soit menée A C, puis soyent H, G, les centres de gravité des parties par le moyen du deuxiesme exemple, & de la 3 proposition, & finalement la barre HG coupée en P, ainsi que G P à P H, soit comme le pentagone A C D E F au triangle A B C (ce qui se fera par l'aide de la metamorphose des parties en parallelogrammes M L, I K, faisant comme dessus) alors P sera le centre de gravité de toute la figure hexagonale.




NOTEZ I.

On pourroit bien resoudre ce probleme sans changer les parties de la figure donnée en parallelogramme, comme s'ensuit.

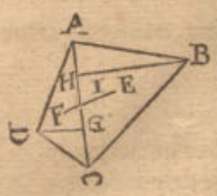


Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

*4 Exemple.*

CONSTRVCTION.

Pour le quadrangle ABCD ; ſoit menée AC, puis F, E centres de gravité des triangles ADC, ACB, diviſant la barre FE en I, ainſi que FI à IE ſoit comme BH à DG (perpendiculaires à AC) c'eſt à dire comme le triangle ABC au triangle ADC ; alors I ſera le centre de gravité du quadrangle ABCD.




*5 Exemple.*

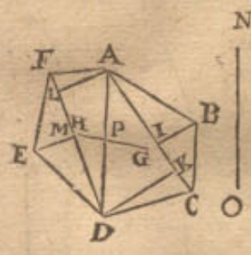
CONSTRVCTION.

Pour le pentagone irregulier ABCDE, ſoyent menées AC, AD, puis trouvant le centre de gravité du triangle ABC, comme E, & du quadrangle ACDE, par l'exemple precedent : & ſoit F, diviſant la barre FG, en N, ainſi que GN à NF ſoit comme le quadrangle ACDE au triangle ABC, comme s'enſuit, ayant mené BH à angles droits ſur AC, & CI, EK ſur AD ; ſoit LM, quatrieſme proportionelle des trois AD, AC, HB ; & ſoit GN à NF, comme CI avec EK, à LM : alors N ſera le centre du pentagone.

*6 Exemple.*

CONSTRVCTION.

Pour l'hexagone ABCDEF, ſoyent menées AC, FD, AD, que le tout ſoit diviſé en triangles, ſur leſquelles ſoyent BI, DK à angles droits ſur AC, & AL, EM ſur FD ; puis des trois FD, AC ſeconde, BI & KD, comme tierce ; ſoit trouvée la 4 proportionelle NO ; & ayant trouvé G centre de gravité du quadrangle ABCD, par le quatrieſme exemple ; & H du quadrangle AFED ; ſoit diviſée la barre HG en P ; ainſi que les rayons GP à PH ſoyent en telle raiſon, comme AL avec EM à NO ; alors P ſera le centre de gravité de l'hexagone.




DEMONSTRATION.

Au premier exemple FN eſt à NE, eſtant comme LH à HI, ou MH à HK, ou le triangle ABC au triangle ACD ; alors FN à NE rayons, ſeront comme les triangles ABC à ACD : N donc eſt centre de gravité du quadrangle ABCD ; & ſemblable eſt la demonſtration des deuxieſme & troiſieſme exemples : Quant au quatrieſme exemple, les triangles ABC, ACD ſur meſme baſe AC, ſont comme leurs hauteurs BH, DG ; & puis que FI à IE, eſt comme BH à DG, qui eſt comme les triangles ; alors I ſera centre de gravité du quadrangle.

Quant au cinquieſme exemple, puis que AD, AC, HB, LM, ſont 4 proportionelles, le rectangle AD, LM ſera egal au rectangle AC, HB, ou à deux fois le triangle ABC :

Parquoy le rectangle AD, LM, eſt egal à deux fois le triangle ABC.

D'avantage il y a deux rectangles de commune hauteur AD, leurs baſes ſont LM, & l'autre EK avec IC, comme une ſeule ligne : & eſtans de meſme hauteur, ſeront comme leurs baſes. Donc

Comme LM à EK avec IC baſes ;

Ainſi les rectangles AD, LM (ou deux fois le triangle ABC) au rectangle de AD, & EK avec IC : (ou deux fois le quadrangle AEDC.

Aſſavoir, comme LM, à EK avec IC ;

Ainſi deux fois le triangle ABC, à deux fois le quadrangle AEDC.

Mais LM, à EK avec IC, ainſi a eſté poſée NF à GN :

Donc comme GN à NF, ainſi une fois le quadrangle AEDC à une fois le triangle ABC ;

Et partant N ſera le centre de gravité du total ; puis que F, G le ſont des parties : Semblable ſera auſſi la demonſtration du ſixieſme exemple.

*Concluſion.* Eſtant donc donnée une figure rectiligne plane, nous avons trouvé ſon centre de gravité, ſelon le requis.

NOTEZ.

Pendant que cecy eſtoit ſous la preſſe, il m'eſt venu en main le commentaire de *Frederic Commandin* ſur la quadrature de la parabole d'Archimedes, où il deſcrit en la *6* propoſition une autre maniere de trouver le centre de gravité des figures planes rectilignes, ſi quelqu'un deſire de la ſçavoir, il pourra y avoir ſon recours.

---

ALB. GIRARD.

*Lors que je faiſois la lecture de ce livre, je fis tout mon effort pour recouvrer le commentaire ſuſnommé ; toutefois avant que de le pouvoir recouvrer, je me mis à recercher quelques manieres plus faciles que celles que* Stevin *enſeigne icy : (car cercher la quatrieſme proportionelle, c'eſt un peu trop ſuivre la maniere Arithmetique) finalement ayant reüſſy, & depuis recouvert ledit commentaire, je trouvay que la maniere que j'avois de trouver le centre de gravité d'un quadrangle convenoit du tout à la maniere de* Commandin *en ſa figure troiſieſme ; (car ſa figure quatrieſme eſt encor autrement) or il enſeigne puis apres une maniere de trouver generalement le centre de gravité des autres polygones, laquelle eſt fort belle, que je mettray icy és exemples 7, 8 & 9, comme s'enſuit, à celle fin de contenter, ceux qui en ſeroyent deſireux.*

7 Exemple.

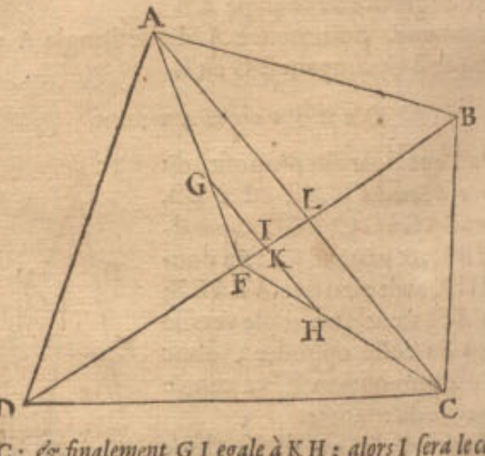
Le donné. *Soit ABCD un quadrangle.*

Le requis. *Il faut trouver ſon centre de gravité.*

CONSTRVCTION.

*Ceſte maniere s'accorde du tout avec la ſienne, comme j'ay dit cy-deſſus :*

*Soit F au milieu de la diagonale BD, & menant AF, FC, de laquelle FG ſoit le tiers, puis GH parallele à l'autre diagonale AC ; & finalement GI egale à KH ; alors I ſera le centre de gravité du quadrangle ABCD.*




DEMON-

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

DEMONSTRATION.

*D'autant que F G est le tiers de A F, laquelle vient de l'angle A vers le milieu de D B, alors G sera centre de gravité du triangle A B D, & H du triangle D C B; car F H est à H C, comme F G à G A; d'autant que G H est parallele à A C. G H donc sera la barre, mais les triangles susdits A B D à D C B sont comme A L à L C (ce qu'on prouve en ce que les perpendicles sur D B des angles opposez sont en mesme raison) ou comme G K à K H, ou bien comme H I à I G: donc I sera le centre de gravité du quadrangle A B C D, car I G est egale à K H.*

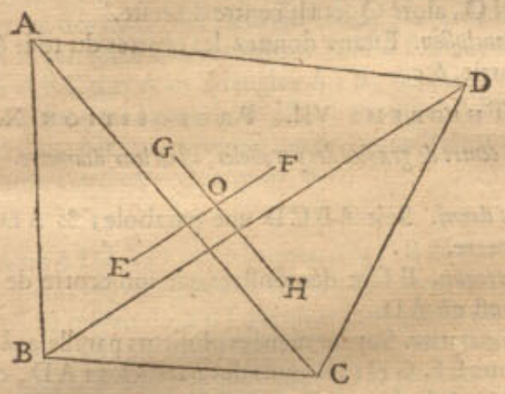
*Notez que si la diagonale A C eust passé par F, que tout eust esté encor plus aisé.*

## 8 Exemple.

Le donné. *Soit encores un quadrangle A B C D.*
Le requis. *Il faut trouver le centre de gravité.*

CONSTRVCTION.

*Soyent E, F centres des deux triangles A B C, A D C, & G, H, des triangles A B D, & B C D, les barres se coupans*



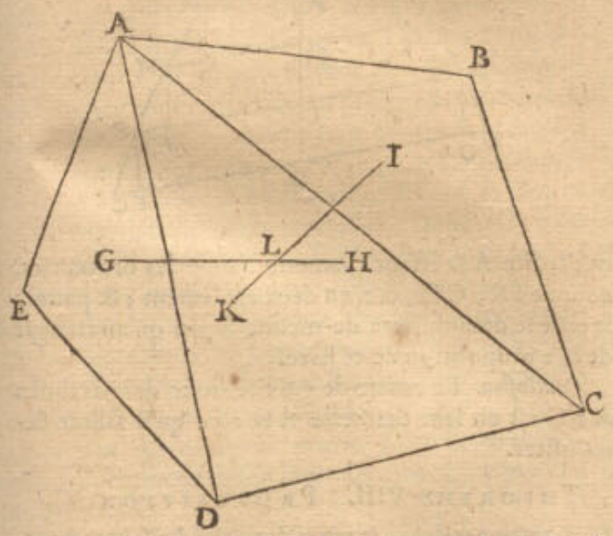

*en O, lequel sera le centre de gravité du tout; dont la* Demonstration *est manifeste, d'autant que le centre du tout est aussi bien en E F, qu'en G H.*

## 9 Exemple.

Le donné. *Soit A B C D E un pentagone irregulier.*
Le requis. *Il faut trouver son centre de gravité.*

CONSTRVCTION.

*Ayant mené les lignes A D, A C, soit G centre du triangle A E D, & H du quadrangle restant A D C B par le precedent exemple; donc le centre du tout, sera en G H barre; Puis soit I*




*centre du triangle A B C, & K du quadrangle restant; alors le centre du tout, sera en I K, mais il est aussi en G H, il sera donc en L: dont la* Demonstration *est suffisamment deduite: Et ainsi des autres polygones suivans, comme* Commandin *en met encor un exemple de l'hexagone, par l'aide de ce pentagone.*

THEOREME V. PROPOSITION VII.

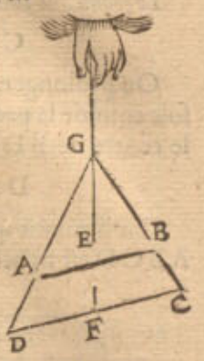
*LE centre de gravité du trapeze ayant deux paralleles, est en la ligne qui conjoinct les milieux d'icelles.*

*Le donné.* Soit A B C D un trapeze, ayant deux paralleles A B, D C, & la ligne qui conjoinct leurs milieux est E F.

*Le requis.* Il faut prouver que le centre de gravité est en E F.

*Preparation.* Soyent produites les trois lignes, lesquelles se rencontreront en un poinct G, à cause de la proportion des paralleles.

DEMONSTRATION.




Si le triangle est suspendu par la ligne F G, les triangles G D F, G F C se contrepeseront en equilibre, & les triangles A G E & G E B, ce que feront donc aussi les restes, qui sont quadrangles A F, & F B; & partant le centre de gravité du trapeze A B C D sera en E F.

*Conclusion.* Le centre donc de gravité des trapezes, &c.

THEOREME VI. PROPOSITION VIII.

*LE centre de gravité des trapezes, qui ont deux paralleles, divise la ligne qui conjoinct les milieux d'icelles en telle sorte; que la partie vers la moindre parallele, a telle raison à l'autre partie, comme deux fois la majeure des paralleles avec une fois la moindre, à deux fois la moindre avec une fois la majeure.*

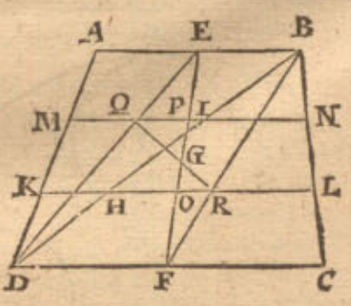
*Le donné.* Soit A B C D un trapeze, & E F qui conjoinct les milieux des paralleles A B, D C, & soit G le centre de gravité.

*Le requis.* Il faut demonstrer que E G à G F, a telle raison, comme D C 2 + A B à A B 2 + D C.

*Preparation.* Soyent menées E D, D B, B F, & les paralleles à A B, comme M N & K L, divisans A B en trois parties egales és poincts H, I; & finalement soit menée Q R.

DEMONSTRATION.

D'autant que Q est centre du triangle A D B, & R de D B C; alors le centre du tout sera en la barre Q R; mais il est aussi en E F, par la precedente, ce sera donc en G: Mais pource que les triangles D B C, A D B,




sont de mesme hauteur estans entre mesmes paralleles, ils seront comme leurs bases D C, à A B; Et puis que les rayons Q G à G R doivent aussi estre en raison des triangles, comme D C à A B, ainsi Q G à G R, ou bien P G à G O: assavoir,

Comme P G à G O, ainsi D C à A B.

Parquoy comme P G 2 + G O, à P G + G O 2: ainsi D C 2 + A B, à D C + A B 2; assavoir, comme E G, à G F: ainsi D C 2 + A B, à D C + A B 2.

*Conclusion.* Le centre de gravité donc des trapezes qui ont deux paralleles, &c.



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

ALB. GIRARD.

*Comme DC à AB, ainsi PG à GO. Car PG2+GO est egale à EG, &c.*

PROBLEME III. PROPOSITION IX.

*Estans donnez les centres de gravité du tout, & de la partie d'une superfice plane, avec leur raison ; trouver le centre du reste.*

*1 Exemple.*

*Le donné.* Soit ABCD une superfice plane, E son centre, & F de la partie BDA, & la raison du tout à la partie.

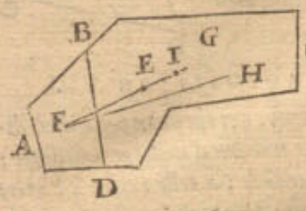
*Le requis.* Il faut trouver le centre du reste BDC.

CONSTRVCTION.

On prolongera FE jusques en G, ainsi que FE à EG soit comme la partie BDC à l'autre BDA; alors G sera le centre de BDC.

DEMONSTRATION.

Car d'autant que le centre de BDA est F, & du tout ABCD est E, celuy du reste BDC sera en la prolongée de FE. Car s'il est possible, soit en autre lieu, comme en H, & menée FH ; le centre donc du tout sera en FH, contre l'hypothese ; car c'est en E, ce ne sera pas donc hors la prolongée de FE.




Soit donc, s'il est possible, entre EG, comme I; alors FE rayon aura plus grande raison au rayon EI, que BDC à BDA: ce qui est absurde & contre la 1 proposition du premier livre ; & de mesme on demonstrera que ce n'est pas par delà G; ce sera donc en G, puis que ce n'est en autre lieu.

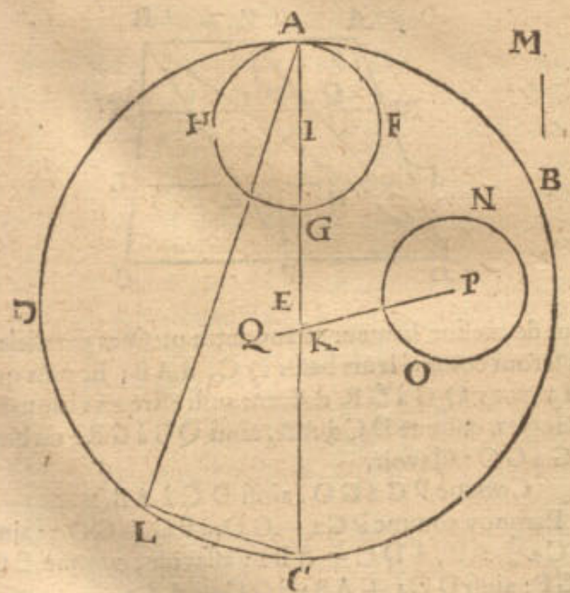
*2 Exemple.*

*Le donné.* Soit ABCD un cercle, dont le raid EA, & centre de gravité E, & du cercle (sa partie) GFAH soit I, & AG son diametre.

*Le requis.* Il faut trouver le centre de gravité du reste, qui est le croissant ABCDHGF.

CONSTRVCTION.

On prolongera IE jusques à K, ainsi que IE à EK soit comme le croissant GC au cercle HF; alors K sera




le centre requis : dont la demonstration sera comme cy-dessus. Mais pour trouver la raison du croissant au cercle, soit posée CL egale au diametre AG, & menée AL ; alors le croissant au cercle, sera comme le quarré de AL au quarré de LC ; que si on la veut avoir en lignes, soit M troisieme proportionelle des deux AL, LC, alors AL à M sera la raison du croissant audit cercle HF; pource que par la 31 proposition du sixiesme livre & 2 proposition du douziesme livre d'*Euclides*, les cercles sur les diametres AL, LC seront egaux à celuy sur AC, qui est ADC; car ALC est un angle droit au demicercle.

---

ALB. GIRARD.

*Il ne falloit pas tant prendre de peine pour trouver la raison du croissant au cercle HG, car posant CL egale à AG, une perpendicle de L sur le diametre AC l'eust divisé en la raison requise.*

Que s'il y avoit encor d'autres cercles ostez du grand ABCD, comme NO: on meneroit PK, & prolongée en Q, ainsi que PK à KQ, soit comme le reste au cercle NO, alors Q sera le centre du reste.

*Conclusion.* Estans donnez les centres du tout & de la partie, &c.

THEOREME VII. PROPOSITION X.

*Le centre de gravité des paraboles, est en leur diametre.*

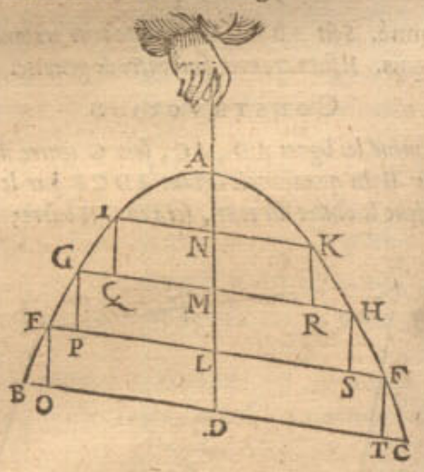
*Le donné.* Soit ABCD une parabole, & AD son diametre.

*Le requis.* Il faut demonstrer que son centre de gravité est en AD.

*Preparation.* Soyent menées plusieurs paralleles à BC, comme EF, GH, IK, puis des paralleles à AD, comme IQ, GP, EO, KR, HS, FT.

DEMONSTRATION.

Les quadrangles IR, GS, ET, seront parallelogrammes ayans tous leurs centres de gravité en AD, pource




que ladite AD estant diametre coupe les ordonnées, comme IK, GH, &c. en deux egalement ; & partant le reste se demonstrera de mesme façon qu'au triangle de la 2 proposition de ce livre.

*Conclusion.* Le centre de gravité donc des paraboles ABC est en leur diametre AD : ce qu'il falloit demonstrer.

THEOREME VIII. PROPOSITION XI.

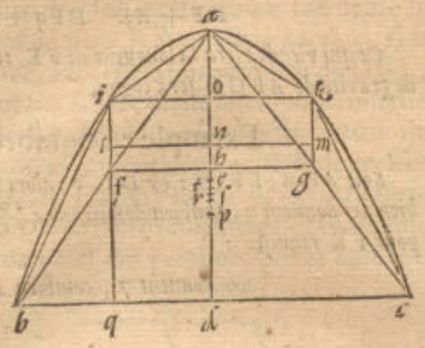
*En toutes paraboles, le centre de gravité divise leurs diametres en mesme raison aux unes comme aux autres.*

*Le donné.* Soyent ABCD, & *abcd*, deux paraboles diversement disposées, c'est à dire que l'angle du diametre aux ordinées de l'une ADB, soit inegal à l'angle du dia-

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

du diametre aux ordinées de l'autre *a d b*, E, *e*, leurs centres de gravité dans leurs diametres A D, *a d*.

*Le requis.* Il faut demonſtrer, que comme A E à E D, ainſi *a e* à *e d*.




A I B, A K C, leſquels conjoincts par L M coupant A D en N, & I K coupant A D en O: P centre du triangle A B C, prolongeant auſſi I F juſques à Q; les triangles A I B, A K C eſtans touſiours egaux, L M ſera barre, & N centre des deux N, P, ſera auſſi barre, laquelle diviſée en R, en ſorte que les rayons N R à R P ſoyent comme A B C aux deux triangles A I B, A K C, c'eſt comme 4 à 1 (car la parabole eſt au triangle A B C, comme 4 à 3, par la 24 propoſition de la quadrature de la parabole *d'Archimedes:* parquoy, &c.)

### Demonstration.

Comme A D à A O, ainſi le quarré de D B au quarré de I O; mais D Q eſt egale à O I, & auſſi moitié de B D (car F eſt au milieu de A B) parquoy puis que le quarré B D, eſt quadruple à celuy de D Q, la ligne auſſi D A ſera quadruple à A O, & ainſi A O, O H, chacune $\frac{1}{4}$ de A D: N H moitié de N O ſera $\frac{1}{12}$ de A D, à laquelle adjouſtée H D $\frac{1}{2}$, N D ſera $\frac{7}{12}$, duquel oſté P D $\frac{1}{3}$, reſtera P N $\frac{1}{4}$. Or N R eſt quadruple à R P; & partant R P ſera $\frac{1}{20}$, auquel adjouſté P D $\frac{1}{3}$, viendra pour R D $\frac{23}{60}$: donc R A le reſte de A D ſera $\frac{37}{60}$: & partant comme A R à R D, ſera comme 37 à 23. De meſme façon ces figures rectilignes inſcrites és paraboles, ont leurs centres de gravité en leurs diametres, leſquels les diviſent proportionellement; & ſi on inſcrivoit des triangles dans les petites paraboles, B I, I A, A K, K C, comme on a fait dans les autres A I B, A C K, & recerchant le centre de gravité de la figure rectiligne inſcrite totale (poſe que ce ſoit S, & là *s*) nous demonſtrerions comme deſſus, que S, *s* diviſeroyent A D, & *a d* proportionellement: Et en pourſuivant, les inſcriptions ſe trouveroyent touſiours A D, *a d* diviſées proportionellement par un poinct, comme R, S, approchant de plus en plus vers E, & *e*: Et par conſequent les paraboles A B C, *a b c* auront leurs diametres A D, *a d*, diviſez proportionellement par le centre de gravité. Or ſi on poſoit que T, *t* (plus bas que E, *e*) fuſſent leurs centres de gravité, on pourroit inſcrire telle figure dedans icelles, ſelon la precedente maniere, que les centres de gravité des figures inſcrites arriveroyent en T, *t*, tellement que T, *t* ſeroyent tant centres des paraboles, que des parties inſcrites; ce qui eſt abſurde.

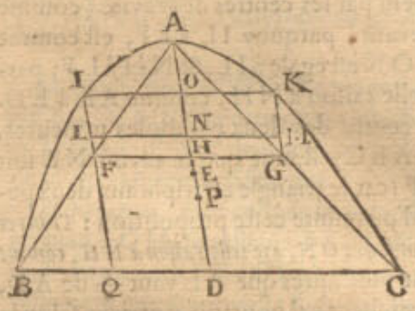
*Concluſion.* Le centre de gravité donc és paraboles, diviſe proportionellement leurs diametres, ce qu'il falloit demonſtrer.

---

### Alb. Girard.

*Quiconques deſire plus ample declaration de ce que deſſus, avec une demonſtration plus parfaite, pourra avoir recours au deuxieſme livre des Equiponderans* d'Archimedes.

*Preparation.* Soyent menées és deux figures AB, AC, & F G paſſant par leurs milieux, & coupant A D en H, puis F I, G K paralleles à A D; & auſſi menées I A, I B, K A, K C; & L, M centres de gravité des triangles




## Probleme IV. Proposition XII.

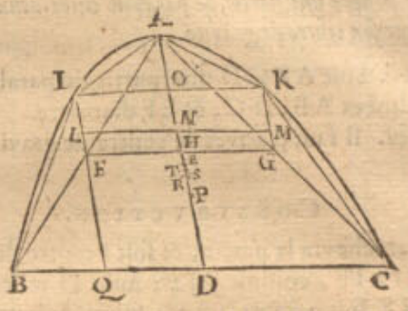
*Etant donnée une parabole: Trouver ſon centre de gravité.*

*Le donné.* Soit A B C parabole, & A D le diametre.
*Le requis.* Il faut trouver ſon centre de gravité.

### Construction.

Soit diviſée A D en E, ainſi que A E ſoit ſeſquialtere à E D: alors E ſera le centre de gravité de la parabole.

*Preparation.* Soyent menées A B, A C, & F G du milieu à l'autre, F I, K G, paralleles à A D; puis L, M diviſans I F, & K G comme en la parabole totale A E




à E D, & menée L M, & produite I F en Q, & P centre de gravité du triangle A B C: & L M, conjoignant les pretendus centres de gravité, N ſera centre des deux paraboles A B I, A C K; & puis diviſant la barre P N en E, ainſi que les rayons N E à E P, ſoyent comme le triangle A B C aux deux moindres paraboles enſemble, c'eſt comme 3 à 1; que N E donc ſoit à E P, comme 3 à 1; alors E ſera le centre pretendu de la parabole totale; car ainſi A E à E D, eſt comme 3 à 2.

### Demonstration.

A O & O H ſont (comme a eſté dit en la 11 propoſition) chacun $\frac{1}{4}$ de A D; Or comme 3 à 2, ainſi A E à E D, auſſi I L à L F, O N auſſi à N H; parquoy ayant diviſé O H $\frac{1}{4}$ en telle raiſon, comme 3 à 2, la partie N H ſera $\frac{1}{10}$ de A D, où adjouſtant $\frac{1}{2}$ pour H D, viendra N D $\frac{3}{5}$, duquel oſté P D $\frac{1}{3}$, reſtera pour N P $\frac{4}{15}$, lequel par la preparation eſt departy en raiſon triple, au poinct E; donc E P $\frac{1}{15}$, à laquelle adjouſté P D $\frac{1}{3}$, viendra E D $\frac{2}{5}$ de A D: parquoy E A $\frac{3}{5}$, & alors A E à E D ſera comme 3 à 2. E donc ſera centre de gravité de la parabole A B C; ce qu'il falloit demonſtrer.

*Concluſion.* Nous avons donc trouvé le centre de la parabole, ſelon le requis.

### Notez.

Il ſemble qu'*Archimedes* ſoit venu à la cognoiſſance de ceſte propoſition par l'une de ces deux manieres: La premiere, que faiſant des paraboles materielles pour



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

faire des miroirs ardens, ou pour autre exercice; il aye trouvé par experience que les parties du diametre sont en raison sesquialtere, recerchant la certitude de cela, comme s'ensuit: D'autant que BAI, BAC sont paraboles, desquelles les diametres IF & AD sont divisez proportionellement par les centres de gravité (comme il a esté dit cy-devant) parquoy IL à LF, est comme AE à ED; mais ON est egale à IL, & NH à LF; parquoy ON aura telle raison à NH, comme AE à ED. Mais si N estoit centre des deux paraboles mineures, & P du triangle ABC, il faut que le rayon NE soit triple à l'autre EP (car le triangle est triple aux deux petites paraboles) d'où resulte ceste proposition: *Trouver deux poincts N, E, ainsi que ON, aye telle raison à NH, comme AE à ED.* Posant puis apres que AE vaut $\frac{3}{5}$ de AD, & ED $\frac{2}{5}$, & recerchant s'il pourroit y arriver selon la maniere precedente, il auroit trouvé que tout convenoit, ou bien s'il n'a point cerché en tastonnant de la sorte par la raison sesquialtere mentionnée, mais par l'abondance de science, il semble qu'il se seroit proposé une telle question Arithmetique. *Il y a deux nombres* OH $\frac{1}{4}$, *&* HP $\frac{1}{6}$; *Il faut partir un chacun d'iceux en telle sorte, que la moindre partie de* OH *avec la majeure de* HP, *soit triple à la moindre de* HP; *& que la majeure de* OH, *aye telle raison à sa moindre, comme la majeure de* HP $+\frac{1}{2}$, *à la moindre de* HP $+\frac{1}{3}$.

### Probleme V. Proposition XIII.

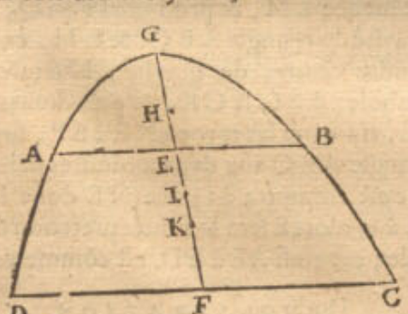
*Estant donnée une partie de parabole entre deux ordinées; Trouver son centre de gravité.*

*Le donné.* Soit ABCD une partie de parabole entre deux ordinées AB, DC, & EF diametre.

*Le requis.* Il faut trouver le centre de gravité d'icelle partie.

### Construction.

On parachevra la partie, & soit I centre du tout, assavoir GI à IF, comme 3 à 2; aussi H tellement que GH à HE soit comme 3 à 2; donc la barre HI soit




produite en K, ainsi que HI à IK soit comme AC à AGB, alors K sera le centre de gravité de ABCD; dont la demonstration est manifeste.

*Conclusion.* Estant donnée, &c.

---

### Alb. Girard.

*Afin que cecy se puisse faire facilement, je mettray la construction cy-dessous, car on peut trouver le centre de gravité de la partie de la parabole precedente par la suivante proportion, sans parachever sa figure.*

Le donné. *Soit ABCD la partie de parabole entre deux ordinées, comme est la figure precedente.*

Le requis. *Il faut trouver le centre de gravité K de ABCD, par le moyen de la cognoissance de la quantité des trois lignes AE, EF, FD seulement; pour trouver donc la longueur de FK, on fera ceste regle de trois.*

### Operation.

$DF - AE$ *donne* $\frac{1}{3}$ *de* EF,

*Combien donnera* $\frac{DF\,q\,2}{DF + AE}$ ÷ *trois fois le cube de* $AE$ / $DF\,q + DF, AE + AE\,q$ ?

*Ce qui viendra sera la longueur de* FK, *tellement que le centre de gravité de* ABCD *sera cogneu.*

### Exemple en nombres.

*Soit* AE, 6 : EF, 7 : *&* DF, 8 : *alors* 2 *me donnent* $\frac{7}{3}$, *ou bien* 10 *donnent* 7, *combien donneront* $4\frac{198}{259}$? *viendront* $3\frac{62}{185}$ *pour* FK *requise.*

10 *donnent* 7, *combien* $4\frac{198}{259}$?

7

$33\frac{13}{37}$

FK *sera* $3\frac{62}{185}$.

## DE L'INVENTION DU centre de gravité des solides.

### Theoreme IX. Proposition XIV.

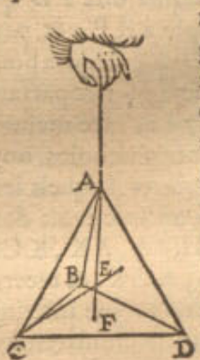
*Le centre de figure des solides, est aussi le centre de gravité.*

*Le donné.* Soit ABCD un tetraëdre, son centre de figure soit E, & l'axe soit AF, de A par E jusques à F centre du triangle ABC.

*Le requis.* Il faut demonstrer que E est aussi son centre de gravité.

### Demonstration.

Ce tetraëdre estant suspendu par AF, tout sera en equilibre, d'autant que tel solide est composé de 4 pyramides, qui ont leurs bases és 4 triangles equilateraux d'alentour, & leurs sommets en E, toutes semblables, egales & semblablement disposées au regard de AF; le centre donc de gravité sera en AF, & pour les mesmes raisons en CE, ce sera donc en E: Le mesme aussi se pourra demonstrer des solides qui ont un centre de figure, comme reguliers du tout & reguliers meslés, comme il se peut voir à la fin de la description des corps en la Geometrie de ces memoires.




*Conclusion.* Le centre de figure, &c.

---

### Alb. Girard.

*Nous avons dit en la premiere proposition que le centre de gravité, & de figure n'est qu'un mesme poinct, & où l'un est, l'autre y est aussi, & la maniere de trouver l'un, est pour trouver l'autre aussi. Quant à la proposition presente, voyez la 27 proposition du livre de* Frederic Commandin *du centre de gravité des solides, où il le demonstre és reguliers, l'un apres l'autre.*

### Theoreme X. Proposition XV.

*Le centre de gravité des colomnes est au milieu de leurs axes.*

#### 1 *Exemple.*

*Le donné.* Soit AB une colomne triangulaire, sa base ACD.

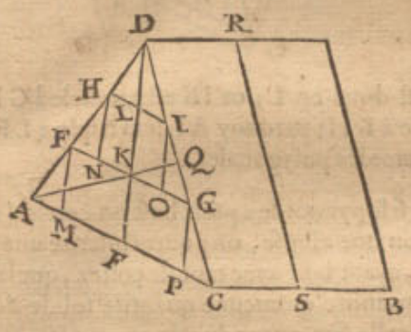
*Le requis.* Il faut demonstrer que son centre de gravité est au milieu de l'axe.

*Prepa-*

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

*Preparation.* Ayant mis la lettre F au milieu de A C, car ce doit eſtre un E, ſoit menée D E; puis F G, H I paralleles à A C, coupans D E en K, L; puis les lignes F M, H N, I O, G P, paralleles à D E; puis A Q, eſtant Q au milieu de D C, & de meſme ſoit figuré le couvercle, puis d'un plan R S parallele à iceluy, ſoit coupée la colomne, ainſi que S ſoit au milieu de C B.

Le plan paſſant par E D R diviſe la colomne inſcrite compoſée des deux parallelipipedes par ſon centre de gravité; car il la diviſe en parties pareilles & de meſme diſpoſition, mais tant plus on y deſcrit de parallelipipedes, & tant moins different-ils enſemble de la colomne A D B; & le compoſé des parallelipipedes aura ſon




centre de gravité dans le plan ſuſdit E D R: On y en pourroit auſſi tant inſcrire, que la difference ſeroit moindre qu'aucune ſolidité donnée, tant petite ſoit-elle, d'où s'enſuit que la diſpoſition du poids A D E differera moins de celuy de D E C qu'aucune quantité ſolide ſi petite puiſſe-elle eſtre, d'où j'argumente.

A. *On peut trouver à deux poids inequilibres une peſanteur moindre que la difference de leur inequilibration.*

O. *On ne peut trouver à ces deux poids, une peſanteur moindre que la difference de leur inequilibration.*

O. *Donc ces poids ne different pas.*

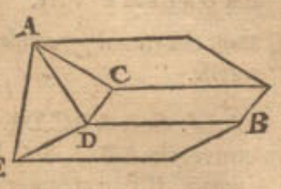
Parquoy le plan par E D R, paſſe par le centre de gravité de la colomne donnée, ou le centre eſt en ce plan, & par les meſmes raiſons eſt au plan par A Q, & ſa correſpondante dans le couvercle: Or la commune ſection de ces deux plans eſt l'axe de la colomne, où ſera le centre de gravité, il ſera auſſi au plan par R S, à cauſe qu'il diviſe le plan en deux parties pareilles, & de meſme diſpoſition; & partant le centre le trouvera au milieu de l'axe.

### 2 *Exemple.*

*Le donné.* Soit A B C, une colomne quadrangulaire, ſa baſe eſt C D E A.

*Le requis.* Il faut demonſtrer que ſon centre de gravité eſt au milieu de l'axe.

*Preparation.* Soit mené un plan par A D B, diviſant la colomne donnée en deux colomnes triangulaires, leſquelles ont chacune le centre de gravité, au milieu de leur axe par le 15 exemple; parquoy la ligne qui conjoinct leſdits centres ſera barre, & diviſée en ſes rayons; alors le poinct de diviſion ſera le centre de toute la colomne entiere, lequel eſt au plan parallele à la baſe, qui coupe la colomne en deux parties pareilles, & eſt auſſi au milieu de la ligne qui conjoinct les centres de gravité de la baſe & couvercle, c'eſt à dire au milieu de l'axe. Et ſemblable ſera la demonſtration des autres colomnes.




*Concluſion.* Le centre donc de gravité des colomnes eſt au milieu de leurs axes; ce qu'il falloit demonſtrer.

## Theoreme XI. Proposition XVI.

*LE centre de gravité des pyramides, eſt en leurs axes.*

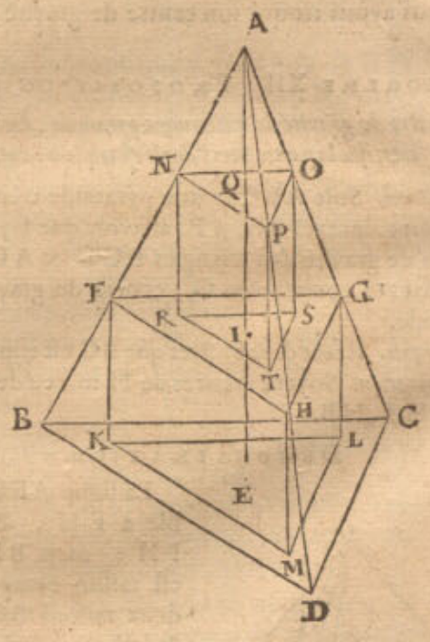
*Le donné.* Soit ABCD une pyramide, ſa baſe le triangle B C D, & ſon centre de gravité E, & E A ſon axe.

*Le requis.* Il faut demonſtrer que le centre de gravité de la pyramide eſt en ſon axe.

*Preparation.* Soit coupée la pyramide A B C D, par un plan F G H, parallele à B C D, & coupant l'axe A E en I: Et menant F K, G L, H M, paralleles à l'axe A E, tellement que les poincts K, L, M, ſont au plan du triangle B C D, de ſorte que F G H K L M eſt une colomne, dont la baſe K L M, eſt pareille & parallele au couvercle F G H, & ſemblable à la baſe B C D. Puis ſoit encor coupée, comme deſſus, par le plan N O P, coupant l'axe en Q, & puis ſoit faite la colomne N O P R S T, aſſavoir N R, O S, P T, paralleles à l'axe E F, & les poincts R, S, T, au plan F G H.

### Demonstration.

Veu que les triangles N O P, R S T, F G H, K L M, ſont ſemblables au triangle B C D, dont les poincts Q, I, E, tiennent en iceux, ſemblables poſitions que E en B C D; Q, I, E donc ſont centres de gravité de leurs triangles, d'où vient que I E eſt axe de la colomne F G H, K L M, au milieu de laquelle eſt ſon centre de




gravité, par la 15 propoſition, ſemblablement Q I eſt axe de la colomne N O P R S T; & comme dit eſt, le centre de gravité ſera au milieu de ſon axe; & par conſequent la figure ſolide compoſée des colomnes, aura ſon centre dans A E; ſoit qu'on y en inſcrive tant qu'on voudra, & tant plus on y en inſcrit, tant moins differeront les corps inſcrits de la pyramide, & on en peut tant inſcrire que la difference ſera moindre qu'aucune quantité ſolide donnée, tant petite ſoit-elle: d'où s'enſuit, que poſant A E diametre de gravité de la pyramide, que la peſanteur d'un coſté differera moins de celle de l'autre qu'aucune peſanteur qu'on ſçauroit donner; d'où j'argumente de meſme qu'en la quinſieſme propoſition.

A. *A deux*

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

A. *A deux contrepoids differens, on peut trouver une pesanteur moindre que leur difference.*

O. *A ces deux contrepoids, on ne peut trouver une pesanteur moindre que leur difference.*

O. *Ces deux contrepoids donc ne different pas.*

Semblable sera la demonstration des pyramides quadrangulaires, &c. rondes ou cones, &c.

*Conclusion.* Les centres donc de gravité des pyramides sont en leurs axes.

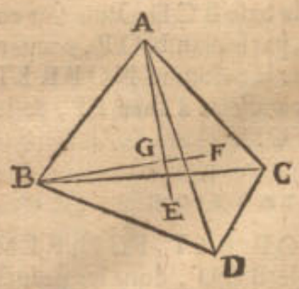
### Probleme VI. Proposition XVII.

*Estant donnée une pyramide triangulaire: Trouver son centre de gravité.*

*Le donné.* Soit ABCD une pyramide triangulaire.

*Le requis.* Il faut trouver son centre, &c.

#### Construction.




Soyent E, F centres de gravité des triangles BCD, ACD, desquels vers leurs angles solides opposites, soyent menées les lignes AE, BF, se coupans en G, qui sera le centre de gravité de la pyramide donnée.

#### Demonstration.

Le centre de la pyramide est en AE, & en BF, par la 16 proposition, il sera donc en G.

*Conclusion.* Estant donnée une pyramide triangulaire, nous avons trouvé son centre de gravité, selon le requis.

### Theoreme XII. Proposition XVIII.

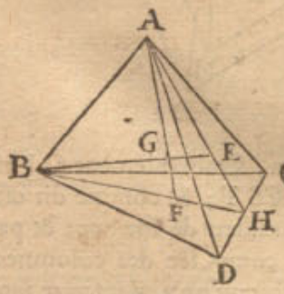
*Le centre de gravité de quelconque pyramide, divise l'axe en telle sorte, que la partie vers l'angle est triple à l'autre.*

*Le donné.* Soit ABCD une pyramide triangulaire, A sommet, les axes BE, AF, assavoir que E, F soyent centres de gravité des triangles BCD & ACD, lesquels axes se coupent en G, centre de gravité de la pyramide.

*Le requis.* Il faut demonstrer que BG est triple à GE.

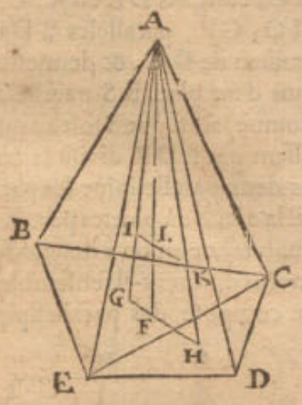
*Preparation.* Soyent menées de H milieu de DC les lignes HA, HB.

#### Demonstration.




La ligne AE sera double à EH, & BF à FH; mais BF à FH est raison composée des deux raisons BG à GE, & de EA à AH; [*par la converse du 12 chap. du 1 liv. de* l'Almageste de Ptolemée.] Et puis que BF à FH est raison $\frac{2}{1}$; & EA à AH raison $\frac{2}{3}$; si on oste raison $\frac{2}{3}$ de raison $\frac{2}{1}$, restera raison $\frac{3}{1}$ pour BG à GE, qui sera donc raison triple, assavoir BG triple à GE.

Que si la pyramide estoit quadrangulaire, on procedera à la demonstration comme s'ensuit: Soit ABCDE une pyramide quadrangulaire, sa base BCDE, laquelle se pourra diviser en deux pyramides triangulaires, dont les bases ECB, ECD, les axes AG, AH, (du poinct A aux centres de gravité des bases, G, H,) où seront les centres des pyramides I, K: Le centre donc de la totale sera en IK, & en AF son




axe, c'est donc en L; or IK est parallele à GH, & AK est triple à KH; parquoy AL sera triple à LF: & ainsi des pyramides polygonales.

Que si la pyramide a pour base un cercle (comme le cone) ou une ellipse, on pourra inscrire une pyramide dedans, ayant base avec tant de costez, que la difference sera moindre qu'aucune quantité solide donnée, & l'axe d'icelle sera encor divisée en parties ayans raison triple, comme dessus: Parquoy la distance des centres de gravité du cone & de la pyramide inscrite, sera plus petite qu'aucune longueur donnée, si petite puisse-elle estre, d'où j'argumente ainsi:

A. *Entre deux poincts quelconques en divers lieux, peuvent estre trouvez deux poincts, plus pres l'un de l'autre,*

O. *Entre ces deux poincts, on n'en peut pas trouver qui soyent plus pres.*

O. *Donc ces deux poincts ne seront en divers lieux.*

*Conclusion.* Le centre donc de gravité de pyramide, &c.

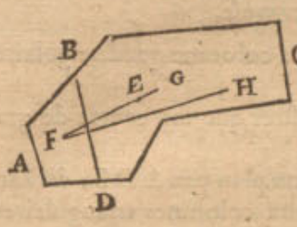
### Probleme VII. Proposition XIX.

*Estans donnez les centres de gravité d'un solide total, & de sa partie, avec leur raison, trouver le centre du reste.*

*Le donné.* Soit ABCD un corps, son centre E, & BDA sa partie, son centre F, & leur raison donnée.

*Le requis.* Il faut trouver le centre du reste BDC.

#### Construction.




Soit prolongée FE en G, tellement que FE à EG, soit comme BDC à ABD, alors G sera centre du reste BDC; dont la demonstration sera semblable à celle de la neufiesme proposition precedente.

*Conclusion.* Estans donnez les centres, &c.

### Probleme VIII. Proposition XX.

*Estant donnée une pyramide tronquée: Trouver son centre de gravité.*

*Le donné.* Soit ABCDEF une pyramide tronquée, son convercle ABC, & sa base DEF.

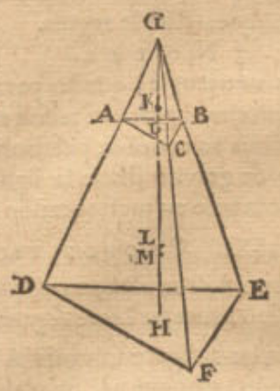
*Le requis.* Il faut trouver son centre de gravité.

#### Construction.

On parachevra la pyramide tronquée, puis K centre du defaut, & L centre du tout; & menant KL produite

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

duite en M, tellement que K L à L M, ainsi la tronquée au defaut A B C G : alors M sera le centre de la




tronquée ; dont la demonstration est manifeste par la precedente.

---

ALB. GIRARD.

*Quoy que* Stevin *n'aye dit en la proposition, que le couvercle & la base soyent paralleles, neantmoins il construit comme s'il l'avoit entendu ainsi, à quoy j'ay remedié : or si elles sont paralleles, & H centre de gravité de la base, le centre du couvercle sera en G H, autrement non ; Mais voicy comment doresnavant on trouvera bien mieux le centre de gravité de toutes pyramides tronquées & des cones tronqués (base & couvercle paralleles) ayant seulement esté cognuës.*

I H, *d'un centre de gravité du couvercle* I, *à celuy de la base* H.

B, E, *deux lignes homologues, l'une du couvercle, comme* B, *& l'autre* E *de la base.*

*Puis par la regle de trois on dira,* $E \div B$ *donne* $\frac{1}{4} I H$,

*Combien* $E \div \frac{\text{trois fois le cube de } B}{Eq + E \text{ en } B + Bq}$ ?

*Ce qui viendra sera pour* M H : *tellement que* M *sera le centre de gravité de la pyramide, ou cone tronqué, ayant sa base & couvercle paralleles : Ce qui doit estre plus estimé pour sa briefveté & generalité.*

PROBLEME IX. PROPOSITION XXI.

*Estant donné un corps irregulier compris de superfices planes : Trouver son centre de gravité.*

*Le donné.* Soit A un polyëdre irregulier.

*Le requis.* Il faut trouver son centre de gravité.

CONSTRVCTION.

On divisera le solide en moins de pyramides qu'on pourra, au pis aller on prendra par regle generale autant de pyramides qu'il y a de superfices à l'entour, ayans leurs sommets en un poinct dedans où l'on veut. Et ayant trouvé les centres de chacune, on trouvera les centres de chaque deux, divisant la barre en ses rayons, & ainsi consecutivement selon la maniere des polygones irreguliers : excepté qu'icy l'axe de chaque pyramide se divise en raison triple, & aux polygones plans, le diametre de gravité en raison double.

*Conclusion.* Estant donc donné un corps irregulier, &c.

THEOREME XIII. PROPOSITION XXII.

*Le conoïde parabolique a son centre dans l'axe.*

On sçait que cecy est certain à ceux qui sont coupez à angles droits sur l'axe, nous ne donnerons pas d'exemple, que de ceux qui sont coupez obliquement sur l'axe.

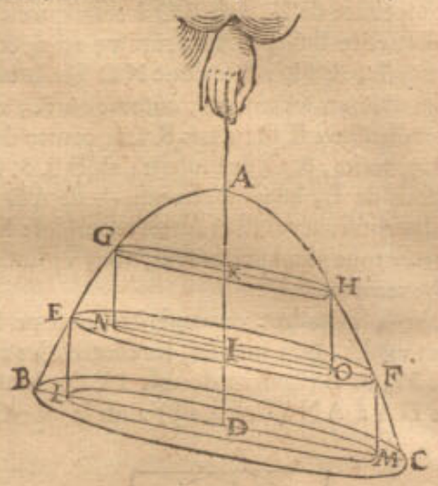
*Le donné.* Soit A B C un conoïde parabolique, B C sa base, A D son axe oblique sur iceluy.

*Le requis.* Il faut demonstrer que son centre est en l'axe A D.

*Preparation.* Soit iceluy coupé par deux plans paralleles à la base B C, coupans l'axe en I, K, menans les lignes puis apres de G N, E L, H O, F M ; tellement que G H, E F, B C seront ellipses semblables ; & puis soyent E M, G O, cylindres inscrits dedans le conoïde parabolique.

DEMONSTRATION.

Car L D, D M estans egales (à cause de E I, I F) I D sera axe du cylindre E M ; & partant le centre d'iceluy sera en E M ; semblablement, le centre du cylindre sera




en K I ; & par consequent le centre de G M (figure composée des cylindres) sera en K D, c'est en A D : Et tant plus on y en inscrit, & tant moins y a-il de difference entre le conoïde & la figure inscrite : On pourroit donc tant inscrire de cylindres, que la difference entre iceux & le conoïde sera moindre qu'aucune quantité solide si petite qu'elle puisse estre : D'où s'ensuit que pendant le conoïde par A D, pris pour diametre de gravité du conoïde, qu'alors les pesanteurs de part & d'autre differeront moins d'equilibration qu'aucune pesanteur donnée tant petite soit-elle, sur quoy j'argumente ainsi :

A. *Quand deux pesanteurs different, on peut trouver un poids moindre que leur difference.*

O. *Or entre l'un & l'autre costé du conoïde, on ne peut trouver de quantité moindre que leur difference.*

O. *Donc ces deux costez ne different pas.*

Parquoy A D sera le diametre de gravité.

*Conclusion.* Le centre donc d'un conoïde parabolique est en l'axe.

PROBLEME X. PROPOSITION XXIII.

*Trouver le centre d'un conoïde parabolique donné.*

*Le donné.* Soit A B C un conoïde parabolique, dont A le sommet, & A D soit l'axe.

*Le requis.* Il faut trouver son centre.

CONSTRVCTION.

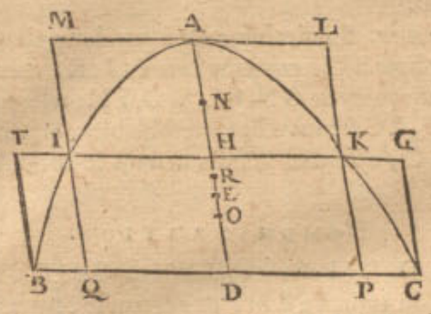
On divisera l'axe A D en E, tellement que A E soit double à E D, alors E sera le centre de gravité du solide parabolique ; ce qui a esté demonstré par *Frederic Commandin* en la 29 proposition : dont le sens est descrit, comme s'ensuit, selon nostre stile.

DEMON-

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

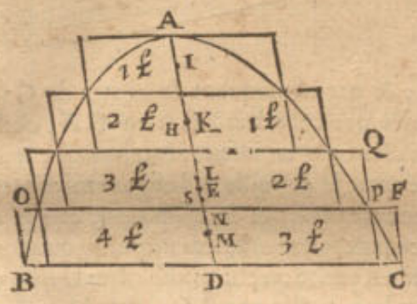
DEMONSTRATION.

Soit coupé iceluy ſolide par un plan FG parallele à la baſe BC, au milieu de l'axe en H; & ſoyent MK, FC deux cylindres circonſcrits à l'entour d'iceluy, leurs centres N, O: & IP cylindre inſcrit, ſon centre




ſera auſſi O. Maintenant comme AD à DH, (c'eſt 2 à 1) ainſi la ſuperfice de la baſe BC à celle qui eſt par IK; alors le cylindre BG à IL ſera comme 2 à 1; & ſoit que BG peſe 2 ℔, & IL 1 ℔: donc NO ſera la barre, laquelle diviſée en ſes rayons, comme en R, ainſi que NR ſoit double à RO; alors R ſera centre des cylindres circonſcrits, & O de l'inſcrit; alors R & O ſeront equidiſtans de E, aſſavoir chacun $\frac{1}{12}$ de AD; ce qui adviendra touſiours ainſi és autres exemples: Mais afin de declarer tout plus apertement, nous y joindrons encor ceſt exemple.

Soyent 4 cylindres circonſcrits coupans l'axe en 4 parties egales, & 3 inſcrits, les centres des cylindres I, K, L, M, & AE encor double à ED. Maintenant comme DA à AN (c'eſt 4 à 3) ainſi la ſuperfice de la




baſe BC, à celle de OP: donc le cylindre BF au cylindre OQ, ainſi 4 à 3; & pour meſme raiſon BF au tiers cylindre, ſera comme 4 à 2; & au quatrieſme, comme 4 à 1: les circonſcrits ſoyent donc 4 ℔, 3 ℔, 2 ℔, 1 ℔: & les inſcrits 3 ℔, 2 ℔, 1 ℔; tellement que par la 2 propoſition du premier livre, le centre des 4 cylindres circonſcrits ſera en L, & des 3 inſcrits en S, equidiſtans de E, chacun de $\frac{1}{24}$ de AD; ces deux poincts donc L, S, viennent de part & d'autre de E, & de meſme intervalle.

Que ſi on circonſcrivoit 8 cylindres, & 7 inſcrits, leſdits poincts viendroyent de part & d'autre de E chacun diſtant d'iceluy de la $\frac{1}{48}$ de AD.

Et ſi on en circonſcrivoit 16 cylindres, & 15 inſcrits, leſdits poincts ſeroyent chacun diſtans de E de la $\frac{1}{96}$ de AD: & touſiours ſelon ceſte progreſſion approchant la moitié plus pres l'une des fois que l'autre precedente.

Ce qu'eſtant ainſi, E ſera centre de gravité du conoïde parabolique; car s'il eſt poſſible que ce ſoit dehors, comme entre EL, ou entre ES, alors on pourra tant prendre de cylindres à l'inſcription & circonſcription du conoïde, que le centre des circonſcrits ſera plus bas que celuy du conoïde, ou que celuy des inſcrits ſera plus haut que celuy du conoïde; ce qui eſt impoſſible. Et partant ce ne ſera pas en autre lieu qu'en E; ce qu'il falloit demonſtrer.

*Concluſion.* Nous avons donc trouvé le centre d'un conoïde parabolique, ſelon le requis.

NOTEZ.

On trouvera au triangle, que les parallelogrammes circonſcrits & inſcrits ont meſme raiſon entre eux, comme icy les cylindres au conoïde parabolique; d'autant que leur centre de gravité diviſe la ligne du ſommet, vers le milieu de la baſe en meſme raiſon, aſſavoir 2 à 1.

PROBLEME XI. PROPOSITION XXIV.

*ESTant donné un conoïde parabolique tronqué par un plan parallele à la baſe: Trouver ſon centre de gravité.*

*Le donné.* Soit en la figure ſuivante ABCD un conoïde parabolique, tronqué par un plan AB parallele à la baſe DC.

*Le requis.* Il faut trouver ſon centre de gravité.

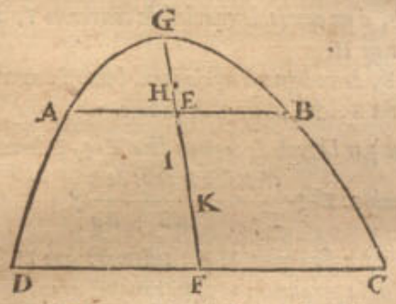
CONSTRVCTION.

Ayant parfait le conoïde, y adjouſtant AGB ſon defaut, & trouvant le centre de gravité du tout I, & de la partie H, ſelon la precedente propoſition; on trouvera le centre du reſte K, par la 9 propoſition de ce deuxieſme livre; dont la demonſtration eſt manifeſte.

---

ALB. GIRARD.

*Ceſte maniere a auſſi ceſte imperfection qu'il faut remettre ce qui eſtoit retranché; &* Stevin *prend la propoſition plus generale, ſans la reſtriction* (tronqué par un plan parallele à




la baſe) *veu qu'il l'entendoit ainſi; ce qui a fait que nous l'avons remis en la propoſition, afin qu'il n'y ait point de doute; nous ferons donc la conſtruction plus ſimple, comme s'enſuit.*

*Pour trouver le centre de gravité* K, *on uſera de ceſt organe.*

$$\frac{EF, AEq}{DFq + AEq} + EF : \text{ſera pour } KF, 3.$$

*Ou bien, en diviſant* EF *en trois parties egales; puis derechef la partie du milieu en telle raiſon, comme le quarré de* AE, *au quarré de* DF, *diſpoſant les parties reciproquement aux plans paralleles, comme nous avons dit en la* 8 *propoſition; dont la demonſtration eſt aſſez manifeſte par la correſpondance qu'il y a entre les parallelogrammes inſcrits & circonſcrits au triangle, & les cylindres inſcrits & circonſcrits; ce qui ſuffira icy pour eviter prolixité. I'aurois mis icy comme aux plans, pluſieurs belles inventions fort difficiles touchant le centre de gravité des ſections de cercle, d'ellipſe, & d'hyperbole, & d'autres figures planes; comme auſſi les centres de gravité des ſecteurs ſpheriques, & des ſections tant de la ſphere, que du ſpheroïde & du conoïde hyperbolique & d'autres figures ſolides, qui n'ont jamais eſté miſes en lumiere ny inventées de perſonne, & qui pour la grande difficulté qu'elles ont, meritent bien le jour, afin qu'un autre ne preme la peine de les chercher, & leſquelles pour la conſtruction organique que je leur ay adapté, tant pour l'Arithmetique, que pour la Geometrie & Mechanique, pourroyent rendre un Archimedes deſireux de les voir, meſme apres la ſeconde fois.*

*Fin du deuxieſme livre des Elemens Statiques.*

TROISIESME

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

TROISIESME LIVRE

# DE LA STATIQVE,

## De la Practique de l'art ponderaire, ou Statique-practique.

### AV LECTEVR.

D'Autant qu'il ſera parlé en quelques propoſitions de la Practique ponderaire du mouvement des corps, il m'a ſemblé bon, avant que de venir là d'en declarer quelque choſe: Aſſavoir que la Statique enſeigne ſeulement à mettre en equilibre le mouvant avec l'eſmeu. Et que touchant la peſanteur ou puiſſance, que le mouvant a beſoin d'avoir encor d'avantage, pour faire que l'eſmeu ſe puiſſe mouvoir, (laquelle puiſſance ou peſanteur doit gaigner & ſurpaſſer ce qui empeſche le mouvement de l'eſmeu) la Statique ne monſtre pas la maniere de trouver telle peſanteur ou puiſſance Mathematiquement; pource que l'eſmeu, & ſes empeſchemens n'ont aucune proportion, avec un autre eſmeu, & ſes empeſchemens. Mais pour declarer cela par exemple; Soit qu'un char chargé, duquel la peſanteur ſoit notoire, doive eſtre tiré ſur une montagne de pente auſſi notoire; Alors la Statique-practique (comme on verra en la 9 propoſition exemple quatrieſme) enſeigne quelle puiſſance ou peſanteur ſera equilibre avec ce char, ſans mettre en ligne de compte les empeſchemens des accidens, tels que pourroyent eſtre le frottement de l'eſſieu dans le moyeu, des rouës contre le pavé mal uny, du char contre l'air, &c. leſquelles puiſſances & empeſchemens la Statique ne monſtre pas, ne conſiſtans point en raiſon, où n'eſtans point proportionelles; partant nous pourrions demonſtrer, & refuter les argumens de ceux, leſquels tombans en erreur, penſent le contraire, n'eſtoit que ce ſera en un autre lieu, comme en l'Appendice ſuivant. Notez auſſi que ceſte cognoiſſance d'equilibration ſuffit, car on ſçait qu'en une balance, où les peſanteurs ſont egales, il ne faut pas grande puiſſance pour l'eſmouvoir, (combien qu'elle ayt auſſi des empeſchemens à ſon mouvement) & ainſi és autres.

Cecy eſt dit touchant l'empeſchement du mouvement, afin que ſi quelqu'un trouvant la force du mouvãt quelque fois plus grande que celle de l'eſmeu, ne penſe que ce ſoit faute en la ſcience, mais que de neceſſité (comme il a eſté dit) le mouvant doit eſtre au deſſus de l'equilibration d'autant peſant, qu'il eſt de beſoin pour forcer les empeſchemens de l'eſmeu. Secondement, afin que perſonne ne ſoit trompée en telle apparence de proportion, ce qui advient tres-aiſement à ceux qui prennent le faux pour le vray.

ALB. GIRARD.

*Ie monſtreray comment il faut vuider ceſte queſtion une autre fois au livre du mouvement que je pretends mettre bien toſt au jour: Cependant voyez ce qu'en dit* Stevin *en l'Appendice de la Statique, chapitre deuxieſme.*

### ARGUMENT.

*CEſte Statique-practique comprendra l'invention Mechanique du plan de gravité, Diametre de gravité, & Centre de gravité. D'avantage la conſtruction d'une Balance tres-parfaite, avec la Declaration de quelqu'unes de ſes proprietez. Auſſi d'un Clavier tres-parfait: Et les proprietez des Leviers, deſquels on s'aide au lieu de force. Les proprietez des peſanteurs que l'on porte; des Guindaxes, de l'Elevation des peſanteurs, & de la force infinie.*

### PROPOSITION I.

*EStant donné un ſolide quelconque, trouver ſon plan de gravité, diametre & centre de gravité mechaniquement.*

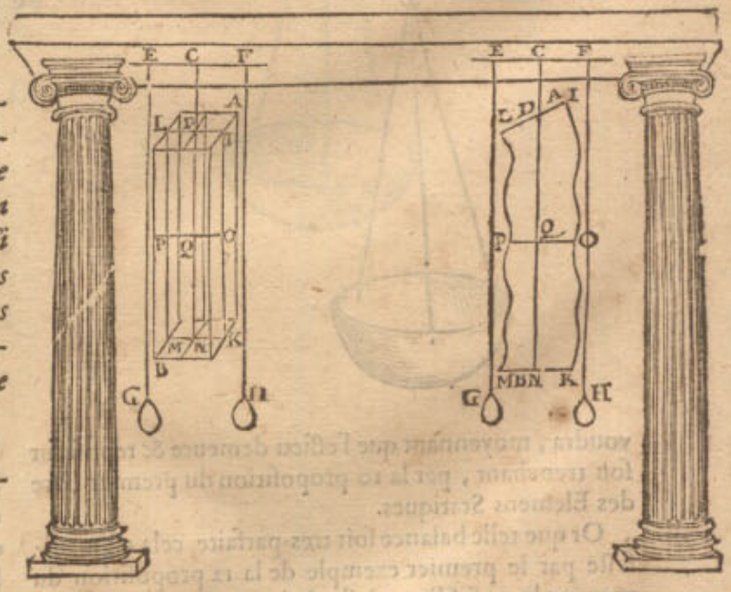
*1 Exemple.*

*Le donné.* Soit A B un ſolide quelconque.

*Le requis.* Il faut trouver ſon plan, diametre & centre de gravité.

OPERATION.

On pendra le ſolide avec la corde C D, & menant la ligne E F par le poinct C, & és deux poincts en icelle E, F, ſoyent attachez des filets de ſoye avec leurs plombs




G, H, comme icy E G, & F H, joignant le ſolide A B: alors le plan par ces deux filets ſera le plan de gravité,



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

comme passant à travers le solide par imagination; marquant ces lignes sur le solide, frottant la soye de charbon ou de croye, comme font les scieurs de bois; & soyent icy I K. L M, & de mesme L I, M K; alors le plan L I K M sera le requis.

Mais pour trouver le diametre de gravité, on tournera le solide, afin de marquer un autre plan de gravité, & ainsi on trouvera les poincts D dessus, & N au dessous; tellement que D N sera le diametre de gravité: Et pour trouver le centre de gravité, on suspendra le solide de travers, assavoir par O, par lequel on trouvera le diametre de gravité P O, coupant l'autre en Q: alors Q sera le centre de gravité du solide.

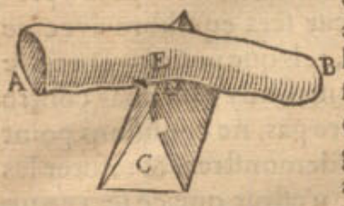
### 2 *Exemple.*

*Le donné.* Soit A B un solide comme il peut advenir.

*Le requis.* Il faut trouver son plan perpendiculaire, & centre de gravité mechaniquement.

#### Operation.

On mettra le solide A B sur quelque anglet, ou sur le tranchant d'un cousteau, l'advançant & retirant tant qu'il soit en equilibre, & ainsi le plan perpendiculaire sur l'horizon passant par la ligne du tranchant D, sera le plan de gravité, puis trouvant un autre plan, leur commune section sera perpendicle de gravité. & encor un autre plan trouvé coupant ladite perpendicle, ce sera en son centre de gravité. Dont la demonstration est manifeste par la precedente.



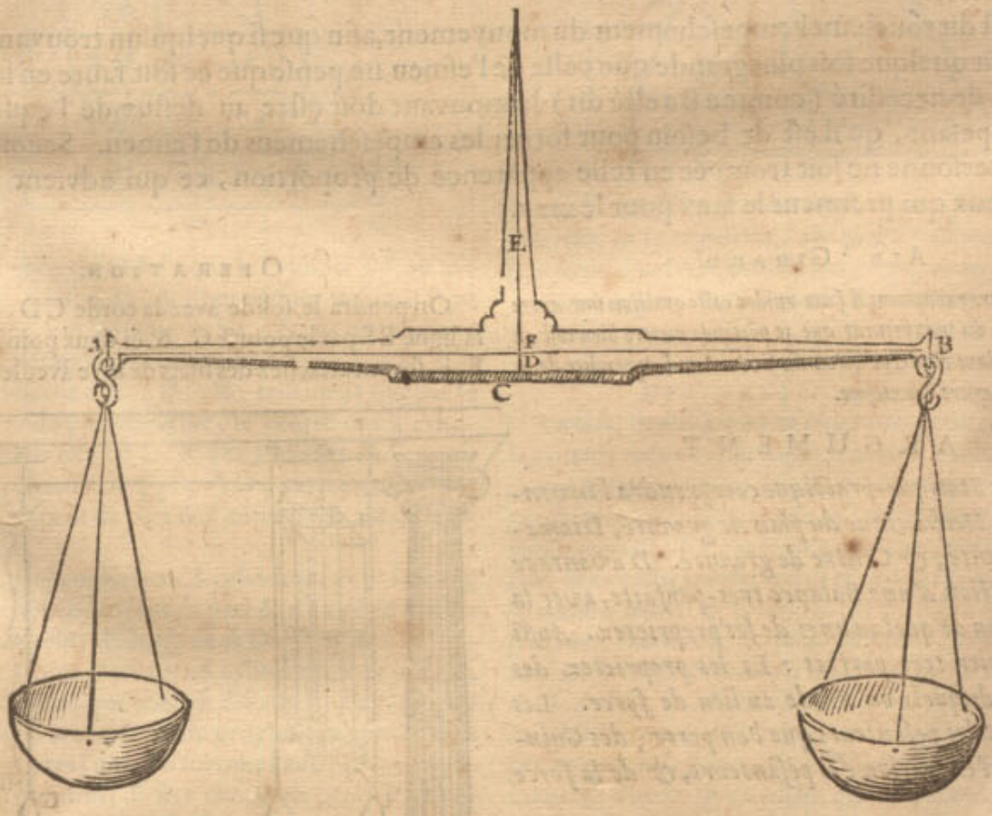

*Conclusion.* Estant donc donné un solide quelconque, nous avons trouvé son centre de gravité, &c. selon le requis.

### Proposition II.

*Construire une balance tres-parfaite.*

#### Construction.

On marquera premierement C D (perpendiculaire à la longueur de la barre A B,) sous le milieu de la languette, laquelle doit estre preallablement en son lieu; puis il faut limer ou oster d'un & d'autre costé autant de matiere, que le tout se tienne en equilibre sur C D, posé dessus quelque trenchant, & que les rayons A D, D B soyent egaux; puis aussi D E perpendiculaire sur l'anglet de la barre, (c'est sur la longueur de A B) & poser la barre sur une poincte d'acier, & ladite poincte dans D E pour trouver sa perpendicle de gravité, & posé que ce soit en F; & ayant marqué un poinct semblable à l'autre costé, la ligne comprise entre deux sera la perpendicle de gravité de la barre, signifiant le taillant de l'essieu. Puis si les bassins doivent estre attachez à la barre avec des crochets, on disposera les attouchemens des crochets & la barre en telle sorte, qu'ils soyent en ligne droite avec le taillant de l'essieu A F B; Or il faut bien entendre ce mot d'attouchement, car c'est le lieu precis où les crochets touchent la matiere de la barre; & aussi si on attache les bassins à la barre, avec autre chose qu'avec des crochets, on prendra garde semblablement aux attouchemens: Alors l'anse estant mise en son lieu, si on met dans les bassins des pesanteurs egales, elles se tiendront à toute position qu'on




voudra, moyennant que l'essieu demeure & repose sur son trenchant, par la 10 proposition du premier livre des Elemens Statiques.

Or que telle balance soit tres-parfaite, cela est manifeste par le premier exemple de la 12 proposition du premier livre susdit, où il est demonstré que E estant poinct ferme, on peut attacher un poids en D, tel que l'axe se tiendra à telle position qu'on voudra; & que si le poinct ferme eust esté N, assavoir le centre de gravité du donné, il n'y auroit aucune pesanteur pour petite qu'elle puisse estre, qui attachée en D, ne face descendre le costé entierement pour en parler selon la perfection Mathematique: Pareillement aussi on doit entendre icy, qu'en posant à l'une ou l'autre de ces pesanteurs egales,

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

egales, un tres-petit poids, que le costé où ce sera, descendra incontinent jusques en bas, lequel à grand' peine pourroit faire mouvoir une autre balance.

Que si les Ouvriers trouvent trop difficile de cognoistre le lieu du tranchant de l'essieu, & aussi l'attouchement des crochets contre la matiere de la barre si parfaitement, ils se peuvent proposer ce que dessus pour but; & s'ils vouloyent aussi choisir quelque costé des deux, auquel on peut tomber n'ayant pas touché à la perfection, ils pourront mettre plustost les attouchemens des crochets qui se font contre la barre, la largeur d'un cheueu plus bas que la ligne A B, que non pas autant plus haut; car estant plus haut, tout renversera, par la 8 proposition du premier livre, ce qui n'est pas idoine pour peser; car aussi il pourroit advenir que ce qui seroit le plus pesant, paroistroit le plus leger, lors que l'axe le long de la barre ne seroit parallele à l'horizon, c'est à dire à niveau au commencement du balancement, d'autant que tout se tourne du costé où il commence à tourner premierement.

D'autant que les rayons de la barre doivent estre egaux en longueur, il est certain que si l'un d'iceux estoit la centiesme partie plus long que l'autre, que telle balance seroit fausse; car elle feroit paroistre estre en equilibre, ce qui differeroit un pour 100; & si l'un d'iceux estoit la $\frac{1}{25}$ partie plus long que l'autre, il y auroit difference de 4 pour 100, &c. Car comme le rayon majeur au moindre, ainsi l'un des poids à l'autre, par la 1 proposition du premier livre.

Notez aussi que les barres les plus longues, deliees, & legeres, ont un plus grand avantage, pour peser justement. Car si de deux barres d'egale pesanteur l'une estoit plus grande que l'autre; il est certain qu'une once, ou un grain, pourroit faire plus d'effort à l'une, que non pas à l'autre, par la proposition susdite.

*Conclusion.* Nous avons donc construit une balance tres-parfaite, selon le dessein.

## Proposition III.

*Estant proposée une balance, de laquelle la barre demeure à niveau: Trouver un poids, lequel mis en l'un des bassins, la barre se tienne selon quelque disposition donnée.*

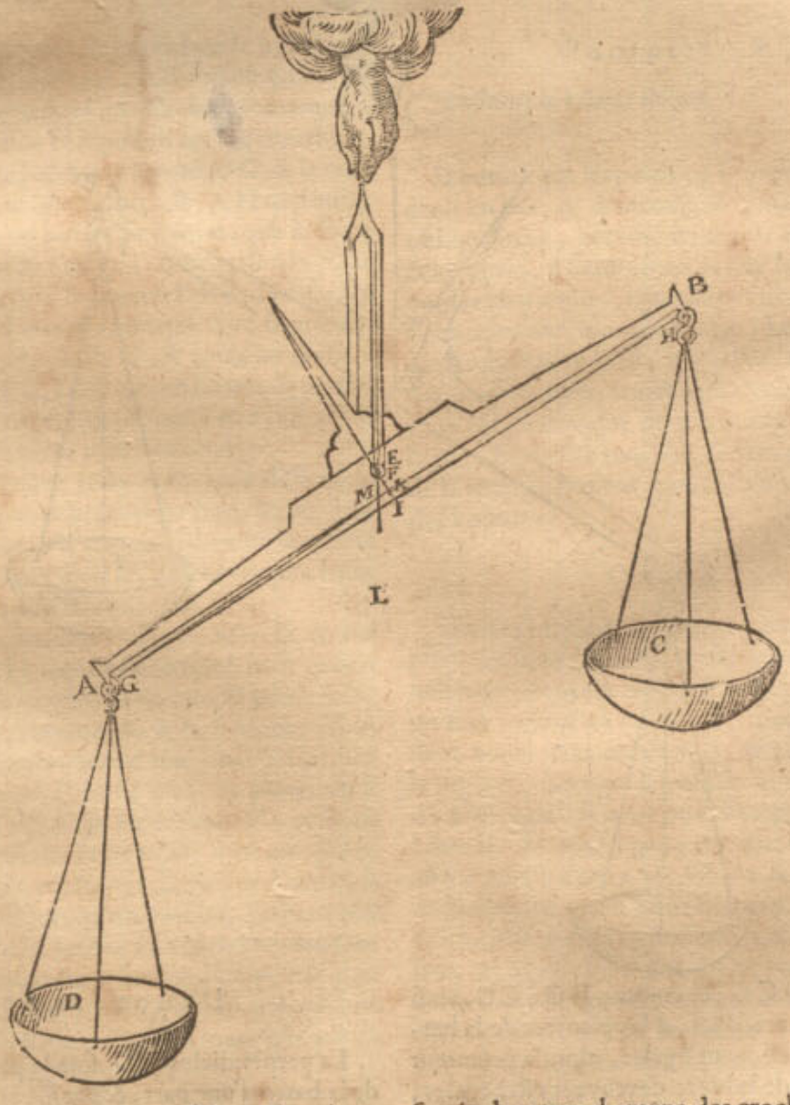
Il arrive souvent qu'une balance a son mouvement moins libre que l'autre, sans qu'on sçache d'où procede la faute, mesme le trenchant de l'essieu estant aussi bon que l'autre, on ne sçait aucunefois trouver la cause: Parquoy nous descrirons icy la raison, demonstrant quel poids on mettra en une telle balance, afin que la barre demeure en disposition donnée.

*Le donné.* Soit la balance A B C D, & le tout estant libre, la barre se remette au niveau, & E soit le trenchant de l'essieu.

*Le requis.* Il faut mettre un poids en D, tel qu'il face disposer la barre en ceste maniere.

### Operation.

On ostera les bassins, cordes, crochets, & anses, trouvant le diametre de gravité de la barre avec la languette, qui soit parallele au trenchant de l'essieu E, par la




1 proposition de ce livre, & que ce soit en F; puis on menera une ligne d'un attouchement à l'autre G H, assavoir des attouchemens des crochets contre la barre, & I au milieu, puis on divisera F I, tellement que les



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

parties soyent en raison de la pesanteur de la barre & languette, laquelle soit 1 ℔, à la pesanteur des bassins, cordes & crochets, lesquels je prens aussi peser 1 ℔, & partant K soit mis au milieu de F I ; alors K sera le poinct, auquel la balance proposée tiendra telle position qu'on voudra ; puis menez K G, & la perpendicle par E, comme E L, coupant K G en M : Je dis que le poids qui aura raison à 2 ℔ (assavoir de toute la balance avec ses dependances, comme il a esté dit) comme M K à M G, sera le requis, lequel mis dans le bassin D, tiendra la balance en ceste disposition. Prenant que M K soit la $\frac{1}{a\,5}$ de M G, alors la $\frac{1}{2\,5}$ de 2 ℔ tiendra la balance en ceste disposition ; dont la demonstration est manifeste par la 12 proposition du premier livre, mais neantmoins nous en dirons encore icy quelque chose.

DEMONSTRATION.

D'autant que K est centre de gravité du donné, alors la perpendicle par K, sera le diametre de gravité du mesme, & la perpendicle par G, sera le diametre de gravité de ce qu'on a mis dans le bassin D ; parquoy la ligne K G entre les deux centres de gravité est la barre Mathematique de gravité des mesmes, & est divisée en M, en sorte que le rayon M G aye telle raison au rayon M K, comme ceste pesanteur à celle-cy : Donc la perpendicle par M sera le diametre de gravité, ou anse du total ; & par consequent la barre demeurera en telle disposition : ce qu'il falloit demonstrer.

*Conclusion.* Estant donc proposée une balance, &c.

PROPOSITION IV.

*Estant donnée une barre, laquelle avec ses bassins demeure au niveau, mais sans iceux ne peut reposer sur le tranchant de l'essieu : Trouver de quelle pesanteur il faudra faire les bassins, afin que la barre se puisse tenir en telle disposition qu'on voudra.*

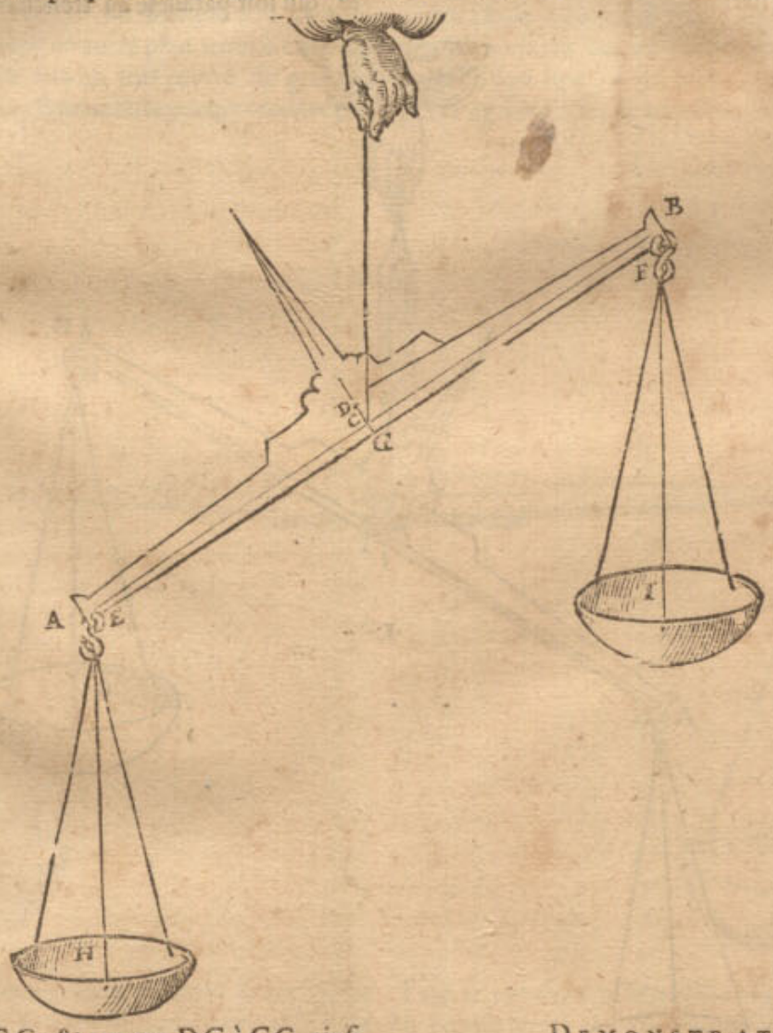
Il y a des barres, qui ne peuvent pas reposer sans bassins sur le tranchant de leur essieu, mais bien lors que les bassins y sont ; dont il nous faut rechercher la cause par la practique.

*Le donné.* Soit A B une barre de la qualité de la proposition, & C tranchant de l'essieu.

*Le requis.* Il faut trouver à ceste barre des bassins (c'est assavoir avec cordages, & crochets,) de telle pesanteur, qu'ils facent tenir la barre en telle disposition qu'on voudra.

OPERATION.

On trouvera le diametre de gravité de la barre joincte avec la languette, parallele au tranchant de l'essieu C, par la 1 proposition de ce livre, & soit D au dessus de C ; d'autant que la barre ne se peut tenir sur C par l'hypothese, & encor moins sous C. Puis soit menée E F entre les touchemens, assavoir de la barre & des crochets, laquelle de necessité passera sous C ; veu qu'elle passera sur C ou dessus, il n'y auroit bassins si pesants puissent ils estre, qui pourroyent faire que la barre se tienne au niveau, & encor moins en toutes les positions qu'on voudra. Puis marquant G au milieu




de E F, on menera D C G ; & comme D C à C G, ainsi la pesanteur des balances H, I, à la pesanteur de la barre ; & si C D, C G estoyent egales, alors la pesanteur des bassins, & celle de la barre devroyent estre egales ; dont la demonstration est faite en la 10 proposition du premier livre, à quoy nous adjousterons encore cecy.

DEMONSTRATION.

La perpendicle par D, sera la perpendicle de gravité de la barre d'une part, & par G, la perpendicle de gravité des bassins d'autre part : Ainsi G D sera la barre Mathematique : Mais comme le rayon C D à C G, ainsi ceste

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

ceſte peſanteur à celle-là, par l'hypotheſe : la balance donc ſe tiendra ſur C en telle diſpoſition qu'on voudra; ce qu'il falloit demonſtrer.

*Concluſion.* Eſtant donc donnée une barre, laquelle avec ſes baſſins, &c.

### Notez.

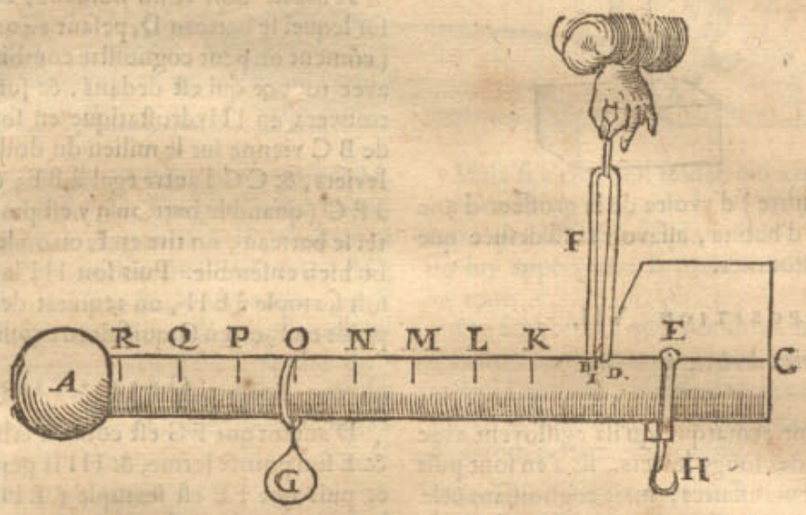
Il appert, que ſi les baſſins eſtoyent plus peſans qu'il n'a eſté dit cy-devant, ou qu'on mette dans les baſſins des poids egaux, alors la barre ne tiendroit pas telle poſition qu'on voudra, mais ſera parallele à l'horizon; parquoy telle balance n'eſt pas la plus parfaite.

### Proposition V.

*Conſtruire un clavier treſ-parfait.*

### Operation.

On prolongera le bord ſuperieur A B juſques en C, & dans B C, les deux tranchans des eſſieux D, & E, pourveu que le tranchant de D vienne vers le bas, & de E vers le haut : Puis de l'extremité plus groſſe de la barre vers B C, on en limera ou oſtera tant, que tout balance, & demeure en equilibre en l'anſe F, & qui plus eſt que le tranchant de l'eſſieu D (ayant oſté l'anſe F) demeure le diametre de gravité de la barre corporelle A C. Ce qu'eſtant ainſi, & la meſme barre ſuſpendue à l'anſe, elle ſe tiendra en telle diſpoſition qu'on voudra, tant que l'eſſieu D repoſera ſur ſon tranchant. Puis on verra de quelle peſanteur le curſeur G, & le crochet H ſeront, je poſe que G ſoit 1 ℔, & H une once, ce qui eſt la $\frac{1}{16}$ de G, on poſera I en ſorte, que la ligne entre I & le tranchant de l'eſſieu D, ſoit egale à la $\frac{1}{16}$ de D E, puis on marquera la longueur D E, (la diſtance des deux eſſieux) de I vers A, tant que faire ſe pourra, comme en K, L, M, N, O, P, Q, R : puis on diviſera chaque partie de I K, K L, L M, &c. en autant de parties egales que le lieu le permettra, comme en 2, en 4, ou en 8, ou en 16, &c. & alors tout ſera achevé.




Mais ſi l'ouvrier trouve ceſte exactitude difficile & trop laborieuſe, il aura au moins pour but, & taſchera de le faire au plus pres qu'il pourra, mettant toutefois pluſtoſt le tranchant de l'eſſieu D, un cheveu plus haut, que la ligne A C, que plus bas qu'icelle.

Et quant à l'uſage, lors que G eſt pendu en O, & une peſanteur au crochet H, equilibre au reſte, ceſte peſanteur peſera 5 ℔, d'autant qu'il y a de I en O 5 diſtances : Et ſi chaque diſtance, comme I K, K L, L M, &c. eſtoit partie en 16, chacune denoteroit une once : Comme ſi G eſtoit pendu entre P & Q en la 15 partie de P vers Q; alors ce qui pendroit au crochet H, peſeroit 6 ℔ 15 onces; & ainſi des autres. Or d'autant que ce clavier, avec les poids equilibres de part & d'autre, ſe tiendra en telle diſpoſition qu'on voudra, (poſant que le curſeur G ne s'eſcoule en bas, lors que l'un des deux coſtez deſcend,) & partant ce ſera un clavier treſ-parfait, pour les raiſons deduites en la propoſit. precedente. Quant à la demonſtration, tout eſt manifeſte par la 2 propoſition du premier livre.

*Concluſion.* Nous avons donc conſtruit un clavier treſ-parfait, ſelon le deſſein.

### Proposition VI.

*Conſtruire la balance oblique.*

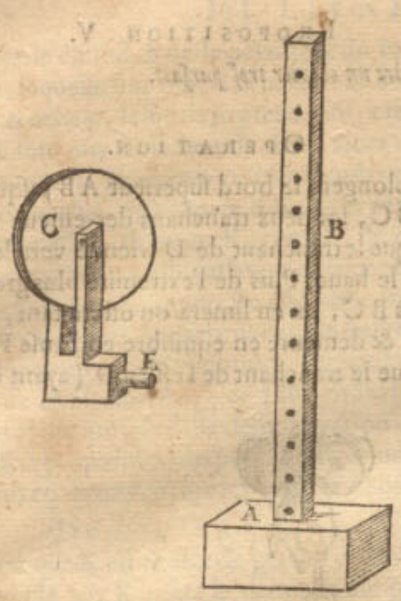
D'autant que les poids ne ſe meuvent pas ſeulement droit en bas, & droit en haut, mais auſſi de biais, & obliquement, comme en divers exemples cy-devant & cy-apres, il faudroit avoir une balance d'autre façon que les communes, laquelle par diſtinction nous pourrions nommer balance oblique : Leur fin principale eſt de demonſtrer à l'œil, recercher, & entendre la verité des propoſitions, touchant la proportion deſcrite par voye Mathematique de tels poids obliques au premier livre, afin d'eſtre tant plus certain des choſes qui tirent de là leur fondement, pour ſervir à l'avantage & utilité des hommes.

### Operation.

On fera un pied A, avec un reglet deſſus, percé en pluſieurs lieux, comme B, & puis une poulie C, avec une roye à l'entour du bord, où l'on puiſſe faire couler un filet, ayant au milieu un eſſieu D, repoſant de ſes deux bouts dans un pertuis, & puiſſe eſtre attachée à la regle B, mettant la poincte E dans l'un des pertuis d'icelle regle, ſi haut ou ſi bas qu'on voudra, & ſera achevée. Mais ce à quoy on doit bien prendre garde, afin d'eſtre bien exacte, eſt que la poulie & ſon eſſieu de dedans, doivent eſtre tournez enſemble, & le plus delicatement qu'il eſt poſſible, faiſant la poulie fort deliée, & que l'eſſieu ſoit à peu pres auſſi gros que les plans de la poulie, afin d'empeſcher de vaciller, ou toucher la mortaize, & les bouts de l'eſſieu fort deliés. J'en ay fait tourner une de buis pour mon uſage, dont l'eſpeſſeur eſt comme le dos d'un delié couteau, ayant de diametre environ 5 pouces; & l'eſſieu (tournez enſemble



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©




ſemble l'un avec l'autre) d'yvoire de la groſſeur d'une eſguille de Tailleur d'habits, aſſavoir auſſi deſliée que l'ouvrier la pouvoit tourner.

## Proposition VII.

*Recercher les proprietez des leviers.*

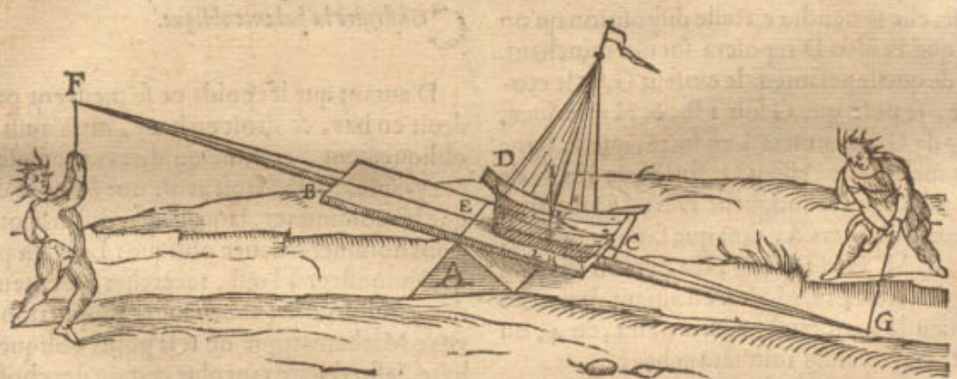
Les hommes ayant remarqué qu'ils agiſſoyent avec plus de force avec des longs leviers, ils s'en ſont puis apres ſervy en pluſieurs affaires, mais cognoiſſans cela ſeulement par experience, & non par raiſon, il eſt advenu que pluſieurs ouvrages nouveaux ont mal reüſſy, au dam des ouvriers, & au deſavantage & reculement de l'ouvrage. Afin donc de ſçavoir leurs puiſſances devant que commencer à les practiquer, nous en dirons icy quelque choſe, combien que cela ſe puiſſe aiſément tirer des propoſitions du premier livre; & comme il eſt advenu, que quelques uns ont penſé qu'il ſeroit meilleur de tranſporter les batteaux par deſſus les doſdanes à force de leviers, & avec moindre frais qu'avec des guindaxes, ſelon la maniere ordinaire, nous prendrons premierement ceſt exemple pour voir qu'eſt-ce qu'il en adviendroit.

### 1 *Exemple, des leviers à double queuë.*

*Le donné.* Soit A un doſdane, & B C un bois plat, ſur lequel le batteau D, peſant 24000 ℔, peut repoſer, (cõment on peut cognoiſtre combien peſe un batteau, avec tout ce qui eſt dedans, & ſon equipage, cela ſe trouvera en l'Hydroſtatique en ſon lieu) & E, milieu de B C vienne ſur le milieu du dodaſne A; B F un des leviers, & C G l'autre egal à B F; & F E de poids egal à E G (quand le batteau n'y eſt pas) & pour tranſporter le batteau, on tire en F, ou on leve ſeulement en G, ou bien enſemble. Puis ſoit H I la perpendicle, & F E ſoit ſextuple à E H, on requiert de trouver un contrepoids en F, ou en G, qui ſoit en equilibre avec le batteau.

#### Operation.

D'autant que F G eſt comme la barre d'une balance, & E ſon poinct ferme, & H I la perpendicle de gravité; & puis que F E eſt ſextuple à E H; alors le poids du batteau ſera ſextuple au poids attaché à F, tellement que poſant que le batteau peſaſt 24000 ℔, comme dit eſt, il faudroit 4000 ℔ à F: Or s'il y avoit 25 perſonnes,




& que chacune peſaſt 160 ℔, ils tiendroyent le batteau en equilibre: Ce qui ſe doit entendre en la diſpoſition preſente, mais ſi le batteau eſtoit eſlevé plus haut, K eſtant le centre de gravité, & K L de nouveau, perpendicle de gravité, il faudroit moins que 4000 ℔ à F, veu que poſant F E ſeptuple à E L, il ne faudroit que $342\frac{2}{7}$ ℔, pour tenir le batteau en equilibre.

#### Notez.

Nous avons propoſé un exemple, lequel ſerviroit en telle occaſion, où le levier devroit eſtre bien grand pour eſtre ſextuple à E H. J'eſtime qu'és grands navires cela ne pourroit pas bien ſucceder, mais ſeulement és batteaux. Il eſt bien vray qu'on ſe ſerviroit de guindaxes en F, G, pour n'avoir beſoing de tant de gens; nous en deſcrirons une autre plus facile, en la 10 propoſition ſuivante, & ſuffit d'avoir expliqué, & declaré ceſt exemple comme deſſus, puis qu'en le voulant practiquer, on accommode les choſes ſelon qu'il vient mieux à poinct.

### 2 *Exemple, des leviers à ſimple queuë.*

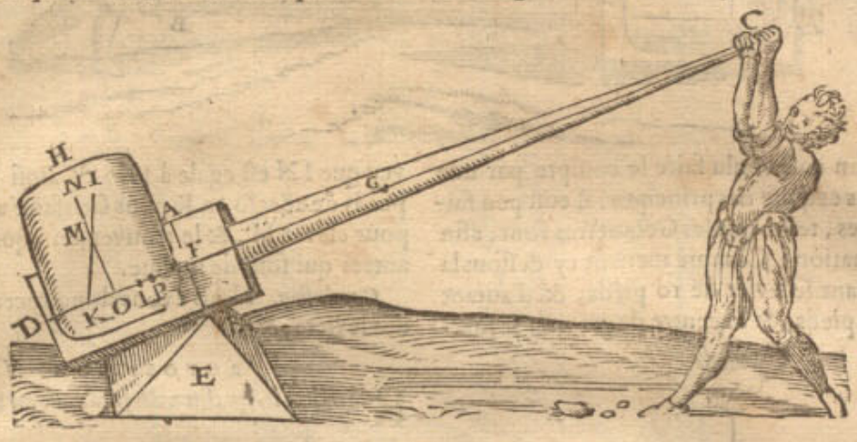
*Le donné.* Soit A B C D un levier, D F, F C inegales ſur l'anglet de E le long de A B, coupant D C axe en F, iceluy levier peſant 400 ℔, dont le centre de gravité ſoit G, (le plan de gravité perpendiculaire ſur l'axe D C euſt peu ſuffire, comme auſſi és exemples troiſieſme & quatrieſme ſuivants, mais nous prendrons icy le centre de gravité pour parler plus proprement) & il y a ſur la partie A B D une peſanteur H de 2000 ℔, I K ſa perpendicle de gravité, aſſavoir K en l'axe C D, on demande quelle peſanteur il faudroit en C pour lever H.

#### Operation.

On trouvera la perpendicle de gravité du poids H & du levier H, comme d'une choſe, ainſi que s'enſuit: Soit partie K G en L, ainſi que G L aye telle raiſon à L K, comme 2000 ℔ à 400 ℔, c'eſt comme 5 à 1, une perpendicle par L ſera leur perpendicle de gravité. Or je poſe que F C ſoit trouvée dodecuple à F L; parquoy F C 12 donne F L 1, combien 2400 ℔ (aſſavoir du levier

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

levier ABCD & de H) viendra 200 ℔ pour le poids qui doit eſtre en C, pour eſtre equilibre à H en ceſte diſpoſition; parquoy ſi un homme peſant 200 ℔, tiroit en C auſſi fort que 200 ℔, il ſeroit en equilibre au reſte; ce qu'il faut entendre en la diſpoſition, comme elle eſt preſentement: car prenant M, pour le centre de gravité de H, & la partie A B D s'elevant, C n'aura pas beſoing de 200 ℔; veu que menant N O, perpendi-




culaire à D F, (ou ſur le plan A B D) par le poinct M, tellement que quand ledit plan ſera parallele à l'horizon, N O ſera perpendicle de gravité de H; & diviſant O G en P, ainſi que P G ſoit derechef quintuple à P O, aſſavoir comme 2000 ℔ à 400 ℔, la perpendicle par P ſera alors diametre de gravité du total: Je poſe maintenant que F C ſoit quindecuple à F P, il faudra dire, F C 15, donne F P 1, combien 2400 ℔? viendra 160 ℔, qu'on devra attacher à C, afin de contrepeſer le reſte.

### 3 *Exemple.*

Combien que la qualité des peſanteurs des choſes qu'on porte ſur l'eſpaule, comme lances & ſemblables longueurs, ſe rapporte aſſez à ce que dit eſt au deuxieſme exemple, nous en ferons neantmoins mention en ce troiſieſme exemple.

*Le donné.* Soit A un homme, ayant ſur ſon eſpaule B, une lance C D, peſant 12 ℔, dont l'axe eſt C D, & E ſon centre de gravité: & du poinct d'attouchement de la lance & de ſon eſpaule, ſoit menée la ligne B F, perpendicle à l'horizon, coupant l'axe C D en G: Et tirant avec ſa main directement en bas, vient au poinct H en l'axe, & que G H ſoit double à G E.

*Le requis.* Il faut trouver quelle force c'eſt que la main fait en attirant.

#### Operation.

D'autant que G H eſt double à G E, la peſanteur en E, qui eſt la lance, ſera double à celle qui eſt en H,

la force que la main fait: Mais la lance peſe 12 ℔, la main donc attirera 6 ℔.

Mais ſi c'eſtoit un ſoldat qui ayt eſté à la picorée, & ayt pendu un chappon I, en K, peſant 3 ℔: tellement que K G ſoit triple à G H; il appert que le butin luy appeſantira la main de 9 ℔, & attireroit 15 ℔ en tout.

On ſuppoſe icy qu'il tire droit en bas la main, mais ſi c'eſtoit obliquement, alors comme la depreſſion directe à l'oblique, ainſi le deprimant direct à l'oblique, par la 21 propoſition du premier livre des Elemens, d'où tout pourra eſtre cognu.

---

#### Alb. Girard.

*Mais d'autant qu'il arrive, comme icy, d'autres inconvenients au porteur, qu'à la main, comme ſur l'eſpaule; on demande quel poids il porte ſur ſon eſpaule? ce qui ſervira une fois pour tout, tant icy qu'en autre lieu.*

*La lance C D peſe* 12 ℔,
*En K, y a* 3 ℔,
*Et la main H tire* 15 ℔,

*Vient en ſomme* 30 ℔.

*ſur l'eſpaule B, & ainſi des autres: que s'il mettoit tout à l'equilibre, ſans la main il ne porteroit que la moitié.*

### 4 *Exemple.*

Nous avons declaré juſques icy les proprietez des leviers à deux bouts, de part & d'autre du poinct ferme.

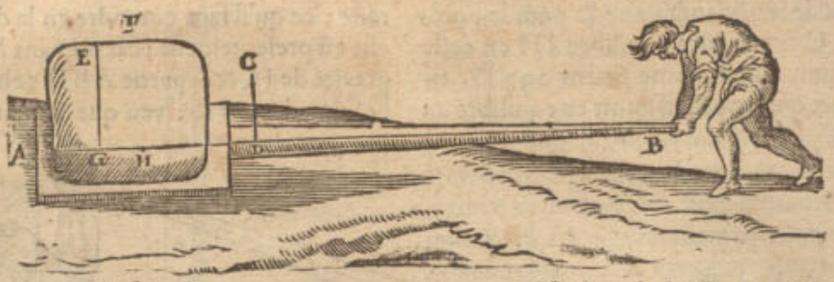
*Le donné.* Soit A B un levier, ferme en A, & le reſte mouvant, peſant 400 ℔, l'axe A B, & C D diametre de gravité, & A B ſoit 10 pieds de long, ſur lequel eſt un poids de 1000 ℔ E, ſon diametre de gravité F G. L'on demande de quelle force il faut elever le bout B, afin de lever & le levier & le poids E.

#### Operation.

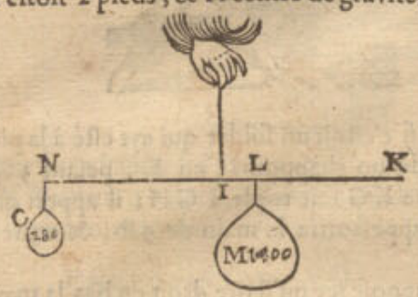
On trouvera le diametre de gravité du total, partiſſant quelque barre entre les diametres F G, & C D; comme G D en H; tellement que H G à H D ſoit comme 400 ℔ du levier à 1000 ℔ du poids F: (c'eſt comme 2 à 5) Et poſant que A H ſoit 2 pieds, je dis A B 10 pieds, donne A H 2 pieds, combien 1400 ℔ pour le poids tant du levier que du faix? vient 280 ℔: On doit donc mettre une telle force en B, pour eſtre equilibre au reſte, comme ſi on levoit 280 ℔; dont la demonſtration eſt manifeſte par la 14 propoſition du premier livre des elemens.



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©




Mais si l'artisan eust voulu faire le compte par une cognoissance plus exquise des principes, il eust peu faire quelques figures, telles que les Geometres font, afin d'aider à l'imagination : Comme menant cy-dessous la ligne IK, denotant le levier de 10 pieds; & d'autant que AH estoit 2 pieds, & H centre de gravité, je marque L, ainsi que IL denote 2 pieds, attachant M 1400 lb à L, & faisant IN egale à IK, prenant I pour le poinct ferme, je recerche quel poids viendra à N, afin qu'il soit equilibre à M; ce qui est manifeste par la 3 proposition du premier livre; car IL, est la $\frac{1}{5}$ de IN; parquoy à N sera la $\frac{1}{5}$ de M, comme O, 280 lb; & par la 13 proposition du premier livre, O fait tel effort à N en deprimant, que le mesme poids en K en elevant, veu que IN est egale à IK; & ainsi il faudra elever le poids de 280 lb en K pour satisfaire au requis, assavoir pour elever M, & le trouver en equilibre: & ainsi des autres qui sont de mesme.




*Conclusion.* Nous avons donc recerché la proprieté des leviers, &c.

## Proposition VIII.

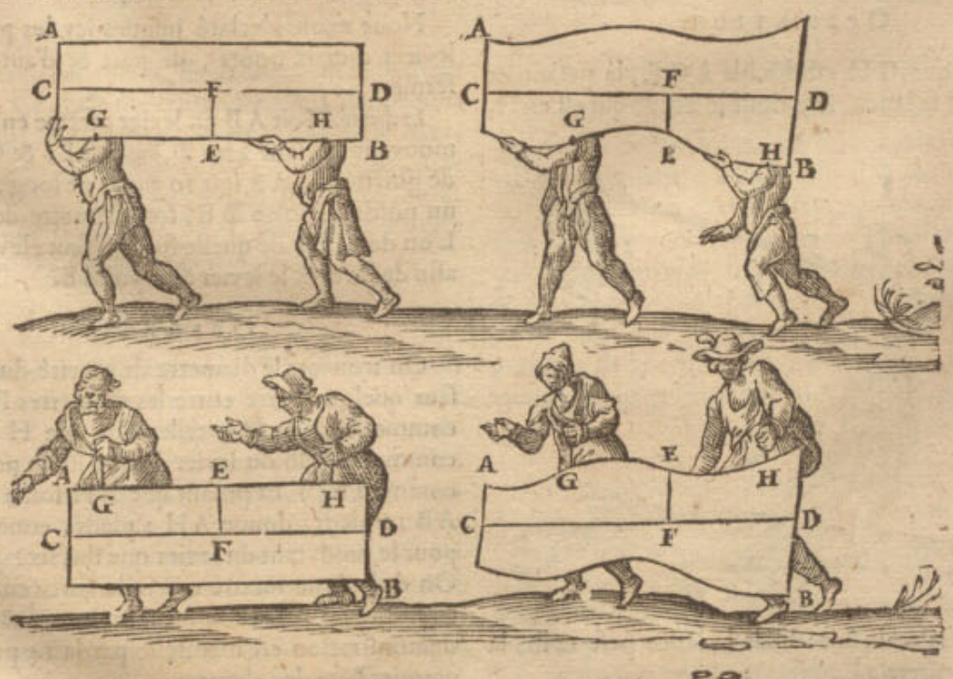
### *Recercher les qualitez des fardeaux qu'on porte.*

*Le donné.* Soit AB une eschelle, plus pesante en un bout qu'en l'autre, laquelle doit estre portée de deux hommes, tellement que l'un porte autant que l'autre, assavoir chacun la moitié de la pesanteur d'icelle; & soit CD son diametre, lequel on requiert estre parallele à l'horizon.

### Operation.

On balancera l'eschelle sur quelque anglet tranchant, recerchant où elle se peut tenir en equilibre, & soit en E, y faisant une marque, si on la doit porter souventefois de lieu en autre; & menée la perpendicle EF, coupant CD en F, duquel on posera deux poincts equidistants, & de part & d'autre d'iceluy, comme en G, H; car là ils porteront les pesanteurs egales.

Que si on vouloit que l'un portast le double de l'autre, on prendra l'une des distances HE, double de l'autre EI, alors celuy qui sera plus pres de EF, comme en I, portera le double de l'autre en H, & ainsi des autres.

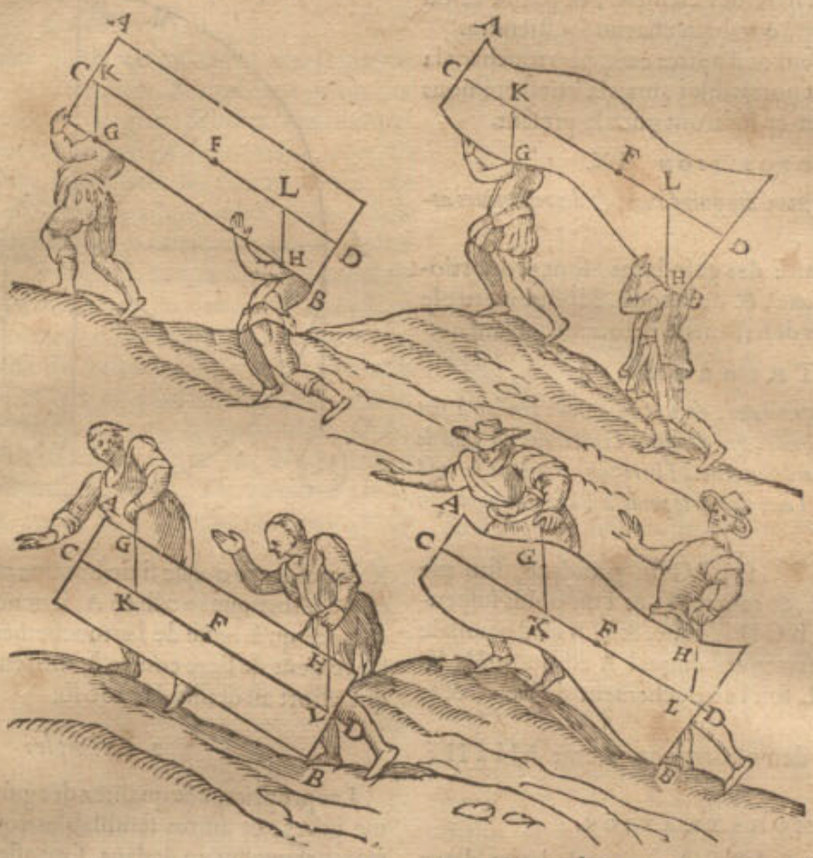



Or ce

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

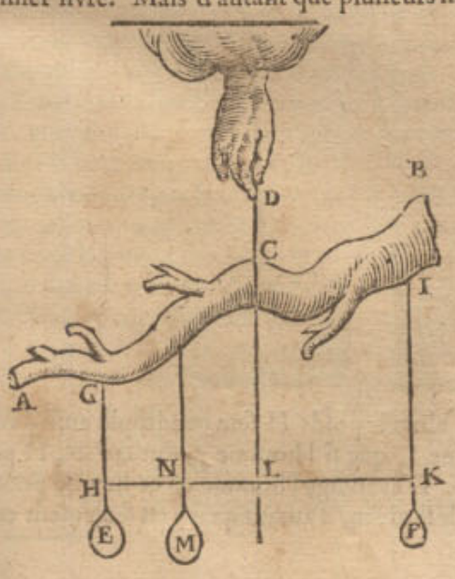
Or ce qui a eſté dit de l'eſchelle, ſe peut auſſi entendre d'autres faix, comme cy-deſſous; trouvant preallablement les lignes CD, par la 1 propoſition de ce livre, lors qu'elles ſont irregulieres; & que les perpendicles par G, & H, coupent CD, és poincts equidiſtants de EF.

Ce que deſſus eſt, lors que CD eſt poſée parallele à l'horizon (c'eſt à dire au niveau) mais ſi elle eſtoit oblique à l'horizon, comme cy-deſſous, quand les porteurs montent ou deſcendent, alors la raiſon des peſanteurs ſe changeroit, mais elle ſeroit toutesfois

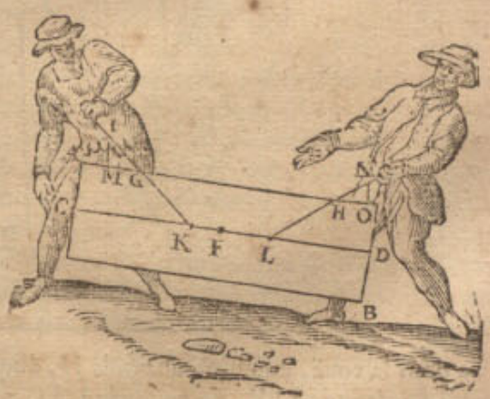



cognuë. Car ſoit pour plus ample declaration, que les porte-faix ayent à monter quelque montagne, comme cy-deſſus.

Ayant mené des perpendicles par les poincts G, H, coupant CD en K, L, ils ne porteront pas autant l'un que l'autre, comme au precedent exemple, veu que FK (és deux figures d'enhaut) eſt majeure à FL, & moindre aux deux de deſſous: Comme auſſi FK à FL, ainſi le poids en H, à celuy de G. D'où s'enſuit que lors que les poincts fermes G, H, ſont au deſſous de CD, que celuy de devant porte le moins; mais au deſſus, il porte le plus. Et que ſi les poincts fermes eſtoyent en CD, qu'ils porteroient touſiours les meſmes poids, tant en pente, qu'en pleine campagne, ce qui eſt du tout manifeſte, par les 14, 15, 16, 17, 18, 27, 28 propoſitions du premier livre. Mais d'autant que pluſieurs manouvriers n'entendent, ny ne peuvent mettre leur temps à lire ces propoſitions, qui toutefois voudroyent voir à l'œil quelque raiſon qui les induiſiſt à croire cela, ils pourront prendre un baſton droit & regulier, ou tortu & irregulier, comme il arrive, tel que AB, le ſuſpendant par un ligament CD en C, puis attachant des poids egaux E, F, au baſton, tellement que les cordages GH, IK, ſoyent equidiſtans de la ligne CD produite en bas, aſſavoir HL egale à LK; le baſton tiendra la meſme diſpoſition qu'auparavant: ce qui ſe fera auſſi, ſi en oſtant E, on y met M double à F, moyennant que KL ſoit auſſi double à LN, d'où s'enſuit neceſſairement ce qui a eſté dit cy-deſſus, & ainſi ils le pourront entendre facilement.




Les lignes és figures precedentes, par leſquelles les porte-faix ſupportoyent les fardeaux, eſtoyent perpendiculaires à l'horizon, que ſi elles y eſtoyent obliques,




comme icy joignant, ils ſouſtiendront un plus grand faix, que le fardeau ne peſe. Et pour ſçavoir combien de

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

de pesanteur revient à chacun, on menera les perpendicles IM, NO, disant comme MI à IG, ainsi l'elevant direct au poids que l'homme soustient en G; & derechef comme ON à NH, ainsi l'elevant direct, au poids que l'autre homme soustient en H, par la 27 proposition du premier livre des Elemens; & par la 22 du mesme livre on sçaura combien chacun soustiendra.

Nous mettrions encor d'autres exemples touchant la qualité des fardeaux portatibles, mais la briefveté nous en divertissant, ceux-cy suffiront pour le present.

### Proposition IX.

*Recercher les proprietez des guindaxes, & des pesanteurs attirées.*

L'attirant & l'attiré des guindaxes, sont proportionaux aux raids de l'axe, & de la rouë. & pour mettre le tout par ordre nous descrirons le theoreme suivant.

### Theoreme.

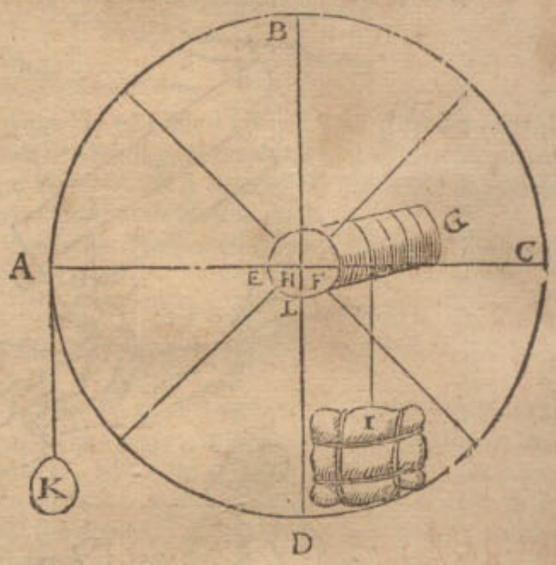
*Estant proposé un guindaxe, & une pesanteur pendue à son axe, equilibre au poids, qui est mis à l'extremité du raid de la rouë, estant ledit raid parallele à l'horizon: Comme le raid de la rouë, au raid de l'axe; ainsi le poids à l'axe, au poids qui est à la rouë.*

*Le donné.* Soit ABCDEFG un guindaxe, son axe EFG, & raid EH, & centre H; & I un poids suspendu à iceluy: puis ABCD la rouë, & HA raid parallele à l'horizon, en l'extremité duquel A est un poids K, equilibre à I, & L soit l'attouchement de l'axe, & le lieu où il repose.

*Le requis.* Il faut demonstrer que comme AH à HF, ainsi I à K.

### Demonstration.

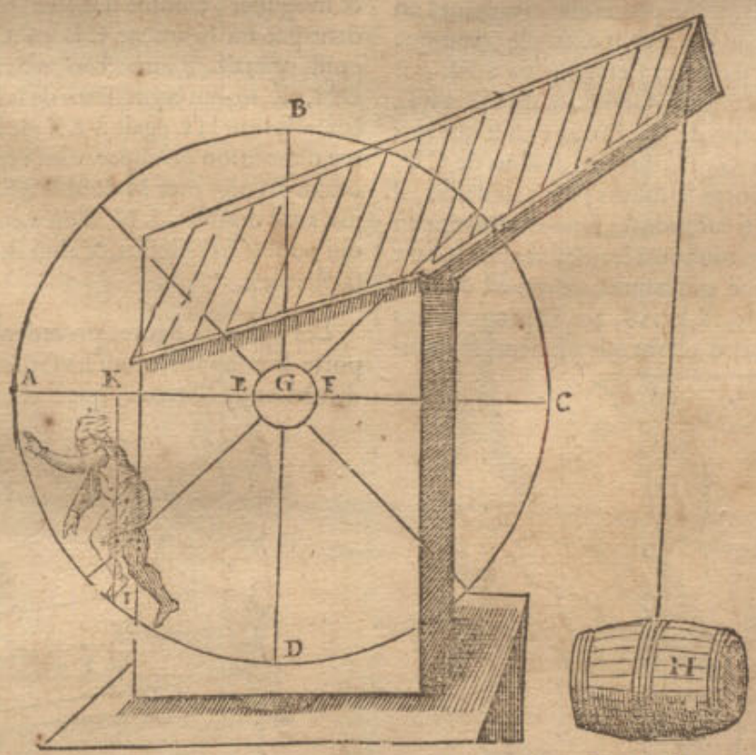
Soit prise la rouë ABCD comme la barre d'une balance, & BL l'anse, tellement que le coste BDA (ayant osté prealablement les poids K, I,) soit equilibre à l'autre costé BDC. Posons maintenant que le poids I soit attaché au poinct F (car c'est tout un) alors comme les rayons AH à HF, ainsi I à K (qui est proportion de majeure inegalité) parquoy si HA est sextuple à HF, aussi sera I à K, assavoir que si I pese 600 ℔, que




K en pesera 100, que si un homme pesoit, ou faisoit autant d'effort que 100 ℔ en A, il tiendroit I en equilibre, excepté qu'à cause de l'attouchement L, c'est à dire le froyement de l'axe contre le moyeu, il doit faire quelque effort au dessus des 100 ℔.

### 2 *Exemple.*

Les proprietez & qualitez des guindaxes, qu'on nomme grues, & autres semblables roüages, où l'on fait marcher quelqu'un dedans, sont assez manifestes par ce que devant. Soit par exemple ABCD une rouë, AG son raid parallele à l'horizon, & GF celuy de l'axe, G son centre, H un poids à l'axe, & I un homme qui



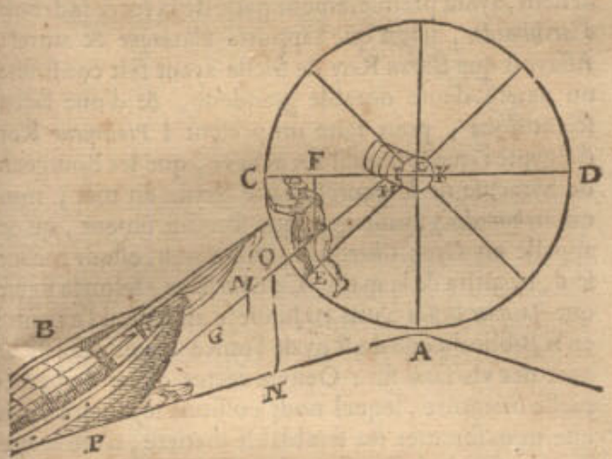

marche dans la rouë, equilibre au poids H, duquel le diametre de gravité est IK, perpendicle à AC: Il appert, que comme KG à GF, ainsi le poids H à la pesanteur de l'homme I; & posé que GK soit quadruple à GF, alors le poids H sera quadruple aussi à celuy de l'homme I, que si l'homme pesoit 150 ℔, H peseroit 600 ℔. D'avantage l'homme en ce lieu ne pourra pas elever le fardeau, d'autant qu'il y est seulement en equilibre,

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

libre, mais s'il marche en avant vers A, alors il elevera H, car ainsi G K à G F sera une raison majeure comme devant. Et tant plus on est vers A, & tant plus de force a-on pour elever H : dont la raison de ces choses apparoit à la 3 proposition du premier livre.

*3 Exemple.*

Voila quant aux poids qu'on eleve directement, comme balles de marchandises, & tonneaux qu'on tire des navires par le moyen des grues & autres semblables. Mais quant aux poids qu'on tire obliquement, comme on fait les batteaux, lors qu'on les tire au dessus des dosdasnes és pays bas, il y a quelque autre raison. Soit par exemple A un dosdasne, B un batteau qui doit estre attiré par dessus, C D la rouë, & C L son raid parallele à l'horizon, & de l'axe K L, un homme aussi qui estant en la rouë tient le batteau en equilibre, son diametre de gravité F E, la corde du batteau à l'axe G H; soit aussi menée la perpendiculaire au plan du dosdasne, M un poinct d'icelle en la corde; puis la perpendicle O N. Soit maintenant L F sextuple à L K, & N O triple à O M, & que l'homme pese 150 ℔. Ce qu'estant ainsi, comme L F à L K, ainsi le poids qui pendroit droit

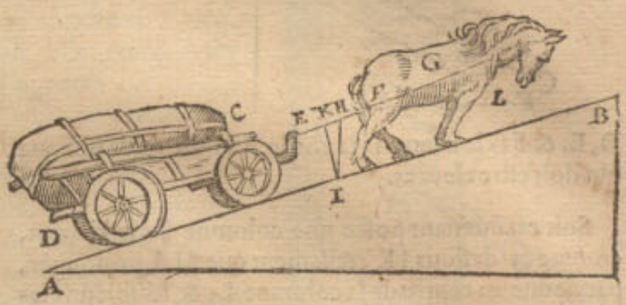



en bas à la corde G H, au poids de l'homme, par le theoreme precedent; mais L F est posée estre sextuple à L K : le poids donc susdit, qui pendroit droit en bas, peseroit 900 ℔ : Parquoy l'homme fait un tel effort au batteau B, comme s'il y avoit 900 ℔ attachées à l'axe obliquement; Et alors le poids du batteau a telle raison à 900 ℔, comme N O à O M, par la 20 proposition du premier livre. Mais puis que N O est triple à O M par l'hypothese, le batteau pesera trois fois 900 ℔ (c'est 2700 ℔) qui sont 18 fois la pesanteur de l'homme. Ce qui s'entend lors que le batteau est en telle disposition; mais venant plus haut, la corde sera moins parallele que devant (n'estoit qu'on la remette autrement) & partant la ligne M O auroit plus grande raison à O N, que non pas maintenant, d'où le contrepoids pour tirer le batteau seroit alors plus de 900 ℔ : Et ainsi quiconques voudra construire une rouë & un axe, qui ne soit trop grãde ny trop petite, il pourra faire son compte propre pour le plus pesant batteau qui y doit passer.

Il faut sçavoir aussi que l'homme E, fait le plus d'effort, lors que la corde G H est parallele au plan du dosdasne P A, par la 24 proposition du premier livre des Elemens; car alors H G est perpendiculaire sur l'axe du batteau (s'il faut ainsi dire) c'est sur le diametre de gravité du batteau, qui est perpendicle sur P A; tant plus donc G H est parallele à P A, tant plus le batteau est facile à tirer, & tant moins elle l'est, tant moins aussi y a-il de facilité.

*4 Exemple.*

Par les choses susdites il est manifeste, combien de pesanteur un cheval tire plus, en tirant un fardeau le long d'une pente en montant, que sur la plaine. Soit par exemple A B le plan d'une montagne, & C D un chariot, pesant avec tout le reste 2000 ℔, & E F la corde, G le cheval contrepesant au chariot. Soit menée aussi H I perpendicle, & I K à angles droits sur le plan




de A B : Soit aussi posée I H quadruple à H K, il appert par la 20 proposition du premier livre des Elemens, que comme K H à H I, ainsi le poids de la balance oblique (s'il y en avoit une au lieu du cheval) au poids du chariot; mais K H est le quart de H I; le poids donc de la balance oblique seroit de 500 ℔, qui est le $\frac{1}{4}$ de la pesanteur du chariot : Et ainsi la pesanteur du chariot cause un tel pressement contre la poitrine du cheval L, qu'un fardeau de 500 ℔ sur son dos le presseroit, & cela (c'est assavoir quand il marche) par dessus ce qu'il est pressé en tirant le chariot en rase campagne.

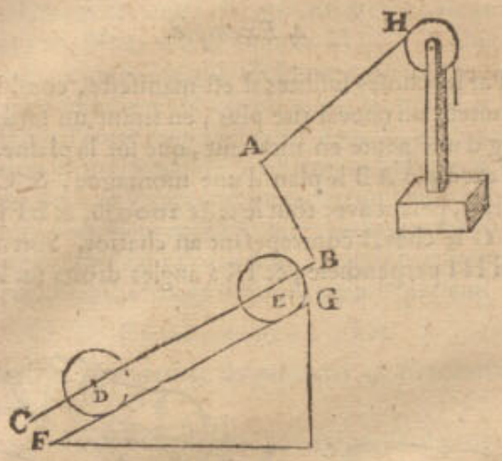
Il est aussi manifeste par la 24 proposition du premier livre, & par ce que nous avons dit cy-devant du batteau, que lors que la corde E F est parallele au plan A B, que le cheval a plus de facilité, c'est assavoir sur un chemin bien uny & dur; mais sur un chemin mal uny & sabloneux, la corde doit estre plus basse par derriere que devant : ce qui n'est pas incognu aux chartiers de Hollande par l'experience, car leurs chariots sont faits à l'advenant, pour lever la corde au derriere, lors qu'ils ont un chemin dur & uny, comme sur la greve de la mer, & la rabaisser és chemins mal unis, sabloneux, & fangeux La raison est, que la corde E F estant parallele au chemin, elle ne l'est pas aux elevations rabotteuses, lesquelles augmentent le travail du cheval, plus que quand la corde est un peu plus basse derriere, tellement qu'elle semble estre un peu mieux parallele à ces entraves.

NOTEZ.

Quelqu'un pourroit objecter deux raisons : La premiere, pourquoy nous avons dit cy-dessus, *Comme K H à H I, ainsi le poids de la balance oblique (s'il y en avoit une au lieu du cheval) au poids du chariot :* Estimant qu'on ne devroit dire *au poids du chariot*; mais, *à l'elevant direct du poids du chariot.*

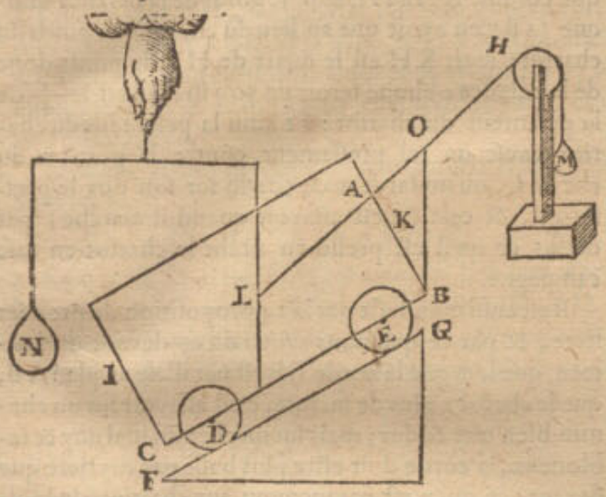
Secondement, pourquoy nous n'avons pas fait de distinctions touchant la place de la corde E F, doutant si la mesme estant produite par le centre de gravité du chariot, causeroit une autre poids pour le cheval, que non pas venant plus haut ou plus bas. Pour à quoy respondre, & demonstrer Mathematiquement, que la proportion susdite est parfaite : Soit A B C un chariot fait de lignes Mathematiques, dont les rouës soyent D, E,

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©



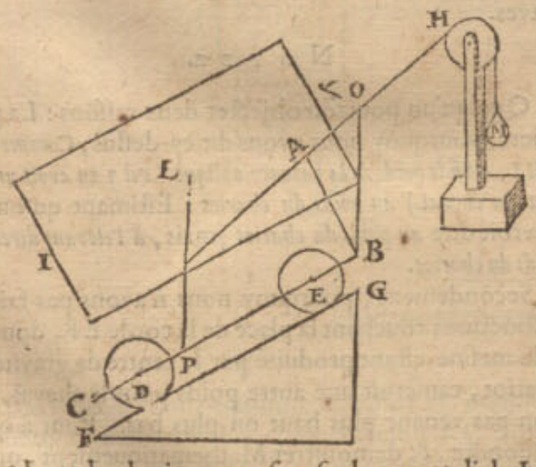

D, E, & F G le chemin, la corde A H du poids oblique qui doit estre elevant.

Soit maintenant posée une colomne sur le chariot, comme cy-dessous I K, tellement que H A prolongée, parvienne au centre de la colomne L; & M soit un elevant oblique, equilibre avec la colomne: Soit aussi menée la perpendicle B O, coupant A H en O; ce qu'estant ainsi, nous dirons par la 20 proposition du premier livre, que comme A O à O B, ainsi M à l'elevant




droit N; mais d'autant que N est appropriée au centre de gravité L de la colomne I K, N sera equiponderant à la colomne, par la 14 proposition du premier livre. Et ainsi nous pourrons dire, comme A O à O B, ainsi M à la colomne; ce qui manifeste la doute de la premiere objection, lors que A H passe par le centre L.

Mais quant à la deuxiesme objection, encore bien que ce sera la mesme proportion, quoy que H A ne vienne dans le centre L, soit elevée la colomne directement hors du chariot, reposant sur la perpendicle L P, comme icy joignant; & par la troisiesme petition, elle




n'altere en rien son poids de dessus le chariot A B C; & par consequent M, n'a pas plus à tirer qu'auparavant: Mais H A prolongée vient dessous L, le centre: venant donc au dessous du centre, il ne trouvera aucune alteration ny changement en ce qu'il tiroit auparavant. Ce qu'on pourra aussi prouver semblablement H A venant au dessus de L, c'est assavoir tirant la colomne du haut en bas au dessous du chariot: par lesquelles choses le dessein est manifeste & demonstré.

## Proposition X.

*Declarer les qualitez & circonstances des forces indefinies.*

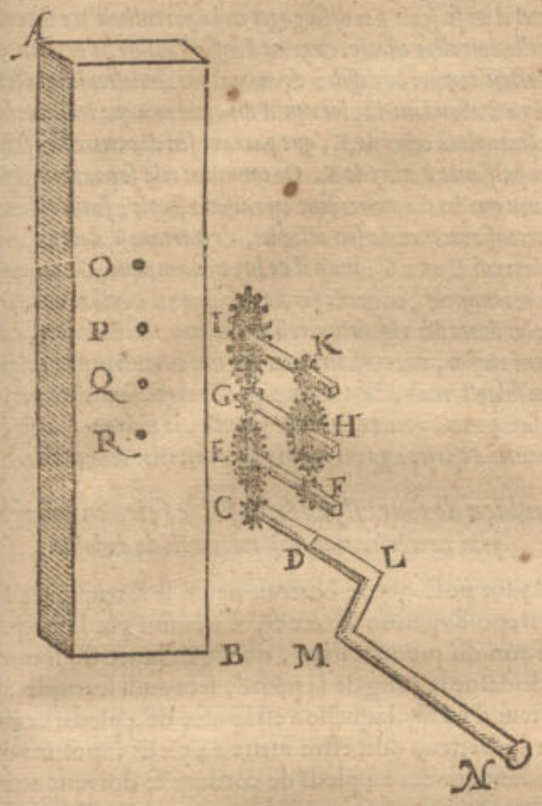
Les hommes construisent divers instruments pour agir avec plus de force, par lesquels ils peuvent augmenter leurs efforts sans fin; ce que nous appellons en general force indefinie. Et pour declarer ses qualitez & ses circonstances, pourveu qu'on use de force par le moyen de quelque instrument, on demande combien de temps il faudra pour attirer le poids jusques à un certain lieu, & choses semblables. A ceste fin je traceray la figure de quelque instrument de qualitez simples, & tel que par iceluy je puisse proprement exposer mon dessein, ayant premierement parlé de la force indefinie *d'Archimedes*, selon que rapporte *Plutarque* & autres: Assavoir que *Hieron* Roy de Sicile ayant fait construire un navire d'une notable grandeur, & d'une façon scientifique, pour faire un present à *Ptolemeus* Roy d'Egypte: que lors qu'il fut achevé, que les Bourgeois de Syracuse ne le peurent faire venir en mer; mais qu'*Archimedes* y ayant appliqué son instrument, qu'on appelle en Grec *Charistion*, que *Hieron*, estant mesme seul, l'y attira de la main. Ce *Charistion* (selon la figure que *Iacques Besson* a mis en lumiere ainsi qu'il l'a trouvé en la Bibliotheque du Roy de France) avoit des essieux avec des vis-sans-fin: Oeuvre certes digne de perpetuelle memoire, lequel nous eussions icy figuré, puis que nous sommes sur semblable matiere, n'estoit que nous posons la susdite force indefinie en son lieu, comme pouvant plus aisément declarer mon intention, & la regle generale des proprietez & qualitez des semblables, par le moyen d'iceluy: Assavoir comme estant fort & plus durable, & à meilleur marché: par lequel à temps egaux on pourra faire plus d'effort, il est aussi de forme indefinie, comme estoit le *Charistion*. La construction duquel est telle.

On prendra un bois, comme A B, de grandeur & force, selon ce à quoy on le veut mettre en œuvre, puis une estoilette de fer, dont le diametre soit de trois pouces, ayant six dents, à travers laquelle passe un axe de fer C D, quarré au bout, excepté qu'il est rond de part & d'autre; puis la rouë E ayant 18 dents, & l'estoile F de 6 sur mesmes axes, pareille à C D, assavoir quarrée, où elle passe par les rouës, mais ronde de part & d'autre: & ainsi des autres G H, I K, &c. les estoiles estans de 6 dents, & les rouës de 18. Mais d'autant que les roüages d'enhaut supportent plus de charge que ceux de dessous, comme il apparoistra cy-apres, ils doivent aussi estre plus forts & plus gros à l'equipollant; d'où s'ensuit que les essieux estans paralleles, la rouë H pourra accrocher F, & non pas K, de mesme aussi G accrochera I, & non pas E; ce qui doit estre ainsi.

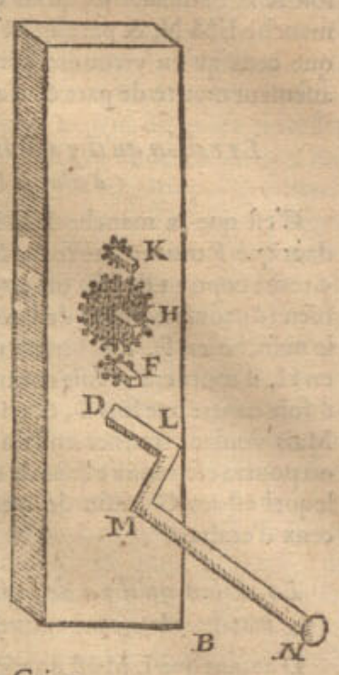
En apres on fera le manche L M N en sorte, que sa matrice aye un emboistement quarré D, egal aux bouts quarrez des axes D, F, H, K, pour l'y pouvoir approprier, & soit L M un pied de long, tels que sont ordinairement les manches des pierres à aiguiser le fer, & autres;

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

autres; & MN long, comme il sera dit cy-apres. Puis à la piece de bois A B, seront faits 4 trous, esloignez l'un de l'autre, comme les essieux; tellement que O, P, Q, R,



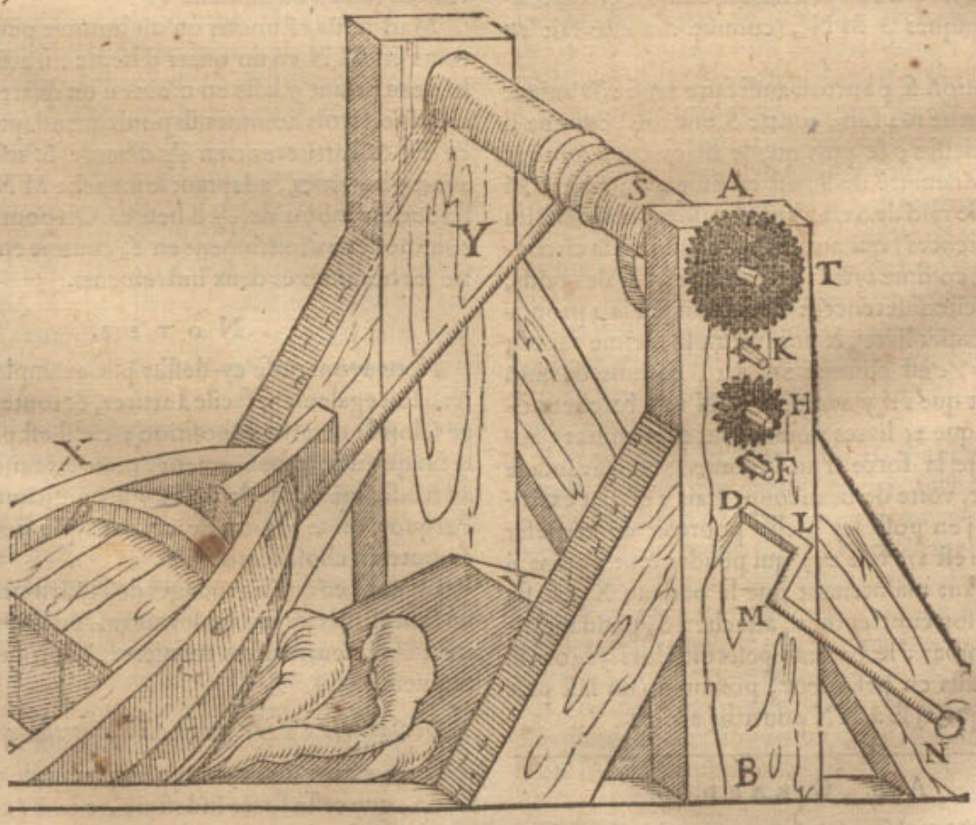

passants tout outre; & ce bois de mesme espesseur, que les entredeux des rouës, afin qu'elles puissent estre dehors de part & d'autre de l'arbre A B; qu'aussi les bouts quarrez des essieux soyent d'environ 3 ou 4 pouces dehors les rouës K, H, F, D: Et ostant la rouë I, on mettra l'axe I K dans le trou O; & G H en P, de mesme E F en Q, & C D en R; puis on remettra les rouës aux essieux par derriere, en sorte que les dents de F accrocheront ceux de H, & ainsi ceux de C, E; & de G, I; dont la disposition de l'instrumét achevé, semblable quasi à celuy qu'on nomme Cricq, est telle comme icy joignant.




Or on pourra faire en iceluy plus ou moins d'axes, & la raison du nombre des dents, comme icy 6 à 18, se pourra changer, le tout selon l'exigence, & l'effort qu'on veut faire avec le Cricq.

## DE L'USAGE, ET AUTRE dependance du Cricq.

Pour donc declarer l'usage du Cricq, nous en donnerons un tel exemple, que les autres seront assez cognus par iceluy, assavoir l'elevement des batteaux par dessus les dodasnes ou digues; car c'est une chose fort necessaire en ces pays, & principalement en Hollande. Soit A B le Cricq, cy-dessus descrit, avec les roüages K, H, F, d'un costé de l'arbre, & I, G, E, C, de l'autre costé; & L M N le manche, & S axe duquel le diametre




soit de $1\frac{1}{2}$ pied, passant par l'arbre avec une rouë au bout T, ayant, je pose, 2 pieds de diametre; car il faut qu'elle aye bien autant, excedant le diametre de l'axe S, afin que la rouë interieure I ne touche ladite axe S, & que la rouë T aye 36 dents, soit aussi V le dodasne, haut de 4 pieds, assavoir depuis le sommet V, jusques au plan parallele à l'horizon, passant par le dessous du batteau lors qu'il flotte encor librement sur l'eau, &



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

soit X le batteau. Or pour l'attirer, on tournera le manche L M N, & partant M N sera de telle longueur, que ceux qu'on y voudra faire travailler, s'y puissent aisement mettre de part & d'autre.

### *La raison qu'il y a d'un tour du manche à celuy de l'axe.*

C'est que le manche L M N tourne trois fois, pendant que F tourne une fois; & partant le manche fera 9 tours contre 1 de H, ou 27 tours contre 1 de K, ou bien 162 tours contre 1 de l'axe S; de mesme adaptant le manche en F, il tournera 54 fois contre 1 de S; & en H, il tournera 18 fois contre 1 de S; en K il tournera 6 fois contre une fois S, & en T une fois pour un de S: Mais voulant tourner en l'un d'enhaut, comme en K, on pourra esconduire l'axe de dessous immediatement, lequel est icy G, afin de n'estre point empesché par ceux d'embas.

### *La raison qu'il y a de la force du mouvant au manche, à la pesanteur attirée, comme le batteau X.*

D'autant que L M est un pied de long par l'hypothese, qui est octuple au raid de l'estoille C, alors le poids cause de la rouë E sur C, à son contrepoids ou force en M N, sera comme 8 à 1; & par mesme raison, par le poids causé de H sur F, comme 24 à 1; & de I sur G, comme 72 à 1; & de T sur K, comme 216 à 1: Mais la rondeur de l'axe S est en puissance egale à la rondeur de T (je dis en puissance, car en effect le diametre de S est $1\frac{1}{2}$ pied, & de T, 2 pieds: or les dents de T sont sextuples à ceux de K, & partant son diametre sera sextuple en puissance au diametre de K, lequel est de 3 pouces, & de T 18, ou $1\frac{1}{2}$ pied, comme le diametre de S) le poids donc pendant directement à l'axe S, aura telle raison à son contrepoids, ou à la force qui est en M N, comme 216 à 1. On eust peu faire le compte en descendant de S jusques à M N, comme il a esté fait en montant.

La calculation se pourroit aussi faire ainsi: D'autant que M N tourne 162 fois, contre S une fois, comme il a esté dit cy-dessus; & puis que le diametre d'un tour de M N au diametre de S, est comme 4 à 3 (car L M est 1 pied, & le raid de S est $1\frac{1}{2}$ pied) alors L M descrira 162 circonferences, qui auront telle raison à la circonference de S, comme 216 à 1; de mesme aussi des raids, comme des circonferences: Et partant par la 1 proposition du premier livre, le poids aura là mesme raison, au poids icy, c'est comme 216 à 1, comme devant. D'où s'ensuit que s'il y avoit en M N une force continuelle, telle que 25 livres pourroyent tirer embas (autant estime-je la force d'un homme, & d'avantage quand il veut, voire de beaucoup, mais c'est par exemple ce que j'en pose icy) elle pourroit contrepeser 5400 lb (qui est 216 fois 25) qui pendroyent embas à l'axe S: Posant maintenant que le batteau X pese six fois plus que son contrepoids, attaché à S, pendant directement embas, le batteau peseroit alors 32400 lb (ce sont 9 lasts en pesanteur, posant qu'un last pese 3600 lb) ce que 25 lb à M N pourroit attirer.

---

ALB. GIRARD.

*Stevin est un peu obscur au commencement de cest article-cy, lors qu'il veut declarer par parenthese, que c'est bien par puissance, & non par effect, &c. Ie proteste, sauf son honneur, qu'il estoit bien en peine lors qu'il escrivoit cela; car il maintient un erreur: nonobstant je veux croire que cela s'est fait sans qu'il sceut d'où venoit la cause; & c'est qu'ayant posé le diametre de la rouë T 2 pieds, qui sont 24 pouces, il ne luy donne que 36 dents, au lieu de 48: Tellement que cela est le fondement de l'erreur, duquel il ne se sçait pas desengager en la parenthese mentionnée, laquelle doit estre effacée, & je ne l'eusse traduite, n'eust esté que tout estoit compté là dessus; & notez particulierement la faute qu'il y a d'abondant là, lors qu'il dit, que puis que les dents de T sont sextuples à celles de K, que partant son diametre sera sextuple en puissance à celuy de K. Or comment cela se pourroit-il faire, veu que les diametres sont en raison octuple; semblablement les circonferences en raison octuple, & partant T devroit avoir 48 dents, si K en a 6; mais il ne luy en donne que 36: On pourra voir comment, en quelle forme, & de quel nombre on pourra faire les dents des vigoureux roüages en mes Mechaniques; car il y a une raison, une consideration, & une invention non vulgaire sur ce subject, mais estant icy en pays estrange, sans Mœcenas, & non sans pertes, avec une grande famille, je n'ay pas le loisir, ny le pouvoir d'escrire icy tout ce qui y pourroit estre convenable.*

### *Combien de tours il faudroit faire faire au manche, pour tirer le batteau de l'autre costé du dodasne.*

Ayant posé que le batteau pesast le sextuple de son contrepoids pendu à l'axe S; il s'ensuit par la 19 proposition du premier livre, que la distance du sommet du dodasne le long de la pente, sera aussi sextuple à la hauteur d'iceluy, laquelle a esté posée de 4 pieds; & partant le batteau doit estre attiré 24 pieds; posons d'abondant que ces 24 pieds de cordage se doivent attirer par l'axe S, pour faire venir le batteau au milieu du dodasne, & la circonference de S seulement triple à son diametre (c'est seulement par exemple & à peu pres, car on sçait bien la raison ordinaire) son circuit sera $4\frac{1}{2}$ pieds (car le diametre en a $1\frac{1}{2}$) qui se trouvent $5\frac{1}{3}$ fois en 24 pieds: donc $5\frac{1}{3}$ fois 162 tours de M N, seront 864 tours, que doit faire M N pour tirer le batteau au milieu du dodasne V.

Mais nous estimons qu'un homme peut faire 1000 tours en M N en un quart d'heure, il attirera donc le batteau pesant 9 lasts en moins d'un quart d'heure: que s'il y avoit trois hommes, ils pourront adapter le manche en F, & l'attireront en $\frac{1}{12}$ d'heure & moins; & s'il y avoit 9 hommes, adaptant le manche M N en H, ils le feront en moins de $\frac{1}{36}$ d'heure. On pourroit aussi accommoder un instrument en Y, comme en AB, & mettre les hommes és deux instruments.

### NOTEZ.

Nous avons posé cy-dessus par exemple que le batteau soit egalement facile à attirer, & toutesfois il change selon la diverse disposition; car il est plus difficile à la fin qu'au commencement, pour les raisons deduites au troisiesme exemple de la 9 proposition de ce livre; Parquoy on se servira de cet exemple pour faire son compte en chose semblable.

Quant à ce que les roüages de l'instrument mentionné sont droits les uns sur les autres, on les pourroit mettre en plusieurs autres manieres, selon que l'affaire le requiert.

### *Declaration de ce qui a esté promis cy devant.*

Nous avons dit au commencement de ceste proposition, que ceste force indefinie, estoit (comme nous estimons) de plus longue durée, & de moindre despens que non pas le *Charistion*; & qu'on fait plus d'operation en moins de temps: & aussi de force indefinie.

Qu'il soit de plus longue durée, il semble (sauve correction) estre assez manifeste; car en telle affaire que deman-

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

demanderoit-on d'avantage, qu'un fort bois comme il eſt creu, duquel la matiere ſe tient mieux en un, que non pas un autre de diverſes pieces. Il appert auſſi qu'on en a meilleur marché.

Quant à ce qu'il y faut moins de temps, cela ſe voit aſſez en ce qu on peut mettre le manche en tel eſſieu des roüages qu'on voudra, ſelon le nombre des mannouvriers qu'on y voudra mettre, mettant le manche plus haut pour les moindres peſanteurs, & plus bas pour les plus grandes; tellement que par un labeur convenant, on avance touſiours à l'elevation ou attraction de la peſanteur propoſée, de quelle grandeur elle puiſſe eſtre; ce qui ne ſe peut faire par le *Chariſtion*, ny par les guindaxes, veu que pour un petit batteau, on met en œuvre és guindaxes ce qu'il faudroit pour un plus grand, ce qui fait perdre autant de temps: & quand la peſanteur eſt plus grande, il faut prendre plus de gens, ou chevaux, leſquels aucunefois vont à grand' peine, voire s'arreſtent, & ainſi perdent beaucoup de temps: Tellement que les navires ſont ſouventefois endommagez; car les plus grands qu'on tire par deſſus le dodaſne de Leyden, ſont de 13, ou 14 laſts, où en a beſoing de 20 hommes pour marcher dans les rouës pour les attirer, leſquels s'arreſtans aucunesfois tout coy, vont apres tous enſemble, & agiſſent ainſi ſi violemment qu'ils font rompre le navire, ce qui ne ſe fait par le Cricq, lequel attire uniformement & doucement.

Quant à ſa force indefinie, il faut ſçavoir que le manche eſtant adapté cy-devant en D, a autant de pouvoir qu'auroit un guindaxe ayant 324 pieds de diametre, ce qui ſe peut demonſtrer ainſi: Soit une rouë de 324 pieds de diametre, & S ſon axe de pied & demy de diametre, & partant les raids ſeront en raiſon, comme 216 à 1; & la peſanteur pendue à l'axe, à ſon contrepoids à l'extremité de la rouë, ſera comme 216 à 1, par la 9 propoſition de ce livre: la raiſon eſt auſſi ſemblable de la peſanteur à l'axe S, à ſon contrepoids en M N; ce qui eſtoit à demonſtrer. Or les plus grandes qu'on fait ne peuvent pas eſtre de 30 pieds, d'où s'enſuit de combien le Cricq eſt au deſſus des guindaxes: Il eſt bien vray qu'un homme marchant dans la rouë, n'a pas tant de peine; mais à cauſe des circonſtances ſuſdites, ce n'eſt pas la meilleure maniere. Toutefois ſi quelqu'un ſe vouloit ſervir de ceſte facilité, allant dans une rouë, il pourroit agencer une rouë à dents en l'un des axes D, F, H, K, T, au lieu du manche, mettant auſſi des dens à l'extremité d'un guindaxe, pour faire tourner la ſuſdite, mais ceſt avantage ne vaudroit pas les frais.

Que ſi on vouloit augmenter la force, pour s'enſervir, les deſpens ne ſeroyent pourtant pas perdus; car mettant encor un axe au deſſous de D, triplant les ſuſdits 216; & le manche adapté là, aura la force d'agir avec 1 contre 648, à l'axe S, &c.

Que ſi on faiſoit un Cricq avec 30 axes, & les dents des grands roüages, decuples aux dents des eſtoiles: & L M partie du manche, egal au raid d'une des plus grandes rouës (l'inſtrument ne ſeroit pas ſi grand, qu'il ne ſe puiſſe aiſement faire) le poids pendant à l'axe auroit telle raiſon à ſon contrepoids au manche, comme 100000000000000000000000000000000 à 1. Poſant donc que le circuit de la moindre eſtoille ſoit 1 pied, le circuit d'un guindaxe (duquel le circuit de l'axe eſt auſſi 1 pied) ſera pour faire le meſme effort de 100000000000000000000000000000000 pieds: Mais le circuit d'un cercle majeur du globe terreſtre (prenant que le degré ſoit de 480 ſtades, & chaque ſtade de 125 pas geometriques, & chaque pas geometrique de 5 pieds) n'eſt que de 108000000 pieds; voyez donc combien de millions de fois le circuit d'un guindaxe ſeroit plus grād que celuy de la terre pour faire autant d'effort que le Cricq, ſeulemēt de 30 eſſieux. Poſons qu'un enfant tourne ſon manche, ayant ſeulemēt autant de pouvoir qu'une livre pendante, iceluy attireroit un poids de 100000000000000000000000000000000 ℔ (mais il faut ſçavoir que l'axe ſuperieur ne feroit pas un tour au premier jour) qui eſt un poids plus peſant 4000 fois que toute la terre avec tout ce qui y eſt; ce qui ſe pourroit demonſtrer ainſi. Le circuit de la terre eſt de 108000000 pieds, cōme dit eſt, donc la ſuperfice de la terre ſera moindre que 400000000000000 pieds, & la $\frac{1}{6}$ du diamette eſt moindre que 6000000 pieds, lequel multipliant la ſuperfice ſuſdite de 400000, &c. ſa ſolidité ſera moindre que 24000000000000000000000 pieds cubiques, ſoit qu'un pied peſe 100 ℔, il ne peut pas peſer gueres plus, le meſme globe terreſtre peſera moins que 2400000000000000000000000000 ℔, qui ſont en tout plus de quatre mille fois plus que 100000000000000000000000000000000 ℔: ce qu'il falloit demonſtrer.

Nous diſons donc avec raiſon que ceſt inſtrument eſt de force indefinie: Partant lors qu'*Archimedes* diſoit, que ſi on luy monſtroit un lieu ferme hors la terre, où il peut mettre ſon *Chariſtion*, qu'il attireroit le globe de la terre hors de ſon lieu, quoy que cela ſoit eſtrange, neantmoins cela eſt vray, car s'il n'eſtoit pas ainſi, le poids majeur n'auroit pas telle raiſon au moindre, comme le grand rayon au moindre; ce qui eſt impoſſible par la 1 propoſition du premier livre: Mais pour en parler par exemple, poſant donc que le *Chariſtion*, ou le Cricq, ſoit en telle place, comme dit eſt, & que la terre peſe, comme dit eſt, 24000000000000000000000000 ℔, & qu'un homme à chaque tour du manche eleve 100 ℔, 3 pieds de haut, & le face tourner 4000 tours en une heure, & cela durant le terme de 10 ans, prenant chaque an de 365 jours, il appert qu'il eleveroit lors la terre $\frac{1}{2400000000000000000000}$ partie d'un pied hors de ſon lieu, ce que eſt quaſi $\frac{1}{2400000000000000}$ d'un pied; & combien que ce ne ſoit pas beaucoup, cela ſervira neantmoins à monſtrer la force indefinie de tels inſtruments.

On s'en peut ſervir en pluſieurs manieres, il eſt fort neceſſaire auſſi que chaque navire, ou batteau, aye un Cricq, lequel n'eſt pas grand inſtrument, ny de grand frais, mais de grande force, pour charger, ou deſcharger; pour lever des grandes ancres; d'avantage pour faire des preſſes, comme pour les draps, & choſes ſemblables, plus preſſant que n'a fait jamais preſſe; Pour lever des grandes pierres és edifices, & pluſieurs autres faix, ce que nous pourrions mieux eſclarcir par exemples que de le dire ſimplement, mais il nous ſuffit d'avoir traité icy ſes proprietez.

*Fin du troiſieſme livre.*



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

# QUATRIESME LIVRE DE LA STATIQVE,

## Des Elemens hydroſtatiques.

### ARGUMENT.

*NOus deſcrirons premierement les definitions des propres mots de cet art, avec les petitions : Puis les propoſitions, dont les 9 premieres declareront, quelques proprietez des corps en l'eau ; les 10, 11, 12, 13, 14 & 15 propoſitions, ſeront touchant la force du preſſement de l'eau contre ſes fonds ou retinacles. Les 16 & 17 propoſitions des longueurs des coſtez neceſſaires, pour avoir tel preſſement de l'eau, qu'on pourroit requerir à l'encontre d'iceux. Les 18, 19 & 20 propoſitions des centres de gravité des preſſemens de l'eau, congregez à l'encontre de ſes fonds ou retinacles. La 21 propoſition pour trouver la quantité de l'eau par ſon poids. La 22 & derniere propoſition, de la proportion qu'il y a entre la grandeur des ſolides, peſanteurs de matiere, & de leurs poids. Et à la fin ſuivra un Appendice de la practique de l'Hydroſtatique.*

### DEFINITIONS.

#### Definition I.

*PEſanteur cognue, eſt celle dont la quantité cognue eſt exprimée par poids cognus.*

#### Definition II.

*MAtieres parigraves, ſont celles dont les grandeurs egales ſont auſsi equiponderantes.*

#### Definition III.

*MAtiere multigrave, eſt celle qui en comparaiſon d'autres de meſme grandeur, eſt neantmoins plus peſante.*

#### Definition IV.

*MAtiere minugrave, eſt celle qui en comparaiſon d'autres de meſme grandeur, eſt plus legere.*

#### Definition V.

*ET autant de fois que la multigrave eſt plus peſante (des egales en grandeur) que l'autre, autant de fois eſt-elle dite plus peſante que l'autre, comme dupligrave, tripligrave, &c.*

#### Definition VI.

*COrps ſolide eſt celuy qui n'eſt pas liquide, ou fluide, ny qui ne ſe liquiſie pas dans le liquide dont il eſt queſtion.*

#### Definition VII.

*VAſiforme, eſt celuy qui a ſeulement la ſuperfice exterieure du corps qu'il contient ; & duquel il peut eſtre ſeparé par imagination.*

#### Definition VIII.

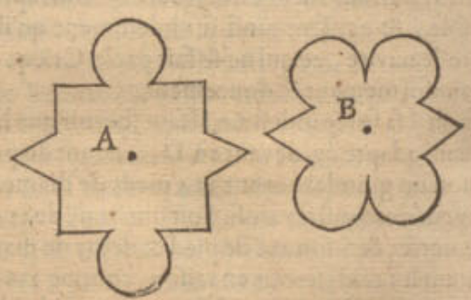
*FOnd eſt toute ſuperfice où l'eau ſe repoſe à l'encontre.*

#### Definition IX.

*FOnd convenant, eſt celuy duquel chaque deux moitiez conviennent : On pourroit dire que c'eſt celuy, dont tous les diametres ſont coupez en deux egalement par le centre.*

#### Declaration.

Comme les cercles, ellipſes, parallelogrammes, & polygones reguliers de nombre pair, & tout autre de quelle mixtion de lignes que ce pourroit eſtre, comme A, B, leſquels ſont coupez en deux egalement par la ligne droite, qui paſſe par le centre, ſont dits fonds convenans, pour les diſtinguer des autres reguliers & irreguliers, leſquels ne ſont pas ainſi coupez en deux egalement par les lignes droites paſſant par leur centre, & partant ſeront appellez autrement que ceux de ceſte definition, aſſavoir fonds inconvenans, comme les triangles & polygones de nom impair. La raiſon de ceſte




definition (comme on verra cy-apres) eſt en ce que les colomnes ayans telles baſes eſtans coupées par un plan diagonal, paſſant par les deux poincts homologues du couvercle & baſe, ſont coupées en deux egalement.

#### Definition X.

*VVide, eſt un lieu où il n'y a nul corps.*

#### Definition XI.

*VVidé, eſt un vaſe où il n'y a que de l'air dedans.*

---

ALB. GIRARD.

*Il y a d'autres definitions qui ſont neceſſaires, comme celles qui ſuivent, leſquelles j'euſſe mis en leur lieu, n'eſtoit que je ne deſire pas meſler ce que l'auteur dit, avec ce que j'eſcris.*

#### Definition XII.

DIverſigravité, c'eſt quand deux corps ſont d'egale grandeur, & neantmoins peſent diverſement, ou inegalement.

#### Definition XIII.

QUantigravité, c'eſt la raiſon de la peſanteur de deux corps egaux en grandeur, & inegaux en peſanteur.

#### Definition XIV.

CReux exterieur du ſubmergeant, c'eſt le creux d'un corps ſolide multigrave à l'eau, lequel creux eſt ſous la fleur de l'eau, & cauſe qu'il flotte.

PETI-

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

## PETITIONS.

### Petition I.

*LA pesanteur propre d'un corps, soit celle de laquelle il est trouvé estre pesant en l'air; mais dans l'eau, qu'elle soit dite sa constitution en icelle.*

### Petition II.

*QVe l'eau proposée, soit de tout costé de pesanteur uniforme.*

### Petition III.

*LE poids qui ne fait pas enfoncer si avant, soit dit plus leger; mais plus avant, plus pesant: & qui fait enfoncer egalement, equiponderant.*

### Petition IV.

*QVe le vasiforme puisse contenir eau, ou autre matiere sans rompre, ou changer de figure.*

### Petition V.

*QVe le vasiforme plein d'eau, puisse demeurer vuidé, ayant versé son eau.*

### Declaration.

Demeurer vuidé, n'est pas à dire vuide, selon la 10 definition, mais bien selon l'onziesme; car alors le poids de l'air y defaudroit.

### Petition VI.

*QVe la superfice superieure de l'eau (qu'on appelle ordinairement la fleur d'eau) soit une superfice plane, au niveau, c'est à dire parallele a l'horizon.*

### Declaration.

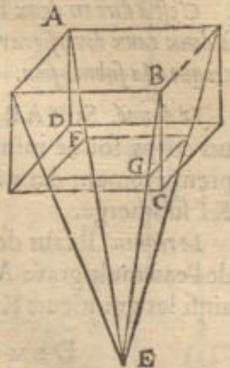
On sçait que toute la superfice de l'eau est spherique, ou à peu pres, & aussi une partie d'icelle, est partie spherique; mais pource que si on prenoit cy-apres telle superfice estre spherique, les demonstrations en seroyent plus difficiles, & ne serviroyent pas pourtant d'avantage en la practique; & puis que nous ne prenons pas en la practique pour une goutte d'eau, pourtant nous delaissons aussi la contradiction, qu'elle apporteroit à nostre petition, touchant sa superfice superieure.

### Petition VII.

*SI une colomne droite d'eau a sa base & couvercle parallele à l'horizon, & sa superfice laterale perpendiculaire dessus (assavoir toutes les lignes droites entre les poincts correspondans du couvercle & de la base perpendiculaires à l'horizon) qu'on nous concede que ces perpendiculaires tendent au centre de la terre, & que la base & le couvercle, soyent parties de la superfice de la terre.*

### Declaration.

Soit A B C D une eau, en figure de colomne droite, A B, C D paralleles à l'horizon, & A D, B C, &c. perpendiculaires dessus; soit aussi E centre de la terre, duquel menées E F A, E G B, &c. & fait F G semblable à D C; cela estant ainsi, combien que A D, B C ne tendent pas en E, nous demandons qu'on nous concede qu'elles y tendent, veu l'insensible difference qu'on y trouve en la practique, n'y ayant que des longueurs, superfices, & corps qui n'ont aucune raison sensible aux dimensions de la terre totale; En apres qu'on nous concede que A B, C D soyent parties de la superfice de la terre,




assavoir A B, si la superfice de la terre estoit aussi esloignée du centre; & D C, si la superfice de la terre estoit en apres aussi esloignée du centre E.

## LES PROPOSITIONS.

### Theoreme I. Proposition I.

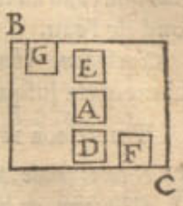
*L'Eau proposée, tient telle position qu'on voudra dans l'eau.*

*Le donné.* Soit dans le vasiforme A, l'eau proposée, mise dans l'eau B C.

*Le requis.* Il faut demonstrer que l'eau A demeurera là.

### Demonstration.

Si on pouvoit faire autrement, assavoir que A ne demeurast là, mais qu'il descendist où D est; alors l'eau qui survient en son lieu, descendra plus bas, pour la mesme raison, & ainsi du reste; tellement que ceste eau sera en perpetuel mouvement, à cause de A; ce qui est absurde. Et on demonstrera pareillement que A ne montoit, ny se mouvoit vers aucun costé; & qu'elle demeurera où on la mettra, soit en D, E, F, ou G, ou en autre lieu dans l'eau B C.




*Conclusion.* L'eau donc proposée, se peut tenir dans l'eau où on voudra; ce qu'il falloit demonstrer.

### Theoreme II. Proposition II.

*VN corps solide plus leger que l'eau, ne submerge pas tout, mais une partie demeure dehors.*

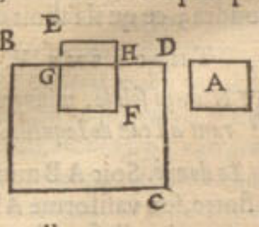
*Le donné.* Soit le corps solide A, plus leger que l'eau B C, de laquelle B D est la superfice superieure.

*Le requis.* Il faut demonstrer que A mis dans l'eau B C, ne submergera pas du tout, mais qu'il y aura une partie d'iceluy au dehors

*Preparation.* Soit E F un vasiforme, la partie duquel dedans l'eau. & remplie d'eau soit G F, egale & semblable à A, sa superfice G H sera en la superfice B D; d'autant que le vasiforme, n'a nulle pesanteur, ny legereté.

### Demonstration.

Veu que A est plus leger que l'eau G F, par l'hypothese, & que G F est egal à A; G F donc sera plus pesant que A: Or si on vuide G F, & qu'on y mette A, qui y convient par la preparation: alors A estant plus leger que l'eau qui y estoit, fera que le vasiforme n'enfoncera pas si avant dedans l'eau, & partant une partie de A sera dehors l'eau.




*Conclusion.* Un corps solide plus leger que l'eau, ne submergera pas du tout, mais une partie sera hors d'icelle; ce qu'il falloit demonstrer.

### Theoreme III. Proposition III.

*VN corps solide multigrave à l'eau submerge jusques au fond.*

*Le donné.* Soit A un corps solide plus pesant que l'eau; B D le dessus d'icelle, & le fond E C.

*Le requis.* Il faut demonstrer que A dans l'eau B C, submergera jusques au fond E C.

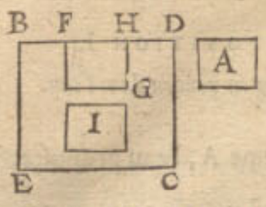
*Preparation.* Soit F G un vasiforme remply d'eau, egal & semblable à A, le dessus duquel F H soit à fleur de B D.



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

DEMONSTRATION.

D'autant que A eſt multigrave en comparaiſon de l'eau F G, & que F G eſt egal en grandeur à A ; A donc ſera plus peſant que F G. Vuidons le vaſiforme F G, & au lieu de l'eau mettons y le corps A, lequel remplira preciſement le lieu par l'hypotheſe : & puis que A eſt plus peſant que l'eau qu'on a jetté, le vaſigrave enfoncera plus de A, que de l'eau F G, par la troiſieſme petition. Nous avons donc demonſtré que A enfoncera : mais que ce ſoit juſqu'au fond, il appert en ce que deſſus a eſté dit ; car on demonſtrera de meſme que A ne ſe pourra tenir comme icy I, mais qu'il enfoncera plus que l'eau au meſme lieu, & partant qu'il ira juſqu'au fond de l'eau.




*Concluſion.* Un corps donc ſolide multigrave à l'eau, ſubmergera juſqu'au fond ; ce qu'il falloit demonſtrer.

THEOREME IV. PROPOSITION IV.

*VN corps ſolide, parigrave à l'eau, ſe tient dans icelle en telle diſpoſition, & lieu qu'on voudra.*

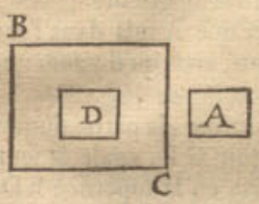
*Le donné.* Soit le corps ſolide A, parigrave avec l'eau B C.

*Le requis.* Il faut demonſtrer que A ſe tiendra dans l'eau B C, en tel lieu qu'on voudra.

*Preparation.* Soit D un vaſiforme plein d'eau, pareil à A.

DEMONSTRATION.

D'autant que A eſt parigrave à l'eau D, & D egal en magnitude à A, alors D ſera equiponderant à A : vuidons l'eau du vaſiforme D, & mettons A dedans, lequel y conviendra, d'autant qu'ils ſont poſez eſtre pareils : Le vaſiforme donc D n'enfoncera pas plus de A, que de l'eau D, par la troiſieſme petition : Mais l'eau D ſe tenoit en tel lieu qu'on vouloit par la 1 propoſition. A donc ſe tiendra dans l'eau B C en tel lieu qu'on voudra.




*Concluſion.* Un corps ſolide donc, parigrave à l'eau, ſe tient dans icelle, en telle diſpoſition & lieu qu'on voudra ; ce qu'il falloit demonſtrer.

THEOREME V. PROPOSITION V.

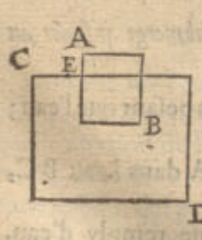
*VN corps ſolide, minugrave à l'eau où il git, eſt equiponderant à l'eau de laquelle il occupe le lieu.*

*Le donné.* Soit A B minugrave à l'eau C D, ſur laquelle il flotte, ſon vaſiforme A B, & ſa partie dans l'eau ſoit E B.

*Le requis.* Il faut demonſtrer que le corps ſolide A B, eſt equiponderant à l'eau, qui eſt egale à la partie E B, qui eſt dans l'eau C D.

DEMONSTRATION.

Oſtons A B corps ſolide du vaſiforme A B, & puis rempliſſons-le d'eau juſques à ce que ledit vaſiforme enfonce dans l'eau, autant comme devant avec le corps ſolide, l'eau de dedans & de dehors eſt touſiours de meſme hauteur, d'autant que le vaſiforme n'a ny peſanteur ny legereté : parquoy l'eau de dedans peſera autant que le corps ſolide A B, par la troiſieſme petition.




*Concluſion.* Un corps ſolide donc minugrave à l'eau, &c.

ALB. GIRARD.

*Les trois propoſitions precedentes ſe pourroyent dire avec plus de perfection, mais il faut un peu, comme on dit, aider à la lettre : car il falloit premierement deſinir, que c'eſt de corps maſſif, creux interieurement, & creux exterieurement, ſelon l'eau propoſee, &c. Comme par exemple on pourroit faire une inſtance contre la generalité de la 3 propoſit. en ceſte ſorte. Il eſt poſſible qu'un corps ſolide multigrave, non ſeulement à l'eau, mais que le corps plus peſant à toute autre matiere terreſtre, comme l'or fin, puiſſe demeurer ſur l'eau en flottant, tellement qu'une partie ſoit plus haute que la fleur de l'eau ; il eſt auſſi poſſible qu'il tienne telle place qu'on voudra dans l'eau : Car c'eſt ſelon la figure qu'on luy donnera ; veu que ſi on luy donne la figure d'une hemiſphere creuſe (ou autre ſemblable) il pourra flotter ſur l'eau, ce qui s'appelle creux exterieur du ſubmergeant : telle qu'eſt la 14 definition, d'autant que ſi on le coupe d'un plan à fleur d'eau, on verra de combien il eſt creux exterieurement au deſſous de l'eau ; le reſte eſt facile à entendre.*

PROBLEME I. PROPOSITION VI.

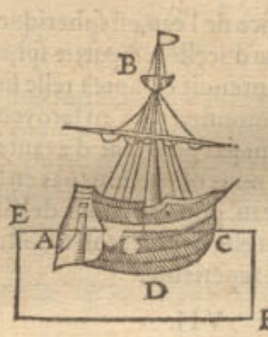
*VN corps ſolide de grandeur cognue, flottant ſur l'eau de peſanteur cognue, ayant une partie dehors l'eau : Trouver la peſanteur du corps ſolide entier.*

*Le donné.* Soit A B C D un corps ſolide de telle figure qu'il peut advenir : & E F eau, dont le pied cubique peſe 65 lb (autant peſe un pied d'eau de Delft en Hollande, par experience, ſur laquelle nous fondrons les calculations ſuivantes) & la partie ſubmergée du corps ſolide ſoit de 10000 pieds cubiques.

*Le requis.* Il faut trouver la peſanteur du corps ſolide entier A B C D, & de tout ce qu'il porte.

OPERATION.

On multipliera 10000 par 65 lb, viendra 650000 lb pour le requis ; dont la demonſtration eſt manifeſte par la precedente.




*Concluſion.* Un corps donc ſolide de grandeur cognue, flottant ſur l'eau de peſanteur cognue, ayant une partie dehors l'eau : trouver la peſanteur du corps ſolide entier, ſelon le requis.

THEOREME VI. PROPOSITION VII.

*SI un corps ſolide eſt minugrave à deux eaux diverſigraves : comme la peſanteur de l'eau multigrave, à la peſanteur de l'autre eau, ainſi la grandeur ſubmergée du corps ſolide dans l'eau minugrave, à la grandeur ſubmergée dans la multigrave.*

---

ALB. GIRARD.

*C'eſt à dire en deux mots : que ſi un corps ſolide eſt minugrave à deux eaux diverſigraves : la quantigravité des eaux ſera reciproque à la ſubmerſion.*

*Le donné.* Soit A B eau multigrave à l'eau C D, & E F un corps ſolide minugrave aux deux eaux ; lequel mis premierement dans A B, G F ſubmerge, mais en C D, K I ſubmerge.

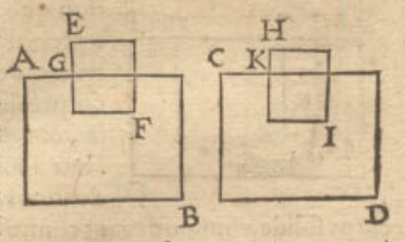
*Le requis.* Il faut demonſtrer que comme la peſanteur de l'eau multigrave A B, à celle de l'eau minugrave C D, ainſi les grandeurs K I à G F.

DEMONSTRATION.

L'eau multigrave egale à G F, peſe autant que le corps E F, & l'eau minugrave egale à K I peſe autant que

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

que HI, par la 5 proposition : mais les corps EF, HI sont un mesme corps par l'hypothese ; l'eau donc de AB, egale à GF, sera egale à l'eau de CD, egale à KI. Mais par ce qui resulte necessairemẽt de la 5 definition concedée : Estans deux corps GF, KI equiponderans, leurs grandeurs seront reciproques à leurs quantigravitez, c'est à dire à la pesanteur des matieres : parquoy comme les pesanteurs des eaux AB à CD, ainsi les grandeurs KI à GF.




*Conclusion.* Si un corps solide donc est minugrave, &c.

## Theoreme VII. Proposition VIII.

*Tout corps solide, est plus leger dans l'eau, qu'en l'air, de la pesanteur de l'eau, egale en grandeur à iceluy.*

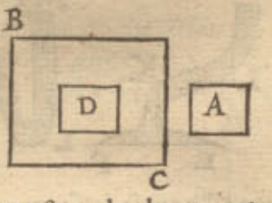
*Le donné.* Soit A un corps solide, & B C l'eau.

*Le requis.* Il faut demonstrer que A mis dans l'eau B C, y sera plus leger qu'en l'air, de la pesanteur de l'eau, egale à iceluy A en grandeur.

*Preparation.* Soit D un vasiforme pareil à A.

### Demonstration.

Le vasiforme D plein d'eau, n'est dans l'eau B C, pesant ny leger, veu qu'il se peut tenir où l'on le met, par la 1 proposition : parquoy vuidant l'eau D, & y mettant le corps A, qui y conviendra, il se trouvera estre de la legereté mentionnée, assavoir la pesanteur A moins la pesanteur de l'eau vuidée ; mais telle eau est egale à A en grandeur ; A donc en l'eau B C se trouvera estre plus leger, qu'en l'air de la pesanteur de l'eau egale en grandeur à iceluy ; ce qu'il falloit demonstrer.




## Probleme II. Proposition IX.

*Estant donnée la quantigravité de l'eau, & du corps solide, aussi la pesanteur dudit corps : Trouver sa constitution dans l'eau.*

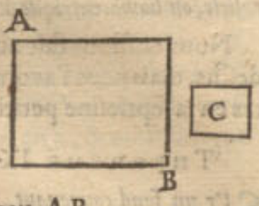
### *1 Exemple, d'un corps solide minugrave à l'eau.*

*Le donné.* Soit AB l'eau, C un corps solide pesant 2 ℔, & la quantigravité de l'eau & du corps solide soit de 5 à 1.

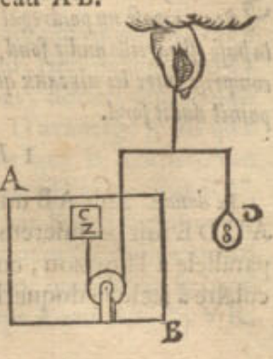
*Le requis.* Il faut trouver la constitution de C dans l'eau.

### Operation.

On verra combien un corps d'eau egal à C pesera, & se trouvera peser 5 fois 2 ℔, qui sont 10 ℔, le mesme soustrait de 2 ℔ (du corps solide) reste moins 8 ℔, c'est à dire leger ou elevant 8 ℔, pour C en l'eau AB.




Ce qui se pourroit declarer plus apertement, prenant que C soit mis en l'eau B A, & D un poids de 8 ℔, comme icy joignant, lesquels seront en equilibre.




### *2 Exemple, là où le corps solide est multigrave à l'eau, dont l'operation est comme devant.*

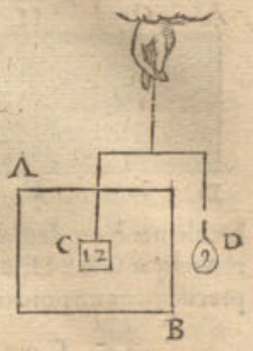
*Le donné.* Soit la quantigravité de l'eau AB, au corps solide C, comme 1 à 4 ; & C pese 12 ℔.

*Le requis.* Il faut trouver sa constitution dans l'eau AB.

### Operation.

On verra combien un corps d'eau pesera pareil à C, & se trouvera le $\frac{1}{4}$ de C 12 ℔, ce sont 3 ℔, lesquelles ostées de 12 ℔ de C, resteront 9 ℔ pour la pesanteur de C dans l'eau.

Ce qu'on pourra entendre ainsi, posant D 9 ℔, lequel est en equilibre avec C 12 ℔ dans l'eau, comme la figure cy-jointe.




Nous pourrions mettre encor un tiers exemple là où l'eau & le corps solide soyent parigraves, mais il est manifeste qu'un tel corps n'aura ny pesanteur ny legereté dans l'eau, par la 8 prop.

*Conclusion.* Estant donnée la quantigravité de l'eau, & du corps solide, aussi la pesanteur dudit corps ; nous avons donc trouvé sa constitution dans l'eau ; ce qu'il falloit faire.

---

### Alb. Girard.

*Il y a des lieux qui requierent des noms propres, d'autres s'en peuvent passer en usant de circonlocution. Les Grecs ont bien usé de composition de noms radicaux, afin d'avoir des noms propres, mais neantmoins il se sont servi de grandes circonlocutions, comme il est notoire à ceux qui y sont tant soit peu versez : & par exemple, au lieu que nous disons raid, pour signifier le demidiametre d'un cercle, ils disent (ligne du centre,) & ainsi au lieu d'autres noms souventesfois ; or si on ne pouvoit composer, il vaudroit mieux inventer des mots equivallans par suppositions, ou radicaux tout à fait.* Stevin *a bien apperceu que le Flamen estoit naturellement propre à la composition, c'est pourquoy il le loue par dessus les autres langues aussi ; mais quand il faut faire distinction, comme cy-devant en la premiere petition, il faut qu'il y aye de l'industrie à l'Inventeur, & du jugement à suffisance au traducteur, pour comprendre l'intention des Autheurs, comme aussi de la facilité au Lecteur à conceder ces nouveaux termes, qui sont substituez au lieu de ceux qu'il faudroit avoir ; car il faut croire qu'il n'y a langue au monde qui soit perfectionnée. Cela est cause que* Stevin *a inventé un nouveau nom assez bizarre en la premiere petition mentionnée ; tellement que celuy qui l'a traduit en Latin, n'a sceu comprendre son intention : Or il le mettoit là pour le suivre, ce qu'il n'a bien fait, ny son traducteur aussi, lequel a tourné* Secundum hypothesin, *ce que nous disons icy (constitution.) Ce qui soit dit sans blasmer personne, mais pour advertir les lecteurs, à ce qu'il leur plaise entendre les definitions, & petitions, & les termes nouveaux, alors tout sera clair, facile, & bien dit ; autrement tout leur sera obscur, difficile, & barbare.*

## Theoreme VIII. Proposition X.

*Sur le fond de l'eau, parallele à l'horizon, repose un poids, egal à la pesanteur de l'eau, qui est egal à la colomne, dont la base est le fond susdit ; & la hauteur, la perpendicle sur l'horizon entre le fond & la fleur de l'eau.*

*Le donné.* Soit A B C D une eau, en figure de parallelipipede rectangle, sa fleur A B, & E F un fond à niveau, E G la perpendicle entre le fond E F & la fleur d'eau ;



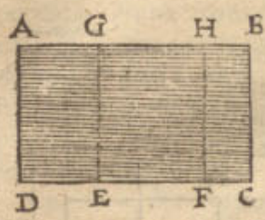
Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

la colomne ſoit celle qui eſt compriſe entre le fond pour ſa baſe E F, & G E hauteur, aſſavoir la colomne G E F H.

*Le requis.* Il faut demonſtrer que ſur le fond E F repoſe un poids egal à la peſanteur de l'eau de la colomne G E F H.

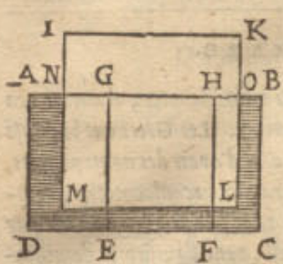
DEMONSTRATION.

Si ſur le fond E F repoſe un poids plus grand que G E F H, cela viendra à cauſe de l'eau prochaine: Soit, s'il eſt poſſible, de l'eau A D E G, & H F C B; & de meſme pourra-on dire que ſur le fond D E repoſe plus que l'eau A D E G, & ſur F C plus que l'eau H F C B; tellement que ſur D C repoſera plus que l'eau A D C B; ce qui eſt abſurde, eſtãt iceluy un parallelipipede rectangle. Semblablement on demonſtrera que ſur E F ne repoſe pas moins que G E F H, & par conſequent ſur E F repoſera preciſement un poids egal à la colomne d'eau G E F H.



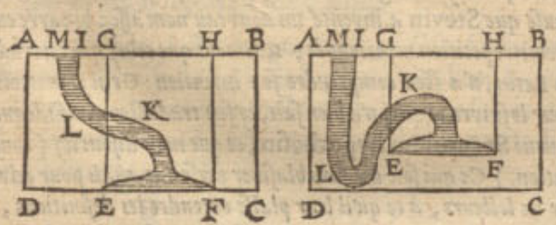

COROLLAIRE I.

En l'eau A B C D de la 10 propoſition, mettons I L un corps ſolide minugrave à l'eau, c'eſt à dire flottant ſur l'eau, N L dedans, & N K dehors, comme cy-joignant; alors le ſolide I L, ſera equiponderant à l'eau N O L M, par la 5 propoſition, d'où s'enſuit que le corps I L, avec le reſte de l'eau d'alentour, eſt equiponderant à un corps d'eau, egal à A B C D; parquoy nous dirons encor ſelon la propoſition, que ſur le fond E F, repoſe un poids egal à la peſanteur de l'eau d'une telle colomne que G E F H, de laquelle E F eſt la baſe, & G E perpendicle, entre le fond & la fleur de l'eau pour la hauteur d'icelle: D'où l'on peut conclurre que quand quelque matiere flotte ſur l'eau, qu'elle n'apporte aucun changement au poids que le fond ſouſtient lors que l'eau demeure en la meſme hauteur.




COROLLAIRE II.

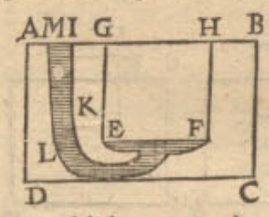
Soit encore en l'eau A B C D, un ou pluſieurs corps ſolides parigraves à l'eau, tellement qu'il n'y aye place que pour l'eau I K F E L M, alors ce corps ne ſurcharge,




ny n'allege le fond E F pas plus que devant: Et partant ſelon la propoſition, ſur le fond E F, repoſe un poids egal à la peſanteur de l'eau, laquelle eſt egale à la colomne, ayant ledit fond pour baſe, & la hauteur egale à la perpendicle ſur l'horizon, qui eſt entre le fond & fleur d'eau.

COROLLAIRE III.

Soit derechef A B C D entierement eau, E F un fond en icelle parallele à l'horizon; alors l'eau pouſſera autant par deſſous, en elevant que par deſſus en abaiſſant; Autrement le plus fort emporteroit le plus foible: ce qui n'arrive pas ainſi, d'autant que tout tient la diſpoſition qu'on luy donne, par la 1 propoſition. Soyent maintenant dedans l'eau quelques corps ſolides parigraves à icelle, & tellement diſpoſez que l'eau I K E F L M pouſſe par deſſous E F, aſſavoir contre le corps ſolide, comme devant contre l'eau, mais l'un contrepouſſoit egalement l'autre: donc contre E F y a un effort qui le pouſſe enhaut, de meſme que la colomne d'eau G E F H pouſſe le meſme fond E F embas, ſelon la propoſition; car la hauteur G E eſt la perpendicle interceptée entre la fleur de l'eau & le fond E F.

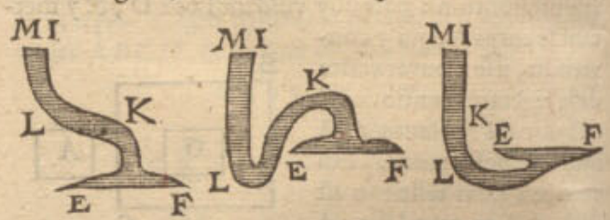



COROLLAIRE IV.

Que ſi on mettoit les corps ſolides des deuxieſme & troiſieſme corollaires en leurs lieux, & l'eau vuidée, y ayant une place vuide I K F E L M; alors le fond E F ne pottera aucune peſanteur; que ſi on remply le lieu vuidé, avec de l'eau, le fond patira autant d'effort, que lors que le vaiſſeau eſtoit entierement plein d'eau (ayant oſté les corps ſolides.)

COROLLAIRE V.

Mais ſi on oſtoit la matiere inutile des corps ſolides, & s'il n'y en demeuroit pas d'avantage que pour tenir l'eau en ceſte figure; alors le fond E F patira autant d'effort,




que s'il y avoit deſſus une colomne d'eau, compriſe ſur le meſme fond comme baſe, dont la hauteur ſoit la perpendicle entre ledit fond & la fleur d'eau.

*Concluſion.* Sur le fond de l'eau parallele à l'horizon, repoſe donc un poids, &c.

Liſez les eſpreuves deduites en l'Appendice de la practique de l'Hydroſtatique.

NOTEZ.

Nous pourrions auſſi propoſer la 10 propoſition comme s'enſuit:

*SVr quelconque fond d'eau, de ſuperfice parallele à la fleur d'icelle, repoſe un poids egal à la peſanteur de l'eau, compriſe dans un ſecteur ſpherique, tronqué par une ſuperfice ſpherique parallele, ou homocentrique à la ſuperfice ſpherique de la terre.*

Nous euſſions fait auſſi les demonſtrations comme deſſus, mais nous l'avons delaiſſé pour les raiſons deſcrites en la ſeptieſme petition.

THEOREME IX. PROPOSITION XI.

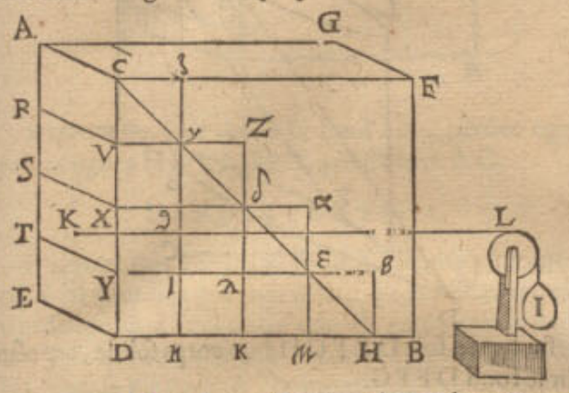
*SVr un fond convenant, duquel le plus haut poinct eſt à fleur d'eau, repoſe un poids egal à la demi-colomne d'eau, de laquelle la baſe eſt pareille audit fond, & ſa hauteur egale à la perpendicle compriſe entre les niveaux qui paſſent par le plus haut & plus bas poinct dudit fond.*

1 *Exemple.*

*Le donné.* Soit A B un vaiſſeau plein d'eau, & le fond A C D E ſoit premierement un parallelogramme, non parallele à l'horizon, comme devant, mais perpendiculaire à iceluy; duquel le plus haut coſté A C eſt à fleur d'eau,

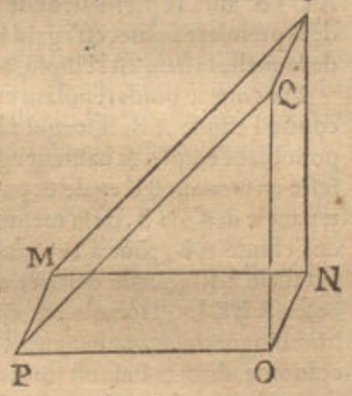
Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

d'eau, & AE ſoit la perpendicle compriſe entre les deux niveaux qui paſſent par les extremitez plus haute & plus baſſe dudit fond : & ſoit marquée H dans DB, parallele à l'horizon, tellement que DH ſoit egale à DC, & menée CH, tellement que par ACHDE ſoit denotée la demi-colomne, ayant ACDE pour baſe, & DH hauteur egale à AE perpendicle.




*Le requis.* Il faut demonſtrer que le poids qui repoſe contre le fond ACDE eſt egal à la demi-colomne ACHDE : C'eſt à dire (pour declarer le tout plus amplement) que ſi I eſtoit un poids oblique, equiponderant ACHDE, & KL corde ſoit parallele à DH, & K centre de gravité de l'effort du pouſſement congregé à l'encontre du fond (lequel centre de gravité ſe trouvera par la 18 propoſition ſuivante) le poids I equiponderant à l'effort de l'eau tient le fond (poſant qu'il ſoit mobile) en ceſte diſpoſition.

Ou bien pour donner à entendre ce que deſſus autrement, Soit MNOP un fond, pareil à ACDE, aſſavoir MP homologue à AC ; MN à AE, ſur lequel fond MNOP repoſe un corps ſolide MNOPQ, pareil & equiponderant à ACHDE, & QO (egale à DH) ſoit perpendicle à l'horizon : je dis que le preſſement que MNOPQ fait ſur le fõd MNOP, (aſſavoir preſſant plus vers NO, que vers MP, pource qu'il eſt là plus eſpais & peſant qu'icy) eſt le meſme que l'eau contre le fond ACDE, (aſſavoir pouſſant plus vers ED, que vers AC.)




*Preparation.* Soit diviſée AE en 4 parties egales par R, S, T, & menées RV, SX, TY paralleles à AC ; & VZ, Xα, Yβ paralleles à DH, coupans CH en γ, δ, ε, & tellement que chacune des lignes γZ, δα, εβ, ſoyent egales à Vγ. Soit auſſi menée par γ la ligne ζη, parallele à CD, coupant Xα en ϑ, & Yβ en ι ; de meſme la ligne Zα par δ, coupant Yβ en λ, & ainſi la ligne αμ par ε ; & finalement βH.

### Demonstration.

Contre le fond ACVR repoſe plus que rien, car ſi ledit fond eſtoit tout à fleur d'eau, rien ne repoſeroit à l'encontre, mais il vient plus bas, donc il repoſe plus que rien à l'encontre d'iceluy : D'avantage je dis qu'à l'encontre d'iceluy repoſe moins que le corps d'eau ACζγVR, car s'il eſtoit parallele à l'horizon par RV, alors ledit corps y repoſeroit, par la 10 propoſition ; mais il eſt plus haut, & par conſequent il y repoſe moins à l'encontre. Je dis ſemblablement que contre le fond RVXS repoſe plus que le corps d'eau ACζγVR, veu qu'il vient plus bas que Vγ, mais ledit corps d'eau eſt egal à RVγϑXS : D'avantage je dis que contre iceluy repoſe moins que le corps d'eau ACζϑXS, veu que le fond RX eſt plus haut que le fond SXϑ ; or ledit corps d'eau ACζϑXS eſt egal à RVZδXS ; parquoy contre le fond RX repoſe moins que RVZδXS. De meſme contre le fond SY, repoſe plus que ACζϑXS ; car il vient plus bas que le fond SXϑ, lequel corps eſt egal à SXδλYT ; parquoy contre SY repoſe plus que SXδλYT. D'avantage je dis qu'il y repoſe moins que ACζιYT, car il eſt plus haut que le fond TYι ; or ledit corps ACζιYT eſt egal à SXαεYT, donc contre le fond SY repoſe moins que SXαεYT. Pareillement contre le fond TD repoſe plus que ACζιYT, car il vient plus bas que le fond TYι ; iceluy corps eſt egal à TYεμDE ; parquoy contre le fond TD repoſe plus que TYεμDE. D'avantage il y repoſe moins que le corps Aη, car il vient plus haut que le fond EDη ; mais ledit corps Aη eſt egal à TYβHDE ; donc contre le fond TD, repoſe moins à l'encontre que TYβHDE. Or veu que contre

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| Le fond | AV, RX, SY, TD | repoſe plus que | rien | & moins que | ACζγVR. |
| | | | RVγϑXS | | RδZ. |
| | | | SXδλYT | | Sεα. |
| | | | TYεμDE | | THβ. |

Il s'enſuit que contre le fond entier ACDE repoſera plus que les corps ſuſdits enſemble, qui font le corps inſcrit RVγϑδλεμDE dans la demi-colomne ACHDE, & que contre ledit fond ACDE entier repoſeront moins que les corps circonſcrits enſemble, qui font le corps ACζγZδαεβHDE, lequel eſt circonſcrit à la demi-colomne ACHDE.

Que ſi on diviſoit le fond ACDE en plus de 4 parties egales, ſoit en 8 ; il appert que les corps inſcrits & circonſcrits ne differeroyent que de la moitié de la difference precedente ; & eſt manifeſte qu'on pourroit partir le fond en tant de parties egales que la difference des corps inſcrits & circonſcrits à la demi-colomne, differeroyent moins qu'aucun corps donné, ſi petit puiſſe-il eſtre, d'où j'argumente ainſi.

A. *Toute peſanteur qui differe moins du poids repoſant contre le fond ACDE, qu'on ne ſçauroit donner, eſt egale au poids repoſant contre le fond ACDE.*

I. *Le poids de la demi-colomne ACHDE, eſt une peſanteur differant moins du poids, qui repoſe contre le fond ACDE, qu'on ſçauroit donner.*

I. *Le poids donc de la demi-colomne ACHDE eſt egal au poids qui repoſe contre le fond ACDE.*

## 2 *Exemple.*

*Le donné.* Soit encore AB un vaiſſeau plein d'eau, & le fond ACDE d'iceluy ſoit un parallelogramme oblique à l'horizon, AC la plus haute extremité à fleur d'eau ACFG ; lequel ſoit diviſé comme au premier exemple, & ſoit Aν perpendiculaire à l'horizon, juſques au niveau par ED.

*Le requis.* Il faut demonſtrer que le poids d'eau qui repoſe contre le fond ACDE, eſt egal à la moitié de la colomne qui a pour baſe le fond ACDE, & hauteur Aν.

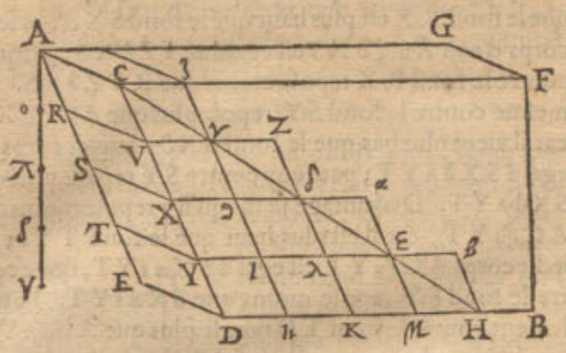
*Preparation.* Soit diviſée Aν en 4 parties egales par les poincts ο, π, ϱ.

### Demonstration.

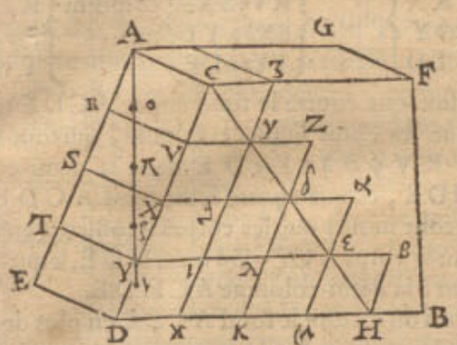
Contre le fond AV repoſe un poids plus que rien, d'autant qu'il eſt plus bas que le fond Aζ, contre lequel rien ne repoſe : D'avantage il repoſe contre ledit fond

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

fond A V moins que le corps A γ, d'autant qu'il eſt plus haut que le fond R V γ, ſur lequel repoſe la colomne




A γ par la 10 propoſition, de laquelle A ο eſt hauteur; & ainſi ſe demonſtrera comme en la precedente demonſtration que contre A C D E repoſe autant que la demi-colomne A E D H; (eſtant comme devant D H egale à D C) Or le parallelogramme E H eſt pareil à A C D E; donc la demi-colomne A H eſt egale à la demi-colomne ayant pour baſe A D, & hauteur A ν; par-



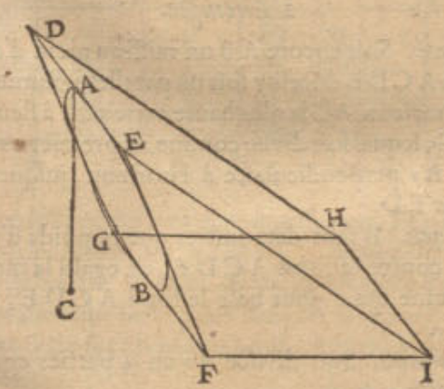

quoy le poids qui repoſe contre A C D E eſt egal au poids de la demi-colomne d'eau, ayant A C D E pour baſe, & hauteur A ν.

### 3 *Exemple.*

*Le donné.* Soit A B un fond convenant, je prens, une ellipſe, le plus haut poinct A eſt à fleur d'eau, B le poinct plus bas, par lequel paſſe un niveau, ſur lequel tombe une perpendicle A C.

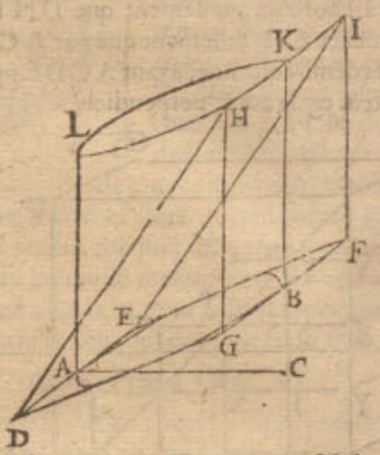
*Le requis.* Il faut demonſtrer que le poids d'eau qui repoſe contre le fond B A, eſt egal à la moitié de la colomne, dont le fond eſt A B, & hauteur A C.

*Preparation.* Soit fait un parallelogramme D E F G, à l'entour de l'ellipſe AB, ainſi que DE ſoit à fleur d'eau,




& touche au poinct A, & que G F touche au poinct B: Soit puis apres menée F I egale à F E, & perpendicle à FG, ſur le plan de l'horizon, & puis parachevé le rectangle F G H I, & menée E I & D H.

Soit puis apres une autre figure pareille, & equiponderante à la precedente, mais en telle ſorte que F I ſoit perpendicle à l'horizon, comme cy-joignant. Et en




ceſte figure ſoit D E F G H I un corps ſolide, repoſant ſur le fond D E F G.

#### Demonstration.

Tel preſſement que le corps ſolide D E F G H I de la deuxieſme figure, fait contre le fond D E F G, le meſme preſſement ſe fait par l'eau de la premiere figure, contre le fond D E F G, comme il a eſté demonſtré cy deſſus, & partant tel preſſement qui ſe fait contre l'ellipſe A B de la deuxieſme figure, le meſme ſe fera contre l'ellipſe A B de la premiere figure, mais le preſſement ſur l'ellipſe de la deuxieſme figure eſt la demi-colomne (comme nous declarerons cy-deſſous) la baſe de laquelle eſt l'ellipſe, & la hauteur egale à A C (car menant une perpendicle de K, ſur le plan de l'ellipſe, elle ſera egale à A C) & ainſi le preſſement de l'eau contre l'ellipſe A B de la premiere figure, eſt egal à la moitié de la colomne, de laquelle la baſe eſt l'ellipſe, & la hauteur A C.

Mais que le poids repoſant en ceſte deuxieſme figure contre l'ellipſe A B, ſoit egal à la demi-colomne, ayant pour baſe l'ellipſe, & hauteur egale à A C, cela eſt manifeſte en menant B K egale & parallele à F I: Soit maintenant le deſſous B, de la meſme B K, tourné au circuit de l'ellipſe A B, tout à l'entour, demeurant touſiours parallele à F I, icelle deſcrira une colomne entre deux baſes A B K L, laquelle eſt coupée par deux poincts homologues diagonalement oppoſites: Mais toute colomne, dont la baſe eſt fond convenant, ſe peut couper en deux egalement par deux poincts diagonalement oppoſites; parquoy la partie de la colomne ſous le plan D E I H, eſt la moitié de la colomne entiere A B K L, repoſant ſur l'ellipſe A B; & auſſi que la colomne A B K L ſoit egale à la colomne qui a pour baſe A B & hauteur A C, il appert en ce que ſa hauteur eſt egale à A C, parquoy le poids repoſant contre l'ellipſe A B eſt egal à la demi-colomne, dont la baſe, eſt l'ellipſe, & la hauteur egale à A C.

### 4 *Exemple.*

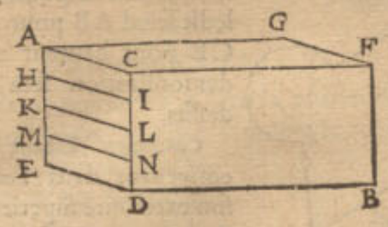
Nous avons donné cy-deſſus trois exemples, par demonſtrations Mathematiques, & ainſi le fondement eſt tant mieux declaré; toutefois nous ferons encor ceſte demonſtration par nombres, laquelle n'apporte aucun deſavantage à la choſe.

*Le donné.* Soit A B un vaſe plein d'eau, & A D un fond perpendiculaire à l'horizon, eſtant un quarré, & C D un pied de hauteur, comme auſſi A C, lequel eſt à fleur d'eau, & A F ſoit auſſi long qu'on voudra.

*Le requis.* Il faut demonſtrer que l'eau repoſant contre le fond A D, eſt egale à la demi-colomne d'eau, ayant

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

ayant AD pour baſe & AE perpendicle pour ſa hauteur: Or ceſte demi-colomne ſera demi-pied cubique.




*Preparation.* Soit diviſé le fond en 4 parties egales par les lignes HI, KL, MN, paralleles à AC.

DÉMONSTRATION.

Il appert que contre le fond AI repoſe plus que o, car il eſt plus bas que tout à fleur d'eau: D'avantage il repoſe moins à l'encontre que $\frac{1}{16}$ pied; car il eſt plus haut que le fond par HI à niveau: De meſme contre HL repoſe plus que $\frac{1}{16}$, & moins que $\frac{2}{16}$; & contre le fond KN plus que $\frac{2}{16}$, & moins que $\frac{3}{16}$: finalement contre MD, repoſe plus que $\frac{3}{16}$, & moins que $\frac{4}{16}$. Adjouſtant les poids qui ſont plus legers, aſſavoir o, $\frac{1}{16}$, $\frac{2}{16}$, $\frac{3}{16}$, font enſemble $\frac{6}{16}$. De meſme les poids plus legers $\frac{1}{16}$, $\frac{2}{16}$, $\frac{3}{16}$, $\frac{4}{16}$, font enſemble $\frac{10}{16}$. Donc contre AD repoſe plus que $\frac{6}{16}$, & moins que $\frac{10}{16}$, entre leſquels eſt $\frac{1}{2}$ pied, lequel doit eſtre demonſtré repoſer contre AD.

Or comme le fond a eſté diviſé cy-deſſus en 4 parties egales; il ſe pourroit auſſi diviſer en tant qu'on voudroit, & ſoit en 10; alors par les raiſons ſuſdites, les poids trop legers ſeront o, $\frac{1}{100}$, $\frac{2}{100}$, $\frac{3}{100}$, &c. le dernier $\frac{9}{100}$ enſemble font $\frac{45}{100}$: Et les poids trop peſants font $\frac{1}{100}$, $\frac{2}{100}$, $\frac{3}{100}$, &c. le dernier $\frac{10}{100}$ font enſemble $\frac{55}{100}$; contre AD donc repoſe un poids plus que $\frac{45}{100}$, & moins que $\frac{55}{100}$: Or $\frac{1}{2}$ eſt entre deux; & ces termes ſont plus approchans que les ſuſdits, tellement que ſi on coupoit encore le fond en plus de parties, on approcheroit plus pres de $\frac{1}{2}$.

Poſons donc qu'il repoſe contre AD $\frac{1}{1000}$ pied plus, ou moins, que $\frac{1}{2}$, s'il eſtoit poſſible: & partiſſons le fond en 1000 parties egales, alors les poids trop legers ſeront o, $\frac{1}{1000000}$, $\frac{2}{1000000}$, &c. le dernier $\frac{999}{1000000}$, leſquels font tous enſemble $\frac{499500}{1000000}$. De meſme les mils trop peſants ſeront $\frac{1}{1000000}$, $\frac{2}{1000000}$, $\frac{3}{1000000}$, &c. le dernier $\frac{1000}{1000000}$, leur ſomme $\frac{500500}{1000000}$; il repoſe donc plus contre AD, que $\frac{499500}{1000000}$ & moins que $\frac{500500}{1000000}$: mais l'un & l'autre eſt moins ou plus que $\frac{1}{2}$ de $\frac{1}{2000}$; il n'y avoit donc pas tant de difference que le $\frac{1}{1000}$ ſuſdit; & ainſi on demonſtrera touſiours, qu'il y a moins de difference entre le corps qui repoſe contre AD, & $\frac{1}{2}$ pied, qu'aucune quantité qu'on ſçauroit donner; d'où j'argumente ainſi.

A. *Entre un poids quelconque & $\frac{1}{2}$ pied d'eau, s'ils ſont differens, ſe peut trouver un poids moindre que leur difference.*

O. *Or entre le poids qui repoſe contre le fond AD, & $\frac{1}{2}$ pied d'eau, on ne peut donner aucun poids moindre que leur difference.*

O. *Le poids donc qui repoſe contre le fond AD, n'eſt en rien differant de $\frac{1}{2}$ pied d'eau.*

*Concluſion.* Sur un fond donc convenant, duquel, &c.

La raiſon pourquoy le $\frac{1}{2}$ demeure touſiours egalement diſtant des deux termes, leſquels en approchent touſiours, ſans que jamais ils y puiſſent parvenir, eſt contenuë en ce theoreme.

THEOREME.

*En une progreſſion naturelle commençant par l'unité, & augmentant de l'unité progreſſivement; la moitié du quarré du dernier, qui eſt le majeur, eſt § la ſomme de tous les nombres, mais ff la ſomme de tous les nombres ſans le dernier.*

---

ALB. GIRARD.

*Car c'eſt preciſement la ſomme de tous les nombres, moins la moitié du dernier.*

NOTEZ.

On pourroit dire une colomne entiere, au lieu de la demi-colomne mentionnée cy-deſſus, aſſavoir la meſme baſe, mais la $\frac{1}{2}$ perpendiculaire, forme ainſi le theoreme.

*ESTant propoſé un fond convenant dans l'eau, à la fleur de laquelle ſe trouve la plus haute extremité du fond: le poids qui repoſe à l'encontre eſt egal à la colomne d'eau, ayant le meſme fond pour baſe, & la hauteur la demi-perpendiculaire compriſe entre les niveaux qui paſſent par la plus haute & plus baſſe extremité du fond.*

Et la derniere partie de ceſte douzieſme propoſition ſera exprimée par ſemblable maniere.

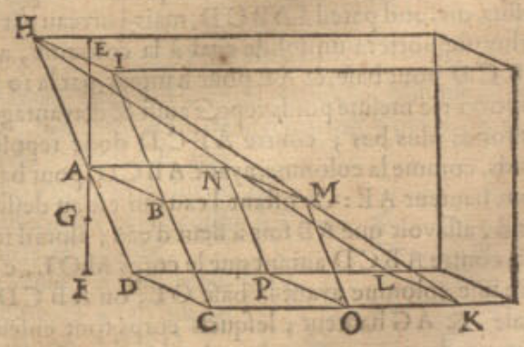
THEOREME X. PROPOSITION XII.

*ESTant un fond convenant dans l'eau ayant ſon extremité ſuperieure, ſous fleur d'eau; le poids qui repoſe à l'encontre eſt egal à la peſanteur de la colomne d'eau, ayant ledit fond pour baſe, & pour hauteur la perpendiculaire entre la fleur d'eau, & le plus haut poinct du fond; & d'avantage la moitié de la perpendicle, depuis le plus haut poinct du fond juſques au niveau paſſant par le plus bas.*

*1 Exemple.*

*Le donné.* Soit ABCD un fond convenant, comme premierement un parallelogramme, AB ſon coſté le plus haut ſoit au deſſous de la fleur d'eau, parallele, preſuppoſe-je, à l'horizon; & EA ſoit la perpendicle depuis la fleur d'eau, juſques au poinct plus haut du fond A, & AF la perpendicle de A juſques au niveau, qui paſſe par DC: & AG ſoit moitié de AF.

*Le requis.* Il faut demonſtrer que le poids d'eau contre le fond ABCD, eſt egal à la colomne ſur la baſe ABCD, & hauteur GE.




*Preparation.* Soyent DA, CB, produites juſques à H, I à fleur d'eau: & menée HI. Puis CK à niveau egale à CI, & perpendicle à DC: de meſme DL egale & parallele à CK, &c. Puis AN, BM paralleles à CK rencontrant IK en M, &c.

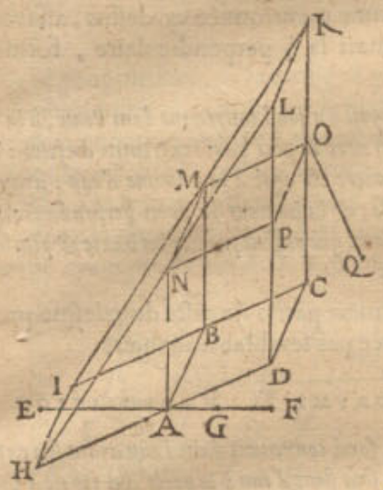
D'avantage ſoit faite une autre figure, pareille & equiponderante à la precedente eau, mais en ſorte que CK ſoit perpendicle à l'horizon.

DEMON-

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

DEMONSTRATION.

En la deuxieſme figure le preſſement que cauſe CDHIKL contre le fond CDHI, ainſi en la premiere figure l'eau contre CDHI, comme il a eſté demonſtré en la 11 propoſition, & de meſme tel preſſement que cauſe ABCDLKMN en la deuxieſme figure ſur ABCD, ainſi l'eau contre ABCD en la premiere figure, mais ABCDLKMN eſt egal à la colomne ſur la baſe ABCD & hauteur GE, comme nous verrons cy-apres; le poids donc d'eau qui repoſe contre ABCD de la premiere figure eſt egal à la colomne, dont la baſe eſt ABCD & la hauteur GE.



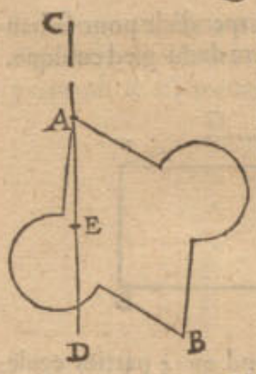

Or que ABCDLKMN ſoit egal à la colomne, ayant pour baſe ABCD, & hauteur EG, il appert en ce que ſi on mene OQ perpendiculaire au plan de ABCD: alors OQ ſera hauteur de AO: lequel AO eſt egal à la colomne ſur ABCD pour baſe & OQ hauteur, mais puis que AH, & OC ſont egales, & les angles HAE, COQ auſſi egaux; & les angles HEA, CQO, droits; alors EA & OQ ſeront egales; & ainſi le corps AO, ſera egal à la colomne ſur ABCD baſe, & hauteur EA: D'avantage le corps MNOPLK eſt egal à la colomne ayant pour baſe POKL, c'eſt à dire MNOP, ou ABCD, & hauteur AG: par le corollaire de l'onzieſme propoſition; parquoy ces deux corps faiſans enſemble ABCDLKNM, ſont egaux à la colomne ayant ABCD pour baſe, & EG pour hauteur.

Autre DEMONSTRATION.

Poſant qu'il y ait en l'eau de la premiere figure cy-deſſus, un fond pareil à ABCD, mais à niveau par AB; iceluy ſupportera un ſolide egal à la colomne, ayant ABCD pour baſe, & AE pour hauteur, par la 10 propoſition: le meſme poids repoſe auſſi & d'avantage ſur les fonds plus bas; contre ABCD donc repoſe un poids, comme la colomne, ayant ABCD, pour baſe & pour hauteur AE: Or oſtant l'eau qui eſt au deſſus du fond, aſſavoir que AB ſoit à fleur d'eau; alors il repoſera contre ABCD autant que le corps MOL, c'eſt à dire une colomne ayant la baſe OL, ou ABCD ſon egale, & AG hauteur; leſquels corps font enſemble comme devant, autant que la colomne ſur la baſe ABCD, & la hauteur EG.

*2 Exemple.*

Soit AB un fond convenant, ayant ſon plus haut poinct A ſous fleur d'eau C, & AD perpendicle de A ſur le niveau, paſſant par le plus bas poinct B; & prolongée juſques à fleur d'eau C: ſoit E au milieu de AD.




Je dis que le poids qui repoſe contre AB, eſt egal à la peſanteur de la colomne, ayant ledit fond AB pour baſe, & CE pour hauteur: dont la demonſtration ſera comme deſſus.

*Concluſion.* Eſtant un fond convenant dans l'eau ayant ſon extremité ſuperieure, ſous fleur d'eau; &c.

NOTEZ.

Nous avons traité cy-devant des poids contre les fonds convenants, avec l'aide des perpendiculaires par les plus hauts poincts des fonds: Mais quand c'eſt un fond inconvenant, le poids ne ſe peut cognoiſtre par les perpendicles: Il eſt bien vray, que contre iceluy repoſe plus, que s'il eſtoit plus haut au niveau, qui paſſe par ſon plus haut poinct, c'eſt à dire plus que la colomne d'eau ayant pour baſe ledit fond, & hauteur la perpendicle entre la fleur d'eau & le plus haut poinct du fond, mais l'autre partie n'eſt pas egale à la moitié de la colomne, ayant pour baſe le meſme fond, & pour hauteur la perpendiculaire du plus haut poinct du fond, juſques au niveau qui paſſe par le plus bas: la raiſon eſt, que la colomne n'eſt pas coupée en deux egalement (comme avec un fond convenant) par un plan qui paſſe diagonalement par deux poincts homologues: mais afin de cognoiſtre le poids contre les fonds inconvenants, nous ferons le probleme ſuivant.

PROBLEME III. PROPOSITION XIII.

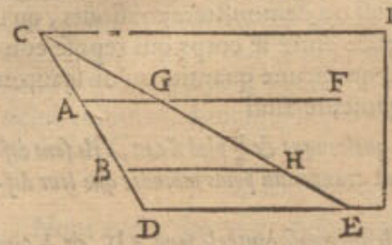
*ESTant dans l'eau un fond plat de figure quelconque; Trouver un corps d'eau equiponderant au poids repoſant contre ledit fond.*

*Le donné.* Soit AB un fond plat dans l'eau, de figure quelconque.

*Le requis.* Il faut trouver un corps d'eau equiponderant au poids qui repoſe contre AB.

OPERATION.

Je produis le plan de tout coſté indefiniement, coupant la fleur d'eau en C, & de C je mene une ligne CD, par AB, comme le plan par CD, lequel ſoit perpendiculaire à l'horizon; ſoit auſſi perpendiculaire ſur le plan du fond AB; puis ayant mené la ligne DE, egale à DC, mais à niveau, & perpendicle ſur la commune ſection des deux plans, le premier ſuſdit par le fond AB, l'autre par DE parallele à l'horizon. Puis je mene par C, E, un plan indefiny, perpendiculaire au plan CDE; D'avantage d'un poinct du circuit du fond donné, comme de A, une ligne AF indefinie, tournant le meſme avec le poinct A au circuit du fond, un tour entier demeurant touſiours parallele avec DE, deſcrivant ainſi un corps compris entre les deux parties des plans indefinis, & la ſuperfice faite de la ligne mouvante, comme le corps AGHB: Je dis qu'un corps d'eau egal au corps AGHB, eſt equiponderant au poids qui repoſe contre le fond donné.



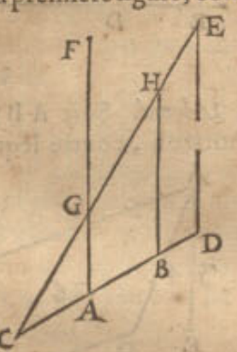

Prepa-

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

*Preparation.* Soit descrite ceste seconde figure, egale & semblable à la premiere, & equiponderante à l'eau, mais en sorte que la ligne D E soit perpendicle à l'horizon.

DEMONSTRATION.

Tel poids qui repose sur A B en la deuxiesme figure, tel aussi reposera contre A B de la premiere figure, comme il a esté demonstré cy-devant ; mais sur A B de la deuxiesme figure, repose le poids du corps A G H B, parquoy contre le fond A B de la premiere figure, repose aussi un poids egal au corps d'eau A G H B : ce qu'il falloit demonstrer.




*Conclusion.* Estant donc dans l'eau, &c.

THEOREME XI. PROPOSITION XIV.

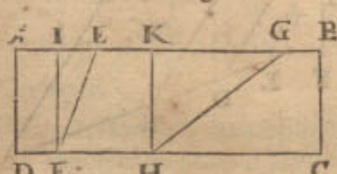
*Estans deux fonds parallelogrammes de mesme largeur, & egalement profonds dans l'eau, ayans leurs plus hauts costez à fleur d'eau : Comme la longueur d'un fond à la longueur de l'autre, ainsi les pressements d'eau contre iceux.*

*Le donné.* Soit ABCD une eau, où il y aye deux fonds parallelogrammes E F, G H de mesme largeur, & egalement profonds dans l'eau, assavoir que les perpendicles I F ; & K H, & leurs hauts costez E, G, soyent à fleur d'eau.

*Le requis.* Il faut demonstrer, que comme la longueur E F, à la longueur G H, ainsi le pressement de l'eau contre le fond E F, au pressement contre le fond G H.

DEMONSTRATION.

Le poids de l'eau reposant contre le fond E F, est egal à la demi-colomne d'eau, dont la hauteur est I F, & la base le plan E F, par la 11 proposition : De mesme le poids d'eau contre le fond G H, est egal à la demi-colomne, dont la hauteur est K H, & la base le plan G H : mais ces colomnes sont de mesme hauteur, parquoy elles seront en raison de leurs bases : tellement que comme les longueurs E F à G H, ainsi les colomnes ; & par consequent les demi-colomnes, assavoir les pesanteurs d'eau qui reposent à l'encontre des fonds E F, G H.




*Conclusion.* Estans donc deux parallelogrammes, &c.

PROBLEME IV. PROPOSITION XV.

*Si le fond de l'eau, est un parallelogramme non parallele à l'horizon, avec son plus haut costé cogneu, & à fleur d'eau, cognoissant aussi la ligne menée du plus haut costé, perpendiculaire sur le costé oppositе, aussi cognoissant la perpendiculaire entre la fleur d'eau & le niveau passant par le costé plus bas : Trouver le poids d'eau reposant à l'encontre.*

NOTEZ.

Tout parallelogramme non parallele à l'horizon, ayant son plus haut costé à fleur d'eau, est ou rectangle, ou oblique, & un chacun d'iceux est perpendiculaire ou oblique à l'horizon ; parquoy il y aura 4 divers accidens, pourtant nous en donnerons 4 exemples, tant icy qu'és deux propositions suivantes : Le premier, d'un rectangle perpendiculaire à l'horizon, duquel les trois lignes, comme l'un des costez non-paralleles à l'horizon, & la ligne d'une extremité du plus haut costé, perpendiculaire au costé oppositе d'embas, & la perpendiculaire de la mesme extremité jusques au niveau passant par le costé d'embas, ne sont qu'une mesme ligne : Le deuxiesme exemple sera d'un parallelogramme oblique, mais perpendiculaire sur l'horizon, duquel les deux lignes, comme celle qui vient de l'extremité du plus haut costé perpendiculaire sur le plus bas ; & la perpendiculaire de la mesme extremité du plus haut costé jusques au niveau passant par le plus bas costé, sont une mesme ligne : Le troisiesme exemple sera d'un rectangle, oblique à l'horizon, dont les deux lignes, comme le costé non parallele à l'horizon, & la ligne de l'extremité du plus haut costé, perpendiculaire sur le plus bas, sont une mesme ligne : Le quatriesme exemple d'un parallelogramme oblique, & oblique sur l'horizon, duquel les trois lignes susdites sont diverses.

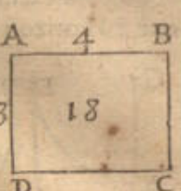
*1 Exemple.*

*Le donné.* Soit ABCD un rectangle, perpendiculaire à l'horizon, duquel A B est à fleur d'eau, & à 4 pieds, & A D trois pieds.

*Le requis.* Il faut trouver le poids d'eau, reposant contre A B C D.

OPERATION.

Je multiplie A D 3, par A B 4, vient 12, lequel je multiplie encor par A D 3, vient 36 ; dont la moitié fait 18 pieds pour le requis : Or prenant que 1 pied pese 65 lb, alors les 18 pieds peseront 1170 lb.



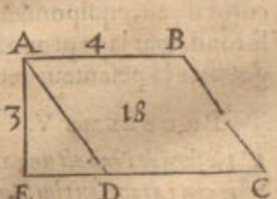

*2 Exemple.*

*Le donné.* Soit ABCD un parallelogramme oblique, mais perpendiculaire sur l'horizon, A B à fleur d'eau est 4 pieds, & A E perpendiculaire de A sur C D, soit 3 pieds.

*Le requis.* Il faut trouver le poids d'eau reposant contre A B C D.

OPERATION.

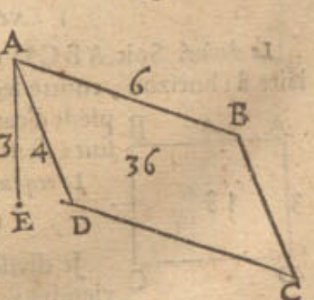
Je multiplie A E 3 par A B 4, vient 12, lequel encor multiplié par A E 3, vient 36, dont la moitié est 18 pieds : On peut faire autrement par le quarré de A E par la moitié de A B.




*3 Exemple.*

*Le donné.* Soit A B C D un rectangle, oblique à l'horizon, son costé A B à fleur d'eau soit 6 pieds, & A D 4 pieds ; mais A E perpendiculaire de A sur le niveau passant par le costé d'embas, est 3 pieds.

*Le requis.* Il faut trouver le poids d'eau qui repose contre A B C D.




OPERATION.

Je multiplie 6, 4, 3, vient 72 ; sa moitié est 36 pieds.

*4 Exemple.*

*Le donné.* Soit A B C D un parallelogramme oblique, oblique sur l'horizon : A B à fleur d'eau 6 pieds,

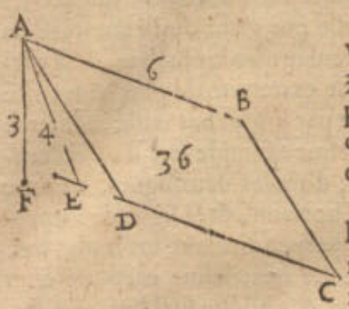


Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

A E perpendiculaire sur D C est 4 pieds, & A F à plomb 3 pieds.

*Le requis.* Il faut trouver le poids d'eau qui repose contre A B C D.

OPERATION.



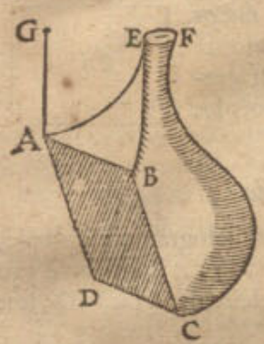

Je multiplie 6, 4, 3; vient 72, sa moitié est 36 pieds d'eau, qui repose contre A B C D: dont la demonstration est manifeste.

*Conclusion* Estant donc le fond de l'eau, un parallelogramme non parallele à l'horizon, &c.

COROLLAIRE I.

De ce que dessus appert, comment on trouvera le poids d'eau reposant contre un parallelogramme, lors que le plus haut costé est au dessous de fleur d'eau; car au poids trouvé comme dessus, y joignant la colomne, ayant pour base le mesme fond, & hauteur, la perpendiculaire depuis le plus haut costé jusques à fleur d'eau, alors la somme sera le requis.

Soit par exemple A B C D un parallelogramme oblique à l'horizon, A B sous fleur d'eau E F G, G A est 3 pieds, & A B C D soit 20 pieds, & si A B estoit à fleur d'eau, il y auroit, je prens, 40 pieds d'eau qui reposeroient à l'encontre; On demande combien il y en repose dessus maintenant? Je multiplie A B C D 20, par G A 3, vient 60 pieds, lesquels adjoustez à 40, font 100 pieds, qui reposent contre A B C D.




COROLLAIRE II.

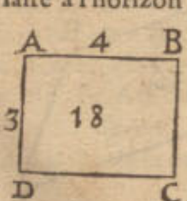
Si le fond plat estoit inconvenant, on trouveroit un corps d'eau, equiponderant au poids qui repose contre le fond, par la 13 proposition; le mesme corps fera cognoistre la pesanteur requise.

PROBLEME V. PROPOSITION XVI.

*SI le fond de l'eau est un parallelogramme, non parallele à l'horizon, ayant son plus haut costé à fleur d'eau, & cognoissant le poids qui repose à l'encontre, aussi la ligne du plus haut costé perpendiculaire au plus bas costé, aussi la perpendiculaire du plus haut costé, jusques au niveau passant par le costé plus bas: Trouver le costé plus haut.*

*1 Exemple.*

*Le donné.* Soit A B C D un rectangle, perpendiculaire à l'horizon, contre lequel repose un poids de 18 pieds d'eau, & A B le plus haut costé soit à fleur d'eau & incognu.



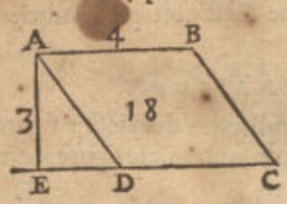

*Le requis.* Il faut cognoistre A B.

OPERATION.

Je divise 18 par le quarré de A D 3, viendra 2, son double sera 4 pour A B.

*2 Exemple.*

*Le donné.* Soit A B C D un parallelogramme oblique, perpendiculaire à l'horizon, contre lequel repose le poids de 18 pieds d'eau, & le plus haut costé A B soit incognu, à fleur d'eau, mais A E perpendiculaire sur D C soit 3 pieds.



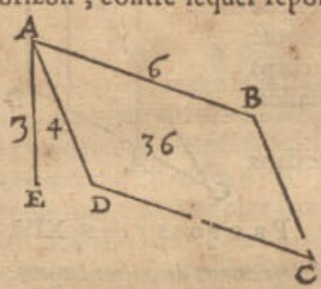

*Le requis.* Il faut cognoistre le costé A B.

OPERATION.

Je divise 18 par le quarré de A E 3, viendra 2, son double est 4 pieds.

*3 Exemple.*

*Le donné.* Soit A B C D un rectangle, oblique sur l'horizon, contre lequel repose le poids de 36 pieds d'eau, & A B le costé plus haut à fleur d'eau soit incognu; mais A D soit 4 pieds, & A E 3, à plomb jusques au niveau par D C.




*Le requis.* Il faut trouver A B.

OPERATION.

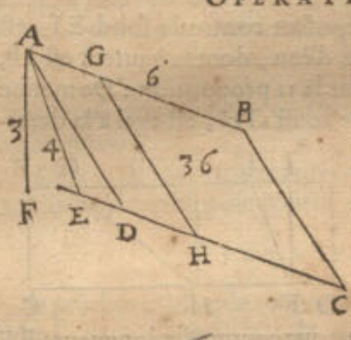
Je multiplie A E 3 par A D 4, vient 12, par lequel party 36, viendra 3 pieds, son double sera A B 6 pieds.

*4 Exemple.*

*Le donné.* Soit A B C D un parallelogramme oblique, & oblique sur l'horizon, contre lequel repose le poids de 36 pieds d'eau, & A B incognu, soit à fleur d'eau; mais A E 4 pieds, perpendiculaire sur D C, & A F 3 pieds, à plomb.

*Le requis.* Il faut trouver le costé A B.

OPERATION.




Je multiplie A F 3, par A E 4, vient 12, lequel divisant 36, viendra 3, son double est 6 pieds: dont la demonstration est manifeste.

*Conclusion.* Estant donc le fond de l'eau un parallelogramme, &c.

COROLLAIRE I.

Il appert de l'exemple precedent, comment on trouvera le plus haut costé, lors qu'il est au dessous de fleur d'eau; car du poids entier d'eau reposant contre le fond, osté la colomne ayant le fond pour base, & hauteur la perpendiculaire du plus haut costé du fond jusques à fleur d'eau, il restera le poids d'eau, reposant sur le fond, quand le plus haut costé est à fleur d'eau, d'où il sera cognu, comme il a esté enseigné cy-dessus.

Mais pour trouver la colomne qu'il faut soustraire, on prendra une partie du poids entier, ou de la colomne entiere, en telle raison à la mesme colomne entiere, comme la perpendiculaire entre la fleur d'eau & le plus haut costé du fond, à la perpendiculaire donnée entre la fleur d'eau & le plus haut costé du fond, avec la moitié de la perpendiculaire entre le plus haut costé du fond, & le niveau par le costé plus bas d'iceluy: Comme par la figure du premier exemple de la 12 proposition, la partie qu'il faut soustraire se trouve là: Je dis, E G donne E A, combien le poids donné? ce qui vient est la colomne qu'il faut soustraire.

COROL-

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

COROLLAIRE II.

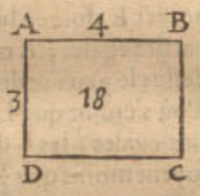
Si on vouloit mener une ligne sur le fond, qui soit parallele à un costé non parallele à l'horizon ; la longueur necessaire du plus haut costé sera cognue. Soit par exemple à la figure du quatriesme exemple precedent, qu'on vueille mener une ligne, comme GH, parallele à AD, ainsi que sur AGHD repose un poids de 12 pieds d'eau. Je voy quelle partie 12 sont de 36, qui reposent à l'encontre, & se trouvent $\frac{1}{3}$ ; parquoy aussi AG sera $\frac{1}{3}$ de AB, qui sont 2 pieds.

PROBLEME VI. PROPOSITION XVII.

*Estant le fond qui est dedans l'eau un parallelogramme non parallele à l'horizon, ayant son costé plus haut cognu, à fleur d'eau, comme aussi le poids qui repose à l'encontre, & la perpendiculaire du costé plus haut sur le niveau qui passe par le costé le plus bas ; Trouver la perpendiculaire du costé plus haut sur le costé oppositе.*

*1 Exemple.*

*Le donné.* Soit ABCD un rectangle, perpendiculaire à l'horizon, contre lequel reposent 18 pieds d'eau, & AB le costé plus haut soit à fleur d'eau, est de 4 pieds.



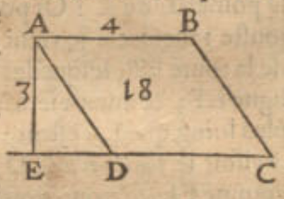

*Le requis.* Il faut trouver AD.

OPERATION.

Je divise 18 par 2, moitié de AB, vient 9, sa racine est pour AD 3 pieds.

*2 Exemple.*

*Le donné.* Soit ABCD un parallelogramme oblique, mais perpendiculaire sur l'horizon, contre lequel reposent 18 pieds d'eau, & le costé plus haut AB soit 4 pieds, & à fleur d'eau.



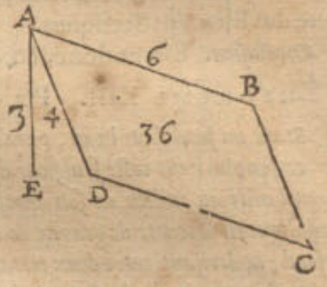

*Le requis.* Il faut trouver AE.

OPERATION.

Je partis 18 par 2, moitié de AB, vient 9, sa racine est pour AE 3 pieds.

*3 Exemple.*

*Le donné.* Soit ABCD un rectangle, mais oblique à l'horizon, contre lequel reposent 36 pieds d'eau, & AB à fleur d'eau soit 6 pieds, aussi AE perpendiculaire 3 pieds.



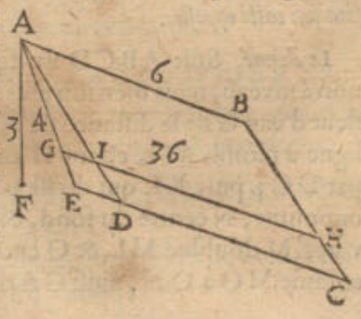

*Le requis.* Il faut cognoistre AD.

OPERATION.

Je divise 36 par 3, moitié de AB, vient 12 : le mesme party par AE 3, viennent 4 pieds pour AD.

*4 Exemple.*

*Le donné.* Soit ABCD un parallelogramme oblique, & oblique à l'horizon, contre lequel reposent 36 pieds d'eau, & AB le costé plus haut à fleur d'eau soit 6 pieds, & AE soit une perpendiculaire de A sur CD, & AF 3 pieds, perpendiculaire à plomb.




*Le requis.* Il faut trouver AE.

OPERATION.

Je divise 36 par 3 moitié de AB 6, vient 12, le mesme encor par AF 3, viennent 4 pieds pour AE ; dont la demonstration est manifeste.

*Conclusion.* Estant donc le fond qui est dans l'eau, &c.

COROLLAIRE I.

Il s'ensuit comment on trouvera la ligne perpendiculaire du plus haut costé, sur le plus bas, lors que le costé plus haut est sous fleur d'eau, car de tout ce qui repose contre le fond, si on en oste la colomne qui a le mesme fond pour base, & pour hauteur la perpendiculaire du plus haut costé, jusqu'à fleur d'eau ; il restera le poids d'eau reposant contre le fond, lors que le plus haut costé est à fleur d'eau, alors elle sera cognue, comme il a esté dit cy-dessus.

COROLLAIRE II.

Que si on vouloit mener une ligne parallele au plus haut costé, en sorte qu'elle retranche une partie du fond, contre lequel repose un poids requis ; alors on trouvera la longueur de la ligne perpendiculaire entre les deux costez plus haut & plus bas. Soit par exemple en la figure du quatriesme exemple, menée une ligne, comme GH, coupant AD en I parallele à AB, tellement que sur ABHI repose un poids de 24 pieds d'eau : Je divise 24 par 3, moitié de AB, vient 8 ; puis je trouve deux nombres en raison, comme AF à AE, c'est 3 à 4, tellement que leur produit soit le susdit 8, ces nombres là sont $\sqrt{6}$ & $\sqrt{10\frac{2}{3}}$, le dernier sera pour AG ; car de G faisant GH parallele à AB, alors contre ABHI reposera le poids de 24 pieds d'eau, par la 15 proposition.

NOTEZ.

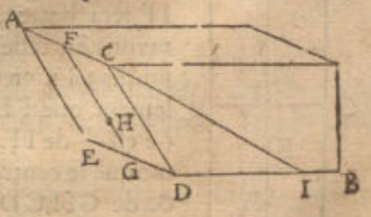
Maintenant, il faut parler du centre de gravité du pressement de l'eau congregée contre le fond, és suivantes 18, 19, 20 propositions, selon qu'il a esté mentionné en l'Argument au commencement de ce livre ; & semble ne venir pas mal à propos de parler du fond à niveau, n'estoit qu'il n'est que trop facile par le moyen du deuxiesme livre des Elemens de la Statique ; partant nous commencerons par les fonds non paralleles à l'horizon, comme s'ensuit.

THEOREME XII. PROPOSITION XVIII.

*Si le fond d'une eau n'est à niveau, estant parallelogramme, duquel le plus haut costé soit à fleur d'eau, & de son milieu, au milieu de son costé oppositе, est menée une ligne ; le centre de gravité (du pressement de l'eau congregé contre le fond) divise ceste ligne de telle sorte, que la partie haute à la basse est en raison double.*

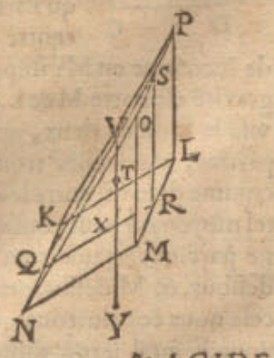
*1 Exemple.*

*Le donné.* Soit AB une eau, & ACDE le fond un parallelogramme non à niveau, AC à fleur d'eau, FH double à HG, lors que FG est menée du milieu au milieu des costez opposites.




*Le requis.* Il faut demonstrer que H est le centre de gravité du pressement congregé contre le fond.

*Preparation.* Soit menée CI, ainsi que DI soit egale à DC,






Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

& ACIDE soit la moitié de la colomne, dont la baſe ACDE, & hauteur la perpendiculaire de A ſur le niveau paſſant par ED; Soit puis apres marqué le corps ſolide KLMNOP, pareil & equiponderant au corps ACIDE, aſſavoir KLMN plan homologue à ACDE, & MO perpendiculaire ſur l'horizon, ſoit homologue à DI, & QR à FG; & de S au milieu de OP, ſoit menée SQ, & SR; ſoit auſſi T centre de gravité du triangle QSR, par lequel ſoit menée VX à plomb.

DEMONSTRATION.

Tel preſſement que le corps KLMNOP fait contre le fond KLMN, tel eſt auſſi celuy de l'eau AB contre le fond ACDE, par la 11 propoſition: parquoy comme le centre de gravité du preſſement advient contre le fond KLMN, ainſi adviendra-il au fond ACDE: Or pour venir à la demonſtration, il appert que T eſt auſſi centre de gravité (auſſi bien que du triangle QSR) du corps KLMNOP, par la 15 propoſit. du deuxieſme livre des Elemens Statiques; mais VX eſt perpendiculaire à l'horizon par T, VX donc ſera perpendicle de gravité: parquoy ſi on tire la ligne XY embas, le corps KLMNOP, tiendra ſa diſpoſition donnée, s'il faut ainſi dire, ſur le poinct X, ſur la ligne XY; & ainſi X ſera centre du preſſement du corps, congregé contre le fond KLMN; mais VX eſt à plomb par le centre T, elle ſera donc parallele à SR, & partant elle coupera QR (par la 2 propoſition du deuxieſme livre des Elemens Statiques) ainſi que QX ſera double à XR; mais comme nous avons dit, le centre advient dans le fond ACDE, en telle maniere qu'au fond KLMN; la partie donc d'enhaut ſera double à celle d'embas: ce ſera donc en H, comme il falloit demonſtrer.

*2 Exemple.*

Pour les raiſons deduites au quatrieſme exemple de la 11 propoſition, nous adjoindrons à la precedente demonſtration Mathematique, ceſte-cy en Arithmetique.

Soit ABCD un fond, & ſoit menée EF par les milieux des coſtez oppoſites; diviſant puis apres le fond en parties egales (que nous nommerons meſures) par lignes paralleles à AB, GH en fait deux: coupant EF en I, ſoit EK double à KF, lequel K doit eſtre demonſtré qu'illec eſt le centre de gravité du preſſement: Prenant donc que contre ABHG repoſe 1 ℔, ou poids d'eau, alors contre GHCD il y en aura 3 ℔: Cela eſtant ainſi, j'eſtime premierement que le centre de ABHG eſt en I, & celuy de GHCD en F (il eſt certain que c'eſt plus haut) alors IF ſera barre, lequel diviſé en ſes rayons en telle raiſon que les poids ſuſdits 3 à 1, viendra au poinct L, tellement que FL eſt $\frac{1}{4}$ d'une meſure (c'eſt $\frac{1}{4}$ de IF.) Secondement j'eſtime que le centre de gravité ſoit en E, & de GHCD en I, (il eſt certain qu'ils ſont plus bas) leur commun centre tombera une meſure au deſſus de I, comme en M: il appert donc que le vray centre de gravité eſt entre M & L. Mais comme nous avons diviſé le fond en deux, ainſi ſe peut-il diviſer en infinies parties, deſquelles trouvant deux centres de gravité comme devant, entre leſquels eſt le vray centre: Et par tel moyen on peut touſiours approcher, aſſavoir que L ne parvienne jamais en K, mais demeure touſiours deſſous, & M deſſus, en approchant de plus en plus, ſur cela nous conclurrons que K eſt le vray centre. Mais pource qu'il ſeroit difficile de trouver les centres de gravité de tous les fonds, nous en donnerons une maniere plus briefve, deſcrivant une progreſſion comme 1, 3, 5, 7, 9, &c. car en telle progreſſion & raiſon, ſont les preſſements des parties egales d'un fond ABCD, par la 15 propoſition. Puis je ſuſcris $\frac{1}{4}$ ſur le deuxieſme nombre (lequel $\frac{1}{4}$ a eſté trouvé cy-deſſus pour FL) comme cy-deſſous:

$\frac{1}{4}$

1. 3. 5. 7. 9. 11.

Puis j'adjouſte 4 (nominateur de $\frac{1}{4}$) avec 5 troiſieſme en l'ordre, font 9, qui eſt nouveau nominateur; puis pour numerateur la ſomme des notes 4 & 1 (de $\frac{1}{4}$) qui ſont 5, que je poſe ſur le 5 troiſieſme en l'ordre de la progreſſion, & ſera comme cy-deſſous.

$\frac{1}{4}$ $\frac{5}{9}$

1. 3. 5. 7. 9. 11.

Et ainſi des autres, comme on verra icy:

$\frac{1}{4}$ $\frac{5}{9}$ $\frac{14}{16}$ $\frac{30}{25}$ $\frac{51}{36}$

1. 3. 5. 7. 9. 11.

Cela eſtant ainſi, on veut par exemple ſçavoir où le poinct L doit eſcheoir lors que le fond eſt diviſé en 5 parties egales; A ceſte fin je regarde quel nombre il y a deſſus le 5 en l'ordre (qui eſt icy 9) qui eſt $\frac{30}{25}$, ou bien $\frac{6}{5}$, d'où s'enſuit que LF ſera (d'un tel fond diviſé en 5 parties egales) les $\frac{6}{5}$ d'une meſure; mais que les meſmes ſoyent moins que $\frac{1}{5}$ de EF, & que leur extremité tombera, comme L ſous K, il ſe demonſtrera ainſi: Les $\frac{6}{5}$ d'une meſure ſont $\frac{6}{5}$ de la $\frac{1}{5}$ de tout, aſſavoir la $\frac{6}{25}$ de EF, leſquels $\frac{6}{25}$ ſont moins que FK, qui eſt $\frac{1}{3}$; car $\frac{6}{25}$ eſt moindre de $\frac{7}{75}$ de la ligne EF, & autant ſera eſloigné le poinct L de K: Or pour trouver le poinct M, j'adjouſte 1 meſure à $\frac{6}{5}$, vient $\frac{11}{5}$ d'une meſure, ou bien $\frac{11}{25}$ de la toute EF, leſquelles $\frac{11}{25}$ ſont plus que $\frac{1}{3}$ de $\frac{8}{75}$ de la ligne EF; & autant ſera M eſloignée de K, aſſavoir $\frac{1}{75}$ plus loing que L n'eſtoit: & ainſi des autres; que ſi on diviſoit le fond ABCD en 40 parties egales, la ligne, comme FL, ſe trouveroit eſtre de $\frac{20550}{1600}$ d'une meſure, qui eſt la quarantieſme de EF, par laquelle on trouveroit les limites plus pres que deſſus, mais jamais ne ſe trouveroit K; La raiſon de ceſte briefveté des centres de gravité des parties ſe trouvera aiſement & bien au long par celuy qui la cerchera en la 2 propoſition du premier livre des Elemens Statiques.

*Concluſion.* Eſtant donc, &c.

THEOREME XIII. PROPOSITION XIX.

*ESTant un fond dans l'eau, parallelogramme, non à niveau, & ſon plus haut coſté ſous fleur d'eau, & à niveau, du milieu duquel coſté au milieu de ſon oppoſite on mene une ligne: En icelle ligne eſt le centre de gravité de compreſſion congregée contre le fond; la diviſant entre deux certains poincts, dont celuy d'enhaut eſt centre du fond, l'autre diviſe la ligne totale en raiſon double: Or entre ces deux poincts, ledit centre ſe trouve diviſer l'intervalle, ainſi que la partie inferieure à la ſuperieure eſt, comme la ligne à plomb entre fleur d'eau & le plus haut coſté du fond, à la ligne à plomb entre ledit plus haut coſté, & le niveau qui paſſe ſous ſon coſté oppoſite.*

*Le donné.* Soit ABCD un fond parallelogramme, non à niveau, mais bien ſon plus haut coſté AB, & ſous fleur d'eau G de la diſtance de AG, & AI moitié de la ligne à plomb AH, eſtant H dans le niveau qui paſſe par DC; puis KL qui diviſe par le milieu les coſtez oppoſites, N centre du fond, & LM tiers de KL, aſſavoir KM double à ML, & O entre NM, tellement que comme MO à ON, ainſi GA à AI.

*Leve-*

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

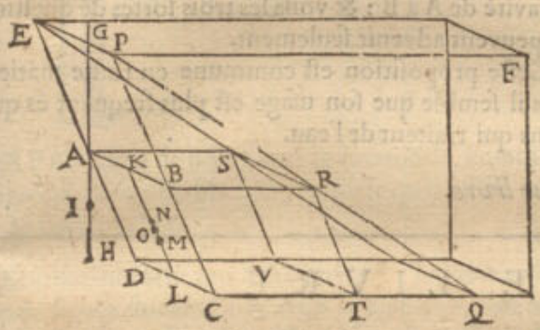
*Le requis.* Il faut demonſtrer que O eſt centre de gravité de compreſſion congregée contre le fond ABCD.

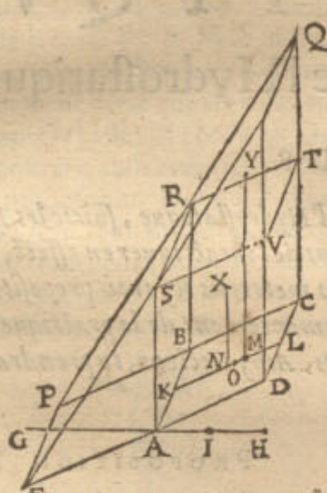
*Preparation.* Soit CB, & DA auſſi produites juſques à fleur d'eau P, E : & CQ egale à CP, & à niveau, & à angles droits ſur CD ; puis BR parallele à CQ, eſtant R en PQ : De meſme AS egale & parallele à BR, puis RT & SV egales & paralleles à BC.

En apres ſoit conſtruit un autre corps pareil & equiponderant au precedent, ainſi que CQ ſoit à plomb, & X ſoit centre de gravité de la colomne ABCDRSTV, & Y centre de gravité du corps RSVTQ : & menées XN, & YM.

DEMONSTRATION.

Veu qu'en la deuxieſme figure X eſt centre de gravité de la colomne AT, & N de ſa baſe ABCD, & que CQ eſt à plomb, auſſi ſera XN qui luy eſt parallele ;




& partant N ſera centre de gravité de la compreſſion congregée de la colomne : Or M eſt par la 18 propoſition centre de gravité de compreſſion du corps QRSTV ; & partant MN ſera la barre, laquelle eſt diviſée en O, que comme MO à ON, ainſi GA à AI, par l'hypotheſe, qui eſt cõme la colomne ABCDRSTV au corps SRTVQ ; parquoy comme la colomne ABCDRSVT au corps SRTVQ, ainſi MO à ON ; d'où s'enſuit que O eſt le centre de gravité de compreſſion de la deuxieſme figure, lequel le ſera auſſi ſemblablement à la premiere figure, pour les raiſons deduites cy-deſſus ; O donc eſt centre de compreſſion en la premiere figure.

*Concluſion.* Eſtant donc un fond, &c.

PROBLEME VII. PROPOSITION XX.

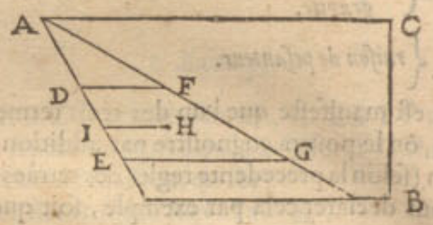
*Eſtant donné un fond de figure rectiligne plane quelconque ; Trouver le centre de compreſſion congregée contre iceluy.*

*Le donné.* Soit AB une eau, dont DE eſt un fond plan rectiligne ſous fleur d'eau AC.

*Le requis.* Il faut trouver ſon centre de compreſſion congregée à l'encontre d'iceluy.

OPERATION.

On trouvera premierement un corps d'eau equiponderant à la compreſſion contre le fond DE, ſelon la 13 propoſition, lequel ſoit DEGF, trouvant ſon centre de gravité par la 21 propoſition du deuxieſme




livre des Elemens Statiques, lequel ſoit H ; puis menant HI parallele à GE, je dis que I ſera le centre de compreſſion requis ; dont la demonſtration ſera comme és precedentes 18 & 19 propoſitions.

*Concluſion.* Eſtant donné un fond, &c.

PROBLEME VIII. PROPOSITION XXI.

*Eſtant donnée une quantité incognue d'eau, mais de peſanteur cognue : Trouver ſa quantité par ſon poids.*

NOTEZ.

On pourroit meſurer la grandeur de l'eau Geometriquement, comme on fait ordinairement, mais d'autant qu'en petite forme, il eſt plus certain & plus commode par la Statique, & principalement és figures irregulieres.

*Le donné.* Soit A une eau de figure quelconque, de grandeur incognue, mais de peſanteur cognue, ſelon la 1 definition, comme je prens, que 1 pied d'icelle peſe 65 ℔.

*Le requis.* Il faut trouver ſa grandeur par ſon propre poids.

OPERATION.

On peſera l'eau, laquelle peſe, je prens, 5 ℔, leſquelles diviſées par 65 ℔, vient $\frac{1}{13}$ pied pour la grandeur requiſe de A.

DEMONSTRATION.

D'autant que A peſe 5 ℔, & qu'un pied d'icelle eau peſe 65 ℔, il s'enſuit que 5 aura telle raiſon à 65, que ſa grandeur à un pied : mais 5 à 65, ainſi $\frac{1}{13}$ à 1 ; donc $\frac{1}{13}$ pied ſera la grandeur de A.

*Concluſion.* Eſtant donc donnée une quantité incognue d'eau, mais de peſanteur cognue : Trouver ſa quantité par ſon poids.

PROBELME IX. PROPOSITION XXII.

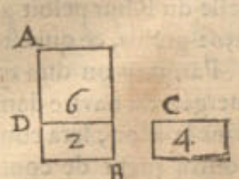
*Eſtant donnée la raiſon des grandeurs de deux corps, & leur quantigravité, & le poids de l'un d'iceux ; Trouver le poids de l'autre.*

*Le donné.* Soit AB l'un des corps, C l'autre, & la raiſon de leur grandeur ſoit 3 à 1 ; leur quantigravité 1 à 2, & AB peſe 6 ℔.

*Le requis.* Il faut trouver le poids de C.

OPERATION.

Je retranche DB egal à C, & trouve que DB peſe 2 ℔ (comme $\frac{1}{3}$ de AB) mais DB à C eſt en peſanteur, comme 1 à 2 ; C donc peſera 4 ℔, dont la demonſtration eſt tres-manifeſte.




*Concluſion.* Eſtant donc donnée la raiſon, &c.



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

### Corollaire.

Il s'enſuit de la precedente que telle addition eſt certaine.

*Ingrediens* { *raiſon de grandeur.* / *raiſon de peſanteur de matiere, icy nommée quantigravité.* }

*Somme* { *raiſon de peſanteur.* }

D'où eſt manifeſte que l'un des trois termes eſtant incognu, on le pourra cognoiſtre par addition ou ſouſtraction (ſelon la precedente regle) des termes cognus. Mais pour declarer cela par exemple, ſoit que A peſe

| | | |
|---|---|---|
| | | *Raiſons.* |
| 6 ℔. | $4\frac{1}{5}$ ℔. | *Peſanteur.* |
| 5 *pieds.* | 2 *pieds.* | *Grandeur.* |
| 4. | 7. | *Quantigravité.* |

6 ℔, de la grandeur de 5 pieds; & B de la grandeur de 2 pieds; la quantigravité de A à B eſt de 4 à 7. Or pour trouver le poids incognu de B; ayant la grandeur & quantigravité, il faudra adjouſter les raiſons, comme on peut remarquer cy-deſſus; adjouſtant donc raiſon $\frac{5}{2}$ avec raiſon $\frac{4}{7}$, viendra raiſon $\frac{10}{7}$; parquoy 10 donnent 7, combien 6 ℔? viendra pour la peſanteur de B, $4\frac{1}{5}$ ℔.

Secondement, ſi la grandeur de B eſtoit ſeule incognue, on la trouvera par les deux raiſons, dont l'une eſt $\frac{4}{7}$, qui eſt la quantigravité, laquelle il faut oſter (ſelon la regle cy-deſſus au commencement de ce corollaire) de raiſon de peſanteur 6 à $4\frac{1}{5}$, ou 10 à 7, aſſavoir raiſon $\frac{10}{7}$, & reſtera raiſon de grandeur de A à B: qui eſt $\frac{5}{2}$: parquoy ſi A peſe 5 ℔, alors B en peſera ſeulement 2 ℔.

Tiercement, ſi la quantigravité eſtoit incognue ſeulement, il faudroit ſouſtraire raiſon de grandeur $\frac{5}{2}$ de raiſon de peſanteur $\frac{10}{7}$, reſtera raiſon $\frac{4}{7}$, qui eſt la quantigravité de A à B: & voila les trois ſortes de queſtions qui peuvent advenir ſeulement.

Ceſte propoſition eſt commune en toute matiere, mais il ſemble que ſon uſage eſt plus frequent és queſtions qui traitent de l'eau.

*Fin du quatrieſme livre.*

---

# CINQUIESME LIVRE
# DE LA STATIQVE,
## Commençant la Practique de l'Hydroſtatique.

### AU LECTEUR.

*IL ſemble fort à propos, aſſavoir que la Practique de l'Hydroſtatique, ſuive les Elemens d'icelle; mais nous avons jugé plus expédient du commencement de la practiquer en effect, & non par eſcriture, & ce pour certaines raiſons: Nonobſtant nous mettrons icy trois propoſitions, leſquelles ſe tirent manifeſtement des precedentes, les ayant nommez commencemens de la practique, d'autant que la paucité ne meritoit le nom de practique ſimplement. Leſquelles, Amy Lecteur, tu prendras en bonne part, s'il te plaiſt, attendant le reſte en ſon temps.*

LA peſanteur d'un batteau, avec tout ce qui eſt deſſus, ou de quelque corps flottant ſur l'eau, eſtant aſſez notoire par la 6 propoſition; nous paſſerons ceſte matiere & viendrons à la conſequence de la 7 propoſition ainſi.

### Proposition I.

*TRouver combien un meſme corps minugrave à l'eau, enfoncera plus en une eau, qu'en une autre plus peſante.*

Soit par exemple, qu'on vueille ſçavoir combien un navire enfoncera plus dans la mer devant Catwijck, que dans la riviere du Rhin à Leyden. On recerchera à ceſte fin la quantigravité des eaux, aſſavoir la douce à la ſalée, comme 42 à 43, ainſi l'ay-je trouvée eſtre en effect au mois de Juillet; car prenant deux corps egaux, celle du Rhin peſoit 4260 grains, mais celle de la mer 4362 grains, ce qui eſt à peu pres de 42 à 43.

Parquoy on dira que la grandeur de la partie ſubmergée du navire dans le Rhin, à la partie ſubmergée dans la Mer, ſera comme 43 à 42. D'où le Geometre pourra juger de combien il enfoncera plus en l'une qu'en l'autre eau: dont la neceſſité de la regle depend de la 7 propoſition des Elemens hydroſtatiques.

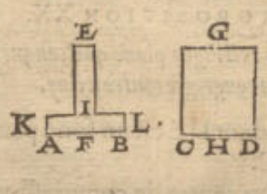
### Proposition II.

*DEclarer en effect le contenu de la 10 propoſition de l'Hydroſtatique.*

Nous avons demonſtré en la 10 propoſition ſuſdite au 5 corollaire, que le fond de l'eau illec E F, n'eſt non plus chargé de beaucoup d'eau que de peu (la hauteur demeurant la meſme) mais egalement: Et d'autant que pluſieurs eſtimeroyent cela eſtre contre nature, nous en deſcrirons icy (combien que nous l'ayons deſ-ja demonſtré Mathematiquement) un exemple en practique, par lequel on le pourra entendre, & mieux comprendre.

#### 1 *Exemple.*

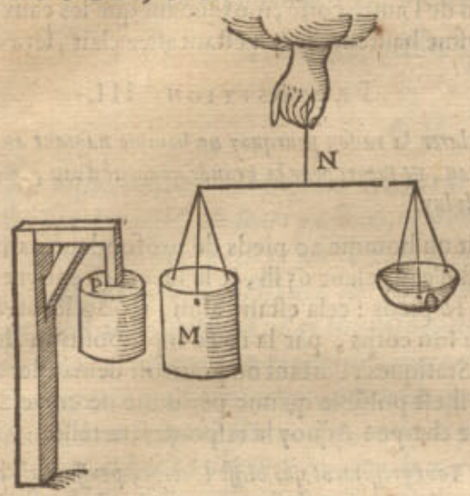
Soit le fond A B, pareil à C D, & les hauteurs E F, C H egales, & que l'eau en E I F ſoit moindre qu'en G C D, tellement que E A B ſoit 1 ℔ & G C D 10 ℔, la figure auſſi de G C D ſoit une colomne ronde, ainſi G C D contiendra 10 fois plus d'eau, & ſera autant plus peſante que E A B, ce nonobſtant, l'eau E A B preſſe autant le fond A B, que l'eau G C D




Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

GCD fait le fond CD: ce qui se peut demonstrer par experience ainsi.

Soit MNO une balance, ses bassins sont M, O, desquels M, soit en forme de colomne, pareille au vaisseau susnommé GCD, & contiendra 10 ℔ d'eau : Soit



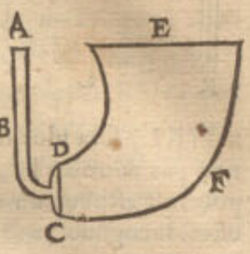

aussi P un corps de bois ferme & immobile, comme icy joignant, & semblable à M, en sorte qu'il puisse entrer en M sans toucher.

Soit maintenant mis le bassin en P, comme en la seconde figure suivante, & dans le bassin O, soit mis le poids Q, de 10 ℔; alors M pressera le dessous de P, d'autant que le poids de Q est pesant. Je pose à ceste heure que le vuide d'entre P, & M se puisse remplir d'une livre d'eau, assavoir d'un corps d'eau egal au corps EAB. Tellement donc que 1 ℔ d'eau en la place vuide, fera descendre le bassin M, & elever O, comme l'experience le monstrera, aussi comme la raison descrite en la susdite 10 proposition. Donc 1 ℔ d'eau en M, aura autant de force en ceste maniere, que 10 ℔ dans le bassin M, soit de fer, cuivre, ou autre matiere que ce soit. Et pour la mesme raison 1 ℔ d'eau fera autant de force que 1000 ℔ d'autre poids. Ce qu'estant ainsi, il

y a de l'eau entre le bassin M & le dessous de P, contre laquelle le fond de M presse autant à l'encontre, qu'il pressoit par devant contre le dessous de P, devant que l'eau y soit; assavoir selon le poids de Q, c'estoit comme 10 ℔ : le fond donc de M presse autant contre l'eau, que les 10 ℔ de Q le peuvent; & au contraire, l'eau presse autant contre le fond de M, que peuvent causer les 10 ℔ de Q : Posons que l'eau maintenant reposant contre le fond M soit egale à l'eau KLBA, & le reste estant à l'entour de P, egale à l'eau IE; alors l'eau EAB, pressera autant contre le fond AB, comme ceste eau contre le fond M; assavoir autant comme feroit 10 ℔: mais autant presse l'eau dans GCD contre le fond CD: Il s'ensuit donc que les eaux des vaisseaux EAB, & GCD, pressent egalement contre leurs fonds AB & CD, assavoir 1 ℔, autant que 10 ℔, & de mesme on pourra faire que 1 ℔ pressera autant & plus que mille livres.

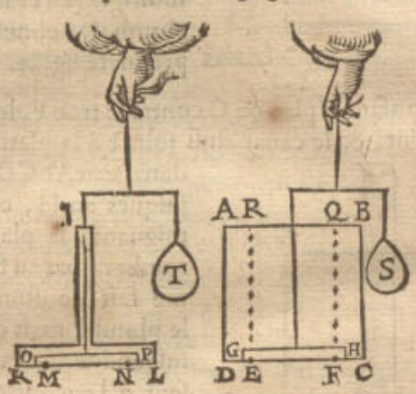
*2 Exemple.*

Soit ABCD un delié canal, & CDEF un grand vaisseau separé du petit canal par le fond CD, lesquels remplis tous deux d'eau, en sorte que les fleurs d'eau soyent au mesme plan. Or si on ostoit le fond, & que l'eau CE poussast plus que l'eau ADC, alors le foible feroit place au plus fort, & partant l'eau ADC sortiroit estant en mesme plan, ce qui contredit à l'experience; parquoy la petite eau ADC pousse autant contre le fond DC que la grande eau CE.




*3 Exemple.*

Soit ABCD un vaisseau plein d'eau, au fond duquel (estant à niveau) il y a un pertuis rond EF, sur lequel est une assiette de bois le couvrant, minugrave à l'eau; Soit aussi IKL un autre vaisseau de mesme hauteur que l'autre, & un pertuis egal au fond, comme aussi une assiette de bois pareille & equiponderante à l'autre,




bouchant justement les pertuis, on trouvera par experience que les assiettes seront egalement chargées, & ne s'eleveront comme fait ordinairement le bois dans l'eau, mais pesseront egalement le fond, ce qu'on peut recognoistre par experience, en attachant des poids elevans egaux T,S, equiponderans à l'eau que l'assiette GH supporte, assavoir à la colomne d'eau ERQF.

NOTEZ.

Il est evident, que si la difference des pesanteurs de l'assiette, comme GH, & celle de l'eau de mesme grandeur, surpassoit la pesanteur de la colomne d'eau EFQR, telle assiette ne pourroit reposer contre le pertuis EF, mais s'eleveroit au dessus de l'eau.

Que si telle assiette estoit aussi multigrave en l'eau, comme le plomb, fer, &c. elle presseroit le fond autant que la pesanteur de la colomne d'eau EFQR, & au dessus encor de ce que l'assiette pese plus que l'eau egale en grandeur à icelle.

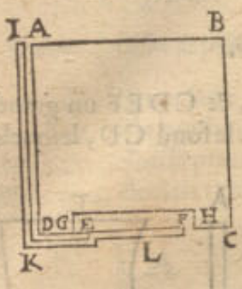
Mais si l'assiette estoit parigrave à l'eau, il est certain qu'elle presseroit autant contre le pertuis EF, comme un poids egal à la pesanteur de la colomne d'eau EFQR.



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

*4 Exemple.*

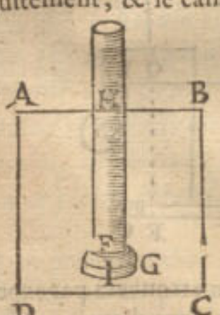
Soit ABCD un vaisseau plein d'eau, avec un pertuis EF au fond CD, sur lequel repose une assiette, minugrave à l'eau, la mesme pressera le fond, comme il a esté dit cy-dessus. Soit puis apres IKL un petit canal, dont le trou superieur I soit de mesme hauteur que AB, & son trou inferieur soit EF: Et remplissant ce canal plein d'eau, ce peu d'eau poussera autant contre l'assiette par dessous que la grande eau par dessus; car alors l'assiette GH s'elevera enhaut. Tellement que 1 ℔ d'eau (je pose qu'autant contienne le canal IKL) sera plus d'effort contre l'assiette GH, que non pas 100000 ℔, comme S cy-dessus; ce qu'on pourroit estimer un mystere en la nature, si la cause estoit incognue.

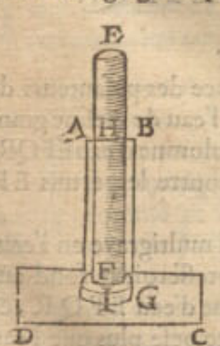



*5 Exemple.*

Or pour donner un exemple tres-clair sur les exemples où l'eau pousse enhaut contre le fond, comme au troisiesme corollaire de la 10 proposition mentionée: Soit ABCD une eau, & EF un canal, G une platine multigrave à l'eau, comme plomb, &c. comme en ceste premiere figure.

Supposant la platine G contre le trou F, le bouchant justement, & le canal ainsi joinct à la platine soit mis dans l'eau ABCD, je prens, jusques en H, comme icy joignant, la platine G ne tombera pas au fond comme fait coustumierement le plomb, mais demeurera suspendue au canal, pressent à l'encontre de mesme que feroit la colomne d'eau ayant la base egale au trou F, & la hauteur HI, moins la difference de la platine G, & le corps d'eau egal à icelle: mais si la platine n'estoit pas bien jointe au trou, l'eau y entreroit, & la platine y demeureroit suspendue jusqu'à ce que l'eau entrée ait gaigné le poids susdit.




Mais si quelqu'un pensoit que la platine se tient plus suspendue au canal en eau large, il pourra voir en effect que c'est la mesme chose en une eau estroite, comme icy a costé.

*Conclusion.* Nous avons donc declaré la 10 proposition mentionnée, par effect, selon le dessein.

NOTEZ.

Quant à l'onziesme proposition, par laquelle entre autres, est notoire quel effort l'eau fait contre les portes des escluses; Aussi que l'eau d'un costé, n'ayant qu'un brin de largeur pressera autant à l'encontre que le grand Ocean de l'autre coste, moyennant que les eaux soyent de mesme hauteur, ce qui estant assez clair, sera obmis.

PROPOSITION III.

*DEclarer la raison pourquoy un homme nageant au fond de l'eau, ne meurt pour la grande quantité d'eau, qui est au dessus de luy.*

Soit un homme 20 pieds de profondeur dans l'eau, le pied d'eau pesant 65 ℔, & la superfice entiere de son corps 10 pieds: cela estant ainsi, 13000 ℔ pesseront contre son corps, par la 10 & 11 proposition des Elemens Statiques: Partant on pourroit demander, comment il est possible qu'une personne ne creve d'une si grande charge? A quoy la response sera telle.

A. *Tout pressement qui blesse le corps, pousse quelque partie du corps hors de son lieu naturel.*

O. *Ce pressement causé par l'eau, ne pousse aucune partie du corps hors de son lieu naturel.*

O. *Ce pressement donc causé par l'eau, ne blesse nullement le corps.*

La mineure est manifeste par l'experience, dont la raison est, que s'il y avoit quelque chose qui soit poussée hors de son lieu, il faudroit que cela rentrast en un autre lieu, mais ce lieu n'est pas dehors, à cause que l'eau presse de tout costé egalement (quant à la partie de dessous, elle est un peu plus pressée que celle de dessus, par la 11 proposition des Elemens Hydrostatiques; ce qui n'est d'aucune estime, d'autant que telle difference ne peut pousser aucune partie hors de son lieu naturel) ce lieu n'est pas aussi dedans le corps, car il n'y a rien de vuide non plus que dehors; d'où il s'ensuit que les parties s'entrepoussent egalement, pource que l'eau a une mesme raison à l'entour du corps. Ce lieu-là donc n'est dehors, ny dedans le corps, & par consequent en nulle part, ce qui fait que nulle partie n'est poussée hors de son lieu, & partant ne blesse nullement le corps.

Ce que pour declarer plus apertement, soit ABCD une eau, ayant au fond DC un trou, fermé d'une broche E, sur lequel fond gist un homme F, ayant son dos sur E; Ce qu'estant ainsi, l'eau le pressant de tout costé, celle qui est dessus luy ne pousse aucune partie hors de son lieu.

Mais si on veut voir par effect que cecy est la cause veritable; il ne faut qu'oster la broche E; alors il n'y aura aucun pousssement contre son dos en E, comme aux autres lieux de son corps; pourtant aussi son corps patira là une compression, voire aussi forte, comme il a esté demonstré au troisiesme exemple de la 2 proposition du present livre: assavoir autant que pese la colomne d'eau, ayant le trou E pour base, & AD hauteur; & ainsi le dessein est demonstré apertement.

*Fin du cinquiesme livre.*

APPEN-

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

# APPENDICE
# DE LA STATIQVE,

## Où sont inserées entre autres les refutations des erreurs en la qualité des pesanteurs.

### AU LECTEUR.

*ME ressouvenant du mescontentement que j'eus autrefois és Argumens de quelques Escrivains, lesquels poussez de leurs passions, reprennent les autres avec tel mespris, & si aigrement, qu'ils donnent assez à cognoistre par là leurs tres-grandes imperfections quant aux mœurs: & que joignant cela, j'avois matiere à suffisance de pouvoir refuter plusieurs erreurs commis par quelques Escrivains quant au faict de la Statique: I'ay eu crainte qu'en la declaration d'iceux, le Lecteur n'en reçoive des mescontentemens, comme j'en reçeus des autres. Toutefois si je les passois sous silence, je serois cause qu'un autre s'y pourroit tromper: mais au lieu de particulariser les erreurs, il suffira qu'és deux premiers chapitres suivans leur origine soit notée, non pas pour ramoindrir la renommée de si excellens autheurs, mais plustost pour aider à l'augmenter par la recognoissance que nous leur devons, comme ayans esté la cause mouvante de leurs successeurs, sans lequels beaucoup de singularitez eussent esté envelopées dans le silence.*

### CHAPITRE I.

*Que la cause de l'equilibration n'est pas cachée sous les circonferences descrites par les extremitez des rayons.*

LA raison pourquoy les pesanteurs egales, suspendues és rayons egaux, sont equilibres, est cognue par commune sentence, mais non pas la cause de l'equilibration des pesanteurs inegales, és rayons inegaux, proportionaux à icelles: laquelle cause ayant esté recerchée par les anciens, ils ont estimé qu'elle estoit cachée sous la description des circonferences descrites par les extremitez des rayons, comme il se voit en *Aristote* en ses Mechaniques, & ses sectateurs: Ce que nous nions par ceste raison.

E. *Ce qui demeure coy estant suspendu, ne descrit aucune circonference.*
A. *Deux pesanteurs pendues en equilibre sont coyes.*
E. *Deux pesanteurs pendues en equilibre donc, ne descrivent aucune circonference.*

Et partant il n'y a aucune circonference: mais où il n'y a pas de circonference, elle ne sera pas cause de ce qui advient, ainsi donc la circonference n'est pas la cause de l'equilibration. Or afin de declarer la mineure du syllogisme, le mouvement ou la description des circonferences n'advient là que par accident, comme par le vent, ou pousſement, &c. Il est donc certain qu'elles ne sont pas la cause, mais bien ce qui a esté demonstré Mathematiquement en la 1 proposit. du premier livre. Parquoy ceux qui prennent tels erreurs pour fondement certain, ce n'est pas de merveilles, s'ils s'exerçoyent en beaucoup de fausses propositions, sans aucune forme d'ordre, ny methode, lesquelles pour eviter prolixité nous ne refuterons, & pour les raisons cy-dessus alleguées.

On pourroit aussi refuter quelques propositions de poids obliques descrites par *Cardan. lib. 5. de Proportionibus*, où il les pense deriver de quelques angles de lignes, ou plans; mais que ce soit un erreur, il est manifeste par la demonstration Mathematique d'une autre proportion, comme en la 19 proposition du premier livre des Elemens Statiques.

### CHAPITRE II.

*Que l'esmeu & ses empeschemens n'existent en aucune proportion.*

NOus avons dit au Lecteur en la Preface de la Practique de la Statique, que l'esmeu & ses empeschemens ne sont pas proportionnaux, là où nous avons promis d'en faire quelque demonstration en apres, ce que nous avons entrepris de faire icy, refutant les Argumens de ceux qui pensent le contraire. *Aristote*, au quatrieſme livre de la Nature, au chapitre du vuide, & ses sectateurs vuellent, que deux corps semblables, parigraves, tombans par l'air, comme la pesanteur de l'un à celle de l'autre, ainsi vistesse à vistesse, assavoir ainsi empeschement à empeschement: Et que telle soit son opinion, il le monstre en divers livres, comme au sixieſme livre de la Physique, & au 1, 2, 3 & 4 livre du Ciel en plusieurs lieux. *Iean Taisnier* de Haynaut a escrit contre Aristote de ceste matiere-la, voulant aussi qu'il y subsiste une proportion, toutesfois ainsi que les corps mentionnez passent en mesme temps, chemin egal; de laquelle opinion a esté aussi *Cardan. lib. 5. de Proportionibus, prop.* 110. Mais l'un ny l'autre n'a atteint le but, ce que nous demonstrerons par experience, puis apres y adjoustant la cause. L'experience qui refute *Aristote*, est telle: Qu'on prenne deux balles de plomb (comme le tres-docte *Iean Grotius*, grand recercheur des secrets de Nature, & moy avons fait) l'une decuple à l'autre en grandeur & pesanteur, les laissans cheoir ensemble en mesme temps d'environ 30 pieds de haut, sur une planche ou sur quelque autre chose où on puisse aisement entendre la cheute, là on pourra voir manifestement que le plus leger ne demeurera pas 10 fois plus long temps au chemin que le plus pesant, mais qu'ils tomberont si egalement sur la planche qu'il semble que ce ne soit qu'un seul coup. De mesme en est-il de deux corps egaux en grandeur, mais decuples en quantigravité, & partant la proportion d'*Aristote* n'est pas bonne. L'experience qui fait contre *Taisnier* est telle. Prenez un poil de cotton, & fort court, & un pacquet de mesme cotton bien lié, pesant 1 ℔, & de mesme figure que le petit poil; les laissant tomber chacun de 5 ou 6 pieds de haut, & on verra qu'ils ne tomberont pas en mesme temps, comme

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

me il penſe, combien que le petit poil ſoit plus maſſif que le pacquet, lequel eſt plein d'air ; & que ledit pacquet tombera bien 25 fois plus lentement : Semblablement auſſi quant à l'elevation des legeretez, on demonſtrera contre *Taiſnier* qu'il n'y a nulle proportion, comme en un verre long & clair plein d'eau, laquelle eſtant eſmeue juſques à ce qu'il y aye beaucoup de bouteilles d'air dedans, puis le tenant coy, les grandes bouteilles s'eleveront viſtement, mais les petites, comme grains de ſable, tres-lentement, à la maniere des limaçons, ce qui eſt loing de temps egaux. Voila quant à l'experience, reſte maintenant à parler de la proportion, & comment il n'y en a point. Tout corps mouvant a quelque empeſchement de ſe mouvoir, car d'un corps par l'air, c'eſt le touchement de ſa ſuperfice & l'air, & partant le majeur des corps ſemblables reçoit bien le plus d'empeſchement, mais d'autant que les corps ne ſont point en meſme raiſon que leurs ſuperfices (car deux cubes en raiſon octuple, leurs ſuperfices ne ſont qu'en raiſon quadruple) ils ne peuvent avoir raiſon avec leurs empeſchemens : voila pourquoy les corps moindres ont plus d'empeſchement au regard de la proportion, que les corps majeurs, & partant vont plus lentement.

Et encore bien que les corps ſeroyent en meſme raiſon que leurs ſuperfices ; le moyen par lequel les corps paſſent, eſt auſſi contraire à la proportion ; ce qui eſt manifeſte lors que deux corps mis en l'eau, l'un flotte, l'autre ſubmerge : & combien qu'il y ait une raiſon d'empeſchement de leurs ſuperfices, toutefois il n'y a nulle raiſon au temps de penetrer parmy le moyen. Quelqu'un me pourroit dire qu'il entend parler de la comparaiſon des choſes pareilles, aſſavoir de celles qui enfoncent. Et je dis qu'à ceux-la il n'y a non plus de proportion ; car ſoyent A, B deux corps ſubmergeans, dont A ſoit le plus peſant : Il eſt certain qu'on en peut trouver une infinité d'autres de plus en plus legers, & chacun plus leger que B, qui enfonceront tous. Or chacun d'iceux comparé à A, on viendra inſenſiblement à ce qui a eſté dit cy-deſſus, c'eſt à dire, en nulle proportion, aſſavoir qu'on approchera de la comparaiſon d'un corps ſubmergeant avec un flottant : Mais cecy approchant touſiours, & en A, B exiſtant la proportion requiſe, nul de ces corps en nombre infiny, comparé avec A, n'aura ceſte proportion ; car ſi elle y eſtoit, elle n'approcheroit pas, ce qui eſt contre l'hypotheſe. Parquoy comme nous avions entrepris de demonſtrer, le moyen par où paſſent les corps, eſt auſſi une choſe qui contredit à la proportion.

Or ayant ainſi demonſtré qu'il n'y a aucune proportion entre l'eſmeu & ſes empeſchemens, par des exemples tres-reguliers, où il n'y a qu'un ſimple touchement, de la ſuperfice avec l'air ; la raiſon ſera encor plus forte, qu'és exemples irreguliers & de matieres differentes, il n'y aura aucune proportion, comme és inſtruments de bois, de fer, &c. ceux-cy ſont enhuilez & engraiſſez, ceux-la ſont alterez ſelon le temps, comme le bois s'enfle en l'humidité, & devient plus maſſif eſtant ſec, & l'autre s'enrouïlle, ce qui cauſe une legereté ou peſanteur és inſtruments. Et partant on ne ſe doit aucunement fonder ſur ceſte reſſemblance de proportion, comme il a eſté dit en la Preface ſuſmentionnée de la Statique, tenant pour erreurs ce que *Cardan au 5 livre des Proportions*, & autres Autheurs en diſent, ſe contentant de la cognoiſſance de l'equilibration du mouvant & de l'eſmeu, laquelle eſt aſſez ſuffiſante pour declarer noſtre deſſein.

## Chapitre III.

*Que la Statique, eſt une ſcience liberale particuliere de Mathematique.*

IL eſt bien vray, que pour les noms, leſquels n'obſcurciſſent pas la choſe, on fait ſouventesfois des queſtions inutiles, entre leſquelles quelques uns pourroyent penſer qu'on y pourroit mettre celle-cy ; mais d'autant que nous appellerons la Statique par cy par là une ſcience liberale particuliere, il nous en faudra donner icy quelque raiſon en peu de mots. D'autant que la matiere des nombres, eſt autre choſe que celle des grandeurs, c'eſt à bon droit que leurs principes ſont diſtinguez, & chacune tenue pour une ſcience à part, comme Arithmetique & Geometrie, afin qu'on les puiſſe deſcrire plus proprement, & avec meilleure intelligence. Secondement, d'autant que leurs accidens profonds ne nous ſont pas cognus de nature, mais ſeulement par les rapſodies de ceux qui par leurs diligentes eſtudes nous en ont delaiſſé des memoires ; qu'elles ſont auſſi nommées ſciences, ou arts liberaux, d'autant qu'elles ſont fort profitables. Tiercement, puis que leur certitude eſt ſi grande au pris des autres, on les appelle fort proprement ſciences Mathematiques, comme ſi on vouloit qu'elles ne perſuadaſſent ny n'inſinuaſſent pas par raiſons probables, mais qu'elles forçaſſent en demonſtrant. Il en eſt de meſme de la Statique, en partie pource que ſa matiere eſt diverſe des deux autres, aſſavoir des nombres & grandeurs ; en partie auſſi qu'elle ne leur cede en rien en ſubtilité ; car entre autres arguments elle eſt venuë des dernieres en lumiere. Finalement conſiſtant du commencement juſques à la fin, en demonſtration ſi manifeſte, elle peut eſtre dite par meſme droit une des ſciences liberales particuliere.

Quelqu'un me pourroit objecter, que ſes figures ſymboliſent avec celles de la Geometrie, & que pour ceſte raiſon elle en eſt une eſpece : Je reſponds que l'Arithmetique a des ſemblables accidens, car quels theoremes a-elle, qui ne ſoyent tirés de la Geometrie ? voire meſme la Geometrie ne ſe ſçauroit paſſer de l'Arithmetique : Ne voit-on pas en la Geometrie, que l'une figure ſera double à l'autre, ou que trois ſuperfices ſeront egales à une ſeule ? d'où s'enſuit que les propoſitions Geometriques ne ſe peuvent paſſer des nombres, combien que ce ſoyent des ſciences diverſes, & partant qu'on en peut dire autant de la Statique.

D'avantage en l'Optique & Catoptrique, qui ne ſont point arts Mathematiques peculiers, mais un genre de Geometrie, il y a d'autre raiſon qu'en la Statique, & fort diſſemblable ; car en la Statique le ſubject, ou la matiere eſt peſanteur, non moindre que le nombre & la meſure (ſuivant le commun proverbe, que tout conſiſte en nombre, poids, & meſure) en ſubſtance quelconque à la grande utilité des hommes, mais des ſuſdites il n'en eſt pas ainſi. Parquoy comme nous voulions demonſtrer cy-deſſus, la Statique eſt une des ſciences Mathematiques liberale.

## Chapitre IV.

*Que quelques propoſitions demonſtrées cy-devant par les nombres, le ſont auſſi Mathematiquement.*

LEs demonſtrations ſont diſtinguées par les Doctes en Mathematiques & Mechaniques, & ce non ſans raiſon ; car celles-la ſont generales, & donnent raiſon tout à faict, pourquoy la choſe qu'on veut demonſtrer eſt telle ; mais celles cy ne demonſtrent ſeulement que la figure dont eſt queſtion, & ſpecialement par les nombres.

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

bres. Comme ſi voulant demonſtrer qu'au triangle rectangle l'hypotenuſe peut autant que les deux autres coſtez, on ne prenne que le triangle de 3, 4, 5, en monſtrant qu'il eſt rectangle, & que 25 (quarré de l'hypothenuſe) eſt egal à 16 & à 9. Ainſi faiſant on n'a demonſtré la verité qu'en ceſte figure-là ſeulement, & pour en avoir la vraye certitude, il en faudroit demonſtrer autant de tous les triangles rectangles, chacun en particulier, & encor que ce ne ſeroit jamais fait, on n'auroit pas entendu pourquoy cela doit eſtre ainſi en tout, parquoy telle demonſtration s'appelle Mechanique: Mais celle qu'*Euclides* fait en la 47 propoſition du premier livre, eſt generale & ſuffit pour tout, & par bonne raiſon eſt appellée Mathematique. Or là deſſus on me pourroit objecter, pourquoy j'ay demonſtré les 4, 11, 12, & 18 propoſitions du deuxieſme livre des Elemens Statiques par nombres? La reſponſe eſt, qu'il y a deux manieres de demonſtrer par nombres; dont l'une, comme termes, declare ſeulement les raiſons & proportions des parties de la figure propoſée, laquelle eſt la maniere Mathematique, car elle s'eſtend ſur toutes les eſpeces, & en monſtre la cauſe; mais l'autre maniere non celle qui ne touche que la quantité: De la premiere *Eutochius* commentateur *d'Apollone* ſur la 11 propoſition du premier livre des Elemens Coniques parle ainſi: *On ne doit trouver eſtrange que ceſte demonſtration eſt faite par nombres, d'autant que telles eſtoyent les demonſtrations des anciens, eſtans plus Mathematiques qu'Arithmetiques, à cauſe de la proportion: Notez auſſi que le requis eſt Arithmetique; car premierement les proportions, la quantité des proportions, & les multiplications ſont des nombres; ſecondement des grandeurs par les nombres, ſelon le proverbe,* τοῦτα γὰρ τὰ μαθήματα δοκεῖ ἐμοὶ ἀδελφά; *aſſavoir que les diſciplines Mathematiques ſemblent eſtre ſœurs.* Quelqu'un pourroit objecter que *Ptolemée, Archimedes, Apollone, Commandin, Regiomonte,* & pluſieurs autres, n'ont uſé de nombres en ſemblables propoſitions comme icy. Sur quoy je reſpons que tout ainſi qu'ils diſent que les termes ſont en raiſon double, ou triple, que de meſme l'on peut auſſi dire en raiſon expoſée par nombres, comme dodecuple, ainſi que A D à D R en la 23 propoſition ſuſdite, & de leur raiſon 37 à 23, comme A R à R D de la ſuſdite 11 propoſition, & ainſi des autres; car telles lignes n'ont autre raiſon. Or pource qu'en la recerche de la proprieté de telles figures on uſe de nombres, leſquels comme certaine demonſtrance, nous conduiſent à la cognoiſſance de la choſe avec facilité; il eſt donc neceſſaire, comme on voit, d'en uſer, afin qu'entre autre choſe on ne vienne à obſcurcir ce qui eſtoit ſi manifeſte à l'inventeur. Car telle demonſtration eſt directement Mathematique, qui declare le deſſein par les cauſes; ce que nous avions entrepris de demonſter.

Quant à ce que quelques uns ne trouveroyent pas eſtre ſelon la maniere des demonſtrations Mathematiques, aucunes du premier livre des Elemens Statiques & Hydroſtatiques, à cauſe que les peſanteurs ſont exprimées par nombres, mais les prendroient pour Mechaniques, ils ſçauront qu'elles peuvent voirement eſtre telles, mais que c'eſt pour plus ample declaration, veu qu'elles ont eſté auparavant demonſtrees telles Mathematiquement, aſſavoir qu'elles ſuivent leur vraye demonſtration, ne ſervant d'autre choſe que d'eſclarciſſement des precedentes, comme le premier exemple de la 1 propoſition du premier livre, où la propoſition eſt demonſtrée par nombres, & poids cognus.

## CHAPITRE V.

*Contenant la declaration de la 8 propoſition des Elemens Hydroſtatiques.*

IL a eſté dit en la ſuſdite 8 propoſition, *Que tout corps ſolide, eſt d'autant plus leger dans l'eau, qu'en l'air, qu'emporte la peſanteur de l'eau egale à iceluy.* D'où quelqu'un voudroit tirer en conſequence, que *Tout corps ſolide eſt d'autant plus leger dans l'argent-vif, qu'en l'eau, qu'emporte la peſanteur de l'argent-vif egal à iceluy.* Ou bien ainſi: *Que tout corps ſolide eſt d'autant plus leger dans l'eau qu'en l'huile, qu'emporte la peſanteur de l'eau egale à iceluy*: Et ainſi des autres, leſquelles conſequences neceſſaires ſembleroyent du commencement eſtre contre l'experience. Car une livre de plomb ne ſera (ſelon la maniere ordinaire) pas plus legere dans l'eau qu'en l'huile, qu'emporte la peſanteur de l'eau egale à iceluy, mais ſeulement plus legere que la difference des deux corps d'eau & d'huyle egaux à iceluy. Toutefois regardant de plus près, & poſant les choſes, comme on dit, *ceteris paribus*, le tout ſe trouvera eſtre en ſon extreme perfection. Car il faut remarquer qu'en la premiere petition des Elemens Hydroſtatiques, on requiert que *la peſanteur des corps en l'air ſoit dite eſtre leur propre.* Et en la cinquieſme que *le vaſiforme plein d'eau, eſtant icelle oſtée demeure vuide,* c'eſt à dire plein d'air ſelon la 11 definition; partant prenant que les deux moyens argent-vif & eau ſoyent en la place des autres, qui ſont l'eau & l'air, aſſavoir l'argent-vif au lieu de l'eau, & l'eau au lieu de l'air; On pourra faire de telles petitions, *Que la propre peſanteur des corps ſoit celle qu'ils ont en l'eau. Auſſi le vaſiforme plein d'argent-vif, eſtant vuidé demeure plein d'eau.* Alors les propoſitions ſuſdites au commencement ſeront veritables. Et prenant le cas qu'un homme ſoit bien profondement ſous l'eau ayant une balance, de l'or auſſi & de l'argent-vif, que l'eau luy ſoit comme à nous l'air; alors il eſt certain que l'or ſera d'autant plus leger dans l'argent-vif qu'en l'eau, qu'emporte la peſanteur de l'argent-vif egal à iceluy. Il eſt bien vray que ſi l'on prenoit, que *La vraye peſanteur des corps dans le vuide ſoit leur propre*, comme il eſt en ſimple apparence, on pourroit dire que *Tout corps eſt d'autant plus leger en l'eau, qu'au vuide, qu'emporte la peſanteur d'eau egale à iceluy.* Mais remarquant les circonſtances de noſtre maniere vulgaire à peſer (à laquelle la Theorie doit touſiours aſpirer) ne ſe fait pas au vuide, mais en l'air, il ſera donc plus à propos de dire ſelon la premiere maniere que la propre peſanteur des corps eſt faite en l'air: Et au regard d'icelle la 8 propoſition ſuſdite, & celles qui s'en enſuivent, ſont en leur extreme perfection, comme nous avions entrepris de declarer.

*Fin de l'Appendice.*

ADJON-

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

# ADJONCTION DE LA STATIQVE,

*Sommaire de ceſte adjonction de Statique.*

APres la premiere deſcription de la Statique, me ſont venuës au devant diverſes matieres de la qualité des peſanteurs : leſquelles euſſent peu eſtre inſerées en leur lieu entre les precedentes en une ſeconde edition, mais d'autant qu'apres icelle on en pourroit encor trouver d'autres ſemblables, qui pourroyent avec autant de raiſon eſtre inſerées entre les precedentes, que celles-cy, tellement qu'il y auroit à chaque fois du changement ſans fin. Et combien que cela ſeroit fort neceſſaire, toutesfois pour le peu de loiſir que d'autres affaires me donnent, la choſe n'a peu reüſſir : pourtant ceſte adjonction aura ſix parties :

La premiere de la Spartoſtatique, ou des cordages.
La ſeconde des Poulies, ou Trochleoſtatique.
La troiſieſme des peſanteurs au ſommet du flottant ou des Acrobariques.
La quatrieſme de la compreſſion des freins, ou Chalinothlipſe.
La cinquieſme de l'Hydatolcie ou attraction d'eau.
La ſixieſme de l'Aëroſtatique, ou poids de l'air.

---

# PREMIERE PARTIE DE L'ADJONCTION DE LA STATIQVE,

*TRAITANT*

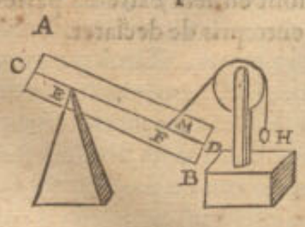
## De la Spartoſtatique, ou de l'artpon deraire par Cordages.

### Sommaire de la Spartoſtatique.

*NOus avons deſcrit és trois dernieres propoſitions du premier livre de la Statique, la qualité des peſanteurs qui ſont ſuſpenduës à deux lignes, attachées au ſolide, en deux lieux divers. Mais d'autant que les peſanteurs peuvent eſtre ſuſpenduës, en d'autres manieres aux lignes, meſme qu'on requiert de ſçavoir quel effort chacune d'icelles fait, nous en avons fait ce preſent traité à part, l'ayant pour ceſte cauſe denommé Spartoſtatique, dont le ſommaire eſt, qu'il a eſté demonſtré en la 27 propoſition du premier livre, que lors qu'une colomne eſt ſuſpenduë en equilibre contre deux elevans obliques, qu'alors comme l'elevation oblique à l'elevation directe, ainſi l'elevant oblique à l'elevant droit : De là nous tirerons diverſes conſequences, au lieu deſquelles on euſt peu former des propoſitions, ce qui a eſté delaiſſé pour eviter prolixité, & auſſi pource qu'elles ſont aſſez manifeſtes conſequences l'une de l'autre.*

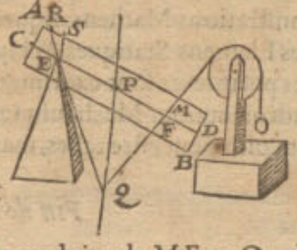
### PREMIER COROLLAIRE de la 27 propoſition du premier livre de la Statique.

SI en la figure de la 27 propoſition du premier livre, on admet le poinct ferme icy E, au lieu du poids oblique G illec : il appert que ſur ce poinct ferme, y aura une peſanteur egale au poids G, & cela ſelon une telle obliquité contre E, que l'elevation oblique L E le monſtre.




### COROLLAIRE II.

Si à la ſuſdite 27 propoſition on produit les deux elevations obliques, juſques à ce qu'elles ſe rencontrent, il eſt manifeſte par la 25 propoſition, que le poinct de conjonction viendra dans la perpendiculaire de gravité du corps : Parquoy ſi on deſiroit ſçavoir quelle compreſſion oblique vient ſur E, (poinct ferme du premier corollaire) je mene du centre du corps P la perpendicle de gravité P Q, rencontrant la produite de M F en Q, duquel on mene Q E R ; & ainſi on dira que la compreſſion oblique ſur E eſt de R vers E, & pour ſçavoir de combien E R ſera elevation oblique, & E S directe ; par leſquelles le tout eſt manifeſte.

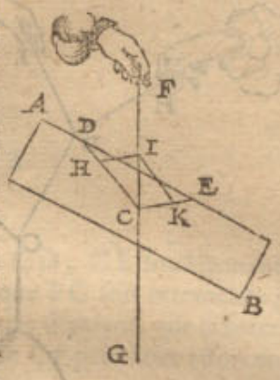



COROL-

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

COROLLAIRE III.

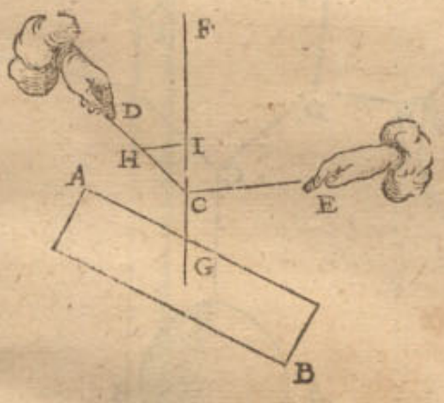
Or pour venir à la declaration de la qualité des pesanteurs suspenduës par cordages, soit AB une colomne, de laquelle C soit le centre, suspenduë à deux lignes CD, CE (venans dudit centre C) és poincts fermes D, E, lesquels seront diametres de gravité par la 5 definition: parquoy menant HI entre DC, CF, parallele à CE, alors par la 13 definition, CI sera elevation droite, CH oblique; tellement que comme CI à CH, ainsi ceſt elevant direct à l'elevant oblique: mais l'elevant direct de CI est egal au poids de la colomne: Donc comme CI à CH, ainsi le poids de la colomne entiere, au poids qui avient en D; & de mesme maniere trouvera-on le poids qui advient en E, en menant de I jusques à CE, la ligne IK, parallele à DC; & disant, comme l'elevation droite CI à l'elevation oblique CK, ainsi le poids de la colomne, au poids qui advient sur E.




Mais CK est tousiours egale à HI; parquoy il n'est pas besoing de mener ceste ligne derniere IK, car sans cela les termes necessaires sont cognus au triangle HIC, avec lequel on dira: comme CI à CH, ainsi le poids de la colomne, au poids qui advient sur D. D'avantage CI à IH, ainsi le poids de la colomne, au poids qui advient sur E. Derechef comme CH à HI, ainsi le poids qui advient sur D, au poids qui advient sur E.

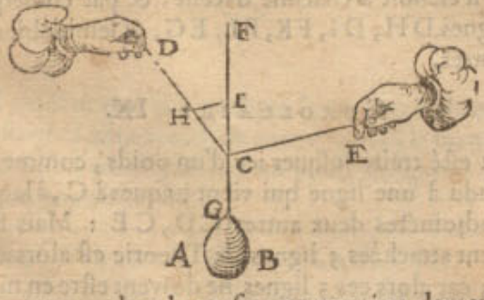
COROLLAIRE IV.

Et pour proceder plus avant, soit AB la colomne abaissée, comme cy joignant, & par la troisiesme petition, il n'y a en cela aucune alteration, & partant la mesme proportion que dessus y sera encore.




COROLLAIRE V.

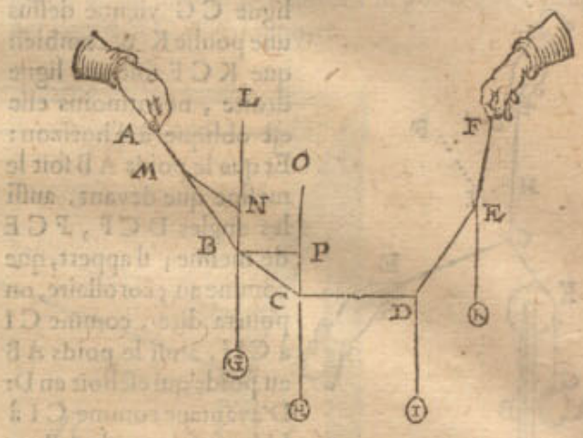
Soit maintenant au lieu de la colomne precedente, un corps d'egale pesanteur à icelle, de figure & matiere quelconque, alors la mesme proportion demeurera; assavoir, comme CI à IH, ainsi AB au poids qui advient en E. Derechef comme CH à HI, ainsi le poids que D soustient, à celuy que E soustient.




D'icy est manifeste, que s'il y avoit à la ligne DCE comme corde, un poids AB cognu, & les angles FCD, FCE, aussi cognus, qu'on pourra dire quel poids advient sur chaque partie, comme DC, CE.

COROLLAIRE VI.

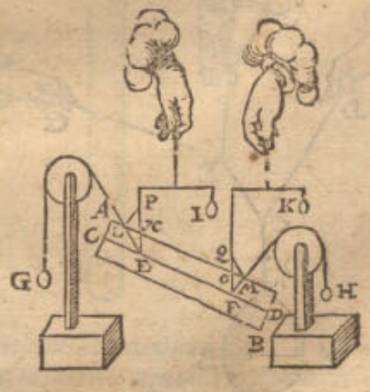
Mais s'il y avoit plusieurs poids suspendus en une mesme ligne, comme icy la ligne ABCDEF, ses poincts fermes extremes A, F, à laquelle sont suspendus 4 poids cognus, G, H, I, K; il est manifeste qu'on peut dire quel effort ils font à la corde, à chacune de ses parties AB, BC, CD, DE, EF: Car par exemple, produisant GB enhaut vers L, & MN parallele à BC: Je dis BN donne BM, combien le poids G? viendra l'effort qui est fait à AB.




Derechef BN donne MN, combien le poids G? ce qui viendra sera l'effort qui est fait à BC.

Soit encore HC produite jusques en O, & BP parallele à CD: Je dis alors, CP donne CB, combien le poids H? Ce qui en sortira sera pour la force qui eschoit sur BC, d'où s'ensuit, qu'il faudra trouver le mesme qu'à BC cy-dessus. De ces choses, & de plusieurs autres S. EXCEL. a trouvé que la practique s'accorde du tout avec la Theorie.

La proportion de la 27 proposition peut encor estre autrement exposée, que cy-dessus, d'où s'ensuit une operation plus facile. Soit par exemple la figure de la 27 proposition, où est dit, que comme l'elevant oblique au direct, ainsi chaque elevant oblique à son elevant direct. Mais pour dire cecy d'une autre maniere, d'où resulte une operation plus facile: Soit menée entre les elevations droite, & oblique une ligne, comme LP, parallele à FM: Ce qu'estant ainsi, je dis maintenant, que comme l'elevation directe, à l'elevation oblique, ainsi la pesanteur de la colomne entiere, à son elevant oblique;



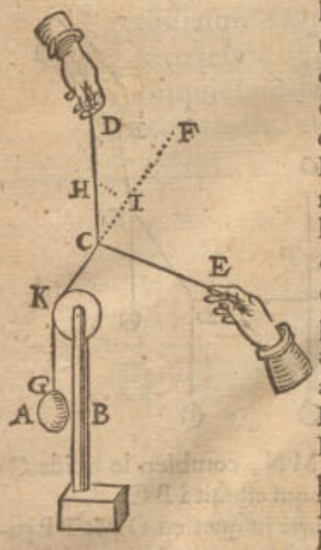



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

oblique; assavoir comme E P à E L, ainsi le poids de la colomne, à G. Derechef, comme E P à P L, ainsi le poids de la colomne, à H. Selon laquelle maniere, l'invention des termes incognus est plus facile, qu'auparavant. Notez aussi qu'au lieu de L P, on eust peu mener une ligne entre l'autre elevation droite, & son elevation oblique, comme M Q, ce qui seroit la mesme chose; car comme P E à E L, ainsi Q F à F M, à cause que les triangles F M Q & L P E sont pareils, veu que Q F est parallele à P E, & M F à L P: & aussi que F O est egale à E N.

### Corollaire VII.

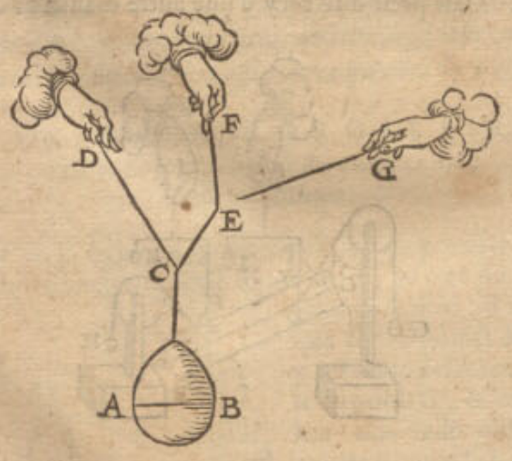
Il a esté parlé jusques icy des poids suspendus à deux lignes: cy-apres nous traiterons des pesanteurs qui sont suspenduës à plusieurs lignes. A ceste fin soit prise icy la figure du cinquiesme corollaire, seulement que la ligne C G vienne dessus une poulie K; & combien que K C F soit une ligne droite, neantmoins elle est oblique à l'horizon: Et que le poids A B soit le mesme que devant, aussi les angles D C F, F C E de mesme; il appert, que comme au 5 corollaire, on pourra dire, comme C I à C H, ainsi le poids A B au poids qui eschoit en D: D'avantage comme C I à I H, ainsi le poids A B au poids qui eschoit en E. Derechef comme C H à H I, ainsi le poids qui escheoit en D, à celuy qui eschoit en E.




Il appert d'icy, que si à la ligne D C E comme corde, on avoit suspendu un poids A B, qu'on pourroit dire, quelle pesanteur il escheoit sur chacune partie DC, CE.

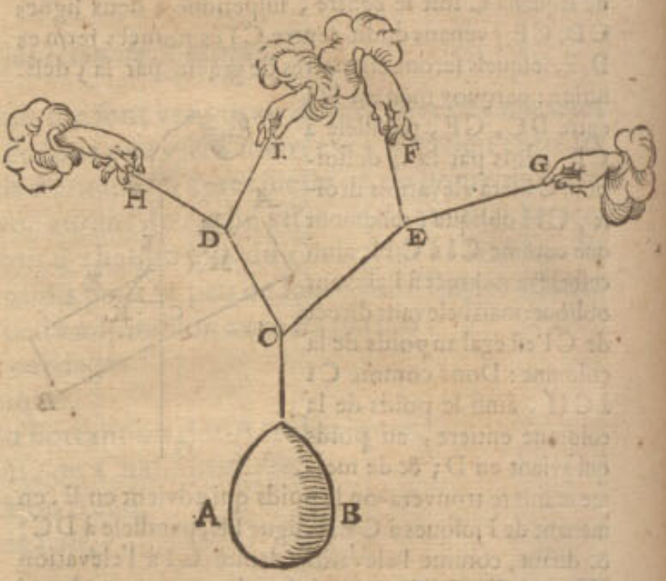
### Corollaire VIII.

Si un poids estoit suspendu à trois lignes, comme cy-dessous, le poids A B pendant aux deux lignes CD, CE, mais C E à deux autres E F & F G; tellement que le le poids A B soit suspendu à 3 lignes C D, E F, E G, on



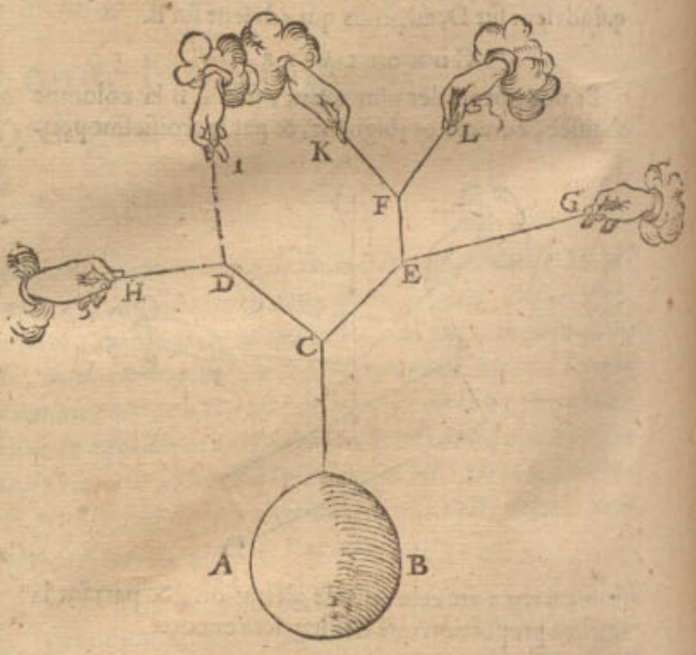

pourra sçavoir quel poids eschoit sur chacune ligne des trois. Car par le cinquiesme corollaire est manifeste ce qui eschoit sur C D, ou C E. Mais ayant cognu quel effort est fait à C E alors par le septiesme corollaire on sçaura ce qui eschoit aux deux lignes E F, E G.

Mais si on en attache encor deux autres à la ligne CD, comme D H, D I cy-dessous, il appert que le poids qui appartient à une chacune d'icelles lignes, seroit cognu




comme és deux autres de l'autre costé, E F, E G; & partant combien à chacune des 4 lignes, soyent qu'elles soyent en mesme plan, ou non.

Notez aussi que les lignes C E F & C E G, & semblables, font un angle en E, & ne peuvent pas estre droites; car C E F faisant quelque effort, il faut que G E cause une curvité en E, faisant aussi quelque effort.



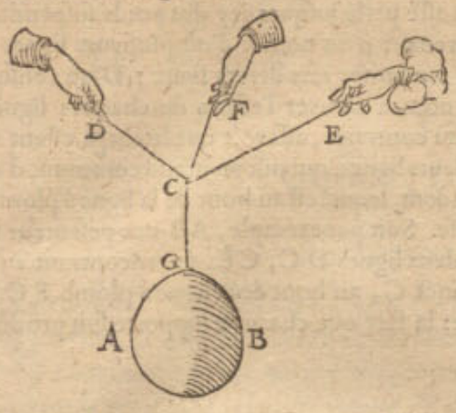

Que si on adjoignoit encor deux autres lignes à E F, comme icy, on fera comme devant pour sçavoir quel effort il eschoit à chacune d'icelle, & par consequent és 5 lignes D H, D I, F K, F L, E G, & semblablement des autres.

### Corollaire IX.

Il a esté traité jusques icy d'un poids, comme A B, suspendu à une ligne qui vient jusques à C, à laquelle sont adjoinctes deux autres C D, C E: Mais si à C estoyent attachées 3 lignes, la Theorie est alors autrement; car alors ces 3 lignes ne doivent estre en mesme plan, comme icy, d'autant qu'on ne sçauroit rien conclurre de certain, veu que si on coupoit, ou retranchoit infi-

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

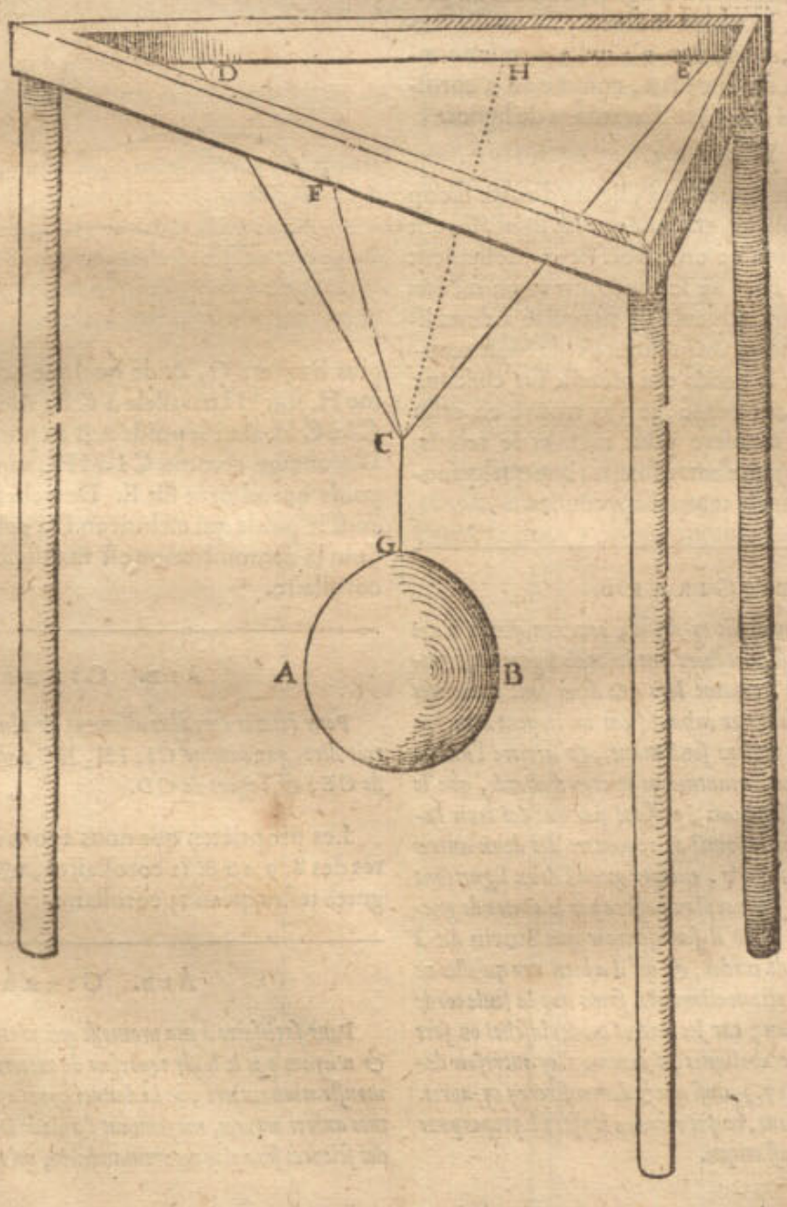
CF, la meſme diſpoſition des lignes CD, CE demeutera, aſſavoir les angles GCD & GCE de meſme,




combien que leſdites lignes CD, CE ſouſtiennent plus qu'auparavant, devant que FC ſoit retranchée; car elle allegeoit les deux autres d'autant, que ſa force pouvoit importer: & puis que CF peut faire effort en infinies diverſitez, l'une plus grande que l'autre, d'où s'enſuit que telle figure n'a aucune concluſion certaine, comme auſſi j'avois entrepris de declarer.

### Corollaire X.

Que ſi les trois lignes ſuſdites eſtoyent en plans divers, la propoſition n'auroit qu'une concluſion, & icelle cognuë; car ſoit AB un poids ſuſpendu aux trois lignes CD, CE, CF, en divers plans, alors pour trouver le poids que chaque ligne ſouſtient, comme CF; ſoit CG ligne à plomb, à laquelle eſt ſuſpendu AB, & CH commune ſection des plans DCE & GCF: poſant donc que le poids AB ne ſoit ſuſpendu qu'és deux lignes FC, CH, (ayant retranché les autres DC, CE) il appert que l'angle GCF demeurera le meſme angle, qu'il eſtoit devant le retranchement des lignes DC, CE; & l'effort fait à CF demeure encor le meſme, partant le poids que CF ſupporte, ſera notoire par le cinquieſme corollaire; & de meſme ſe trouvera le poids que chacune des lignes DC, CE ſupporte.




Il eſt evident que ſi à quelque ligne, ou à chacune de 3, eſtoyent annexées deux autres lignes à la maniere du huictieſme corollaire, qu'on pourroit ſçavoir quel poids chacune attirera.

Alb. Girard. Corollaire XI.

*Il eſt auſſi certain que ſi à quelque ligne, ou à chacune eſtoyent annexées 3 autres lignes à la maniere du 10 corollaire, aſſavoir en divers plans, qu'on pourroit cognoiſtre quel poids chacune tirera.*

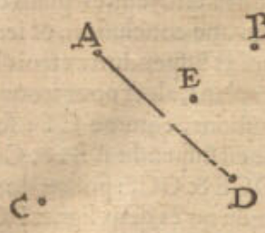
### Corollaire XII.

Que ſi un poids eſtoit ſuſpendu à 4 lignes, comme au 10 corollaire à 3, la propoſition n'auroit point de concluſion certaine. Car ſoit ABCD ichnographie



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

des 4 poincts ſuperieurs des 4 lignes, auſquelles le poids eſt ſuſpendu : la perpendicle de gravité d'iceluy viendra en la ligne AD, ou dehors, dedans le triangle ADB, ou dedans le triangle ADC (car hors le quadrangle ABCD, ou à ſa circonference, cela eſt impoſſible) & ſi c'eſt dans la ligne AD, il appert que le poids qui eſchoit aux deux lignes, ſous les poincts B, C, peuvent bien alleger le poids que ſouſtiennent les lignes ſous les poincts A, D ; mais les lignes ſous B, C ne changent pas la diſpoſition eſtans oſtées, parquoy il n'y a aucune concluſion certaine. Que ſi ladite perpendicle de gravité eſchoit dans le triangle ADB, comme au poinct E, il appert que l'effort que fait la ligne de C, n'altere la diſpoſition, & ainſi il n'y aura point de certaine concluſion.




Il faut encor noter cecy, que ſi la propoſition, n'a point de certaine concluſion à 4 lignes, comme au precedent 12 corollaire, combien moins à 5, 6 ou d'avantage, auſſi que ſi la propoſition n'a nulle certaine concluſion à 3 lignes en meſme plan, comme au 9 corollaire, combien moins à 4, 5, ou d'avantage de lignes?

NOTEZ.

Un corps peut eſtre ſuſpendu à 3 lignes d'autre façon que deſſus au 10 corollaire, aſſavoir que les lignes ſoyent attachées au corps meſme en divers lieux, tellement qu'eſtans produites, elles ne ſe rencontrent en meſme poinct, comme il doit advenir de neceſſité à deux lignes par la 25 propoſition du premier livre : Mais comment il faut trouver le poids qui eſchoit ſur chacune ligne des trois ; y ayant penſé, je n'ay trouvé en ceſte deſcription aucune maniere pour trouver le requis, quant à ce que je feray une autre fois, ou que quelqu'autre y trouvera, ou non, le temps l'apprendra.

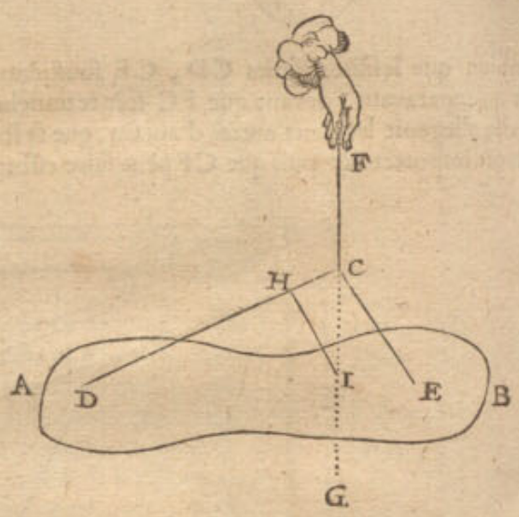
---

ALB. GIRARD.

*Quant à ce que* Stevin *dit cy-deſſus, combien que je n'aye encore rien recerché, il ſe peut faire que les trois lignes ne ſe rencontrent à meſme poinct, comme lors que deux ſont attachées paralleles, ou s'eſtroiſiſſant par enhaut (car on les peut attacher pres l'une de l'autre à la poultre ſouſtenant, & arriere l'une de l'autre au corps ſuſpendu) neantmoins je croy d'abord, que le plan perpendiculaire à l'horizon, paſſant par une des trois laquelle on voudra, & par le poinct de rencontre des deux autres (ce qui me ſemble eſtre poſsible, excepté quand deux lignes ſont paralleles, comme dit eſt) que ce plan paſſera par le centre de gravité du corps ſuſpendu : Mais il faut ſçavoir que* Stevin *dit à propos, des lignes au lieu de cordes, & qu'il a bien veu qu'elles ne ſont pas en lignes droites eſtans eſtenduës, ſinon que la ſeule corde perpendiculaire à l'horizon ; car les autres cordes laſches ou fort eſtenduës, ſont lignes paraboliques, (comme j'ay autrefois demonſtré, environ l'an 1617.) ainſi que je demonſtreray cy-apres. à la fin du corollaire ſuivant, ce qui viendra icy fort à propos pour l'ornement de ceſte Spartoſtatique.*

COROLLAIRE XIII.

Il a eſté parlé juſques icy des poids ſuſpendus à une ligne venant d'un poinct d'où pluſieurs lignes procedent, tendantes vers divers lieux : D'où s'enſuit auſſi qu'on pourra trouver l'effort de chaques lignes attachées au contraire, aſſavoir que le corps eſtant attaché à pluſieurs lignes, qui ont un nœud commun, d'où elles deſcendent, lequel eſt au bout de la ligne à plomb comme anſe. Soit par exemple, AB une peſanteur ſuſpenduë à deux lignes DC, CE, ſe rencontrant au nœud, ou poinct C, au bout de la ligne à plomb FC : Pour trouver le faix que chacune ſupporte ſoit produite FC




plus bas vers G, & de quelque poinct en DC, comme H, ſoit HI parallele à CE : Alors je dis que comme CI à CH, ainſi le poids AB au poids, qui eſchoit en D. D'avantage comme CI à IH, ainſi le poids AB, au poids qui advient ſur E. Derechef comme CH à HI, ainſi le poids qui eſchoit en D à celuy qui eſchoit en E; dont la demonſtration eſt manifeſte par le cinquieſme corollaire.

---

ALB. GIRARD.

*Pour retenir cecy plus aiſement & plus briefvement, on pourroit dire, que comme* CI, IH, HC, *ainſi le poids* AB, *l'effort de* CE, *& l'effort de* CD.

Les proprietez que nous avons dit advenir aux figures des 8, 9, 10 & 12 corollaires, adviennent auſſi és figures telles qu'au 13 corollaire.

---

ALB. GIRARD.

*Pour ſatisfaire à ma promeſſe qui precede le dernier corollaire, & n'ayant pas le loiſir toutefois de mettre icy la copie de ma demonſtration entiere, je la donneray un autre fois au public, avec mes autres œuvres, moyennant l'aide de Dieu, lors que la recerche des ſciences ſera plus recommandable, qu'elle n'eſt à preſent.*

*Fin de la Spartoſtatique.*

DEUXIES-

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

# DEUXIESME PARTIE DE L'ADJONCTION DE LA STATIQVE,

*TRAITANT*

## Des Poulies, ou de la Trochleostatique.

### Sommaire de la Trochleostatique.

*APres que* SON EXCELLENCE *eust leu un livre intitulé* Delle fortificationi di Buonaiuto Lorini, *& illec veu un traité touchant les poulies, & ce seulement par elevations perpendiculaires à l'horizon, par le moyen des forces attirantes du haut en bas directement, ce qui n'arrive pas tousiours en la practique, il a esté quant & quant desireux de sçavoir la proprieté de celles qui ne s'elevent ny ne s'abaissent perpendiculairement, afin d'avoir la cognoissance parfaite d'icelles, qui est necessaire pour sçavoir quelle force est requise pour elever quelque pesanteur. Tellement que s'estant exercé en la Statique precedente, & en la premiere partie de ceste Adjonction, par laquelle les proprietez des poulies peuvent estre aisement compriſes, joint que s'estant aussi addonné à la recerche des mesmes, c'a esté bien à propos donc de les joindre à ses memoires Mathematiques, comme s'ensuit.*

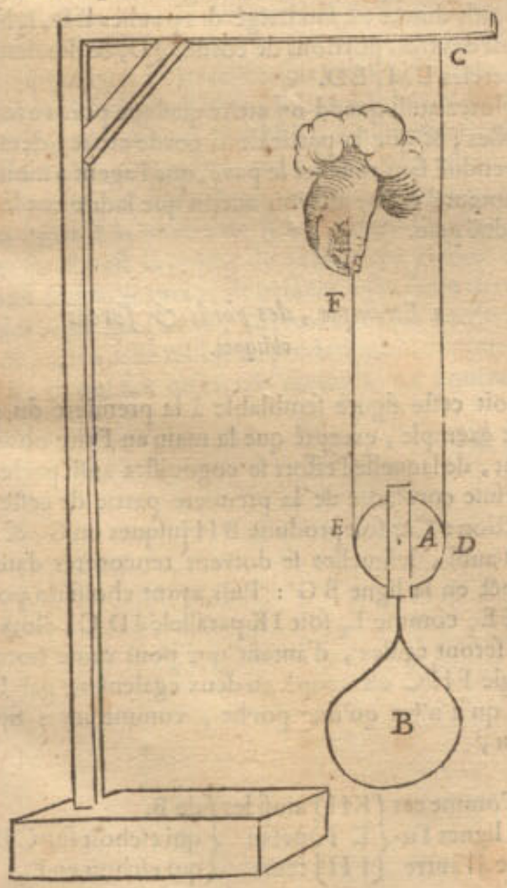
PROPOSITION.

*REcercher la qualité des pesanteurs elevées par le moyen des pouliës.*

Avant que de venir à la chose, nous dirons en general, que lors que nous parlerons d'un poids donné, nous entendrons le poids suspendu, & celuy des pouliës d'embas, quant au poids des cordes nous n'en traiterons point, & partant nous prendrons qu'elles n'ayent aucune pesanteur, afin de n'amener en avant que la qualité des pouliës simplement.

1 *Exemple des poids, & forces directes.*

Soit en ceste premiere figure A une poulie, à laquelle est attachée la pesanteur B, & la corde C D E F, dont les

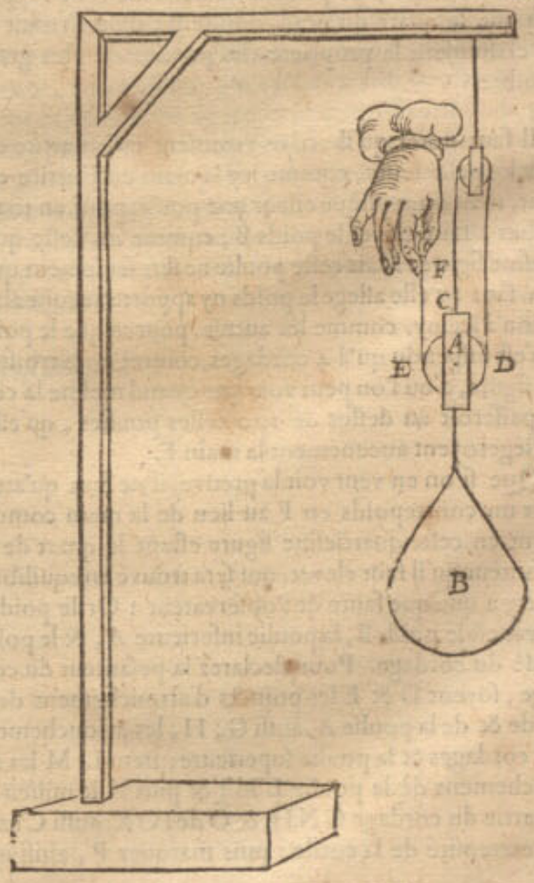



parties C D, E F soyent paralleles, assavoir toutes deux à plomb. Ce qu'estant ainsi, il est certain que le poids B est suspendu à deux cordes, chacune soustenant la moitié d'iceluy, à cause que la poulie tire egalement à l'une comme à l'autre; Tellement que si quelqu'un venoit à examiner la pesanteur B de sa main en F, tenant le poids en ceste position, il soustiendroit la moitié de B, d'où appert qu'il est plus facile de tirer un poids avec une poulie ainsi, que sans poulie. Car on tient pour regle generale en Mathematique, que

*Comme l'espace de l'agent, à l'espace du patient:*
*Ainsi la puissance du patient, à la puissance de l'agent.*

Car la main en F, (icy agent) s'elevant de 2 pieds; le poids B, (lequel est icy patient) n'est elevé que 1 pied, & ce pour raison manifeste.

Par les choses susdites en la premiere figure avec une poulie, se peut entendre la proprieté de l'attirement par l'aide de deux poulies, comme en la deuxiesme figure,

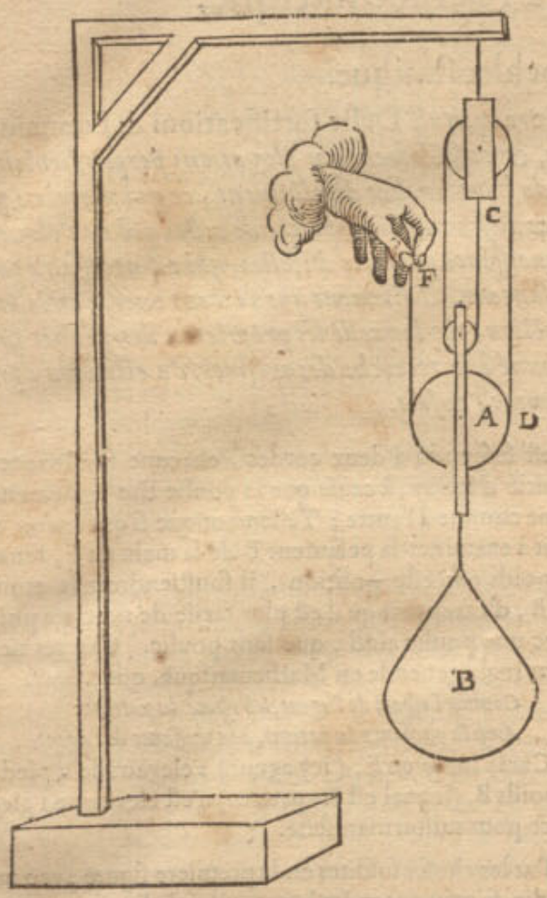





Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

ou C eſt l'autre extremité de la corde : car le poids B, ſuſpendu à trois cordes, chacune ſupportera le tiers d'iceluy poids B, aſſavoir la main en F ne ſentira que le tiers du poids donné.

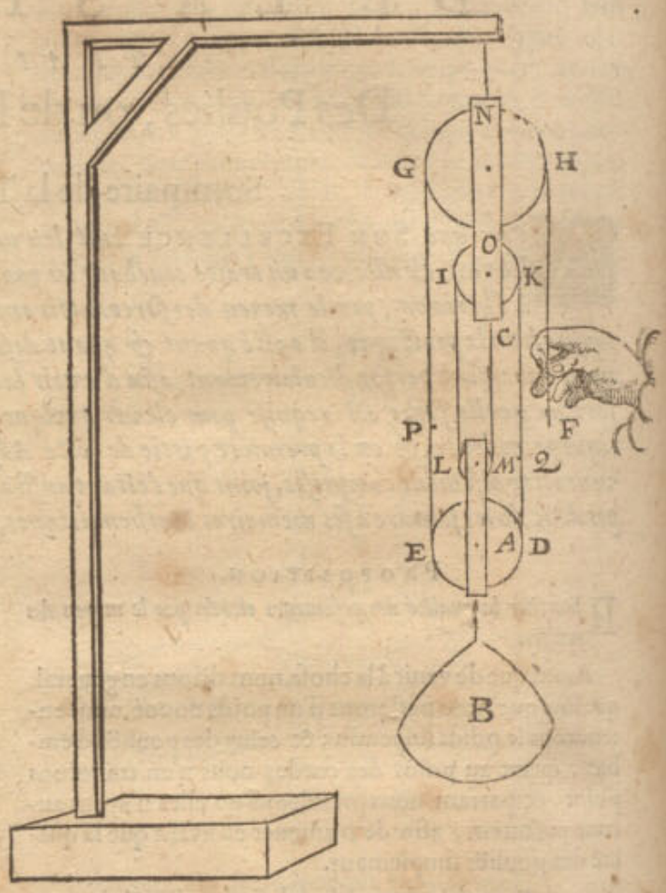
D'avantage ſi on y adjouſte encore une poulie, comme en ceſte troiſieſme figure, le poids B ſera ſuſpendu




à quatre cordes ; & partant la main en F ne ſupportera que le quart du poids donné B ; d'où s'enſuit aſſez clairement la proprieté des poulies en plus grand nombre.

Il faut noter qu'il arrive rarement qu'on attire enhaut les peſanteurs, comme icy la main en F attire enhaut, mais on applique encor une poulie pour en tirant embas, faire elever le poids B, comme en ceſte quatrieſme figure : Mais ceſte poulie ne ſert ſeulement qu'à cela, ſans qu'elle allege le poids ny apporte aucune alteration à iceluy, comme les autres, pource que le poids B n'eſt ſuſpendu qu'à 4 cordages, comme en la troiſieſme figure, d'ou l'on peut voir que quand meſme la corde paſſeroit au deſſus de 100 telles poulies, qu'elles n'allegeroyent aucunement la main F.

Que ſi on en veut voir la preuve, il ne faut qu'attacher un contrepoids en F au lieu de la main comme agent en ceſte quatrieſme figure eſtant le quart de la peſanteur qu'il faut elever, qui ſera trouvé en equilibre, s'il n'y a quelque faute de l'obſervateur : Or le poids à elever eſt le poids B, la poulie inferieure A, & le poids cauſé du cordage. Pour declarer la peſanteur du cordage, ſoyent D & E les poincts d'attouchemens de la corde & de la poulie A, auſſi G, H, les attouchemens des cordages & la poulie ſuperieure ; item L, M les attouchemens de la poulie L M ; & puis N le milieu de la partie du cordage G N H, & O de I O K, auſſi C l'autre extremité de la corde ; puis marquez P, ainſi que GP ſoit egale à HF, auſſi KQ à IL ; alors NGP contrepeſe NHF, & IL contrepeſe KQ ; touchant




CM elle n'apporte aucun changement, tellement que le poids donne eſt ſurchargé des poulies E D, L M, & encor des trois portions de corde Q D, & des deux demicercles L M, E D.

Notez auſſi quand on attire quelque poids avec des poulies, & que la partie de la corde attirée demeure ſuſpenduë ſans toucher le pavé, que l'agent a moins de peſanteur à tirer, aſſavoir autant que ladite corde ſuſpenduë peſe.

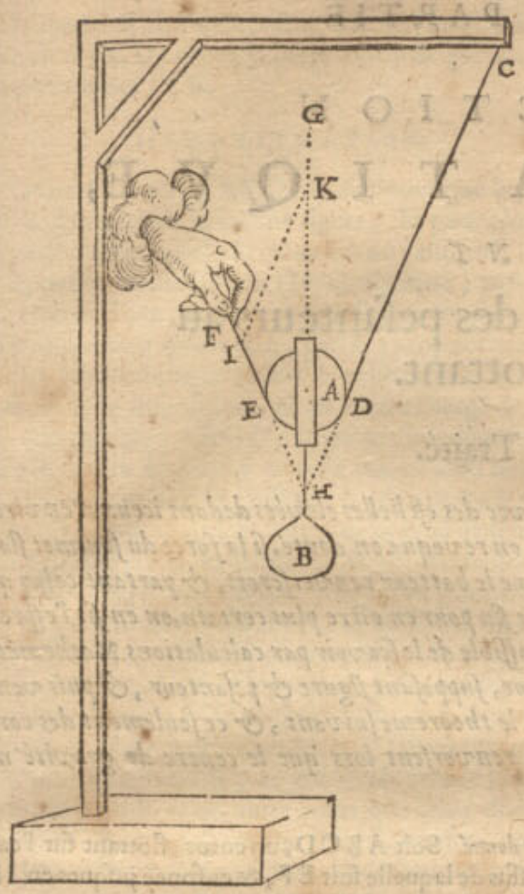
### 2 *Exemple, des poids & forces obliques.*

Soit ceſte figure ſemblable à la premiere du premier exemple, excepté que la main en F tire obliquement, de laquelle l'effort ſe cognoiſtra auſſi par le cinquieſme corollaire de la premiere partie de ceſte adjonction : Car ſoit produite B H juſques en G, & F E, C D auſſi, leſquelles ſe doivent rencontrer dans un poinct en la ligne B G : Puis ayant choiſi un poinct en F E, comme I, ſoit I K parallele à D C ; alors I K, I H ſeront egales, d'autant que pour cauſe notoire, l'angle F H C eſt coupé en deux egalement par H G, lors qu'il n'y a qu'une poulie, comme icy : finalement,

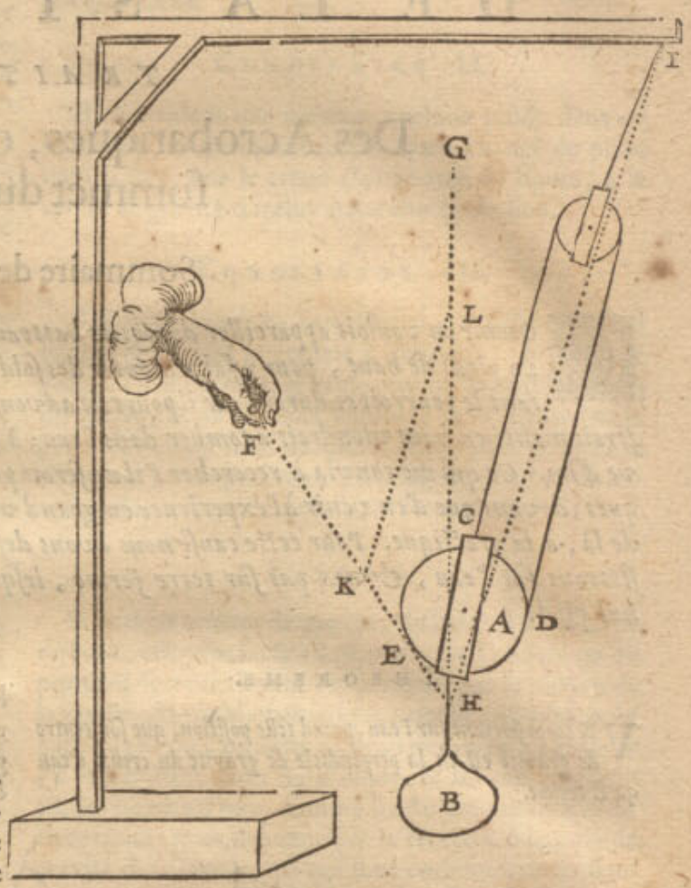
Comme ces 3 lignes l'une à l'autre ( K H ) ( K I ) ( I H ) ainſi les peſanteurs de B. qui eſchoit ſur C D. qui eſchoit en F.

Mais

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©




Mais y ayant plus de poulies, assavoir 2, 3, ou d'avantage, on pourroit cognoistre les efforts, comme s'ensuit. Soit icy une figure de mesme que la deuxiesme du premier exemple, seulement diversifiée en ce qu'elle soit oblique; les efforts seront cognus par le cinquiesme corollaire de la premiere partie de ceste Adjonction: car produisant la ligne à laquelle le poids est suspendu jusques à G, aussi F E jusques en H, & du poinct I, où la poulie superieure est attachée, soit menée H I; puis d'un poinct K en la ligne F H soit K L parallele à H I: alors je dis, que comme K H à H L, ainsi l'effort qui est fait à la main, au poids donné: Mais K H est en tous les exemples, où il y a deux poulies comme icy, tousjours egale à la moitié de K L; parquoy l'effort qui vient sur F, est la moitié de l'effort qui eschoit en I: & ainsi il eschoit autant de pesanteur sur l'une des trois cordes, que sur l'autre, assavoir la tierce partie d'un poids, qui a telle raison au poids donné, comme L H à H K; ce qui fait qu'en tels exemples on pourra dire K H donne H L, combien le poids donné? Le tiers de ce qui viendra sera pour l'effort qui est fait à la main F, & aussi pour celuy qui advient sur chacune des deux autres cordes.




Tellement que s'il y avoit 4 poulies, il faudroit prendre le quart de ce qui viendroit à la regle de trois susdite, & ainsi des autres.

La raison pourquoy K L cy-dessus devoit estre menée parallele à H I, plustost qu'à une autre des deux cordes, est evidente par ce qui a esté fait semblablement és deuxiesme & troisiesme corollaires de la premiere partie de ceste Adjonction, car la perpendicle de gravité du tout, passe par le poinct H, duquel les lignes se doivent mener pour faire la calculation.

*Conclusion.* Nous avons donc recerché la qualité des pesanteurs elevées par le moyen des poulies, selon le dessein.

*Fin de la Trochleostatique.*



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

# TROISIESME PARTIE
DE
# L'ADJONCTION
# DE LA STATIQVE,
*TRAITANT*
## Des Acrobariques, ou des pesanteurs au sommet du flottant.

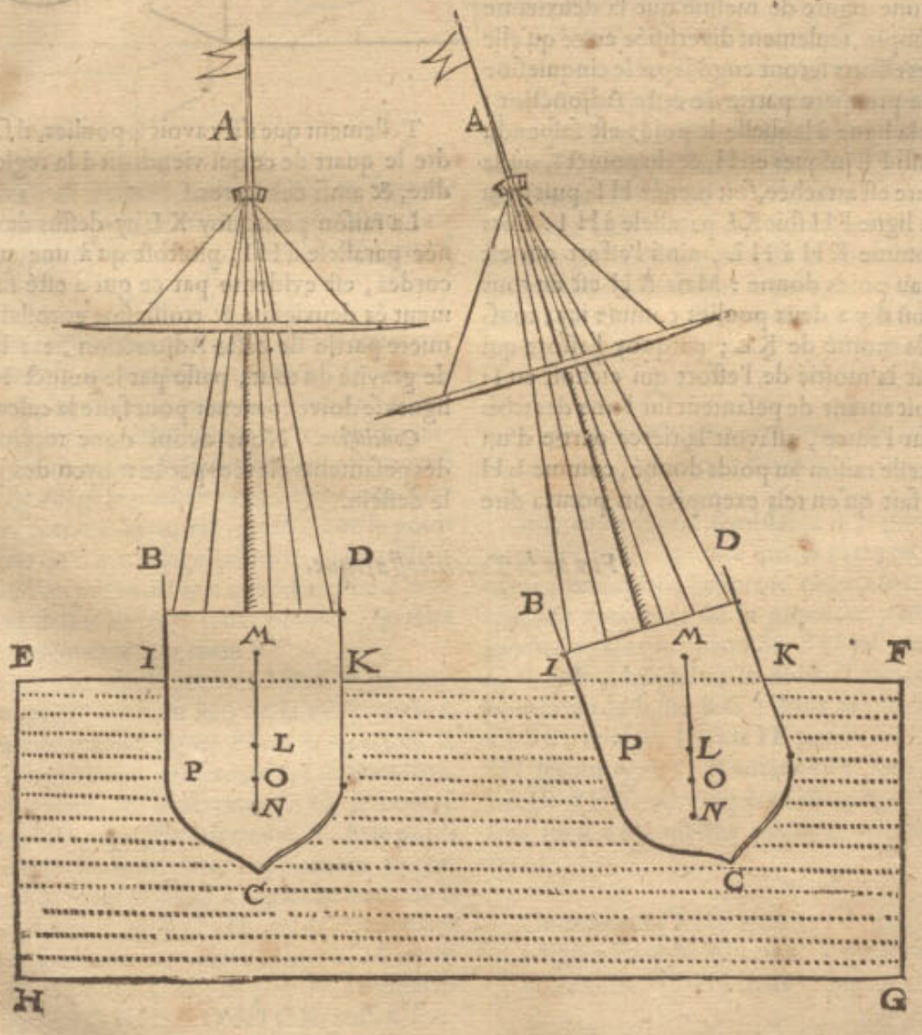
### Sommaire de ce Traité.

*COmme on vouloit appareiller des petits batteaux avec des eschelles elevées dedans iceux d'environ 20 pieds de haut, pour y faire monter des soldats, on revoqua en doute, si la force du sommet flottant le pourroit endurer; car il pourroit advenir que le batteau renverseroit, & partant celuy qui seroit monté en haut viendroit à tomber dans l'eau; à ceste fin pour en estre plus certain, on en fit l'espreuve d'un. Ce qui me convia à rechercher s'il ne seroit pas possible de le sçavoir par calculations Mathematiques, devant que d'en venir à l'experience en grand volume, supposant figure & pesanteur, & puis venir de là, à la practique. Pour ceste cause nous avons descrit le theoreme suivant, & ce seulement des corps flottans sur l'eau, & non pas sur terre ferme, lesquels renversent lors que le centre de gravité n'a nul pied.*

THEOREME.

*VN corps flottant sur l'eau, prend telle position, que son centre de gravité est en la perpendicle de gravité du creux d'eau qu'il occupe.*

*Le donné.* Soit A B C D, un corps, flottant sur l'eau, le dessus de laquelle soit E F, & enfoncé jusques en I K; ainsi que le creux de l'eau soit I, C, K, & L centre de gravité d'iceluy creux, sa perpendicle de gravité M L N, & O centre de gravité du corps A B C D.




*Lere-*

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

*Le requis.* Il faut demonſtrer que O (centre de gravité de ABCD) eſt en la perpendicle de gravité MN du creux d'eau ICK.

### Demonstration.

Oſtons le corps ABCD, & feignons que le creux ICK demeure en la meſme figure; Et pour plus ample declaration, que ledit creux ſoit un vaſiforme, ſelon la ſeptieſme definition de l'Hydroſtatique; puis qu'il ſoit remply d'eau; & d'autant que l'eau tient dans l'eau telle diſpoſition qu'on veut, par la 1 propoſition de la ſuſdite Hydroſtatique, alors le vaſiforme demeurera auſſi en telle diſpoſition, & eſt autant chargé de ceſte eau que du corps ABCD, & en meſme diſpoſition; mais le centre de gravité de ceſte eau eſt auſſi celuy du creux, ou du vaſiforme, aſſavoir L; & partant le corps ABCD, doit avoir ſon centre de gravité dans la perpendicle de gravité du vaſiforme MN: Autrement s'il eſt poſſible qu'il ſoit dehors, comme au poinct P, ce qui ne peut advenir ſans alteration de figure du creux ICK; car ayant telle diſpoſition, & O eſtant le centre de gravité du corps par l'Hypotheſe, il aviendroit que le corps changeroit de poſition, & que le centre venant en P, alors B deſcendroit, & D s'eleveroit que C auſſi tourneroit vers K, ce qui ſeroit contre l'Hypotheſe, & prendroit un autre creux que celuy dont eſt queſtion. Parquoy le centre de gravité du corps eſt en MN, aſſavoir ſus, deſſous, ou dedans le centre du creux L.

*Concluſion.* Un corps donc flottant ſur l'eau prend telle diſpoſition que ſon centre de gravité eſt en la perpendicle de gravité du creux de l'eau qu'il occupe; ce qu'il falloit demonſtrer.

### Corollaire I.

Il appert que quand le centre de gravité du corps eſt deſſus celuy du creux de l'eau, que le ſommet flottant eſt chargé, & que tout renverſe (c'eſt aſſavoir s'il n'eſt ſouſtenu) juſqu'à ce que ſon centre ſoit dans la perpendicle de gravité du creux de l'eau: Comme par exemple, un baſton courbé flottant ſur l'eau, ſi on met deſſus ce qui eſtoit deſſous, il ne ſe tiendra pas comme cela, mais ſe retournera comme devant, d'autant que le centre de gravité du baſton n'eſt dans la perpendicle de gravité du creux de l'eau, deſſous le centre de gravité d'iceluy creux.

### Corollaire II.

Il eſt evident que mettant quelque poids dans un batteau, ou quelque vaiſſeau ayant changé de place dans iceluy, que le creux change auſſi de figure, & le centre de gravité d'iceluy creux change de lieu.

### Corollaire III.

Il eſt auſſi manifeſte, que mettant une peſanteur ſous le plan de gravité (parallele à l'horizon) du creux de l'eau, qu'icelle peſanteur cauſe plus de fermeté au cours du navire, & au ſommet d'iceluy; & au contraire, la peſanteur eſtant miſe au deſſus dudit plan de gravité (à niveau) telle peſanteur ſurcharge le ſommet du navire, tellement qu'il en eſt moins ferme.

### Notez.

Si les deux centres de gravité, du batteau & du creux de l'eau, eſtoyent faciles à trouver, il eſt certain qu'on pourroit ſçavoir devant l'experience par le moyen de la conſtruction Mathematique, quelle diſpoſition un batteau, navire, ou autre vaiſſeau tiendroit ſur l'eau, & s'il ſe tiendroit droit ou oblique, & ſi l'eau entreroit par les bords ou non, comme il eſtoit requis de ſçavoir en ce traité: mais d'autant que la recerche du centre de gravité des divers corps qui ſont communement dans un navire, il ne ſemble pas que ce ſoit choſe propre pour s'en pouvoir ſervir en tel exemple, ains ſervira ſeulement pour en ſçavoir la raiſon & la proprieté; comme il pourroit bien ſervir à autre choſe, ſi ce n'eſtoit pas à ce que deſſus, ſinon que quelqu'un vouluſt prendre la peine de trouver les centres de gravité, & ainſi ſe ſervir de ce que deſſus.

*Fin des Accrobariques.*

QUA-

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

# QUATRIESME PARTIE
DE
L'ADJONCTION
# DE LA STATIQVE,
*TRAITANT*
## De la Chalinothlipſe, ou de la compreſsion & aſpreté des Freins.

### Sommaire de l'Aſpreté des freins.

SON EXCELLENCE, *s'eſtant dés ſon jeune aage juſques à preſent, diligemment exercé au maniement des chevaux, & avec ce encor fueilleté les eſcrits de ceux qui ſont plus renommés, tant anciens, que modernes, & s'eſtant abbouché pour ce ſubject avec les plus experimentez; n'a toutefois peu trouver en iceux contentement, touchant la raiſon de l'Aſpreté des freins, j'entens fondentellement, ce qui advient au raccourciſſement & rallongement des parties du mords, & partant telle incertidude empeſche de bien regir un cheval. Tellement que ceſte maniere entre autres luy donna envie de s'excercer en la Statique precedente, eſperant par là pouvoir mieux comprendre la raiſon de cecy, à quoy il eſt parvenu finalement, faiſant faire les brides & mords, non à l'aventure, comme auparavant, mais avec une certitude des longueurs neceſſaires: Ce que j'ay inſeré, comme s'enſuit, en ſes memoires Mathematiques ſous le titre de la* Chalinothlipſe, *afin auſſi que d'autres ayent comme une matiere eſbauchée pour traiter d'icelle, avec plus de perfection.*

### DEFINITIONS.

LEs noms ordinaires des parties qui ſont à noſtre deſſein ſeront deſcrits comme s'enſuit.

DEFINITION I.

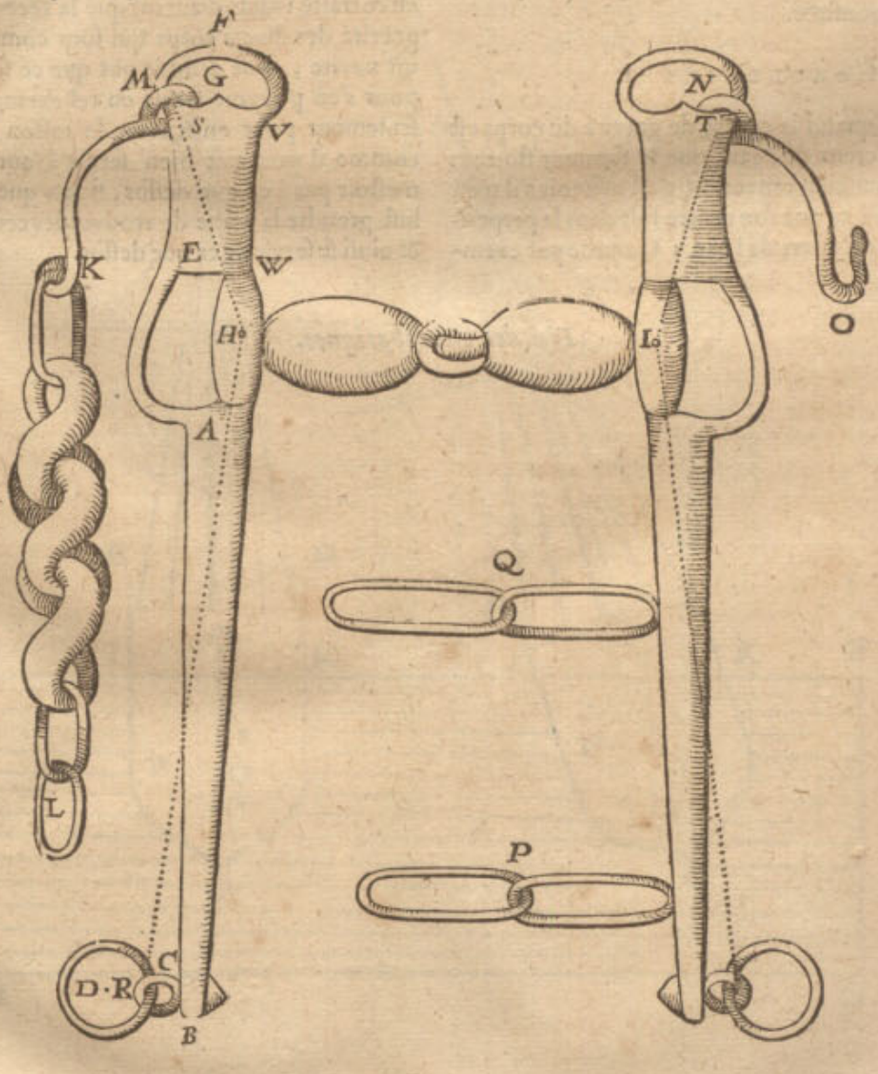
AB. *Branche; ou partie inferieure de la branche.*

DEFINITION II.

C. *Boulon de la branche.*

DEFINITION III.

D. *Boucle.*




DEFI-

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

DEFINITION IV.

E F. *Partie ſuperieure de la branche, ou hauteur de l'œil.*

DEFINITION V.

G. *L'œil.*

DEFINITION VI.

H I. *Le mords.*

DEFINITION VII.

K L. *Gourmette.*

DEFINITION VIII.

K M. *L'es.*

DEFINITION IX.

N O. *Crochet, ou agraphe de la gourmette.*

DEFINITION X.

P, Q. *Deux entrechaiſnes.*

DEFINITION XI.

*BRide aſpre, ou parties d'icelle aſpres, ſont celles qui preſſent le mords contre la gencive d'embas, & la gourmette contre le menton. Et bride foible, tendre, ou laſche, qui fait preſſer foiblement.*

DECLARATION.

Encore bien que quand on tire la bride, elle cauſe pluſieurs preſſements, aſſavoir (outre ce qui a eſté dit contre les gencives, & le menton,) des entrechaiſnes contre la poitrine, & des boucles contre les boulons des branches: toutefois on entend par ce mot d'Aſpre, le preſſement rude du mords contre la gencive d'embas, & de la gourmette contre le menton, comme eſtans les principaux preſſemens qui peuvent contraindre le cheval, & qui le poignent: tellement que pour raddoucir ceſte ponction, il approche la teſte de la poictrine, & tient le col courbé: Car ſuppoſant que le menton par l'attirement de la bride approche d'une paume vers le cheval, il peut gauchir ceſte punction & anneantir ceſte compreſſion en courbant le col. C'eſt auſſi ceſte compreſſion qui le fait reculer, penſant par ce moyen amoindrir l'effort qu'il ſent, ce qu'il penſeroit eſtre augmenté en marchant en avant. Cecy eſtant donc l'Aſpreté, la bride, ou ſes parties ſont dites aſpres, ou foibles, ſelon le plus ou le moins de compreſſion; aſſavoir bride aſpre ou foible: branche aſpre, branche foible; & finalement hauteur de l'œil aſpre ou foible.

DEFINITION XII.

*LEs curvitez des branches ſont appellées* coudes, *en flamend* keeren, *en Alemand* wronghen.

DECLARATION.

Les branches ſont faites droites ou courbes; droites, comme en la premiere figure: & courbes, comme en la ſuivante, avec une curvité ſe tournant de X vers Y; de Y vers Z, & de Z vers *a*, leſquelles on appelle pour ceſte cauſe coudes des branches.

LES DEFINITIONS ſuivantes ſont nouvelles.

DEFINITION XIII.

*LE poinct du milieu R, de l'attouchement de la boucle D, contre le boulon des branches, eſt dit touche de boulon.*

DEFINITION XIV.

*LE poinct du milieu S, de l'attouchement de l'es, contre l'œil, le poinct auſſi du milieu T, de l'attouchement de l'agraphe contre l'œil, lors que le cheval eſt bridé, nous les nommons touches de l'œil.*

DEFINITION XV.

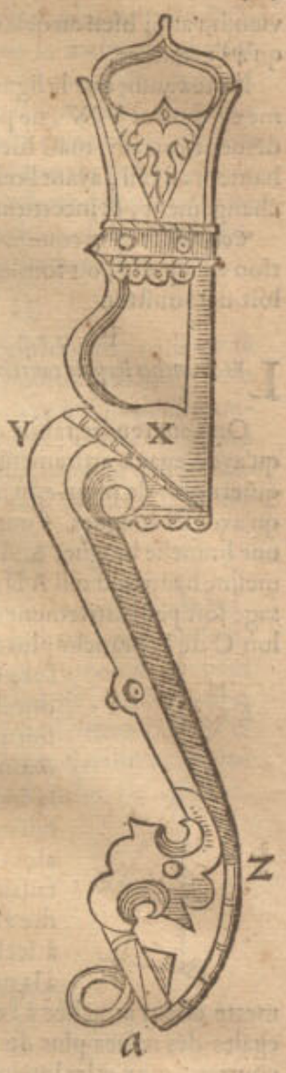
*LE poinct H de l'axe du mords venant au milieu de l'olive, ſur lequel l'axe tourne, nous le nommons le pole du mords.*

DEFINITION XVI.

*L'Angle R H S compris des deux lignes, dont l'une vient de la touche de boulon R, juſqu'au pole du mords; & l'autre dudit pole, juſqu'à la touche de l'œil; nous le nommons angle des touches.*

DEFINITION XVII.

*BRide d'eſpreuve, eſt celle qui ſert pour eſprouver quelle bride il faut à quelque cheval que ce ſoit, afin d'en faire une qui luy ſoit propre.*




La forme & les circonſtances de la bride d'eſpreuve ſera deduite cy-apres en ſon lieu.

PROPOSITION I.

*QVe les coudes des branches ne cauſent nulle aſpreté, grande ou petite.*

SON EXCELLENCE, tenant pour certain qne la commune opinion de pluſieurs eſt contre raiſon de croire que les coudes des branches aident à l'aſpreté ou foibleſſe, demeurans les trois poincts R, H, S en leur lieu, dit au contraire comme s'enſuit: Soyent és branches droites precedentes A B, attachées ou adaptées par des vis, des barres de fer, qui ſoyent en forme de grands coudes: Si on dit que telle adaptation apporte du changement quant à l'aſpreté ou foibleſſe, ce ne pourra eſtre que par une vertu occulte, comme en la pierre d'aymant, ou en choſes ſemblables, ce qui eſt abſurde. Quant à ce qu'on pourroit objecter, que cela ſe monſtre par experience, le meſme ſe pourra auſſi refuter par experience. Et quant aux Piqueurs, & faiſeurs de mords, leſquels pourroyent dire ſelon le commun proverbe, *Qu'il faut croire un chacun és choſes de ſon art:* On les refutera pareillement, par ce qu'ils ſe veulent meſler de juger de la Statique, n'y cognoiſſans rien, où il ſe peut demonſtrer que le changement arrive par celuy des trois poincts ſuſdits R, H, S: mais demeurans les meſmes en leur lieu, & les deux lignes imaginaires R H, H S, avec l'angle R H S, que l'aſpreté demeurera auſſi de meſme: excepté, pour en parler proprement, que le fer annexé appeſantira d'avantage la bride, ce qui n'eſt à propos; & ſi on y prenoit garde de pres, il adviendra

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

viendra auſſi bien au deſavantage de ce qu'ils veulent, qu'à l'avantage.

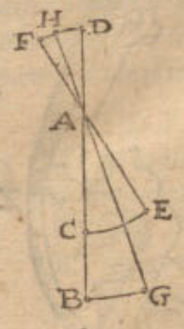
Notez auſſi, que la ligne de la hauteur de l'œil, comme cy-devant V W, ne peut eſtre admiſe à aucun fondement certain, mais bien la ligne H S; car l'une des hauteurs d'œil, ayant l'œil plus large que l'autre, cauſe changement, & incertitude à la choſe.

*Concluſion.* Les coudes donc ne cauſent nulle alteration à l'aſpreté, ou foibleſſe des branches: ce qu'il falloit demonſtrer.

### Proposition II.

*Les branches les plus courtes ſont les plus aſpres.*

On peut rendre raiſon de cecy en deux ſortes: L'une, qu'avec egaux attiremens de bride, la gourmette acquiert plus de mouvement avec les branches courtes, qu'avec les longues. Pour en donner exemple, ſoit A B une branche longue, & A C une plus courte, ayant une meſme hauteur d'œil A D, & D la touche d'œil: d'avantage ſoit par l'attirement des reſnes, la touche de boulon C de la branche plus courte, parvenuë en E, faiſant l'arc C E: la touche d'œil D viendra alors en F, deſcrivant l'arc D F; ſoit puis apres fait autant d'attraction des reſnes, comme devant à la branche plus longue, aſſavoir faiſant l'arc B G egal à l'arc C E, alors la touche d'œil viendra en H, faiſant l'arc D H, lequel eſt moindre à l'arc D F, & en meſme raiſon à iceluy la moindre branche A C, à la majeure A B: Parquoy la gourmette eſtant attachée à l'œil, acquiert par attractions egales des reſnes plus de mouvement par les branches courtes, que par les longues. Mais le frequent mouvement, ou elevation de la gourmette, apporte plus d'aſpreté; parquoy les branches plus courtes ſont plus aſpres que les longues.




L'autre raiſon eſt, la figure courbe du col du cheval, lequel cauſe que les entrechaiſnes des courtes branches ſont plus eſloignées de la poictrine du cheval, que les longues: d'où s'enſuit qu'on peut attirer plus loing les reſnes des courtes branches que les reſnes des longues branches, ce qui cauſe notoirement plus d'aſpreté.

### Notez.

Quelqu'un pourroit demander, comment cecy ſe peut accorder avec les regles de Statique, laquelle dit, que les plus longs leviers peuvent faire le plus d'effort; car prenant B D pour le levier, & A B la partie plus longue, où eſt l'agent, A l'hypomochlion, ou le poinct ferme, tellement qu'il ſemble, que cecy eſt contraire à cela: mais c'eſt qu'il n'eſt pas icy queſtion de l'effort de la main du cavalerice: car pour faire egal effort à la touche d'œil, il eſt certain qu'il aura plus de peine avec une courte branche, qu'avec une longue: Mais la queſtion eſt ſeulement, que quand on tire aſſez, leſquels ſont plus aſpres les courtes ou les longues.

*Concluſion.* Les branches les plus courtes ſont donc les plus aſpres.

---

Alb. Girard.

*Si on conſidere bien ceſte doute deduite en ceſte note precedente, & ce que j'ay eſcrit apres le troiſieſme exemple de la 7 propoſition de la Statique-practique cy-devant, on verra aiſement la ſolution de ceſte doute; car il faut diſtinguer l'effort fait de la main icy & là; & ce que là l'eſpaule du ſoldat patit, comme auſſi icy les gencives, & le menton du cheval.*

### Proposition III.

*La plus grande hauteur de l'œil, eſt auſſi la plus aſpre.*

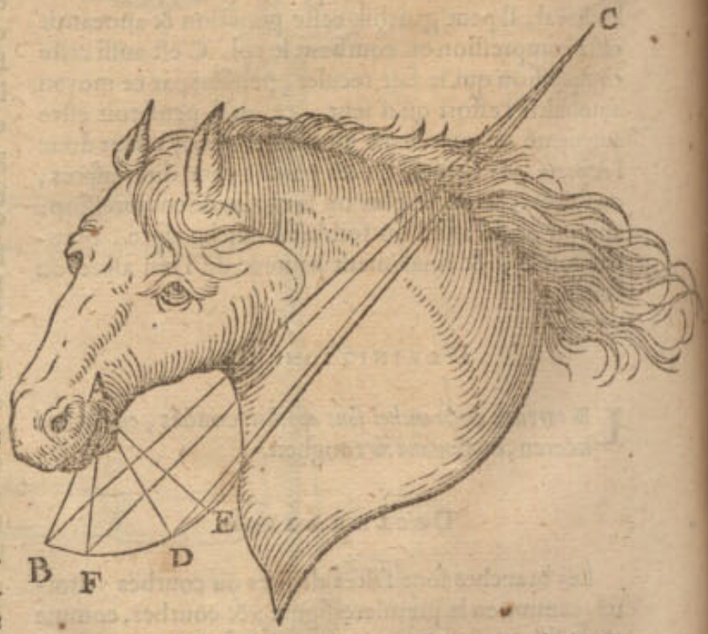
La raiſon eſt, que par ſemblables attrayemens des reſnes de la bride, on fait plus d'effort avec la gourmette par le moyen d'une plus grande hauteur de l'œil, qu'avec une petite. Car par exemple, ſoit A B une une hauteur d'œil plus grande que A C, & que leurs diverſes touches d'œil ſoyent B, C, ayans une meſme branche A D: D'avantage par l'attraction des reſnes, ſoit la touche de boulon D parvenuë en E, & les touches des yeux, comme B viendra en F, & C en G, deſcrivans les arcs C G moindre, & B F plus grand; car comme C A à A B, ainſi C G à B F; parquoy la gourmette à l'œil B (de la plus grande hauteur) fait plus d'effort qu'à l'œil C, combien que ce ſoit avec une meſme attraction des reſnes; & partant cauſe plus d'aſpreté. Quant à ce qu'on pourroit douter, comment il ſeroit poſſible d'agir plus (l'agent eſtant en D) par une longue extremité A B de levier, qu'avec une moindre, & qui ſemble eſtre contraire aux regles de la Statique: La raiſon de cecy eſt manifeſte par la ſolution de ſemblable doute en la note precedente.

*Concluſion.* La plus grande hauteur d'œil donc, eſt auſſi la plus aſpre: ce qu'il falloit demonſtrer.

### Proposition IV.

*La touche de boulon plus eſloignée de la poictrine du cheval cauſe plus d'aſpreté.*

*Le donné.* Soit A l'axe du mords, A B une branche, B C les reſnes de la bride, B la touche du boulon; D'avantage ſoit A D une autre branche egale à A B; D C l'une des reſnes, D la touche du boulon, plus pres de la poictrine du cheval que B.




*Le requis.* Il faut demonſtrer que la touche de boulon B la plus eſloignée de la poictrine du cheval, cauſe plus d'aſpreté que D.

Prepa-

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

*Preparation.* Soit ſur le poinct A, comme centre, deſcrit l'arc B D E de l'intervalle A B : puis par l'attirement des reſnes ſoit l'une des touches de boulon B parvenue en F ; & l'autre D en E par le meſme attrayement, aſſavoir que les arcs B F, D E ſoyent egaux.

DEMONSTRATION.

D'autant que B C eſt plus longue que F C, d'autant la main en C, s'eleve plus haut, eſtant la touche du boulon en F, qu'en B ; ſemblablement, d'autant que D C eſt plus longue que E C, d'autant la main en C, s'eleve plus haut eſtant la touche du boulon en E, qu'en D : mais E C differe plus de D C, que non pas F C de B C : Et partant autant qu'il y a de difference entre leſdites deux differences, d'autant s'eleve plus la main en tirant la touche D en E, que non pas de B en F ; mais le mouvement ou l'arc B F eſt egal au mouvement ou à l'arc D E, par la preparation : parquoy la main en C va plus haut en mouvant la touche D, que B, en les faiſant mouvoir egalement ; Et par conſequent, ſi la main tiroit egalement haut, elle feroit plus mouvoir B, que D ; mais faiſant plus mouvoir B, elle fait auſſi plus mouvoir l'œil, & conſequemment la gourmete, que ne fait pas le petit mouvement de D vers E. Il s'enſuit donc finalement, que la main s'elevant egalement en tirant B, & D, qu'elle fera plus mouvoir la gourmete en tirant B, qu'en tirant D, & conſequemment qu'elle forcera plus le cheval, ſelon la propoſition.

NOTEZ I.

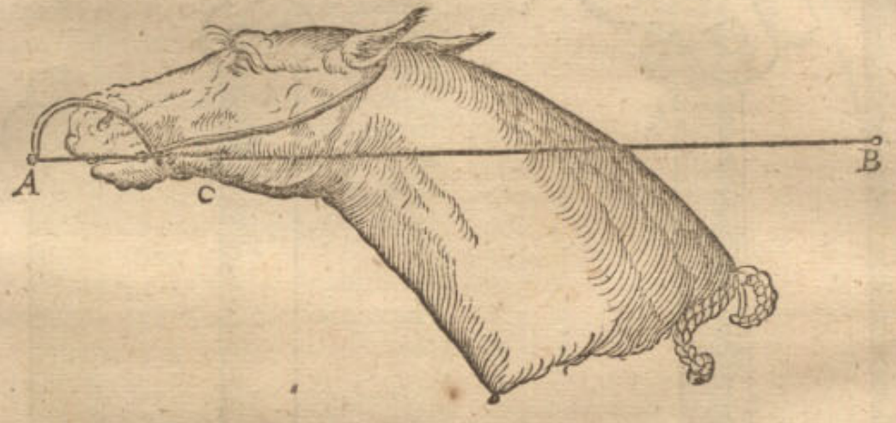
Veu que l'angle A D C eſt moins oblique que A B C, lequel eſt fort aigu, ce qui fait que la main agit plus ſur la branche A D que ſur A B, par le corollaire de la 24 propoſition du premier livre de la Statique. Ce qu'on eſtimeroit faire contre ce qui a eſté demonſtré, n'eſtoit que la ſolution ſe peut faire comme en la note de la 2 propoſition, aſſavoir que ce n'eſt pas qu'on demande qu'elle force fait la main C, mais bien en hauſſant egalement, quelle aſpreté eſt la plus grande en B ou en D.

NOTEZ II.

Joignant la cauſe d'aſpreté mentionnée, celle-cy ſe trouve encor, que la touche de boulon plus loing de la poictrine, cauſe plus d'aſpreté en ce qu'on peut mouvoir d'avantage, qu'eſtant plus pres, d'autant que les entrechaiſnes venans contre la poictrine du cheval l'attraction des reſnes, & l'aſpreté auſſi finiſſent, (eſtant beſoing d'autant de mouvement.)

NOTEZ III.

Il arrive que quelques chevaux ſe deſpeſtrent de l'effort de la bride en levant la teſte enhaut, comme la figure preſente le monſtre : tellement qu'on ne les peut regir, mais ils courrent où ils veulent, & comme ſi c'eſtoit à bride avalée ; ce qui ſemble eſtre contre la regle precedente, pource que la bride devroit eſtre plus aſpre, puis que les branches ou touches de boulon,




ſont plus eſloignées de la poictrine. Aquoy on reſpond que quand les reſnes A B ſont bandées, & ſont paralleles à la ligne imaginaire qui paſſe par la touche du boulon A & le pole du mords C, comme la figure le monſtre, alors l'attraction des reſnes ne peut cauſer aucun mouvement à la hauteur de l'œil, ny elever la gourmette, & par conſequent il n'y a nulle aſpreté ; voire quand on tireroit de force le mords vers ſoy, cela ne cauſe point l'aſpreté mentionnée, veu que ſi A eſtoit un peu plus elevé, alors tant plus on tireroit, & tant plus la gourmette ſeroit laſche ; tellement que c'eſt une exception de la propoſition.

PROPOSITION V.

*LEs gourmettes les plus courtes ſont auſſi les plus aſpres.*

Il faut ſçavoir, que la ponction du mords commence lors que la gourmette commence à preſſer le menton : Ce qui monſtre aſſez clairement le contenu de la propoſition, d'autant que tant plus la gourmette eſt longue, & à tant plus grand eſpace la main ſe doit elever ; tellement que par un meſme hauſſement de main les plus courtes gourmettes ſeront les plus aſpres : ce qu'il falloit demonſtrer.

NOTEZ.

Nous avons dit cy-devant en la 5 propoſition, que la ponction du mords commence lors que la gourmette commence à preſſer le menton, toutefois il y des chevaux qui ſentent bien quelque autre ponction, voire meſme des mords ſans gourmette, ſelon qu'ils ſont tendres de bouche, ou à cauſe de la façon des mords dont les uns ſont plus rudes que les autres, mais il n'y a point de regle à une choſe ſi irreguliere, & de ſi peu de certitude.

PROPOSITION VI.

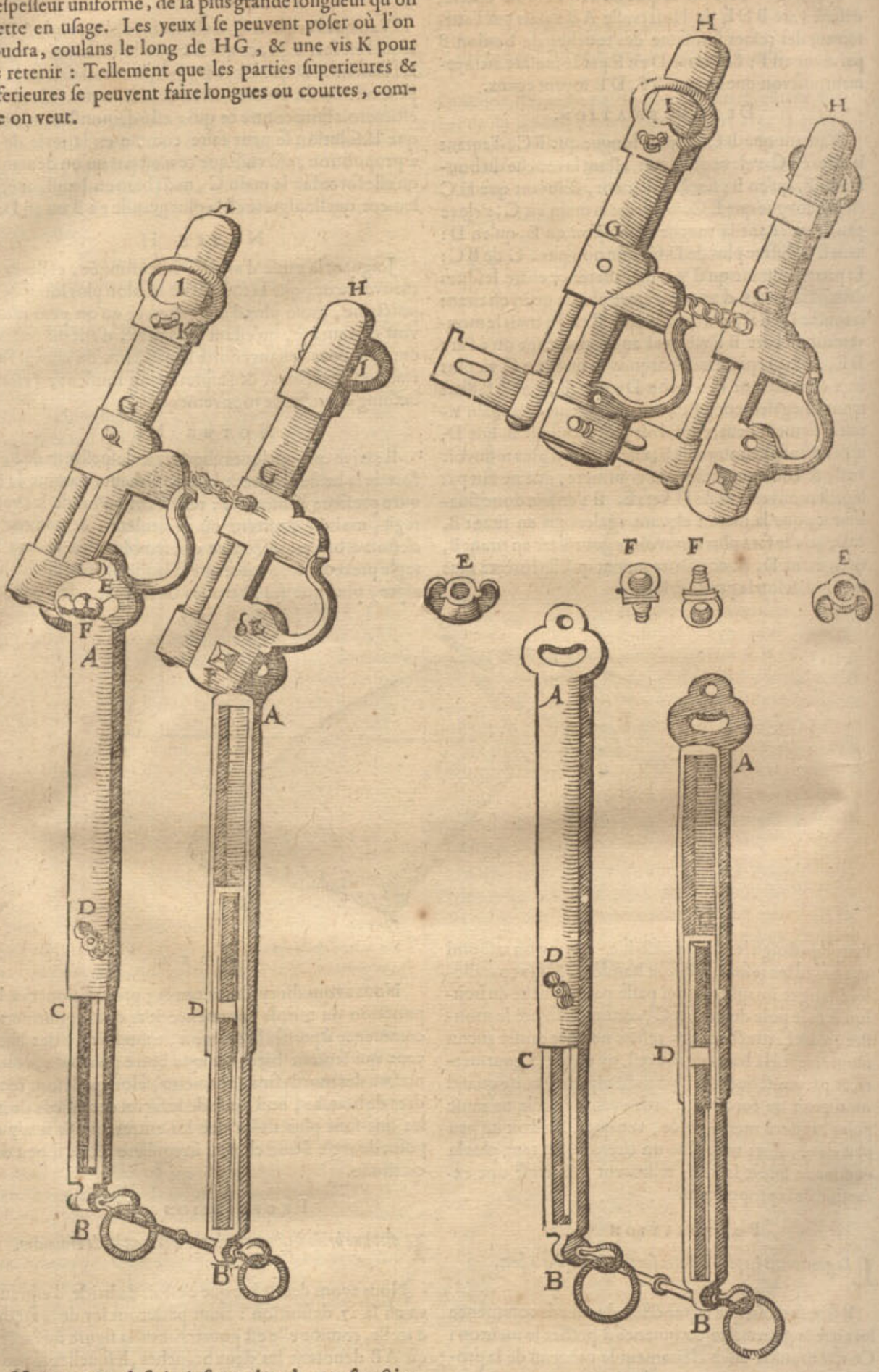
*FAire une bride d'eſpreuve, & par icelle une bride ordinaire.*

Nous avons declaré ce que c'eſtoit de bride-d'eſpreuve en la 17 definition : nous parlerons icy de la façon d'icelle, comme elle eſt pourtraite en la figure ſuivante, où A B denotent les deux branches, leſquelles ſe peuvent raccourcir & allonger par le moyen de pieces coulantes C B, qu'on peut affermir par les vis D : leſquelles branches tournent ſur un eſſieu E, pour faire un tel angle avec la partie ſuperieure qu'on voudra, avec les vis F pour les retenir, les parties ſuperieures G H ſont



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

d'eſpeſſeur uniforme, de la plus grande longueur qu'on mette en uſage. Les yeux I ſe peuvent poſer où l'on voudra, coulans le long de HG, & une vis K pour les retenir : Tellement que les parties ſuperieures & inferieures ſe peuvent faire longues ou courtes, comme on veut.




Nous avons deſcrit juſques icy la conſtruction de la bride d'eſpreuve, en ſon total, les pieces conjoinctes ; mais pour plus ample declaration nous parlerons des pieces en particulier, les lettres demeurants comme devant.

Voicy la figure de celle que SON EXCELLENCE a fait faire, laquelle il trouva en effect fort propre : toutefois ſi on trouvoit moyen de la rameliorer, il eſt raiſon que celle-cy cede alors.

DE

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

*De la conſtruction d'une bride, par le moyen de la bride d'eſpreuve.*

Ayant adapté le mords à la bride d'eſpreuve, ſelon que le cheval le doit avoir, on agencera les branches & les parties ſuperieures de telle longueur qu'on cuide qu'elles doivent eſtre; on verra s'il y faut faire quelque changement, lequel peut advenir au tout, ou en l'une des ces quatre parties, aſſavoir changement en la longueur des branches, ou en la longueur des parties ſuperieures, (c'eſt la hauteur de l'œil) ouverture de l'angle de touche, ou à la longueur de la gourmette, ce qui ſe peut faire aiſement avec grande certitude ſans deſbrider le cheval, voire ſans deſcendre d'iceluy: Finalement ayant trouvé ce qu'on requiert, on oſtera la bride d'eſpreuve, & on en fera une de ſervice, avec tel ornement, figure, parures, & coudes qu'on voudra, pourveu ſeulement que les trois poincts principaux demeurent, faiſans un tel angle, & telles longueurs comme à la bride d'eſpreuve; auſſi que les entrechaiſnes gourmette, & mords viennent de meſme comme devant: ce qu'eſtant ainſi, la bride de ſervice viendra à propos & fera les meſmes effects que la bride d'eſpreuve, comme SON EXCELLENCE a auſſi trouvé par experience.

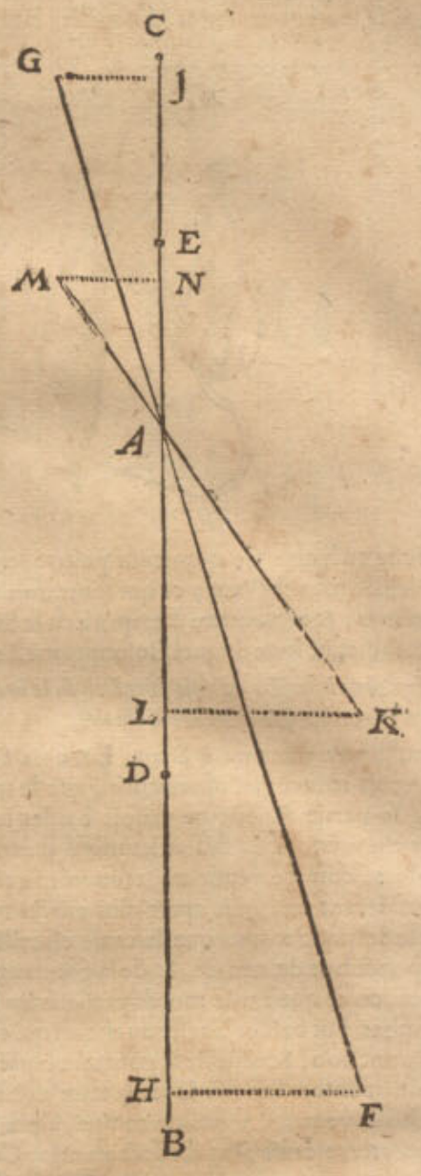
Certains eſcrivans de ceſte maniere, font des brides où l'on peut mettre diverſes branches de diverſes manieres de coudes, les unes plus courbes que les autres; mais la touche du boulon venant touſiours au meſme lieu, les coudes plus ou moins courbés ne font aucune alteration, comme il a eſté dit en la premiere propoſition: Ou bien pour dire autrement, la touche de boulon venant à un autre lieu, alors la curvité majeure ou moindre des branches, n'eſt pas la cauſe du changement qu'on trouve au regime des chevaux, veu que c'eſt le changement de place de la touche de boulon: D'où procede que faute de cognoiſtre les cauſes, on trouve telle difficulté, & que peu ſe trouvent qui puiſſent bien façonner les parties de la bride.

*Concluſion.* Nous avons donc fait une bride de ſervice par le moyen de la bride d'eſpreuve, ſelon le requis.

NOTEZ.

Quelqu'un ſe rememorant la qualité des peſanteurs de toutes les ſortes, pourroit dire que quand par egale attraction de la main, on fait mouvoir egalement la gourmette, ſoit par des branches longues ou courtes, comme il pourroit advenir, que neantmoins il s'enſuit une meſme aſpreté. Et pour deduire cecy plus clairement, faiſant deux brides d'angles egaux de touches, & les gourmettes auſſi laſches à l'une comme à l'autre, auſſi les branches & hauteurs des yeux proportionelles, toutefois plus courtes en l'une qu'en l'autre; la gourmette aura autant de mouvement en l'une qu'en l'autre, avec attraction egale de la main, & par conſequent une meſme aſpreté: ce que je declareray par une figure, comme s'enſuit.

*Le donné.* Soit AB une longue branche, AC directement à icelle ſoit une longue partie ſuperieure, & AD une branche courte, & AE ſa partie ſuperieure courte: & que EA à AD ſoit en meſme raiſon, comme CA à AB: Soit auſſi AF egale à AB, & FH perpendicle à AB; comme auſſi GI; ſemblablement AK egale à AD, ainſi que la perpendicle KL ſoit egale à FH; item AM (production directe de AK) egale à AE, & MN perpendicle à BC: Ce qu'eſtant ainſi, alors ſi on attire B en F la boucle, ainſi que FA ſoit la diſtance de l'attraction; & D de la branche courte en K, & LK diſtance de l'attraction; & ſemblablement le reſte comme en la figure C en G, &c. alors FH & LK ſont tenues pour les attractions de la main aux reſnes, pource qu'elles y




ſont egales, & IG, MN, pour l'attirement des gourmettes, comme y eſtant auſſi egales: Ce qu'eſtant ainſi, il faut demonſtrer que GI & MN ſeront egales, d'où s'enſuit qu'il y aura une meſme aſpreté, cõme il a eſté dit.

DEMONSTRATION.

Les triangles AKL, AMN ſont ſemblables; & partant

Comme KA à AM, ainſi KL à MN.

Les triangles AFH, AIG ſont ſemblables; & alors,

Comme FA à AG, ainſi FH à GI.

Mais FA à AG, ainſi KA à AM: parquoy

Comme KA à AM, ainſi FH à GI.

Et pource que FH & KL ſont egales par l'hypotheſe.

Comme AK à AM, ainſi KL à GI.

Tellement que GI & MN les quatrieſme termes proportionaux des meſmes trois, aſſavoir de MN en la premiere proportion & GI en ceſte derniere, & partant ſeront egales.

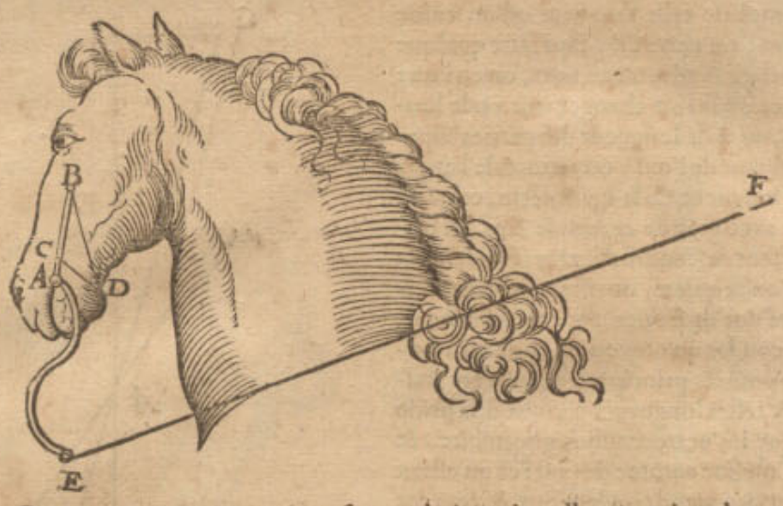
Or les gourmettes eſtant ainſi egalement attirées, d'où l'on pourroit penſer contre raiſon qu'elles cauſent des aſpretez egales; ce que nous deduirons icy un peu amplement.

L'experience monſtre, comme auſſi quelques uns eſcrivent, que les parties ſuperieures longues, font lever



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

la teſte à quelques chevaux plus que les courtes : Dont Son Excellence tient que la raiſon eſt telle. Soit A B une grande partie ſuperieure, & A C une moindre, & B D, C D leurs gourmettes, deſquelles B D fait que l'angle A B D eſt plus ſerré que l'angle A C D ; & partant la gourmette C D preſſe le menton plus directement que B D, laquelle B D preſſe en elevant, ce qui fait que le cheval voulant eviter ceſte ponction,




leve la teſte en haut : Ce qu'aucuns pourroyent penſer eſtre general à tous chevaux ; ce qui toutesfois repugne à l'experience, & entre autre à ce qu'eſcrit le Sieur *de la Broüe* au troiſieſme livre duquel l'inſcription eſt telle ;

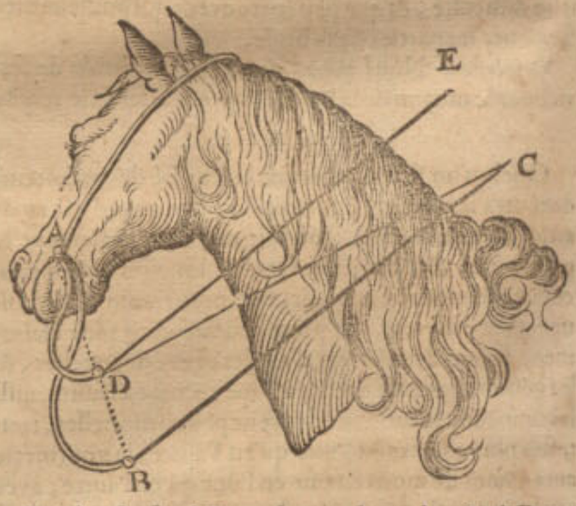
*Occaſions pour leſquelles on doit faire l'œil de la branche plus haut ou plus bas que la meſure ordinaire.*

J'ay auſſi ouy affermer à Son Excellence, qu'elle, avoit trouvé par experience, que le rallongement de la partie ſuperieure faiſoit baiſſer la teſte à d'aucuns chevaux, & la faiſoit hauſſer à d'autres : Ce qu'elle alors, comme pluſieurs, trouvoient eſtrange : mais conſiderant cela puis apres plus exactement par l'aide de la Statique trouva que la cauſe eſt telle, en ce que les ponctions du mords, & de la gourmette, ſont contraires, en ce que par le mords preſſant ſur les gencives d'embas, fait baiſſer la teſte au cheval qui veut eviter ceſte ponction ; & celle de la gourmette preſſant au deſſous du menton luy fait lever la teſte enhaut, leſquelles choſes venant en meſme temps, alors la ponction plus grieve cauſe plus d'effect en cela : Car quelques chevaux ſont tendres de gencive & rudes de menton ; & les autres au contraire tendres au menton, & durs de gencive, d'où s'enſuit que par le rallongement de la partie ſuperieure (laquelle cauſe aſpretés comme il a eſté dit en la 3 propoſition) un cheval hauſſera la teſte un autre la baiſſera : Mais pour en parler generalement, tout prolongement de partie ſuperieure eſt plus idoine à faire lever la teſte que l'abaiſſer comme dit eſt, combien que le contraire puiſſe advenir pour eviter plus grande conponction, és gencives.

Deſquelles choſes ſe pourroit conclure, qu'és chevaux, leſquels tiennent la teſte aſſez haut, & qui n'ont les gencives trop tendres, on pourroit ſe ſervir de parties ſuperieures courtes, avec une gourmette plus ſerrée ; d'autant plus que les longues ſuperieures, & gourmette plus laſche, tirant fort tout d'un coup le mords & la gourmette gaſtent plus la bouche d'un cheval, que les courtes parties ſuperieures, & gourmette ſerées, leſquelles à l'inſtant de l'attraction ſont plus douces, & toutefois donnent puis apres autant d'aſpreté. Auſſi que les gourmettes trop longues, comme B D, gliſſent plus aiſement de la priſe du menton, qui cauſeroit que le cheval n'auroit nulle contrainte à quoy les courtes, comme C D, ne ſont ſubjettes.

Notez encor que n'eſtant contraint de choiſir des longues parties ſuperieures, pour faire lever la teſte du cheval, (ce qui advient lors qu'il n'eſt pas plus tendre és gencives qu'au menton) on pourra prendre des parties ſuperieures fort courtes, & les branches au mieux qu'on pourra, puis apres augmenter ou diminuer l'aſpreté à ſon plaiſir, par le raccourciſſement ou rallongement de la gourmette.

Et d'autant que Son Excellence a fondé ces proprietez bien avant, je deſcriray encor icy quelques autres inegalitez entre les brides ſuſdites, avec des branches & parties ſuperieures proportionelles.




Soit à ceſte fin A B une longue branche, & A D une courte, (leurs reſnes B C & D E) proportionelles à leurs parties ſuperieures. Combien que ces deux brides cauſent les aſpretez egales, toutesfois il appert que la main qui attire ne demeureroit en meſme lieu ; car tirant B, elle ſera alors en C, & tirant en D, elle devra eſtre en E (pour faire que la ſuſdite egalité demeure) ainſi que D E ſoit parallele à B C ; autrement attirant D vers C, la ligne C D fait un autre angle à A D, que D E ; ce qui cauſe du changement, aſſavoir moins d'aſpreté en C qu'en E.

*Fin de l'aſpreté des freins.*

CINQUIES-

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

# CINQVIESME VOLVME

*TRAITANT*

# DE L'OPTIQUE.

## ARGUMENT DE L'OPTIQUE.

NOus deſcrirons trois livres de l'Optique : Le premier de la Scenographie : Le deuxieſme des Elemens Catoptriques : Le troiſieſme des Refractions.

ALB. GIRARD.

*Le troiſieſme livre, qui traite des Refractions, ne ſe trouve pas, & n'a eſté imprimé cy-devant.*

---

## PREMIER LIVRE
## DE L'OPTIQVE,
## De la Scenographie, dite vulgairement Perſpective.

### AU LECTEUR.

SON EXCELLENCE *s'exerçant ſouventefois à tirer des plans, & profils de forteresſes, leſquelles il ordonnoit és Provinces de ſon Gouvernement, a trouvé utile de s'exercer auſſi en la troiſieſme eſpece, à ſçavoir en l'ombragement, dit autrement Scenographie, & principalement en celuy des païſages, avec citez, rivieres, chemins, & bois ſituez en iceux, pour par cela plus facilement, l'occaſion ſe preſentant, declarer aux autres ſon intention, il ſe ſervit à ceſte fin pour inſtructeurs, des plus adroits peintres qu'il peut trouver. Mais pource que l'accourciſſement des lignes, & changement des angles, ſe faiſoient à l'œil, & comme par conjecture, il ne s'en eſt (combien qu'il peut avoir ſon uſage utile) contenté, ains a voulu deſigner une figure propoſée ombrageable parfaitement par cognoiſſance des cauſes, & avec ſa demonſtration Mathematique. Or depuis quelques années ença, ayant deſcrit pour moy une* Architecture, *à l'exercice de laquelle, ſelon la commune opinion de pluſieurs, & ſingulierement celle de* Vitruve *au ſecond chapitre de ſon premier livre, eſt profitable à l'Architecte, la cognoiſſance Scenographique, j'examinay plus amplement qu'auparavant divers Autheurs traitans de ceſte matiere, & en fis ſelon mon ſtyle une deſcription, laquelle* SON EXCELLENCE *ayant veu, & corrigé les imperfections, leſquelles communement ſe trouvent és premieres inventions, ayant auſſi parfaitement entendu la reigle generale pour enombrer toute choſe propoſée ombrageable, & enombrageant à ſon contentement, j'ay adjouſté ceſte deſcription à ſes* Memoires Mathematiques, *pour les raiſons amplement deduites au commencement de ceſte œuvre.*

### ARGUMENT.

OUtre ſix theoremes ſervans de fondement & demonſtration à la choſe, ſeront deſcrits 8 problemes, deſquels le premier eſt la 5 propoſition de l'invention de l'ombre d'un poinct ombrageable donné dedans le pavé, avec le vitre à angle droit ſur le pavé. La 6 propoſition de l'invention de l'ombre d'un poinct ombrageable donné deſſus le pavé, avec le vitre à angle droit ſur iceluy. La 9 propoſition de l'invention de l'ombre d'ombre d'un poinct ombrageable donné à angle oblique ſur le pavé. La 10 propoſition de l'invention d'un poinct ombrageable donné, le vitre eſtant parallele avec le pavé. En la 11 propoſition on y trouve par les propoſitions precedentes l'ombre de toute figure ombrageable donnée. Puis s'enſuit en la 12, 13, & 14 propoſition, l'invention de l'œil de certaines ombres données, pour les voir en leur perfection. Mais pour declarer plus ouvertement l'ordre precedent par dichotomie, nous en deſcrirons encores ceſte table :



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

Au traicté de ceſt ombragement ſe cerche
- l'ombre des poincts ombrageables, le vitre eſtant ſur le pavé
  - à angle droit, là où on trouve l'ombre d'un poinct ombrageable
    - dedans le pavé en la 5 propoſition.
    - deſſus le pavé en la 6 propoſition.
  - poinct à angle droit, à ſçavoir
    - à angle oblique en la 9 propoſition.
    - avec le pavé parallele en la 10 propoſition

  Et par tous ces precedens, on trouve l'ombre d'une figure ombrageable donnée à la 11 propoſition.
- la place de l'œil, pour voir en perfection l'ombre donnée d'une figure ombrageable en la 12, 13, & 14 propoſition.

Le reſte des propoſitions eſtant theoremes, ſervent de fondement & demonſtration aux problemes ſuſdits.

## ADVERTISSEMENT A CEUX QUI SE VEULENT ADDONNER à la practique de la Scenographie ou de l'ombragement.

*D'Autant qu'au traicté ſuivant de l'ombragement, ſe rencontrent plus de propoſitions & deſcriptions qu'il n'eſt beſoin pour la practique d'ombragement, ſervantes de declaration aux cauſes, & demonſtration qu'iceluy ombragement mechanique, produit le vray ombre de l'ombrageable : S'enſuit qu'il pourroit eſtre difficile à ceux qui veulent ombrager en effect, d'en choiſir ce qui proprement, & ſeulement leur ſert pour l'actuel ombragement : Pour ceſte fin nous diſons icy, que celuy qui voudroit tout croire ſans demonſtration (ce qui ne ſemble convenable à un bon Mathematicien, quand meſme ce ne ſeroit qu'à intention d'entendre puis apres les demonſtrations) ou autrement ſi quelqu'un, qui une fois pour tout a bien entendu les demonſtrations, & ſe ſie ſur la choſe, puis apres voudroit ombrer en effect, pourroit commencer premierement au deuxieſme exemple de la 5 propoſition operée mechaniquement, où ſe monſtre l'ombragement d'un poinct ombrageable dedans le pavé : Et au ſecond exemple mechanique de la 6 propoſition, l'ombragement d'un poinct ombrageable deſſus le pavé, chacun avec un vitre à angle droit ſur le pavé ; car par la cognoiſſance de l'ombragement de deux tels poincts, on vient à l'ombre de toute ligne ombrageable donnée, en quoy conſiſte l'entier ombragement. Mais on ſe ſouviendra des abbreviations qu'on acquiert en l'operation, declarées apres l'onzieſme propoſition en ſix membres. Quant à l'ombragement par poſition du vitre à angle oblique ſur le pavé, ou parallele avec iceluy, tel ombragement ſemble rarement requis, de ſorte que l'exercice d'iceluy n'eſt gueres neceſſaire pour le premier : Combien toutefois que nous en deſcrirons des exemples en ſon lieu pour la parfaite cognoiſſance de l'entier ombragement.*

## DEFINITIONS.

### Definition I.

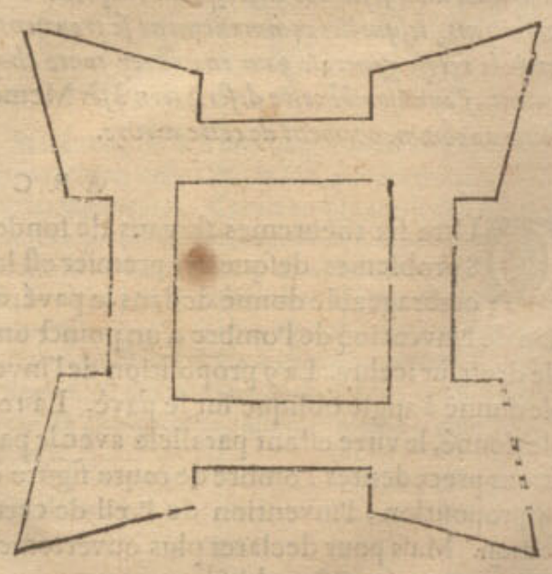
*OMbragement c'eſt un plat pourtraict des choſes hauſſées, apparoiſſant hauſſé.*

La perſpective, comme genre, a diverſes eſpeces, telles que ſont Catoptrique, Ombres refractes, Aſtrolabes, Quadrants au Soleil, l'Ombragement, & pluſieurs autres, qui ont entre eux quelque communauté au perſpectif. Mais comme leurs effects tendent à diverſes fins, ils requierent conſequemment diverſe maniere d'operation, chaque eſpece eſtant comme un art particulier diſtinctement nommé & deſcrit par ordre. Entre iceux nous nous propoſons icy la Scenographie : Or pour declarer manifeſtement par exemple les proprietés d'icelle, poſé que quelqu'un voye un edifice par un vitre net, egal, plat, & reluiſant, par lequel ſe voyent toutes choſes comme elles ſont, ſans variation, & ſi ſur la figure apparoiſſante, laquelle proprement n'eſt point dedans le vitre, on marquoit une figure qui y demeureroit: Icelle figure marquée platte, & approiſſante hauſſée, ſeroit le vray ombragement d'iceluy edifice, veu d'icelle place. Mais parce que tels pourtraits ne ſont pas tous requis ſur le vitre, ou matieres tranſparentes, meſmement qu'on les veut avoir plus nets, qu'ilsne ſe pourroient faire de la ſorte ; en outre que les edifices & choſes leſquelles on veut pourtraire, ne ſont parfois point repreſentees en ſubſtãce devant noſtre veuë, mais ſeulement en l'imagination, on a trouvé certaines regles, par leſquelles on peut marquer juſtement les ombres des choſes ombrageables, avec leurs accourciſſemens, allongemens, & changemens ſur leur propre meſure ombrée : Or la deſcription d'icelles, laquelle eſt ici noſtre cõception, s'appelle Ombragemẽt.

### Definition II.

*VN corps eſtant coupé avec un plan horizontal, tellement qu'en iceluy aparoiſſent les communes ſections du meſme plan, & des plans elevez, leſquelles y ſont dedans, ou de faict, ou par imagination: ceſte figure apparoiſſante eſt nommée Ichnographie, ou plan.*

Soient par exemple les lignes de la figure ſuivante, denotans les communes ſections du plan horizontal, &



des

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

des plans elevez de l'interieure, & exterieure eſcarpe des rempars d'une forteresſe, avec quatre boulevarts, ſur un champ plan, & egal.

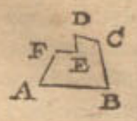
Ceſte figure s'appelle Ichnographie, ou plan, qui vaut autant à dire, que pourtraict du fondement, ſur lequel on veut baſtir quelque choſe, comme icy les rempars.

Mais pource qu'en iceluy on ne voit encores la hauteur, meſure, & forme d'iceux rempars elevez, il y a une troiſieſme eſpece de pourtraicture de ceſte qualité.

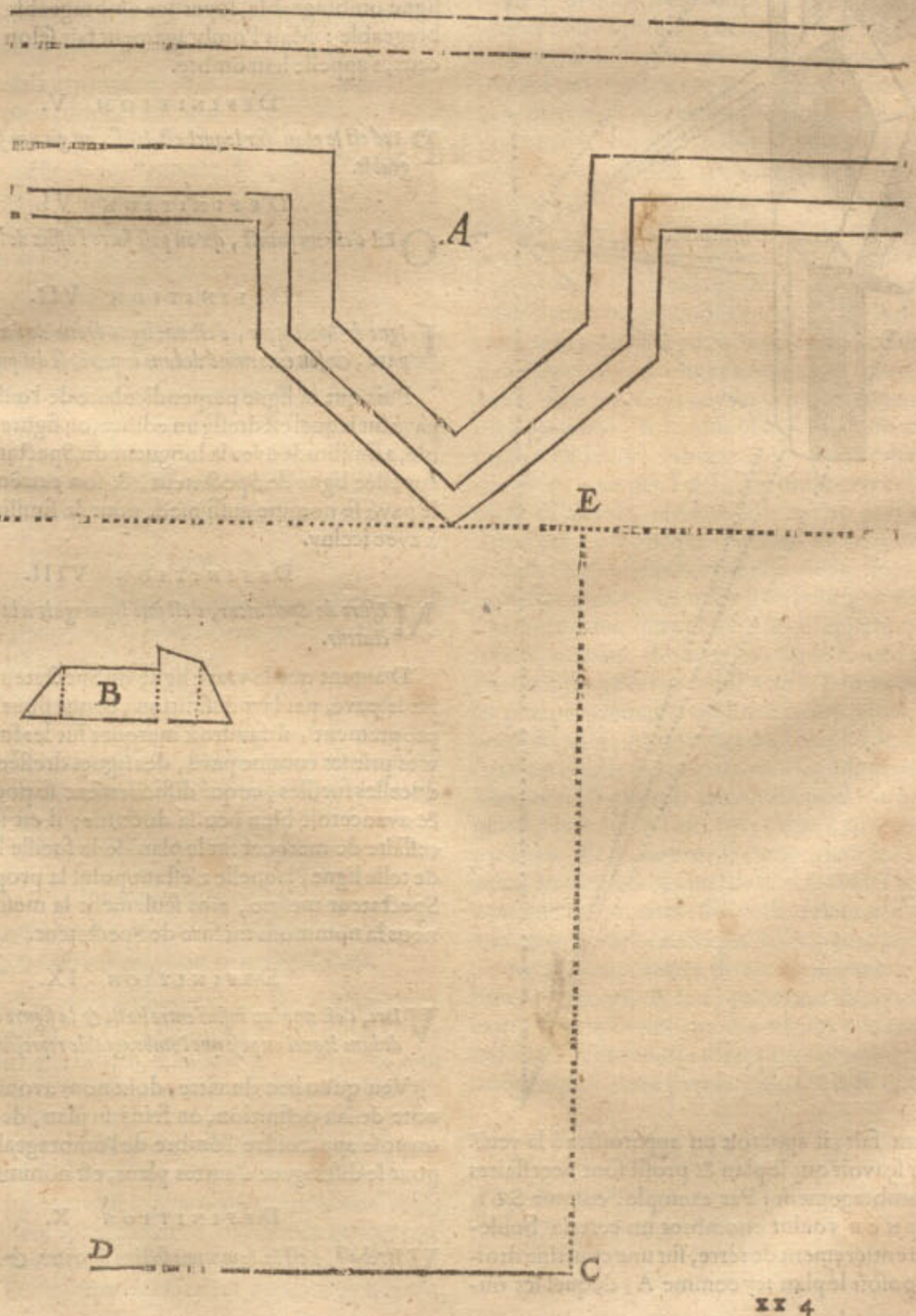
### Definition III.

*VN corps eſtant coupé avec un plan à angle droit ſur l'horizon, de ſorte qu'au meſme plan apparoiſſent les communes ſections d'iceluy, & des ſuperfices, leſquelles actuellement ou par imagination le coupent: ceſte figure apparoiſſante s'appelle Orthographie, Profil, ou Relief.*

Soit pour exemple le rempart, lequel on feint ſur le plan de la 2 definition, coupé avec un plan à angle droit ſur l'horizon, & les ſections qu'en font les autres plans, ſont telles: A B ſection du plan horizontal, B C ſection du plan de l'eſcarpe exterieure, C D ſection dn vertice, D E ſection du plan du parapet, E F ſection du plan de l'allée, F A ſection du plan de l'eſcarpe interieure: Or le plan comprins en ces lignes, comme A B C D E F, eſt nommé Orthographie, Profil, ou Relief, d'autant que c'eſt une pourtraicture dreſſée debout. Et comme nous avons mis icy l'exemple d'une forteresſe, s'entendra le ſemblable auſſi des autres ſtructures, & choſes, leſquelles on peint, ou enombre.

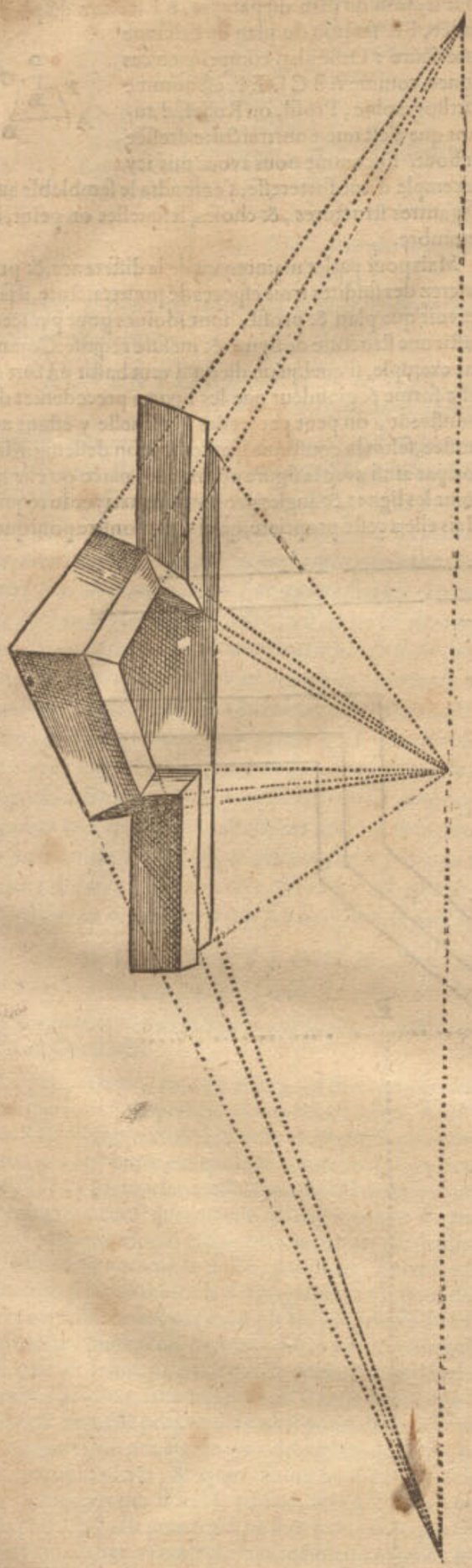



Mais pour parler maintenant de la difference, & proprietez des ſuſdites trois eſpeces de pourtraicture, il faut ſçavoir que plan & profil, ſont idoines pour par iceux baſtir une ſtructure de figure, & meſure requiſe: Comme par exemple, ſi quelqu'un dit qu'il veut baſtir un fort de telle forme & grandeur que les figures precedentes demonſtrent, on peut par icelles (l'eſchelle y eſtant adjouſtée, ſelon la couſtume) parvenir à ſon deſſeing: Mais non pas ainſi avec la figure ombragée, parce qu'elle n'a point les lignes, & angles proportionaux avec le requis; Mais elle a ceſte proprieté, qu'elle demonſtre pourquoy






Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©




le fort eſtant fait, il apparoit ou apparoiſtra à la veuë. Il faut auſſi ſçavoir que le plan & profil ſont neceſſaires au parfait ombragement : Par exemple, comme SON EXCELLENCE voulut enombrer un certain boulevart, rempli entierement de terre, ſur une courtine droite, il ſe propoſoit le plan icy comme A, duquel les ouvrages elevez, comme rempars, & parapets y venants deſſus, ſont denotez par le profil B; en outre C denote le pied, ſur lequel eſt imaginée une ligne, comme ligne de ſpectateur, egale à CD, & à angle droit ſur le pavé, (ce qui eſt icy ſur le plan de la fueille) & au bout de ceſte ligne eſtoit la place de l'œil en l'air, d'où il voulut qu'on viſt le boulevart, & ſuivant ceſte poſition il en fit le preſent ombragement, lequel tiré de ſon pourtraict fut taillé en bois, & imprimé comme on voit icy à coſté. Mais pour mettre l'œil devant l'ombre ſur ſa deuë place, dont l'invention eſt enſeignée cy-devant, on imagineroit ſur le poinct F une ligne droite egale à C, & à angle droit ſur le plan de la fueille; Car au bout d'icelle appliqué l'œil, on voit l'ombre en ſa perfection,

### DEFINITION IV.

*NOus nommons l'ombrageable, ſelon lequel ſe fait l'ombragement : Et iceluy ombragement achevé, ſon ombre.*

Comme un poinct, ligne, ſuperfice, ou corps, ſelon lequel ſe fait l'ombragement, eſt nommé en general l'ombrageable, & en particulier, poinct ombrageable, ligne ombrageable, ſuperfice ombrageable, corps ombrageable : Mais l'ombragement fait ſelon chacun d'iceux, s'appelle leur ombre.

### DEFINITION V.

*PAvé eſt le plan, ſur lequel eſt dreſſé, ou git une figure ombrageable.*

### DEFINITION VI.

*OEil c'eſt un poinct, qu'on poſe faire l'office de l'œil voyant.*

### DEFINITION VII.

*LIgne de Spectateur, c'eſt une ligne droite de l'œil juſques au pavé, & ſon extremité dedans le pavé, ſe dit pied.*

Puis que la ligne perpendiculaire de l'œil, juſques au pavé ſur lequel eſt dreſſé un edifice, ou figure ombrageable, a ſimilitude avec la longueur du Spectateur, elle eſt appellée ligne de Spectateur, & ſon extremité dedans le pavé ſe nomme auſſi pied, pour la ſimilitude qu'elle a avec iceluy.

### DEFINITION VIII.

*MEſure de Spectateur, c'eſt une ligne egale à la ligne de Spectateur.*

D'autant que la vraye ligne du Spectateur eſt dreſſée ſur le pavé, par la 7 definition, & que pour imiter cecy proprement, il faudroit marquer ſur les fueilles des livres prinſes comme pavé, des lignes dreſſées ſur le plan d'icelles fueilles, ce qui difficilement ſe pourroit faire, & avanceroit bien peu la doctrine; il eſt ſouvent neceſſaire de marquer ſur le plan de la fueille la longueur de telle ligne, laquelle n'eſtant point la propre ligne du Spectateur meſme, ains ſeulement la meſure d'icelle, nous la nommons meſure de Spectateur.

### DEFINITION IX.

*VItre, c'eſt un plan infini entre l'œil, & la figure ombrageable, dedans lequel on poſe que l'ombrageable repreſente ſon ombre.*

Veu qu'au lieu du vitre, dont nous avons parlé en la note de la 1 definition, on feint un plan, dedans lequel on poſe apparoiſtre l'ombre de l'ombrageable, ce plan pour le diſtinguer d'autres plans, eſt nommé vitre.

### DEFINITION X.

*VItrebaſe, c'eſt la commune ſection du vitre, & du pavé.*

DEFI-

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

### Definition XI.

*Rayon c'eſt la ligne droite procedante de l'œil.*

### Definition XII.

*Poinct de conjonction, eſt celuy dedans lequel ſe conjoignent les ombres prolongées de diverſes lignes ombrageables droites & paralleles.*

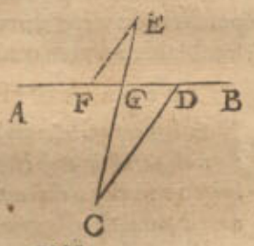
Les lignes ombrageables droites & paralleles eſtant prolongées, ne ſe peuvent aſſembler par la 35 definition d'*Euclide*, mais bien leurs ombres prolongées, quand elles ne ſont paralleles de leur ombrageable, comme il ſera declaré en la 3 propoſition. Or la conjonction d'icelles ſe dit poinct de conjonction.

### Definition XIII.

*Et telles lignes, leſquelles s'aſſemblent ainſi au poinct de conjonction, ſont appellées lignes de conjonction.*

### Definition XIV.

*Vne ligne droite tirée dedans le pavé du pied juſques à la vitrebaſe, ſe dit ligne de pavé: & ſon attouchement dedans le vitre, attouchement de la ligne de pavé.*




Soit par A B denotée la vitrebaſe, C le pied, duquel eſt tirée la ligne droite C D juſques à la vitrebaſe, icelle C D s'appelle ligne de pavé, & ſon attouchement D dedans le vitre, attouchement de la ligne de pavé.

### Definition XV.

*Eſtant d'un poinct ombrageable donné au pavé, tirée une infinie parallele avec la ligne de pavé: la ſection d'icelle en la vitrebaſe, nous la nommons ſection premiere de la vitrebaſe.*

Soit E dedans la figure de la 14 definition un poinct ombrageable, duquel eſt tiré un plan infini E F parallele avec D C, coupant la vitrebaſe A B en F, icelle ſection F nous nommons premiere ſection de la vitrebaſe.

### Definition XVI.

*Eſtant d'un poinct ombrageable donnée au pavé, tiré une ligne droite juſques au pied: la ſection d'icelle en la vitrebaſe, nous nommons ſection ſeconde de la vitrebaſe.*

Soit en la figure de la 14 definition, du poinct ombrageable donné E, tiré la ligne droite E C de E juſques au pied C, coupant la vitrebaſe A B en G, icelle ſection nous la nommons ſecõde ſection de la vitrebaſe.

## PETITIONS.

### Petition I.

*Que le poinct naturel ombrageable, ſon ombre en un vitreplan naturel, & l'œil naturel, ſoient en une ligne droite.*

Un poinct naturel ombrageable, ſon ombre en un vitreplan naturel, & l'œil naturel, ne ſont neceſſairement en une ligne droite, d'autant que nous ne voyons aucune choſe eſſentielle, ains tant ſeulement l'ombre d'icelle, poſſible ſur une autre place, ce qui ſe prouve ainſi: Quelqu'un preſſant de coſté ſon œil, fait que ce qu'il voit, recule bien loing de la place, ou il le voyoit ſans preſſer: Et combien qu'aucuns ayent la veuë telle, qu'ils ne puiſſent appercevoir ce changemẽt qu'à grand' peine, voire point du tout; aucuns neantmoins le voyent tres-bien. Je l'ay trouvé en effect exceder 33 degrez, car auſſi grand eſtoit l'angle entre les deux ombres; l'une veuë de l'œil preſſé, l'autre du libre: Mais la vraye choſe demeure en ſa place, pourtant ce qui s'eſloigne tant de ſon lieu, n'eſt pas la choſe eſſentielle meſmes, ains ſeulement l'ombre d'icelle: Laquelle ombre eſtant avec ſon ombre dedans le vitre naturel, & l'œil naturel, en ligne droite, certes la vraye choſe eſtant veritablement comme dit eſt, à un autre lieu, ne peut avec les autres deux eſtre en ligne droite. De là s'enſuit que quand par le mot, *poinct ombrageable*, on entendoit l'ombre veuë du poinct eſſentiel, qu'alors le poinct ombrageable, ſon ombre en un vitreplan naturel, & l'œil naturel, ſeroient en une ligne droite, ſans que de cela il faut quelque petition. Mais d'autant que pour le preſent autre eſt l'opinion vulgaire, nous avons voulu demander cecy pour n'eſtre reprins de ceux qui cy-apres pourront mieux entendre la choſe.

Quant à ce que quelqu'un pourroit repliquer à ce que nous avons dit cy-devant, que quand l'œil eſt libre ſans preſſement, qu'alors l'ombre veuë couvre juſtement la matiere eſſentielle, & ſont enſemble comme une meſme choſe; dequoy s'enſuit qu'en tel regard avec le mot poinct ombrageable, eſtant entendu le poinct naturel ombrageable, qu'iceluy avec ſon ombre dedans le vitre, & l'œil, ſont en une ligne droite, ſans qu'il en faille faire demande. Sur cecy on reſpond, que pluſieurs yeux non preſſez, voyent l'ombre à une autre place que là où eſt la choſe eſſentielle, comme les yeux des louches qui voyent deux choſes pour une, ou ceux qui ſont ſeulement louches d'un œil: Et combien que certains yeux moins louches, apperçoivent moindre difference entre l'ombre & la choſe eſſentielle, & les yeux du tout droits nulle; neantmoins conſiderant que de la parfaite droiture ne ſe peut faire parfaite preuve, (car deux yeux de ſemblable diſpoſition peuvent avoir chacun vice à la veuë, ſans toutefois que pour cela ils voyent deux ombres pour une) ſi ſemble-il que la demande eſt aſſez fondée en raiſon. Notez encore que par diverſes autres occaſions que par l'œil, les ombres reculent de leur choſe eſſentielle, comme celles qu'on preſume voir dedans l'eau; car oncques homme ne vit non ſeulement dedans l'eau quelque choſe eſſentielle, mais auſſi ne vit la meſme ombre, laquelle il en peut voir en l'air, mais une autre à une autre place: Ce qui appert en cela, qu'un jetton, ou autre choſe, giſent ſur le fond d'un vaſe vuide, de ſorte qu'on ne puiſſe voir le jetton, ou pour parler plus proprement l'ombre d'iceluy jetton, à cauſe du bord du vaſe, & que plus on rempliſt le vaſe avec de l'eau, on void le jetton comme il ſemble manifeſtement: Mais ce n'eſt point le jetton eſſentiel, ni auſſi l'ombre qu'on peut voir en l'air, mais une autre ombre cauſée par l'eau. Et de meſmes ſe comportent les lumieres celeſtes, les ombres deſquelles ſe voient ſur l'horizon, devant que les lumieres eſſentielles ſoient deſſus, ce qui eſt une autre ombre cauſée par les vapeurs aerieuſes. On trouve pluſieurs autres divers changemens de ces ombres comme par le feu, par vitres obliques, & autres matieres reluiſantes comme miroirs: Mais puis que le traicté de telles choſes ſe rapporte plus proprement aux catoptriques, nous l'avons adjouſté là & obmis icy.

### Petition II.

*Que d'un poinct, ligne, ou plan ombrageable, donné au vitre; ſerve auſſi pour ſon ombre.*



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

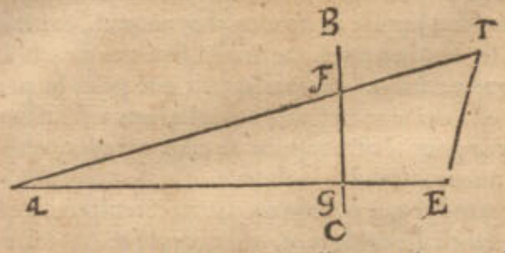
S'ENSUIVENT LES

## PROPOSITIONS.

### THEOREME I. PROPOSITION I.

*LA ligne droite entre deux ombres des poincts ombrageables, eſt ombre de la ligne droite ombrageable entre les meſmes deux poincts ombrageables.*

*Le donné.* Soit A l'œil, la ligne droite B C le vitre veu de coſté, D & E deux poincts ombrageables, & D E la ligne droite entre deux ſoit la ligne ombrageable:

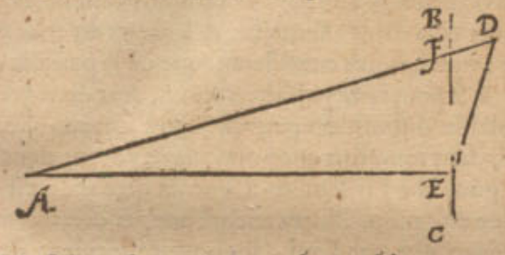



Puis tirant les lignes A D, A E, elles tranſpercent le vitre en F & G, leſquels ſont par la premiere petition ombres des poincts ombrageables D & E.

*Le requis.* Il faut demonſtrer que la ligne F G eſt ombre de l'ombrageable D E.

DEMONSTRATION.

Comme le poinct ombrageable D, a pour ombre F, & le poinct ombrageable E pour ombre G; ainſi faut-il manifeſtement que tout poinct ombrageable entre D & E, aye ſon ombre entre F & G, & par conſequent la ligne F G eſt ombre de l'ombrageable D E.




Mais ſi l'un des poincts ombrageables, comme E, eſtoit poſé dedans le vitre comme icy joignant, il ſera par la deuxieſme petition ſon ombre propre, & F E ſera manifeſtement ombre de D E.

*Concluſion.* La ligne droite donc entre deux poincts ombrageables, eſt ombre de la ligne droite ombrageable entre les meſmes deux poincts ombrageables; ce qu'il falloit demonſtrer.

### THEOREME II. PROPOSITION II.

*LEs lignes paralleles ombrageables, eſtant veuës par le vitre qui eſt parallele avec les paralleles: Leurs ombres dedans le vitre ſont auſſi paralleles.*

Quand le vitre n'eſt point parallele avec les lignes paralleles ombrageables, leurs ombres n'y apparoiſſent point paralleles, comme il ſera demonſtré en la 3 propoſition: Mais que le contraire advienne quand le vitre eſt parallele avec les lignes ombrageables, nous le demonſtrerons icy.

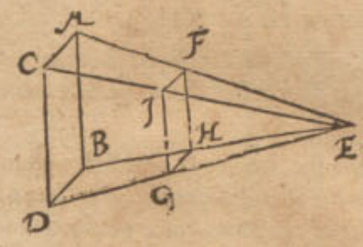
*Le donné.* Soient A B & C D deux lignes paralleles ombrageables, E l'œil, & par F G tende le vitre parallele avec les deux paralleles A B & C D.

*Le requis.* Il faut demonſtrer que les ombres de A B & C D ſont pareillement paralleles dedans le vitre.

*Preparation.* Soient tirés les deux lignes A C, B D, & les quatre rayons E A, E B, E C, E D, comprenans la pyramide E A B D C, & tranſperçans le vitre en H, F, I, G.

DEMONSTRATION.

Que F H ſoit ombre de l'ombrageable A B, & I G de C D, appert par la premiere propoſition. Mais qu'icelles deux ombres F H, I G ſoient auſſi paralleles ſe demonſtre ainſi: D'autant que la pyramide E A B D C eſt coupée avec un plan H F I G parallele de la baſe A B C D, il faut que la ſection ſoit ſemblable à la meſme baſe A B C D: Partant F H G I eſt ſemblable à A B C D, dedans lequel F H eſtant homologue avec A B, & I G avec C D, eſtant en outre A B avec C D pareillement parallele, faut que H F ſoit auſſi avec G I parallele.




*Concluſion.* Les lignes paralleles ombrageables doncques eſtant veuës par le vitre qui eſt parallele avec les paralleles: Leurs ombres dedans le vitre ſont auſſi paralleles; ce qu'il falloit demonſtrer.

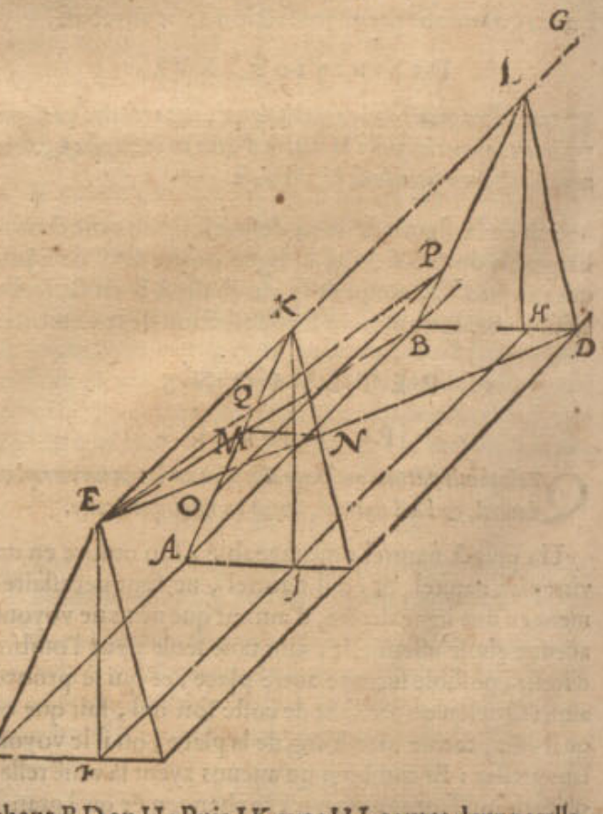
CONSEQVENCE.

Il appert par le precedent, qu'un plan ombrageable parallele du vitre, donne touſiours une moindre ombre ſemblable au plan ombrageable.

### THEOREME III. PROPOSITION III.

*LEs lignes paralleles ombrageables eſtant veuës par le vitre qui n'eſt parallele avec les paralleles, & leurs ombres eſtant prolongées en iceluy, elles conjoignent en un meſme poinct du rayon qui eſt parallele avec l'ombrageable parallele, & icelles ombrageables eſtant pareillement paralleles avec le pavé, leur poinct de conjonction vient auſſi haut deſſus le pavé comme l'œil.*

*Le donné.* Soyent A B & C D deux lignes paralleles ombrageables, E l'œil, F le pied, entre leſquels eſt tirée la ligne de ſpectateur E F, & hors de l'œil E l'infinie E G parallele avec A B denotant un rayon: Plus, la ligne F H parallele avec A B coupant A C en I, & touchant B D en H: Puis I K avec H L toutes deux paralleles & egales avec F E, & ſoit par A C K tiré un vitre qui n'eſt




Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

n'eſt point parallele avec les paralleles AB & CD, deſquelles la vitrebaſe ſoit AC; & les ombres des lignes ombrageables AB, CD apparoiſſantes dedans le vitre infini ſont AM, CN, par la 1 propoſition.

*Le requis.* Il faut demonſtrer qu'icelles AM, CN eſtant prolongées, conjoindront en un meſme poinct du rayon EG, à ſçavoir en K (qui eſt par la 12 definition le poinct de conjonction) auſſi haut deſſus le pavé, comme l'œil.

*Preparation.* Soit par les trois poincts E, A, B, tiré un plan infini; pareillement un plan infini par les trois poincts E, C, D.

DEMONSTRATION.

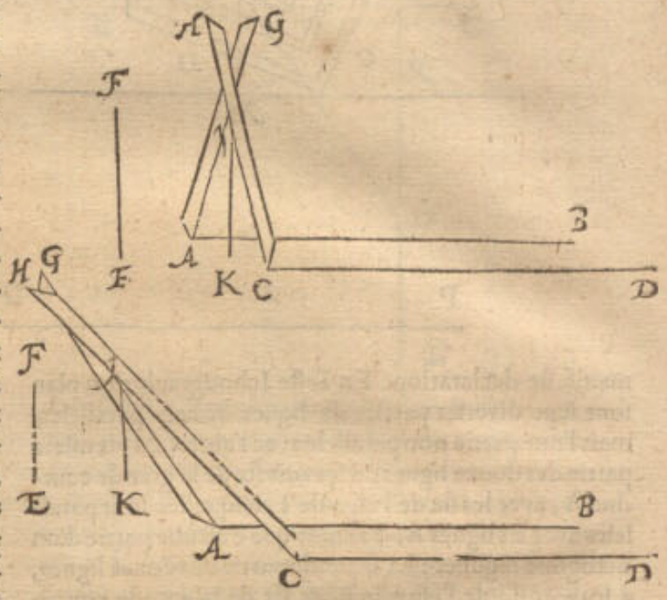
D'autant que les deux plans infinis par EAB & ECD s'entrecoupent au poinct E, il faut que leur ſection ſoit parallele avec AB; Pourtant EG eſt neceſſairement commune ſection d'iceux plans. Ce qu'eſtant ainſi, les quatre poincts E, A, B, L, ſont tous en un meſme plan, comme ſont auſſi en un meſme plan les quatre poincts E, C, D, L. Apres, pource que AM eſt ombre de la ligne ombrageable AB, laquelle par le donné eſt veuë de l'œil E, il faut que AM ſoit au meſme plan où eſt AB: Mais AB eſt au plan infini par EAB; pourtant AM eſt auſſi au meſme plan: Elle eſt auſſi dedans le vitre infini par le donné, pourtant la ligne prolongée AM touche la ligne EL (entant que commune ſection des deux plans) en K: Mais que la prolongée CN doive pareillement venir juſques au meſme poinct K, ſe demonſtre ainſi: CN eſt (pour les raiſons qui ſont declarées de AM) dedans le plan infini par ECDL, pareillement dedans le vitre infini ACK; pourtant la prolongée CN doit rencontrer en quelque endroit la commune ſection EG des deux plans infinis: Soit, s'il eſtoit poſſible, en quelque poinct entre K & G, ou entre K & E: Mais tous tels poincts ſont hors le vitre, pourtant la ligne droite CN eſtant dedans le vitre, & droitement prolongée, viendroit à s'eſtendre dehors le vitre, ce qui eſt impoſſible. Mais ſi elle vient plus haut ou plus bas que la ligne EG, elle devroit courir hors le plan infini ECDL, ce qui pareillement ne ſe peut faire. AM doncques & CN eſtans prolongées, ſe conjoignent en un meſme poinct du rayon EG. Quant à ce que le poinct de conjonction K, vient auſſi haut deſſus le pavé que l'œil E, appert en ce que KI & EF ſont paralleles, entre les paralleles EK, FI.

Nous avons demonſtré juſques icy que les ombres AM, CN eſtant prolongées, ſe conjoignent en un meſme poinct, & ce de deux lignes ombrageables AB, CD, leſquelles giſent dedans le plan ABCD: Mais pour declarer la generalité de la propoſition ſur toutes paralleles auſſi en un autre plan, ſoit prolongée une ligne ombrageable OP parallele avec AB, mais deſſus icelle AB en un autre plan que ABCD, & eſtant le poinct O, je prens, en AM; & P en LB: Puis ſoit tirée EP coupant AK en Q. Ce qu'eſtant ainſi, il eſt notoire que comme AM eſt ombre de AB, qu'ainſi il faut que OQ pareillement ſoit ombre de OP. Mais que le meſme OQ prolongée s'aſſemble auſſi au poinct de conjonction K, eſt manifeſte.

*Concluſion.* Les lignes doncques paralleles ombrageables, eſtant veuës par le vitre qui n'eſt parallele avec les paralleles, & leurs ombres eſtans prolongées en iceluy, ſe conjoignent en un meſme poinct du rayon qui eſt parallele avec les ombrageables paralleles, & icelles ombrageables eſtans pareillement paralleles avec le pavé, leur poinct de conjonction vient ſi haut deſſus le pavé comme l'œil; ce qu'il falloit demonſtrer.

NOTE 2.

Si quelqu'un vouloit voir en effect, comme meſmes SON EXCELLENCE a fait, le contenu du precedent theoreme, pourra faire ainſi: Il tirera deux lignes paralleles avec de la croye, cordes tenduës, ou choſes ſemblables, ſur un pavé uni horizontal: Leſquelles deux lignes paralleles ſont denotées avec AB, CD; Puis EF ſignifie la longitude de la ligne du Spectateur, de laquelle F denote l'œil du Spectateur; plus ſont dreſſees deux regles de bois ſur les paralleles, comme la regle AG, & CH, ſe croiſant reciproquement au poinct I; de ſorte que le meſme poinct I eſt de telle hauteur deſſus le pavé comme l'œil F, ainſi que IK eſt egale avec EF. Ce qu'eſtant ainſi, il verra que la ligne fiducielle AI, vient droitement devant AB, & CI devant CD: Ce qui ſe trouve ainſi en toutes diſpoſitions droites ou obliques où on met les regles, voire & ſi la ligne perpendiculaire ne tombe de I juſques à K entre les deux paralleles, mais autre part loing de la, comme en la ſeconde figure. On verra auſſi qu'encore qu'il ſeroit poſſible




de prolonger infiniment les deux ombrageables paralleles AB, CB, qu'elles s'accorderoient nonobſtant avec la ſuſdite ligne fiducielle, & demeureroient couvertes ſous icelle. Mais ſi on avance le poinct du croiſement I, plus haut ou bas que l'œil du ſpectateur F, ou qu'autrement qu'on mette l'œil de coſté de I, ainſi que la ligne droite de F juſques I ne ſoit parallele avec AB, il eſt impoſſible de voir accorder icelles lignes fiducielles toutes deux enſemble ſur les ſuſdites paralleles. Cecy eſtant ainſi entendu, & qu'on ſe propoſe par imagination, que les deux lignes fiducielles AI, CI ſoient apparoiſſantes en un vitre, comme ombres prolongées de AB, CD, on voit comment leur conjonction ſe fait ſur un meſme poinct, qui eſt au poinct de conjonction, auſſi haut deſſus le pavé comme l'œil. En ceſte ſorte on trouve auſſi le meſme, mettant les regles ſur autres lignes ombrageables paralleles avec AB, és plans plus haut ou bas que le plan ABDC. Deſquelles choſes les cauſes ſont mathematiquemẽt demonſtrées en la ſuſdite 2 propoſit.

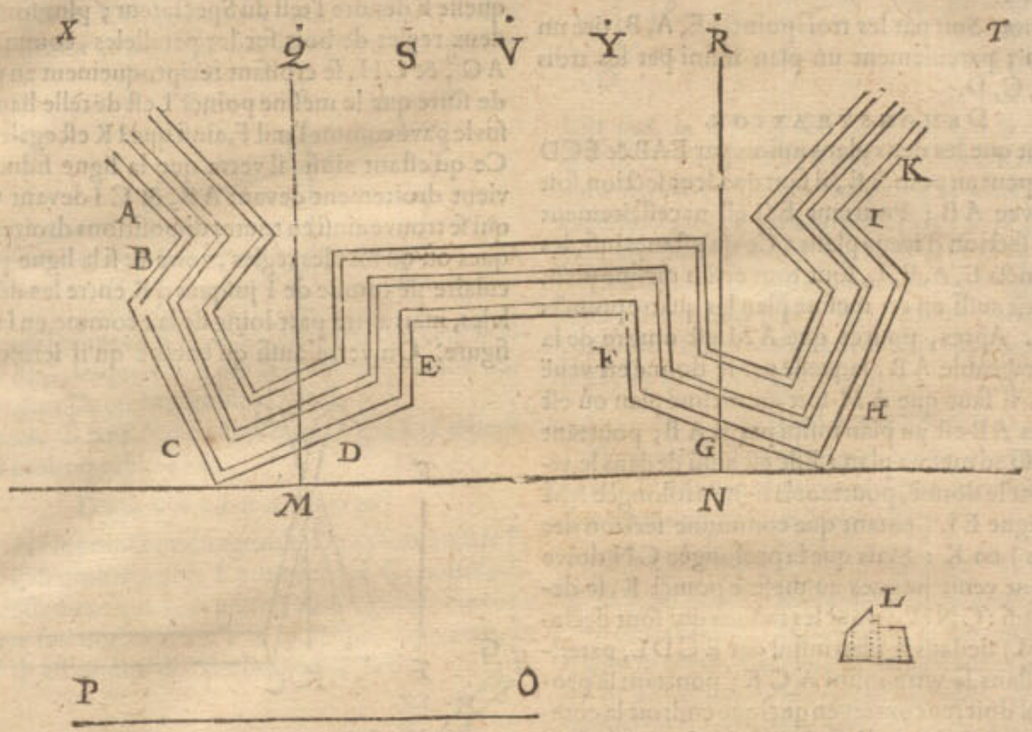
THEOREME IV. PROPOSITION IV.

*ESTans diverſes parties de lignes ombrageables paralleles, leſquelles ſont auſſi paralleles avec le pavé, mais non paralleles avec le vitre, & l'une partie des paralleles non parallele des autres: Leurs divers poincts de conjonction ſont tous egalement hauts deſſus la vitrebaſe.*

Le

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

*Le donné.* Soit ABCDEFGHIK le plan de la partie d'un fort regulier dedans le cercle inſcriptible, ayant 8 bouleverts, deſquels ceſte partie en comprend deux, L ſoit le profil, MN la vitrebaſe, le vitre de laquelle à angle droit ſur le pavé tend par les deux poincts extremes des bouleverts, qui eſt auſſi parallele avec la grande courtine entre deux, O eſt le pied, OP meſure du Spectateur, egale à la ligne du Spectateur imaginée à angle droit ſur le pavé. Les remparts ont ſix lignes: La premiere denote l'extremité de l'eſcarpe exterieure: De là juſques à la ſeconde ligne eſt la largeur de l'eſcarpe: Juſques à la troiſieſme, la largeur du parapet: Juſques à la quatrieſme, la largeur du bancquet: Juſques à la cinquieſme, la largeur du chemin ſur le rempart: Juſques à la ſixieſme, la largeur de l'eſcarpe interieure, de laquelle on peut voir en l'orthographie ou profil L plus




manifeſte declaration. En ceſte Ichnographie ou plan ſont ſept diverſes parties de lignes droites paralleles, mais l'une partie non parallele avec l'autre. La premiere partie des douze lignes, à ſçavoir ſix de la grande courtine A, avec les ſix de l'eſpaule I, leſquelles ſont paralleles avec les lignes A, d'autant que c'eſt une partie d'un octogone regulier: La ſeconde partie des douze lignes, à ſçavoir ſix de l'eſpaule B, & ſix de la grande courtine K: La troiſieſme partie, ſix paralleles de C: La quatrieſme, ſix paralleles de D: La cinquieſme douze paralleles de E avec F: La ſixieſme, ſix paralleles de G: La ſeptieſme, ſix paralleles de H. Quant aux ſix paralleles de la grande courtine, qui ſont paralleles avec le vitre MN, leurs ombres prolongées n'ont pas de poinct de conjonction par la 2 propoſition. Sur toutes les ſuſdites lignes ſont imaginées les ombrageables egales & paralleles avec icelles, mais chacune auſſi haute deſſus le pavé comme le profil le demonſtre: Tellement qu'il y a ſept telles parties des lignes, ayant dedans le vitre qui eſt imaginé à angle droit ſur le pavé par MN ſept divers poincts de conjonction, leſquels ſont icy deſignez ſur le pavé avec Q, R, S, T, V, X, Y, auſſi loing de la vitrebaſe MN comme ils en viennent au vitre, à ſçavoir Q comme poinct de conjonction des ombres prolongées de l'ombrageable deſſus A & I: Et R poinct de conjonction des ombres prolongées des ombrageables deſſus B & K; & ainſi par ordre des autres.

*Le requis.* Il faut demonſtrer qu'iceux ſept divers poincts de conjonction ſont egalement haut deſſus la vitrebaſe.

*Preparation.* Soient tirées des poincts de conjonction Q & R, deux lignes à angle droit ſur la vitrebaſe, leſquelles ſont QM, RN. Mais puis qu'elles ſont dedans le pavé auquel eſt la donnée Ichnographie, qui toutefois proprement devroient eſtre au vitre à angle droit ſur le pavé deſſus la vitrebaſe MN; prennons doncques par imagination, que ſur MN ſoit dreſſé tel vitre, & que les lignes QM, RN ſoient tournées en haut, tournantes ſur les poincts M, N, tant qu'elles ſoient à angle droit ſur le pavé dedans le vitre.

### Demonstration.

D'autant que Q eſt poinct de conjonction des paralleles deſſus A & I, eſtant avec la ligne QM à angle droit ſur le pavé par la preparation, & que par la 3 propoſition le poinct de conjonction Q ſoit auſſi haut deſſus le pavé, que l'œil deſſus le pied O, qui eſt autant comme OP, il faut que QM ſoit egal à OP. Et par ſemblables raiſons on demonſtrera que RN eſt pareillement egale à OP; parquoy auſſi QM & RN ſont egales, & par conſequent les deux poincts de conjonction Q & R ſont egalement haut deſſus le pavé. Le ſemblable ſera demonſtré de tous poincts de conjonction.

*Concluſion.* Eſtant doncques diverſes parties de lignes ombrageables paralleles, leſquelles ſont auſſi paralleles avec le pavé, mais non paralleles avec le vitre, & l'une partie des paralleles non parallele des autres: Leurs divers poincts de conjonction ſont tous egalement hauts deſſus la vitrebaſe; ce qu'il falloit demonſtrer.

### Probleme I. Proposition V.

*Eſtant donné un poinct ombrageable dedans le pavé, le vitre à angle droit ſur le pavé, le pied, & la ligne du Spectateur: Trouver ſon ombre.*

#### 1 *Exemple par operation Mathematique.*

*Le donné.* Soit A un poinct ombrageable dedans le pavé, BC la vitrebaſe, le vitre de laquelle eſt imaginé à angle droit ſur le pavé, D le pied, ſur lequel par imagination

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

gination nous prenons estre erigée une ligne de Spectateur egale à la mesure de Spectateur D E, à l'angle droit sur le pavé.

*Le requis.* Il faut trouver l'ombre du poinct ombrageable A.

OPERATION.

Pour le premier je tire du pied D, jusques à la vitrebase B C, la ligne de pavé D F, ainsi qu'il advient, hormis qu'au cas qu'icelle ligne de pavé soit prolongée, ne tende par le poinct ombrageable A, dequoy la raison sera declarée cy-apres.

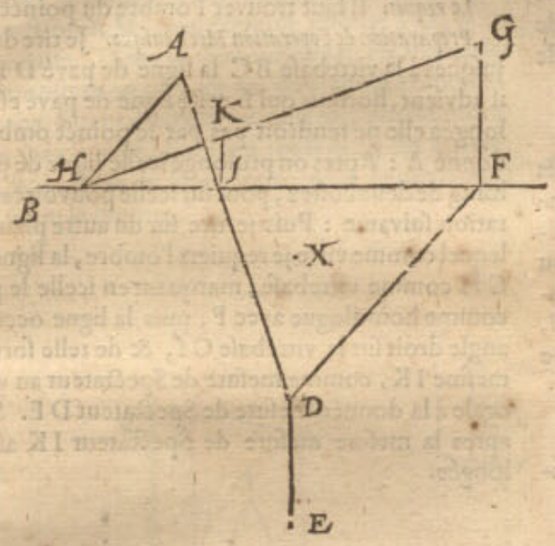
Pour le second, de l'attouchement de la ligne de pavé F, la mesure de Spectateur F G à angle droit sur la vitrebase B C, & egale à la mesure de Spectateur D E.

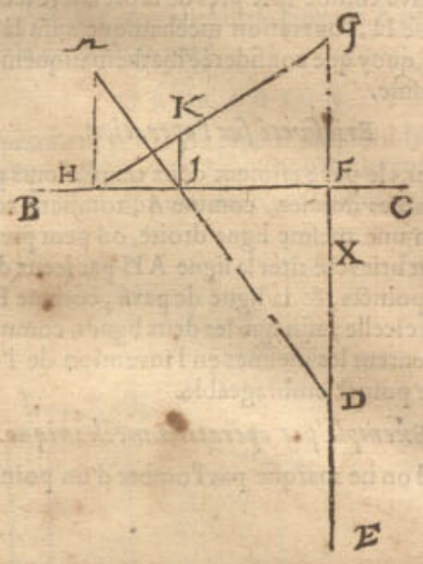
Pour le troisiesme, du poinct ombrageable donné A, la ligne A H parallele avec la ligne de pavé D F, coupant la vitrebase BC en H, comme sa premiere section.

Au quatriesme, la ligne GH, laquelle icy & au suivant je nomme ligne de conjonction, d'autant qu'elle est en l'operation de l'ombragement, ou qu'on enombre des paralleles, comme ligne de conjonction, le poinct de conjonction de laquelle G, & ayant en soy l'ombre de A H.

Au cinquiesme, la ligne du poinct ombrageable A jusques au pied D, coupant la vitrebase B C en I, comme sa seconde section.

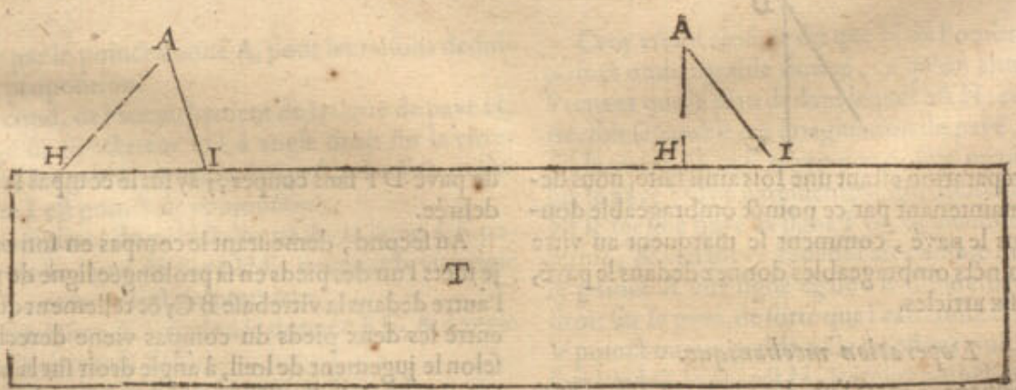
Au sixiesme, de la seconde section I une ligne à angle droit sur la vitrebase B C, jusques à ce qu'elle rencontre la ligne de conjonction G H, qui soit en K.




Ce qu'estant ainsi, je dis que le poinct K est l'ombre requise du poinct ombrageable A, ce qu'on entendra ainsi : Posé que le plan dedans lequel est l'ombre K comme au vitre, soit par imagination separable du pavé, & tournant sur la vitrebase B C comme axe, soit mis à angle droit sur le pavé, qu'aussi pareillement soit dressée à angle droit sur le pavé la ligne E D ; demeurant le poinct D ferme, & venant E en l'air comme œil : Ce qu'estant ainsi, je dis qu'alors l'œil E, le poinct K, & le poinct ombrageable A, sont tous trois en une ligne droite, & pourtant K ombre de A.

*Preparation de la demonstration.* Veu que la susdite separation du vitre & pavé par imagination pourroit estre obscure, nous la separerons actuellement comme s'ensuit : Soient les deux figures precedentes encore remarquées, mais tellement que par l'aide de double papier la figure qui s'entend devoir venir dedans le vitre, se puisse separer de la figure dedans le pavé, qu'on puisse aussi dresser debout la mesure de Spectateur DE donnée dedans le pavé, comme ligne de Spectateur tournant le vitre sur la vitrebase B C comme axe, & la ligne de Spectateur sur le pied D, afin de pouvoir ainsi mettre le vitre & la ligne de Spectateur toutes deux sur le pavé, lesquelles je suppose estre ainsi dressées en effect.




DEMONSTRATION.

D'autant que le vitre, auquel est K, & la ligne de Spectateur D E, sont maintenant tous deux à angle droit sur le pavé par la preparation, je dis que la ligne droite de l'œil E par le vitre jusques au poinct ombrageable A transperce le mesme vitre en K comme ombre de A, qui se demonstre ainsi : Le rayon imaginé de E jusques à G, est parallele avec D F, & D F parallele avec H A, par le troisiesme article de l'operation ; parquoy E G est parallele avec H A, & pourtant G est poinct de conjonction de l'ombre prolongée de l'ombrageable H A



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

par la troiſieſme propoſition ; parquoy il faut que l'ombre de HA ſoit en la ligne de conjonction GH, & pourtant eſt auſſi l'ombre de A en H G : elle eſt auſſi dedans le plan infini tendant par A E D, mais iceluy plan coupe H G en K, pourtant K eſt l'ombre de A.

NOTEZ.

Il eſt dit au premier article de l'operation que la prolongée ligne de pavé D F ne peut tendre par le poinct donné A ; la raiſon eſt que faiſant autrement, l'attouchement de la ligne de pavé, & H premiere ſection de la vitrebaſe tomberoient au troiſieſme article touſiours en un meſme poinct, par lequel on ne parvient à aucune concluſion : Dont encores cecy s'enſuit : quand on tire la ligne de pavé D E, ainſi que l'attouchement de la ligne de pavé tombe fort pres de la premiere ſection de la vitrebaſe H, l'operation mechanique aura là peu de certitude, quoy que conſiderée mathematiquement elle ſoit la meſme.

*Briefveté ſur l'operation.*

Si dedans le pavé eſtoient deux ou pluſieurs poincts ombrageables donnez, comme A, tombans tous enſemble en une meſme ligne droite, on peut premierement pour brieveté tirer la ligne A H par iceux deux ou pluſieurs poincts, & la ligne de pavé, comme D F parallele avec icelle ; afin que les deux lignes, comme AH, G H demeurent les meſmes en l'invention de l'ombre de chaque poinct ombrageable.

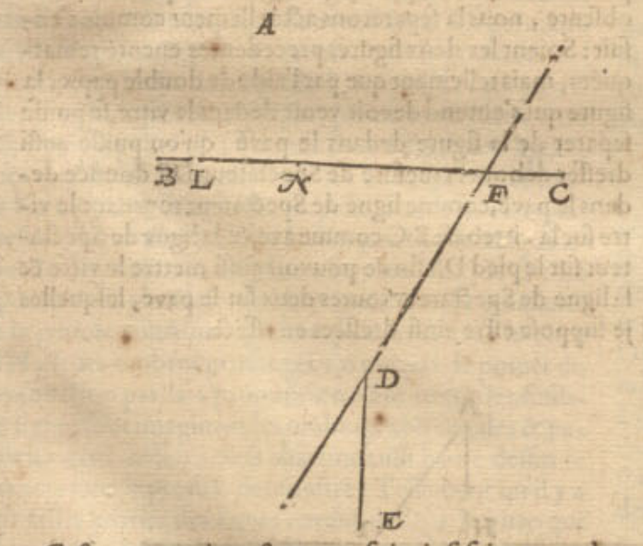
*2 Exemple par operation mechanique.*

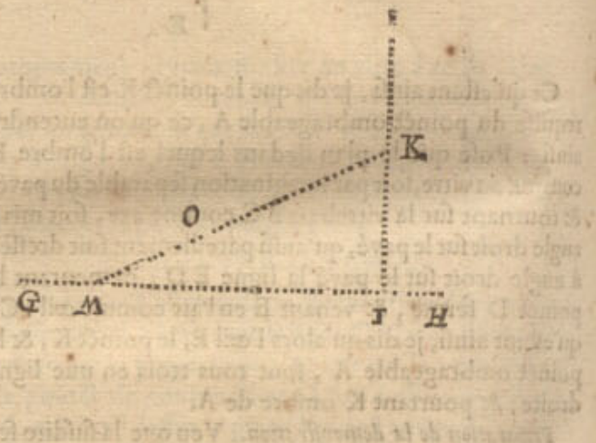
Quand on ne marque pas l'ombre d'un poinct ombrageable dedans un plan particulier comme vitre, mais au pavé meſme, comme il a eſté fait cy-devant pour la demonſtration mathematique, & que pluſieurs poincts ſont à ombrager ; leurs ombres ſeroient fort obſcurcies avec les poincts ombrageables, & autres lignes de l'operation : Pour à quoy obvier, nous declarerons comment on marque l'ombre en l'actuel ombragement ſur un plan particulier comme vitre.

*Le donné.* Soit à ceſte fin encores A un poinct ombrageable dedans le pavé, B C la vitrebaſe, le vitre de laquelle eſt imaginé à angle droit ſur le pavé, D le pied, ſur lequel par imagination nous prenons eſtre dreſſée une ligne de Spectateur egale à la meſure de Spectateur D E, laquelle ligne de Spectateur eſt comme le vitre auſſi à angle droit ſur le pavé.

*Le requis.* Il faut trouver l'ombre du poinct A.

*Preparation de l'operation Mechanique.* Je tire du pied D, juſques à la vitrebaſe B C la ligne de pavé D F comme il advient, horſmis qui ſi ceſte ligne de pavé eſtoit prolongée elle ne tendroit pas par le poinct ombrageable donné A : Apres on prolonge icelle ligne de pavé aſſez loing de deux coſtez, pour ſur icelle pouvoir faire l'operation ſuivante : Puis je tire ſur un autre plan, dedans lequel comme vitre je requiers l'ombre, la ligne occulte G H comme vitrebaſe, marquant en icelle le poinct I, comme homologue avec F, puis la ligne occulte I K à angle droit ſur la vitrebaſe G I, & de telle ſorte que la meſme I K, comme meſure de Spectateur au vitre, ſoit egale à la donnée meſure de Spectateur D E. Soit puis apres la meſme meſure de Spectateur I K aſſez prolongée.




Ceſte preparation eſtant une fois ainſi faite, nous declarerons maintenant par ce poinct ombrageable donné A dedans le pavé, comment ſe marquent au vitre tous les poincts ombrageables donnez dedans le pavé, & cela par ſix articles.

*L'operation mechanique.*

Premierement je mets l'un des pieds du compas ſur le poinct ombrageable donné A, l'autre en la prolongée ligne de pave D F, de ſorte que la ligne droite imaginée de l'un des pieds du compas juſques à l'autre, vienne quaſi ſelon le jugement de l'œil à angle droit ſur la meſme prolongée ligne de pavé D F, & demeurant alors iceluy pied immobile ſur A, on deſcrit avec l'autre un petit arc occulte, lequel touchant la ligne prolongée de pavé D F ſans couper, j'ay ſur le compas la longueur deſirée.

Au ſecond, demeurant le compas en ſon ouverture, je mets l'un des pieds en ſa prolongée ligne de pavé DF, l'autre dedans la vitrebaſe B C ; & tellement que la ligne entre les deux pieds du compas viene derechef, quaſi ſelon le jugement de l'œil, à angle droit ſur la prolongée ligne de pavé D F ; l'eſſayant avec un petit arc occulte comme devant, & l'autre pied tombe lors par exemple à L, comme premiere ſection.

Au troiſieſme, je prens avec le compas la longueur de l'attouchement de la ligne de pavé F juſques à la premiere ſection L, & la tranſporte de l'attouchement de la ligne de pavé du vitre I vers G dedans la vitrebaſe, laquelle tombe, je prens à M, comme premiere ſection.

Au

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

Au quatrieſme, je tire l'occulte ligne de conjonction du poinct de conjonction K, juſques à la premiere ſection M.

Au cinquieſme, je mets une regle droite ſur le pied D & le poinct ombrageable A, laquelle regle coupant la vitrebaſe B C en N, comme ſeconde ſection, je prens lors avec le compas la longueur depuis icelle ſeconde ſection N, juſques à l'attouchemẽt de la ligne de pavé F.

Au ſixieſme, je mets alors l'un des pieds du compas en la prolongée meſure de Spectateur I K, l'autre en la ligne de conjonction K M, mais en ſorte que la ligne imaginée entre les deux poincts du compas, tombe quaſi ſelon le jugement de l'œil à angle droit ſur la prolongée meſure de Spectateur I K, m'en aſſeurant par un petit arc occulte en la prolongée I K, comme au premier article, & l'autre pied tombe alors dedans la ligne de conjonction K M, par exemple juſques à O, pour ombre requiſe. Dont la demonſtration eſt manifeſte par la demonſtration precedente du premier exemple.

*Concluſion.* Eſtant doncques donné un poinct ombrageable dedans le pavé, le vitre à angle droit ſur le pavé, le pied, & la ligne de Spectateur, nous avons trouvé l'ombre ſelon le requis.

## Probleme II. Proposition VI.

*Estant donne un poinct ombrageable deſſus le pavé en l'air, le vitre à angle droit ſur le pavé, le pied, & la ligne de Spectateur : Trouver ſon ombre.*

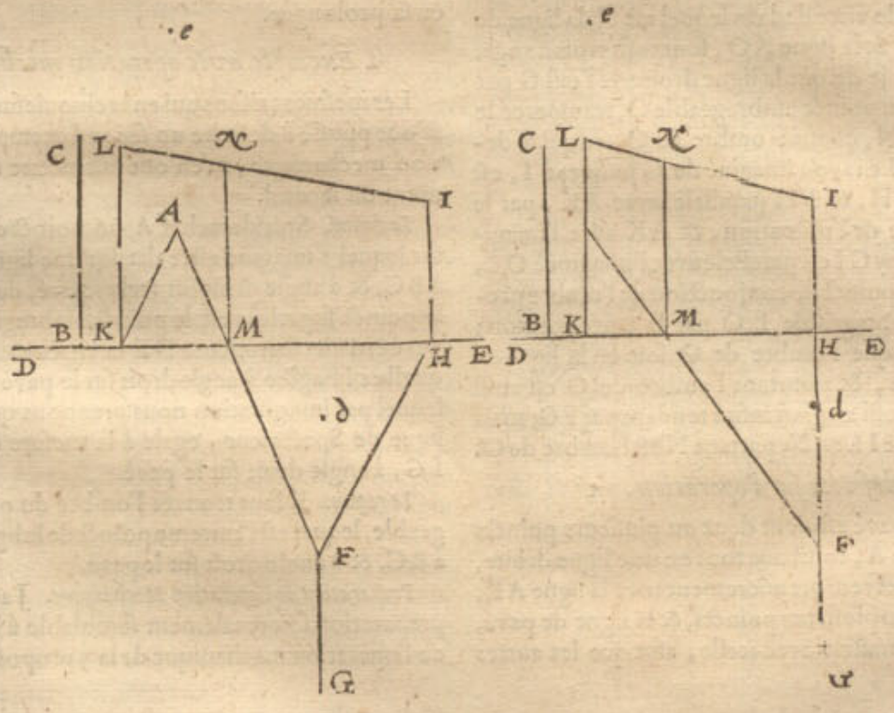
### 1 *Exemple par operation Mathematique.*

*Le donné.* Soit A un poinct dedans le pavé, ſur lequel eſt imaginée une ligne droite egale à B C, & à angle droit ſur le pavé, dont le poinct ſupreme eſt le poinct ombrageable deſſus le pavé en l'air : Puis ſoit D E la vitrebaſe, le vitre de laquelle eſt imaginé à angle droit ſur le pavé, F eſt le pied, ſur lequel par imagination nous prennons eſtre dreſſée une ligne de Spectateur, egale à la meſure de Spectateur F G, à angle droit ſur le pavé.

*Le requis.* Il faut trouver l'ombre du poinct ombrageable, c'eſt de l'extremité de la ligne de A egale à B C, & à angle droit ſur le pavé.

### Operation.

Au premier, je tire du pied F juſques à la vitrebaſe D E, la ligne de pavé F H, ainſi qu'il advient, horſmis que ſi ceſte ligne de pavé eſtoit prolongée, elle ne tendroit pas par le poinct donné A, pour les raiſons deduites à la 5 propoſition.







Au ſecond, de l'attouchement de la ligne de pavé H, la meſure de Spectateur H I à angle droit ſur la vitrebaſe D E, & egale à la meſure de Spectateur F G, tellement que I eſt poinct de conjonction.

Au troiſieſme, du poinct donné A, la ligne A K parallele avec la ligne de pavé H F, coupant la vitrebaſe D E en K, comme ſection premiere.

Au quatrieſme, K L egale à la donnée B C, & à angle droit ſur la vitrebaſe D E.

Au cinquieſme, la ligne de conjonction I L.

Au ſixieſme, la ligne du poinct donné A juſques au pied F, coupant la vitrebaſe D E en M, comme ſection ſeconde.

Au ſeptieſme, de la ſection ſeconde M, une ligne à angle droit ſur la vitrebaſe D E, juſques à tant qu'elle rencontre la ligne de conjonction I L, qui ſoit en N.

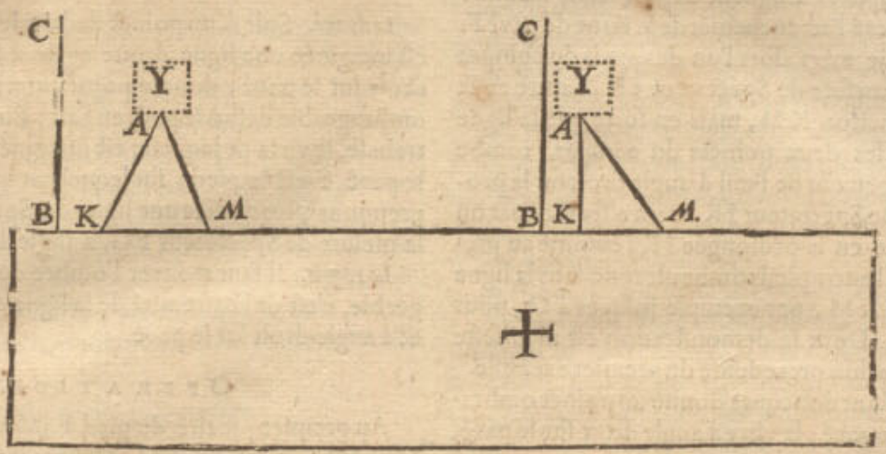
Cecy eſtant ainſi, je dis que N eſt l'ombre requiſe du poinct ombrageable donné, ce qu'on entendra ainſi : Prenant que le plan dedans lequel eſt N, comme au vitre, ſoit ſeparable par imagination du pavé, & tournant ſur la vitrebaſe D E comme axe, ſoit mis à angle droit ſur le pavé : Que pareillement ſoit dreſſée à angle droit ſur le meſme pavé la ligne F G, demeurant le poinct F fermé, & venant G dedans l'air comme l'œil : Puis ſur le poinct A une ligne egale à B C pareillement à angle droit ſur le pavé, de ſorte que l'extremité d'icelle ſignifie le poinct ombrageable : Ce qu'eſtant ainſi, je dis qu'alors l'œil G, le poinct N, & iceluy poinct ombrageable, ſont tous trois en une ligne droite, & pourtant N eſt l'ombre requiſe.

*Preparation de la demonſtration.* Parce que la ſuſdite ſeparation imaginée du vitre & du pavé pourroit eſtre obſcure, nous la ſeparerons actuellement comme s'enſuit : Soient les deux figures precedentes encores marquées, ainſi que par l'aide du papier double lequelle la repre-



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

represente, s'entende devoir venir dedans le vitre, puisse estre separée de la figure dedans le pavé, qu'on puisse aussi dresser la donnée mesure de Spectateur F G dedãs le pavé, comme ligne de Spectateur, & pareillement une ligne sur A, egale à B C, comme A O, tournant le vitre sur la vitrebase D E comme axe, & la ligne de Spectateur F G sur le pied F, & A O sur le poinct A, afin de pouvoir ainsi dresser le vitre, ligne de Spectateur, & ligne A O, à angle droit sur le pavé, lesquels je prens icy actuellement estre ainsi mis.




DEMONSTRATION.

D'autant que le vitre dedans lequel est N, la ligne de Spectateur F G, & la ligne A O, sont tous trois à angle droit sur le pavé, je dis que la ligne droite de l'œil G par le vitre jusques au poinct ombrageable O, transperce le mesme vitre en N, comme ombre de O, ce qui se demonstre ainsi : Le rayon imaginé de G jusques à I, est parallele avec F H, & F H parallele avec A K, par le troisiesme article de l'operation, & A K avec l'imaginée O L : parquoy G I est parallele avec l'imaginée O L, & pourtant I est poinct de conjonction de l'ombre prolongée de l'ombrageable L O par la 3 proposition ; parquoy il faut que l'ombre de O soit en la ligne de conjonction I L, & pourtant l'ombre de O est aussi en I L : Elle est aussi au plan infini tendant par F G, mais iceluy plan coupé I L en N ; partant N est l'ombre de O.

*Briefveté sur l'operation.*

Si dedans le pavé estoient deux ou plusieurs poincts donnez, comme A, tombans tous en une ligne droite, on peut pour briefveté premierement tirer la ligne A K, par iceux deux ou plusieurs poincts, & la ligne de pavé, comme F H, parallele avec icelle, afin que les autres lignes, comme K L, tombent tous en la mesme K L, ou en sa prolongée.

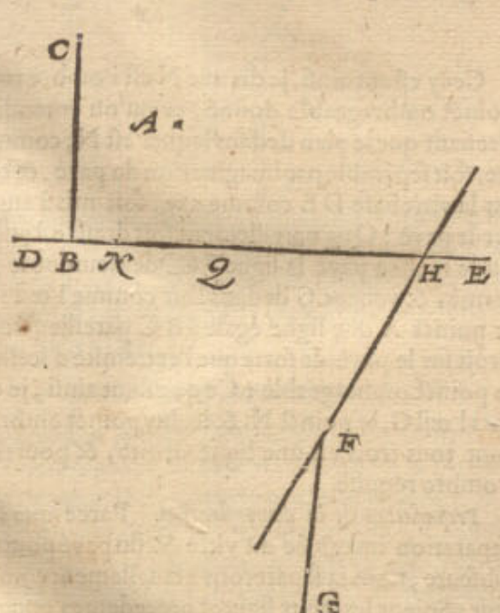
*2 Exemple avec operation mechanique.*

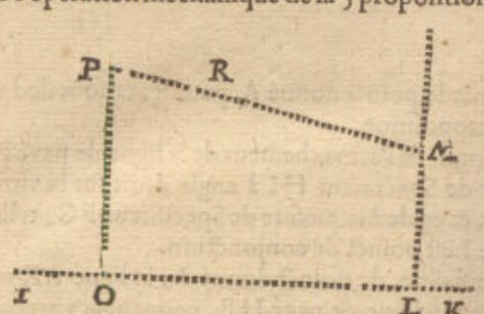
Les mesmes raisons qui en la cinquiesme proposition m'ont poussé à descrire un second exemple avec operation mechanique, m'en ont fait mettre icy semblablement un second.

*Le donné.* Soit derechef A un poinct dedans le pavé sur lequel s'imagine estre dressée une ligne droite egale à B C, & à angle droit sur iceluy pavé, de laquelle ligne le poinct superieur est le poinct ombrageable dessus le pavé en l'air ; soit encore D E la vitrebase, le vitre de laquelle s'imagine à angle droit sur le pavé, F le pied, sur lequel par imagination nous prennons que dressée une ligne de Spectateur, egale à la mesure de Spectateur F G, à angle droit sur le pavé.

*Le requis.* Il faut trouver l'ombre du poinct ombrageable, lequel est l'extreme poinct de la ligne sur A egale à B C, & à angle droit sur le pavé.

*Preparation de l'operation Mechanique.* J'açoit que ceste preparation soit totalement semblable à la preparation de l'operation mechanique de la 5 proposition, toutes




fois

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

fois d'autant qu'il y a quelque difference és lettres signifiantes, & que joignant cela elle serve pour imiter en l'actuel ombragement, nous la descrirons encore au long pour plus grande commodité & esclaircissement, comme s'ensuit: Je tire du pied F, jusques à la vitrebase DE la ligne de pavé FH comme il advient, excepté que si ceste ligne de pavé estoit prolongée elle ne tendroit pas par le poinct donné A, & soit icelle ligne de pavé, assez prolongée des deux costez, pour pouvoir faire sur icelle l'operation suivante: Puis je tire sur un autre plan, dedans lequel comme vitre je requiers l'ombre, la ligne occulte IK comme vitrebase, marquant en icelle le poinct L, comme homologue avec H; puis la ligne occulte LM à angle droit sur la vitrebase IK; de sorte qu'icelle LM, comme mesure de Spectateur dedans le vitre, soit egale à la donnée mesure de Spectateur FG: Soit puis apres la mesme mesure de Spectateur LM assez prolongée.

Ceste preparation ainsi une fois faite, nous declarerons maintenant par ce poinct ombrageable donné dessus le pavé en l'air, comment les ombres de tous poincts ombrageables dessus le pavé en l'air, se marquent au vitre, & cela par sept articles.

*Operation mechanique.*

Premierement je mets l'un des pieds du compas sur le poinct donné A, l'autre en la prolongée ligne de pavé FH, tellement que la ligne droite imaginées de l'un des pieds du compas viene quasi selon le jugement de l'œil à angle droit sur la mesme prolongée ligne de pavé FH, & demeurant lors l'un des pieds sur A immobile, on descrit avec l'autre un petit arc occulte, lequel touchant la prolongée ligne de pavé FH sans couper, j'ay sur le compas la longueur requise.

Au second, le compas demeurant en icelle ouverture, je mets l'un des pieds en la prolongée ligne de pavé FH, l'autre en la vitrebase DE; & tellement que la ligne entre les deux pieds du compas, viene derechef selon le jugement de l'œil, quasi à angle droit sur la prolongée ligne de pavé FH, l'essayant avec un petit arc occulte comme devant, & l'autre pied tombe lors par exemple dedans N, comme premiere section.

Au troisiesme, je prens avec le compas la longueur de l'attouchement de la ligne de pavé H, jusques à la premiere section N, & la transporte de l'attouchement de la ligne de pavé L vers I en la vitrebase, laquelle tombe, en O, comme premiere section.

Au quatriesme, je tire de la premiere section O, la ligne occulte OP à angle droit sur la vitrebase IK, & egale a la hauteur donnée BC.

Au cinquiesme, je tire une ligne de conjonction occulte du poinct de conjonction M jusques à P.

Au sixiesme, je mets une regle droite sur le pied F & le poinct donné A, laquelle regle coupe la vitrebase DE en Q, comme seconde section: Puis je prens avec le compas la longueur de la mesme seconde section Q, jusques à l'attouchement de la ligne de pavé H.

Au septiesme, je mets alors l'un des pieds du compas en la prolongée ligne de Spectateur LM, l'autre en la ligne de conjonction MP; mais en sorte que la ligne imaginée entre les deux pieds du compas viene quasi selon le jugement de l'œil à angle droit sur la prolongée mesure de Spectateur LM, m'asseurant par la description d'un petit arc occulte en la prolongée LM, comme au premier article, & l'autre pied tombe lors en la ligne de conjonction MP, je prens en R pour ombre requise; dequoy la demonstration est manifeste par la precedente operation du premier exemple de ceste proposition.

*Conclusion.* Estant doncques donné un poinct ombrageable dessus le pavé en l'air, le vitre à angle droit sur le pavé, le pied, & la ligne de Spectateur, nous avons trouvé l'ombre, selon le requis.

Jusques icy nous avons descrit les propositions de l'invention de l'ombre d'un poinct ombrageable où le vitre estoit à angle droit sur le pavé, mais les deux propositions suivantes serviront à l'invention de l'ombre d'un poinct ombrageable, là où le vitre sera à angle oblique sur le pavé.

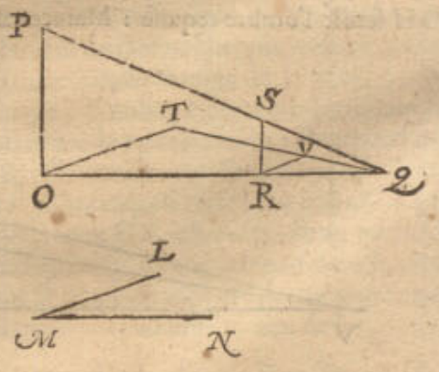
THEOREME V. PROPOSITION VII.

*TOurnant le vitre sur la vitrebase comme axe, & la ligne de Spectateur sur le pied, tellement qu'elle demeure toujours parallele d'une ligne, laquelle est dedans le vitre à angle droit sur la vitrebase. L'ombre d'un poinct ombrageable dedans le pavé, demeure dedans le vitre toujours en une mesme place.*

*Le donné.* Soit en la preparation de la demonstration de la 5 proposition le vitre BCG, & la ligne de Spectateur DE, toutes deux dressées à angle droit sur le pavé; & alors H sera l'ombre du poinct ombrageable A, veu de l'œil E, comme il est demonstré: Puis soit tourné le vitre en bas, tant qu'il face un angle sur le pavé egal à ceste angle LMN, le mesme soit fait avec la ligne de Spectateur DE, tellement qu'elle demeure parallele avec IK, c'est, comme en la proposition, parallele avec une ligne, laquelle est à angle droit dedans le vitre sur la vitrebase.

*Le requis.* Il faut demonstrer que K en icelle derniere position, demeure ombre du poinct ombrageable A, & ce en la mesme place du vitre, à sçavoir que le rayon de l'œil E jusques A tendra par K.

*Preparation.* Pour ne parler obscurement de la ligne imaginée dedans l'air, soit par ceste OP designée signifiée la ligne de Spectateur DE, quand elle est à angle droit sur le pavé, qui est icy à angle droit sur OQ comme ligne de pavé, au lieu d'icelle ligne de pavé DA, & ceste RS à angle droit sur la mesme ligne de pavé OQ




signifie icelle ligne IK dedans le vitre à angle droit sur ladite ligne de pavé DA: Plus soit ce poinct Q, au lieu du poinct ombrageable A, & PQ soit le rayon transperçant le vitre RS en S, comme ombre de Q veuë de l'œil P. Apres ceste position soit faite la seconde, à sçavoir OP tourné en bas, tellement que l'œil P soit venu jusques à T; de sorte que l'angle TOQ soit egal à l'angle donné LMN: Soit puis apres tiré le rayon TQ, puis RV pareillement avec OT, jusques à ce qu'elle touche TQ, ce qui estant ainsi, je dis que la ligne RV tombe egale à RS, d'où s'ensuivra, & se demonstrera, ce qui doit estre prouvé en ceste proposition.



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

DEMONSTRATION.

Il eſt notoire, que comme au triangle O P Q, la ligne O P à R S, ainſi Q O à Q R; Et comme au triangle O T Q, la ligne O T à R V, ainſi Q O à Q R : Tellement que les deux lignes O P, R S, & auſſi les deux lignes O T, R V ſont avec deux meſmes lignes proportionelles; & pourtant proportionelles entre elles, c'eſt comme O P à R S, ainſi O T à R V. Et par raiſon alterne inverſe, comme O T à O P, ainſi R V à R S. Mais O T eſt egale avec O P; pourtant R V eſt auſſi egale avec R S. De ſorte que la ligne de Spectateur O P deſcendue juſques à Q T, & le vitre R S auſſi autant, c'eſt juſques à R V, le rayon T Q tend par le meſme poinct du vitre, à ſçavoir V, par lequel tendoit le rayon P Q, à ſçavoir par S : car S & V ſignifient le meſme poinct du vitre, parce que R S & R V ſont egalement longues; & par conſequent l'ombre du poinct ombrageable Q ne change dedans le vitre de place : Mais V eſt icy en telle qualité, comme là K en la ſeconde poſition par le donné; pourtant K demeure en la ſeconde poſition ombre du poinct ombrageable A, & ce au meſme lieu du vitre.

*Concluſion.* Tournant donc le vitre ſur la vitrebaſe comme axe, & la ligne de Spectateur ſur le pied, tellement qu'elle demeure touſiours parallele d'une ligne laquelle eſt dedans le vitre à angle droit ſur la vitrebaſe: L'ombre d'un poinct ombrageable dedans le pavé, demeure dedans le vitre touſiours ſur une meſme place; ce qu'il falloit demonſtrer.

CONSEQVENCE.

Ayant demonſtré cy-deſſus, que quand le vitre & la ligne de Spectateur tournent paralleles comme devant, qu'alors le rayon de E juſques à A tend touſiours par K: De là s'enſuit que le vitre & la ligne de Spectateur eſtans tournées juſques au pavé, tellement que E ſoit venu juſques à X, il faut que les trois poincts X K A ſoient alors en une ligne droite : Dequoy encores s'enſuit, qu'on pourroit trouver l'ombre K par plus facile voye que de la precedente operation de la 5 propoſition: A ſçavoir ſans qu'on tire les deux lignes I K, A D; mais ſeulement A X; dont la ſection en la ligne de conjonction G H ſeroit l'ombre requiſe : Mais conſiderant la regle commune, laquelle eſt plus commodement imitée en l'operation mechanique ſelon la premiere maniere, nous nous y arreſterons.

Notez encore que conſideré que l'ombre de tout poinct ombrageable dedans le pavé, demeure touſiours en une meſme place du vitre, quand le vitre & la ligne de Spectateur tournent enſemble ſur la vitrebaſe comme axe, de là s'enſuit que l'ombre de toute figure platte ombrageable dedans le pavé, demeure touſiours la meſme & en une meſme place du vitre, quand le vitre & la ligne du Spectateur tournent enſemble.

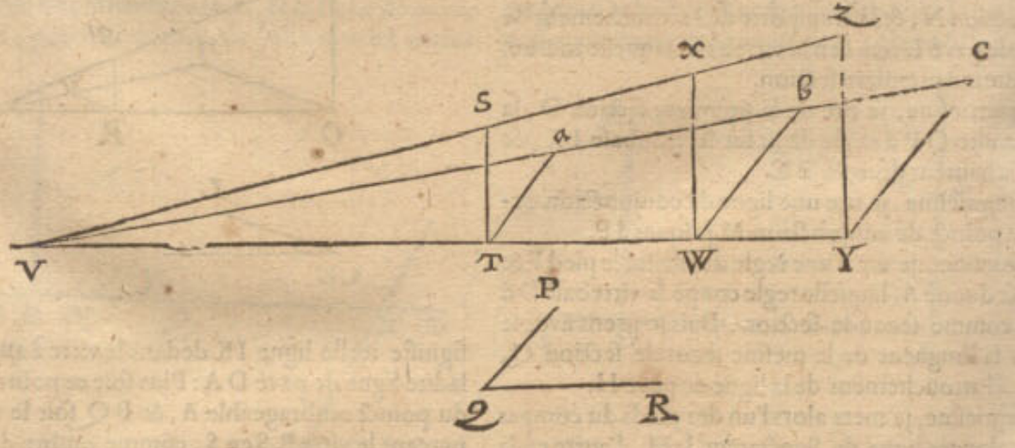
THEOREME VI. PROPOSITION VIII.

*TOurnant le vitre ſur la vitrebaſe comme axe, & la ligne de Spectateur ſur le pied, avec la ligne entre le poinct ombrageable deſſus le pavé & le pavé, tellement qu'elles demeurent touſjours paralleles d'une ligne, laquelle eſt dedans le vitre à angle droit ſur la vitrebaſe : L'ombre du poinct ombrageable deſſus le pavé, demeure dedans le vitre touſiours ſur une meſme place.*

*Le donné.* Soient en la preparation de la demonſtration de la 6 propoſition le vitre D E I N L, la ligne de Spectateur F G, avec la ligne A O, toutes trois dreſſées à angle droit ſur le pavé, & alors N ſera l'ombre du poinct ombrageable O, veuë de l'œil G, comme il eſt demonſtré là. Puis le vitre tourné en bas juſques à ce qu'il face ſur le pavé un angle egal à ceſt angle P Q R, & le ſemblable ſoit fait avec la ligne de Spectateur F G, auſſi avec la ligne A O; de ſorte qu'elles demeurent toutes deux paralleles avec M N, c'eſt, comme il eſt dit en ceſte propoſition, parallele d'une ligne laquelle eſt dedans le vitre à angle droit ſur la vitrebaſe.

*Le requis.* Il faut demonſtrer que N en ceſte derniere diſpoſition, demeure ombre du poinct ombrageable O, & cela au meſme lieu du vitre, à ſçavoir que le rayon de l'œil G juſques à O, tendra par N.

*Preparation.* Afin de ne parler en termes obſcurs des lignes imaginées en l'air, ſoit par S T ſignifiée la ligne de Spectateur F G quand elle eſt à angle droit ſur le pavé, c'eſt icy à angle droit ſur T V, comme ligne de pavé, au lieu d'icelle ligne de pavé F A: Et ceſte W X à angle droit ſur icelle ligne de pavé T V, ſignifie la ligne M N dedans le vitre à angle droit ſur ceſte ligne de pavé F A:




Soit puis apres ceſte Y Z au lieu d'icelle A O, & S V ſoit le rayon tranſperçant le vitre W X en X, comme ombre de Z veuë de l'œil S. Apres ceſte poſition premiere ſoit faite la ſeconde, à ſçavoir T S tourné en bas, tellement que l'œil S ſoit venu juſques à *a*; de ſorte que l'angle *a* T V ſoit egal à l'angle donné P Q R : Plus ſoit tiré le rayon *a* V, puis W *b*, & Y *c*, toutes deux paralleles avec T *a*.

DEMONSTRATION.

W *b* tombe egal à W X par la demonſtration du premier exemple, & pour meſme raiſon Y *c* tombe auſſi egal avec Y Z, de ſorte que la ligne de Spectateur T S deſcenduë juſques à T *a*, & le vitre W X auſſi autant, qui eſt juſques W *b*, & Y Z juſques à Y *c*; alors le rayon tend de *a* juſques au poinct ombrageable *c*, par le

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

le meſme poinct de vitre, à ſçavoir *b*, par lequel tendoit le rayon S Z, nommement par X; car X & *b* ſignifient le meſme poinct du vitre, d'autant que X W & *b* W ſont egalement longues : Et conſequemment l'ombre du poinct ombrageable Z ne change de place dedans le vitre; Mais *b* eſt icy en telle diſpoſition comme illec N en la ſeconde poſition par le donné; pourtant N demeure en ceſte ſeconde poſition ombre du poinct ombrageable O, & ce dedans la meſme place du vitre.

*Concluſion.* Tournant donc le vitre ſur la vitrebaſe comme axe, & la ligne de Spectateur ſur le pied, avec la ligne entre le poinct ombrageable deſſus le pavé & le pavé, tellement qu'elles demeurent touſiours paralleles d'une ligne, laquelle eſt dedans le vitre à angle droit ſur la vitrebaſe : L'ombre du poinct ombrageable deſſus le pavé demeure dedans le vitre touſiours ſur une meſme place; ce qu'il nous falloit demonſtrer.

### Conſequence.

Ayant demonſtré cy-deſſus, que quand le vitre, la ligne de Spectateur, & la ligne A O, tournent paralleles à la maniere comme deſſus, qu'alors le rayon de G juſques O tend touſiours par N : De là s'enſuit que le vitre, la ligne de Spectateur, & la ligne A O, eſtant tournées juſques au pavé, de ſorte que G ſoit venu juſques à *d*; & O juſques à *e*, il faut alors que les trois poincts *d*, N, *e*, ou G, N, O, ſoient en une ligne droite; d'où s'enſuit qu'on pourroit trouver l'ombre de N par une autre maniere, que par la precedente operation de la 6 propoſition, en ceſte ſorte : On tirera une ligne du poinct donné A juſques à *e*, egale à B C, & paralleleavec H I: puis tirant *d e*, leur ſection en la ligne de conjonction ſeroit ſon ombre requiſe : Mais conſiderant la regle generale, laquelle s'imite commodement en l'operation mechanique ſelon la premiere maniere, nous nous y arreſterons.

Notez encores : D'autant que la ligne depuis le poinct ombrageable en l'air juſques au pavé, doit tourner parallele avec le vitre & la ligne de Spectateur, pour voir l'ombre de ce poinct à une meſme place du vitre, s'enſuit que ſi la ligne depuis le poinct ombrageable en l'air juſques au pavé, demeuroit dreſſée debout quand les autres deux tournent paralleles, que l'œil verroit l'ombre du poinct ombrageable changer de place, & conſequemment tous edifices immobiles, les choſes auſſi elevées ſur le pavé changent leurs ombres dedans le vitre, ce que ne font les figures ombrageables dedans le pavé, comme nous avons dit en la conſequence de la 7 propoſition.

## Probleme III. Propoſition IX.

*Eſtant donné un poinct ombrageable, le vitre à angle oblique ſur le pavé, le pied, & ligne de Spectateur : Trouver ſon ombre.*

D'autant que le poinct ombrageable peut eſtre dedans le pavé ou deſſus, nous en deſcrirons deux exemples.

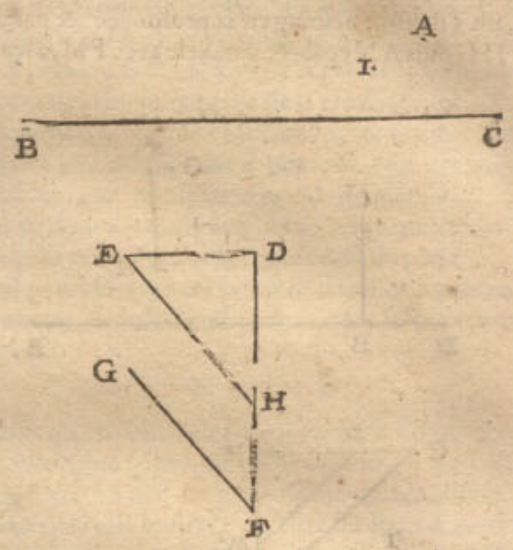
### *Premier exemple avec le poinct ombrageable dedans le pavé.*

*Le donné.* Soit A un poinct ombrageable dedans le pavé, B C la vitrebaſe, D le pied, ſur lequel par imagination nous prenons que ſoit dreſſée une ligne de Spectateur à angle droit ſur le pavé, & egale à la ligne de Spectateur D E, laquelle je mets icy parallele avec B G : Puis ſur E D eſtant tirée à angle droit la ligne D F auſſi longue qu'il adviendra, & ſur icelle F G, faiſant l'angle D F G : Alors l'angle d'inclination du vitre ſur le pavé vers A, eſt egal au meſme angle D F G.

*Le requis.* Il faut trouver l'ombre du poinct ombrageable A.

### Operation.

Je tire de l'œil de la ligne de Spectateur E, une ligne droite juſques à H en D F, ou, s'il eſtoit beſoing, en ſa prolongée, & parallele avec G F : Ce qu'eſtant ainſi, je prens maintenant H pour pied, E H pour meſure de




Spectateur, la ligne de Spectateur de laquelle ſoit à angle droit ſur le pavé : Puis je prens que le vitre duquel la vitrebaſe B C, viene pareillement à angle droit ſur le pavé, & avec tel donné cerchant l'ombre de A ſelon la maniere de la 5 propoſition, elle ſe trouve, je prens, tomber en I, lequel I je nomme l'ombre requiſe.

### Demonstration.

Si la ligne de Spectateur n'avoit eſté egale avec E D, mais egale avec H E, & à angle droit ſur le pavé : Si pareillement le vitre n'avoit eſté à angle oblique ſur le pavé, mais à angle droit, il eſt manifeſte par l'operation de ceſte propoſition, qu'alors I ſeroit la vraye ombre de A: Mais quand le vitre & la ligne de Spectateur tournent ſemblablement un meſme chemin, comme eſtant venu de la ſuſdite rectitude d'angle ſur le pavé, à ceſte obliquité d'angle, l'ombre I demeure touſiours ſur une meſme place par la 7 propoſition : Pourtant l'œil de la ligne de Spectateur, de laquelle la meſure de Spectateur H E voit l'ombre requiſe en I: Mais ceſt œil E de la meſure de Spectateur H E, eſt deſcendu au meſme lieu de l'œil donné de la ligne de Spectateur dont la meſure de Spectateur D E; pourtant l'œil donné voit l'ombre requiſe dedans le vitre comme au lieu de I.

### *2 Exemple avec le poinct ombrageable deſſus le pavé.*

*Le donné.* Soit A un poinct dedans le pavé, ſur lequel eſt imaginée une ligne droite egale à B C, & dreſſée à angle droit ſur le meſme pavé, de laquelle le poinct extreme eſt le poinct ombrageable deſſus le pavé en l'air : Soit puis apres D E la vitrebaſe, F le pied, ſur lequel nous prenons par imagination que ſoit dreſſée une ligne de Spectateur à angle droit ſur le pavé, & egale à la meſure de Spectateur F G, laquelle je tire touſiours parallele avec D E : Puis eſtant ſur F G tirée à angle droit quelque ligne F H, auſſi longue comme il advient, & ſur icelle tirée H I, faiſant l'angle F H I, alors l'angle



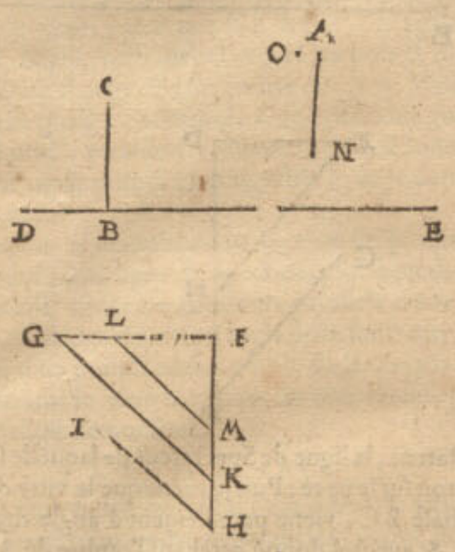
Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

d'inclination de la vitrebase sur le pavé vers A, est egal au mesme angle FHI.

*Le requis.* Il faut trouver l'ombre du poinct ombrageable.

OPERATION.

Je tire de l'œil de la mesure de Spectateur G, une ligne droite jusques à K en FH, ou s'il estoit besoing dedans sa prolongée, & parallele avec IH : Je marque puis apres en FG, ou si la chose le requeroit dedans sa prolongée, le poinct L, de sorte que FL soit egale à BC: Je tire puis apres de L une ligne droite jusques à M en FH, ou s'il estoit besoing en sa prolongée, & parallele avec IH; puis A N egale & parallele avec FM, à sçavoir




vers le mesme lieu où tendoit la ligne de F vers N, car si M venoit sur l'autre costé de F, il faudroit que N vint aussi autant sur l'autre costé de A : Ce qui estant ainsi, je prens maintenant K pour pied, K G pour mesure de Spectateur, la ligne de Spectateur de laquelle soit à angle droit sur le pavé : Puis je prens L M au lieu de B C, à sçavoir pour ligne laquelle mise sur le poinct N à angle droit sur le pavé, que son extremité soit prise pour le poinct ombrageable : Puis je prens que le vitre, la vitrebase duquel est D E, viene pareillement à angle droit sur le pavé, & avec tel donne cerchant l'ombre du poinct ombrageable selon la maniere de la 6 proposition, elle se trouve, je prens, tomber en O, laquelle je dis l'ombre requise : Dont la demonstration est comme celle du premier exemple.

*Conclusion.* Estant doncques donné un poinct ombrageable, le vitre à angle oblique sur le pavé, le pied, & ligne de Spectateur, nous avons trouvé son ombre, selon le requis.

CONSEQVENCE.

Si au premier exemple H, ou au second M, venoit de l'autre costé du pied donné (ce qui advient quand le vitre s'incline vers le Spectateur) & si elles venoient jusques à la vitrebase, il est notoire qu'on ne sçauroit parvenir à quelque ombre du poinct ombrageable, à cause qu'il seroit un donné absurd, comme estant l'œil dedans le vitre.

Mais s'il advient que ces deux poincts comme H ou M, viennent plus avant que dedans le vitre, il s'ensuivroit semblable impossibilité, pource que l'œil ne pourroit voir le poinct ombrageable derriere le vitre.

Si au second exemple N venoit jusques à la vitrebase DE, ce seroit un signe evident que le poinct ombrageable A seroit donné dedans le vitre, & pourtant il serviroit pour son ombre par la 2 petition.

Mais si N venoit plus avant que dedans la vitrebase DE, il est notoire qu'alors on ne pourroit parvenir à quelque poinct ombrageable, comme le vitre venant contre raison derriere le poinct ombrageable.

Il est aussi manifeste que le pied donné peut venir dedans la vitrebase, ou derriere icelle, & le mesme poinct ombrageable, dedans aussi & derriere le poinct ombrageable, moyennant que les susdits poincts, comme H, M, ou N, ne viennent comme dit est.

PROBLEME IV. PROPOSITION X.

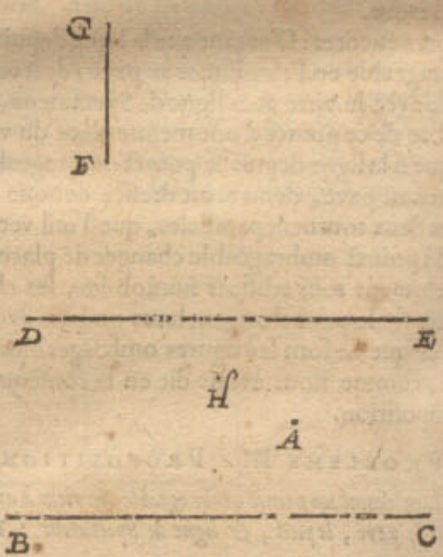
*Estant donné un poinct ombrageable, le vitre parallele avec le pavé, le pied, & la ligne de Spectateur : Trouver son ombre.*

*Le donné.* Soit A un poinct ombrageable dedans le plan de la fueille, & sur la ligne droite B C soit imaginé un plan comme pavé à angle droit sur le plan de la fueille : Soit de mesmes imaginé sur la ligne droite D E un vitre parallele avec ledit pavé, puis soit imaginée sur F une ligne droite egale à F G, pareillement à angle droit sur le plan de la fueille, & le poinct extreme d'icelle ligne soit l'œil, duquel par imagination tirant une ligne à angle droit sur le pavé, (laquelle doit estre egale à la ligne imaginée de F, à angle droit sur B C, comme mesure de Spectateur) elle servira pour ligne de Spectateur.

*Le requis.* Il faut trouver l'ombre du poinct ombrageable A.

OPERATION.

Je delaisse la ligne de Spectateur imaginée & donnée, & le pavé qui se disoit imaginé sur B C, à angle droit sur le plan de la fueille, & prens le plan de la fueille mesme pour pavé, & la ligne sur F egale à FG, & à angle droit sur le plan de la fueille pour ligne de Spectateur:




Ce qu'estant ainsi, A est maintenant un poinct donné ombrageable dedans le pavé, & le vitre duquel la vitrebase D E vient à angle droit sur le pavé, par iceluy trouvé l'ombre de A par la 5 proposition qui soit H, je la di l'ombre requise.

DEMONSTRATION.

Le poinct ombrageable demeurant, le vitre, & l'œil, sur une mesme place, il est notoire que l'ombre pareillement demeure en une mesme place du vitre, car le changement de la ligne de Spectateur & pavé que nous avons fait en l'operation, ne donnent point de changement

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

ment de la place à l'ombre : Tellement que l'ombre trouvée doit estre la requise.

*Conclusion.* Estant donc donné un poinct ombrageable, le vitre parallele avec le pavé, le pied, & la ligne de Spectateur, nous avons trouvé son ombre, selon le requis.

## Probleme V. Proposition XI.

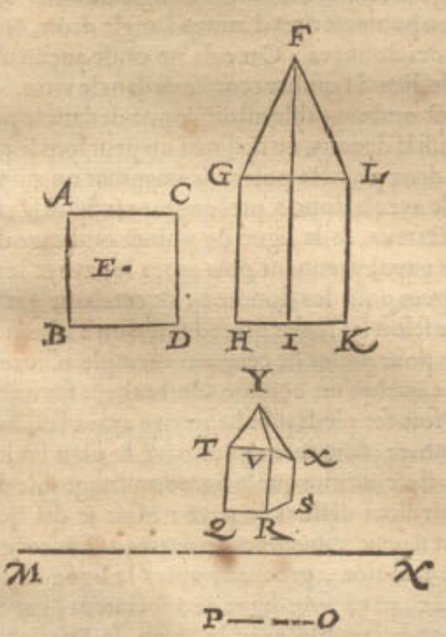
*Estant donnée une figure ombrageable, le vitre, le pied, & ligne de Spectateur : Trouver leur ombre.*

*Le donné.* Soit à ombrer une figure ombrageable de ceste qualité : Sur la base quadrangulaire A B C D, de laquelle le centre E marqué dedans le plan de la fueille comme pavé, on prenne que soit dressée une tour de laquelle le profil F G H I K, estant un plan parallele avec le costé anterieur de la tour, lequel plan coupe icelle tour par le milieu, de sorte que sur chacun des poincts A, B, C, D, vient une ligne egale à G H, ou L K, & sur le centre E, une ligne egale à F I, & toutes cinq à angle droit sur le pavé, & du poinct superieur de la ligne dressée sur E, viennent quatre lignes jusques aux poincts superieurs des susdites lignes dressées sur A, B, C, D; de sorte que ceste tour consiste d'un quadrangle rectangle corporel, avec une pyramide quadrangulaire sur iceluy : Soit puis apres M N la vitrebase, de laquelle le vitre est imaginé à angle droit sur le pavé, O le pied, sur lequel nous prenons par imagination estre dressée une ligne de Spectateur egale à la mesure de Spectateur O P, à angle droit sur le pavé.

*Le requis.* Il faut trouver l'ombre de ceste figure ombrageable.

### Operation.

Je cerche les trois ombres des trois poincts ombrageables dedans le pavé B, D, C, lesquelles trouvées par la 5 proposition, je prens estre Q, R. S; Puis je cerche les trois ombres des trois poincts dessus le pavé, à sçavoir à la fin des trois lignes, lesquelles par le donné sont imaginées estre dressées sur B, G, D, chacune egale à la




ligne G H, & à angle droit sur le pavé, lesquelles par la 6 proposition sont trouvées, je prens T, V, X : Puis je cerche l'ombre du poinct dessus le pavé, à l'extremité de la ligne, laquelle par le donné est imaginée estre dressée sur E egale à I F, & à angle droit sur le pavé, laquelle par la mesme 6 proposition se trouve, je prens Y : Je tire aussi les dix lignes Q T, R V, S X, Y T, Y V, Y X, Q R, R S, T V, V X. Ce qu'estant ainsi, je dis que la figure comprinse entre ces lignes est la figure requise.

### Demonstration.

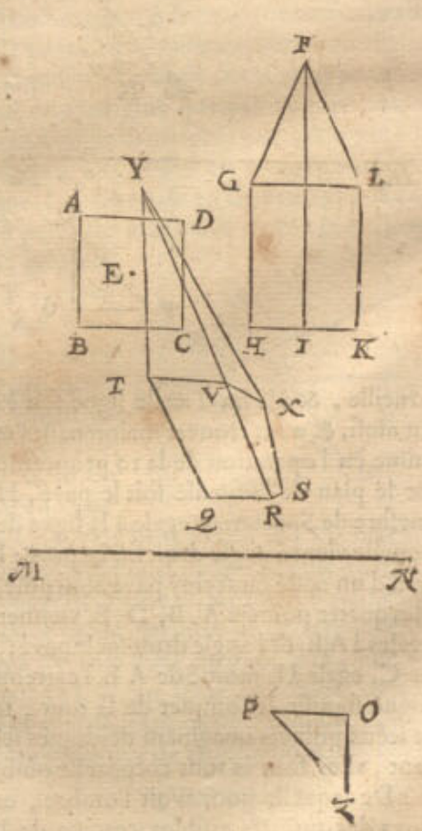
Les sept poincts Q, R, S, T, V, X, Y, sont ombres des trois B, C, D, dedans le pavé, avec les quatre y venant dessus par l'operation, & les lignes entre ces poincts, sont ombres des lignes ombrageables entre iceux poincts ombrageables par la 1 proposition; parquoy il faut que celle-cy soit l'ombre requise.

Quant à l'ombre de la ligne ombrageable venant sur A, egale à G H, & à angle droit sur le pavé, pareillement de la ligne, laquelle de là tend jusques au sommet de la tour, avec encor les quatre autres; veu qu'elles ne se peuvent voir par matieres non transparentes ou diaphanes, elles ne sont icy ombrées. Mais celuy qui se voudroit proposer que la matiere est diaphane, il pourroit trouver l'ombre d'icelles lignes comme des autres, & lors l'ombre de la tour seroit comme icy joignant.

### Notez.

Puis qu'on peut voir en ceste exemple l'ombragement de toute ligne, plan, & corps donné, il n'est pas besoing d'en descrire des propositions particulieres.

Mais veu que le vitre peut estre sur le pavé autrement qu'à angle droit, nous en toucherons quelque peu, & ce par exemple : Prenant que le donné soit comme devant, excepté que le vitre, duquel la vitrebase M N, n'est pas à angle droit sur le pavé comme là, mais à angle oblique inclinant vers la figure ombrageable, de sorte qu'avec le pavé il face un angle egal à ceste angle O Z P : Pour en avoir l'ombre, on cerchera l'ombre des susdits sept poincts ombrageables par la 9 proposition,



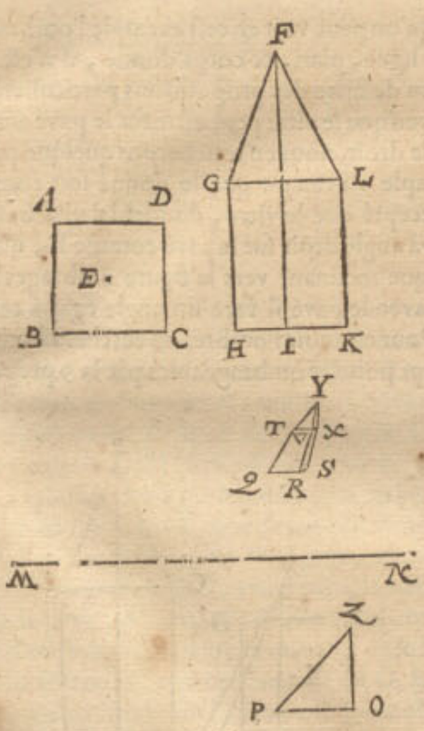

& tirant entre iceux les lignes selon qu'il appartient, on aura une ombre telle que celle qui est icy marquée, dedans

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

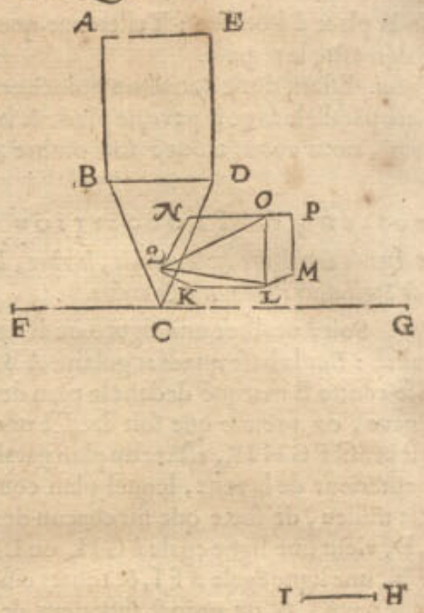
dans laquelle l'ombre de la partie rectangulaire de la tour ombrageable, devient plus large en haut qu'embas, car T V eſt plus longue que Q R.

Prenant encore, que le donné ſoit comme devant, excepté que le vitre duquel la vitrebaſe M N s'encline maintenant vers l'œil, tellement qu'il face avec le pavé un angle egal à ceſt angle O Z P. Pour en avoir l'ombre, on cerchera les ombres des ſuſdits ſept poincts ombrageables par la 9 propoſition, & tirant entre iceux les lignes ſelon qu'il appartient, on aura une ombre telle que celle qui eſt icy marquée, en laquelle l'ombre de la partie rectangulaire de la tour ombrageable, devient plus eſtroite en haut qu'embas, car T V eſt plus court que Q R.

Mais pour donner auſſi exemple du vitre parallele avec le pavé, ſoit derechef A B C D E le profil de la tour giſant avec ſa baſe quadrangulaire ſur le pavé imaginé par A E à angle droit ſur le plan de la fueille, & le vitre, duquel la vitrebaſe F G tendant par l'extremité de la tour C, ſoit parallele avec le ſuſdit pavé, c'eſt auſſi à angle droit ſur le plan de la fueille. Soit puis apres ſur le poinct H dedans le plan de la fueille, imaginée une ligne droite egale à H I, & à angle droit ſur le plan




d'icelle fueille, & à la fin d'icelle ligne ſoit l'œil : Ce qu'eſtant ainſi, & pour trouver maintenant l'ombre, je fais comme en l'operation de la 10 propoſition, prennant que le plan de la fueille ſoit le pavé, H le pied, H I la meſure de Spectateur egale à la ligne de Spectateur, laquelle vient à angle droit ſur ce pavé : Puis, que la tour giſt d'un coſté ſur iceluy pavé ainſi poſé, de ſorte que ſur les quatre poincts A, B, D, E, viennent quatre lignes egales à A E, & à angle droit ſur le pavé; puis une ligne ſur C, egale à la moitié de A E, l'extremité de laquelle ligne ſignifie le ſommet de la tour, tellement qu'entre iceux poincts imaginant des lignes ſelon qu'il appartient, elles font la tour corporelle ombrageable donnée : De laquelle pour avoir l'ombre, on cerche les ombres des poincts viſibles comme de B, D, E, avec les autres trois y venants deſſus, & auſſi du poinct de deſſus C : leſquels trouvez par la 5 & 6 propoſition




T H

ſoyent K, L, M, N, O, P, Q : Puis tirant des lignes entre deux ſelon qu'il appartient, il en provient l'ombre, telle qu'elle eſt icy marquée : Dont la demonſtration eſt manifeſte par l'operation.

*Concluſion.* Eſtant donc donnée une figure ombrageable, le vitre, le pied, & ligne de Spectateur, nous avons trouvé leur ombre, ſelon le requis.

NOTEZ.

Es problemes precedens la ligne de Spectateur donnée, avec la ligne du poinct ombrageable juſques au pavé, à touſiours eſté priſe à angle droit ſur le pavé : Le poinct ombrageable auſſi a touſiours eſté mis dedans ou deſſus le pavé, & l'œil touſiours deſſus le pavé : Nonobſtant il peut advenir, que quelqu'un pourroit penſer, que deux telles lignes ſeroient données à angle oblique ſur le pavé, & le poinct ombrageable deſſous le pavé, & l'œil dedans le pavé, ou deſſous; dont ſe pourroient cauſer pluſieurs diverſitez non mentionnées és ſuſdites propoſitions : Sur cela on reſpond, que ſi les ſuſdites deux lignes eſtoient données à angle oblique ſur le pavé, on en pourroit tirer d'autres à angle droit, & operer au lieu des données : Car cela ne cauſe aucun changement de lieu à l'ombre requiſe dedans le vitre. Mais ſi le poinct ombrageable eſtoit donné dedans le pavé, & l'œil auſſi là dedans, ou deſſous, on peut ſous le plus bas de ces deux poincts poſer ou imaginer un autre pavé parallele avec le donné, prolongeant juſques là, la ligne de Spectateur, & la ligne du poinct ombrageable juſques au pavé; prennant puis apres le pavé & les lignes prolongées pour les données, & cerchant par icelles l'ombre ſelon les regles precedentes, on a le requis.

Mais pour parler de cecy par exemple naturel, poſons que quelqu'un comme Ombrageur ſur une montagne, ſoit ſes pieds plus hauts que ayant l'edifice qu'il veut ombrer, & prenant pour pavé le plan ſur lequel il ſe tient, il eſt notoire que la figure ombrageable donnée viendroit alors deſſous le pavé : Mais je dis qu'en tel accident il peut s'imaginer un autre pavé encore le plus bas que l'edifice, prennant apres la ligne de ſon œil juſques à ce pavé pour ligne de Spectateur; car chaque poinct ombrageable avec la ligne de Spectateur eſt alors deſſus le pavé en telle qualité que quelques uns des precedens problemes, laquelle maniere eſtant ſuivie en la recerche de l'ombre, il n'eſt pas beſoing pour telle diverſe poſition, de deſcrire diverſes nouvelles regles.

Quant aux ombres des lignes obliques, leſquelles ne ſont cy-devant deſcrites : Je dis que comme leurs grandeurs

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

deurs en la Geometrie ne se mesurent mathematiquement, mais mechaniquement, aussi pres que la chose le requiert, ainsi telles ombres ne se depeignent mathematiquement, ains on parvient par l'ombragement de plusieurs poincts en lignes obliques, à peu pres du requis, jusques à ce qu'il semble suffire à la veuë.

## DES BRIEFVETEZ ET CERTITUDES SVR L'OPERATION DE L'OMBRAGEMENT.

Nous avons suffisamment declaré és precedentes propositions la maniere de trouver l'ombre de tout poinct ombrageable donné; parquoy la regle generale de l'ombragement de toute figure ombrageable donnée est manifeste, comme on peut voir en l'onziesme proposition: Mais d'autant qu'il seroit penible és grands ouvrages de trouver en telle sorte les ombres de tous poincts & lignes ombrageables, nous descrirons maintenant six divers articles des briefvetez & seuretez, qui selon les circonstances se peuvent rencontrer aux operations.

### Article I.

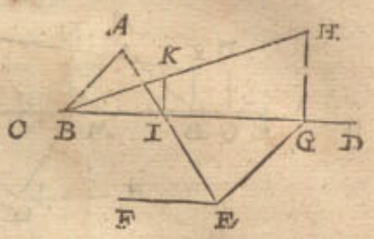
Il faut necessairement qu'en l'ombragement d'une figure ombrageable, on se propose tousiours au donné, que le vitre tende par la partie anterieure, comme plan, ligne, ou poinct de la figure ombrageable; parce que cela n'a alors besoing d'ombragement, à cause qu'il sert pour son ombre propre par la 2 petition. Mais d'autant que quelqu'un pourroit penser, qu'en l'actuel ombragement il viendroit souvent mal à propos, de prendre le plan d'une figure ombrageable, comme d'un grand edifice pour son ombre, à cause que l'ombre, pour estre marquée sur du papier, seroit trop grande, nous en ferons plus ample declaration. Soit pour exemple à ombrer quelque edifice, le faiste duquel est de la hauteur de 100 paulmes, & le Spectateur distant de là 300 paulmes, ayant devant soy un vitre essentiel de trois paulmes de l'œil, tellement qu'il soit parallele avec ledit faiste, lequel on voit par le vitre, dedans lequel doit venir l'ombre de la hauteur d'une paulme. Or cecy estant le donné, & le requis une ombre egale & semblable avec celle qui est veuë dedans le vitre, les lignes de 100 & 300 paulmes, qu'il y a de l'œil jusques à la figure ombrageable seroient trop longues, pourroit dire quelqu'un, à fin d'estre convenablement tirées sur du papier: Comment doncques en fera-on? Ainsi: On s'imaginera avoir devant soy quelque petite boissure corporelle de l'edifice, le frontispice duquel estant dedans le vitre, soit haut de la susdite paulme, & le reste selon qu'il appartient: Icelle boissure prinse pour figure ombrageable, & en tirant un plan & profil, & en outre l'ombrageant suivant la regle, on a le requis, sans qu'il faille prendre peine à en ombrer le frontispice; car on le remarque egal & semblable à celuy du solide.

### Article II.

D'autant qu'il y a quelque briefveté en l'invention des ombres de certaines lignes droites, lesquelles sont paralleles avec le pavé, nous en descrirons quelques exemples. Le premier sera d'une ligne dedans le pavé, l'une des extremitez de laquelle vient dedans le vitre, l'autre la dehors. Le second d'une ligne dedans le pavé, les deux extremitez de laquelle viennent toutes deux dehors le vitre. Le troisiesme d'une ligne dessus le pavé, l'une des extremitez de laquelle vient dedans le vitre, l'autre dehors. Le quatriesme d'une ligne dessus le pavé, les deux extremitez de laquelle viennent hors le vitre.

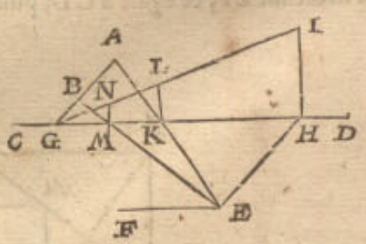
#### 1 *Exemple.*

Soit premierement A B une ligne ombrageable droite dedans le pavé, touchant du poinct B la vitrebase C D, de laquelle le vitre est à angle droit sur le pavé, E le pied, sur lequel on feigne que soit dressée une ligne à angle droit sur le pavé, & egale à la mesure de Spectateur E F. Or pour en trouver l'ombre, je tire la ligne de pavé E G parallele avec B A, mais il faut cõsiderer (ce qui se devra entendre aussi bien des trois exemples suivants de cest article, que sur cestui-cy) que les trois poincts donnez E, B, A, ne peuvent estre en une mesme ligne droite, pour parvenir à la briefveté que nous desirons en l'operation, car alors en tirant de E G paralleles avec B A, on ne pourroit parvenir à solution, comme il est declaré en la marque de la 5 proposition. Puis G H à angle droit sur C D, & parallele avec E F; apres H B & A E coupant C D en I, & I K à angle droit sur C D, touchant H B en K: Ce qu'estant ainsi, K B est l'ombre requise de A B: Car B dedans le vitre est son ombre propre par la seconde petition, & K ombre de A par la 5 proposition; & pourtant la ligne K B ombre de A B par la 1 proposition. La briefveté ensuivant, est, que tirant E G parallele avec A B, la partie de la ligne de conjonction de B jusques à K demeure l'ombre requise, là où faisant autrement, il faudroit tirer une nouvelle ligne pour ombre.




#### 2 *Exemple.*

Soit secondement A B une ligne ombrageable droite dedans le pavé, ne touchant point la vitrebase C D, le vitre de laquelle est à angle droit sur le pavé, E le pied, sur lequel on s'imagine que soit dressée une ligne de Spectateur à angle droit sur le pavé, & egale à la mesure de Spectateur E F. Pour en trouver l'ombre, je tire A B jusques à la vitrebase en G, puis la ligne de Spectateur E H parallele avec G A; puis H I à angle droit sur C D, & egale avec E F; apres I G, & A E coupant C D en K, & K L à angle droit sur C D, touchant I G en L; puis B E coupant C D en M, & M N à angle droit sur C D, touchant I G en N: Ce qu'estant ainsi, L N est manifestement l'ombre requise de A B. La briefveté de cecy est, qu'en produisant A B jusques à G, & le reste comme dessus, qu'alors les deux poincts A, B, sont ombragez par une ligne de pavé E H, une mesure de Spectateur H I, & une ligne de conjonction I G, là où autrement ombrageant chaque poinct A, B, en particulier, il faudroit tirer de chacun deux telles lignes.

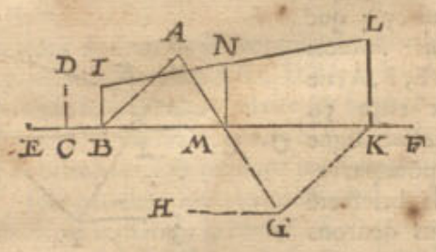



#### 3 *Exemple.*

Soient au troisiesme A, B, deux poincts dedans le pavé, & encores deux poincts chacun aussi haut sur iceux que C D est longue, venant l'un des poincts desquelle

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

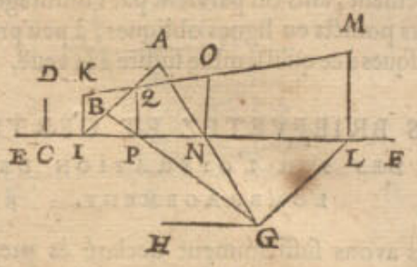
sus B dedans le vitre, & la ligne entre ces deux poincts, laquelle doit estre parallele du pavé, soit la ligne ombrageable donnée; puis soit le vitre à angle droit sur le pavé, sa vitrebase soit E B F, & G le pied, sur lequel par imagination est dressée une ligne de Spectateur à angle droit sur le pavé, & egale à la mesure de Spectateur GH. Or pour en trouver l'ombre, je tire B I à angle droit sur E F, & egal à C D: puis G K parallele avec B A, & de l'attouchement de la ligne de pavé K, la mesure de Spectateur K L à angle droit sur E F, & egale à G H: Puis L I & A G coupant E F en M; puis M N à angle droit sur E F, touchant la ligne de conjonction I L en N.




Ce qu'estant ainsi, I N est l'ombre requise: Car le poinct I estant dedans le vitre, est son ombre propre, par la 2 petition, & le poinct N ombre du poinct dessus A, par la 6 proposition; pourtant la ligne entre deux, comme N I, est par la 1 proposition ombre de la ligne dessus A B. La briefveté qui en procede, est que tirant G K parallele avec B A, la partie de la ligne de conjonction de I jusques à N demeure l'ombre requise, là où faisant autrement, il faut tirer une ligne nouvelle pour ombre, puis une autre ligne, comme B I, & encore une autre, comme B A.

*4 Exemple.*

Soient au quatriesme A & B deux poincts dedans le pavé, chacun aussi haut que C D est longue, venans tous deux dehors le vitre, & la ligne entre ces deux poincts, laquelle doit estre parallele avec le pavé, soit la ligne ombrageable donnée: Apres, le vitre est à angle droit sur le pavé, sa vitrebase soit E F, & G le pied, sur lequel on s'imagine que soit dressée une ligne de Spectateur à angle droit sur le pavé, & egale à la ligne de Spectateur G H. Or pour en trouver l'ombre, je produis A B jusques à ce qu'elle touche la vitrebase en I: Puis I K à angle droit sur E F, & egale à C D; puis G L parallele avec I A, & de l'attouchement de la ligne de pavé L, la ligne de Spectateur L M à angle droit sur E F, & egale à G H; puis M K & A G coupant E F en N, apres N O à angle



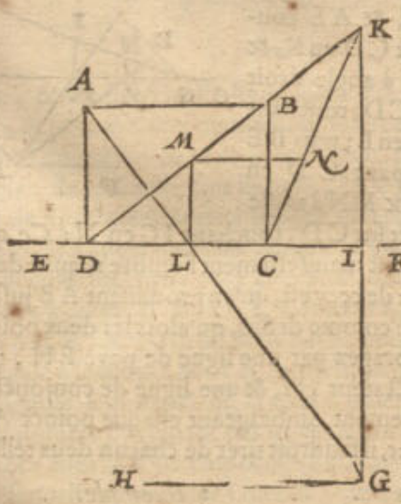

droit sur E F, & touchant M N en O; puis B G coupant E F en P; apres P Q à angle droit sur E F, & touchant M K en Q. Ce qu'estant ainsi, O Q est l'ombre requise: Car O est ombre du poinct ombrageable dessus A, & Q du poinct ombrageable dessus B, par la 6 proposition; & O Q ligne entre ces deux poincts, doit estre ombre de l'ombrageable A B, par la premiere proposition. La briefveté qui en procede se peut voir quand on enombre au long chaque poinct ombrageable à part, selon la maniere de la 6 proposition, sans produire A B ne G H parallele avec icelle.

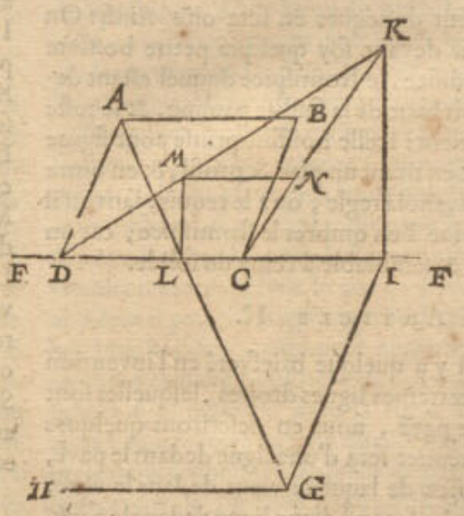
ARTICLE III.

Il provient briefveté & certitude en l'œuvre, en feignant que les lignes ombrageables paralleles, lesquelles sont paralleles avec le vitre, ayent pareillement leurs ombres paralleles par la 3 proposition. Mais paralleles ombrageables, lesquelles avec le vitre ne sont paralleles, qu'elles ayent pareillement leurs ombres non paralleles, & estant produites, qu'elles se joignent en un poinct par la 3 proposition. La cause de ceste briefveté, est qu'en cerchant les ombres des poincts ombrageables donnez, il n'est pas besoing de poursuivre tousiours tous les six articles de l'operation de la 5 proposition, ou les 7 articles de la 6 proposition, ains seulement un ou deux d'iceux, voire quelquefois pas un.

*1 Exemple.*

Pour declarer par exemple ces briefvetez, soit A B C D un quadrangle parallelogramme ombrageable dedans le pavé, par le costé D C, duquel tend la vitrebase E F, G est le pied, sur lequel par imagination est dressée une ligne de Spectateur egale à la mesure de Spectateur G H, & à angle droit sur le pavé.

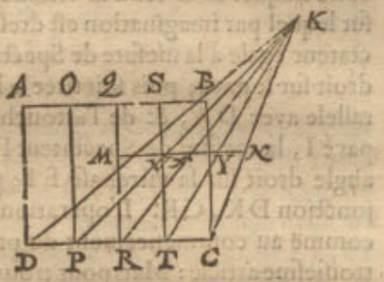



Pour declarer les briefvetez provenantes de cecy en l'invention de l'ombre, nous descrirons premierement la totale operation comme s'ensuit: Je tire premierement la ligne de pavé G I parallele avec D A, & de l'attouche-

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

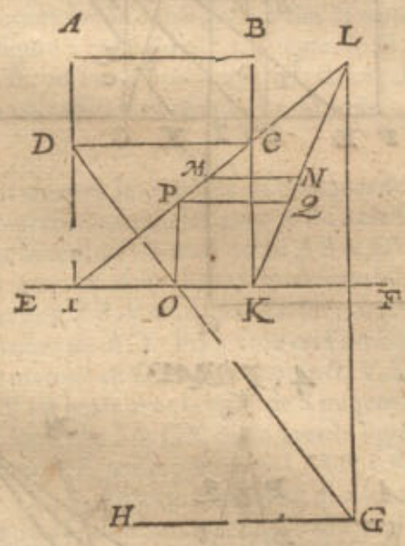
touchement de la ligne de pavé I, la mesure de Spectateur I K egale à G H, & à angle droit sur la vitrebase E F; puis les lignes K D, K C, & A G, coupant E F en L; apres L M à angle droit sur E F, & touchant K D en M, puis M N parallele avec C D, & touchant K C en N: Cecy estant ainsi, le quadrangle M N C D est manifestement l'ombre requise de A B C D. La briefveté consistante en cecy, est entre autres qu'on n'y a point cerché l'ombre N du poinct ombrageable B, selon la maniere de la 5 proposition, car produisant M N jusques à ce qu'elle rencontre K C, comme en N, il falloit que N fut l'ombre de B, & la ligne M N ombre de A B pour ceste raison: Estans K D, K C lignes de conjonction, & le poinct M ombre de A, par la 5 proposition; & que




Pour trouver les ombres d'icelles lignes, on ne fait que tirer K P, K R, K T, coupant M N aux trois poincts V, X, Y: Car les trois lignes comprinses au quadrangle M N C D, comme V P, X R, Y T, sont manifestement les ombres requises; à sçavoir V P de O P, & X R de Q R, & Y T de S T.

### 3 *Exemple.*

Mais pour donner aussi exemple quand le vitre tend hors d'un costé du quadrangle parallelogramme paral-

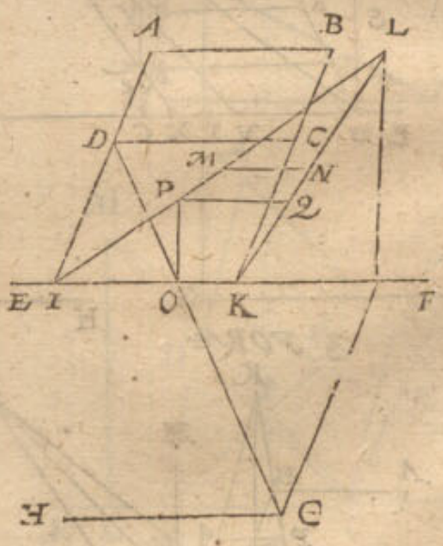



Puis, comme l'on a trouvé icy l'ombre M N de l'ombrageable A B, de mesme sorte on trouvera l'ombre de l'ombrageable D C: C'est que je tire D G coupant E F en O, puis O P à angle droit sur E F, & touchant L I en P; puis P Q parallele avec M N, & touchant L K en Q: ce qu'estant ainsi, le quadrangle M N Q P, est manifestement l'ombre requise de l'ombrageable A B C D.

### 4 *Exemple.*

Mais si la figure ombrageable avoit des lignes paralleles avec les costez s'esloignans, la briefveté de l'ope-

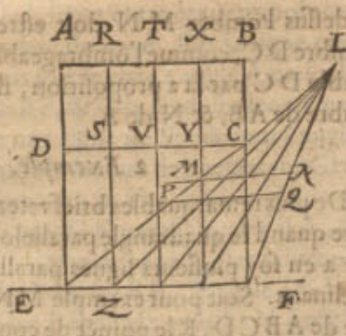
lele avec le costé, soit derechef A B C D un quadrangle parallelogramme ombrageable dedans le pavé, duquel le costé D C est parallele avec la vitrebase E F, & G le pied, sur lequel par imagination est dressée une ligne de Spectateur egale à la mesure de Spectateur G H. Pour en trouver l'ombre par briefveté, je produis A D & B C tant qu'elles touchent la vitrebase en I & K: Je trouve puis apres l'ombre du quadrangle A B K I, comme cy-devant celle de A B C D a esté trouvée, laquelle ombre (prennant L pour poinct de conjonction) soit M N K I:

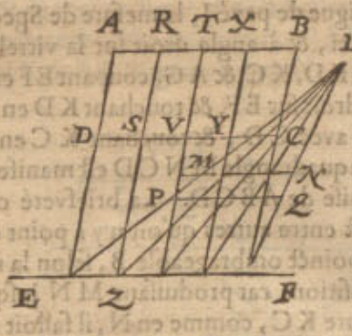



ration qui alors en advient est telle: Soit derechef M N Q P cy-dessous l'ombre de A B C D, L le poinct de conjonction, & le reste comme dessus, excepté que le quadrangle ombrageable A B C D aye maintenant en soy trois lignes paralleles avec A D, à sçavoir R S, T V, X Y: Pour trouver l'ombre d'icelles lignes, on produira cesdites trois lignes, jusques à la vitrebase E F, comme R S Z, & ainsi avec les autres deux: Puis trois lignes du poinct de conjonction L, jusques à ces trois attouchemens en la vitrebase; car les trois lignes lors comprinses dedans le quadrangle M N Q P, sont manifestement l'ombre requise des ombrageables R S, T V, X Y.



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

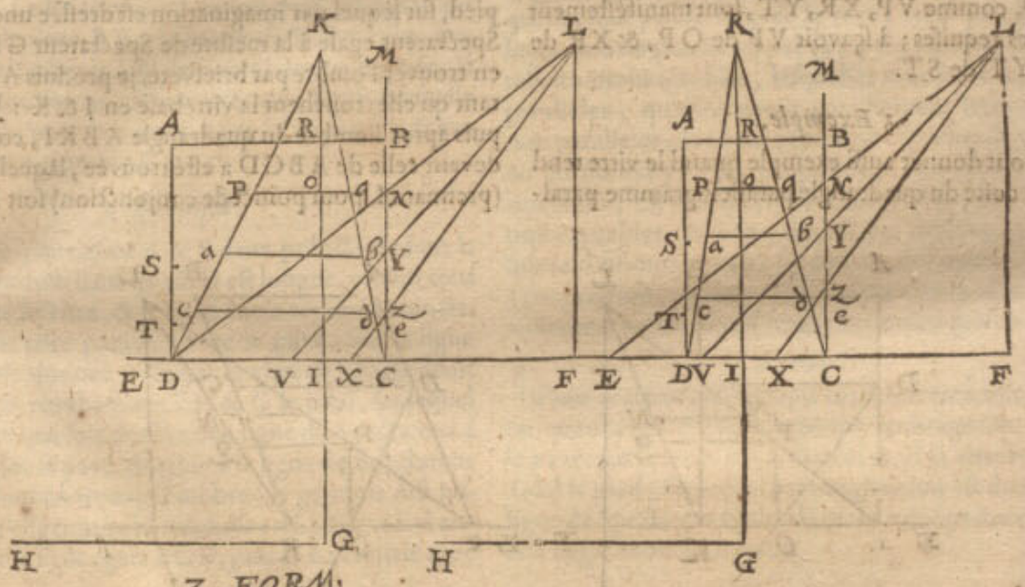


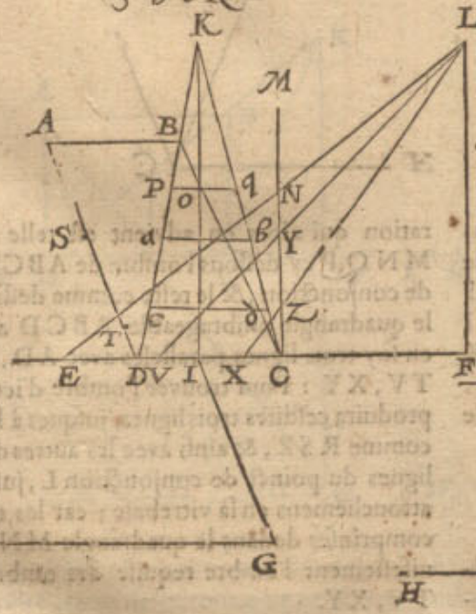

5 *Exemple.*

Quoy que noſtre intention fut de diverſes manieres d'operations choiſir une ſeule, a ſçavoir celle qui nous ſembleroit la plus briefve & commode, toutefois nous adjouſterons encore aux quatre exemples precedens ce cinquieſme, avec quelque variation en la maniere de l'operation, parce qu'au troiſieſme chapitre de l'appendice nous en toucherons un mot.

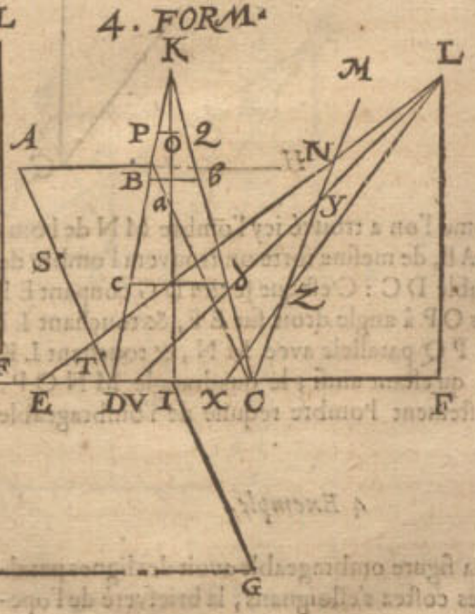
Or donc pour venir à la choſe, nous mettrons icy quatre figures: La premiere avec un quarré ombrageable donné: La ſeconde avec un ombrageable rectangle plus long d'un coſté: La troiſieſme avec un quadrangle parallelogramme obliqu'angle, & tous trois avec le vitre à angle droit ſur le pavé par un coſté du quadrangle ombrageable: La quatrieſme figure avec le vitre à angle oblique ſur le pavé, auſquelles quatre figures ſervira une meſme deſcription. Soit donc A B C D un quadrangle parallelogramme ombrageable dedans le pavé, par le coſté duquel D C tend la vitrebaſe E F, G eſt le pied, ſur lequel par imagination eſt dreſſée une ligne de Spectateur egale à la meſure de Spectateur G H, & à angle droit ſur le pavé; puis ſoit tirée la ligne de pavé G I parallele avec D A, & de l'attouchement de la ligne de pavé I, la meſure de Spectateur I K, egale à G H, & à angle droit ſur la vitrebaſe E F; puis la ligne de conjonction D K, C K. L'operation eſt faite juſques icy comme au commencement du premier exemple de ce troiſieſme article: Mais pour trouver maintenant l'ombre de A B ſelon la maniere de noſtre deſſein; je marque en la vitrebaſe E F, le poinct F, de ſorte que C F eſt egale à la ligne venant de G à angle droit ſur E F, ce




3 FORM.




4. FORM.




qui

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

qui en la 1 & 2 figure eſt G I, en la 3 & 4 elle s'imagine: Puis F E egale & parallele avec I K: Apres je marque en la vitrebaſe E F le poinct E, tellement que C E eſt egale à la ligne venant de C à angle droit ſur A B, ou ſur ſa prolongée; ce qui en la 1 & 2 figure eſt C B, en la 3 & 4 figure elle eſt imaginée. Puis je tire C M, faiſant ſur E F un angle egal à l'angle qu'on prend faire le vitre ſur le pavé: Je tire puis apres le coupant C M en N, & je prens alors la longueur C N l'appliquant en la ligne, I K de I juſques O, & tirant par O la ligne P Q parallele avec A B, à ſçavoir P, en la ligne de conjonction D K, & Q en la ligne de conjonction C K. Cecy eſtant ainſi, je dis que la ligne P Q eſt l'ombre de A B, & P Q C D l'ombre du quadrangle A B C D.

*Preparation.* Soit marquée dedans la premiere & ſeconde figure le poinct R, comme ſection commune de I K ou ſa prolongée, & A B ou ſa prolongée.

DEMONSTRATION.

D'autant qu'en la premiere & ſeconde figure C F eſt egale à la ligne I G, & C E à C B, qui eſt auſſi à I R, s'enſuit que E F eſt egale à G R, & F L à la ligne de Spectateur, laquelle eſt ſur le poinct G à angle droit ſur le pavé; parquoy le triangle E F L eſtant droit à F, eſt egal & ſemblable au triangle imaginé entre l'œil R, & G, eſtant droit à G. Apres, d'autant que I G eſt egale à C F, il faut que L E coupe la ligne C M en N, auſſi haut deſſus C, comme le rayon de l'œil R tranſperce le vitre deſſus I: Pourtant C N eſt la vraye longueur, laquelle doit eſtre de D C juſques à l'ombre A B; mais icelle longueur eſt entre D C & P Q par l'operation; pourtant P Q eſt en ſa competente diſtance de D C. Leurs extremitez P, Q, ſont auſſi dedans les lignes de conjonction D K, C K, pourtant P Q eſt la vraye ombre de A B.

Par ce qui a eſté demonſtré en la 1 & 2 figure, on peut aſſez facilement entendre la conſequence des ſemblables en la 3 & 4 figure: car ſi on tire une ligne de G à angle droit ſur A B, ou ſur ſa prolongée, elle ſera egale avec E F, d'où on voit aſſez la conſequence du reſte.

NOTEZ.

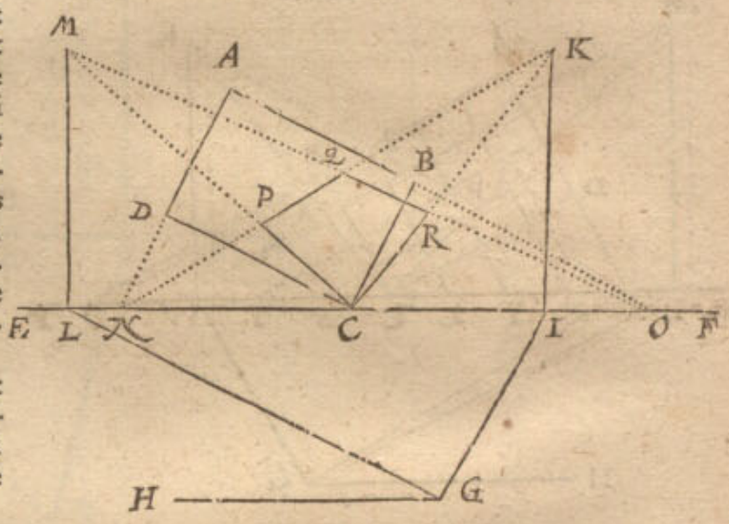
Mais s'il falloit trouver les ombres de quelques autres lignes ombrageables paralleles avec A B, cela ſe peut par briefveté faire ainſi: Soient entre A B & D C par imagination encores deux lignes ombrageables egales & paralleles avec A B, & tendantes par les poincts S, T, qui ſont marquez en A D. Pour trouver l'ombre d'icelles lignes, je marque en C E les deux poincts V, X, tellement que C V eſt egale avec la ligne de S juſques à E F à angle droit ſur icelle, & C X egale avec la ligne de T à angle droit ſur E F; je tire puis apres L V, & L X, coupant M C en Y & Z: Apres je marque au quadrangle P Q C D la ligne *a b*, auſſi haute deſſus D C que de Y juſques à C; pareillement la ligne *c d* auſſi haute deſſus D C que de Z juſques C, & j'ay manifeſtement le requis.

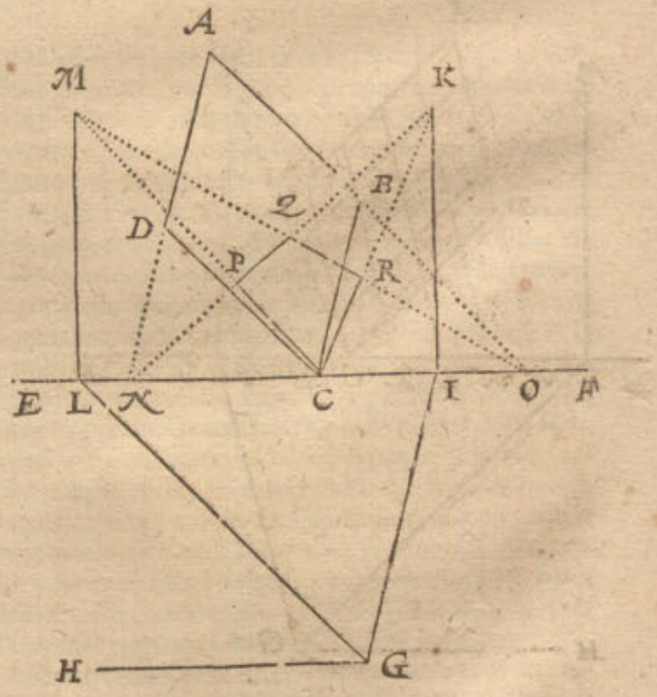
Nous avons deſcrit juſques icy des exemples où le vitre tend par l'un des coſtez du quadrangle ombrageable, mais pour donner auſſi exemple là où il tend hors d'un coſté parallele avec iceluy, ſoit aux deux premiers quadrangles rectangles ombrageables A B T *e* un quadrangle ombrageable, tendant le vitre par E F parallele avec A B, & le reſte du donné ſoit comme deſſus.

Pour trouver maintenant l'ombre de A B, on produira A T, & ſon coſté oppoſite B *e*, tant qu'ils touchent E F, comme en C & D: Puis poſant que A B C D ſoit la figure ombrageable donnée, on trouve P Q ombre de A B comme deſſus; Et puis poſant encore T *e* C D comme ſi elle eſtoit la figure ombrageable donnée, on trouve de meſme façon l'ombre de l'imaginée T *e*, & on a le requis. Dont la demonſtration eſt manifeſte par la precedente.

*6 Exemple.*

Nous parlerons maintenant de la briefveté lors que le vitre tend non parallele avec chacun des quatre coſtez: Soit à ceſte fin A B C D un quadrangle rectangulaire ombrageable, E F la vitrebaſe non parallele avec chacun des quatre coſtez, & tendant le vitre à angle droit ſur le pavé par un des poincts, comme par C, & G eſt le pied, ſur lequel par imagination eſt dreſſée une ligne de Spectateur egale à la meſure de Spectateur G H: Pour avoir l'ombre d'iceluy quadrangle A B C D, on pourroit trouver l'ombre d'un chacun des poincts A B D ſelon la regle generale de la 5 propoſition, tirant puis apres des lignes de l'un des poincts à l'autre; mais on les peut avoir par voye plus briefve, comme s'enſuit. Je tire la ligne de pavé G I parallele avec C B, & K I à angle droit ſur E F & egale à G H; puis la ligne de pavé




G I parallele avec C D, & ſur E F la meſure de Spectateur L M egale à G H; apres je produis A D juſques à la vitrebaſe en N, & A B juſques à la meſme vitrebaſe en O; apres K N, K C, & M C coupant K N en P;

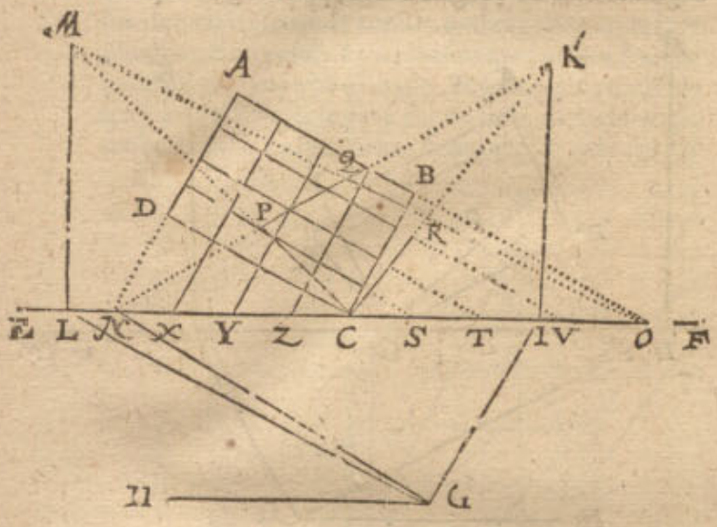


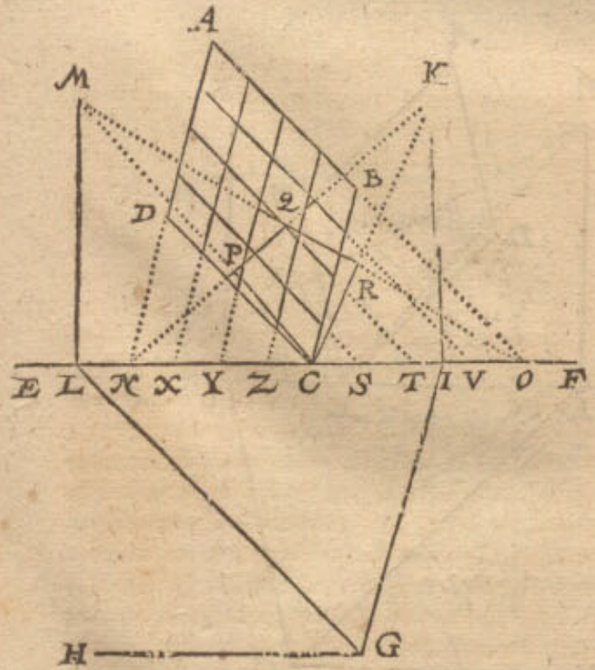
Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

puis M O coupant K N en Q, & K C en R. Ce qu'eſtant ainſi, le quadrangle Q R C P eſt l'ombre requiſe de l'ombrabeable A B C D; car M O, M C ſont lignes de conjonction des ombres de A B, D C; & K N, K C, des ombres de A D, B C: pourtant les ombres de A B & D C ſont dedans les lignes de conjonction M O, M C, & les ombres de A D, B C, dedans les lignes de conjonction K N, K C: parquoy Q R & P C ſont ombres de A B, D C; & Q P, R C ombres de A D, B C; & par conſequent le quadrangle Q R C P ombre du quadrangle ombrageable A B C D.

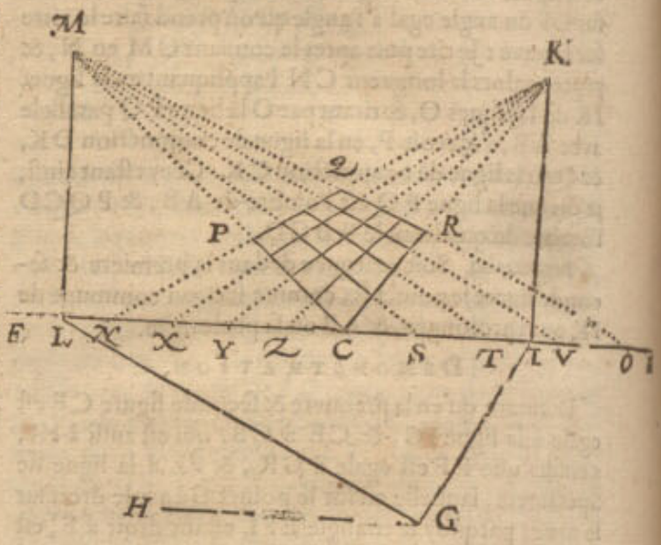
*7 Exemple.*

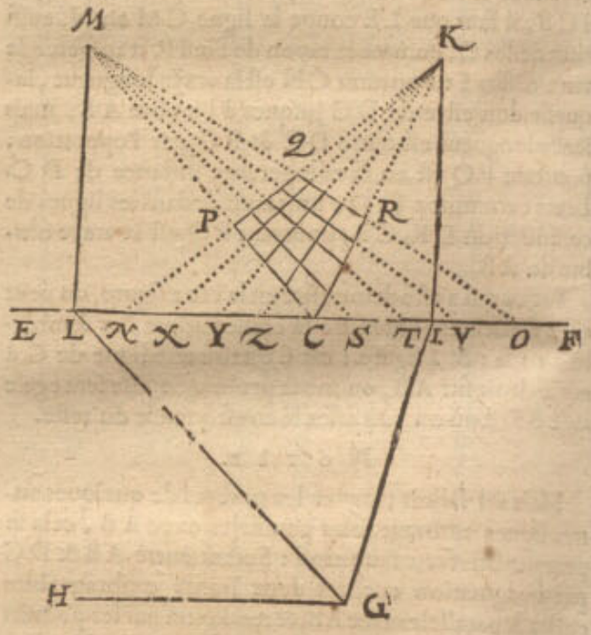
Mais s'il y avoit en l'ombrageable quadrangle parallelogramme des lignes paralleles avec les coſtez, leurs ombres ſe trouvent pareillement par briefveté. Soient par exemple au quadrangle ombrageable A B C D, trois lignes paralleles avec A B, & trois autres lignes paralleles avec A D: Ce qu'eſtant ainſi, on en fait l'operation comme deſſus, & ſur cela on produit encore les ombrageables données tant qu'elles touchent la vitrebaſe E F, comme entre C & O aux trois poincts S, T, V; mais entre C & N aux trois poincts X, Y, Z, & la figure eſt alors comme cy-deſſous.




Je tire puis apres les ſix lignes M S, M T, M V, K X, K Y, K Z; & alors les lignes comprinſes dedans le quadrangle Q R C P (lequel quadrangle pour plus ample



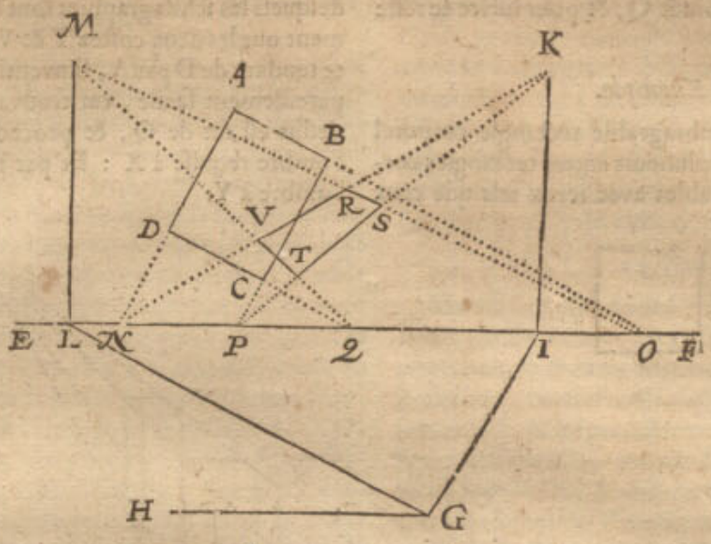



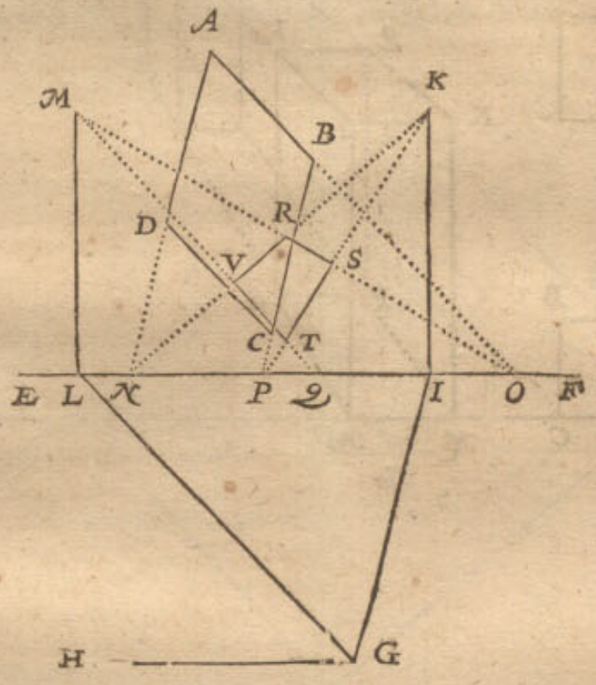

eſclairciſſement, nous remarquerons encore ſans le quadrangle ombrageable donné) ſont les ombres requiſes des ombrageables paralleles dedans le quadrangle A B C D.

*8 Exemple.*

Soit maintenant la vitrebaſe E F hors du quadrangle parallelogramme ombrageable A B C D, ſans le toucher, comme cy-deſſous, où G ſignifie le pied, G H meſure de Spectateur, laquelle, comme auſſi le vitre, eſt parallele ſur le pavé: Or ſuivant l'operation avec les poincts I, K, L, M, N, O, comme deſſus, puis produiſant B C & C D, tant qu'elles touchent la vitrebaſe E F en P, & Q, & tirant M O, M Q, K N, K P; alors le quadrangle comprins entre les interieures parties des quatre lignes, comme R S, T V, eſt l'ombre

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©




bre requiſe, dont la demonſtration eſt manifeſte par la precedente.

*9 Exemple.*

Mais ſi le quadrangle ombrageable A B C D avoit des lignes ombrageables paralleles avec l'un & l'autre coſté, pour trouver leurs ombres par briefveté, on feroit comme deſſus, à ſçavoir on produiroit ces lignes juſques à la vitrebaſe E F; puis les lignes venans de M juſques à tels attouchemens tombans entre Q & O, & de K juſques à tels attouchemens entre P & N; car les parties d'icelles lignes comprinſes dedans le quadrangle R, S, T, V, ſeroient pour les raiſons precedentes l'ombre requiſe.

*10 Exemple.*

Il ſe peut auſſi rencontrer briefveté en l'ombragement de quadrangles rectangles ſolides : Et pour en parler par exemple, ſoit A B C D l'ichnographie ou plan d'un rectangle ſolide, duquel la hauteur E F, & le vitre tend par le plan anterieur, duquel la baſe D C, le pied ſoit G, ſur lequel par imagination eſt dreſſée une ligne de Spectateur à angle droit ſur le pavé, & egale à la meſure de Spectateur H I : Or pour faire l'operation, je marque ſur un autre vitre (pour ne meſler l'ombre avec le plan donné) K L, M N, comme ombre du quadrangle qui vient dedans le vitre, à ſçavoir duquel la baſe N M eſt egale avec D C, & la hauteur N K egale à E F; Puis je trouve par la 5 ou 6 propoſition le poinct de conjonction O, d'iceluy je tire O M, O N, O K, O L, comme lignes de conjonction des ombres prolongées des ombrageables, telles que ſont D A, C B, & celles qui y viennent deſſus. Or pour parfaire maintenant le reſte des ombres requiſes, je n'ay qu'à cercher l'ombre du poinct, tel qu'eſt A, laquelle ombre ſoit P, qu'on trouve maintenant ſeulement par les deux derniers articles de l'operation de la 5 propoſition : Puis on produit P Q parallele avec N K, juſques à ce qu'elle touche la ligne de conjonction O K; apres Q R parallele avec N M, juſques à ce qu'elle touche la ligne de conjonction O L; apres R S parallele avec L M, juſques à ce qu'elle touche la ligne de conjonction O M : Et finalement S P, laquelle s'il n'y a faute en l'operation, ſera neceſſairement parallele avec L M, par la 2 propoſition; & pour les raiſons deduites en icelle 2 propoſition, P Q & R S doivent eſtre paralleles avec N K, L M, & Q R avec N M; de ſorte que K L M N P Q R S eſt l'ombre requiſe.

Mais puis que ceſte ombre eſt marquée d'un rectangle corporel, comme eſtant de matiere diaphane, tellement qu'on peut voir les lignes poſterieures, comme P Q, P S, P N; c'eſt à ſçavoir que quand on ſe propoſe que le corps n'eſt point diaphane, on ne tirera pas ſi on veut ces trois lignes; & en tel cas on eut peu au lieu du

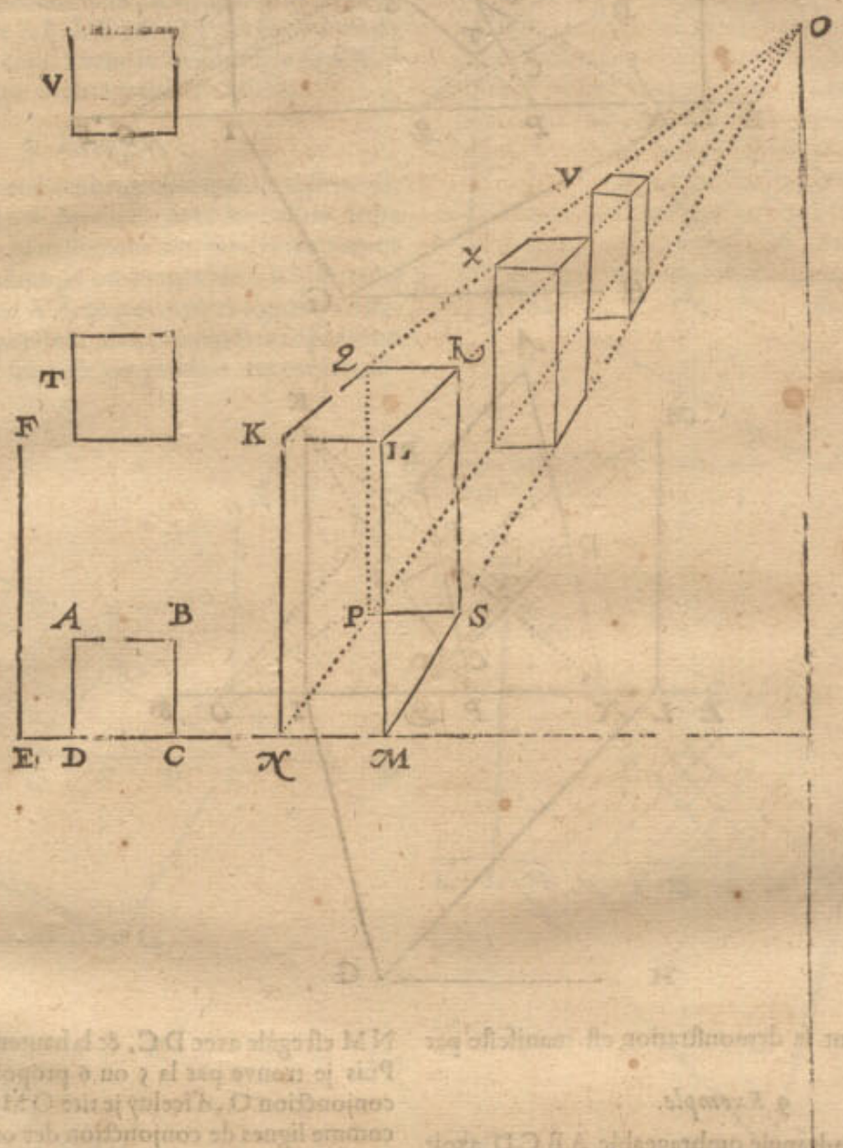


Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

poinct P, trouver le poinct Q, & pour suivre le reste comme il appartient.

### 11 *Exemple.*

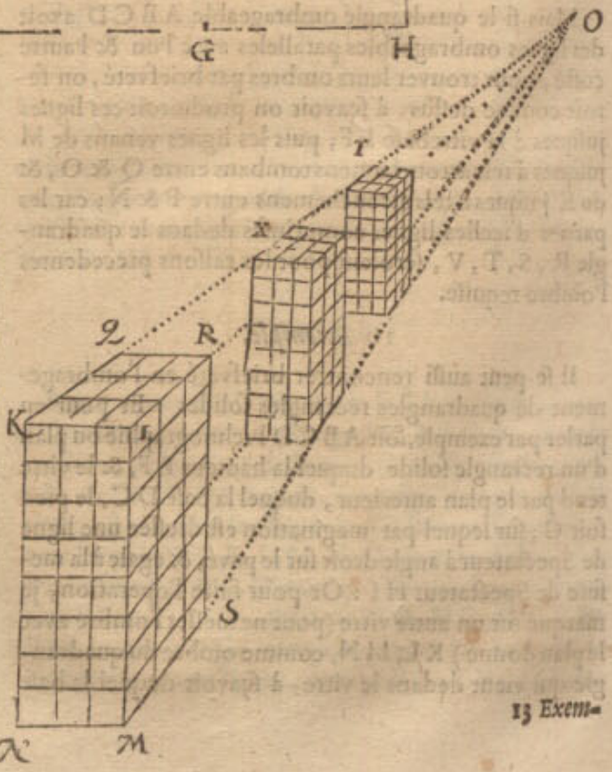
Mais si derriere l'ombrageable rectangle corporel donné, estoient dressez plusieurs autres rectangles corporels, egaux & semblables avec iceux tels que ceux desquels les ichnographies sont les quarrez T, V; tellement que les deux costez T & V soient en la ligne droite tendant de D par A, l'invention de leurs ombres est pareillement facile, car trouvant le poinct X comme dessus est dit de Q, & procedant avec iceluy, on a l'ombre requise à X : Et par mesme voye on trouve l'ombre à Y.




### 12 *Exemple.*

Mais si dedans le susdit rectangle corporel ombrageable estoient plusieurs autres lignes paralleles avec les costez, leurs ombres se pourroient tirer par briefveté: Comme par exemple, prenant qu'aux costez plus courts soient marquez trois poincts, desquels soient tirées des lignes paralleles avec les costez plus longs: Pareillement dedans les costez plus longs sept poincts, desquels soient tirez des paralleles avec les costez plus courts.

Pour trouver l'ombre d'icelles paralleles, il ne faut que tirer les lignes de O jusques aux poincts susdits, & puis toutes les autres comme la figure suivante le demonstre; moyennant que les paralleles avec K L au quadrangle K R se trouvent, comme il est dit cy-devant au troisiesme article; & que des extremes poincts d'icelles lignes dedans L R, sont tirées des lignes paralleles avec R S.




13 Exem-

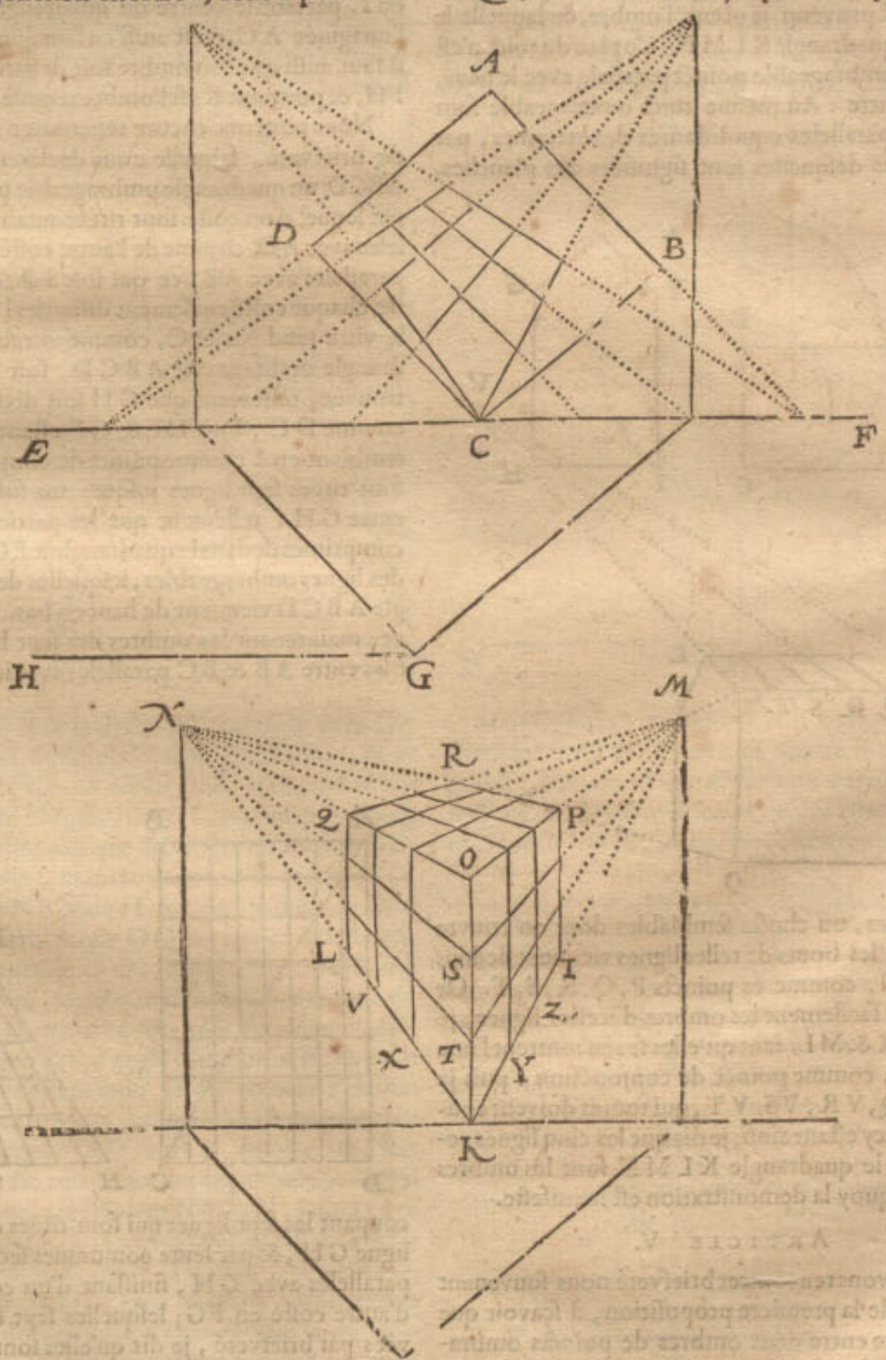
Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

*13 Exemple.*

Si le vitre n'eſtoit parallele avec le plan du rectangle corporel, comme cy-devant, ains non parallele, il y en provient auſſi des briefvetez remarquables. Soit pour exemple ABCD un rectangle, je prens un quarré, comme plan dedans le pavé, ſur lequel eſt imaginé un rectangle corporel de la hauteur qu'eſt la longueur d'un des coſtez d'un quarré, à ſçavoir un cube; & par l'angle C tend le vitre E F à angle droit ſur le pavé, & G eſt le pied, ſur lequel on feigne que ſoit dreſſée une ligne de Spectateur à angle droit ſur iceluy pavé, & egale à la meſure de Spectateur G H: Pour marquer l'ombre de ce cube, je trouve pour le premier, comme deſſus, l'ombre de la baſe, ou des trois poincts viſibles B, C, D, leſquels ſont, je prens, comme en la ſeconde figure ſuivante I, K, L; Et K, I, M, l'une des lignes de conjonction, de laquelle le poinct de conjonction eſt M; l'autre ligne de conjonction eſt K L N, dont le poinct de conjonction N; & ſur le poinct K, qui vient dedans le vitre, je tire le coſté du cube qui eſt dedans le vitre, comme K O egale à A B; puis du poinct de conjonction M, la ligne de conjonction M O, & N O; puis I P, & L Q paralleles avec K O, venant P en M O, & Q en N O: Puis M Q, & N P coupant M Q en R: Ce qu'eſtant ainſi, je dis que la figure R P I K L Q O eſt l'ombre requiſe du cube donné.

*14 Exemple.*

Mais ſi le cube donné eſtoit ſur chacun quarré des lignes paralleles avec les coſtez, les ombres d'icelles ſe peuvent auſſi trouver avec briefveté. Par exemple, les poincts extremes d'icelles lignes paralleles dedans K O ſoyent S, T, & les poincts extremes des ombres de telles lignes dedans K L, trouvez dedans la baſe comme devant, ſont V, X; & dedans K I ſont Y, Z: Je tire puis apres les lignes de V & X paralleles avec K O, juſques en Q O, & de là en avant juſques à M; puis de Y & Z




parallele avec K O, juſques en M O, & de là en avant juſques à N; puis N S, N T, M S, M T: Ce qu'eſtant ainſi, les lignes comprinſes és trois quadrangles ſont manifeſtement les ombres requiſes des lignes ombrageables paralleles données ſur les quarrez du cube. A ces ſuſdits exemples de rectangles corporels on en

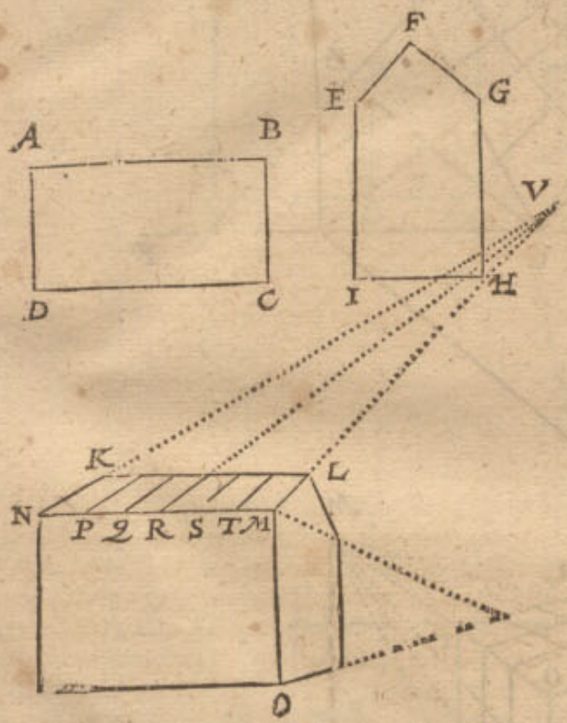


Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

pourroit encore adjouſter quelques autres de grands edifices, mais eſtimant que par cecy l'intention de la briefveté eſt aſſez entenduë, venant en telles paralleles, à ſçavoir qui avec le pavé ou vitre ſoient paralleles, nous nous contenterons de ceux-cy, & ce d'autant que quiconques s'exerce en la practique d'enombrer, remarque de ſoy-meſme pluſieurs briefvetez leſquelles n'ont affaire d'enſeignement de bouche.

### Article IV.

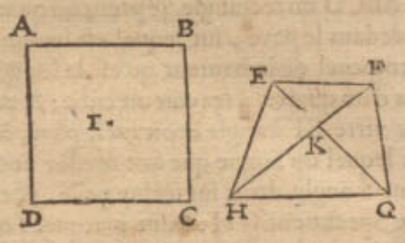
Il ſe rencontre auſſi briefveté en l'ombragement des lignes ombrageables paralleles, leſquelles ne ſont paralleles avec le pavé, ny auſſi avec le vitre. Pour en donner exemple, ſoit A B C D le plan d'une maiſon, le profil de laquelle, comme eſtage anterieur ou poſterieur, ſoit E F G H I, tellement que I H eſt egale & convient avec C B, & viene le vitre ſur le pavé à angle droit par D C: A cecy eſtant encore donné le pied, & ligne de Spectateur, & en eſtant fait l'ombragement ſelon qu'il appartient, il en eſt provenu, je prens, l'ombre, de laquelle le toict ſoit le quadrangle K L M N: Ce plan du toict n'eſt en la figure ombrageable poinct parallele avec le pavé, ny avec le vitre: Au meſme toict ombrageable ſont cinq lignes paralleles equidiſtantes des extremes, par les intervalles deſquelles ſont ſignifiées des planches,




plomb, tuilles, ou choſes ſemblables dont on couvre les maiſons, les bouts de telles lignes viennent dedans la ligne M N, comme és poincts P, Q, R, S, T. Or pour trouver facilement les ombres d'icelles lignes, je prolonge N K & M L, tant qu'elles ſe rencontrent l'une l'autre en V, comme poinct de conjonction: puis je tire V P, V Q, V R, V S, V T, qui toutes doivent couper K L. Cecy eſtant ainſi, je dis que les cinq lignes venant dedans le quadrangle K L M N ſont les ombres requiſes; dequoy la demonſtration eſt manifeſte.

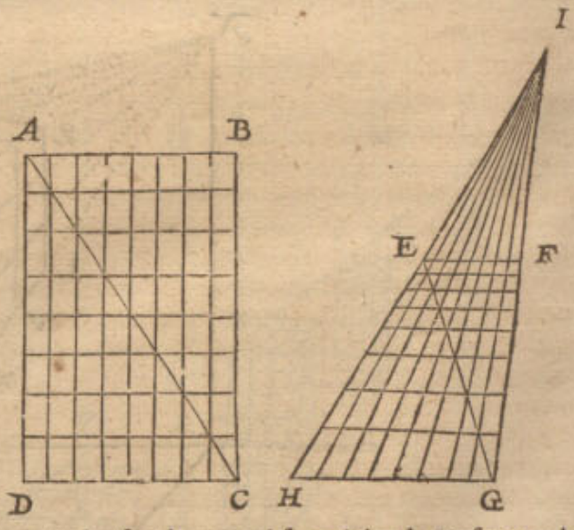
### Article V.

Nous pouvons rencontrer briefveté nous ſouvenant du contenu de la premiere propoſition, à ſçavoir que la ligne droite entre deux ombres de poincts ombrageables, eſt ombre de la ligne ombrageable droite entre iceux deux poincts ombrageables: Pour en donner exemple, ſoit A B C D un parallelogramme ombrageable, duquel l'ombre trouvée ſoit E F G H: A cecy on requiert encores l'ombre du centre I de A B C D: Pour faire cecy avec briefveté, je produis les deux lignes droites E G, F H, & là où elles s'entrecoupent, comme




en K, eſt l'ombre requiſe du poinct ombrageable I: Car par la ſuſdite 1 propoſition E G eſt ombre de l'imaginée A C, & F H de l'imaginée B D: Mais la commune ſection d'icelles deux lignes imaginées advient en I, partant le centre du quadrangle A B C D eſt en l'imaginée A C, il eſt auſſi en l'imaginée B D; parquoy il faut auſſi que ſon ombre ſoit dedans E G, & auſſi en F H, & pourtant K eſt l'ombre requiſe.

Nous pouvons encore rencontrer une autre qualité de briefveté, laquelle nous declarerons ainſi: Soit A B C D un quadrangle ombrageable parallelogramme, par lequel d'un coſté ſont tirées autant des lignes paralleles avec A D, comme de l'autre coſté en ſont tirées de paralleles avec A B, ce qui ſoit à chaque coſté ſept, & ſur chaque coſté egalement diſtantes l'une de l'autre, & le vitre tend par D C, comme vitrebaſe: De ce quadrangle ombrageable A B C D, ſoit E F G H l'ombre trouvée, tellement que G H ſoit diviſé en ſept parties comme D C: Puis H E & G F eſtant prolongées s'aſſemblent en I comme poinct de conjonction, duquel ſont tirées ſept lignes juſques aux ſuſdits ſept poincts entre G H, tellement que les parties d'icelles lignes comprinſes dedans le quadrangle E F G H, ſont ombres des lignes ombrageables, leſquelles dedans le quadrangle A B C D viennent de haut en bas. Mais pour trouver maintenant les ombres des ſept lignes ombrageables entre A B & B C paralleles avec icelles, je tire E G




coupant les ſept lignes qui ſont tirées de I juſques en la ligne G H, & par leurs communes ſections je tire ſept paralleles avec G H, finiſſant d'un coſté en E H, & d'autre coſté en F G; leſquelles ſept lignes ainſi trouvées par briefveté, je dis qu'elles ſont les ombres requiſes. Ce que pour demonſtrer, ſoit premierement tirée la ligne droite A C, de laquelle il faut que E G ſoit l'ombre, par la 1 propoſition; d'autant que le poinct G eſt

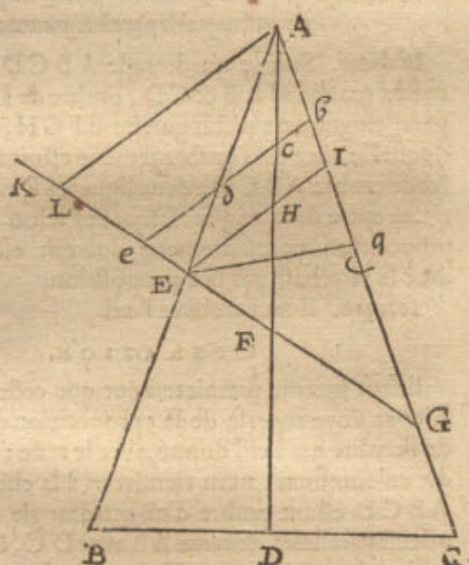
Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

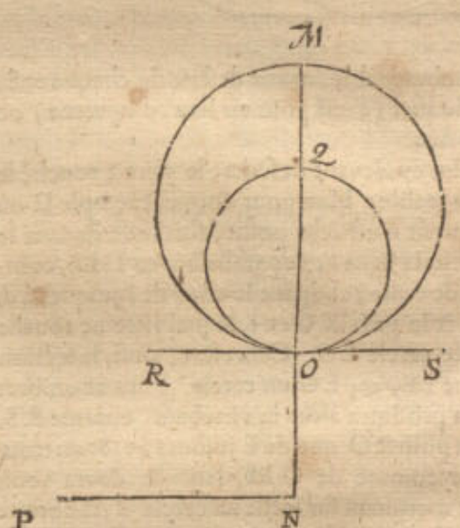
eſt ombre de C, & E de A, & toutes les communes ſections d'icelle E G, & des lignes de I juſques en G H, doivent par la ſuſdite 1 propoſition eſtre ombres des communes ſections ombrageables de A C, & des lignes venantes de haut en bas. Mais d'autant que par icelles communes ſections ombrageables tendent les autres paralleles ombrageables, il faut que leurs ombres tendent auſſi par les communes ſections en E G, & conſequemment les lignes par icelles ſont les ombres requiſes.

### Article VI.

Nous pouvons auſſi rencontrer briefveté en l'ombragement d'aucuns cercles ombrageables, car le cercle ombrageable eſtant parallele avec le vitre, ſon ombre eſt pareillement un cercle par la 2 propoſition: Parquoy eſtant trouvée l'ombre du diametre ombrageable, & ſur iceluy deſcrit un cercle, on a l'ombre requiſe.

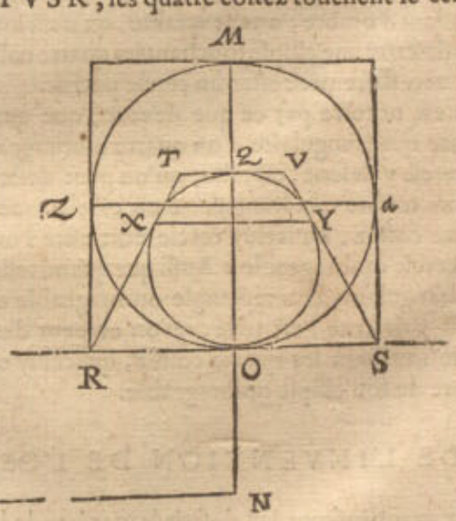
Mais quand le cercle ombrageable n'eſt point parellele avec le vitre, l'ombre peut ſelon la qualité du donné eſtre un cercle. Pour en declarer la raiſon, je prens premierement pour cognu le traicté des cones autant qu'il eſt icy neceſſaire, & je dis ainſi: Soit A B C un conoidal, dont le moindre diametre de la baſe eſt B C, & le moindre triangle A B C, l'axe A D. Ce conoidal eſt coupé avec un plan E F G à angle droit ſur le moindre triangle A B C, & par l'axe en F: Icelle ſection de conoidal E F G peut eſtre une ellipſe ſemblable à la baſe, ou d'eſpece plus longue ou plus courte, ou bien un cercle parfait, & cela ſelon la longueur du plus grand diametre. Or prenant que ceſte ſection ſoit un cercle, ſoit tirée ſa ſection oppoſée E H I, laquelle on a quand l'angle A H I eſt egal à l'angle A F E: Et comme ceſte ſection oppoſée eſt touſiours ſemblable avec l'autre, il faut qu'elle ſoit auſſi un cercle, de ſorte qu'iceluy conoidal a deux ſections qui ſont cercles, comme E F G, & ſa ſection oppoſée E H I. Or prenons maintenant que le cercle E F G ſoit un cercle ombrageable veu de coſté, A l'œil, & par E H I un plan comme vitre entre deux, auquel vitre eſtant pareillement un cercle, il peut advenir, comme nous avons dit, que le cercle ombrageable n'eſtant point parallele avec le vitre, l'ombre toutefois ſoit un cercle. Or pour venir maintenant à l'exemple de tel ombragement, je produis G E aſſez avant,




comme juſques à K & la deſſus A L parallele avec I E, tellement que A L ſignifie la ligne de Spectateur, & le poinct L le pied; Ce qui eſtant ainſi, je tire ſur un autre plan la ligne M N egale avec G L, marquant en icelle le poinct O; tellement que M O ſoit egale avec G E; je deſcris ſur icelle, comme diametre le cercle M O, je tire puis apres N P egale à L A; apres je mets en O M le poinct Q; tellement que O Q ſoit egale à E I, deſcrivant ſur iceluy le cercle O Q, lequel eſtant trouvé ainſi avec telle briefveté, je dis que c'eſt l'ombre requiſe du cercle O M. Pour declarer cecy plus amplement, ſoit tirée par O la ligne R S, à angle droit ſur M N, comme vitre baſe. Ce qu'eſtant ainſi, je dis comme s'enſuit: Le cercle O M demeurant dedans le pavé, mais le vitre dedans lequel tourne O Q ſur R S, comme axe, ſoit tourné d'enhaut tant qu'il face un angle ſur le pavé egal à A L G, tournant pareillement N P ſur N, juſques à ce que comme ligne de Spectateur elle eſt parallele avec le diametre O Q, alors l'ombre, à ſçavoir le cercle O Q, ſera de l'œil veu convenir avec le cercle ombrageable O M, dont cy-devant nous avons declaré la demonſtration & cauſe. Il eſt auſſi notoire par la 7 propoſition, que le meſme cercle O Q demeure ombre du cercle O M en tout angle que le vitre fait ſur le pavé, pourveu que la ligne de Spectateur ſoit touſiours parallele avec le diametre O Q.

Mais ſi quelqu'un vouloit voir quelque preuve mechanique de cecy, il pourroit mettre le cercle ombrageable, comme M O, dedans un quarré, comme cy-deſſous, & l'ombre d'iceluy quarré eſtant trouvée, lequel ſoit T V S R, les quatre coſtez touchent le cercle

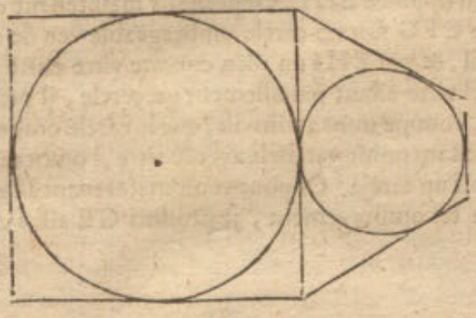



aux poincts O, X, Q, Y, ce qui eſt ſigne de certitude. Et ſi on veut s'enquerir plus avant, on peut tirer le diametre du cercle ombrageable Z a à angle droit ſur O M, l'ombre

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

l'ombre trouvée duquel soit X Y, laquelle venant entre les deux susdits poincts de l'attouchement, m'asseurent que les deux poincts ombrageables de l'attouchement Z, *a*, viennent dedans l'ombre circulaire O Q, à leur place competente. Et si on pose un autre poinct ainsi qu'il advient dedans le circuit du cercle ombrageable, & qu'on trouve que son ombre vienne tousiours dedans la circonference (ce qu'il faut trouver, s'il n'y a faute en l'operation mechanique) par cela on voit ce que nous avions entrepris de declarer.

Si on pose la susdite ombre de l'autre costé de S R, comme cy-dessous, il est notoire qu'iceux deux quadrangles avec les cercles qui sont dedans, sont ombres



d'un cube ombrageable, ayans descrit de chaque costé un cercle, duquel (l'œil posé en lieu competent) on voit deux costez.

Es exemples cy-devant descrits, le vitre a touché le cercle ombrageable : Mais pour donner exemple là où tel attouchement n'advient point, soit tirée dedans le cone precedent la ligne *b c d e* parallele avec I H E, comme vitre veu de costé, coupant le cone de *b* jusques à *d*, & l'axe en *c*, & le pavé K G en *e*, lequel vitre ne touche maintenant le cercle E G. Cela estant ainsi, la section *b d* est comme I E, ou E G un cercle. Pour enombrer tel cercle, on produira alors la vitrebase, comme R S, aussi loing du poinct O, que de E jusques à *e*, & on trouvera l'ombre comme de O M, laquelle devra venir egale à *b d*, & marquant sur icelle un cercle, il est notoire qu'il sera l'ombre requise.

Mais si la section du cone n'estoit parallele avec I E, ny avec E G, comme je prens la section E *g* : Il est notoire qu'il faut que ce soit un cercle, ou ellipse, le diametre plus grand ou plus petit de laquelle est E *g*.

Il se faut aussi souvenir, qu'iceluy quadrangle T V S R signifiant l'ombre, a telle qualité, qu'il est impossible d'en descrire une ellipse touchant les quatre costez, mais doit necessairement estre un cercle parfait.

Il est notoire par ce que devant, que quand telle ombre quadrangulaire d'un quarré ombrageable avec un cercle y descrit, est telle, qu'on peut descrire en la mesme ombre quadrangulaire un cercle touchant les quatre costez, qu'iceluy cercle doit estre l'ombre de son cercle ombrageable : Aussi que quand telle ombre quadrangulaire d'un rectangle ombrageable avec une ellipse y descrite, est telle, qu'on en peut descrire un cercle touchant les quatre costez, qu'iceluy cercle est ombre de son ellipse ombrageable.

## DE L'INVENTION DE L'OEIL.

Or ayant jusques icy descrit la maniere de l'ombragement, reste maintenant à parler de la cognoissance où il faut poser l'œil pour voir en sa perfection l'ombre signée : Qui est, comment on trouvera le poinct en l'air, que l'ombrageur en ombrageant s'estoit proposé pour œil. Or pour en parler plus amplement par exemple, il est notoire qu'on fait des peinctures, lesquelles veuës par devant apparoissent tres-difformes, ne ressemblant ce qu'elles doivent signifier, mais ces peinctures veuës de costé, par certain petit trou ordonné pour cela, monstrant la place de l'œil, elles semblent fort belles : Et ainsi on entendra que les ombres, lesquelles sont faites parfaitement selon l'art, ont un tel lieu, auquel posé l'œil, la peincture se voit en perfection. Or si à toutes peinctures ou ombres on mettoit un tel trou, il ne seroit besoing de le cercher : Mais cela n'estant en usage, nous en descrirons ce qui nous en vient maintenant à la memoire, comme s'ensuit.

### Probleme VI. Proposition XII.

*Estant donné un plan de quatre ou plusieurs costez, qui est plan d'un plan ombrageable donné, sur lequel le vitre face en l'ombragement un angle egal à un angle donné, & ayant icelle ombre pour le moins un costé ou ligne entre deux angles parallele avec la vitrebase : Trouver l'œil.*

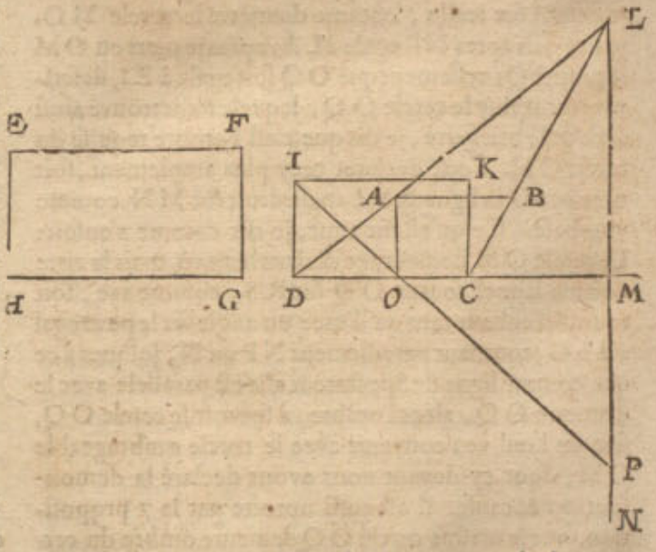
#### 1 *Exemple de l'ombre d'un quadrangle rectangle ombrageable parallelogramme.*

*Le donné.* Soit le quadrangle A B C D, ayant deux costez paralleles A B & C D, ombre de l'ombrageable parallelogramme rectangulaire E F G H, au plan infini duquel le vitre en l'ombragement estoit à angle droit : Icelle ombre A B C D a deux lignes, à sçavoir A B, C D, tirées entre deux angles, lesquelles selon le requis de la proposition necessairement doivent estre paralleles avec la vitrebase par la 2 proposition.

*Le requis.* Il faut trouver l'œil.

#### Operation.

Il faut sçavoir premierement que ceste operation se fait par voye reverse de la 5 proposition de l'invention de l'ombre par l'œil donné, avec le reste : Ce qui estant dit en commun, nous viendrons à la chose. Veu que A B C D estant ombre d'un quadrangle ombrageable a deux paralleles, comme A B avec D C, & que D C est ombre du costé, comme H G, par le donné, il falloit en l'ombragement que le vitre tendist par l'un des costez E F, H G, ou parallele avec iceluy, par la 3 proposition: Mais qu'il aye tendu ainsi qu'il advenoit, nous prendrons icy, & és semblables suivans, comme si tousiours il tendoit par un des costez ; d'autant qu'il donne un




mesme œil, comme nous esprouverons en la demonstration. Or pour sçavoir maintenant par quel costé, je re-

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

je regarde apres la plus grande des deux paralleles A B, D C, qui eſt D C, laquelle eſtant ombre de la ligne H G par le donné, le vitre tendoit par l'un des coſtés, comme H G. Cecy eſtant ainſi, je marque ſur D C, comme homologue avec H G, le quadrangle I K C D, ſemblable au quadrangle E F G H. Puis je produis D A & C B tant qu'ils ſe rencontrent l'un l'autre au poinct de conjonction L; puis L M comme meſure de Spectateur à angle droit ſur D C, ou ſur ſa prolongée comme vitrebaſe, & l'infinie M N parallele avec K C; puis A O à angle droit ſur la vitrebaſe D M, & de I par O une ligne tant qu'elle rencontre l'infinie M N comme en P; puis dreſſant ou imaginant ſur le poinct L une ligne egale à P M, & à angle droit ſur le vitre, le bout de ceſte ligne eſt l'œil requis.

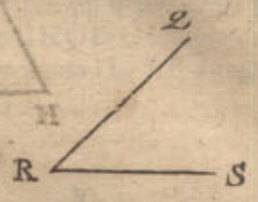
DEMONSTRATION.

Soit par imagination le vitre avec l'ombre A B C D, & le ſurplus, qu'on ſuppoſe eſtre marqué dedans le vitre, ſeparable du pavé, tournant iceluy vitre ſur la vitrebaſe D M comme axe, de ſorte qu'il eſt à angle droit ſur le pavé, c'eſt auſſi à angle droit ſur le quadrangle ombrageable I K C D: Puis ſoit ſur P dreſſée une ligne de Spectateur egale à la meſure de Spectateur M L, & parallele avec icelle: Ce qu'eſtant ainſi, l'œil au bout de ceſte ligne de Spectateur voit l'ombre A B C D convenir alors avec ſon rectangle ombrageable I K C D; de ſorte que l'œil eſt illec en ſa place competente. Mais le poinct au bout de ceſte ligne & de la ſuſdite ligne egale à P M à angle droit ſur le vitre, eſt un meſme poinct; pourtant l'œil eſt trouvé ſelon le requis.

Mais quelqu'un pourroit dire maintenant, que la choſe eſt prinſe cy-deſſus, comme ſi en l'ombragement le vitre euſt tendu par l'un des coſtez de la figure ombrageable, lequel, peut eſtre, eſtoit loing de là, parallele avec D C: Sur cecy on reſpond, que l'œil eſtant devant l'ombre A B C D à ſa competente place, & que du meſme œil on tire ou imagine quatre lignes infinies, par les quatre poincts A, B, C, D, qui comprennent une pyramide quadrangulaire infinie, de telle qualité, que quand on la coupe par D C, avec un plan à angle droit ſur le vitre, la ſection eſt comme I K C D, & toutes les autres ſections paralleles avec ceſte premiere ſection, & plus loing de l'œil, ſont plus grandes que la premiere, mais ſemblables à icelle, & de chacune de ces ſections diverſes, A B C D eſt manifeſtement l'ombre veuë de l'œil à une meſme place: Pourtant quand on deſire l'œil d'une des autres ſections, on le peut à cauſe de briefveté & ſeureté touſiours chercher de ceſte ſection, laquelle touche le vitre, ou ce qui eſt le meſme, du vitre qui touche le coſté anterieur ombrageable comme deſſus, & on a le requis.

NOTEZ.

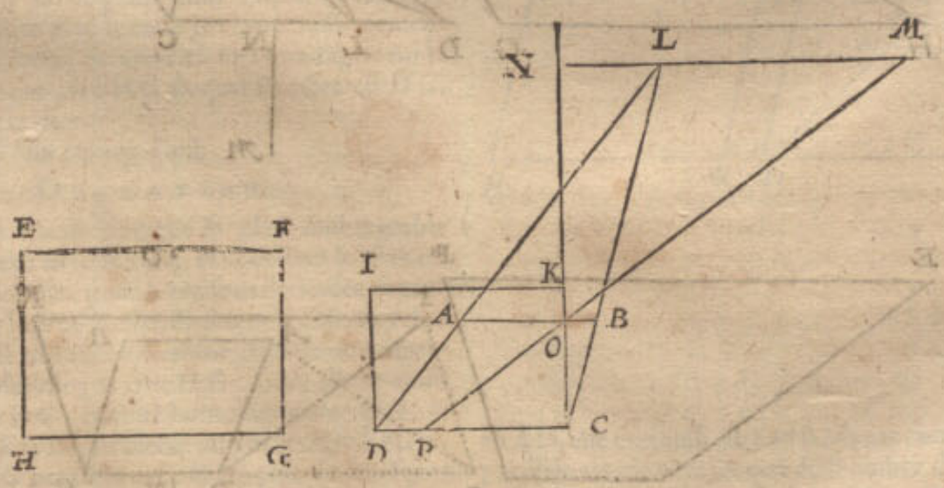
Nous avons poſé au precedent exemple le vitre à angle droit ſur le plan infini de la figure ombrageable, ou bien autrement, poſé le vitre donné à angle droit ſur le pavé: Mais ſi ſur iceluy il ſe faiſoit un angle oblique egal, je prens, à ceſt angle Q R S, ayant le vitre incliné vers l'ombre, comme la ligne Q R s'incline vers R S: En tel cas on fera l'operation comme devant, comme ſi le vitre eſtoit donné à angle droit ſur le pavé, trouvant P M, pour ainſi mettre une ligne egale à P M ſur le poinct L, excepté qu'elle ne doit venir à angle droit ſur le vitre, comme deſſus, mais face ſur icelle un angle egal à l'angle donné Q R S, moyennant que ladite ligne egale à P M, ſoit dedans le plan imaginé qui eſt à angle droit ſur la vitrebaſe D M, & qui eſt auſſi à angle droit ſur le vitre. Notez encores que ce que nous avons dit derriere ce premier exemple du vitre à angle oblique ſur le pavé, le ſemblable s'entendra auſſi ſe pouvoir faire aux exemples ſuivans de ceſte matiere, là où à cauſe de briefveté le vitre ſera ſeulement donné à angle droit ſur le pavé.




*Autre maniere d'operation.*

Comme l'operation precedente eſt faite par voye reverſe de l'invention de l'ombre derriere la 11 propoſition du premier exemple du 3 article des briefvetez, ainſi on peut auſſi faire une operation par voye contraire du 5 exemple d'iceluy troiſieſme article.

Ce que pour declarer ſoit A B C D l'ombre, E F G H la figure ombrageable, & le reſte comme deſſus. Or pour en trouver l'ombre, je marque ſur D C, comme homologue avec H G, le quadrangle I K C D, ſemblable au quadrangle E F G H; puis je produis D A & C D, tant qu'elles s'aſſemblent en L; puis l'infinie L M parallele avec D C, coupant C K, ou ſa prolongée en N, & je produis A B s'il eſt beſoing, tant qu'elle rencontre N C en O, & je marque en la ligne C D, ou ſa prolongée le poinct P; tellement que C P ſoit egale à C K; puis je tire de P par O une ligne droite tant qu'elle rencontre l'infinie L M, ce qui ſoit en M; apres je mets ſur le poinct L une ligne egale à M N à angle droit ſur le pavé: Ce qu'eſtant ainſi, l'extremité d'icelle ligne doit eſtre l'œil requis, dont la demõſtration eſt manifeſte, parce que nous avons fait une operation reverſe à celle de l'invention de l'ombre au 5 exemple du 3 membre des briefvetez.

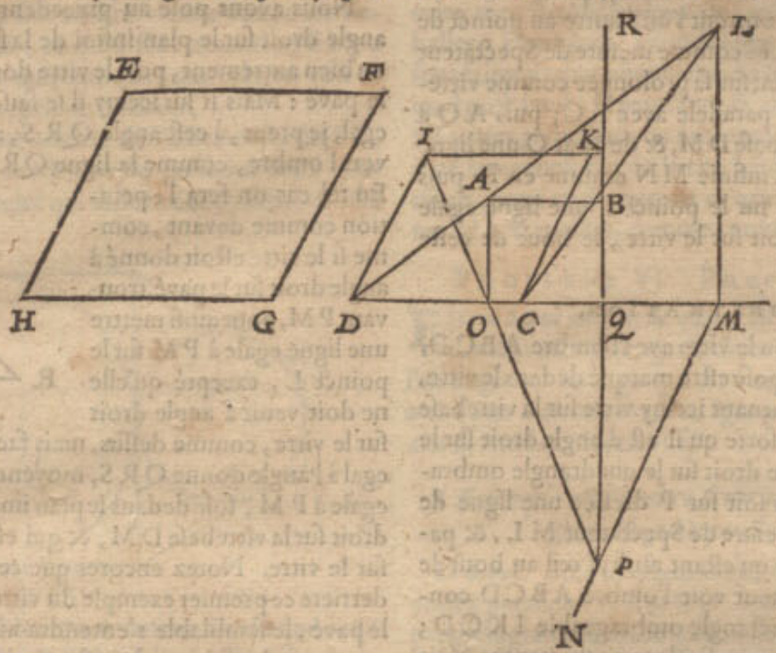



2 Exem-

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

*2 Exemple de l'ombre d'un quadrangle ombrageable parallelogramme à angle oblique.*

*Le donné.* Soit en la figure ſuivante le donné & l'operation comme au premier exemple, excepté que le quadrangle ombrageable eſt icy à angle oblique : Apres qu'eſtant tirée I O P, on ne dreſſera point de ligne ſur L egale à P M comme là ; mais eſtant tirée ladite I O P, on tirera encores P Q à angle droit ſur la vitrebaſe D M, & on produira icelle P Q juſques en R, tellement que Q R ſoit egale à M L ; puis ſur le poinct R dreſſant ou imaginant une ligne egale à P Q à angle




droit ſur le pavé, le bout d'icelle ligne eſt l'œil requis, dont la demonſtration eſt manifeſte par la precedente de la 1 propoſition.

La raiſon pourquoy au premier exemple la ligne P Q R n'eſtoit tirée comme en ce ſecond, eſt que R viendroit touſiours manifeſtement dedans L, & pourtant ſeroit inutilement tirée.

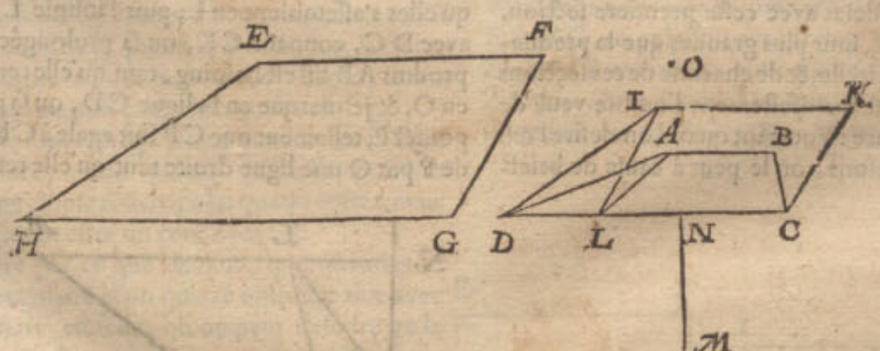
*3 Exemple de l'ombre d'un quadrangle ombrageable ſeulement à deux coſtez paralleles, leſquels en l'ombragement eſtoient paralleles avec le vitre.*

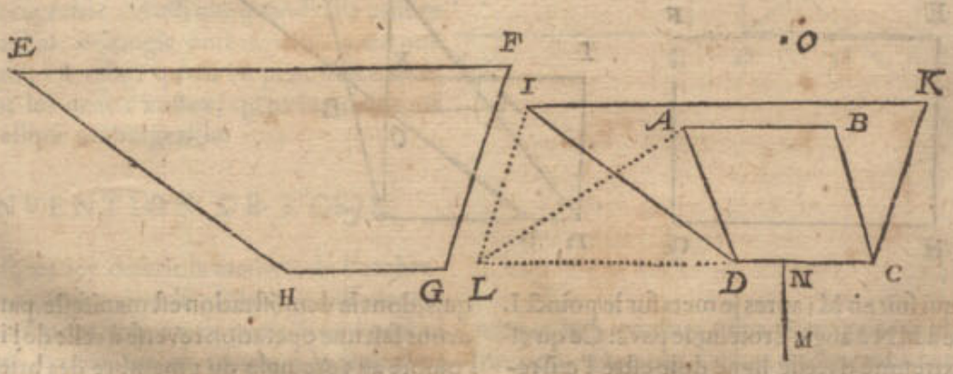
*Le donné.* Soit A B C D ayant deux coſtez paralleles, comme A B & C D ombre du quadrangle ombrageable ayant ſeulement deux coſtez paralleles, comme E F, H G, leſquels en l'ombragement eſtoient paralleles avec le vitre, ſur le plan infini duquel quadrangle E F G H, le vitre avec le coſté D C eſtoit en ombrageant à angle droit, & ayant eu en l'ombragement le coſté homologue avec H G, (l'ombre duquel eſt D C) parallele avec le vitre.

*Le requis.* Il faut trouver l'œil.

OPERATION.

Soit qu'en l'ombragement le plan ombrageable E F G H vienne avec le coſté H G dedans le vitre ou non, je me propoſe neantmoins (pour les raiſons declarées en la demonſtration du premier exemple) qu'avec tel coſté il y venoit dedans, de ſorte que D C eſt



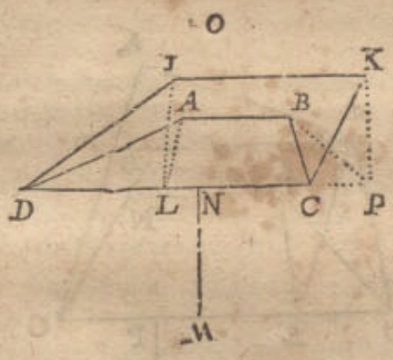

ainſi

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

aussi bien ombre comme ombrageable du costé homologue avec H G : Cecy estant ainsi, je tire sur D C, comme homologue avec H G, le quadrangle I K C D semblable avec le quadrangle E F G H ; puis apres de I jusques à D C ou sa prolongée la ligne I L parallele avec K C, puis A L. Ce qu'estant ainsi, A B C L est ombre du quadrangle parallelogramme I K C L, comme nous demonstrerons cy-dessous : D'iceluy cerché l'œil, se trouve par le second exemple de ceste proposition au bout, je prens, de la ligne egale à M N, posé sur le poinct O à angle droit sur le vitre, lequel je dis estre l'œil requis.

DEMONSTRATION.

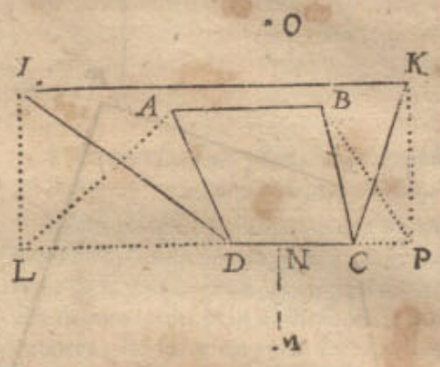
Nous avons dit en l'operation que A B C L est ombre du quadrangle I K C L, & pour en faire declaration




je dis ainsi : Le poinct A du quadrangle A B C L, est ombre du poinct I du quadrangle I K C L, & le poinct L en la vitre basé est ombre de soy-mesme par la seconde petition ; & pourtant A L est ombre de I L par la 1 proposition : Mais A B est ombre de I K, & B C de K C : pourtant le quadrangle A B C L est ombre du quadrangle I K C L, & consequemment l'œil trouvé de A B C L faut aussi qu'il soit l'œil de A B C D, d'autant que l'ombre totale & sa partie n'ont point des yeux divers.

NOTEZ.

L'operation se pourroit aussi faire autrement, prenant un rectangle au lieu du parallelogramme ombrageable quadrangulaire I K C L, ce qui se fait ainsi : Je remarque la figure precedente I K C D, comme cy-dessous, & tire de I & K deux lignes I L, K P à angle




droit sur D C, ou sur sa prolongée ; puis A L avec B P, & pour les raisons declarées en la demonstration precedente, le quadrangle A B P L est ombre du quadrangle rectangle ombrageable I K P L : Pourtant d'iceluy cerché l'œil par le 1 exemple, on le trouvera au mesme lieu comme dessus, à sçavoir au bout de la ligne egale à M N, dressée sur le poinct O à angle droit sur le vitre.

### 4 *Exemple de l'ombre d'un quadrangle ombrageable seulement à deux costez paralleles, lesquels en l'ombragement n'estoient paralleles avec le vitre.*

*Le donné.* Soit A B C D ombre d'un plan ombrageable, comme du quadrangle ombrageable E F G H, ayant seulement deux costez comme E H, F G paralleles, lesquels en l'ombragement n'estoient paralleles avec le vitre, sur le plan infini duquel quadrangle E F G H, le vitre avec le costé D C en l'ombragement gisoit à angle droit, & avoit eu en l'ombragement le costé homologue avec H G duquel l'ombre est D C, parallele avec le vitre.

*Le requis.* Il faut trouver l'œil.

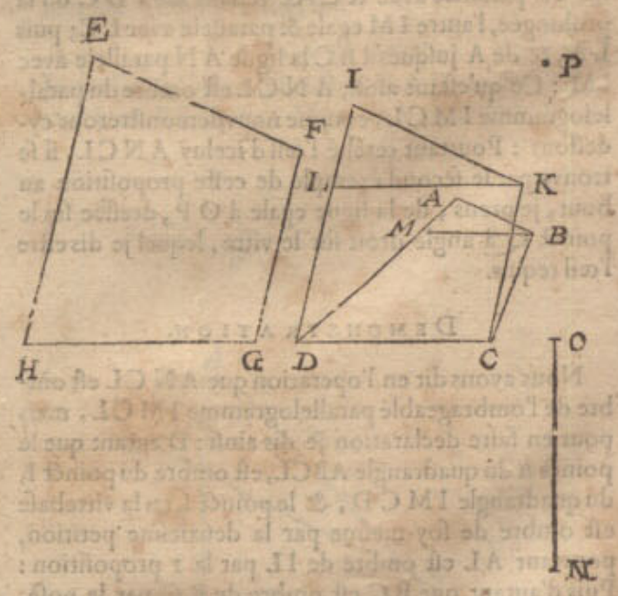
OPERATION.

Soit qu'en l'ombragement le plan ombrageable E F G H, vienne avec le costé H G dedans le vitre ou non, je me propose (pour les raisons declarées au premier exemple) qu'avec tel costé il venoit dedans, tellement que D C est aussi bien ombre comme ombrageable du costé homologue avec H G : Cecy estant ainsi, je marque sur D C, comme homologue avec H G, le quadrangle I K C D, semblable au quadrangle E F G H ; puis K L egal & parallele avec C D ; puis de B jusques à A D la ligne B M aussi parallele avec C D : Ce qu'estant ainsi, M B C D est ombre du quadrangle parallelogramme L K C D, comme nous demonstrerons cy-dessous ;

pourtant cerché l'œil d'iceluy M B C D, il se trouve par le 2 exemple de ceste proposition au bout, je prens, de la ligne egale à N O, dressée sur le poinct P à angle droit sur le vitre, lequel je dis estre l'œil requis.

DEMONSTRATION.

Nous avons dit en l'operation que M B C D est ombre du quadrangle ombrageable parallelogramme L K C D ; ce que pour declarer je dis ainsi : Veu que A D est ombre de I D par le posé, il faut que l'ombre du poinct L soit




en A D, elle doit aussi estre en B M ; car comme K L est parallele avec le vitre, & que de B ombre du poinct K, est tiré B M parallele avec K L, il faut que l'ombre de K L soit en l'infinie B M par la 2 proposition, & pourtant M B est ombre de L K, & par consequent le quadrangle



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

drangle M B C D ombre de L K C D ; & pourtant trouvé l'œil de M B C D, c'eſt l'œil de A B C D, d'autant que la partie de l'ombre n'a autre œil que l'ombre totale.

NOTEZ.

Par ce que nous avons dit en l'operation à la fin du troiſieſme exemple, eſt notoire qu'on pourroit auſſi faire l'operation en tirant des deux poincts L & K deux perpendiculaires ſur D C, trouvant apres l'ombre d'un quadrangle rectangle par le 1 exemple.

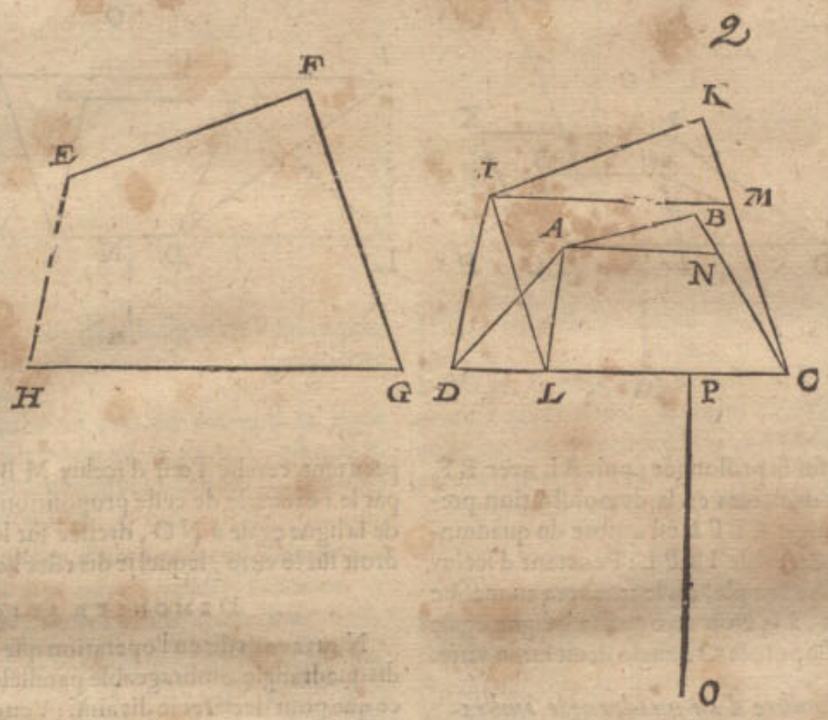
*5 Exemple de l'ombre d'un quadrangle ombrageable avec deux coſtez non paralleles, & les anterieurs ſeulement paralleles avec la vitrebaſe.*

*Le donné.* Soit A B C D l'ombre d'un plan ombrageable ſemblable à l'ombrageable quadrangle E F G H, ayant deux coſtez non paralleles, & ſur le plan infini duquel, le vitre eſtoit en l'ombragement avec le coſté D C à angle droit, & ayant eu en l'ombragement le coſté homologue avec H G, duquel l'ombre D C ſoit parallele avec le vitre.

*Le requis.* Il faut trouver l'œil.

OPERATION.

Soit qu'en l'ombragement le plan ombrageable E F G H vienne avec le coſté homologue de H G dedans le vitre ou non, ce nonobſtant je me propoſe (pour les raiſons declarées au 1 exemple) qu'avec tel coſté il venoit dedans, tellement que D C eſt auſſi bien ombre que ombrageable de l'homologue avec H G : Cecy eſtant ainſi, je marque ſur D C, comme homologue avec H G, le quadrangle I K C D, ſemblable au quadrangle E F G H ; puis de I deux lignes, l'une com-




me I L parallele avec K C, & venant L en D C ou ſa prolongée, l'autre I M egale & parallele avec L C ; puis L A, & de A juſques à B C la ligne A N parallele avec I M : Ce qu'eſtant ainſi, A N C L eſt ombre du parallelogramme I M C L, comme nous demonſtrerons cy-deſſous : Pourtant cerché l'œil d'iceluy A N C L, il ſe trouve par le ſecond exemple de ceſte propoſition au bout, je prens, de la ligne egale à O P, dreſſée ſur le poinct Q à angle droit ſur le vitre, lequel je dis eſtre l'œil requis.

DEMONSTRATION.

Nous avons dit en l'operation que A N C L eſt ombre de l'ombrageable parallelogramme I M C L, mais pour en faire declaration je dis ainſi : D'autant que le poinct A du quadrangle A B C L, eſt ombre du poinct I, du quadrangle I M C D, & le poinct L en la vitrebaſe eſt ombre de ſoy-meſme par la deuxieſme petition, pourtant A L eſt ombre de I L par la 1 propoſition : Puis d'autant que B C eſt ombre de K C par le poſé, il faut que l'ombre du poinct M ſoit en B C, & auſſi en A N ; car veu que I M eſt parallele avec le vitre, & que de A ombre du poinct I, eſt tirée A N parallele avec I M, il faut que l'ombre de I M ſoit en l'infinie A N, par la 2 propoſition ; & pourtant A N eſt ombre de I M, & N C de M C, & par conſequent le quadrangle A N L C, ombre de I M C L ; & par conſequent l'œil trouvé de A N C L, doit auſſi eſtre l'œil de A B C D, car l'ombre totale n'a autre œil que ſa partie.

NOTEZ.

Par ce que nous avons dit à la fin du troiſieſme exemple, eſt notoire qu'on pourroit auſſi faire l'operation tirant des deux poincts I & M deux lignes pendiculaires ſur D C, trouvant puis apres l'ombre d'un quadrangle parallelogramme par le 1 exemple.

*6 Exemple de l'ombre d'un quadrangle ombrageable, duquel le coſté exterieur eſt ſeulement parallele avec la vitrebaſe.*

Au precedent 4 & 5 exemple le coſté anterieur de l'ombrageable quadrangle a eſté parallele avec le vitre, mais pour declarer la generalité de la propoſition és quadrangles, deſquels le coſté poſterieur eſt ſeulement parallele avec la vitrebaſe, ſoit A B C D ombre d'un quadrangle ombrageable E F G H, ayant quatre coſtez non paralleles, & ſur le plan infini, duquel le vitre avec le poinct C, eſtoit en l'ombragement à angle droit, & ayant eu en l'ombragement le coſté poſterieur E F, duquel l'ombre A B eſt parallele avec le vitre.

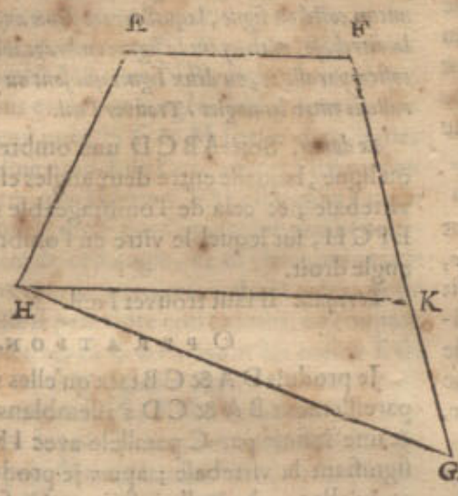
*Le requis.* Il faut trouver l'œil.

OPERA-

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

OPERATION.

Je tire DI parallele avec AB, & I venant en BC, puis HK parallele avec EF, & K venant en FG : Ce



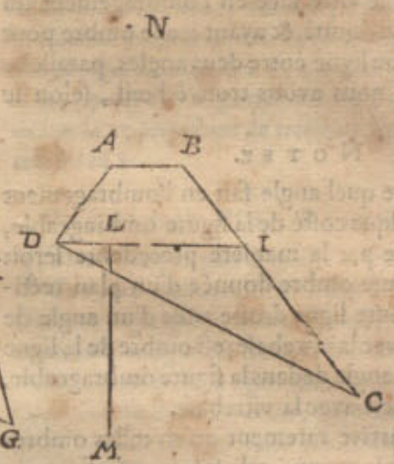

au bout, je prens, de la ligne egale à LM, dressée sur le poinct N à angle droit sur le vitre, ce qui est manifestement l'œil requis.

*7 Exemple d'un quadrangle ombrageable, ayant seulement entre deux angles opposites une ligne imaginée parallele avec la vitrebase.*

En cas que l'ombre soit d'un quadrangle, comme cy-dessous ABCD ombre de EFGH, tellement que la ligne imaginée DB ait esté parallele avec la vitrebase, il eut fallu qu'icelle HF eut esté aussi parallele avec icelle; pourtant il est notoire qu'alors on devroit tirer HF,

puis EH infiniement avant vers I, & GI parallele avec FH, pareillement DB; puis AD infiniement avant vers K, & CK parallele avec BD, & qu'alors DBCK seroit ombre de HFGI, de laquelle trouvé l'œil par le troisiesme exemple, on aura le requis.

qu'estant ainsi, il est notoire que ABID est ombre de EFKH, ayant deux costez ombrageables, comme EF avec HK; pourtant d'icelle ABID cerché l'œil, se trouve par le troisiesme exemple de ceste proposition




*8 Exemple d'un plan ombrageable rectiligne ayant plus de quatre costez.*

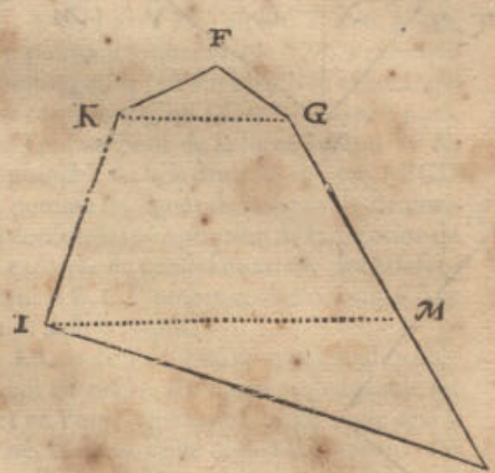
Estant donnée l'ombre avec la figure ombrageable, laquelle a plus de quatre costez, & le reste selon le contenu de la proposition; pour en trouver l'œil, on choisira dedans iceluy plan ombrageable quatre poincts angulaires, de sorte qu'entre iceux soient imaginées ou tirées quatre lignes, faisans quelque quadrangle idoine, duquel un costé en l'ombragement estoit parallele avec le vitre. Semblablement on tirera entre les ombres d'iceux quatre poincts quatre lignes droites, & le quadrangle comprins entre icelles sera ombre des autres, pourtant trouvât l'œil d'icelles par un des exemples susdits selon la qualité du quadrangle ombrageable qu'on a aussi acquis, on aura aussi l'œil de l'ombre totale.

Soit pour exemple ABCDE l'ombre d'un pentagone ombrageable FGHIK, sur le plan infini duquel le vitre estoit avec le poinct C en l'ombragement à angle droit, & ayant eu la ligne droite imaginée de K jusques à G en l'ombragement parallele avec le vitre.

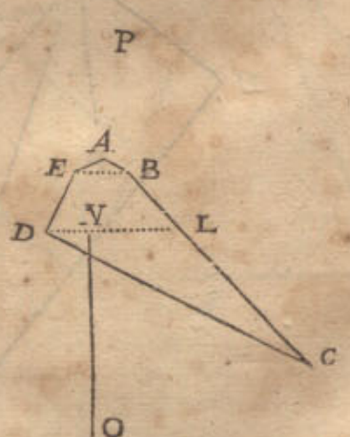
*Le requis.* Il faut trouver l'œil.

OPERATION.

Je tire EB comme ombre de KG, & sa parallele DL, venant L en BC, puis IM parallele avec KG, & ve-




nant M en GH : Ce qu'estant ainsi, il est notoire que EBLD est ombre de KGMI, ayant les deux costez




paralleles, comme KG avec IM, pourtant cerché l'œil d'iceluy EBLD, se trouve par le 3 exemple de ceste



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

propoſition au bout de la ligne egale, je prens, à NO dreſſée ſur le poinct P à angle droit ſur le vitre, il eſt manifeſtement l'œil requis.

*Concluſion.* Eſtant donc donné un plan de quatre ou pluſieurs coſtez qui eſt plan d'un plan ombrageable donné, ſur lequel le vitre face en l'ombragement un angle egal à un angle donné, & ayant icelle ombre pour le moins un coſte ou ligne entre deux angles, paralleles avec la vitrebaſe, nous avons trouvé l'œil, ſelon le requis.

### Notez.

S'il eſtoit notoire quel angle fait en l'ombragement ſur la vitrebaſe quelque coſté de la figure ombrageable, il eſt manifeſte que par la maniere precedente ſeroit trouvé l'œil de toute ombre donnée d'un plan rectiligne; parce que toute ligne droite tirée d'un angle de l'ombre parallele avec la vitrebaſe, eſt ombre de la ligne tirée de ſemblable angle dedans la figure ombrageable, pareillement parallele avec la vitrebaſe.

Mais veu qu'il arrive rarement qu'en telles ombres données tel angle ſoit cognu, cela ſeroit peu uſité en la practique: Mais quand la figure ombrageable donnée a pour le moins deux coſtez ombrageables, ou deux lignes paralleles, leſquelles ſont ou peuvent eſtre tirées entre les angles, il y a moyen d'y parvenir par une autre voye, dont nous deſcirons la propoſition ſuivante.

### Probleme VII. Proposition XIII.

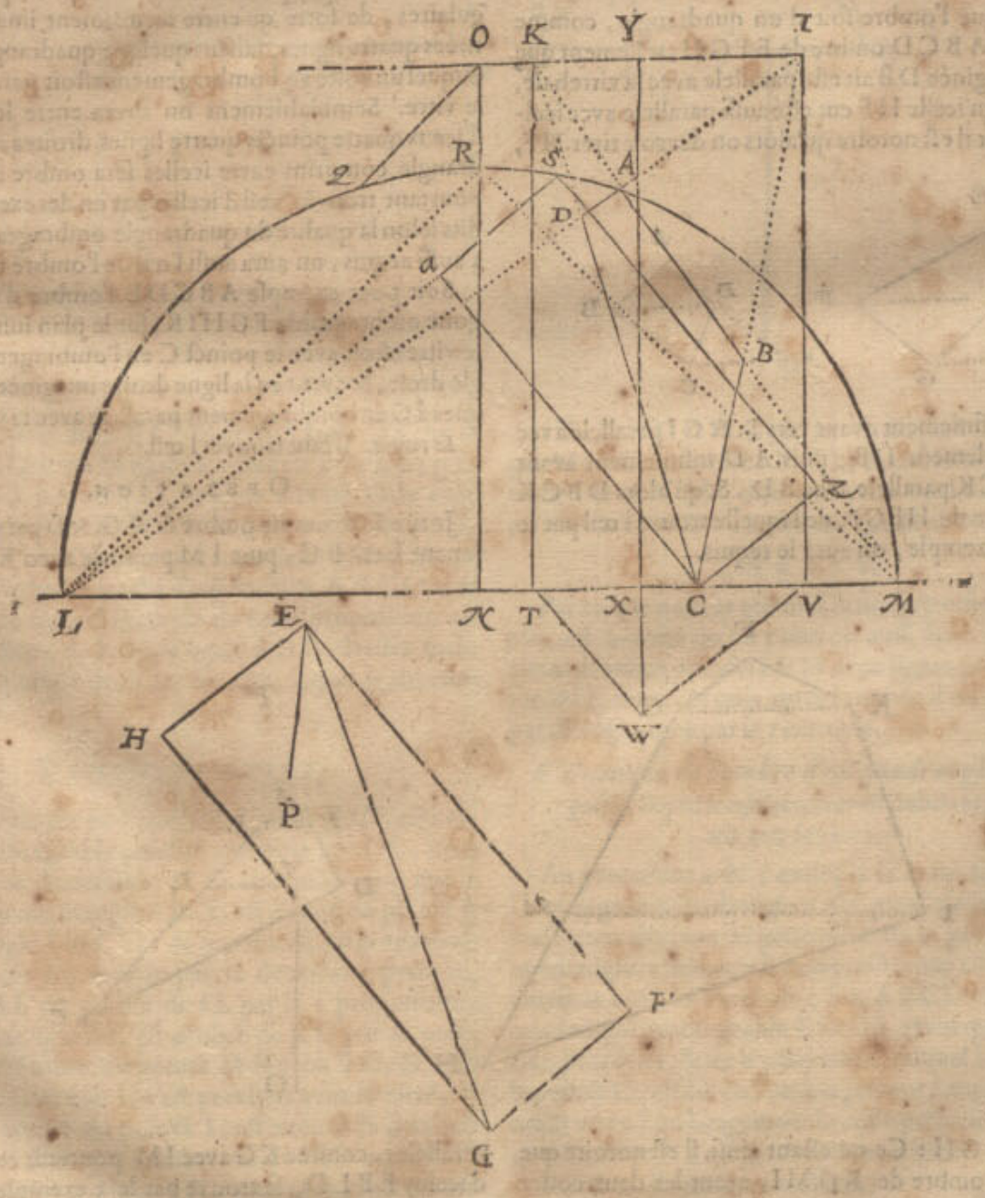
*Eſtant donné un quadrangle parallelogramme, qui eſt ombre d'un plan ombrageable, ſur lequel le vitre en l'ombragement face un angle egal à un angle donné; & eſtant icelle ombre ſans aucun coſté ou ligne, laquelle entre deux angles eſt parallele avec la vitrebaſe, mais ayant la figure ombrageable pour le moins deux coſtez paralleles, ou deux lignes qui ſont ou ſe peuvent tirer paralleles entre les angles: Trouver l'œil.*

*Le donné.* Soit ABCD une ombre ſans aucun coſté ou ligne, laquelle entre deux angles eſt parallele avec la vitrebaſe, & cela de l'ombrageable parallelogramme EFGH, ſur lequel le vitre en l'ombragement eſtoit à angle droit.

*Le requis.* Il faut trouver l'œil.

### Operation.

Je produis DA & CB tant qu'elles s'aſſemblent en I; pareillement BA & CD s'aſſemblans en K; puis IK, & une infinie par C parallele avec IK, comme LM, ſignifiant la vitrebaſe; apres je produis AD juſques à ce qu'elle touche icelle infinie en L; ſemblablement je produis AB touchant icelle infinie en M, & je marque au milieu de LM le poinct N, & de N je tire l'infinie NO à angle droit ſur LM, puis EP; de ſorte que l'angle HEP eſt egal à l'angle PEF; puis je tire de l'infinie NO quelque ligne comme OQ, tellement que l'an-




gle QON

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

gle QON ſoit egal à l'angle HEP ; puis de L juſques en l'infinie NO, la ligne LR parallele avec QO, laquelle deſcrive par les trois poincts L, R, M un arc ; là où eſt à conſiderer, que quand l'angle, comme HEF, eſt droit comme icy, qu'alors le centre du cercle, ſur lequel ſe deſcrit l'arc, tombe en N, & iceluy angle eſtant aigu, alors il y tombe deſſus en NR ; mais eſtant obtus, il y tombe deſſous en la prolongée RN. Apres je tire EG, puis des deux poincts C & M je tire deux lignes juſques à un meſme poinct de l'arc, comme juſques au poinct S, de ſorte que l'angle CSM eſt egal à l'angle GEF, (mais il faut ſçavoir que l'operation mathematique de l'invention de ceſt angle, ne m'eſtoit pas venue en la penſée, lors que je deſcrivois ceſte matiere ; pour la mechanique elle ſe peut faire entre autres, en coupant un angle de papier egal à GEF, ayant les coſtez EG, EF aſſez longs, & ceſt angle de papier tellement poſé que les coſtez, comme EF, EG, touchent les deux poincts C, M, & le poinct extreme comme E dedans le circuit, qui ſe peut faire en le tournant d'un & d'autre coſté : Il faut auſſi ſçavoir que tel attouchement du poinct extreme du papier, ſe peut faire ſeulement (c'eſt aſſavoir mathematiquement) dedans le poinct S ; car de là vers M, iceluy poinct vient hors le circuit, & de S vers L il vient par tout dedans le demi-cercle. Nous avons mis icy ceſte operation mechanique pluſtoſt que de n'en point mettre, d'autant que pluſieurs qui y prendront plaiſir, pourront cercher l'operation mathematique) puis LS ; apres de K & I deux lignes KT, IV, à angle droit ſur l'infinie LM ; puis VW parallele avec SL, & de T juſques en l'infinie VW la ligne TW parallele avec SM ; puis WX à angle droit ſur LM, & je produis WX juſques à Y en KI, je mets puis apres ſur le poinct Y une ligne egale à WX à angle droit ſur le vitre : Ce qu'eſtant ainſi, je dis qu'au bout d'icelle ligne eſt l'œil requis.

*Preparation.* Soit tirée de C juſques en SM la ligne CZ parallele avec LS, pareillement de C juſques en SL la ligne C*a* parallele avec MS, puis RM.

DEMONSTRATION.

L'angle LRN eſt egal à l'angle MRN, & l'angle HEP eſtant egal à LRN par l'operation, eſt pareillement egal à l'angle PEF ; pourtant l'angle LRM eſt egal à l'angle HEF. Mais l'angle LSM (venant dedans iceluy arc LRM) eſt egal au meſme angle LRM, pourtant l'angle LSM eſt egal à l'angle HEF ; puis l'angle CSZ eſt egal à l'angle GEF, & comme GF eſt parallele avec HE, & GH avec FE ; ainſi CZ avec *a*S, & C*a* avec ZS : pourtant le quadrangle SZC*a*, comme quadrangle ombrageable, eſt ſemblable au quadrangle EFGH, & de ce quadrangle SZC*a*, W eſtant le pied, ou autrement l'œil au bout de la ligne egale à WK, dreſſée ſur le poinct Y à angle droit ſur le vitre, ABCD eſt l'ombre, comme les lignes de la figure le demonſtrent, eſtans conformes à l'operation de l'invention de l'ombre au 6 exemple du troiſieſme article des briefvetez. Mais eſtant AB, CD ombre veuë de tel œil, il faut que ceſt œil ſoit auſſi le requis.

*Concluſion.* Eſtant donc donné un quadrangle parallelogramme qui eſt ombre d'un plan ombrageable ſur lequel le vitre en l'ombragement face un angle egal à un angle donné, & eſtant icelle ombre ſans aucun coſté ou ligne, laquelle entre deux angles eſt parallele avec la vitrebaſe ; mais ayant la figure ombrageable pour le moins deux coſtez paralleles, ou deux lignes qui ſe peuvent tirer paralleles entre les angles, nous avons trouvé l'œil ſelon le requis.

ALB. GIRARD.

*Il eſt aiſé à croire que l'Autheur a fait des choſes ſans compâraiſon plus difficiles, que ce qu'il obmet icy, d'autant que l'operation mathematique ne luy venoit pour lors au devant, comme il le confeſſe en l'operation, mais voicy comme il faut faire.*

*Voulant flechir des poincts C, M, un angle vers la circonference LAM, egal à l'angle GEF, il ne faut que faire une ſection ſur CM, capable d'un angle egal à GEF, comme enſeigne* Euclides *en la 33 propoſition du troiſieſme livre des Elemens, qui la coupera en S.*

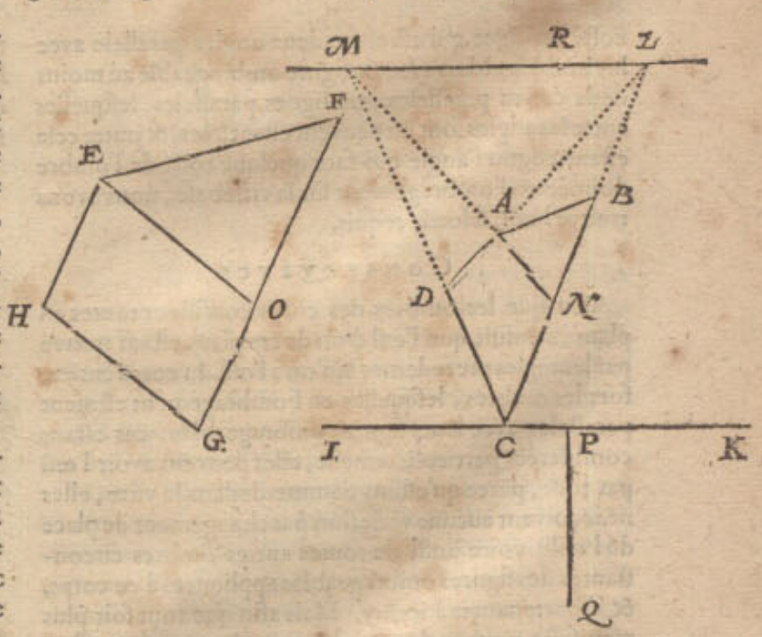
PROBLEME VIII. PROPOSITION XIV.

*ESTant donné un plan à quatre coſtez ou plus, qui eſt ombré d'un plan ombrageable ſur lequel le vitre en l'ombragement faiſoit un angle egal à un angle donné, & eſtant icelle ombre ſans aucun coſté ou ligne qui eſt entre deux angles parallele avec la vitrebaſe ; mais ayant la figure ombrageable au moins deux coſtez paralleles, ou lignes paralleles, leſquelles entre les angles ſont ou peuvent eſtre tirées, & outre cela eſtant cognu l'angle qui face quelque coſté de l'ombre donnée en l'ombragement ſur la vitrebaſe : Trouver l'œil.*

Ceſte 14 propoſition differe en cela de la 13, qu'elle eſt generale ſur tous plans polygones ; mais d'autre part il faut ſçavoir quel angle en l'ombragement faiſoit ſur la vitrebaſe quelque ligne, ce qui n'eſtoit pas neceſſaire au troiſieſme exemple, pource que la vitrebaſe ſe trouvoit par l'ombre donnée : Mais veu que tel angle ſe cognoit ſouvent aux ombres propoſées ou en peincture par quelques autres lignes circonſtantes, leſquelles on fait venir ſur la vitrebaſe à angle droit, il peut advenir que l'invention de l'œil de telles ombres aye ſon uſage en la practique, parquoy nous la deſcrivons.

*1 Exemple de l'ombre d'un quadrangle ombrageable, ayant ſeulement deux coſtez paralleles.*

*Le donné.* Soit ABCD l'ombre de la figure ombrageable dedans le pavé, de laquelle les deux coſtez HE, GF ſont paralleles ; mais les deux autres GH, FE, non paralleles, & l'angle D ſoit ombre de H, & le vitre aye eſté en l'ombragement à angle droit ſur le plan ombrageable, & parallele avec IK, laquelle (ſoit qu'en l'ombragement elle y paſſe ou non) je fais tendre icy par le poinct C, tellement que l'angle que quelque coſté,






Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

je prens, D C faisoit en l'ombragement sur la vitrebase, estoit egal avec l'angle D C I.

*Le requis.* Il faut trouver l'œil.

OPERATION.

Je produis D A & C B tant qu'elles s'assemblent en L, & tire par L l'infinie L M, parallele avec K I; puis je produis C D tant qu'elle rencontre l'infinie, ce qui soit en M; & de M par A une ligne tant qu'elle rencontre C L, ce qui soit en N; puis de E jusques en F G la ligne E O parallele avec G H. Cecy estant ainsi, A N C D est ombre du parallelogramme E O G H, duquel trouvant l'œil par le 1 exemple de ceste proposition, qui soit au bout de la ligne egale à P Q, dressée sur le poinct R à angle droit sur le vitre, on a le requis; dont la demonstration est manifeste par l'operation reverse de l'invention de l'ombre au 6 exemple du 3 article des briefvetez.

2 *Exemple de l'ombre d'un plan ombrageable rectiligne comme il advient, mais ayant pour le moins selon le contenu de la proposition deux costez ou lignes paralleles, qui sont, ou peuvent estre tirées entre les angles.*

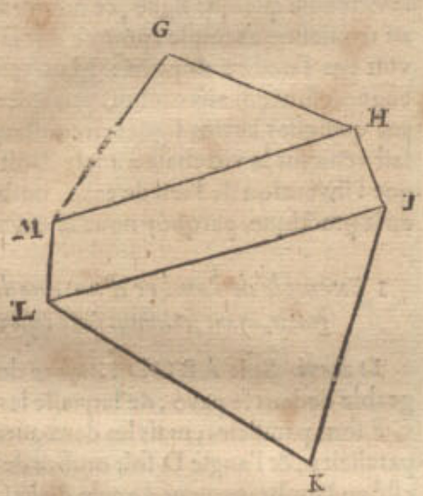
*Le donné.* Soit A B C D E F l'ombre de la figure ombrageable G H I K L M, ainsi qu'il advient, mais ayant les lignes imaginées ou tirées entre les angles M, H, & I L paralleles, c'est M H parallele avec L I, & l'angle A soit ombre de G; puis que le vitre aye esté à angle droit sur le plan ombrageable, & sa vitrebase parallele avec N O; de sorte que l'angle que quelque costé, je prens, E D faisoit en l'ombragement sur la vitrebase, soit egal avec l'angle E D N.

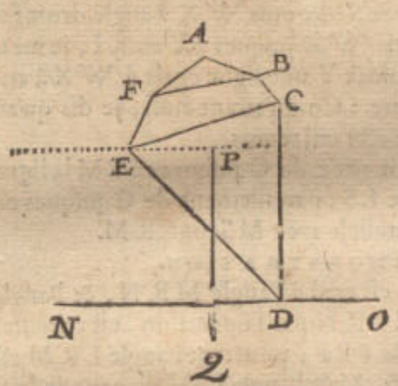
*Le requis.* Il faut trouver l'œil.

OPERATION.

Veu que l'angle F est ombre de M, & B de H, je tire F B: Pareillement d'autant que l'angle E est ombre de L, & C de I, je tire E C; ce qu'estant ainsi, le quadrangle F B C E est ombre du quadrangle ombrageable M H I L, ayant deux costez paralleles, duquel l'œil trouvé par le premier exemple, tirant la vitrebase par E parallele avec N O, & le reste comme en iceluy premier exemple, on trouve l'œil au bout de la ligne, je prens, egale à P Q, dressée sur le poinct R à angle droit sur le vitre, & on a le requis: Dequoy la demonstration est manifeste.

*Conclusion.* Estant donc donné un plan à quatre costez ou plus, qui est ombre d'un plan ombrageable sur lequel le vitre en l'ombragement faisoit un angle egal à un angle donné, & estant icelle ombre sans aucun




2

costé ou ligne qui est entre deux angles parallele avec la vitrebase: Mais ayant la figure ombrageable au moins deux costez paralleles, ou lignes paralleles, lesquelles entre les angles sont ou peuvent estre tirées, & outre cele estant cognu l'angle qui face quelque costé de l'ombre donnée en l'ombragemenr sur la vitrebase, nous avons trouvé l'œil, selon le requis.

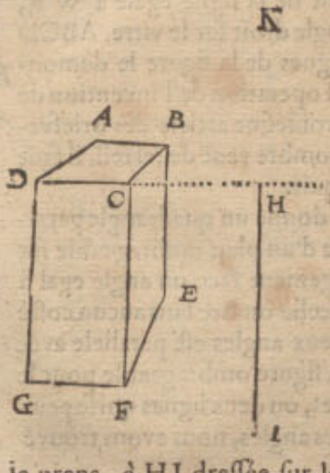
CONSEQVENCE.

Veu que les ombres des corps consistent toutes en plans, s'ensuit que l'œil d'un de ces plans estant trouvé par les regles precedentes qu'on a l'œil du corps entier, fors les ombres, lesquelles en l'ombragement estoient paralleles avec leurs figures ombrageables, car estant considerées particulierement, elles peuvent avoir l'œil par tout, parce qu'estans comme dedans le vitre, elles ne reçoivent aucune variation par changement de place de l'œil) voire aussi de toutes autres ombres circonstantes des figures ombrageables appliquées à ce corps, & appartenantes à iceluy. Mais afin que tout soit plus manifeste, nous en donnerons exemple comme s'ensuit.

*Le donné.* Soit A B C D E F G l'ombre d'une colomne quarrée ombrageable, egale à la colomne dont la hauteur D G, & costé de la base G F, & le vitre estoit en l'ombragement parallele avec le plan, comme D C F G, entre la base & le couvercle, & ceste ombre a dedans soy les ombres des trois plans comme il appert.

*Le requis.* Il faut trouver l'œil.

OPERATION.




Je me propose en marquant, que le vitre tendoit (soit que l'ombrageur en l'ombragement l'ait posé ainsi ou non) par le parallelogramme D C F G, avec lequel en l'ombragement il estoit parallele; & prennant le couvercle ombrageable, duquel l'ombre A B C D comme s'il gisoit sur le pavé, je trouve l'œil par le premier exemple de la 12 proposition, comme au bout de la ligne egale, je prens, à H I dressée sur le poinct K, à angle droit dessus

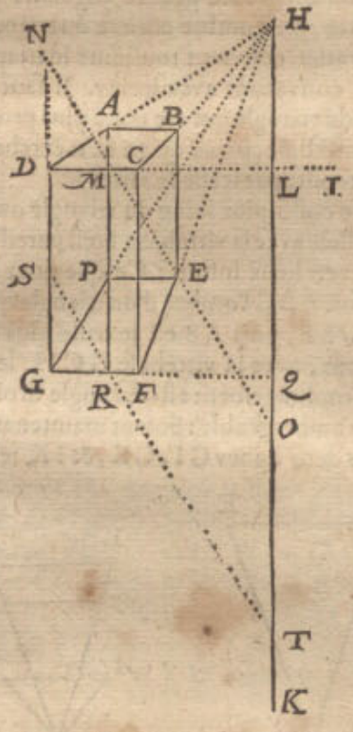
Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

dessus le vitre, lequel œil il faut qu'il soit aussi œil de l'entiere figure ombrageable.

NOTEZ I.

Nous avons prins en l'operation que le couvercle ombrageable, duquel l'ombre A B C D git sur le pavé, & suivant tel posé trouvé l'œil: Mais d'autant que cela n'est proprement le pavé, & que quelqu'un pourroit douter de la solution, nous en ferons declaration.

Soit A B C D E F G une colomne quarrée, comme dessus, mais transparente, dedans laquelle sont encore marquées les lignes suivantes: D A & C B sont prolongées tant qu'elles s'assemblent en H, & D C qui estoit prinse comme vitrebase, est infiniement prolongée vers I, sur laquelle estant tirée l'infinie à angle droit H K, elle coupe D I en L; puis je tire A M à angle droit sur D I; & prolongeant G D jusques à N, de sorte que D N soit egale à D C; puis de N par M une ligne droite tant qu'elle rencontre H K en O; apres sur le poinct H dressant une ligne egale à O L, & à angle droit sur le plan dedans lequel est l'ombre, le bout d'icelle est l'œil, comme il se trouvoit en l'operation precedente.



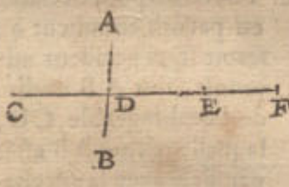

Mais pour demonstrer maintenant que cecy est aussi bien le vray œil, que l'œil trouvé par l'operation sur le propre pavé, soient produites G H & F E, lesquelles doivent tomber en H; puis je tire E P parallele avec F G, & venant P en G H, tellement que P E F G signifie l'ombre de la base ombrageable au propre pavé.

Pour trouver l'œil de ceste ombre P E F G, je fais comme dessus, produisant la vitrebase G F tant qu'elle rencontre H K en Q, & P R à angle droit sur la vitrebase G Q, & je marque dedans G D le poinct S, tellement que G S est egale à G F, puis de S par R une ligne tant qu'elle rencontre H K en T; puis dressant sur le poinct H une ligne egale à T Q, & à angle droit sur le plan dedans lequel est l'ombre, Il faut que le bout de ceste ligne soit manifestement l'œil: Mais que ce bout, & le bout de la ligne, selon la premiere solution, soit tout un mesme poinct, s'ensuit de ce que T Q est egal à O L; ce qui se demonstre ainsi: A M estant prolongée, elle tend par P jusques à R, tellement que du triangle rectangle S G R, le costé G R est egal à D M, & G S egale à D N, par l'operation; & pourtant le troisiesme costé N M est egal & parallele avec S R, & leurs lignes prolongées, comme M O & R T, aux deux triangles rectangles M O L, R T Q sont aussi necessairement egaux & paralleles, comme aussi sont M L avec R Q, & consequemment comme nous avons voulu demonstrer O L avec T Q.

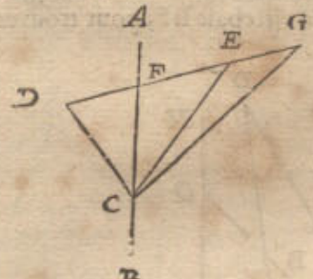
De là est assez manifeste qu'on peut trouver en telle sorte le mesme œil par les autres deux ombres quadrangulaires B E F C, A P G D, à sçavoir par B E F C, prennant l'infinie dedans laquelle est F C pour vitrebase: Mais par le quadrangle A P G D, prennat l'infinie dans laquelle est G D pour vitrebase; car par icelle trouvant la susdite ligne qui doit estre dressée sur H, elle sera aussi egale avec O L ou T Q. De sorte que de telles ombres quadrangulaires on peut choisir les plus commodes, & desquelles l'operation mechanique est la plus seure.

NOTEZ II.

Veu que quelqu'un pourroit douter, pourquoy l'invention de l'œil n'a esté icy commencée par exemples, l'ombre estant un poinct, ligne, ou triangle, nous en declarerons la raison, qui en general est, qu'elles n'ont pas une solution certaine, mais infinies. Ce que pour declarer plus amplement, & premieremẽt du poinct; soit A B un vitre veu de costé, C un poinct ombrageable, D son ombre; puis soit tiré de C par D la ligne C D E, & prennant E pour œil, il est notoire qu'il pourra servir pour œil de C. Mais C D E prolongé jusques à F, alors F se pourra par mesme raison prendre pour œil de C, & ainsi d'infinis autres.




Quant à la ligne, je dis ainsi: Si l'une des extremités de la ligne ombrageable est dedans le vitre, l'autre dehors, l'ombre du poinct extreme qui en est dehors, se voit en la mesme place du vitre par divers yeux infinis, comme il est dit cy-dessus, & l'autre bout estant dedans le vitre, son ombre ne change point de place par position de l'œil en divers lieux; & pourtant l'ombre de telle ligne peut estre veuë de diverses places infinies.

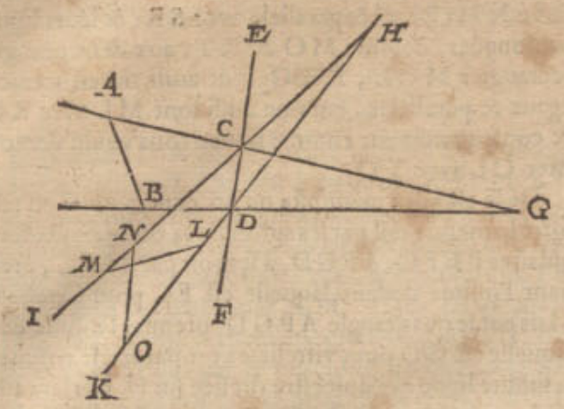



Ce que pour declarer par exemple: Soit A B le vitre veu de costé, C D une ligne ombrageable, l'une des extremitez de laquelle C est dedans le vitre, l'autre extremité D dehors, E l'œil, duquel tirant le rayon E D, il transperce le vitre A B en F, comme ombre de D, & F C est l'ombre de l'ombrageable D C. Mais pour demonstrer maintenant que ceste F C peut aussi servir d'ombre à D C veu d'un autre œil que E, soit D E prolongée jusques à G, lequel poinct G prins pour œil, il voit F C encores pour ombre de D C, & ainsi avec infinis autres.

Mais la ligne ombrageable estant totalement hors le vitre, comme je prens A B, de laquelle l'ombre C D est dedans le vitre E F veu de costé, & G l'œil, je dis que tout poinct de qualité, comme H, prins pour œil, alors C D peut estre ombre d'infinies autres lignes ombrageables egales à A B. Car tirant de H par C & D, deux lignes, comme H C I & H D K, & entre icelles appliquant les lignes L M, N O, egales à A B, icelles

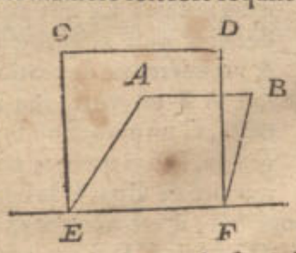


Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

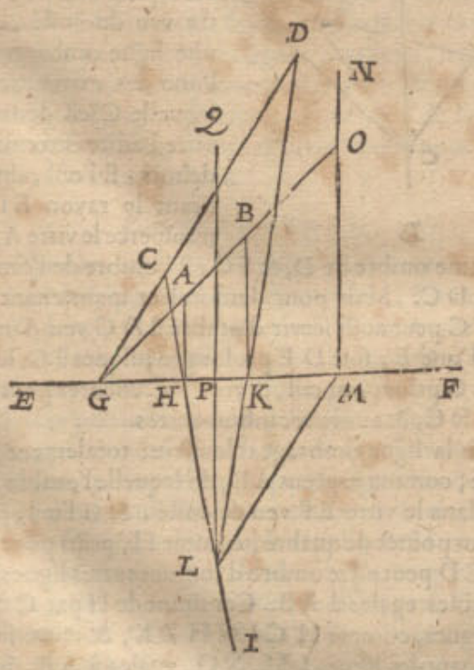



L M & N O ſont manifeſtement lignes ombrageables, deſquelles l'ombre C D, & conſequemment l'ombre C D peut avoir infinie multitude d'yeux.

Bien eſt vray que ſi on donnoit la ligne ombrageable en ſa place poſée, qu'alors on ne pourroit remettre l'œil ſans avoir variation de l'ombre. Mais puis qu'il advient rarement que la ligne ombrageable ſe mette dedans le vitre, deſſous, pres, ou dedans l'ombre, avec telle ſignification, il ne ſemble pas que l'invention de l'œil par telle maniere ſoit fort requiſe. Toutefois pour declarer en paſſant comment on feroit ſi tel accident advenoit, ſoit A B ombre de l'ombrageable C D, laquelle ombre A B eſtãt parallele avec la vitrebaſe E F, ſoit ainſi veuë quand le vitre eſtoit à angle droit ſur la vitrebaſe, & l'ombrageable C D giſant dedans le pavé à icelle place donnée, pareillement parallele de E F, & cela neceſſairement, parce que C D en eſt parallele. Or pour en trouver l'œil, je tire des deux poincts C & D ſur E F deux lignes quelconques paralleles, comme C E, D F, juſques à la vitrebaſe E F; Ce qu'eſtant ainſi, je cerche l'œil de ceſte donnée A B F E, de l'ombrageable C D F E ſelon la maniere de la 13 propoſition, & j'ay le requis.

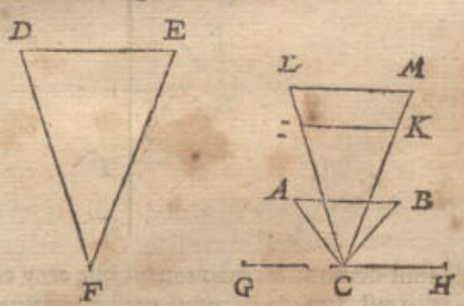



Mais ſi l'ombre n'eſtoit parallele avec la vitrebaſe, comme je prens ceſte ligne A B, ombre de l'ombrageable C D, non parallele de la vitrebaſe E F, pour trouver l'œil on fera ainſi: Je produis D C & B A, tant qu'elles s'aſſemblent dedans la vitrebaſe en G; (il faut qu'elles s'aſſemblent en la vitrebaſe ſi le donné eſt veritable, à ſçavoir que A B ſoit vraye ombre de C D, en la maniere que deſſus) Je tire puis apres A H à angle droit ſur E F, & de C poinct ombrageable de l'ombre A, je tire par H l'infinie C I; pareillement B K à angle droit ſur E F, & de D poinct ombrageable de l'ombre B par K la ligne D L, rencontrant l'infinie C I en L; puis L M parallele avec G D, & touchant la vitrebaſe E F en M, apres l'infinie M N à angle droit ſur icelle vitrebaſe, & je produis G B juſques à C en l'infinie M N, la touchant en O; puis L P Q à angle droit ſur la vitrebaſe E F, & la coupant en P, auſſi tellement que P Q eſt egale à M O: Cecy eſtant ainſi, on dreſſera le poinct Q une ligne egale à L P, & faiſant ſur le vitre tel angle que le vitre ſur le pavé, & l'extremité de ceſte ligne eſt manifeſtement l'œil requis.




Quant au triangle, il a auſſi des ſolutions infinies, car ſi un coſté eſt dedans la vitrebaſe, il ne varie point par le mouvement de l'œil, ce que ne font auſſi les autres deux lignes, quand l'œil ſe meut dedans le rayon infini de l'ombrageable poinct angulaire par ſon ombre, de ſorte que l'ombre entiere du triangle demeure alors ſans varier, couvrant touſiours le triangle ombrageable, & convenant avec iceluy. Il faut entendre le ſemblable du triangle qui a le coſté plus proche parallele avec la vitrebaſe, parce qu'en la recerche de l'œil on peut faire tendre par icelle le vitre.

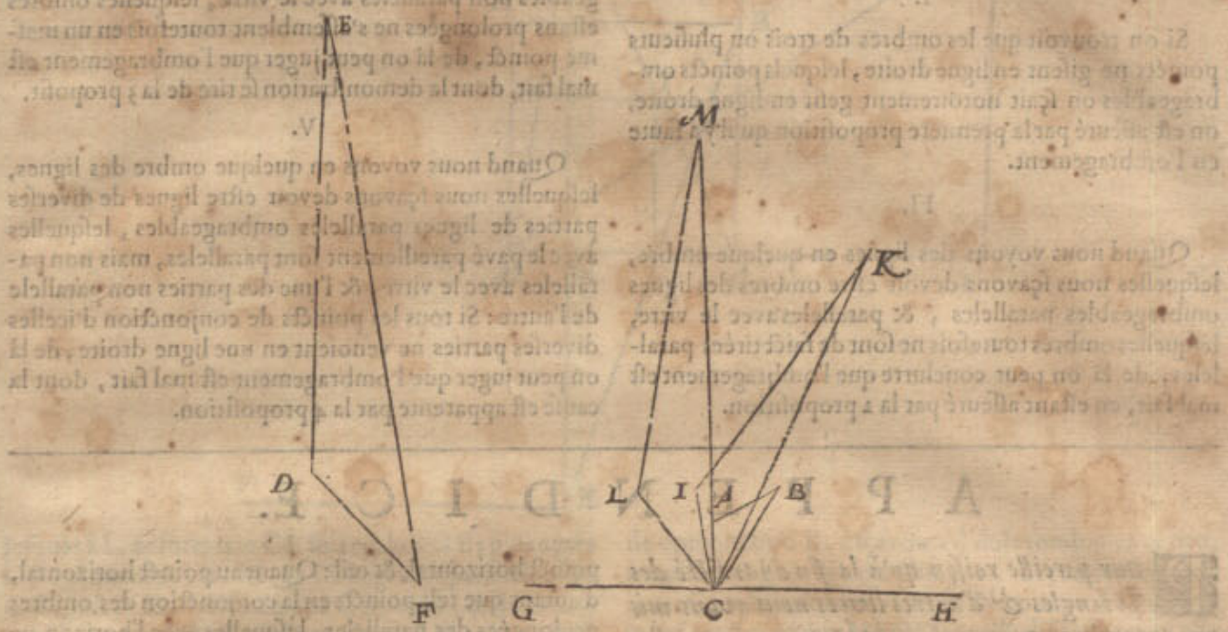
Mais ſi le coſté plus loing du triangle ombrageable, eſtoit parallele avec la vitrebaſe, l'œil pareillement peut venir en divers lieux infinis: Ce que pour declarer par exemple, ſoit A B C l'ombre d'un triangle ombrageable egal avec D E F, puis A B eſt le coſté plus loing parallele, je prens, avec la vitrebaſe G C H, le vitre de laquelle en l'ombragement eſtoit à angle droit ſur le plan de la figure ombrageable: Soient maintenant du poinct C tirées les deux lignes C I, C K, & I K, tellement que le triangle I K C ſoit egal à D E F: Soit puis apres C I prolongée juſques à L, & C K juſques à M, puis L M parallele avec I K, qui ſera auſſi bien le triangle L C M, comme I C K, ſemblable avec D E F: Cecy eſtant ainſi, il eſt manifeſtement poſſible que l'œil ſe pourra mettre en telle ſorte qu'on verra les deux poincts A, B (moyennant qu'on ſuppoſe A B C eſtre au vitre à angle droit ſur le pavé) convenir avec les deux poincts I, K, comme ombres d'iceux, & A B C ſera lors ombre de l'ombrageable I K C. Il eſt auſſi manifeſtement poſſible l'œil ſe pouvoir mettre encores à une autre place, de ſorte qu'on verra les ſuſdits deux poincts A, B, convenir avec les deux poincts L, M, comme ombres d'iceux, & alors ſera A B C l'ombre de la figure ombrageable L M C, laquelle eſtant auſſi bien que I K C ſemblable avec D E F, chacune ſert pour figure ombrageable donnée: Tellement que l'ombre A B C peut eſtre veuë de deux divers yeux, & par conſequent d'infinis yeux.




Le

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

Le semblable s'entendra aussi du triangle sans aucunes paralleles avec la vitrebase : Soit pour exemple A B C l'ombre d'un triangle ombrageable semblable avec D E F, & le costé A B parallele, je prens, avec la vitrebase G C H, de laquelle le vitre en ombrageant estoit à angle droit sur le plan de la figure ombrageable; Soient maintenant tirées du poinct C les deux lignes C I, C K, & I K, tellement que le triangle I K C soit semblable avec D E F, & ombre de A B C : Soit puis apres marqué sur une autre place le triangle L M C, semblable aussi à D E F, mais plus grand que I K C, & ce en telle place qu'on puisse voir la ligne ombrageable, L M convenir avec son ombre A B : Ce qu'estant ainsi, les mots de la declaration sur la figure precedente, serviront aussi à ceste-cy, & on conclurra finalement que A B C peut estre ombre d'infinis triangles ombrageables, semblables avec D E F, veu de divers yeux.

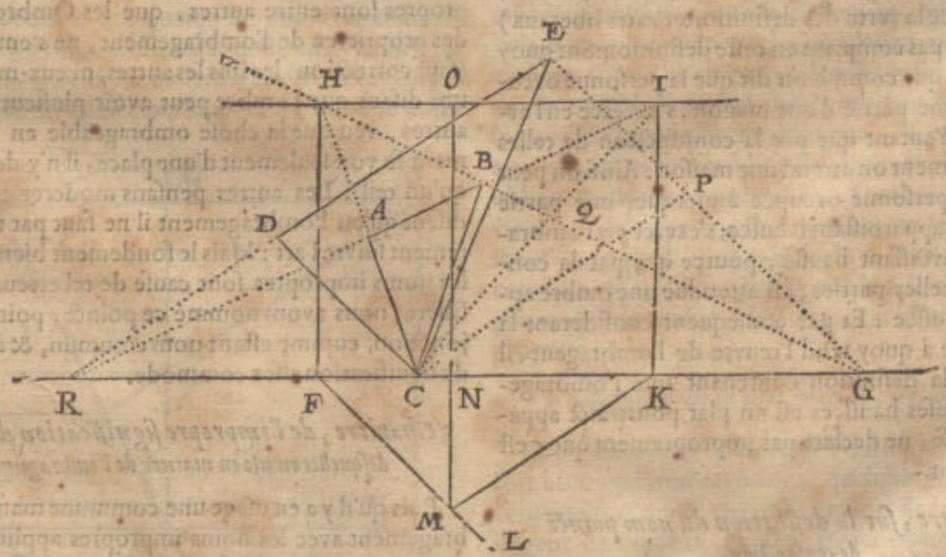



Mais si le triangle ombrageable estoit donné au lieu où il estoit en l'ombragement, il en vient seulement une solution. Dequoy pour parler par exemple, soit le triangle A B C l'ombre du triangle ombrageable D E C, & F G la vitrebase, le vitre de laquelle venoit sur le plan ombrageable à angle droit. Pour en trouver l'œil, je tire de E jusques à la vitrebase la ligne E G, parallele avec D C, & de G par B l'infinie G B H, & je produis C A rencontrant l'infinie en H, & par H l'infinie H I parallele avec F G; apres je produis A B rencontrant icelle infinie en I, & des deux poincts H & I deux lignes à angle droit sur F G, comme H F & I K; puis l'infinie F L parallele avec D C, & K M parallele avec E D, & touchant F L en M, puis M N à angle droit sur F G, & je prolonge icelle M N jusques à O en H I, puis je mets sur O une ligne egale à N M, & à angle droit sur le vitre, le bout d'icelle ligne est l'œil requis.

*Preparation de la demonstration.* Je tire C B egale & parallele avec D E, apres C L coupant G H en Q, & je produis E D avec B A s'assemblant necessairement en la vitrebase G F, qui soit en R.

DEMONSTRATION.

Ceste preparation ainsi faite, on voit une figure de mesme qualité que celle du 6 exemple du 3 membre des




briefvetez, là où il appert que A B Q C est ombre du triangle ombrageable D E P C, & par operation reverse il est manifeste que l'œil doit venir comme est dit cy-dessus.

ADVER-

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

## ADVERTISSEMENT DES FAVTES.

VEu que quelques fautes ſe peuvent appercevoir du premier regard en quelques ombres données, & que ceſte ſcience ſerve auſſi bien pour s'en garder en ombrageant, que pour bien juger des ombres faites; nous en deſcrirons ces cinq regles ſuivantes.

I.

Si on trouvoit que les ombres de trois ou pluſieurs poincts ne giſent en ligne droite, leſquels poincts ombrageables on ſçait notoirement geſir en ligne droite, on eſt aſſeuré par la premiere propoſition qu'il y a faute en l'ombragement.

II.

Quand nous voyons des lignes en quelque ombre, leſquelles nous ſçavons devoir eſtre ombres des lignes ombrageables paralleles, & paralleles avec le vitre, leſquelles ombres toutefois ne ſont de faict tirées paralleles; de là on peut conclurre que l'ombragement eſt mal fait, en eſtant aſſeuré par la 2 propoſition.

III.

Si les ombres des plans ombrageables, leſquelles nous ſçavons devoir eſtre paralleles avec le vitre, n'eſtoient ſemblables à leur figure ombrageable, ſoit qu'elles conſiſtent en lignes droites ou obliques, on ſçait qu'il y a faute par la 2 propoſition.

IV.

Quand en quelque ombre nous voyons des lignes que nous ſçavons devoir eſtre ombres de lignes ombrageables non paralleles avec le vitre, leſquelles ombres eſtans prolongées ne s'aſſemblent toutefois en un meſme poinct, de là on peut juger que l'ombragement eſt mal fait, dont la demonſtration ſe tire de la 3 propoſit.

V.

Quand nous voyons en quelque ombre des lignes, leſquelles nous ſçavons devoir eſtre lignes de diverſes parties de lignes paralleles ombrageables, leſquelles avec le pavé pareillement ſont paralleles, mais non paralleles avec le vitre, & l'une des parties non parallele de l'autre: Si tous les poincts de conjonction d'icelles diverſes parties ne venoient en une ligne droite, de là on peut juger que l'ombragement eſt mal fait, dont la cauſe eſt apparente par la 4 propoſition.

---

# APPENDICE.

*POur pareille raiſon qu'à la fin du traicté des Triangles & d'autres livres nous avons mis un Appendice, principalement pour ne point meſler la doctrine avec les diſputes, ſelon qu'il eſt dit là plus amplement: Pour meſme raiſon auſſi nous deſcrirons à la fin de l'ombragement precédent ceſt Appendice.*

### 1 *Chapitre, ſur la premiere definition du mot ombragement.*

Ombragement s'appelle en la premiere definition, plat pourtraict des choſes hauſſees apparoiſſant hauſſé; mais on enombre bien un plan ſur le pavé, lequel n'eſtant elevé ou hauſſé, quelqu'un pourroit dire, (comme auſſi diſoit SON EXCELLENCE eſtant parvenu juſques à la lecture d'icelle definition, & cognoiſſant par experience la vertu des definitions és arts liberaux) que cela n'eſt pas comprins en ceſte definition: Sur quoy on reſpond, que comme on dit que la perſonne occupée à baſtir une partie d'une maiſon, s'excerce en l'architecture, d'autant que par la conjonction de telles parties finalement on attend une maiſon: Ainſi on peut dire que la perſonne occupée à marquer une partie d'une ombre apparoiſſant hauſſee, s'exerce en l'ombragement apparoiſſant hauſſé; pource que par la conjonction de telles parties, eſt attendue une ombre apparoiſſant hauſſée: Et par conſequent conſiderant la fin principale à quoy tend l'œuvre de l'ombrageur, il ſemble que la definition contenant que l'ombragement des choſes hauſſees eſt un plat pourtraict apparoiſſant hauſſé, ne declare pas improprement que c'eſt ombragement.

### 2 *Chapitre, ſur la definition du nom poinct de conjonction.*

Ce qu'en la 12 definition nous nommons poinct de conjonction, quelques uns devant nous l'ont appellé poinct horizontal, & œil: Quant au poinct horizontal, d'autant que tels poincts en la conjonction des ombres prolongées des paralleles, leſquelles avec l'horizon ne ſont paralleles, viennent deſſus ou deſſous l'horizon, le poinct horizontal ne peut par tout proprement eſtre nom commun. Quant au nom œil, il eſt certain que l'œil ne vient là dedans le vitre. Touchant ce que l'intention pourroit eſtre que c'eſt un poinct vers lequel l'œil ſe dirige pour voir l'ombre en ſa perfection, & que pour telle ſignification on le nomme œil, cela auſſi ne va de pied ferme, car il y a des ombres qui ont pluſieurs divers tels poincts, dont quelques uns ſont egalement hauſſés deſſus l'horizon, autres plus haut ou plus bas, & ſouventefois pas un d'eux n'eſt le poinct vers lequel l'œil eſt dirigé, comme on peut voir au precedent: De ſorte que tant le nom œil que l'autre, eſt impropre. Les inconveniens procedans de ces noms impropres ſont entre autres, que les Ombreurs parlans des proprietez de l'ombragement, ne s'entendent pas (ſauf correction) les uns les autres, ni eux-meſmes: Les uns diſans que l'ombre peut avoir pluſieurs yeux: Les autres, veu que la choſe ombrageable en l'ombragement ſe voit ſeulement d'une place, il n'y devroit avoir qu'un œil: Les autres penſans moderer ce different, diſent qu'en l'ombragement il ne faut par tout parfaitement ſuivre l'art: Mais le fondement bien conſideré, les noms impropres ſont cauſe de tel erreur. Ce conſideré, nous avons nommé ce poinct, poinct de conjonction, comme eſtant nom commun, & à mon advis de ſignification aſſez commode.

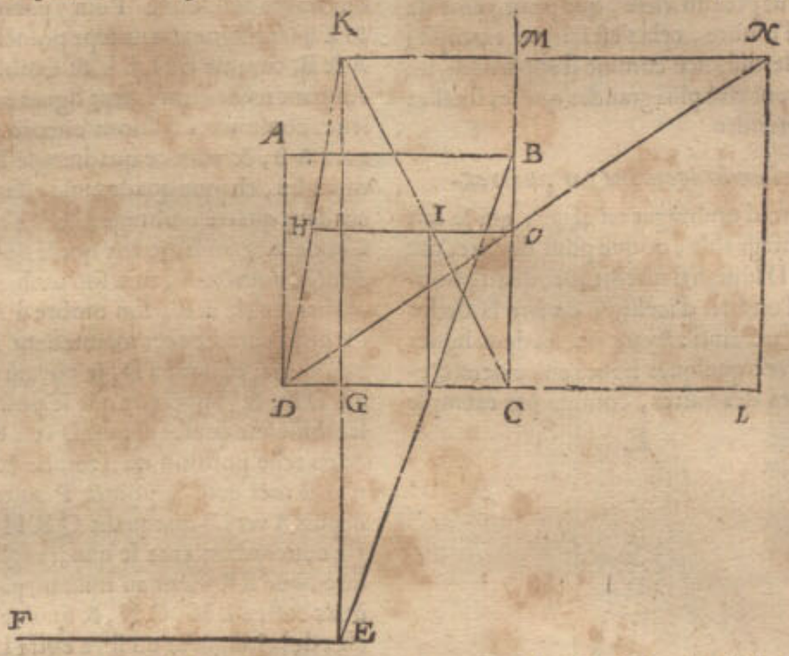
### 3 *Chapitre, de l'impropre ſignification des lignes, deſquelles on uſe en matiere de l'ombragement.*

Puis qu'il y a en uſage une commune maniere d'ombragement avec les noms impropres appliquez ſur lignes & poincts par leſquels il ſemble difficile de pouvoir parvenir à la ſolide cognoiſſance de l'ombragement, nous en ferons quelque declaration.

Soit

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

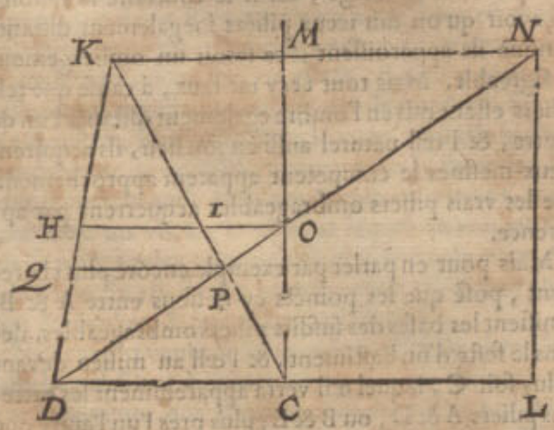
Soit A B C D un quarré ombrageable, E le pied, sur lequel on feigne que soit dressée une ligne de Spectateur egale à la mesure de Spectateur E F, & le vitre tende par D C à angle droit sur le pavé; soit puis apres tiré E G à angle droit sur D C; & de ce donné soit trouvée l'ombre H I C D du quarré ombrageable A B C D,




jusques à L, de sorte que C L soit egale à G E; puis apres C B infiniement vers M, & L N egale & parallele avec G K, puis N K, N D coupans C M en O, & de O une parallele avec C D, laquelle tende par I H comme il est là demonstré: Or en ceste figure ils nomment C L *ligne du plan*, qui vaut autant à dire que ligne de pavé, N l'œil, L le pied, N L la pendiculaire, qui vaut autant que ligne de Spectateur, M N ligne de distance. On respond à cecy, qu'encore bien que ces lignes & poincts ayent quelque convenance avec les lignes & poincts qui signifient proprement telle chose (car C L est egale à la propre ligne de pavé G F, & L convient avec le pied E, & N avec l'œil, & ainsi des autres) que ces noms toutesfois ne sont pas idoines à la parfaicte cognoissance de la Scenographie.

Pour declarer cecy plus clairement par exemple, marquons ceste derniere maniere d'invention de l'ombre seule, à leur mode comme cy-dessous.

Posé maintenant que quelqu'un dise avec ceste figure ainsi: Il y a un quarré dont le costé est D C, & L le pied, N l'œil, L N ligne de *Spectateur*; Par cecy on requiert l'ombre du quarré ombrageable, dont le costé




est D C: Or pour en venir à l'operation, je dis que le Scenographe ne sçait pas certainement le lieu du poinct de conjonction K, à sçavoir s'il doit tomber en ce lieu, ou plus loing de N, ou plus pres. Secondement, tel quarré qui se voit ainsi hors de N comme œil, ne peut monstrer son ombre H I C D en telle disposition qu'elle se rencontre icy, à sçavoir avec le costé D C du quarré ainsi en bas. Pourtant les susdites lignes & poincts ne sont pas ce dont ils ont le nom, il ne semble pas aussi qu'il soit utile de leur attribuer tels noms, pour quelque ressemblance qu'ils ayent avec les vrais: Mais si pour eviter erreur, on vouloit prendre garde à celuy qui procede d'un tel fondement, on trouvera entre autres en *Serlio* vers le commencement de son second livre, premierement qu'il est luy mesme incertain des noms d'icelles lignes, ne suivant point fermement ses propres definitions: Secondement, qu'il tire de P commune section des lignes N D, C K, une ligne, comme P Q, parallele avec C D; concluant que Q P C D, aussi bien que H I C D, est l'ombre du quarré donné, lesquelles ombres toutefois ont ceste difference, que H I C D se voit en un vitre estant perpendiculairement sur le pavé, comme C M qui est perpendiculaire sur D L: Mais l'ombre Q P C D se voit en un vitre à angle oblique sur le pavé, avec telle declinaison que C K a sur D L: Et que puis apres sur l'ombre de tel pavé veu par un vitre obliquement sur le pavé se met l'ombre de profit qui vient sur iceluy pavé, mais veu par un vitre obliquement sur le pavé, il se fait quelque meslange, lequel combien qu'il puisse estre agreable à la veuë, ce n'est pas toutefois ombre selon l'art, ou selon le requis du proposé.

### 4 *Chapitre, de la distance de l'œil au vitre.*

La position de la distance de l'œil jusques au vitre est fort libre en l'ombragement, quelques uns en descrivent quelque regle, comme la raison de la distance à la largeur de l'ombre, se peut commodement prendre de 3 à 2. Mais cecy ne peut estre ainsi defini, car il y a des ombres qui sont si petites, que quand on mettroit l'œil en telle raison si pres, il ne seroit possible d'en veoir quel-

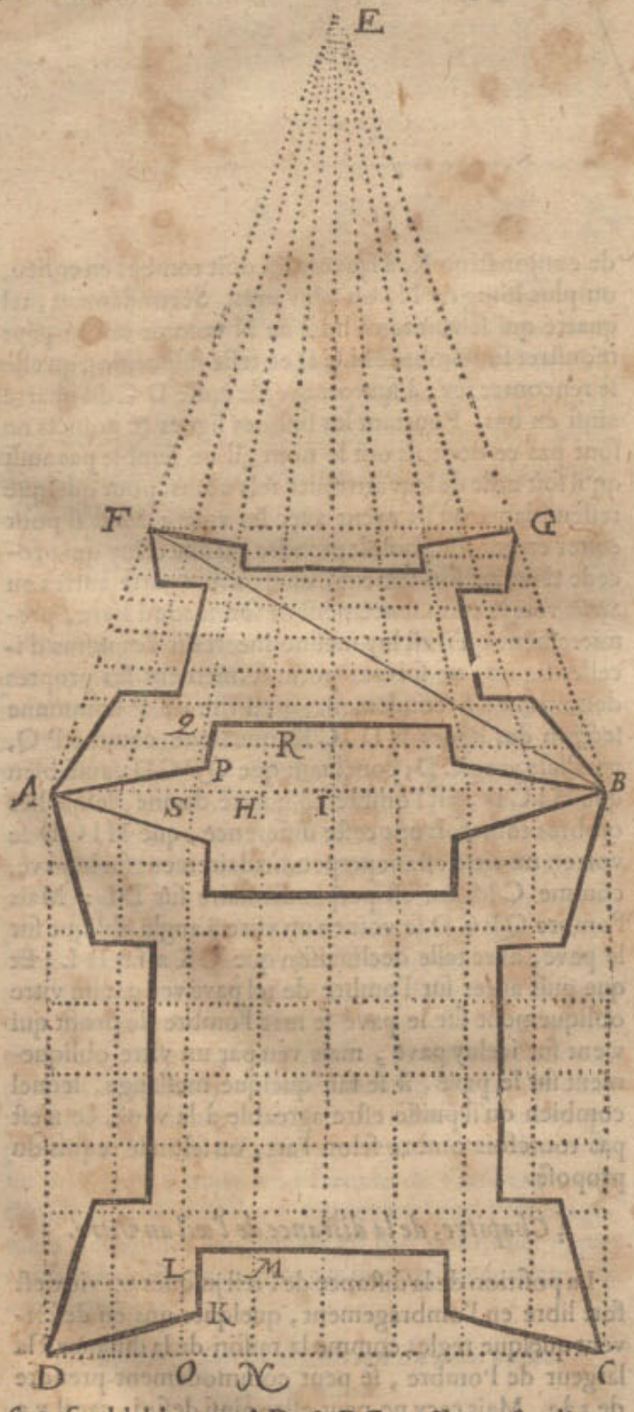
Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

quelque choſe avec jugement. Pourtant quand ſelon la grandeur de l'ombre, on le met en telle diſtance où l'ombre ſe voit commodement de la pluſpart des hommes (car l'un voit de plus pres que l'autre) cela ſemble regle plus ferme.

Quant à ce qu'és precedentes figures nous avons ſouvent mis l'œil plus pres du vitre, que pour veoir de là commodement l'ombre, cela s'eſt fait par exemple, car ſi on l'eut mis de diſtance comme il appartient, les figures euſſent ſouvent eſté plus grandes que les fueilles n'euſſent peu comprendre.

### 5 *Chapitre, de l'ombragement par quarrez.*

Il y a une maniere d'ombrager en uſage, qui ſe fait deſſus la figure ombrageable, ce que pour declarer par exemple, ſoit A B C D le plan d'un fort avec quatre boulevars, pour avoir l'ombre d'iceluy, on tire là deſſus quelques quarrez egaux ainſi: Ayant tiré les deux lignes droites A B, D C, avec quelques lignes entre deux d'egale diſtance les unes des autres, comme par exemple




ſept, ſemblablement A D, & B C, auſſi avec ſept lignes paralleles entre deux, alors ſur le plan du fort viennent 8 fois 8 quarrez, qui ſont 64: Puis je tire A E, B E comprenant le triangle A B E, auquel je tire quelque ligne comme F G parallele avec A B, tellement que le quadrangle F G B A ſe prend pour ombre de l'ombrageable quarré A B C D, dedans laquelle ombre quadrangulaire F G B A, noſtre deſſein eſt de marquer l'ombre du plan ombrageable donné. Pour y parvenir, je tire entre E A & E B ſept lignes, aux ſept poincts qui viennent entre A & B, comme E H, E I, & ſemblables, puis je tire B F coupant icelles autres ſept lignes comme appert, & par leurs communes ſections encore ſept lignes paralleles avec A B, & aura ce quadrangle F G B A auſſi 64 quadrangles, chaque quadrangle eſtant ombre de ſon concordant quarré ombrageable de l'entier quarré A B C D. Cecy eſtant ainſi, je voy que le boulevart ombrageable dont la poincte A, aura ſon ombre à F, & le boulevart ombrageable à D, ſon ombre à A, & ainſi des autres. Or pour commencer maintenant l'ombragement d'un boulevart, comme à D, je voy où tombe ſa face, comme D K, & j'apperçoy que le poinct K tombe dedans le troiſieſme quarré depuis D vers C marquant L M N O; & en telle poſition qu'il tombe là, en ſemblable poſition ſe met auſſi le poinct P au troiſieſme quadrangle depuis A vers B marquant Q R H S, comme quadrangle concordant avec le quadrangle L M N O: C'eſt à dire, que ſi K vient au milieu, par exemple, entre les deux coſtez L M, O N, & ſur une ſixieſme, par exemple, de la longueur qu'il y a entre L O & M N, il faudra alors auſſi que P vienne au milieu entre les deux coſtez Q R, S H, & ſur une ſixieſme de la longueur qu'il y a entre Q S, & R H, & faiſant le ſemblable avec toutes les autres lignes, on aura l'ombre comme il appert. Mais cecy eſtant une maniere d'ombragement mechanique, nous ne l'avons voulu meſler entre les propoſitions mathematiques, ains ſeulement declarer ce qui s'en fait par aucuns en la practique.

### 6 *Chapitre, de la parfaite imitation de l'art.*

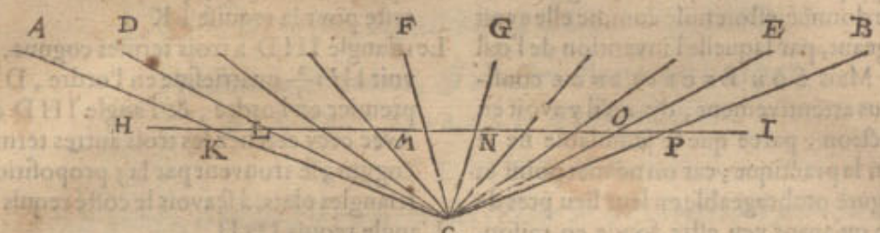
Il y a de bons maiſtres ombrageurs, qui tienent qu'en l'ombragement il ne faut pas entierement imiter les regles de ceſt art, mais qu'il faut aucunefois faire quelque choſe plus agreable devant les yeux, qui aille contre la regle; & en donnent exemple, diſant que quand quelqu'un eſt devant & pres le milieu d'un longue feſte, avec des piliers de l'un des bouts juſques à l'autre, les piliers qui ſont au milieu, ſe monſtreront plus diſtants les uns des autres, que ceux qui ſont aux bouts; toutefois, diſent-ils, il ne faut pas imiter en ombrageant telle apparence, mais mettre iceux piliers tous egalement diſtants l'un de l'autre, ſelon la vulgaire maniere qui ſe voit par tout en uſage, car ſi le contraire ſe faiſoit, à ſçavoir qu'on mit iceux piliers inegalement diſtants comme ils apparoiſſent, ce ſeroit un ombragement deſagreable. Mais tout cecy eſt faux, à cauſe que tels piliers eſtant mis en l'ombre egalement diſtants l'un de l'autre, & l'œil naturel auſſi en ſon lieu, ils acquirent d'eux-meſmes le competent apparent approchement, que les vrais piliers ombrageables acquerrent par apparence.

Mais pour en parler par exemple encore plus clairement, poſé que les poincts cy-deſſous entre A & B, ſignifient les baſes des ſuſdits piliers ombrageables, dedans le feſte d'un baſtiment, & l'œil au milieu devant iceluy ſoit C, lequel œil verra apparemment les extremes piliers A & D, ou B & E, plus pres l'un l'autre que les piliers du milieu, comme F & G, à cauſe que l'angle A C D ou B C E, eſt moindre que l'angle F C G: Soit



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

maintenant tirée la ligne H I, comme vitre parallele avec le rang des piliers A B, & coupant les lignes qui tendent de C vers les piliers aux lieux comme se voit, à sçavoir A C, D C, F C, G C, E C, B C, aux poincts K, L, M, N, O, P, & seront icelles communes sections en la ligne H I, comme ombres des piliers toutes egalement distantes les unes des autres, comme les piliers ombrageables entre A & B; Cecy estant ainsi, on voit




que les piliers qui sont entre H & I egalement distants l'un de l'autre, acquerent leur competent approchement veu de C; Car K C L, ou A C D, est tout un mesme angle, qu'est M C N, ou F C G, O C P semblablement, ou E C B: De sorte que les Ombrageurs en telle position de piliers entre H & I egalement distants l'un de l'autre, ne font point contre la regle de Scenographie, comme ils cuident eux-mesmes, mais on doit faire ainsi pour ombrager parfaictement.

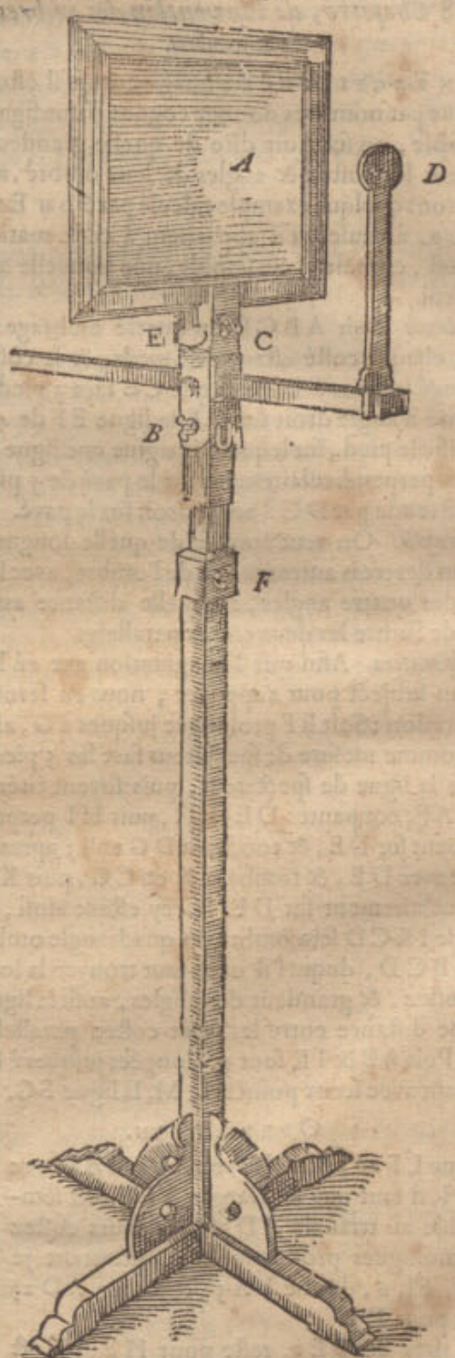
Il est bien vray qu'on voit quelquefois des ombres, comme d'hommes, animaux, & semblables, faites par un libre traict de main, lesquelles sont plus agreables que autres operées laborieusement selon les regles des perspectives, mais cela à une autre raison, à cause que telles lignes n'arguënt ainsi l'une l'autre, comme font les lignes paralleles és edifices; car si un cheval leve le pied un doigt plus haut ou plus bas, ou qu'un homme s'abaisse un doigt plus ou moins, il n'importe gueres de sçavoir si certainement comment la chose doit estre.

Notez encore, que comme les lignes obliques des animaux, se marquent plus agreablement & facilement par un libre traict à la main, de celuy qui l'a bien apprins, que par invention de plusieurs poincts, ainsi au contraire en pourtraict d'edifices, les lignes droites (en quoy consiste principalement l'ombragement des edifices) se peuvent tirer plus commodement & plus nettement le long d'une regle selon les preceptes des perspectives, que par un libre traict de main.

## 7 *Chapitre, du vitre.*

J'ay leu quelque part, & cela à ce qui me semble en *Albert Durer*, lequel voulant declarer la qualité de l'ombragement, dit qu'on peut voir la chose ombrageable par un vitre plat, & imprimer en l'imagination que ce qu'on voit ainsi dedans le vitre y est depeinct, car cela est vrayement la parfaicte ombre veuë par l'œil d'iceluy lieu. Ceste description de l'ombre (laquelle cy-devant nous esmouvoit de definir le vitre) a semblé si commode à Son Excellence, qu'il ne s'est voulu seulement imaginer telle ombre peinte en un vitre, mais l'a voulu tirer in iceluy par effect, faisant preparer à icelle fin un vitre en la maniere que demonstre la figure cy adjoustée, là où A signifie le vitre, qui estoit d'un grand miroir de cristalin, tournant sur la charniere B, pour le mettre aussi droit ou oblique qu'on veut, & se fiche avec un vis C, le trou par lequel on voit est D, qui se peut couler plus pres & plus loing du vitre, & ficher avec le vis E: Le vitre se peut aussi mettre plus haut & plus bas, & puis ficher avec le vis F.

Nous avons voulu descrire ceste qualité de vitre (dedans lequel Son Excellence tiroit des ombres tant d'hommes que d'autres choses, tellement qu'il semble qu'on peut dire en verité, qu'il n'est pas possible de tirer des postures d'hommes si parfaictement à l'œil sans vitre) afin que si quelqu'un estoit desireux d'un semblable, il puisse prendre cecy pour exemple, amendant selon ce qu'il pourroit appercevoir les defauts,




afin qu'il puisse servir à la parfaicte cognoissance de l'ombragement. J'estime aussi que cela a aydé Son Excellence, pour appercevoir & corriger quelques imperfections qui estoyent en mon premier dessein de ceste Scenographie, comme entre autres la regle generale de l'invention de l'œil des figures om-



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

brageables, qui ne touchent le vitre avec coſté ni poinct, ce que nous avions premierement obmis, comme eſtant choſe obſcure.

Puis il eſt advenu qu'en l'invention de l'œil, j'avois deſcrit quelques propoſitions, eſquelles la figure ombrageable comme donnée, eſtoit miſe comme elle avoit poſée en l'ombrageant, par laquelle l'invention de l'œil eſtoit plus facile. Mais SON EXCELLENCE conſiderant la choſe plus attentivement, dit qu'il y avoit en cecy de l'imperfection, parce que le ſemblable ne ſe rencontre point en la practique; car on ne met point és peinctures telle figure ombrageable en leur lieu pres de leurs ombres. Ce qu'ayant veu eſtre fondé en raiſon, nous avons changé ces propoſitions, & en avons mis d'autres en leur place, comme il ſe peut veoir cy-devant.

## 8 *Chapitre, de l'invention des ombres par nombres.*

SON EXCELLENCE s'imaginant qu'il eſtoit poſſible que par nombres donnez cognus d'une figure ombrageable, on ſçauroit dire de quelle grandeur tomberoient les coſtez & angles de leur ombre, nous en deſcrirons quelque exemple calculé par SON EXCELLENCE, à cauſe qu'il appartient à ceſte matiere, & que c'eſt, comme il me ſemble, une nouvelle maniere de calcul.

*Le donné.* Soit A B C D un quarré ombrageable au pavé, chaque coſté eſtant de 2 pieds, & le coſté D C prolongé juſques à E, ainſi que C E face 3 pieds: Puis de E tiré à angle droit ſur D E la ligne E F de 4 pieds, F ſignifie le pied, ſur lequel s'imagine une ligne de ſpectateur perpendiculairement ſur le pavé de 5 pieds, & le vitre tende par D C à angle droit ſur le pavé.

*Le requis.* On veut ſçavoir de quelle longueur ſera chacun des trois autres coſtez de l'ombre, avec la grandeur des quatre angles, en quelle diſtance auſſi ſont l'une de l'autre les deux coſtez paralleles.

*Preparation.* Afin que l'imagination aye en l'operation un ſubject pour s'appuyer, nous en ferons ceſte preparation: Soit E F prolongée juſques à G, ainſi que E G comme meſure de ſpectateur face les 5 pieds donnez de la ligne de ſpectateur, puis ſoyent tirées D G, C G, A F, coupantes D E en H, puis H I perpendiculairement ſur D E, & touchant D G en I; apres I K parallele avec D E, & tombant K en C G, puis K N perpendiculairement ſur D E. Cecy eſtant ainſi, le quadrangle I K C D ſera ombre du quadrangle ombrageable A B C D, duquel il nous faut trouver la longueur des coſtez, & grandeur des angles, auſſi la ligne I H, comme diſtance entre les deux coſtez paralleles I K, D C: Puis A B & I K ſont prolongées juſques à L & M, touchant avec iceux poincts L, M, la ligne F G.

### OPERATION.

Veu que L F eſt parallele avec A D, & A L avec D H, il faut que le triangle A L F ſoit ſemblable au triangle A D H, & leurs coſtez homologues proportionaux, pourtant je dis, F L 6, donne L A 5, combien A D 2? fait pour D H $1\frac{2}{3}$.

Iceux tirez de D E 5, reſte pour H E, qui eſt auſſi pour I M $3\frac{1}{3}$.

D E 5, donne E G 5, combien I M $3\frac{1}{3}$ deuxieſme en l'ordre? fait pour M G $3\frac{1}{3}$.

Iceux tirez de G E 5, reſte pour M E, qui eſt auſſi pour K N, & pour la requiſe I H $1\frac{2}{3}$.

G E 5, donne E C 3, combien M G $3\frac{1}{3}$ troiſieſme en l'ordre? fait pour M K 2.

Leſquels tirez de I M $3\frac{1}{3}$ troiſieſme en l'ordre, reſte pour la requiſe I K $1\frac{1}{3}$.

Le triangle I H D a trois termes cognus, à ſçavoir I H $1\frac{2}{3}$ quatrieſme en l'ordre, D H $1\frac{2}{3}$ premier en l'ordre, & l'angle I H D droit: Avec cecy cerchez les trois autres termes incognus, ſe trouvent par la 5 propoſition des triangles plats, à ſçavoir le coſté requis I D $\sqrt{\frac{50}{9}}$.

L'angle requis I D H 45 degr.

Et l'angle D I H 45 degr.

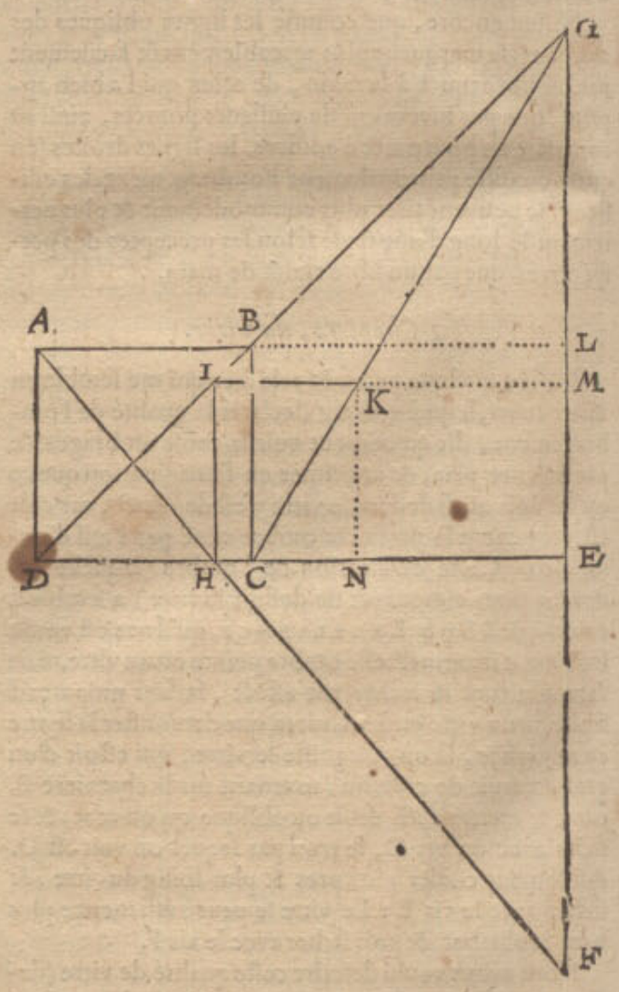
Auquel adjouſté l'angle H I K 90 degr. vient pour l'angle requis D I K 135 degr.

G E 5, donne E C 3, combien K N $1\frac{2}{3}$ quatrieſme en l'ordre? fait pour N C 1.

Le triangle K N C a trois termes cognus, à ſçavoir K N $1\frac{2}{3}$ quattrieſme en l'ordre, N C 1 onzieſme en l'ordre, & l'angle K N C droit, avec cecy cerchés les autres trois termes incognus, ils ſe trouvent par la 5 propoſition des triangles plats, à ſçavoir le coſté requis C K de $\sqrt{\frac{28}{9}}$.

Et l'angle K C N 59 degr. 2 ①, leſquels ſouſtraicts de 180 degr. reſte pour l'angle requis K C D 120 deg. 58.

Et l'angle N K C de 30 degr. 58 ①, leſquels ſouſtraicts de l'angle I K N 90 degr. reſte pour l'angle requis I K C 59 deg. 2 ①.




*Fin de la Scenographie.*

DEUXIES-

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

# DEUXIESME LIVRE DE L'OPTIQVE,

*TRAITANT*

## Des Catoptriques ou des Reflexions.

*Traduit en Francois, & illustré d'annotations par*
ALBERT GIRARD *Mathematicien.*

### AU LECTEUR.

*VNe fois entr'autres, je me mis à rechercher les effects de la Catoptrique selon les escrits* d'Alhazen *& de* Vitellon, *& trouvay qu'il n'y avoit entre plusieurs propositions de superfices courbes, aucune certitude és conclusions, & plusieurs fautes quant & quant : Tellement que je m'addonnay à escrire de mesme matiere sur d'autres fondemens, veu qu'*Euclides *en ses* 17 *&* 18 *propositions en pose d'autres, que ceux que* Alhazen *&* Vitellon *suivent en matiere de reflexion des superfices courbes, lesquelles comme fondemens vaciles, causent la ruine de ce qui est basty dessus : Tellement que je les ay inserez icy, d'autant que* SON EXCELLENCE *les a aussi reveus, ne l'ayant voulu conseiller à suivre ces autres-la, mais de prendre ces elemens pour principes necessaires à ceste fin, lesquels il a aussi remis en meilleur estat selon la coustume qu'il a de prendre garde de pres à ce à quoy il s'exerce, comme s'ensuit.*

### SOMMAIRE.

APres sept definitions & deux petitions, suivront neuf propositions : Et finalement un Appendice, contenant les Arguments lesquels selon nostre coustume, nous separons ordinairement des principes.

### DEFINITIONS.

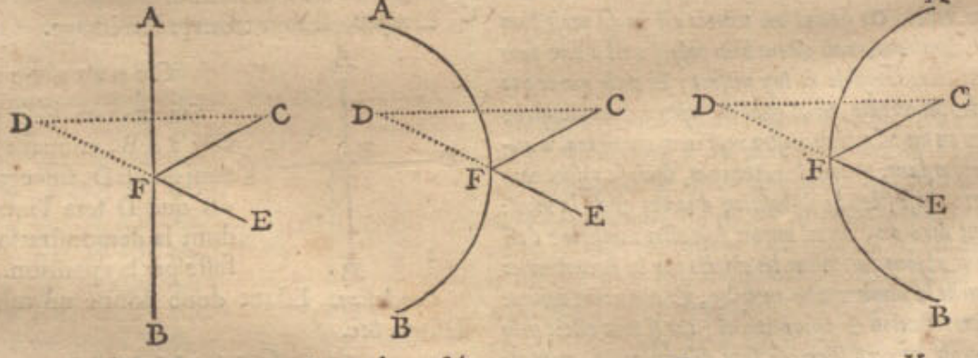
#### DEFINITION I.

*ELemens Catoptriques sont ceux, lesquels declarent les raisons de la forme des images, causées par la presence des corps devant les miroirs.*

#### DEFINITION II.

*TOute superfice Mathematique, en laquelle on se propose que soit la qualité des miroirs, nous la nommons aussi un miroir.*

Pour en parler naturellement, toute superfice reluisante comme de voire, acier, eau & choses semblables, peuvent estre aussi prises pour miroirs; Mais en ce traicté Mathematique, nous posons des sujects Mathematiques, les prenans icy pour miroirs : lesquels nous nommons miroirs plats ayant la superfice platte, & miroirs spheriques ceux qui l'ont aussi spherique, & ainsi des miroirs coniques, ou cylindriaques, quand les superfices sont coniques ou cylindriaques. D'avantage miroir convexe, est quand la superfice convexe agit comme un miroir; & miroir concave, quand la superfice concave fait l'acte de miroir. Par exemple soient A B trois sortes de miroirs, comme plats, convexes, & con-




caves, prenans leurs superfices catoptriques du costé de E, œil & C, visible.

#### DEFINITION III.

*POinct visible, est celuy duquel on peut voir l'image par le miroir.*

Soit és trois figures de la deuxiesme definition devant chaque miroir C, dont l'image au miroir soit en D, & puis que C peut estre veu dans le miroir, nous appellons C poinct visible.

#### DEFINITION IV.

*OEil est un poinct, lequel on suppose faire l'office de l'œil.*

Comme és troisiesmes figures de la deuxiesme definition le poinct E, lequel nous prenons faire l'office d'œil, assavoir à voir D, image du poinct visible C: nous nommons donc E œil.

#### DEFINITION V.

*RAyon, & rayon du visible, sont les lignes droites de l'œil, & du visible jusqu'à l'image.*

Comme és trois figures precedentes les lignes droites ED, CD sont dites rayons, assavoir ED rayon simplement, & CD rayon du visible.

#### DEFINITION VI.

*POinct de conversion est la commune section du miroir & du rayon.*

Comme és figures precedentes, la commune section de AB, & du rayon ED est F : lequel poinct F nous appellons poinct de conversion, dont la raison apparoistra en la septiesme definition suivante.



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

### Definition VII.

*Flexion, ſont les deux lignes droites du poinct de converſion, vers l'œil & le poinct viſible : celle qui eſt vers l'œil eſt dite flexion oculaire, & l'autre flexion viſible.*

Soit menée F C és figures precedentes, alors les deux lignes du poinct de converſion F vers l'œil E, comme F E, & vers le poinct viſible C, comme F C, ſont enſemble dites flexion : (comme ſi une ligne droite ſe plioyt C F E) en particulier auſſi F E flexion oculaire, qui eſt auſſi le rayon : F C flexion viſible, & le poinct F poinct de converſion ; tout ainſi que ſi une balle eſtant jettée de C en F, elle commençaſt en iceluy F, à ſe tourner vers E, tellement que F eſt le poinct de converſion, qui eſt à dire tournement, d'autant que c'eſt là que la converſion ſe fait.

---

Alb. Girard.

*I'adjouſteray encor icy ces trois definitions.*

### Definition VIII.

Reflexion, eſt dit en general de l'acte, tant de la puiſſance de la veuë, que de l'office du miroir, & de la viſion du viſible, lequel requiert d'eſtre illuminé.

### Definition IX.

Angle de reflexion, eſt celuy qui eſt fait egalement de part & d'autre de la ligne de flexion & du miroir.

*Comme és trois figures precedentes, l'angle B F E, ou A F C, (leſquels ſont egaux comme l'Autheur dira en la 4 propoſition ſuivante) de part & d'autre de la flexion C F E, & du miroir A F B.*

### Definition X.

Image Catoptrique, eſt la repreſentation du viſible à l'œil, laquelle ſemble eſtre veuë directement, quoy que non, mais eſt faite moyennant le miroir par le flechiſſement du rayon contre iceluy, & d'autant plus ſemblable au viſible que la ſuperfice du miroir eſt plane.

*C'eſt choſe certaine que l'image catoptrique D, ſemble eſtre en autre lieu que n'eſt le viſible C ; la cauſe eſt, que nous penſons que les choſes que nous voyons ſoyent directement où nous addreſſons noſtre veuë. Or quand un miroir eſt en ſa perfection n'ayant rien de diaphane, mais eſtant bien poly (c'eſt à dire ſans angles) il doit eſtre inviſible de luy meſme ; Et puis que ce que nous ſçavons de plus certain, eſt ce que l'experience nous monſtre ; d'où s'enſuit qu'en un tel miroir noſtre veuë nous trompera, d'autant qu'en le regardant, nous ne le voyons pas, mais ſa viſion nous repreſente autre choſe ſelon la diſpoſition d'iceluy & de la veuë : Mais comment dira-on, un tel miroir doit eſtre inviſible ? c'eſt pource que nous voyons ſeulement les objects par la diſcontinuité qui y eſt, laquelle la lumiere nous monſtre, & en un mot nous ne voyons rien ſans reflexion & diſcontinuité ; car ſi tout eſtoit poly comme un miroir en perfection & ſans diſcontinuité, nous ne verrions que la lumiere ſeulement, ſi on voyoit quelque choſe : un miroir parfaict eſt donc inviſible, comme les choſes diaphanes infinies & ſans couleur ; & partant les plus experimentez penſent voir directement en iceluy, ce que le miroir leur deſcouvre, en menant noſtre rayon viſuel que nous luy addreſſons, ſelon quil le reçoit.*

## PETITIONS.

### Petition I.

*Le poinct viſible poſé devant le miroir plat, qu'on nous concede de dire qu'il eſt autant diſtant du miroir, que ſon image : Que le rayon auſſi du viſible eſt perpendicle ſur le miroir.*

Soit G au miroir plat de la deuxieſme definition la commune ſection d'iceluy miroir & du rayon du viſible D C : On demande qu'il ſoit permis de dire que G C eſt egale à G D, que D C auſſi eſt à angle droit ſur A B : car qui en veut faire l'eſpreuve le pourra faire avec deux ſtations, comme on meſure le diſtances inacceſſibles, ſelon la 2 propoſition du deuxieſme livre de la practique de Geometrie. Quant au rayon du viſible qu'il ſoit perpendiculaire ſur le miroir plat, il ſe recognoiſtra tel, ſi on poſe l'œil meſme pour viſible & œil tout enſemble, on verra avec une eſquerre que le rayon ſera perpendiculaire au miroir.

---

Alb. Girard.

*Il eſt auſſi certain, que le rayon du viſible eſt auſſi perpendiculaire ſur le miroir courbe ; & auſſi que le viſible & ſon image ſont egalement diſtans du poinct de converſion en tous miroirs, ſelon ce que nous avons dit en la 10 definition : & que le rayon du viſible, duquel parle Stevin ne ſert qu'aux miroirs plats, d'autant que quand bien meſme le viſible & le miroir ſeroyent immobiles, l'image ne le ſera point, ſi l'œil ſe meut comme és miroirs plats ; mais és miroirs courbes, l'image change de place auſſi bien que l'œil, & partant on ne ſçauroit cognoiſtre ſon lieu par deux ſtations, comme és plats ; veu que l'image change de lieu ſelon le changement de ſtation : és miroirs donc courbes, diverſes perſonnes verront l'image en divers lieux, ou bien diverſes images d'un meſme viſible en meſme temps.*

### Petition II.

*Par la commune ſection de la ſuperficie du miroir, & le plan où ſont l'œil, le viſible & ſon image, ſoit entendu le miroir donné.*

Soit A B la ligne (en la deuxieſme definition) de commune ſection de la ſuperfice du miroir, & du plan où les trois poincts C, D, E ſont : On demande qu'on concede qu'avec la ligne A B, on entende le miroir propoſé.

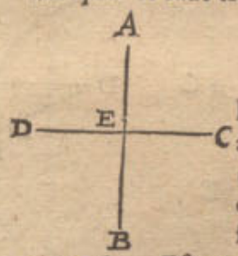
## S'ENSUIVENT LES Propositions.

### Probleme I. Proposition I.

*Eſtant donné un miroir plat indefiny, & un poinct viſible, trouver ſon image.*

*Le donné.* Soit A B un miroir plat indefiny, & C un poinct viſible au devant.

*Le requis.* Il faut trouver ſon image.



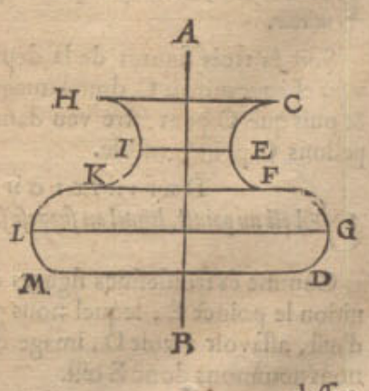

Construction.

On menera C D perpendiculaire à A B, coupant iceluy en E ; ainſi que E D, ſoit egale à C E : Je dis que D ſera l'image requiſe ; dont la demonſtration eſt manifeſte par la 1 petition.

*Concluſion.* Eſtant donc donné un miroir plat indefiny, &c.

Corollaire.

D'autant que la ligne conſiſte en une infinité de poincts, & que l'image d'un chacun peut eſtre trouvée par la 1 propoſition precedente, il s'enſuit que la deſcription de l'image de toute ligne en un miroir plat eſt notoire. Soit par exemple A B un miror plat, & C D une ligne courbe, en laquelle ſoit marquée une infinité de poincts, comme C, E, F, G, D, &c. & ayant trouvé leurs images H, I, K, L, M, &c. comme




deſſus,

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

dessus, alors la ligne menée par la pluralité infinie des poincts H, I, K, L, M, sera l'image requise. D'avantage d'autant que la superfice de tout corps, consiste en une infinité de lignes, & de mesme les corpsd'une pluralité infinie de superfices; il s'ensuit comment on pourra descrire l'image de tout corps quelcõque en un plat miroir.

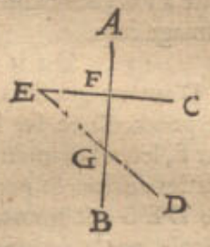
PROBLEME II. PROPOSITION II.

*Estant donné un plat miroir indefiny avec un poinct visible, & l'œil: Trouver le poinct de conversion.*

*Le donné.* Soit AB un plat miroir indefiny, C le poinct visible, D l'œil.

*Le requis.* Il faut trouver le poinct de conversion.

CONSTRVCTION.




On trouvera l'image de C, comme E, par la 1 proposition: assavoir CE perpendiculaire à AB, & EF egale à FC; puis menée ED, coupant AB en G, lequel G je dis estre le poinct de conversion.

DEMONSTRATION.

D'autant que E est l'image du visible C, par la 1 proposition, & D, l'œil par l'hypothese, ED sera le rayon par la cinquiesme definition, & partant G conversion par la 6 definition.

*Conclusion.* Estant donc donné un miroir plat indefiny, avec un poinct visible & l'œil, nous avons trouvé le poinct de conversion, selon le requis.

THEOREME I. PROPOSITION III.

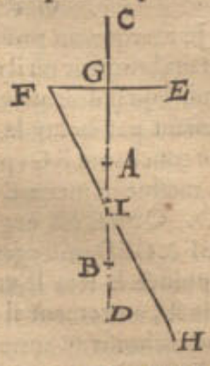
*LE poinct visible & son image, sont equidistans du plan du plat miroir produit.*

*Le donné.* Soit AB un plat miroir, duquel le plan produit indefiniement soit CD, & E le poinct visible, ainsi que EF perpendiculaire à CD, ne passe pas par le miroir AB, & EF coupe CD en G.

*Preparation.* Soit prise CD entierement pour un miroir, & ayant posé quelque œil, comme H, voyant l'image F, par le poinct de conversion I, au miroir AB.

DEMONSTRATION.

CD estant donc un plat miroir, F image de E, alors E & F seront equidistans de G, par la premier petition: Ostons maintenant les parties du miroir AC, BD, n'y demeurant que le miroir AB: ce qu'estant ainsi, l'œil H voit encor l'image F, veu que le poinct de conversion I ne reçoit aucune alteration en cecy: Tellement que E & F demeureront equidistans du plan du plat miroir produit indefiniement.




*Conclusion.* Le poinct visible & son image donc, sont equidistans de la production du plat miroir: ce qu'il falloit demonstrer.

THEOREME II. PROPOSITION IV.

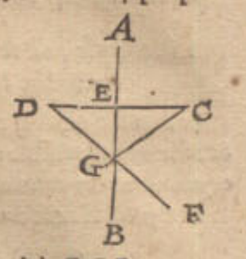
*LA flexion (du poinct visible, & de l'œil) fait sur le plat miroir des angles egaux.*

*Le donné.* Soit AB un plat miroir, & C poinct visible, D image, CD rayon du visible coupant AB en E, F l'œil, DF rayon: G poinct de conversion, GC flexion du visible, & GF oculaire.

*Le requis.* Il faut demonstrer que l'angle CGA est egal à l'angle FGB.

DEMONSTRATION.

Veu que EG est à angle droit sur DC, les triangles DGE, EGC seront de la condition de la 4 proposition du premier livre des Elemens *d'Euclide*, assavoir deux costez DE, EG egaux aux deux costez CE, EG (par la premiere petition) & l'angle egal à l'angle en E; parquoy le reste sera egal au reste, comme icy l'angle DGE, ou bien par la 15 proposition du premier livre, BGF egal à CGE.




*Conclusion.* La flexion donc fait sur le miroir des angles egaux; ce qu'il falloit demonstrer.

THEOREME III. PROPOSITION V.

*ESTant un miroir spherique, & un poinct visible, duquel une ligne indefinie est menée par le centre du miroir: L'image en ceste ligne, & le poinct visible sont equistans du miroir.*

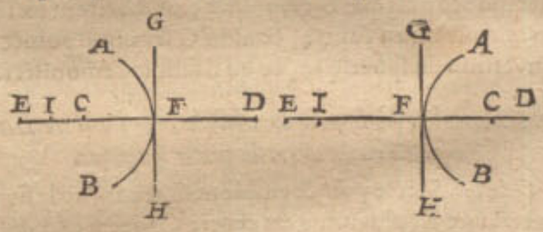
*Le donné.* Soyent AB deux miroirs spheriques, l'un convexe, l'autre concave, C les centres, D poincts visibles, par C soit menée DE indefinie coupant le miroir en F.

*Le requis.* Il faut demonstrer que l'image dans la ligne DE, est autant distante du miroir F, que le poinct visible D.

*Preparation.* Soit menée le plat miroir GH par le poinct F, & perpendiculaire sur CF, puis marquant le poinct I, ainsi que IF soit egale à FD.

DEMONSTRATION.

D'autant que CF est perpendiculaire sur GH, alors GH touchera la ligne AB au poinct F, tellement que F sera un poinct commun des miroirs plat & spherique, par lequel poinct, le visible D apparoist: Parquoy




l'image aussi en l'un & l'autre miroir, sera en un mesme lieu. Or l'image du plat est I par la 1 proposition: l'image donc du spherique sera aussi en I: & pource que I au plat est autant distant de F, que D; pourtant aussi l'image du miroir spherique AB, est autant esloignée d'iceluy miroir spherique AB (c'est à dire du poinct F) que son poinct visible D.

Autre DEMONSTRATION.

Soit le miroir spherique AB reduit & remis en plat miroir GFH, ainsi qu'ils soyent en un mesme plan; alors I sera l'image commune és deux miroirs, du visible D, par la 1 proposition, & F commune section des miroirs, & de DI rayon du visible; Or prenons que le miroir plat reprenne sa premiere forme spherique AB, alors l'image I demeurera encor en son lieu, puis que les poincts qui la causent F, D, demeurent en leurs lieux: & partant I sera l'image de D au miroir spherique AB.

*Conclusion.* Estant donc un miroir spherique, &c.

NOTEZ.

Il est seulement parlé cy-dessus de l'image en la ligne DE; car c'est autre chose des autres images qui peuvent estre d'un nombre infiny au miroir spherique, comme on verra cy-apres.



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

PROBLEME III. PROPOSITION VI.

*ESTant donné un miroir ſpherique, le poinct viſible, & l'œil lequel puiſſe voir l'image: Trouver le poinct de converſion.*

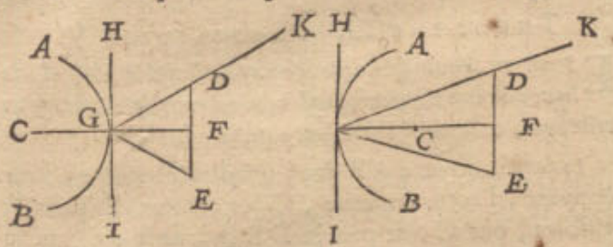
*1 Exemple, où le poinct viſible & l'œil, ſont equidiſtans du centre du miroir ſpherique.*

*Le donné.* Soit A B un miroir ſpherique, ſon centre C, & D le poinct viſible; mais E l'œil, leſquels D & E ſont equidiſtans du centre C.

*Le requis.* Il faut trouver le poinct de converſion.

OPERATION.

On menera D E, & C F vers ſon milieu, coupant A B en G: lequel eſt le poinct de converſion requis.




*Preparation.* Soit menée G D, G E, & H I, touchant A B en G, comme plat miroir.

DEMONSTRATION.

D'autant que D F eſt egale à F E, & les angles en F droits; les triangles G F D & G F E conviendront en tout, veu que G F eſt commun, & partant les angles D G F & E G F ſeront egaux; & pource que H I eſt perpendiculaire à C F, d'autant qu'elle touche A B en G, les angles F G H & F G I ſeront egaux, eſtans droits, & auſſi les reſtans H G D & I G E; d'où s'enſuit que G eſt poinct de converſion du miroir plat, par la 2 propoſition: & puis que G eſt poinct commun tant en l'un des miroirs qu'en l'autre, & ainſi G ſera auſſi poinct de converſion du ſpherique; ce qu'il falloit demonſtrer.

*2 Exemple, où le poinct viſible, & l'œil ne ſont equidiſtans du centre du miroir ſpherique.*

*Le donné.* Soit le poinct viſible maintenant en la figure precedente K, plus loing du centre C, que n'eſt l'œil E.

*Le requis.* Il faut trouver le poinct de converſion.

NOTEZ.

Puis que pas une maniere Geometrique, en ceſte deſcription ne m'eſt venue en la memoire, je la conſtruiray mechaniquement.

---

ALB. GIRARD.

*L'autheur dit qu'il n'avoit rencontré en ceſte deſcription aucune maniere Geometrique: Il y a toutesfois une operation Geometrique fort facile, que j'euſſe mis icy, n'euſt eſté pour d'autres empeſchemens; c'eſt un probleme ſolide, c'eſt à dire qu'il ne peut pas eſtre conſtruit par la ligne droite, & la circulaire.*

On menera deux lignes K G, E G, telles que le requis ſoit auſſi precis, que l'œil le puiſſe juger à ſa perfection, a ſçavoir menant par C & G la ligne C G F; que ſi l'angle K G F eſt coupé en deux egalement, G ſera le vray poinct cerché; dont l'operation eſt manifeſte.

PROBLEME IV. PROPOSITION VII.

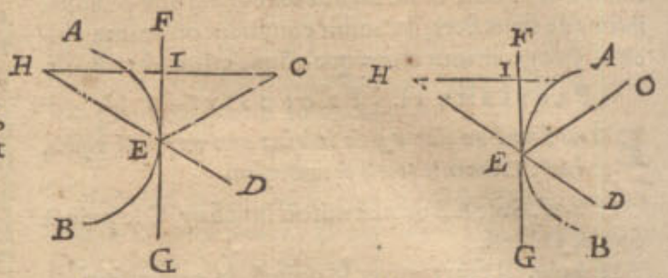
*ESTant donné un miroir ſpherique & le poinct viſible, l'œil auſſi, lequel puiſſe voir l'image: Trouver l'image.*

*Le donné.* Soit A B un miroir ſpherique, C poinct viſible, D l'œil, pouvant voir l'image.

*Le requis.* Il faut trouver l'image.

OPERATION.

On trouvera le poinct de converſion par la 2 propoſition, lequel ſoit E, tirant la ligne droite F G, tellement




qu'elle touche l'arc A B en E, puis C H perpendiculaire à F G; & faiſant I H egale à I C, je dis que H ſera l'image requiſe.

DEMONSTRATION.

D'autant que F G touche l'arc A B en E, F G ſera perpendiculaire ſur le diametre du miroir qui paſſe par E, lequel diametre couperoit l'angle C E D en deux parties egales; & partant l'angle C E F ſera egal à l'angle D E G; & pourtant H eſt l'image requiſe du plat miroir, par la 1 propoſition: Et d'autant que le poinct E eſt commun és deux miroirs, s'enſuit que le meſme H ſera auſſi l'image du miroir convexe; autrement ſi ce n'eſtoit là, il faudroit que la matiere à l'entour de E en ſoit la cauſe, ce qui eſt impoſſible, veu qu'elle n'y apporte aucune alteration. H eſt donc l'image requiſe, ce qu'il falloit demonſtrer.

*Concluſion.* Eſtant donc donné un miroir convexe, le poinct viſible, & l'œil pouvant voir l'image, nous avons trouvé l'image ſelon le requis.

PROBLEME V. PROPOSITION VIII.

*ESTant donné un miroir de figure quelconque, le poinct viſible, & l'œil pouvant voir l'image: Trouver le poinct de converſion.*

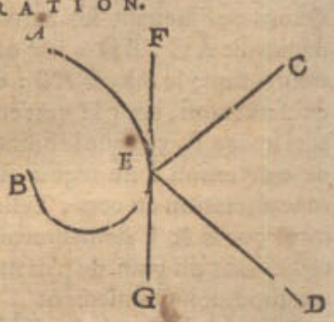
*Le donné.* Soit A B un miroir courbé irregulier quelconque, C le poinct viſible & D l'œil.

*Le requis.* Il faut trouver le poinct de converſion.

NOTEZ.

Tout ainſi que pas une operation Mathematique ne m'eſt venuë en memoire au deuxieſme exemple de la 6 propoſition, je conſtruiray auſſi maintenant celle-cy par voye mechanique, comme s'enſuit.

OPERATION.




Je marque un poinct E dans le miroir où il me ſemble qu'il doit arriver, menant par iceluy la ligne touchante F G; puis du meſme je mene E C, E D. Que ſi les angles C E F & G E D ſont egaux, le poinct E ſera le vray poinct, autrement il en faudra choiſir un autre juſques à ce qu'on aye trouvé que leſdits angles ſoyent egaux, & ainſi on trouvera le vray poinct de converſion; dont la demonſtration eſt manifeſte par l'operation.

*Concluſion.* Eſtant donc donné un miroir de figure quelconque, &c.

PROBLEME VI. PROPOSITION IX.

*ESTant donné un miroir de figure quelconque, le poinct viſible, & l'œil pouvant voir l'image: Trouver l'image.*

*Le donné.* Soit A B un miroir courbe irregulier quelconque, C le poinct viſible, & D l'œil.

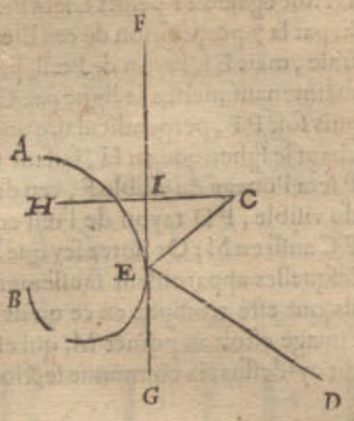
*Le requis.* Il faut trouver l'image.

OPERA-

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

OPERATION.

On trouvera premierement le poinct de conversion par la 8 proposition, lequel soit E; & F G comme miroir plat (ayant servi à trouver ledit poinct E) puis soit menée C H perpendiculaire à celle, & I H egale à I G; alors H sera l'image requise.




DEMONSTRATION.

D'autant que les miroirs plat & courbe ont le poinct E cõmun, & que H est l'image du miroir plat; il s'ensuit que le mesme H sera aussi l'image du miroir courbé A B.

*Conclusion.* Estant donc donné un miroir courbe irregulier comme il advient, le visible, & l'œil qui puisse voir l'image, nous avons trouvé l'image, selon le requis.

COROLLAIRE.

La maniere de trouver l'image de quelque poinct visible que ce soit estant notoire par ceste 9 proposition, il s'ensuit aussi qu'on pourra trouver l'image de quelque ligne, superfice, & corps que se puisse estre, & ce par l'invention d'une infinité d'images de poincts visibles, puis de là l'invention des images des lignes, puis des plans, puis finalement des corps.

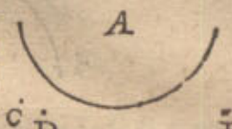
# APPENDICE.

*CONtenant comment les propositions* d'Euclides, d'Alhazen *& de* Vitellon, *avec celles de leurs sectateurs, lesquelles enseignent à trouver les images és miroirs courbes, sont malfondées, & que par consequent elles sont fausses.*

Tout ainsi que nous avons deduit en l'Appendice, à la fin du livre des triangles spheriques, les erreurs des escrivains, nous en ferons aussi le mesme icy.

L'invention de la vraye place où l'image apparoist, est une des principales matieres de la Catoptrique, laquelle est cognue communement és plats miroirs, mais non pas és courbes; car *Euclides* és 17 & 18 propositions; Alhazen és 3, 6 & 16 propos. du 5 livre; & *Vitellon*, en l'onzieſme prop. du 6 livre, ont en opinion que l'image estoit en la commune section du rayon, & de la ligne indefinie du visible vers le centre du miroir spherique; ce qui est absurde par la 7 prop. de ce livre, où il est demonstré par voye Mathematique que l'image est autrepart.

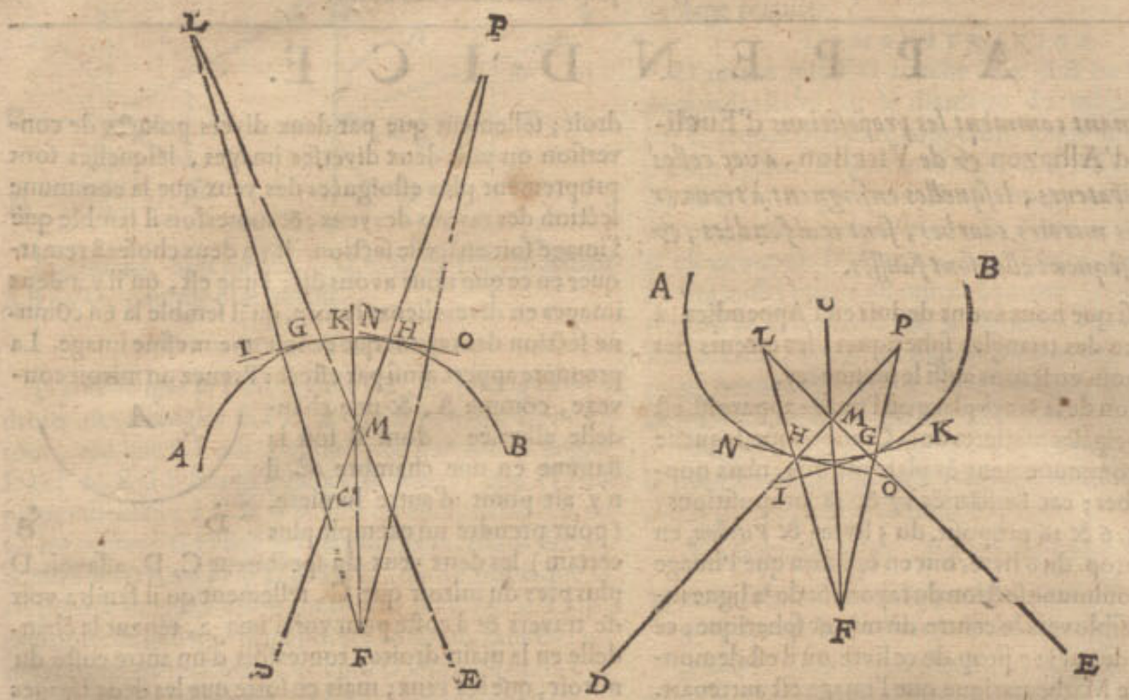
L'experience qui les fit fallir est telle: c'est que si on met un plat miroir esloigné du visage autant qu'un spherique, il semble à voir des deux yeux que l'image du spherique approche plus pres de sa superficie, que ne fait l'autre; ce qu'on peut mieux remarquer és miroirs ordinaires, qui ont des petites cõcavitez le long du bord par derriere, qui font apparoistre des miroirs spheriques, posant le miroir tellement que le spherique vienne à l'endroit du nez de la grande image, on verra que la petite image est plus pres que la grande, *(car d'autant que sa dimension s'estend, autant cache-elle la grande image, ce qui seroit au contraire, si elle estoit plus esloignée.)* [voyez à la fin touchant cecy.] Et est encor plus certain, lors qu'on regarde le bout du nez de l'image, car alors on a les deux prunelles tournées l'une vers l'autre; tellement qu'on est plus louche qui si on regardoit celuy de la grande image; & partant les deux lignes de la veuë, vers le bout du nez de l'image du spherique, sont dedans les deux lignes de la veuë vers le bout du nez de l'image du plat; d'où l'on peut conclurre, que l'image du spherique est plus pres de sa superfice, que celle du plat, par la 21 prop. du 1 livre *d'Euclides*. Or cela semblant estre ainsi, ils ont conclud qu'il estoit comme il sembloit, mais nous estans mieux fournis de l'une & l'autre, recognoissons qu'il y a faute en l'experience, & de la tromperie, d'autãt qu'elle repugne aux regles fondamentales; ce qui se decouvre ainsi. Lors qu'on regarde quelque image des deux yeux, comme par exemple du bout du nez, comme cy-dessus, chaque œil a son poinct de conversion particulier, mais il ne voit qu'une image, assavoir l'œil droit voit l'image au costé gauche, & l'œil gauche voit l'image au costé droit; tellement que par deux divers poincts de conversion on voit deux diverses images, lesquelles sont proprement plus esloignées des yeux que la commune section des rayons des yeux, & toutesfois il semble que l'image soit en icelle section. Il y a deux choses à remarquer en ce que nous avons dit; l'une est, qu'il y a deux images en divers lieux; l'autre, qu'il semble la en cõmune section des rayons que ce soit une mesme image. La premiere appert ainsi par effect: Prenez un miroir convexe, comme A, & une chandelle allumée, dont B soit la flamme en une chambre où il n'y ait point d'autre lumiere, (pour prendre un exemple plus certain) les deux yeux du spectateur C, D, assavoir D plus pres du miroir que C, tellement qu'il faudra voir de travers & à costé pour voir l'image, tenant la chandelle en la main droite, toutesfois d'un autre costé du miroir, que les yeux; mais en sorte que les deux images ne soyent au plan qui passe par les yeux C, D; ce qui se fait facilement en elevant, ou abaissant la chandelle: Ce qu'estant ainsi, on verra distinctement les deux images de la flamme, lesquelles on ne peut pas remettre l'une sur l'autre, mesme en regardant louche, comme on peut faire en regardant droit vers le miroir convexe, pource qu'elles ne sont en mesme plan que les yeux, veu qu'en regardant louche on ne change pas de plan; car ce seroit contre nature que l'un regardast enhaut, l'autre embas. Nous avons donc demonstré qu'avec deux yeux on voit dans le miroir spherique deux images diverses, reste à monstrer qu'elles semblent n'estre qu'une seule image en la commune section des rayons: Soyent posées sur une table deux chandelles A, B, de mesme hauteur d'environ 1 ou 2 pouces, en une chambre où il n'y aye point d'autre luminaire, puis de l'autre costé de la table on marquera deux poincts C, D, de la distance des deux yeux de l'observateur, menant les lignes D A, C B se coupans en E, où l'on mettra une espingle ou une esguille toute droite debout, posant és angles A E C, B E D quelques obstacles, comme des livres F, G, ou autre chose, tellement que l'œil C ne puisse voir la flãme A, mais bien B; que l'œil aussi en D ne puisse voir B, mais A; puis on disposera les yeux és poincts C, D, regardant l'espingle F; alors on verra que les deux flammes A, B, semblent n'estre qu'une seule flãme, & icelle au poinct E; car



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

car A ne peut apparoiſtre à D, hors la ligne A D, ny ſemblablement B à C, que le long de la ligne B C, leſquelles ne ſe coupent qu'en E; lequel eſt le ſeul lieu de telle apparence. Or il en eſt de meſme de l'exemple des miroirs ſpheriques; car cõme nous n'avons veu qu'une flamme pour deux, au poinct de ſection E en autre lieu que les vrays; ainſi on ne voit qu'une image pour deux, aux miroirs ſpheriques, & ce en autre lieu, que les vrays.

Leſquelles choſes ſoyent declarées par exemple par les choſes meſmes, ſoit A B un miroir ſpherique, ou deux, l'un en foſſe, l'autre en boſſe, aſſavoir concave & convexe, leurs centres C, deux yeux d'obſervateur D, E; & F le bout de ſon nez; item G poinct de converſion de F, E; & H de F, D, auſſi I K un plat miroir touchant le ſpherique en G, & F L à angles droits ſur I K, ainſi que L I ſoit egale à I F; alors L ſera l'image de F, veu de l'œil E, par la 7 propoſition de ces Elemens, F L rayon du viſible, mais E L rayon de l'œil, par la 5 definition. Soit maintenant menée la ligne par C F, coupant L E en M, puis ſoit P F, perpendiculaire au plat miroir N O touchant le ſpherique en H, faiſant O F, O P egales: alors P ſera l'image du viſible F, veu de l'œil D, & F P rayon du viſible, P D rayon de l'œil coupant le diametre par F C auſſi en M; Or notez icy que L, P ſont deux images, leſquelles apparoiſſent fauſſement eſtre en M, & ainſi ils ont eſté trompez en ce qu'ils ont poſé & penſé que l'image eſtoit au poinct M, qui eſt, comme nous avons dit cy-deſſus, la commune ſection du rayon viſuel L E,




& la ligne droite indefinie du poinct viſible F, par le centre C; par leſquelles choſes la cauſe de l'erreur eſt declarée: car des ſuſdites 3, 6 & 16 propoſitions des miroirs concaves & convexes d'*Alhazen* en ſon 5 livre, il ſe rencontre és miroirs creux & convexes, tant des cylindres que des cones; aſſavoir és 4, 7, 8, & 10 propoſitions du meſme 5 livre que *Vitello* comprend és 36 & 37 propoſitions de ſon 5 livre, leſquels principes ſont tous faux, & deſquels une quantité de fauſſes propoſitions ſont derivées, comme entre autres celles qui traitent que l'image és miroirs creux eſt en l'air, ce qui advient pour d'autres raiſons qu'ils ne diſent, deſquels nous parlerons peut eſtre en la Catoptrique pratique. Quant à ce que l'image de F, au miroir concave apparoiſt & ſemble fallacieuſement eſtre en M, hors le miroir, entre la ſuperfice d'iceluy, & l'œil, le tout ſe recognoiſt mieux lors qu'on ne regarde que d'un œil. Quand auſſi on regarderoit des deux yeux, telle apparance ne pourroit eſtre derriere la veuë, ou autrepart en l'air, tellement que le miroir ne ſoit derriere l'image apparante, comme ils concluent. En ſomme les propoſitions qu'ils ont faites tant des images au dedans qu'au dehors le miroir, ſont autant d'erreurs, n'eſtant baſties que ſur principes erronez.

ALB. GIRARD.

*I'ay enclos cy-deſſus de parentheſes ( ) & eſcrit en autres characteres ces mots au commencement de ceſt Appendice, ainſi* (car d'autant que ſa dimenſion s'eſtend, &c.) *ce qui eſt abſurdement conclu par l'Autheur, ne ſçachant pas qu'és miroirs de verre ou de criſtal la ſuperfice anterieure ne cauſe pas ceſte grande reflexion qu'on y remarque, mais la poſterieure où la fueille eſt ioincte; car l'anterieure cauſe ſeulement une reflexion obſcure imperceptible, ce qu'on apperçoit aux deux images d'eſpingles qu'on voit dans le miroir, n'y en ayant qu'une ſur le bord du chappeau; or cela eſtant ainſi, comment ſeroit-il poſſible (y ayant une petite foſſette à la ſuperfice poſterieure, laquelle fait l'office d'un miroir convexe ou en boſſe) que le miroir plat qui deffaut où le miroir courbe eſt, puiſſe agir & faire reflexion n'y eſtant pas, mais un autre eſtant ſubſtitué en ſon lieu; & de là tirer concluſion que l'image du plat miroir eſt derriere l'image du ſpherique, puis qu'elle n'apparoiſt pas, diſant que l'autre la couvre! Quant à l'opinion de l'Autheur elle eſt bonne, combien qu'elle ſoit contraire à* Euclides, Alhazen & Vitellon, *excepté qu'il ſemble poſer une exiſtence viſible pour l'image; mais il faut dire ainſi (conioignant ce diſcours avec les definitions que nous avons miſes cy-deſſus, & principalement avec la dixieſme,) que la veuë nous trompe avec le miroir, en ce qu'il nous ſemble que nous voyons ce que nous avons nommé l'image devant nous directement; & neantmoins il n'y a image qui tienne, nous voyons le vray obiect, mais non pas directement comme il apparoiſt, ny auſſi tel qu'il eſt, ſi le miroir n'eſt plat en perfection, mais nous monſtre les choſes autrement qu'elles nous devroyent apparoiſtre de ſimple viſion; finalement on recueille d'icy que pour figurer l'image, qui nous ſemble fallacieuſement apparoir devant nous (& notez ceſte maniere de parler) qu'il faut prolonger le rayon viſuel autant derriere le miroir, commençant au poinct de converſion, que l'obiect viſible eſt diſtant de meſme poinct de converſion ſans nous ſervir en cela de plats miroirs touchants, comme fait* Stevin: *mais nous parlerons, s'il plaiſt à Dieu, de cecy plus amplement en un traité entier de l'Optique, ſans oublier les refractions que l'Autheur à icy obmiſes, quoy qu'il eut promis auparavant de le faire.*

*Fin du deuxieſme livre de l'Optique.*

SIXIESME

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

# SIXIESME VOLVME

*TRAITANT DE LA*

# FORTIFICATION.

*Contenant trois parties, assavoir:*

I. La Castrametation.
II. La Fortification par Escluses.
III. La Fortification.

## LA CASTRAMETATION.

### ARGUMENT.

*CEste Castrametation sera de deux sortes: La premiere de la maniere dont on a use és Camps des* Tres-puissants Seigneurs, Messeigneurs les Estats, *selon que requirent leurs moyens & autres circonstances, de laquelle seront escrits trois Chapitres. La deuxiesme de la maniere accomplie, comme les Romains, estans tres grands & puissants, ont jadis logé, dont je traicteray au quatriesme Chapitre. Mais pour declarer en brief le contenu desdits quatre Chapitres, il faut premierement considerer, que devant qu'on vienne à la mesure, on doit sçavoir ce que signifie Castrametation, dont le premier sera tel:*

I. CHAPITRE, contenant la definition ou description de la Castrametation.

*Cognoissant ce qu'on entend par la Castrametation, il faut devant que de la commencer, sçavoir ce qui y doit estre logé; pour ceste fin il faut descrire certaines listes qui seront comprinses en ce Chapitre suivant.*

II. CHAPITRE des Lystes, contenant ce qui doit estre logé en un Camp proposé.

*En apres s'ensuit la maniere de mesurer sous telle suscription:*

III. CHAPITRE, de la maniere de marquer ou mesurer un Camp.

*Finalement suivra le Chapitre susdit de la maniere de la Castrametation accomplie, avec la suscription comme s'ensuit:*

IV. CHAPITRE, de ce que selon mon opinion, seroit utile & necessaire, à la forme durable d'un Camp qui pourroit continuellement demeurer le mesme.

*Et pour plus grand esclaircissement, nous mettrons à chaque Chapitre son argument, comprenant les suscriptions des articles d'iceux.*

### I. CHAPITRE,

Contenant la definition ou description de la Castrametation.

#### ARGUMENT DE CE I. CHAPITRE.

LA qualité de la Castrametation se declarera en ce premier Chapitre en onze articles.

*Le premier article de La forme de loger en general, avec la forme du Camp des Romains.*

Les autres Articles sont des parties du Camp qui se descrira en ce traicté, à sçavoir:

*Le 2. de la forme des logis d'une Compagnie d'Infanterie.*
*Le 3. de la forme des logis d'un Regiment d'Infanterie.*
*Le 4. de la forme des logis d'une Cornette de Cavallerie.*
*Le 5. de la forme des logis d'un Regiment de Cavallerie.*
*Le 6. de la forme du quartier de* SON EXCELLENCE.
*Le 7. de la forme du quartier du General de l'Artillerie.*
*Le 8. de la forme du quartier des Officiers, qui se logent ensemble en ce Camp.*
*Le 9. de la forme du quartier des Chariots.*
*Le 10. de la forme du Marché.*
*Le 11. de la forme du Camp en son entier.*



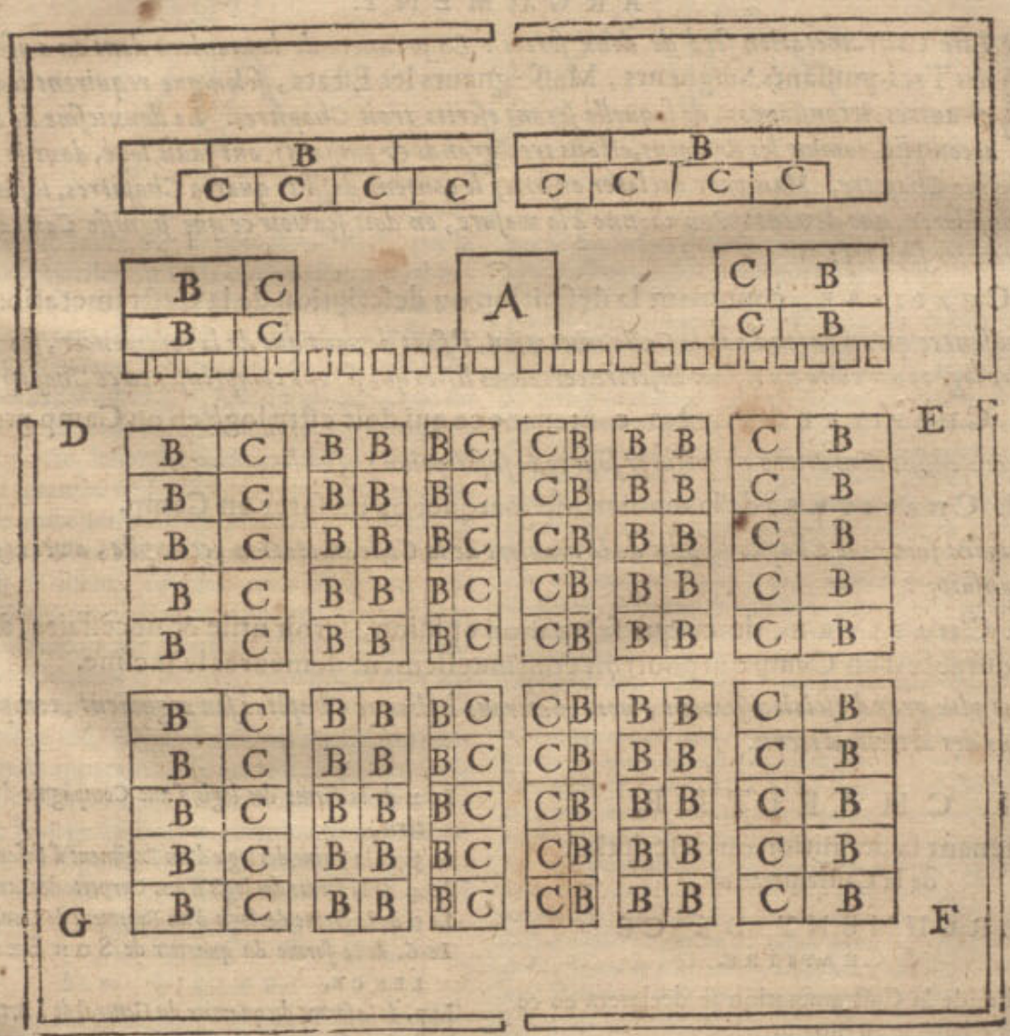
Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

## I Article.

### *De la forme de loger en general, avec la forme du Camp des Romains.*

POur declarer premierement la cauſe pourquoy ce logement en campagne ſe nomme Caſtrametation, il faut ſçavoir qu'il ſe fait par une diſtribution de logis, d'une abondante metation ou meſurement par tout le Camp, parquoy les Romains le nommoyent proprement, *Caſtrametatio*, c'eſt à dire meſurement de Camp, tellement qu'en les imitant, je retiendray ce nom. Or pour venir à la deſcription des proprietez de la Caſtrametation, il faut ſçavoir premierement, qu'encore bien que diverſes perſonnes s'imaginent divers ordres, les uns mieux que les autres; ſi eſt-ce toutesfois qu'il y a quelque choſe de commun, à quoy on doit aſpirer ſelon l'opinion des plus experts en matiere de guerre: Ce que deſcrit Xenophon en peu de mots, recitant la maniere du logement de Cyrus, dont le ſens eſt tel: A ſçavoir, que le General du Camp pour eſtre egalement eſloigné de tous coſtez, doit loger au milieu du Camp, ayant pres de luy les Officiers qui ne ſont point Soldats, avec le train de la munition de guerre, vivres & bagage: Puis, que tout cecy doit eſtre environné de la Cavallerie, & à l'entour d'icelle l'Infanterie, à cauſe qu'elle eſt plus toſt qu'eux en armes, & preſte à combatre contre une ſubite ſuprinſe de l'ennemy, & que les chevaux des Reytres doivent eſtre ſellez & bridez, & eux meſmes armez: En outre les gens de pied ſont plus idoines pour defendre & empeſcher les avenues des ennemis venans paſſer à l'impourveu les trenchées & parapets du Camp, tandis que la Cavallerie ſe prepare: Mais Xenophon deſcrit ceſte regle ſi generale, qu'on n'en peut tirer des plans ſelon la maniere que Cyrus s'en ſervoit en effect.

Il y a encore un ordre de Caſtrametation que Tamerlan a obſervé, lequel ſemble avoir eſté fort ſingulier, deſcrit en langue Arabique par Alhazen au 5 Chapitre, & tranſlaté en François par l'Abbé de Mortemer; lequel, pour la diſtinction de certains cinq autres Camps, ſe nommoit le Camp Imperial, comprenant continuellement 60000 pietons & 40000 chevaux: auquel Tamerlan voulut, que le premier nombre, ſur lequel on commanderoit en l'infanterie fut de 10, puis de 100, apres de 1000, & finalement de 10000. Outre cela il y avoit encore les gardes du General, contenant 4000 hommes de pied, & 2000 chevaux, qui logeoient alentour de ſa perſonne, puis encore 25000 ouvriers és retrenchemens & fortification du Camp; car il ne ſe tenoit jamais dans les Villes, mais il falloit touſiours loger en Hyver & Eſté en campagne, tant en temps de paix que de guerre; & ſe retirant d'un lieu en un autre, il ſe retrenchoit par tout: Ce Camp ſervoit touſiours pour eſtre preſt à la haſte, là où il eſtoit beſoing, pour renforcer auſſi & redreſſer les cinq autres Camps eſtans venus en deſordre, leſquels eſtoyent en Sorie, China, Cambalu, Moſcovie, & Cheronneſe, chacun de 40000 gens de pied, & 20000 chevaux, mais non pas touſiours en campagne comme l'Imperial




ains ſeulement quand il eſtoit neceſſaire: Mais puis que quelque deſordre arriva en ce Camp Imperial, que Tamerlan fit redreſſer par Axalla, cela demonſtre qu'il y avoit certaine regle ſur la maniere de camper, veu que ce delogement de place à autre duroit continuellement, avec une meſme multitude de gens, & touſiours reparti en meſme ordre, & qu'outre cela Tamerlan print fort ſoigneuſement garde à l'ordre en general; mais

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

mais la forme n'en eſtant point declarée, nous n'en pouvons rien dire de certain ny de particulier.

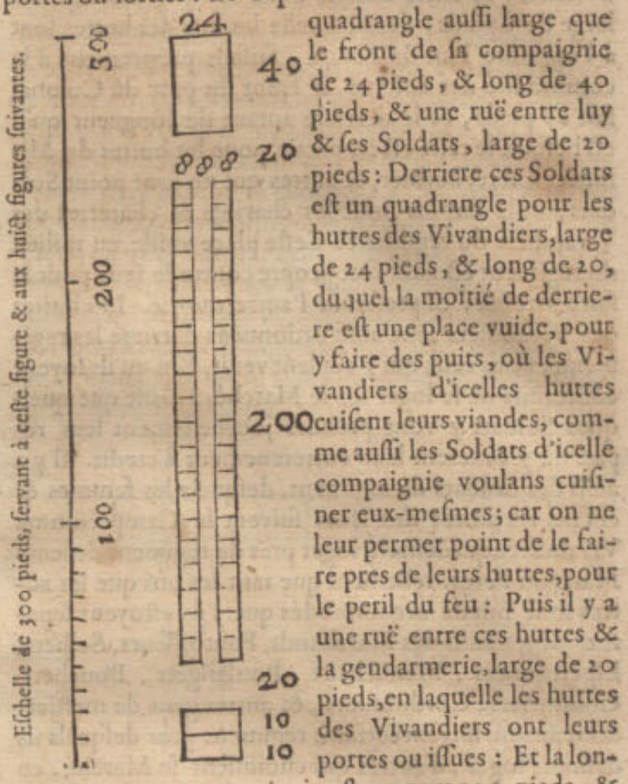
Mais Polybe deſcrit plus diſtinctement la Caſtrametation des Romains, tellement que divers Autheurs en ont tiré des plans, deſquels ceux de Patrice, du Duc d'Urbin, Robertello, des Choulx, & de Lipſius ſont tombez entre mes mains, d'entre leſquels j'ay choiſi & marqué la figure de Lipſius, pour ſervir d'exemple, en laquelle le quadrangle A ſignifie le logis du General, dit Pretoire; les quadrangles marquez par B, ceux des gens des pied par C la Cavallerie, le reſte c'eſt le marché, treſorerie, ruës & autres quartiers d'Officiers n'eſtant point Soldats; dont je parleray cy-apres plus particulieremẽt, me contentant d'avoir traité icy en general de la maniere du loger des Romains, pour mieux declarer ce que le mot de Caſtrametation ſignifie.

Cecy eſtant entendu, il faut ſçavoir que SON EXCELLENCE ordonnoit au commencement à chaque Soldat environ autant de place que faiſoient les Romains, laiſſant ordonner & baſtir à chacun ſelon le temps & la ſaiſon leurs huttes comme ils l'entendoyent, ſans les aſtraindre à quelque regle: Mais les Colonels & Capitaines s'en plaignoyent, diſans qu'il eſtoit impoſſible de loger leurs gens en ſi petite place, ce qu'auſſi l'experience monſtra en effect. Polybe ne deſcrivant pas la partition des logis en chaque manipule ou enſeigne, ains parle ſeulement des quadrangles, SON EXCELLENCE en ordonna ſelon ce qu'il luy ſembloit que la guerre de ce temps requerroit, lequel ordre eſtoit tel, qu'eux ayans moindre circuit qu'ils n'avoyent eu au paravant, diſoyent avoir aſſez de place, & eſtre commodement logez: En outre il a formé une regle ſur les autres quartiers, dont je deſcriray les figures és articles ſuivans, à fin que le Lecteur eſtant preparé, il puiſſe comprendre plus facilement ce dequoy on parle, & à quoy finalement on pretend de parvenir.

## II ARTICLE.

### *De la forme des logis d'une enſeigne d'Infanterie.*

POur une compagnie de 100 Soldats on ordonne deux files de huttes, & pour chaque file la longueur de 200 pieds, & la largeur de 8 pieds, & une ruë entre deux large de 8 pieds, en laquelle les huttes ont leurs portes ou ſorties: Le Capitaine a devant ces huttes un



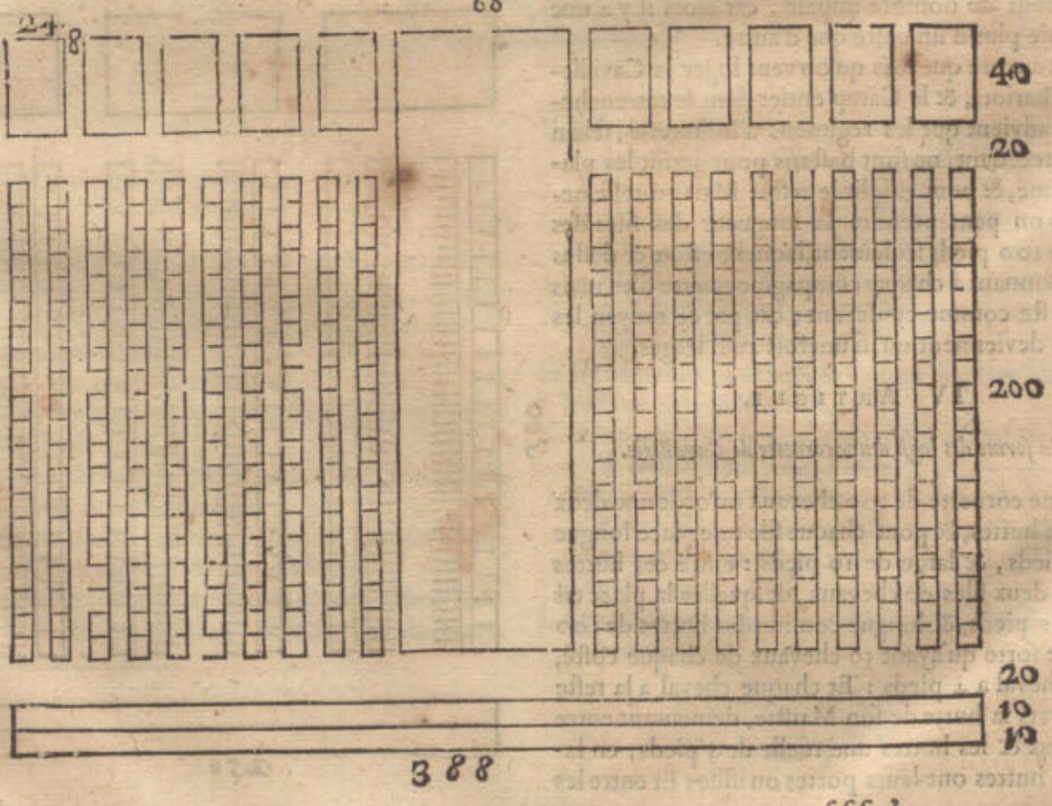

quadrangle auſſi large que le front de ſa compaignie de 24 pieds, & long de 40 pieds, & une ruë entre luy & ſes Soldats, large de 20 pieds: Derriere ces Soldats eſt un quadrangle pour les huttes des Vivandiers, large de 24 pieds, & long de 20, duquel la moitié de derriere eſt une place vuide, pour y faire des puits, où les Vivandiers d'icelles huttes cuiſent leurs viandes, comme auſſi les Soldats d'icelle compaignie voulans cuiſiner eux-meſmes; car on ne leur permet point de le faire pres de leurs huttes, pour le peril du feu: Puis il y a une ruë entre ces huttes & la gendarmerie, large de 20 pieds, en laquelle les huttes des Vivandiers ont leurs portes ou iſſues: Et la longueur pour une compaignie eſt en tout 300 pieds, & la largeur 24; dont la figure ci joignant ſert de plus ample declaration.

Ceci eſt pour une compaignie de 100 hommes ou environ, mais il faut ſçavoir que pour de plus grandes compaignies, le nombre des files ſe change; comme pour 150 hommes ou environ, trois files, pour 200 ou environ quatre files, & ainſi des autres à l'advenant.

## III ARTICLE.

### *De la forme des logis d'un Regiment d'Infanterie.*

POſé qu'un regiment contiene 10 compaignies, chacune de 100 hommes, auquel le Colonel ſe loge au






Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

milieu entre les Capitaines, cinq de chaque costé, & chaque compagnie de mesme forme qu'il est dit a 2 Article, & entre chaque deux compagnies une rue large de 8 pieds, dans laquelle les dos des huttes sont à l'oppositе l'un de l'autre, faisans proprement à la commodité des Soldats, le front du parc du Colonel fait 68 pieds, & le derriere autant de longueur qu'il est besoin, le reste est en partie pour les huttes du Ministre, Clerc, Barbier, & autres qui ne sont point Soldats; & le surplus pour les chariots & charettes des Vivandiers du regiment: Ceste place vuide au milieu du regiment est aussi fort propre contre le feu, pour le faire arrester, & preserver l'autre moitié. Les huttes des Vivandiers sont aussi ordonnées derriere les regiments, pour ceux qui y veulent venir, sans qu'ils soyent contraints de se loger sur le Marché, à cause que quelques Soldats y vont prendre journellement leur repas: où y achetent leur entretenement à credit. Il y a aussi des Soldats du regiment, desquels les femmes & enfans ou autres des leurs suivent le Camp comme Vivandiers, qui desirent loger pres du regiment de leurs Maris ou Peres, tellement que tant les uns que les autres sont mieux accommodés que s'ils estoyent separez. Il y a aussi des Marchands, Fourbisseurs, Selliers, Esperonniers, Mareschaux, Boulangers, Bouchers, Cousturiers, Cordonniers, & autres gens de mestier, dont aucuns suivent certains regimens pres desquels ils desirent loger, d'autres qui choisissent le Marché, ce qui est libre à un chacun; d'autant que le mesme se fait és Villes, pour la commodité des Bourgeois, là où chacun demeure, ou sur le Marché, ou en telle ruë qu'il veut. Mais il faut noter que le lieu destiné pour les huttes des Vivandiers estant plein, qu'on n'en peut point mettre d'autres contre l'ordre, comme il sera dit plus particulierement au sixiesme Article du 3 Chapitre.

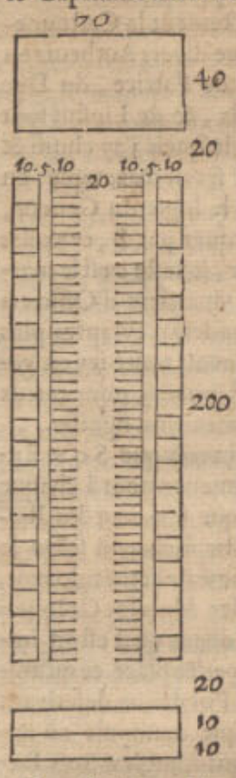
Il n'a esté parlé cy-devant que d'un regiment de 10 compagnies, mais il faut noter que selon une plus grande ou moindre quantité de compagnies, le regiment doit estre plus large ou plus estroict, le Colonel demeurant tousjours au milieu, excepté quand les compagnies sont de nombre impair, car alors il y a une compagnie plus d'un costé que d'autre.

Notez encore que lors qu'on veut loger la Cavallerie, les Chariots, & le Camp entier dans le retrenchement, il advient que les regimens d'Infanterie, selon l'ordre precedent, ne sont bastans pour garnir les places d'alarme, & pour emplir le reste: Mais en telle occurrence on peut prendre la longueur des files des huttes de 100 pieds seulement, laquelle estoit ci-dessus de 200, donnant à chaque compagnie quatre files, mais tout le reste comme cy-devant; car par ce moyen les regimens deviennent quasi unefois aussi larges.

## IV Article.

*De la forme des logis d'une cornette de Cavallerie.*

POur une cornette de 100 chevaux on ordonne deux files de huttes, & pour chaque file une place longue de 200 pieds, & large de 10 pieds: entre ces huttes viennent deux files de chevaux, desquelles la place est large de 10 pieds, & longue comme des huttes de 200 pieds; de sorte qu'ayant 50 chevaux de chaque costé, chaque cheval a 4 pieds: Et chaque cheval a la teste tournée vers la hutte de son Maistre, demeurant entre les chevaux & les huttes une ruelle de 5 pieds, en laquelle les huttes ont leurs portes ou issuë: Et entre les deux files des chevaux y a une rue large de 20 pieds, le Capitaine a à la teste un quadrangle aussi large que



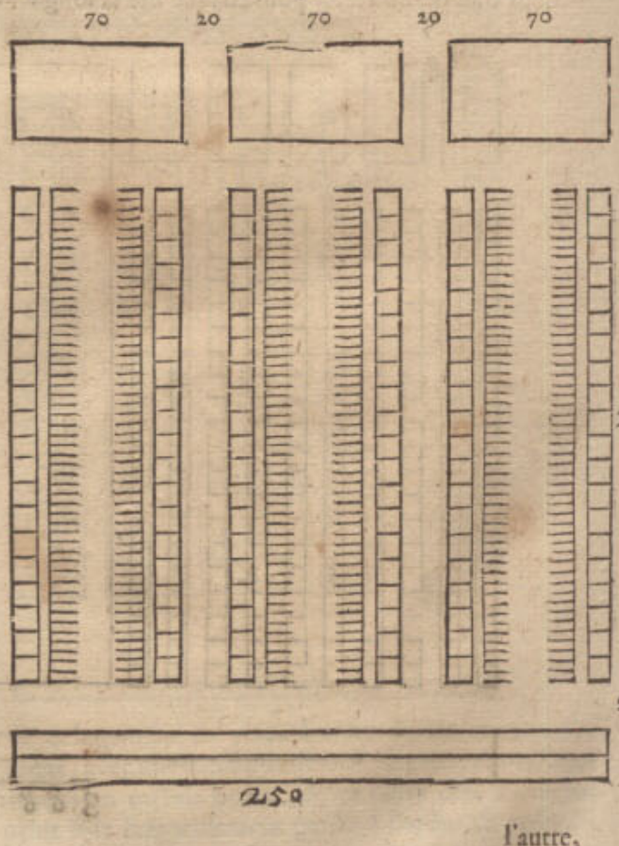

sa compagnie, de 70 pieds, & long de 40, avec une rue entre luy & la Cavallerie, large de 20 pieds: Derriere ceste Cavallerie il y a un quadrangle pour les huttes des Vivandiers, large de 70 pieds, & long de 20, avec une rue entre icelles huttes & la Cavallerie, large de 20 pieds, en laquelle les huttes ont leurs portes ou issuë: La cornette est longue en tout de 300 pieds, & large de 70. Notez encore que cest ordre des chevaux ayans la teste vers les huttes & une ruelle entre deux de 5 pieds, a esté faite par l'advis des Ritmaistres, & au contentement des Cavalliers, pource que par ce moyen chacun peut mieux avoir l'œil sur l'avoine qu'il donne à son cheval, depeur qu'elle ne soit empruntée de ses voisins. Ce qui est dit sert de declaration à la figure cy-jointe.

Il n'est icy parlé que d'une cornette de 100 chevaux, mais il faut noter que le nombre des rues des huttes s'augmente pour des plus grosses compagnies, selon qu'il est requis.

## V Article.

*De la forme des logis d'un regiment de Cavallerie.*

QVelques regimens de Cavallerie se font icy de trois cornettes, & d'autres de quatre; soit par exemple icy une de trois, chaque cornette contenant 100 chevaux: Et que ces cornettes, suivant chacune la forme du 4 Article, se mettent toutes trois l'une joignant




l'autre,

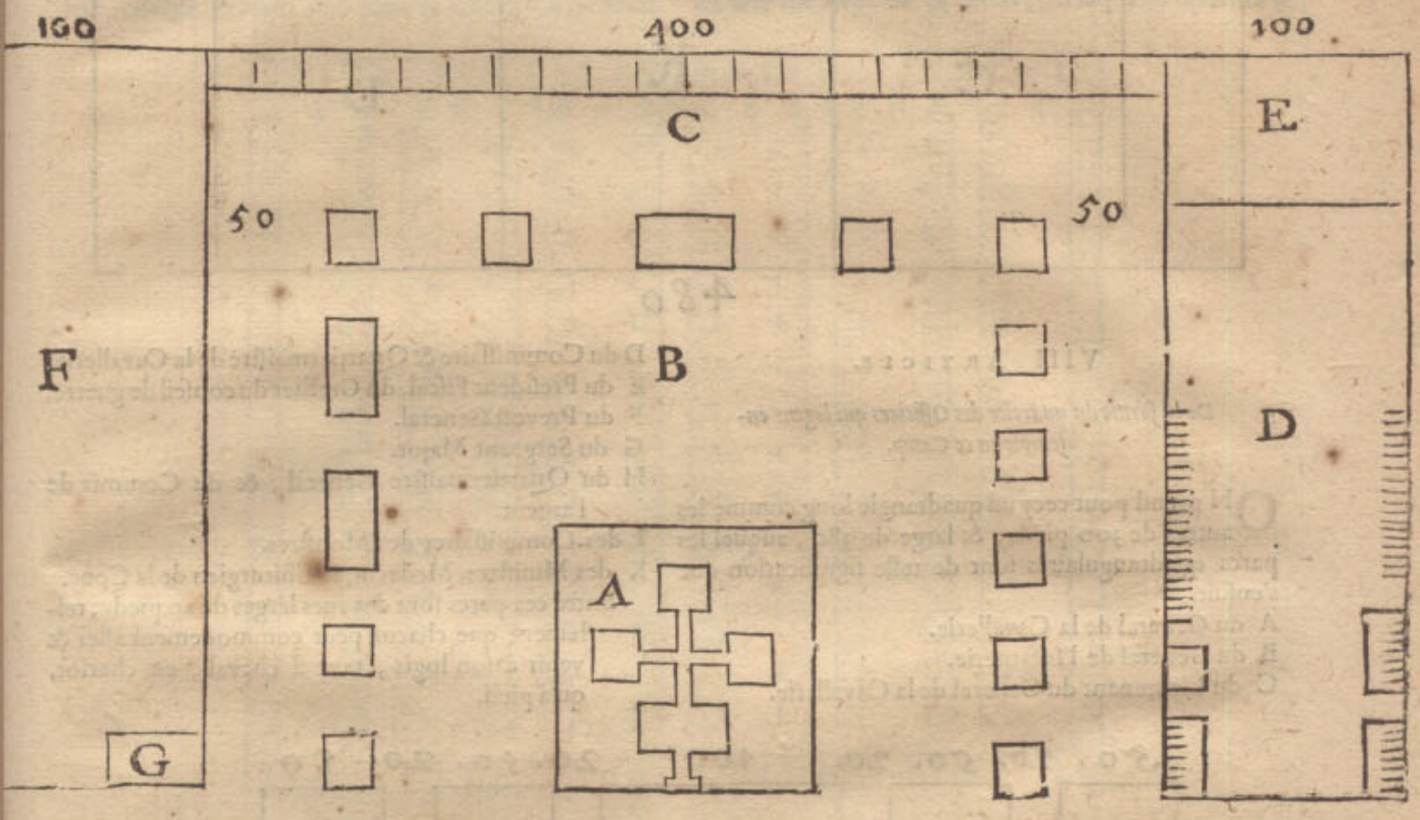
Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

l'autre, demeurant une rue entre les deux large de 20 pieds, en laquelle les huttes viennent dos contre dos pour la particuliere commodité des Cavalliers: Le parc du Colonel eſt celuy du milieu: Et parce qu'un tel Colonel eſt icy tousjours un des Capitaines, qui n'a non plus de bagage que les autres, on ne luy donne auſſi non plus de place. Ce regiment eſt long en tout comme les precedents de 300 pieds, & large de 250, dont la figure cy-devant ſert de plus ample declaration.

## VI Article.

*De la forme du quartier de* Son Excellence.

ON prend un quadrangle de la longueur des autres quartiers de 300 pieds, & large de 600, auquel les parties ſe mettent touſiours en ceſte façon. Le quadrangle A comprend les Tentes de Son Excellence: Les autres moindres quadrangles ſignifient des Tentes, comme celle du Maiſtre d'Hoſtel, du Secretaire, la Sale des Gentils-hommes, la Sale commune, la Cuiſine, le Gardemanger, la Bouteillerie, le Gardelinge, & le reſte pour d'autres perſonnes. La place B entre ces Tentes, & la Tente A, eſt un grand parc vuide où les domeſtiques de la Cour s'aſſemblent, ſe pourmeinent, joüent de l'eſteuf, & s'exercent. C ſont les huttes des Deſpenſiers, Bouteilliers, Gardemanger, Tireur de bierre, Tireur du vin, Vallets de Sales, & autres ſerviteurs: Entre ces huttes le Cellier de vin, & celuy de bierre ſont auſſi fouïs en terre, D eſt l'Eſcurie, E les chevaux des Gentils-hommes, F les Chariots au ſervice de la Cour, G eſt le Corpsdegarde de la Garde de Son Excellence.




## VII Article.

*De la forme du quartier du General de l'Artillerie.*

POur cecy ſe prend un quadrangle de meſme longueur que les autres, qui eſt de 300 pieds, & large de 480, auquel les parcs quadrangulaires ſont de telle ſignification que s'enſuit,

A pour le General de l'Artillerie.

B pour ſon Lieutenant avec ſes Gentils-hommes de l'Artillerie.

C le Magazin de l'Artillerie, avec ſon Commis, Contrerolleur & Conducteurs.

D le Magazin de la Munition de guerre, avec ſes Commis, Contrerolleur & Conducteurs.

E les Ingenieurs avec leurs Conducteurs, Contrerolleurs de la fortification, & leurs Conducteurs, Commis & Clerc.

F le Maiſtre Conneſtable, avec ſes Canonniers, Maiſtre des feux artificiels, avec ſes Conducteurs, Petardier, & Maiſtre des batteries.

G le Maiſtre Charpentier, ſon Lieutenant avec ſes Charpentiers, Faiſeur de chariots, Mareſchaux, Maiſtre des Gabions, Harniceurs, Cuvelier, Prevoſt de l'Artillerie avec ſes Sergeans, & le Chirurgien de l'Artillerie.

H les Matelots pour tirer le Canon de place à autre.

I les Pionniers & Mineurs.

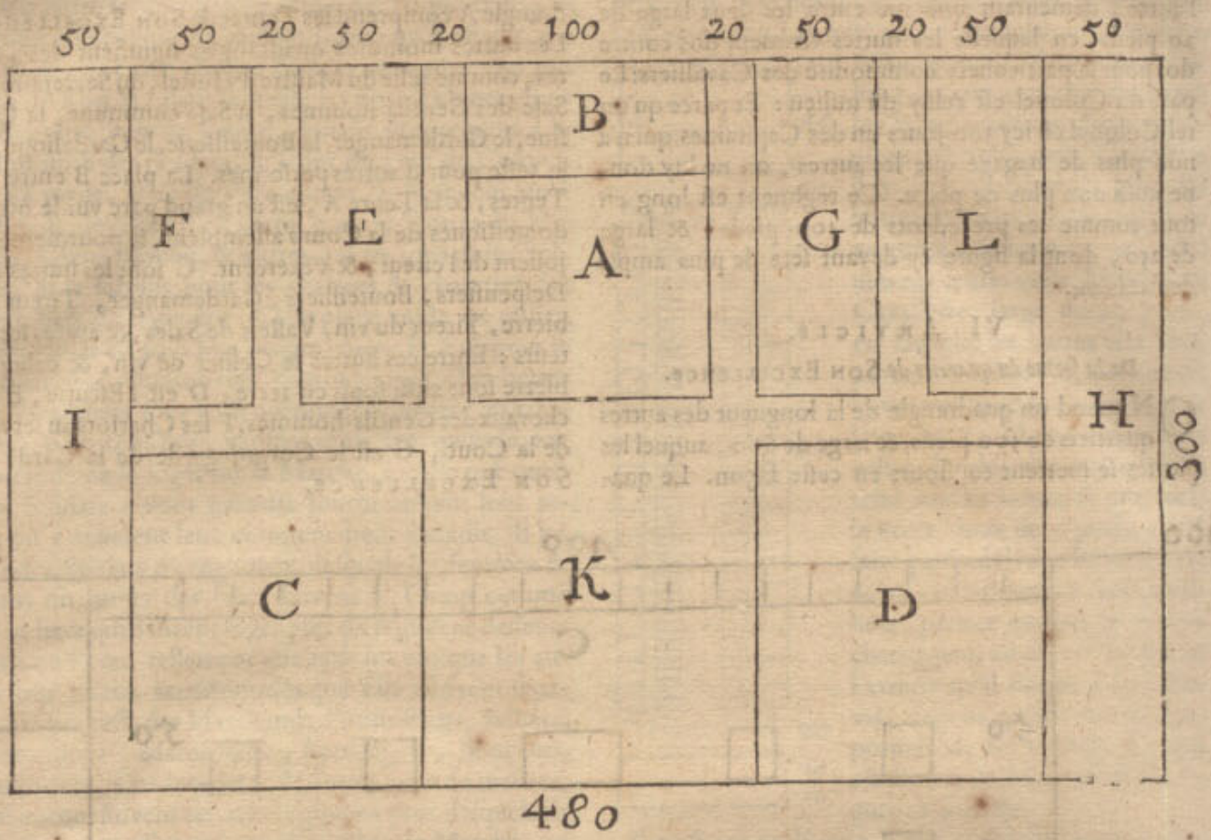
K une place commune ſervant pour aſſembler les gens & chariots qui y ont à faire.

Entre ces parcs il y a des rues larges de 20 pieds, à fin qu'un chacun puiſſe commodement aller & venir à ſon logis, tant à cheval, en chariot qu'à pied.

L une place vuide pour les choſes qui arrivent à l'improveu.



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©



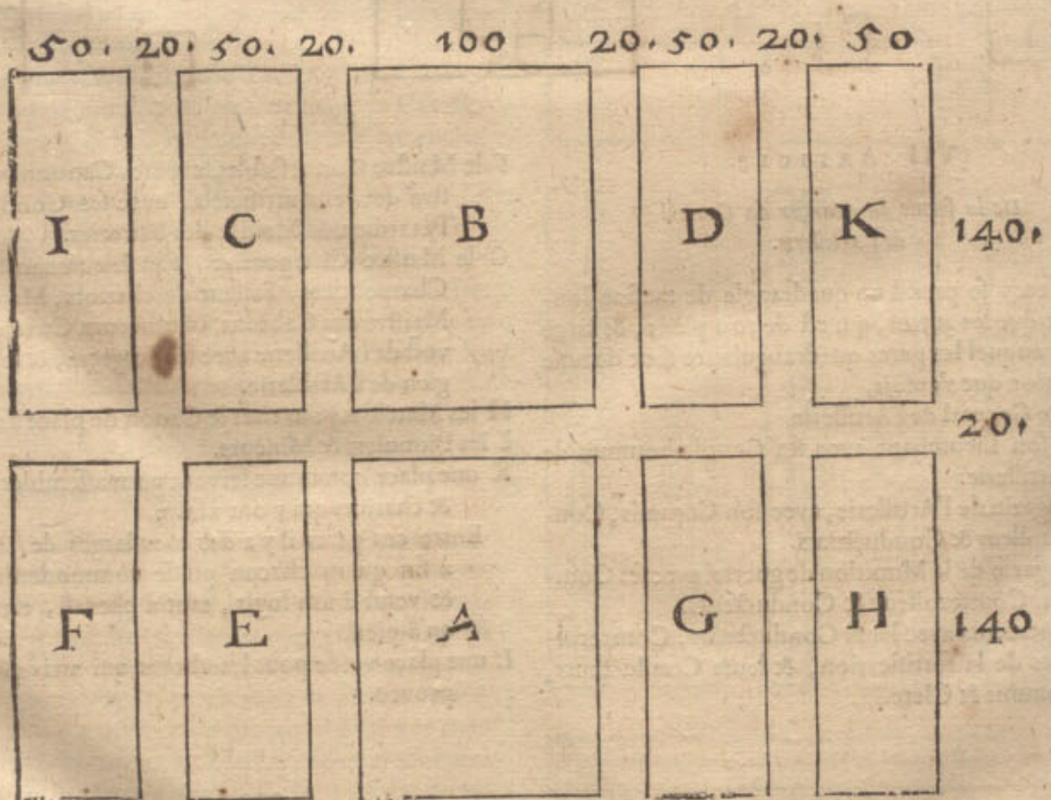

## VIII Article.

*De la forme du quartier des Officiers qui logent ensemble en ce Camp.*

ON prend pour cecy un quadrangle long comme les autres de 300 pieds, & large de 380, auquel les parcs quadrangulaires sont de telle signification que s'ensuit.

A du General de la Cavallerie.
B du General de l'Infanterie.
C du Lieutenant du General de la Cavallerie.
D du Commissaire & Quartiermaistre de la Cavallerie.
E du President Fiscal, du Greffier du conseil de guerre.
F du Prevost General.
G du Sergeant Major.
H du Quartiermaistre General, & du Commis de l'argent.
I des Commissaires des Monstres.
K des Ministres, Medecin, & Chirurgien de la Cour.

Entre ces parcs sont des rues larges de 20 pieds, tellement que chacun peut commodement aller & venir à son logis, tant à cheval, en chariot, qu'à pied.




Notez.

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

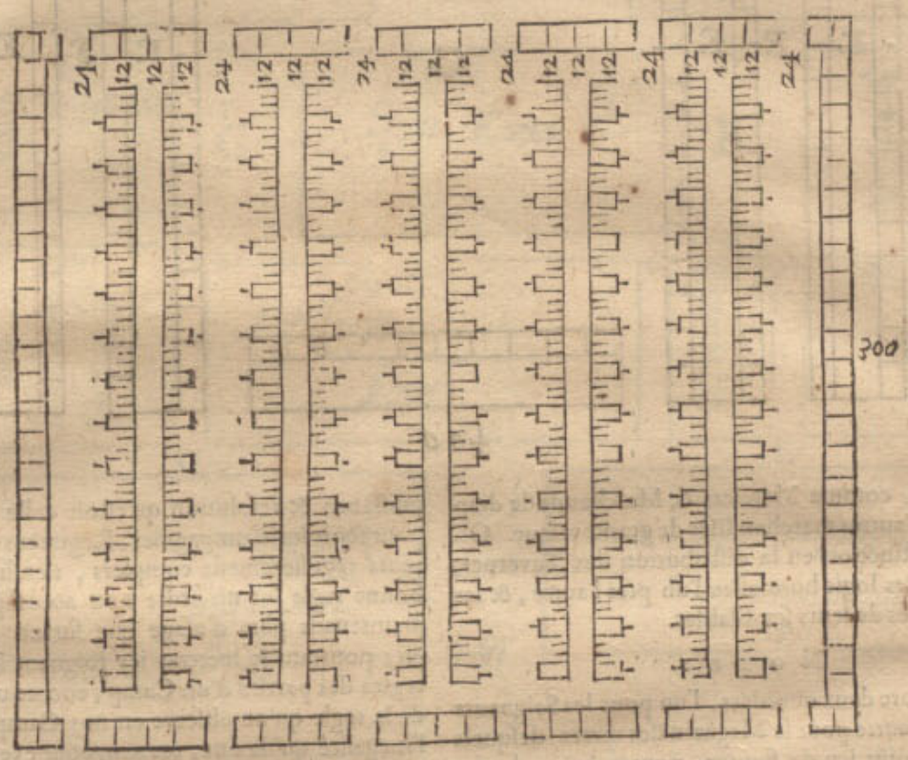
NOTEZ.

Veu que le General de la Cavallerie, ſon Lieutenant, le Commiſſaire, & le Quartiermaiſtre ſont logez en ce quartier des Officiers, quelqu'un pourroit demander pourquoy les Colonels, Capitaines, & autres Officiers de la Cavallerie n'y ſont pas auſſi logez, ou bien, puis qu'on met ceux-cy pres de leurs chevaux, pourquoy on n'y ordonne point auſſi les autres? La raiſon eſt, que leur commandement & exercice s'eſtendant generalement ſur la Cavallerie, & non pas ſur un regiment particulier, comme celuy des Colonels, il n'eſt pas neceſſaire qu'ils ſoyent logez pres de quelque regiment particulier, mais en un quartier proche le milieu de toute la Cavallerie, afin d'eſtre par tout quaſi en egale diſtance: Le meſme ſe doit auſſi entendre des Officiers de l'Infanterie, & de tous les autres mis en ce quartier; car leur charge s'eſtend par tout le Camp en general. Quant aux Officiers generaux, comme ceux de l'Artillerie, de la Munition de l'Artillerie, de la Munition de guerre, des vivres, & des chariots, il ne faut pas qu'ils ſoyent logez icy, mais chacun pres de ſon Magazin ou pres de ce dont il a la charge.

## IX ARTICLE.

### *De la forme du quartier des Chariots.*

ON prend auſſi un quadrangle pour les chariots, auſſi long que les autres de 300 pieds, & large ſelon que la quantité des chariots qui ſont au Camp propoſé le requiert; laquelle largeur ſe prend icy par exemple de 348 pieds. En ce parc ſe mettent les chariots par files, le dos l'un contre l'autre, une ruelle de 12 pieds demeurant entre deux, en laquelle les Chartiers peuvent mettre leur fourage; mais il y a entre chaque couple de files une rue large de 24 pieds, par laquelle on entre &




ſort hors du quartier. Aux quatre coſtez du quartier ſont les huttes des Vivandiers, qui ſuivent les chariots, longues de 12 pieds. On donne pour un chariot, qui a trois chevaux, une place longue de 12 pieds, qui eſt la longueur du chariot, & pour la largeur 18 pieds, à ſçavoir 6 pieds pour la largeur du chariot (car les eſſieux ſont de $5\frac{1}{2}$ pied) & 12 pieds pour les trois chevaux. Il faut auſſi noter que les Chartiers ordinairement ne veulent point des huttes, logeans deſſus ou deſſous leurs chariots; mais ceux qui en veulent avoir, les peuvent faire derriere leurs chariots en la ruelle large de 12 pieds. Selon les ſuſdites meſures en un quadrangle large de 348 pieds, & long de 300, ſe peuvent mettre dix files chacune environ de 14 chariots, faiſant en tout 140. Et combien qu'il y en ait beaucoup d'avantage en ſervice, ceux là demeurent pres de ceux auſquels ils ſervent. Ce qui eſt dit cy-deſſus, donne icy plus grande clairté à la figure ſuivante.

NOTEZ.

On met bien auſſi les chariots plus pres qu'il n'a eſté dit cy-deſſus, comme ſe touchans quaſi l'un l'autre, & alors il y en a trois fois autant en une file, à ſcavoir 42 chariots; mais il en provient de l'incommodité en deux ſortes. Premierement, pource que les trois chevaux ne ſe peuvent mettre commodement devant leur chariot, n'ayant que $5\frac{1}{2}$ pied de largeur. Secondement, pource que les rues entre les chariots eſtans remplies de chevaux, elles ſont alors trop eſtroictes pour y paſſer avec ſes chariots & chevaux, ſi ce n'eſt qu'on les ordonne beaucoup plus larges, mais il faut alors plus de place que ſelon la premiere maniere, qui eſt bien la plus commode.

## X ARTICLE.

### *De la forme du Marché.*

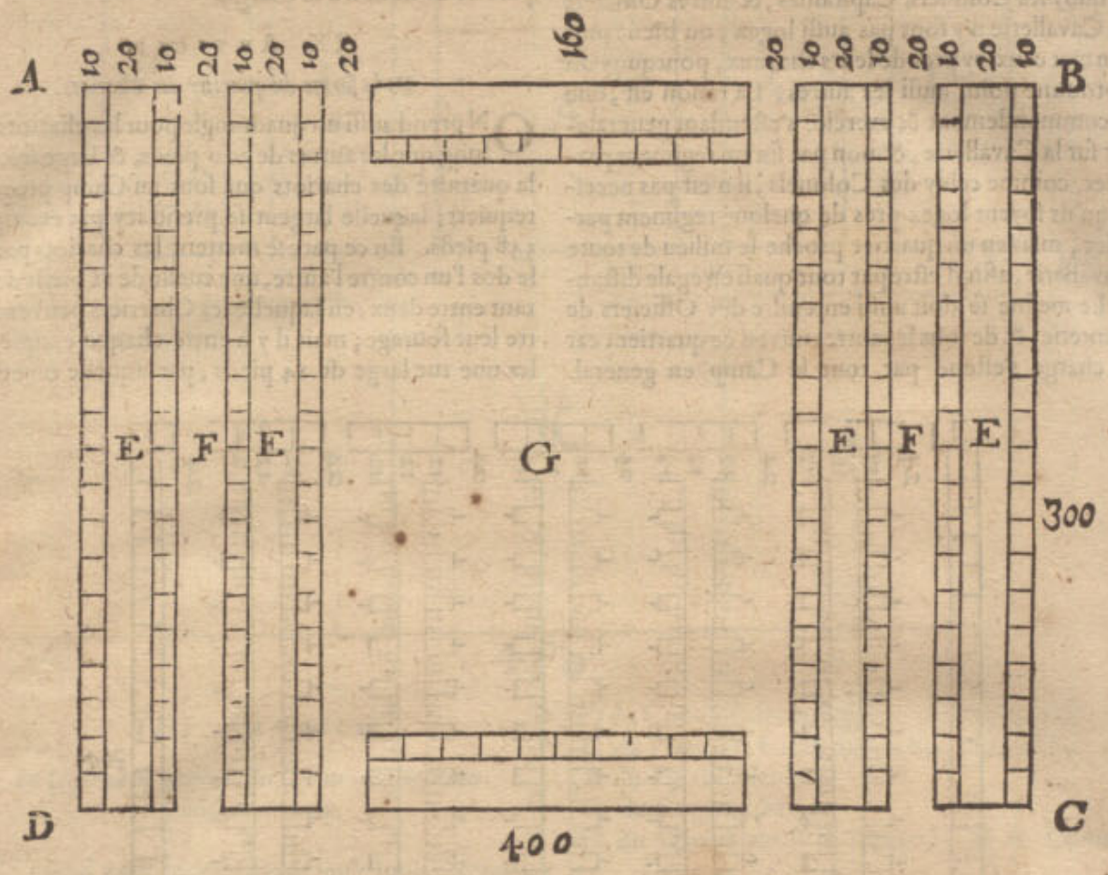
ON prend pour le Marché un quadrangle, comme A B C D, long de A juſques à D, comme les autres quartiers de 300 pieds, & large comme A B, de 400: Là deſſus s'ordonnent divers couples de files de huttes, dont les places ſont longues de 300 pieds, larges de 10, & une place entre deux large de 20 pieds, comme E, vers laquelle viennent les dos de huttes: Il n'y a point de chemin commun par ces places, comme par les rues, mais elles ſervent à y faire des puits ou des cheminées pour y cuiſiner, & à autres particulieres commoditez des huttes: En chaque paire de files des



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

huttes il y a une rue large de 20 pieds, comme F, & au milieu de toutes les files des huttes un Marché, comme G, large de 200 pieds, comme la figure ſuivante le demonſtre plus clairement.

Il faut encore ſçavoir que les gens qui ſont logez ſur le Marché, ſe diviſent en Boutiquiers, Greſſiers, Bouchers, & Taverniers, chaque ſorte en des files particulieres, & ſur la place du grand Marché les plus riches




Boutiquiers, comme Merciers & Marchands de drap de ſoye & d'autres marchandiſes de grand valeur. On fait auſſi diſtinction en la diſtribution des Tavernes, ordonnant les logis honneſtes l'un pres l'autre, & les Bordeaux pres de leurs ſemblables.

NOTEZ.

Il y a encore deux quartiers, l'un pour les Seigneurs eſtrangers, l'autre pour le Magazin des vivres, deſquels je ne mets point icy de figures, pource qu'on donne ſeulement aux Seigneurs eſtrangers un quadrangle long comme les autres quartiers de 300 pieds, & large ſelon que leur train le requiert, dedans ils ordonnent & mettent leurs tentes, huttes & parc comme bon leur ſemble : Et le meſme ſe fait au General des vivres : & celuy de l'Artillerie avec tous les chariots y appartenans, ſe mettent ſelon l'ordre des chariots declaré au neufieſme Article.

## XI ARTICLE.

### *De la forme du Camp entier.*

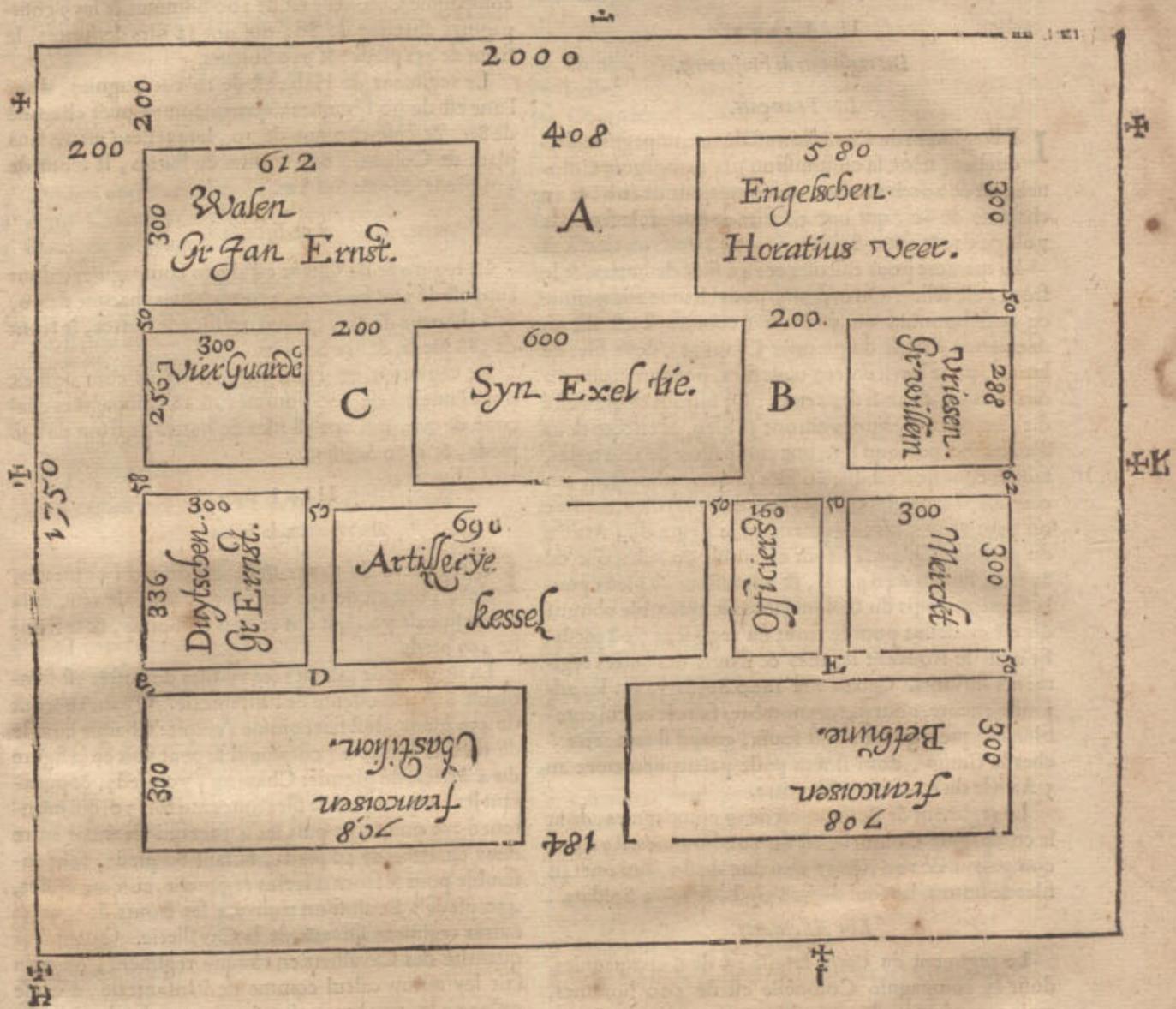
S'Il y avoit en chaque compagnie de noſtre Camp egal nombre d'hommes, & en chaque regiment egal nombre de compagnies; & en un Camp, egal nombre de regimens, comme entre les Romains, SON EXCELLENCE ordonneroit les regimens de l'Infanterie & de la Cavallerie touſiours de meſme forme, & d'egale grandeur de place, logeant les Picquiers de chaque compagnie en l'une des deux files de huttes, les Mouſquettaires en l'autre file, & les huttes ſelon l'ordre que les Soldats auroyent en leur files, donnant au Camp touſiours une meſme forme : Mais veu qu'en ce temps il n'y a icy ny ailleurs, à ce qu'il me ſemble, une telle puiſſance & reſolution qu'eſtoit celle des Romains, pour tenir les Compagnies, Regimens & Camps touſjours regulierement complets, s'enſuit que quelque bonne regle ſur un ordre non accompli, peut avoir maintenant plus d'uſage que ſur un ordre accompli; pourtant je mettray icy joignant les precedentes regles des parties d'un Camp, encore une declaration de la regle qu'on obſerve en nos Camps entiers, avec l'inegalité qu'ils ont, prenant pour exemple entre autres le Camp des *Tres-puiſſants Seigneurs les Eſtats Generaux* devant Juliers de l'An 1610, par lequel on pourra comprendre mon intention.

Tous les quartiers ſont repreſentez en ceſte figure, chacun avec ſon eſcriteau & la quantité des pieds de front, quant à longueur de chacune d'icelle elle eſt de 300 pieds, de ſorte qu'il n'eſt pas beſoing d'en faire quelque autre declaration. On peut veoir en la figure de Camp, ce qui eſt dit deſſus, & à quoy on doit pretendre, à ſçavoir que les quartiers interieurs, n'eſtant point de Soldats, ſont environnez de l'Infanterie logée le long des places d'armes ſelon l'ordre de la precedente regle commune, excepté que le Marché eſt mis à l'oppoſite de ladite place d'armes, mais comme le plan ne ſe poivoit ſigner plus commodement, il a eſté ainſi reſolu. La place vuide A, ordonnée par regle generale devant le quartier de SON EXCELLENCE, ſert pour ceux qui ont journellement affaire à la Cour : les places vuides B, C, eſtoyent gardées pour mes Seigneurs le *Comte Guillaume*, & le *Comte Henri*, qui y devoient loger, leſquels n'y vindrent point. Il eſt encore à noter que les rues par la largeur du Camp, comme D E deviennent droictes, & d'egale largeur de 50 pieds, à cauſe que tous les quartiers ſont d'egale longueur, à ſçavoir de

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

de 300 pieds, ce qui autrement ne succederoit point ainsi; dequoy comme aussi des autres circonstances, je parleray plus amplement en la designation du troisiesme Chapitre.

Quant à ce qu'on ne trouve point icy de quartiers pour diverses parties du Camp, comme pour la Cavallerie, Artillerie, & Chariots, j'en declareray la cause au premier Article du 3 Chapitre, estimant que j'ay assez suffisamment declaré par ceste figure du Camp & de ses parties precedentes, comme aussi du Camp des Romains, ce que signifie la Castrametation, ce qui avoit esté proposé en ce premier Chapitre.




## II CHAPITRE.

### Des Listes, contenant ce qui doit estre logé en un Camp proposé.

### ARGUMENT DE CE II CHAPITRE.

DEvant que de venir au mesurement des quartiers, il est besoing qu'on sçache ce qui doit estre logé en chaque quartier, pour en ordonner la grãdeur necessaire selon qu'il appartient, pour laquelle fin on livre au Castrametateur les copies des Listes appartenantes à cela, lesquelles au Camp de Juliers en l'An 1610 (que je prendray pour exemple) estoyent comme s'ensuit:

1 *Liste des Officiers du Camp.*
2 *Liste des regiments d'Infanterie.*
3 *Liste des regiments de Cavallerie.*
4 *Liste de l'Artillerie.*
5 *Liste de la Munition de guerre.*
6 *Liste des Chariots.*
7 *Liste des Batteaux, pour charger la Munition de guerre.*

### I LISTE.

*Des Officiers du Camp.*

SON EXCELLENCE.
Le *Comte Henri de Nassau* General de la Cavallerie.
Son Lieutenant General Marquette.
Le *Comte Ernest* General de l'Infanterie.
Le Sergeant Major General Sedlenisky.
Le Commissaire General de la Cavallerie Stakenbrouc.
Le Quartiermaistre General Solem.
Le Prevost General.
Le President du Conseil de guerre.
L'Advocat Fiscal.
Le Greffier.
Le Commis de l'argent.
Le General des Chariots Doublet.
Son Lieutenant.
Le Quartiermaistre General de la Cavallerie Lievē Cijs.
Le Prevost des Navires Kranendonc.
Le Medecin du Camp.
Les Chirurgiens.
Les trois Ministres de la Cour.

NOTEZ.

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

NOTEZ.

Il y a encore d'autres Officiers, comme de l'Artillerie, de la Munition de guerre, des Vivres, & des Navires; mais veu qu'on a eſgard en ceſte liſte aux Officiers qu'on ordonne au Camp en un quartier particulier, & que les autres logent aupres de ce dont ils ont l'adminiſtration, ils ne ſont pas mis en ceſte Liſte.

II LISTE.

*Des regiments de l'Infanterie.*

*Les François.*

LE Regiment de Chaſtillon eſt de 19 compagnies, deſquelles (ſelon la commiſſion) la compagnie Colonelle eſt de 200 hommes, un compagnie de 100, & 17 chacune de 80, qui ont 40 files de huttes, le front de 708 pieds, & 1660 Soldats.

La maniere pour calculer ces 40 files de huttes, & le front, eſt telle: On ordonne pour chaque compagnie de 100 hommes ou environ (comme il eſt dit au deuxieſme Article du premier Chapitre) deux files de huttes, pour environ 150 trois files, pour environ 200 quatre files, & ainſi des autres: Or ſuivant ce qui a eſté dit, les 19 compagnies auront 38 files, & encore deux d'avantage; parce qu'il y a une compagnie de 200 teſtes, faiſant comme il eſt dit, 40 files, à quoy adjouſtant encore 40, à cauſe des ruës qui ſont entre les files (comme on peut veoir plus clairement en la figure du 3 Article du premier Chapitre) font enſemble 80, chacune de 8 pieds, faiſant 640 pieds, & adjouſtant 68 pieds pour le front du logis du Colonel, vient enſemble comme dit eſt cy-deſſus pour le front du regiment 708 pieds: Et ainſi ſe trouvent les files & fronts des autres regiments ſuivants. Quant aux 1660 Soldats, on les adjouſte encore, pour par ces nombres faire le calcul combien chaque regiment doit fouïr, quand il faut retrencher le Camp, dont il ſera parlé particulierement au 5 Article du troiſieſme Chapitre.

Le regiment de Bethune eſt de 19 compagnies, dont la compagnie Colonelle eſt de 200 hommes, il y a une compagnie de 100, & 17 chacune de 80, qui ont 40 files de huttes, le front de 708 pieds, & 1660 Soldats.

*Les Allemans.*

Le regiment du *Comte Erneſte* eſt de 6 compagnies, dont la compagnie Colonelle eſt de 200 hommes, trois compagnies chacune de 200, une de 150, & une de 100, qui ont 21 files de huttes, le front de 336 pieds, & 1050 Soldats.

*Les VValons.*

Le regiment du *Comte Iean Erneſte* eſt de 16 compagnies, dont la compagnie Colonelle eſt de 200 hommes, deux compagnies chacune de 100, & 13 chacune de 70, qui ont 34 files de huttes, le front de 612 pieds, & 1310 Soldats.

*Les quatre Gardes.*

Une garde de 250 hommes, deux chacune de 200, & une de 150, leſquelles (eſtans ſans place de Colonel) ont 16 files de huttes, le front de 256 pieds, & 800 Soldats.

*Les Friſons.*

Le regiment du *Comte Guillaume* eſt de 8 compagnies, dont la compagnie Colonelle eſt de 200 hommes, 7 compagnies chacune de 80, leſquelles (eſtans ſans place de Colonel) ont 18 files de huttes, le front de 288 pieds, & 760 Soldats.

*Les Anglois.*

Le regiment de Horatio Veer eſt de 15 compagnies, dont la compagnie Colonelle eſt de 200 hommes, & les 14 compagnies chacune de 80, qui ont 32 files de huttes, le front de 380 pieds, & 1320 Soldats.

Le regiment de Cecil eſt de 10 compagnies, dont la compagnie Colonelle eſt de 200 hommes, & les 9 compagnies chacune de 80, qui ont 22 files de huttes, le front de 352 pieds, & 920 Soldats.

Le regiment de Halas eſt de 10 compagnies, dont l'une eſt de 90 hommes, quatre compagnies chacune de 80, & cinq chacune de 70, leſquelles (eſtans ſans place de Colonel) ont 20 files de huttes, le front de 320 pieds, & 760 Soldats.

*Les Eſcoſſois.*

Le regiment de Cheec eſt de 10 compagnies, dont l'une eſt de 100 hommes, 3 compagnies chacune de 90, & 6 chacune de 80, qui ont 20 files de huttes, le front de 388 pieds, & 850 Soldats.

Le regiment de Henryſon eſt de 19 compagnies, dont l'une eſt de 100 hommes, & 18 compagnies chacune de 70, qui ont 38 files de huttes, le front de 656 pieds, & 1360 Soldats.

III LISTE.

*Des regimens de la Cavallerie.*

LE regiment du *Comte Henri* eſt de trois cornettes, dont l'une eſt de 250 chevaux, l'autre de 150, & la troiſieſme de 70, qui ont 10 files de huttes, & le front de 430 pieds.

La maniere de calculer ces 10 files de huttes eſt ſemblable à la precedente de l'Infanterie. Quant au front de 430 pieds, il eſt fait comme s'enſuit: Chaque couple de files de huttes a (comme il ſe peut voir en la figure du 4 Article du premier Chapitre) 70 pieds, & pourtant les cinq couples de files font cinq fois 70, qui montent à 350 pieds, & puis les 4 rues qui viennent entre deux chacune de 20 pieds, faiſant 80 pieds, font enſemble pour le front d'iceluy regiment, comme deſſus, 430 pieds: Et ainſi on trouvera les fronts de tous les autres regimens ſuivans de la Cavallerie. Quant à la quantité des Cavalliers en chaque regiment, on n'en fait icy aucun calcul comme de l'Infanterie, à cauſe qu'on ne les employe point pour retrencher le Camp.

Le regiment de Marquette eſt de 4 cornettes, dont l'une eſt de 100 chevaux, & trois chacune de 70, qui ont 8 files de huttes, le front de 340 pieds.

Le regiment de Stakenbrouc eſt de 4 cornettes, dont l'une eſt de 100 chevaux, une de 85, & deux chacune de 70, qui ont 8 files de huttes, & le front de 340 pieds.

Le regiment de Waghemans eſt de 3 cornettes, chacune de 70 chevaux, qui ont 6 files de huttes, le front de 250 pieds.

Le regiment de Ryhoven eſt de 3 cornettes, chacune de 70 chevaux, qui ont 6 files de huttes, le front de 250 pieds.

Le regiment de Marcelis Bacx eſt de 4 cornettes, chacune de 70 chevaux, qui ont 8 files de huttes, le front de 340 pieds.

Le regiment de la Salle eſt de 3 cornettes, chacune de 70 chevaux, qui ont 6 files de huttes, le front de 250 pieds.

Le regiment de Smeltzing eſt de 3 cornettes, chacune de 70 chevaux, qui ont 6 files de huttes, le front de 250 pieds.

Le

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

Le regiment de Quaet eſt de 3 cornettes, chacune de 70 chevaux, qui ont 6 files de huttes, le front de 250 pieds.

Le regiment du *Comte Iean* eſt de 3 cornettes, chacune de 70 chevaux, qui ont 6 files de huttes, le front de 250 pieds.

Le regiment de Iean Bacx eſt de 3 cornettes, chacune de 70 chevaux, qui ont 6 files de huttes, le front de 250 pieds.

## IV Liste.

### *De l'Artillerie.*

#### *Pieces d'Artillerie.*

4 Canons entiers accomplis ſur leurs affuſts.
8 demy-Canons accomplis ſur leurs affuſts.
3 Pieces de campagne accomplies ſur leurs affuſts.

#### *Poudre, Balles & Meiche.*

153120 ℔ de Poudre.
3000 Balles de Canon entier.
6000 Balles de demy-Canon.
40 Boites de fer blanc pour le Canon entier.
20 Boites de fer blanc pour le demy-Canon.
1200 Balles de 12 ℔.
3000 ℔ de Meſche.

#### *Affuſts & autres Chariots d'Artillerie en proviſion.*

2 Affuſts de Canons entiers.
4 Affuſts de demy-Canons.
1 Affuſt pour Pieces de campagne.
8 Chariots de faix.
20 Avantrains.
2 Rouës de Canon entier.
3 Rouës de demy-Canon.
1 Roue de Pieces de campagne.
5 Rouës d'Avantrains.
2 Rouës de derriere de Chariots de faix.
1 Traiſneau pour paſſer les mares.

#### *Inſtruments d'Artillerie, dont on ſe ſert en tirant.*

45 Culieres.
45 Houſſes.
45 Eſcouvillons.
4 Culieres à balles embraſées.
4 Crocs à balles embraſées.
20 Barils à bourſe, pour y mettre la poudre, avec leurs marteaux de bois & eſquelles.
90 Corriers de bois.

#### *Chevres avec leur dependences.*

2 Chevres accomplies.
5 Eſcrines.
2 Cordes de Chevron.
2 Teſtes de Chevre.
8 Rouëlles de metal.
4 Moines.
8 Leviers.
4 Conets pour guinder à trois rouës.
4 Conets pour guinder à deux rouës.

#### *Harnachures de limon.*

41 Outils de limon accomplis.
41 Cordes de limon.
900 Ridelles.
450 Colliers.
60 Barres ferrées.

#### *Bois neceſſaire à l'Artillerie.*

150 Swalpes, qui ſont certaines petites poutres qu'on met deſſous les planches des licts.
54 Sappins de 10 aunes.
200 Planches de ſappin.
200 Petits ſappins.
500 Clayes.

#### *Outils à main.*

50 Houës.
50 Pelles.
50 Coignées.
50 Serpes.
22 Picqs.
22 Beſches.
80 Leviers de bois.
18 Pieds de chevre de fer.
2 Hies à main.
8 Barres à porter la poudre.
4 Bierres à porter la poudre.

#### *Clous.*

4000 Clous de 7 pouces.
1000 Clous de 6 pouces.
2000 Clous de 5 pouces.
3000 Clous de moindre grandeur.
6000 Clous de moindre grandeur.
8000 Clous encore de moindre grandeur.
Toutes ſortes de Chevilles, d'eſſieux, d'Affuſts, & d'Avantrains.

#### *De la Lumiere.*

200 ℔ Chandelles.
12 Lanternes de bois.
4 Tonneaux de torches.
4 Falots.

#### *Des Cordages.*

2 Cordes entieres pour tirer le Canon.
3 Demy-cordes pour tirer le Canon.
22 Cordes pour gouverner les Pieces.
20 Cordes pour tirer les Navires avec des chevaux.
3 Cordes à col, avec leſquelles les hommes tirent les Navires.
2 ℔ du fil à voille ou chegros.
6 ℔ de la fiſſelle pour raccommoder les cordages.

#### *Diverſes choſes.*

1000 ℔ de fer pour les Mareſchaux.
1 Meſure de houlle ou charbon de terre.
Outils de Mareſchaux.
Outils de Charpentier.
80 Couvertures de poil.
140 Peaux de Mouton.
6 Seaux de cuir.
570 Paniers quarrez.
400 ℔ de graiſſe.
6 Boites à mettre de la graiſſe.

#### *Chevaux de traict pour tirer les Pieces d'Artillerie.*

Pour 4 Canons entiers ſur leurs chariots de faix, ayant chacun 22 chevaux, fait 88
Pour 8 demy-Canons, chacun de 18, fait 144
Pour 3 Pieces de campagne, chacune de 10, fait 30
Pour 6 Affuſts de Canons entiers, chacun de 8, fait 48
Pour 4 Affuſts de demy-Canons, chacun de 6, fait 24
Pour 1 Chariots de faix, chacun de 2, fait 4

Pour

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

| | |
|---|---|
| Pour 8 Avantrains, chacun de 2, fait | 16 |
| Pour 6 Chariots qui portent les pontons | 48 |
| Pour 8 Chariots à Moulin. | 48 |
| Pour la proviſion | 40 |
| *Somme des chevaux pour tirer l'Artillerie* | 490 |

*Les Officiers de l'Artillerie.*

Le General de l'Artillerie Keſſel.
Son Lieutenant Grenu.
Le Controlleur de l'Artillerie Monier.
Le Commis de l'Artillerie Wtenbrouc.
10 Gentils hommes de l'Artillerie.
25 Conducteurs.
6 Ingenieurs; à ſçavoir, Hillebrant Smits, Oom Kees, Lambert Cornelisz. Arent Arentsz. Raef Dexter, Samuel Kloot, ayant chacun deux Conducteurs.
2 Controlleurs des Fortifications, l'un Nicolas vander Mijl, l'autre Henric Schoutens, chacun avec leurs Conducteurs, Commis & Clerc.
Le Maiſtre Canonnier, Joos de Nol.
36 Canonniers.
Le Maiſtre des feux artificiels, avec deux Conducteurs.
Le Petardier.
2 Maiſtres des Batteries.
Le Maiſtre Charpentier, Proot.
Son Lieutenant, Simon Gerbrantsz.
12 Charpentiers.
2. Faiſers de chariots.
2 Mareſchaux.
1 Faiſeur de gabions.
2 Harniceurs.
1 Tonnellier.
Le Prevoſt de l'Artillerie, avec ſes Sergeans.
Le Chirurgien de l'Artillerie.
Le Commis des chevaux de traict à tirer l'Artillerie.
Ses 11 Conducteurs departis comme s'enſuit: un à chacun des 6 Canons, un à chacune des 3 Pieces de campagne, un pour les Affuſts & Avantrains; & un pour chevaucher de l'un à l'autre.
2 Capitaines des Pionniers, Jean Melchiorſen, & Jean Meliſſen.
100 Pionniers, 50 pour chaque Capitaine.
Le Capitaine des Mineurs, Gille Louet.
25 Mineurs.
4 Capitaines de Navire.
240 Matelots, 60 pour chaque Capitaine.

NOTEZ.

C'eſt à ſçavoir qu'en tels Articles qu'eſt departie ceſte Liſte, & que telle conſequence qu'ont les parties, que ſemblable ſera celle des Liſtes qui ſe feront en apres chaque annee, ou auſſi ſouvent qu'il adviendra; car cela eſt plus commode que de les mettre ſans certain ordre, pour faire auſſi des Liſtes nouvelles, avec moindre peine & plus d'aſſeurance d'y tout mettre, à fin que ceux à qui la choſe touche, puiſſent facilement examiner la concordance d'une Liſte du temps preſent avec la precedente; à ſçavoir, ſi toutes choſes neceſſaires y ſont deſcrites ſans aucun defaut, ou ſi on n'y a rien mis de trop, ſi on a pris la quantité de poudre, balles, meſches, & autres choſes neceſſaires, ſelon le requis des pieces comme on faiſoit aux autres années avec bonne deliberation: Si auſſi l'on s'eſt ſouvenu d'y adjouſter ce qu'on trouvoit y manquer en la precedente fois. Toutes leſquelles choſes ſe font plus facilement par telle egale conſequence de parties, qu'en l'examinant par une faſcheuſe ponctuation des parties.

Notez, qu'encore bien qu'il ſoit dit que toutes les Liſtes ſuivantes auront un tel ordre que ceſte-cy a, il n'eſt point dit pourtant, qu'elles doivent avoir toutes les parties des precedentes, car encore qu'il y en defaille pluſieurs, (comme cela doit avenir neceſſairement en aucunes Liſtes) ce neantmoins elles peuvent avoir ledit ordre que celles-cy, juſqu'à la fin: En outre on ſuppoſe que l'amendement de l'ordre eſt touſiours libre.

Ce que j'ay dit icy de ceſte Liſte de l'Artillerie, s'entend auſſi des Liſtes ſuivantes de la Munition de guerre, des Chariots, Navires, & autres, eſquelles il y a beaucoup de diverſitez.

V LISTE.

*De l'Amunition de Guerre.*

*De la Poudre, Balles & Meſches.*

45000 ℔ de poudre à Mouſquets.
45000 ℔ de balles à Mouſquets.
45000 ℔ de Meſches.

*Des Armes.*

200 Mouſquets.
800 Longues piques.
50 Demy piques.
50 Rondaches.

*Des Outils à main.*

10000 Houës.
2000 Pelles ferrées.
1000 Beſches.
500 Picquets.
1200 Coignées.
600 Coignées à main.
600 Serpes.
4 Leviers de fer.

*Du Bois.*

1600 Planches de ſappin.
25 Planches de ſappin fiées en deux.
1500 Petites perches de ſappin.
100 Sappins de 10 aunes.
100 Sappins de 12 aunes.

*Des Clous.*

2000 de 7 pouces.
2500 de 6 pouces.
3000 de 5 pouces.
20000 Clous de moindre grandeur.
20000 Clous encore de moindre grandeur.
10000 Clous encore de moindre grandeur.
10000 Clous encore de moindre grandeur.

*De Lumiere.*

100 ℔ de Chandelles.
8 Lanternes de bois.
2000 Torches.
6 Fallots.

*De diverſes autres choſes.*

1000 Brouëttes accomplies.
100 Eſſieux.
30 Ponts de jonc, avec leurs cordes.
50 Couvertures de poil.
100 Paniers quarrez.
600 Sacs à terre.
30 Rouëlles de bateau.
100 Banderolles pour ſigner les quartiers.
10 Cordes à tirer l'Amunition contre le cours de l'eau.
1200 ℔

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

1200 ℔ de toute ſorte de cordes.
8 Formes de 12 trous à faire des balles de Moſquet.
8 Cullieres à fondre du plomb.

*Les Officiers de la Munition de Guerre.*

Le Commis Bom.
20 Conducteurs.

## VI Liste.

*Des Chariots.*

ON ſuivra en ceſte partition l'ordre des Liſtes precedentes, à ſçavoir: En premier lieu, les chariots pour les Officiers du Camp: en ſecond, pour l'Infanterie: en troiſieſme, pour la Cavallerie: en quatrieſme, pour l'Artillerie: en cinquieſme, pour la Munition de guerre: en ſixieſme, pour les Vivres.

*Les Chariots pour les Officiers du Camp.*

Pour
- Son Excellence. 66
- le *Comte Henri de Naſſau* General de la Cavallerie. 30
- ſon Lieutenant le General Marquette. 6
- le Sergeant Major General Sedleniſki. 3
- le Commiſſaire General de la Cavallerie Stakenbrouc. 2
- le Quartiermaiſtre General Solem. 1
- le Prevoſt General. 3
- l'Advocat Fiſcal & Greffier. 2
- le Commis de l'argent. 2
- le General des chariots Doublet, ſon Lieutenant, Conducteurs, Faiſeurs de chariots, Mareſchaux & cordages. 7
- le Quartiermaiſtre General de la Cavallerie Lieven Cijs. 1
- le Prevoſt des Navires Cranendonc. 1
- les deux Chirurgiens du Camp. 2
- les trois Miniſtres. 3

*Somme des chariots des Officiers du Camp* 129

*Le Chariots pour l'Infanterie.*

Pour
- le Colonel Chaſtillon. 6
- ſon Lieutenant Colonel & Sergeant Major. 2
- le Chirurgien & Prevoſt. 1
- 19 Capitaines. 19
- le Colonel de Bethune. 6
- ſon Lieutenant & Sergeant Major. 2
- le Chirurgien & Prevoſt. 1
- 19 Capitaines. 19
- le Lieutenant Colonel du *Comte Erneſt.* 1
- le Sergeant Major & Quartiermaiſtre. 1
- le Chirurgien & Prevoſt. 1
- 6 Capitaines. 6
- le Colonel *Comte Iean Erneſte.* 5
- ſon Lieutenant Colonel. 1
- ſon Sergeant Major & Quartiermaiſtre. 1
- ſon Chirurgien & Prevoſt. 1
- 16 Capitaines. 16
- 4 Capitaines des 4 Gardes. 4
- le Lieutenant & Port'enſeigne de la Garde de Son Excellence. 1
- les armes de ladite Garde. 1
- le Lieutenant Colonel des Friſons. 2
- le Sergeant Major & Quartiermaiſtre. 1
- 8 Capitaines. 8
- 12 Capitaines du regiment de Veer. 12
- 2 Capitaines du regiment d'Ogle. 2
- le General Cecil. 12
- deux Colonels, à chacun 4 chariots, fait 8
- 3 Lieutenans Colonels, à chacun 2 chariots, fait 6
- 3 Sergeans Majors, à chacun 1, fait 3
- 3 Quartiermaiſtres, chacun 1, fait 3
- 3 Prevoſts, chacun 1, fait 3
- 2 Miniſtres, chacun 1, fait 2
- le Chirurgien Maiſtre James. 2
- 52 Capitaines. 52
- le Commiſſaire des chariots. 1

*Somme des chariots de l'Infanterie* 212

*Les Chariots pour la Cavallerie.*

10 Colonels de la Cavallerie, à chacun 1 chariot, fait 10
Le Lieutenant & Cornette de la compagnie de Son Excellence. 1
Pour les Armes. 1

*Somme des chariots pour la Cavallerie* 12

*Les Chariots pour l'Artillerie.*

40000 ℔ de Poudre, ſur chaque chariot 4 tonneaux, fait 59
800 Balles de Canon entier, ſur chaque chariot 20, fait 40
1600 Balles de demy-Canon, ſur chaque chariot 40, fait 40
40 Boëttes de fueille de fer pour des Canons entiers 2
60 Boëttes de fueille de fer pour des demy-Canons 2
Pour les equipages neceſſaires aux trois pieces de campagne de 12 ℔. 8
Culliers, Houſſes, Eſcouvillons, Corriers, Leviers de bois & de fer. 2
4 Chievres. 4
Outils de limon, Colliers & Ridelles. 4
Cordes. 3
Barres ferrées, Leviers de fer & de bois. 2
Harniçeure. 2
Houës, Pelles, Coignées, &c. 1
114 Planches. 14
40 Sommiers de Sappin. 4
50 Planches de Sappin. 2
100 Clayes d'oſier. 5
Pour les ouvrages artificiels de feu. 2
Pour les Petarts. 2

*Somme des chariots pour l'Artillerie* 198

*Les Chariots pour les Officiers de l'Artillerie.*

Pour
- le General de l'Artillerie Keſſel. 4
- Son Lieutenant Grenu. 2
- le Controlleur de l'Artillerie Monier. 2
- le Commis de l'Artillerie. 1
- les Gentils-hommes. 2
- 6 Ingenieurs, chacun un chariot. 6
- 2 Controlleurs de la Fortification. 2
- le Maiſtre Conneſtable. 1
- 12 Canonniers. 2
- le Maiſtre d'ouvrages de feu. 1
- le Petardier. 1
- le Maiſtre des batteries. 1
- le Maiſtre Charpentier. 1
- 12 Charpentiers. 2
- 2 Faiſeurs de chariots. 1
- 2 Mareſchaux. 1
- le Prevoſt de l'Artillerie. 1



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

Pour
- le Chirurgien de l'Artillerie. 1
- le Maistre des Ponts. 1
- le Commis des chevaux à tirer l'Artillerie 1
- 2 Capitaines des Pionniers. 2
- le Capitaine des Mineurs. 1
- 4 Capitaines de Navires. 4

*Somme des chariots pour les Officiers de l'Artillerie* 41

*Somme pour l'Artillerie en tout* 239

### *Les Chariots pour la Munition de Guerre.*

Pour
- 20000 lb de Poudre 20
- 20000 lb de Balles de plomb. 20
- 20000 lb de Meſche. 20
- Mouſquets avec les fournitures, Piques longues, Rondaches, Caſquets, Formes, Cuilliers. 7
- 9000 Houës, & 500 Pelles. 20
- 400 Beſches, 200 Pics, 400 Coignées, 300 Coignées à main, 300 Serpes. 6
- Clous de toute ſorte. 1
- 100 lb de Chandellles, 12 Lanternes, 2000 Torches, 6 Falots. 2
- 100 Brouëttes. 4
- 10 Ponts de joncs avec leurs cordes. 5
- 100 Paniers quarrez, & 100 Banderolles à marquer les quartiers. 1
- le Commis Bom & ſes Conducteurs. 2

*Somme des chariots pour La Munition de Guerre* 108

### *Les Chariots pour les Vivres.*

Pour
- les Vivres. 242
- le Commiſſaire des Vivres Kien. 1
- ſes Conducteurs. 1

*Somme des chariots des Vivres* 244

### *Somme des Sommes des Chariots.*

| | |
|---|---|
| Des Officiers du Camp. | 129 |
| De l'Infanterie. | 212 |
| De la Cavallerie. | 12 |
| De l'Artillerie. | 239 |
| De la Munition de Guerre. | 108 |
| Des Vivres. | 244 |

*Somme de tous les chariots* 944

## VII Liste.

### *Des Navires.*

ON ſuivra en ceſte departition l'ordre des Liſtes precedentes, à ſçavoir en premier lieu, les Navires pour les Officiers du Camp : En ſecond, pour l'Infanterie : En troiſieſme, pour la Cavallerie : En quatrieſme, pour l'Artillerie : En cinquieſme, pour l'Amunition de l'Artillerie : En ſixieſme, pour la Munition de Guerre : En ſeptieſme, pour les Vivres : En huictieſme les Pontons : En neufieſme des Navires pour diverſes choſes.

### *Les Navires pour les Officiers du Camp.*

Pour Son Excellence. 20
Pour le *Comte Henri*. 12
Pour le Sergeant Major General. 1
Pour le Quartiermaiſtre General. 1
Pour le Prevoſt General, avec ſes Sergeans, & les Matelots. 1
L'Advocat Fiſcal, avec le Greffier du Conſeil de guerre, en une Navire de munition.
Pour le Commis de l'argent. 1
Pour le General des chariots, avec ſes Conducteurs. 1
Pour les deux Chirurgiens du Camp & Apothicaire. 1

*Sommes des navires des Officiers du Camp* 38

### Notez.

Il y a encore des Officiers, comme ceux de l'Artillerie, de la Munition de Guerre, des Vivres, & des Navires, mais veu que ceux-cy s'accommodent és Navires chargés de ce dont ils ont l'adminiſtration, ils n'ont poit beſoing d'autres Navires particuliers.

### *Les Navires pour l'Infanterie.*

Pour deux regimens François, à chacun trois Navires, faiſans 6
Le regiment des Allemans du *Comte Erneſt*. 1
Le regiment des Walons. 2
Le regiment des quatre Gardes. 1
Pour les armes & le bagage de la Garde. 1
Le regiment des Friſons. 1
Le regiment des Anglois. 2
Les Anglois marchants avec le *Comte Henri*. 2
Le regiment Eſcoſſois. 2
Le regiment du Lieutenant Colonel Meetkercken. 1

*Somme des navires de l'Infanterie* 19

### *Les Navires pour la Cavallerie.*

Chaque regiment de la Cavallere a un Navire, ce qui monte à 11
Pour les armes & bagage de la Cavallerie de la compagnie de Son Excellence. 1

*Somme des navires de la Cavallerie* 12

### *Les Navires pour l'Artillerie.*

Ces Navires ſont de trois ſortes : La premiere pour les Officiers reſortiſſants ſous l'Artillerie : La ſeconde pour les pieces d'Artillerie, avec leurs Affuſts & chariots : Et la troiſieſme pour la Munition de l'Artillerie.

### *Les Navires pour les Officiers reſortiſſants ſous l'Artillerie.*

Le General de l'Artillerie. 1
Les Ingenieurs, Controlleurs & Conducteurs des Fortifications, & des ouvrages. 1
L'Ingenieur Arent Arentſz. 1
Le Maiſtre Conneſtable avec tous les Canoniers. 1
Le Maiſtre Charpentier General pour luy & ſes Charpentiers. 1
Le Commis des chevaux pour tirer l'Artillerie, avec ſes Conducteurs & outils. 1
Les Faiſeurs de chariots, Mareſchaux, Cordiers, avec leurs materiaux. 1
Deux Capitaines de Pionniers, Faiſeurs de feux, & Petardiers. 1

*Somme des navires pour les Officiers reſortiſſants ſous l'Artillerie* 8

Les

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

*Les Navires pour les pieces d'Artillerie, avec leurs Affusts & chariots.*

Ces pieces d'Artillerie avec leurs Affusts & chariots sont mises en des Pontons, qui seront descrits cy-apres au penultiesme Article de ceste Liste des Navires.

*Les Navires pour la Munition de l'Artillerie.*

960 Tonneaux de poudre en quatre Kerveels, faisant 4
3000 Balles de 48 lb en quatre Damloopers. 4
6000 Balles de 24 lb en quatre Damloopers. 4
Pour les Petarts & outils y appartenants un Damlooper. 1
Pour les Cordages, Mesches, Boëttes de fueille de fer, & autres choses, un Kerveel. 1
Pour 500 Clayes & quelques Paniers, un Kerveel. 1
150 Swalpes, & quelques Paniers, un Kerveel. 1
200 Planches de Sappin, 200 petits Sappins, un Navire. 1
Pour quelques Cordages, Colliers, Cullieres, & autres choses, un Navire. 1
1200 Balles de 12 lb, une Kague, faisant 1

*Somme des navires pour la munition de l'Artillerie* 19

*Somme des navires de l'Artillerie en tout* 27

*Les Navires pour la Munition de Guerre.*

45000 lb de Poudre.
45000 lb de Balles de Mousquets.
45000 lb de Mesche.
50 Couvertures de poil.
8 Formes.
8 Cuillieres.
Ce que dessus est chargé en 4 Navires, chacun de 20 last, & dans un Damlooper, qui font ensemble 5

200 Mousquets.
800 Piques.
50 demy-Piques.
50 Rondaches.
12 Lanternes.
100 lb de Chandelles.
6 Falots.
2000 Torches.
Toute sorte de Clous.
100 Banieres à marquer les quartiers.
600 Sacs à terre.
10 Cordes à tirer.
12000 lb de Cordes.
30 Rouëlles de Navire.
100 Paniers quarrez.
Ce que dessus est chargé en un Damlooper, faisant 1

30 Ponts de jonc, avec les cordes y appartenantes, chargées en une Navire de 20 last, & en un Damlooper, font ensemble 2

10000 Houës.
2000 Pelles.
1000 Besches.
500 Pics.
1200 Coignées.
600 Coignées à main.
600 Serpes.
Ce que dessus est chargé en trois Damloopers, faisans 3
1000 Brouëttes.
100 Rouës.
100 Essieux.
25 Planches de Sappin siées en deux.
Ce que dessus est chargé en trois Navires, chacun de 20 last, faisans 3

1500 Planches de Sappin.
1500 petits Sappins.
200 Sommiers de Sappin.
10 Cordes à tirer le Canon.
4 Leviers de fer.
Ce que dessus est chargé en trois Navires, chacun de 20 last, faisans 3

*Somme des navires pour la Munition de Guerre, de 11 à 20 last, & 6 Damloopers, qui font ensemble* 17

*Les Navieres pour les Vivres.*

Ces Navires estoyent en nombre. 66

*Les Pontons.*

Dixsept Pontons pour les Pieces d'Artillerie, avec leur dependence, faisant 17
Un grand Ponton à passer les Rivieres, faisant 1
Un petit Ponton, faisant 1
Six Nasselles pour les petits Pons, avec leurs chariots & harnacheures de chevaux, faisant 6
Un Paetschip pour charger les basteaux, chariots, & outils. 1

*Somme des Pontons* 26

Les personnes des Pontons qui s'accommodent tous dans leurs Navires, sont comme s'ensuit : Le Maistre des Pontons : Son Lieutenant : 83 Matelots de Pontons, departis en ceste sorte : Sur 15 grands Pontons en chaque Ponton 4 : Sur 2 moindres Pontons 3 en chacun : 3 Sur le grand Ponton à passer les Rivieres : 2 Sur le petit Ponton : Un à chacune des 6 Nasselles : 3 Sur le Paetschip : 3 Avec les Charpentiers de Navires.

*Navires pour diverses choses.*

Le Commis de Navires, avec ses Conducteurs. 1
Un Navire & quatre Kagues pour les Conducteurs des Navires & les Commis, avec les autres choses se recontrans à l'impourveu. 5
Six Kagueschuten pour aller & venir tant pour les Messagers que pour les Soldats blessez, faisant 6

*Somme des navires à diverses choses* 12

*Somme des Sommes des Navires.*

| | |
|---|---|
| Des Officiers du Camp. | 38 |
| De l'Infanterie. | 19 |
| De la Cavallerie. | 12 |
| De l'Artillerie. | 27 |
| De la Munition de Guerre. | 17 |
| Des Vivres. | 66 |
| Pontons. | 26 |
| De diverses choses. | 12 |

*Somme de tous les navires* 217



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

NOTEZ.

Il y a outre les precedentes Liſtes (qui en ceſte matiere peuvent aſſez ſervir d'exemple) encore quelques autres, mais il ne me ſemble pas neceſſaire de les deſcrire en particulier, ains il ſuffit d'en faire ceſte narration:

Premierement le Camp ſe diviſe ordinairement en trois parties, comme en avantgarde, bataille, & arriere-garde, qui ont chacune leur Liſte tant de l'Infanterie, que de la Cavallerie, ayant chacune aucunefois (auſſi bien en marchant qu'en l'aſſiegement & environnement des Villes) une partie du train, comme de l'Artillerie, Munition d'icelle, Munition de Guerre, & des Vivres: auſſi des Officiers de telle qualité qu'il y a au Camp entier: Et entre autres on ordonne ſur chacune d'icelles trois parties un Caſtrametateur avec ſes aydes, qu'on eſlit d'entre les Ingenieurs, auſquels on livre les Liſtes, ſelon leſquelles ils ſe gouvernent, & eſtans de forme comme les precedentes, il n'eſt pas beſoing de les deſcrire au long. Il y a encore une Liſte des Perſonnes de la Cour, qui doivent eſtre logées, avec encore deux autres des Chariots & Navires de SON EXCELLENCE, mais on en a ſeulement mis leur ſomme aux Liſtes des Chariots & Navires precedentes. Il y auroit encore ſelon le commun uſage des Camps, une Liſte des Vivres: Mais parce que nous ſommes communement bien fournis de Vivres par Navires des Vivandiers & Marchands, & que là deſſus on s'attend ſur ce qu'on ſçait qui ſe pourra recouvrir des Villes prochaines, quand il en eſt beſoing, il n'y a icy aucunes Liſtes des Vivres qui ſoient dignes d'eſtre deſcrites.

## III CHAPITRE.

### De la maniere de marquer ou meſurer un Camp.

ARGUMENT DE CE III CHAPITRE.

CE troiſieſme Chapitre aura ſix Articles:

*Le 1 Article, comment il faut marquer des quartiers quadrangulaires de Camp ſur du papier, pour les imiter en traçant ſur la campagne.*

*Le 2 Article, du meſurement des quartiers quadrangulaires du Camp ſur la campagne, qui ſe fait par le Caſtrametateur, avec ſes aydes.*

Cecy eſtant fait la partition des files des huttes & des ruës ſe doit marquer par chaque Quartiermaiſtre en ſon regiment; car il ſeroit impoſſible au Caſtrametetur de le bien faire en auſſi peu de temps qu'il en eſt requis, tellement que ce troiſieſme Article ſuivant traictera de ceſte matiere.

*Le 3 Article, du meſurement des places neceſſaires aux files des huttes, & ruës entre icelles, qui ſe fait par chaque Quartiermaiſtre en ſon regiment.*

Cecy eſtant accompli, il faut que la partition des huttes ſoit marquée par chaque Sergeant en ſa compagnie; car il ſeroit impoſſible au Quartiermaiſtre de le bien faire en auſſi peu de temps qu'il eſt requis, tellement que ce quatrieſme Article ſuivant traictera de ceſte matiere.

*Le 4 Article, de la partition des huttes en leurs files, par chaque Sergeant en ſa compagnie.*

*Le 5 Article, comment il faut des places d'Armes, rayer des trenchées, & calculer combien chaque regiment doit fouir.*

*Le 6 Article, contenant une admonition à fin que ce qui eſt bien marqué & baſti, ſoit entretenu en bon ordre.*

### I ARTICLE.

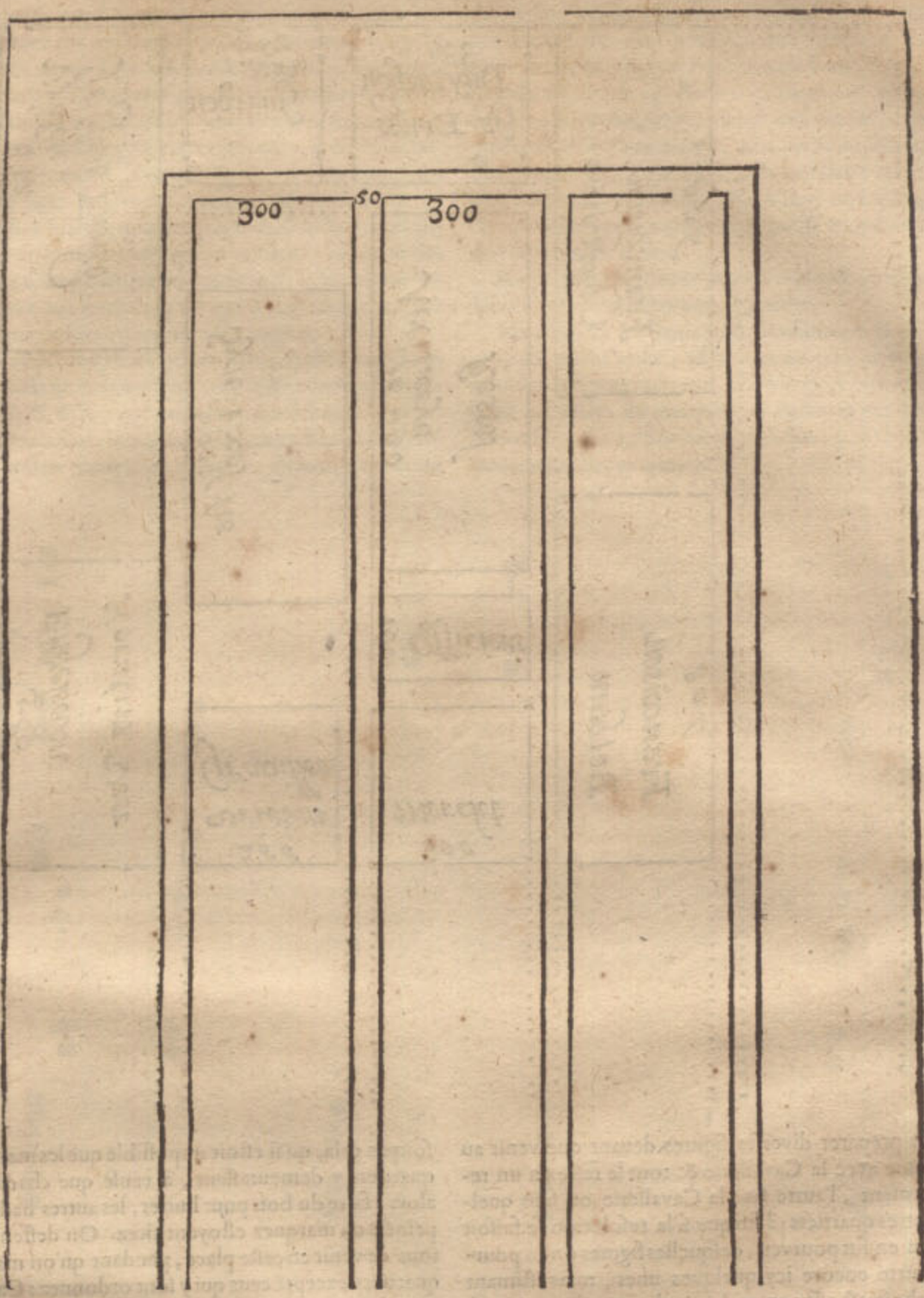
*Comment il faut marquer des quartiers quadrangulaires de Camp ſur du papier, pour les imiter en traçant ſur la campagne.*

VEu qu'il faut conjoindre divers quartiers en ce Camp, à ſçavoir onze troupes d'Infanterie, & encore onze regiments de Cavallerie, comme il ſe peut voir en la 1 & 2 Liſte du 2 chapitre, avec encore les autres quartiers y appartenans, ce ſeroit choſe difficile de les marquer, & deſigner à la haſte en bon ordre ſur du papier, ſi on n'en avoit ordonné quelque bonne regle; principalement quand il le faut faire à la haſte, comme il advient ſouvent qu'apres avoir recognu la place, il faut incontinent camper. La regle inventée pour cecy eſt telle: On marque chacun des ſuſdits quartiers ſur un petit quadrangle d'une fueille de carte, leſquels ſe coupent en ſorte qu'ils ayent la commune longueur de 300 pieds, & la largeur comme la Liſte le demonſtre. Comme par exemple, pour le regiment de Chaſtlilon ayant 300 pieds de longueur,

& 708 de largeur, on coupe ſelon certaine eſchelle un petit quadrangle de telle longueur & largeur, laquelle on eſcrit deſſus avec le nom du Colonel, comme cy joignant, & ainſi des autres. Ces petits papiers des quartiers eſtans ainſi tous coupez & preparez, on les met & remet juſques à ce qu'on les voye ſelon noſtre deſir. Et pour faire cela, avec encore plus de commodité, on tire ſur un papier quelques lignes paralleles, entre leſquelles ſont comprinſes les communes largeurs de 300 pieds, avec les ruës de 50 pieds, comme la figure ſuivante demonſtre, afin de mettre là deſſus en ordre leſdits quartiers.

Cecy

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©




Cecy eſtant ainſi preparé, je viendray maintenant à la deſignation ſur le papier, prenant pour exemple la figure qui ſe faiſoit pour le Camp devant Juliers, là où le lieu eſtant recognu; SON EXCELLENCE print reſolution de loger hors de ce Camp la Cavallerie avec les chariots, les Anglois auſſi & Eſcoſſois ſous le General de Cecil; tellement que les petits quadrangles de papier de ces quartiers en eſtant ſeparez, le reſte ſe mit en ordre ſur le ſuſdit papier reglé, & monſtré à SON EXCELLENCE, lequel les remettant, ſelon ſon opinion, ils giſoyent par reſolution comme cy-deſſus.

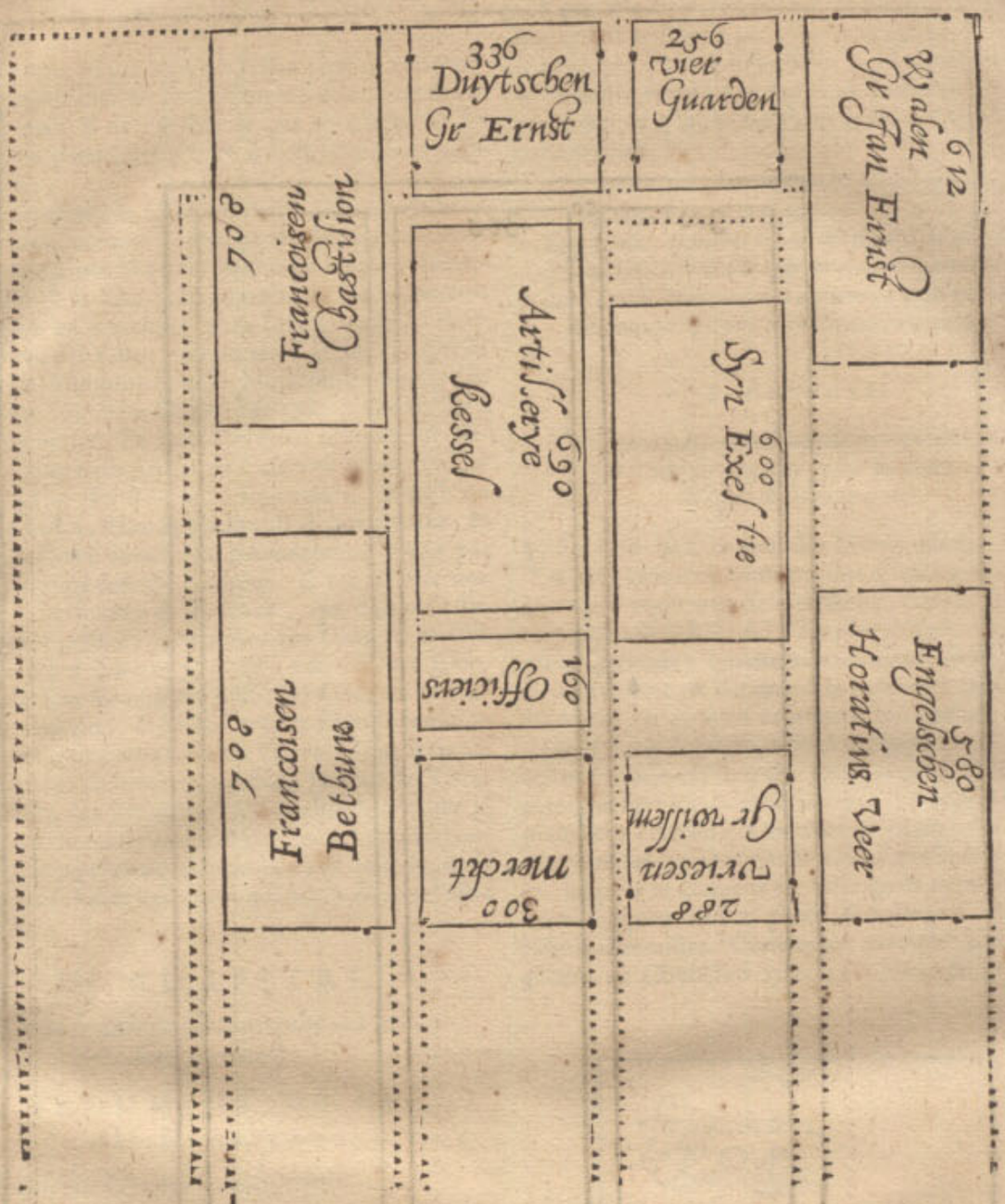
Mais il faut noter qu'en mettant & ordonnant ces quartiers, on voit quelquefois que ſi aucuns d'iceux eſtoyent plus larges ou plus eſtroicts, que ne portent les meſures marquées ſur les petits papiers, que l'ordre du Camp ſe pourroit faire plus propre: en tel cas quelques quartiers, qui le permettent, ſe peuvent prendre un peu plus larges ou plus eſtroicts, comme ceux des Chariots, Marché, Artillerie, Vivres, Seigneurs eſtrangers, & place vuide devant le quartier de SON EXCELLENCE; car ils ne ſont ſi preciſement calculez, qu'ils ne puiſſent eſtre un peu plus larges ou eſtroicts: Mais les regiments de l'Infanterie & de la Cavallerie, les quartiers de SON EXCELLENCE & du General de l'Artillerie, requierent de demeurer en leurs meſures poſées.

Et ſuivant le precedent ordre des petits papiers ainſi mis, on marqua lors la figure ſur du papier, avec les places d'armes alentour de la gendarmerie, laquelle eſtoit comme la figure de l'onzieſme Article du premier Chapitre.

Notez qu'encore bien que ceſte maniere de marquer ſoit facile, que SON EXCELLENCE fait commu-



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©




nement preparer diverſes figures devant que venir au lieu, l'une avec la Cavallerie & tout le reſte en un retranchement, l'autre ſans la Cavallerie ou ſans quelques autres quartiers; à fin que ſi la reſolution ſe faiſoit ainſi, on en fut pourveu, deſquelles figures on en pourroit mettte encore icy quelques unes, mais eſtimant que la choſe eſt aſſez entendue par le precedent, je paſſeray outre.

## II Article.

*Du meſurement des quartiers quadrangulaires des Soldats en le campagne, qui ce fait par le Caſtrametateur avec ſes aydes.*

APres avoir cognu par le precedent plan ſur le papier, comment ſera la figure ſur le Camp, on commence premierement à marquer les quadrangles ou quartiers de l'Infanterie, à quoy on y apporte environ 150 Banieres de quartiers, ou autant qu'on voit eſtre neceſſaire; ce ſont des baſtons peincts, longs environ de 9 pieds, chacun avec une banderolle pour les mettre ſur les angles des quartiers: Et l'on deffend à ſon de Tambour, & ſur peine de punition corporelle de les arracher: Car il y a quelques années lors qu'on ne faiſoitpas cela, qu'il eſtoit impoſſible que les marques des quartiers y demeuraſſent, à cauſe que chacun ayant alors à faire du bois pour hutter, les autres baſtons non peincts ou marquez eſtoyent tirez. On deffend auſſi à tous de venir en ceſte place, pendant qu'on marque les quartiers, excepté ceux qui y ſont ordonnez: Car quand par cy-devant cela n'eſtoit point deffendu, on ne ſçavoit faire les quartiers, pour l'empeſchement des hommes, chariots, chevaux, paille, & du bois, qu'on y apportoit pour hutter.

Notez encore qu'on a trouvé neceſſaire de ſe ſervir au Camp d'une meſure commune, à ſçavoir d'une verge departie en pieds & poulces, qu'on nomme la meſure du Camp, à cauſe que les Entrepreneurs d'ouvrages, Ingenieurs, Controlleurs de Fortification, Charpentiers, & autres venants de diverſes Villes & Païs, avoyent chacun une meſure laquelle eſtoit en uſage en leur Ville, fort differentes les unes des autres, dont s'enſuivoyent pluſieurs abſurditez.

Le Caſtrametateur eſt encore ſuivi de tous les Quartiermaiſtres des regiments, à fin qu'un quadrangle eſtant marqué, il leur ſoit monſtré.

Cecy eſtant entendu, on met les quatre Banieres à marquer les quartiers de chaque regiment ſur le Camp, ſelon

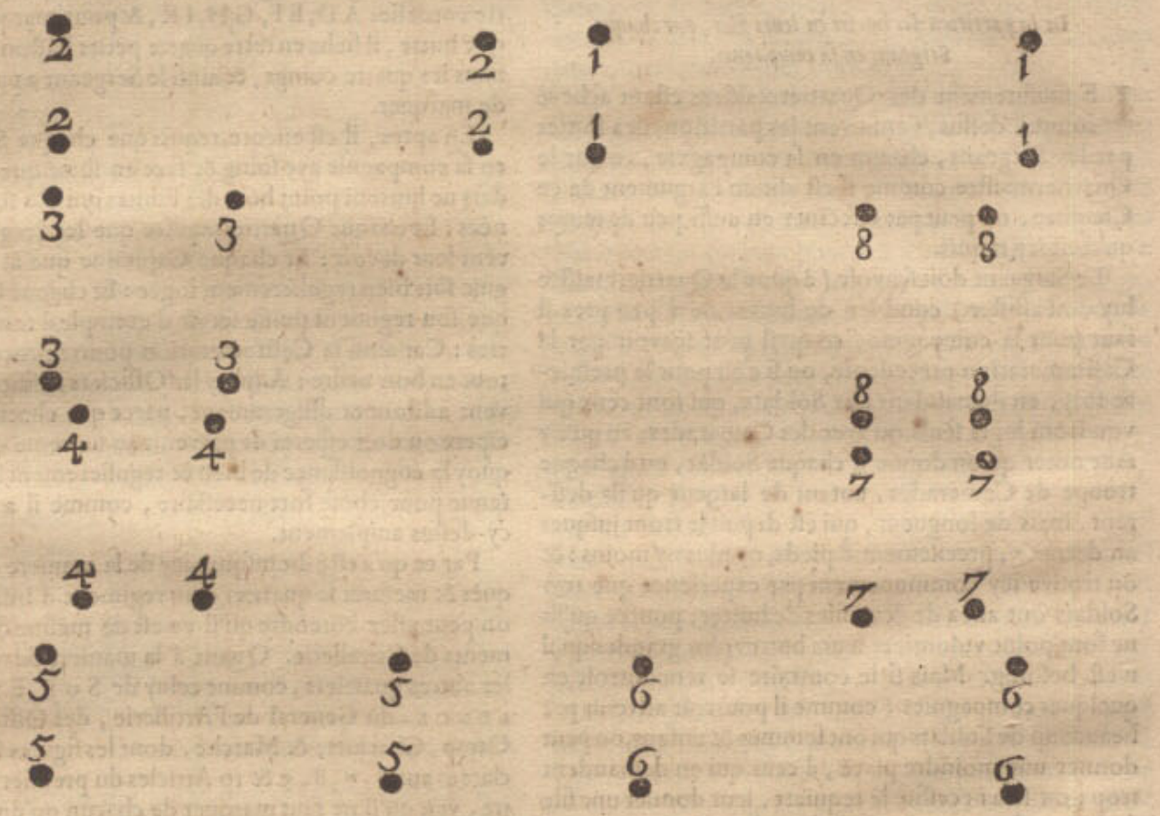
Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

ſelon que la precedente figure en papier le requiert, comprenant des rectangles quadrangulaires, longs de 200 pieds, pour la gendarmerie. Lequel ſe fait par le moyen de la croix arpentique, & par le meſurement des longueurs ſelon la maniere vulgaire des Arpenteurs: ce qu'eſtant aſſez cognu aux Ingenieurs, il n'eſt pas beſoing d'en donner plus particuliere inſtruction; on pourroit faire ſeulement quelque advertiſſement de briefveté, à ſçavoir que des quatre coſtez des quadrangles il n'en faut meſurer qu'un ou deux, là où un des coſtez du Camp commence, car le reſte ſe fait plus commodement par le trimarquement & ſecours de la croix arpentique, comme il leur eſt aſſez cognu.

Notez encore que les quatre Banieres d'un regiment ſe marquent de nombres, qu'on y taille avec des lettres, comme I, V, & X, qui avec des crens droits ſe peuvent facilement tailler; à ſçavoir les quatre Banieres du regiment qu'on marque le premier, chacun d'un I, du deuxieſme chacun de deux II, & ainſi des autres, ce qui ſe fait pour eviter quelques difficultez; d'une part, pour ce que les Quartiermaiſtres meſmes, à cauſe de la grande multitude de Banieres, viennent quelquefois en diſpute & diſſention entre eux de leurs propres quartiers: Et d'autre part, afin que ſi on demande au Caſtrametateur (qui eſcrit tels nombres ſur ſon papier comme il y a auſdites Banieres) ou à quelque autre apres quelque quartier, il le puiſſe monſtrer incontinent ſans aller au lieu.

Si toſt qu'un regiment eſt ainſi marqué, on le monſtre à ſon Quartiermaiſtre pour le garder.

Mais toutes les Banieres de l'Infanterie de ce Camp propoſé eſtant miſes, elles ſont en tel ordre que demonſtre la figure ſuivante, là où ſe peut voir combien il eſt neceſſaire de marquer les Banieres par des nombres taillez ſur icelles comme deſſus, pour cognoiſtre ſeurement chaque quartier.



## III Article.

*Du meſurement des places neceſſaires aux files des huttes, & ruës entre icelles, qui ſe fait par chaque Quartiermaiſtre en ſon regiment.*

AYant traité de la maniere que doit obſerver le Caſtrametateur en marquant & meſurant, reſte à parler de celle des Quartiermaiſtres chacun en ſon regiment, ce que le Caſtrametateur, comme il eſt dit en l'argument de ce Chapitre, ne peut pas effectuer en auſſi peu de temps qu'il eſt requis icy.

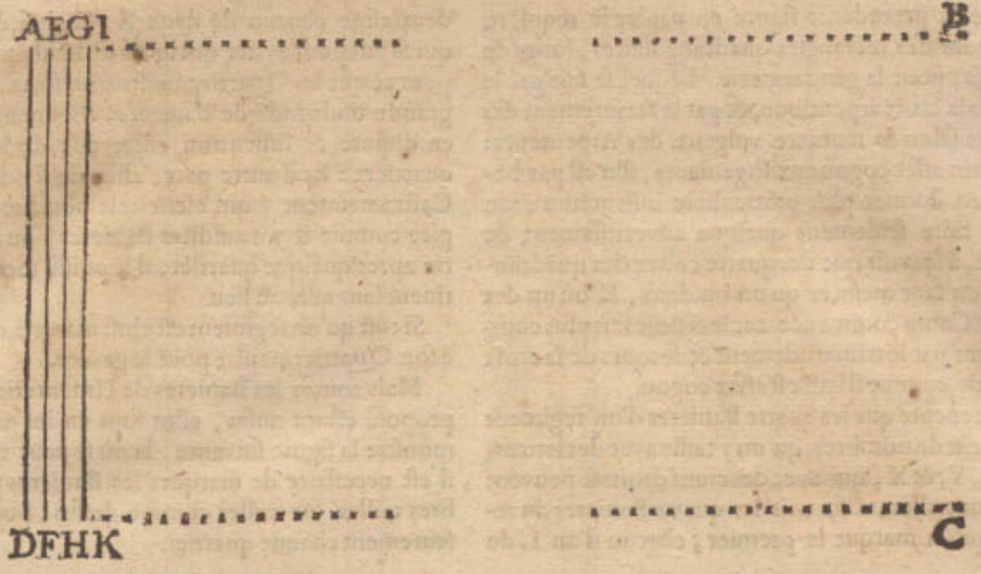
Doncques le Quartiermaiſtre aura devant luy un plan de ſon regiment, comme celuy du troiſieſme Article du premer Chapitre, pour en trouver toutes les longueurs neceſſaires s'il ne les ſçavoit aſſez par memoire, une meſure auſſi de Camp longue au moins de 8 pieds, & certaines cordelles pour s'en ſervir comme il ſera dit.

Ayant ainſi pourveu au lieu de ſon quartier, lequel ſoit entre les quatre Banieres A B C D, ſignifiant le quadrangle des logis des Soldats, il partit au long d'une cordelle tendue, la longueur A B de 8 en 8 pieds, comme ſon plan demonſtre, fichant à chaque poinct un rameau ou petit baſton, ce qui eſt ſignifié par les poincts entre A & B: Il fait auſſi ſemblable partition au bout de derriere comme de D à C.

Eſtant venu juſques là, il faut maintenant que les Sergeans faſſent la partition des huttes de la gendarmerie, dont il ſera parlé au quatrieſme Article, mais cependant les Quartiermaiſtres marquent les logis des Capitaines devant la gendarmerie, & les huttes des Vivandiers derrierie la gendarmerie, comme le demonſtre la figure ſuſdite du troiſieſme Article au premier Chapitre.



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©




## IV Article.

*De la partition des huttes en leurs files, par chaque Sergeant en sa compagnie.*

LE mesurement des Quartiermaistres estant achevé comme dessus, s'ensuivent les partitions des huttes par les Sergeans, chacun en sa compagnie, ce que le Quartiermaistre comme il est dit en l'argument de ce Chapitre, ne peut pas effectuer en aussi peu de temps qu'il est icy requis.

Le Sergeant doit sçavoir (à quoy le Quartiermaistre luy doit assister) combien de huttes ou à peu pres il faut pour sa compagnie; ce qu'il peut sçavoir par la Castrametation precedente, ou si c'est pour la premiere fois, en demandant aux Soldats, qui sont ceux qui voudront loger seuls, ou avec des Camarades; en qu'oy faut noter qu'on donne à chaque Soldat, ou à chaque troupe de Camarades, autant de largeur qu'ils desirent, mais de longueur, qui est depuis le front jusques au derriere, precisement 8 pieds, ny plus ny moins: & on trouve icy communement par experience que 100 Soldats ont assez de deux files de huttes; pource qu'ils ne font point volontiers leurs huttes plus grandes qu'il n'est besoing. Mais si le contraire se rencontroit en quelques compagnies (comme il pourroit advenir par beaucoup de Soldats qui ont femmes & enfans, on peut donner une moindre place, à ceux qui en demandent trop; ou si la necessité le requiert, leur donner une file de huttes d'avantage. Or le nombre des huttes ainsi trouvé, se partira en deux, mettant à chaque costé environ egal nombre, en telle distance les unes des autres, que les places vuides entre deux soyent quasi egales; il faut aussi sçavoir, qu'il y doit tousiours avoir une hutte à chaque bout des files, à fin que la figure de chaque compagnie, & aussi de tout le regiment soit tousiours un rectangle, & que les ruës au long d'icelles soyent d'egale largeur & droites. Il faut aussi noter que les deux premieres huttes de chaque compagnie sont pour le Lieutenant & Port'enseigne, à sçavoir celle du Lieutenant à costé droit, l'autre à gauche, & les deux dernieres huttes pour les deux Sergeans, à fin que comme en marchant ils sont les derniers, qu'ainsi en logeant ils ayent aussi les dernieres huttes.

Les Sergeans donc sçachans à quoy il leur faut prendre garde, on marque les huttes comme s'ensuit: Chaque Sergeant qui a deux files de huttes, met quatre cordelles tenduës entre les marques mises par le Quartiermaistre, entre lesquelles doivent venir les huttes, comme en la precedente figure du trioisiesme Article les quatre cordelles A D, E F, G H, I K, & pour marquer chaque hutte, il fiche en terre quatre petits bastons, significans les quatre coings, & ainsi le Sergeant a parachevé de marquer.

En apres, il est encore requis que chaque Sergeant en sa compagnie aye soing & face en sorte que les Soldats ne huttent point hors des limites qui leur sont données: Et chaque Quartiermaistre que les Sergeans facent leur devoir: Et chaque Capitaine que sa compagnie soit bien regulierement logée: Et chaque Colonel que son regiment puisse servir d'exemple à tous les autres: Car ainsi la Castrametation pourra proceder par tout en bon ordre: A quoy les Officiers susdits se doivent addonner diligemment, parce que chacun d'eux espere ou doit esperer de parvenir au supreme degré, à quoy la cognoissance de bien & regulierement loger est tenue pour chose fort necessaire, comme il a este dit cy-dessus amplement.

Par ce qu'a esté dit jusques icy de la maniere de marquer & mesurer le quartier d'un regiment d'Infanterie, on peut assez entendre qu'il en est de mesme des regiments de Cavallerie. Quant à la maniere de marquer les autres quartiers, comme celuy de Son Excellence, du General de l'Artillerie, des Officiers du Camp, Chariots, & Marché, dont les figures sont declarées aux 6, 7, 8, 9 & 10 Articles du premier Chapitre, veu qu'il ne faut marquer de chacun qu'une figure de peu d'ouvrage, & qu'il y à des Ingenieurs qui entendent bien leur fait; & qu'il peuvent estre expediez aussi tost que les quartiers de la gendarmerie, il n'est pas besoin d'en donner une particuliere instruction.

Le tout estant ainsi mesuré & marqué, on mande à ceux ausquels on avoit defendu d'y estre presens, que chacun peut venir prendre place.

## V Article.

*Comment il faut marquer les places d'armes, rayer les trenchées, & calculer combien chaque regiment doit fouïr.*

CEste façon de marquer des places d'armes en rayant des trenchées, se fait par un Ingenieur avec ses Conducteurs, accompagné de 50 ou 60 Pionniers qui fouïssent les rayes, le long des mesches tandues, faisant deux lignes droites, à 6 pieds l'une de l'autre, pour la largeur du fossé, dont l'Interieur est 206 pieds distant des logis des Capitaines, tellement que les 200 pieds demeu-

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

demeurent pour la largeur des places d'armes, & 6 pieds pour l'eſpeſſeur du parapet.

Notez qu'encore bien que cy-devant on ait mandé aux gens du Camp, que chacun peut venir prendre ſa place, cela n'empeſche point à ces marques, veu que ce ne ſont que deux lignes droitez, aſſez eſloignées de la gendarmerie.

Les ſuſdits rayons eſtans ainſi marquez, il reſte de faire le calcul combien de pieds de retranchement chaque regimẽt doit fouïr, ce qui au Camp des *Tres-puiſſants Seigneurs les Eſtats* ſe fait par l'Infanterie, comme par regle commune, ſans en eſtre payée. A ceſte fin je voy au precedent deſſeing ſur le papier du premier Article de ce Chapitre (ce qui eſt encore plus clair en la figure de l'onzieſme Article du premier Chapitre) de quelle longueur ſont les rayons, & les deux coſtez qui ſont les plus longs; ſe trouvent chacun de 2000 pieds, & les deux plus courts, chacun de 1750, qui font enſemble 7500 pieds; en quoy il y a 8560 Soldats, à ſçavoir en chaque regiment comme cy-deſſous, tiré de la premiere Liſte du deuxieſme Chapitre.

| | |
|---|---|
| Chaſtillon | 1660 |
| Bethune | 1660 |
| Friſons | 760 |
| Veer | 1320 |
| *Comte Iean Erneſt* | 1310 |
| Quatre Gardes | 800 |
| *Comte Erneſt.* | 1050 |

*Somme* 8560 *Soldats ont à fouïr* 7500 *pieds.*

Avec cecy je dis ſelon la maniere de la regle de Compagnie: 8560 Soldats doivent fouïr 7500 pieds, combien 1660 Soldats de Chaſtillon? 1454 pieds, que je mets joignant de Chaſtillon: & faiſant le ſemblable des autres regiments, la diſpoſition du calcul, & ce que chacun doit fouïr eſt comme cy-deſſous:

| | | | |
|---|---|---|---|
| Chaſtillon | 1660 | *Soldats ont à fouïr* | 1454 |
| Bethune | 1660 | | 1454 |
| Friſons | 760 | | 666 |
| Veer | 1320 | | 1157 |
| *Comte Iean Erneſt* | 1310 | | 1148 |
| Quatre Gardes | 800 | | 701 |
| *Comte Erneſt* | 1050 | | 920 |

8560 *Soldats ont à fouïr* 7500 *pieds.*

La longueur des pieds que chaque regiment doit fouïr, ſe marque hors de l'extremebord de l'extreme rayon avec une croix fouïe en terre. Poſons par exemple qu'une telle marque commence au coing de H de la figure de l'onzieſme Article du premier Chapitre, là où une croix eſtant marquée, on meſure de là en avant 1454 pieds pour le regiment de Chaſtillon, leſquels s'eſtendent juſques à I, là où ſe met auſſi une croix, & ayant ſemblablement meſuré 1454 pieds pour Bethune, ils viennent juſques à la croix K: Et en procedant ainſi, la derniere partie reſtante eſt pour le regiment du *Comte Erneſte*, laquelle (s'il n'y a point de faute és meſures) ſe doit trouver ſur la terre de 920 pieds. Et ainſi j'ay demonſtré la maniere de marquer ou meſurer un Camp, laquelle je m'eſtois propoſée de deſcrire en ce troiſieſme Chapitre.

## VI ARTICLE.

*Contenant une admonition, pour entretenir en bon ordre ce qui eſt bien marqué & baſti.*

AYant parlé juſques icy de la maniere de marquer un Camp, il faut encore faire quelque advertiſſement de ce que les Quartiermaiſtres ont à obſerver chacun en ſon quartier, à fin que ce qui eſt bien marqué & baſti, ſoit entretenu en bon ordre.

En premier lieu, que nuls Soldats, leurs Femmes, Enfans, ou quelque autre de leur part, ne pourront tenir Taverne, ou vendre des denrées dans les regimens parmy les Soldats; car à tels ſont ordonnées les huttes des Vivandiers derriere les regiments.

En ſecond, que les Quartiermaiſtres, chacun devant, derriere, ou de coſté de ſon quartier, ne permettent de fouïr ſur les places d'armes & ruës aucuns puits à cuiſiner, tables à jouër aux dez, ni autres puits; parce qu'il y a du danger d'aller par tels chemins, en hazard de ſe rompre un bras ou le col, principalement s'il y ſurvient des allarmes lors que la nuict eſt obſcure; ce qui eſt defendu pour bonne raiſon, par ce que derriere toutes les huttes des Vivandiers eſt ordonnée place hors de tels chemins pour faire des puits à cuiſiner.

En troiſieſme, que chaque Quartiermaiſtre ne permette devant, derriere, ou à coſté de ſon quartier aucun baſtiment de huttes, poſition de Tentes, ou Boutiques, vendition de biens ſur des chariots, ou autrement; mais leur commande d'aller au Marché.

En quatrieſme, veu qu'on permet icy aux Bouchers de loger és huttes derriere les regiments, & qu'il vient une mauvaiſe odeur & puanteur des entrailles des beſtes tuées, cauſant des maladies, dont quelques uns de nos Camps precedents, comme auſſi d'autres, en ont eſté infectez, on peut pourvoir à cela fouiſſant en terre des puits profonds, ſur leſquels on met des forts bois, & deſſus des branches d'arbres avec leurs fueilles, ou de la paille, mais obſervant qu'il demeure un petit trou au milieu, ſur lequel on met un chaſſis de telle forme que ceſtuy-cy, avec une petite feneſtre quarrée, d'environ 16 ou 18 doigts; puis apres on met au-deſſus la terre qui eſt venue du puits, mais en telle ſorte qu'icelle feneſtre ſe peut librement ouvrir & fermer pour ceux qui y jettent les entrailles ou ordures, & alors n'en ſort nulle puanteur, comme il ſe trouve par experience, à quoy ſe peut auſſi adjouſter une raiſon, à ſçavoir que les corps puants des hommes enterrez és cemetieres, voire és Egliſes fermées, ne rendent aucune puanteur. Notez qu'encore bien que ces puits ſe facent és ruës ou chemins, ils ſont ſans aucun danger tant pour les hommes que pour les beſtes, qui de nuict ne peuvent tomber dedans, veu qu'ils ſont eſtouppez. On s'en ſert auſſi commodement pres les cuiſines des grands Seigneurs, qui ſans cela ſont communement infectées de puanteur.

En cinquieſme, le Quartiermaiſtra fera fouïr aux Pionniers un petit foſſé de la largeur de deux pieds, & autant profond au bout de dix pieds qui ſont donnez pour place vuide des huttes des Vivandiers, & ce à fin de les faire demeurer dans telles limites; car autrement les puits à cuiſiner que l'un met plus loing de ſa hutte que l'autre, viennent ſur la grande ruë, avec les incommoditez dont j'ay parlé cy-devant, cauſant auſſi des ruës tortues & irregulieres, ce qui eſt empeſché par le dit foſſé.

En ſixieſme, il faut ſçavoir qu'il y en a quelques uns qui ſe diſent Marchands & Vivandiers, & ne le ſont pas; leſquels au commencement qu'on diſtribuë les places, prenent les meilleurs, mais comme en apres elles demeurent vuides, & n'y apportent aucunes denrées faiſans

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

faisans semblant de les attendre d'heure à autre, ils traînent si longuement, qu'ils vendent icelles places le plus cher qu'ils peuvent, à d'autres Marchands qui viennent en apres: Pour obvier à ceſt inconvenient, on distribue les places à telle condition, que si un autre vient qui la veille, ayant ses biens prests à la main, qu'elle luy sera donnée, & le bastiment de huttes que sous pretexte ils pourroyent avoir commencé, sera perdu, sans pouvoir demander aucune chose de leur peine, ne aussi pour la matiere, car quand ils l'ont prinse du Païs, elle ne leur appartient: quant aux Tentes vuides ou Boutiques qui leur appartiennent, ils les peuvẽt oster & tenir pour eux.

## IV. CHAPITRE.

### De ce qui selon mon opinion seroit utile & necessaire, à la forme durable d'un Camp qui pourroit continuellement demeurer le mesme.

### ARGUMENT DE CE IV CHAPITRE.

IL y aura icy trois Articles contenant ce qui s'ensuit:

*Le 1 Article, pourquoy en la precedente Castrametation la maniere des Romains n'est pas imitée d'aussi pres qu'on eust bien peu faire.*

*Le 2 Article, contenant le dessein d'un Camp, dont la forme pourroit continuellement demeurer le mesme.*

*Le 3 Article de la partition de la gendarmerie necessaire à la Castrametation reguliere.*

### I ARTICLE.

*Pourquoy en la precedente Castrametation, la maniere des Romains n'est pas imitée d'aussi pres qu'on eust bien peu faire.*

PLusieurs estiment que la Castrametation des Romains a esté tres-singuliere, tellement que leur ennemy le Roy Pyrrhus (comme recite Plutarche) s'en esmerveillant, disoit que ceſt ordre des Barbares n'estoit point barbare. Quand aussi on considere la forme selon la description de Polybe (laquelle est mise cy-devant au premier Article du premier Chapitre) on y trouve, outre la commodité, que la symmetrie de similitude entre le costé dextre & seneſtre y est imitée, laquelle les vieux Architectes observoyent curieusement: Le Camp aussi avoit tousiours en divers lieux une mesme forme, tellement que par tout où il estoit planté, chacun pouvoit trouver tous logis, comme si sans mutation de lieu il eust tousiours demeuré en une mesme place, ce qui sans doute causoit une grande commodité, tellement que ceste maniere est à bon droit louée de plusieurs. Cecy estant ainsi, quelqu'un pourroit penser pourquoy SON EXCELLENCE ne l'a entierement suivi, ou plus qu'il n'a fait. A quoy on respond: Premierement que la cause pourquoy la susdite egalité de forme en tous lieux ne se peut practiquer en nos Camps, à l'exemple des Romains, est qu'ils n'avoyent pas seulement egalité de gens aux compagnies & regiments, qu'ils nommoyent manipules & cohortes, mais aussi encore en deux degrez plus haut, à sçavoir en Legions & Camp, dont il sera parlé plus particulierement au troisiesme Article suivant de la partition de la gendarmerie des Romains, lequel entretenement accompli, requiert un plus grand pourvoir qu'il n'y a pour le present (comme il semble) en quelques Princes ou Republiques menans la guerre. SON EXCELLENCE aussi estime pour plusieurs raisons, que les Camps de Romains n'ont pas tousiours esté si reguliers, comme quelques uns se persuadent. Premierement, pour ce qu'on ne trouve pas par tout (mais rarement comme il luy est notoire par experience) des Camps aussi longs que larges de 200 pieds, ausquels il n'y aye quelques incommoditez de hauteurs, profondeurs, marescages, ou autres lieux où l'on ne peut loger, ce qui se rencontrant ainsi, il faut qu'il s'ensuive grand changement en la forme. En second lieu, au siege des Villes, où il faut departir les Legions selon qu'il est requis pour la closture de la Ville, la reguliere Castrametation ne se pouvoit faire. En troisiesme, à cause que le nombre de leur Infanterie nommée *Evocati*, estoit incertain & souvent plus grand que ne pouvoit comprendre la place marquée selon la regle generale. En quatriesme la gendarmerie estoit quelquefois logée sur le Marché, qui à ceste occasion fut transporté au questoire. En cinquiesme, il y advenoit souvent en peu de temps grand changement de la gendarmerie qui s'enfuioit, mourroit de maladie, qui estoit battue des ennemis, qui estoit aussi mise en garnison dans les Villes & Forteresses gaignées, tellement que les manipules, cohortes & legions ne se pouvoyent remplir à la haste: A quoy se doit aussi rapporter ce qu'escrit Cesar en son cinquiesme livre, à sçavoir qu'encore bien que le Camp fut petit, & à peine de sept mille hommes & sans bagage, qu'il l'amoindrit tant qu'il peut, faisant les chemins plus estroicts. En sixiesme, Polybe dit que les Legions estans plus remplies, les longueurs & largeurs estoyent augmentées, selon qu'il estoit requis: Par lesquelles choses la Castrametation ne se pouvoit tousiours faire sur une mesme façon, selon les mesures definies par la regle generale, mais il falloit faire nouveau calcul & plan selon ce que le Camp proposé requeroit: Mais il est à estimer qu'ils suivoyent tousiours la regle le plus pres qu'ils pouvoyent, tellemẽt que par cela les commoditez des ruës & le trouver des logis estoit plus facile qu'il n'eust esté autrement.

Il est encore à noter, que le General de Camp des Romains avec les Officiers logeoyent d'un costé du Camp, mais la grande multitude de la gendarmerie, comme les deux Legions Romaines, avec les *Socii*, empliſſoyent la grande place du Camp D E F G: Desquelles choses ils avoyent leurs raisons particulieres, mais passant tout cela, il semble plus expedient de suivre la regle generale de Xenophon mentionnée cy-devant, à sçavoir que le General du Camp avec le train, soit logé au milieu de la gendarmerie, comme il en sera mis exemple au deuxiesme Article suivant: Il semble aussi, selon la Castrametation de Polybe, qu'il n'y a point de places au Camp pour les machines, chariots, juments, mulets, magazins de munition de Guerre, magazins de vivres & fourrage, ny aussi pour les gens hors de service, comme Marchands, Taverniers, & gens de mestier, qui doivent avoir grande place, à quoy, comme l'on estime, servoyent leurs Fauxbourgs qu'ils nommoyent *procestria*, ausquels ils mettoyent des gardes particulieres: Mais il semble qu'on les ordonne tous par meilleure raison selon la susdite regle generale de Xenophon dedans le Camp, car en augmentant sa largeur seulement de 200 pieds, ils l'auroyent agrandi d'une superfice large de 200 pieds, & longue de 2000, cela faisant seulement 400 pieds de retrenchement d'avantage; tellement que par cela les susdites choses pourroyent estre comprinses dedans le Camp avec moindre peine, despens, & garnison ou garde, & aussi avec plus de commodité & asseurance, que d'en faire Fauxbourgs particuliers.

Toutes

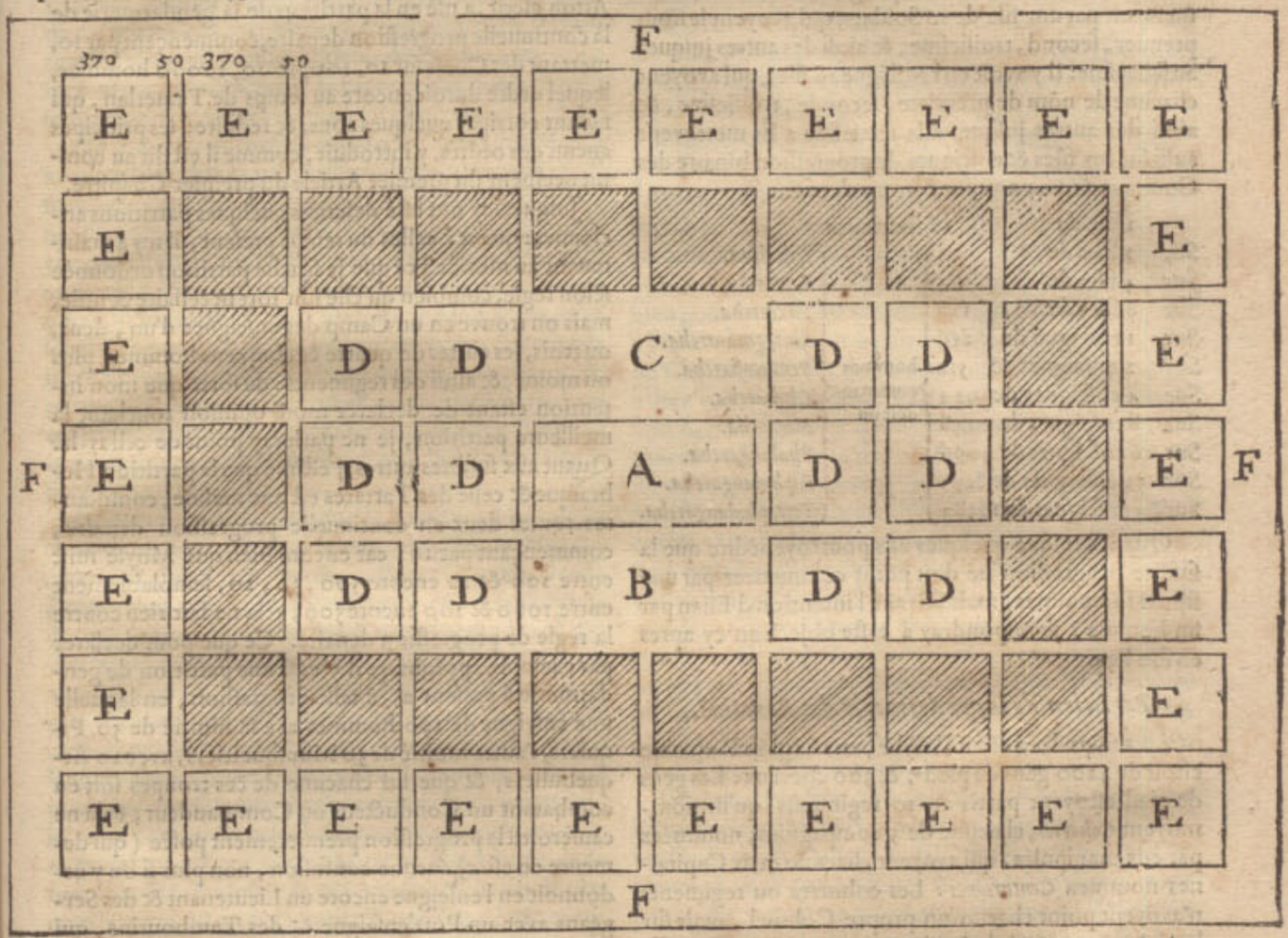
Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

Toutes leſquelles raiſons ont eſté cauſe pourquoy SON EXCELLENCE n'a point imité en la precedente Caſtrametation, la maniere des Romains d'auſſi pres qu'on eut peu bien faire; ce que j'avois envie de declarer en ce premier Article.

## II ARTICLE.

*Contenant le deſſein d'un Camp qui pourroit demeurer continuellement de meſme forme.*

COmbien qu'on ne ſe puiſſe point faire de pourtraict qui demeure touſiours le meilleur, & qu'encore qu'il ſoit faiſable qu'il ne ſe puiſſe prouver eſtre tel, ſi eſt-ce toutefois qu'un chacun peut declarer ſon opinion de ce qui luy ſemble preſentement le meilleur, pour demeurer longuement & eſtre continuellement amendé. A telle intention je mettray la figure ſuivante, en laquelle A ſignifie le quartier du General du Camp, B une place vuide devant, ſervant pour aſſembler ceux qui ont journellement affaire à luy, C le Marché derriere le quartier du General, D divers quartiers pour les Officiers, artillerie, munition de guerre, vivres, chariots, fourrage, Seigneurs eſtrangers, & autres qui ſe trouvent neceſſaires en un Camp: Les quarrez noircis alentour de ces quartiers, ſignifient les regiments de la Cavallerie, & alentour d'iceux les regiments d'Infanterie marquez par E, deſquels les particulieres partitions n'eſtans point marquées, à cauſe de leur petiteſſe, il faut ſuppoſer qu'ils ſont faits comme il eſt declaré és troiſieſme & cinquieſme Articles du premier Chapitre: Alentour de l'Infanterie ſont les places d'armes F: Toutes les ruës ſont d'egale largeur de 50 pieds.




Mais pour reciter ce qui eſt dit juſques icy avec des mots, par leſquels ſi la figure eſtoit abuſivement marquée, on pourroit faire une autre nouvelle mieux que par icelle narration, je dis que ce Camp ſans places d'armes comprend 70 quarrez, 10 en longueur, & 7 en largeur, dont les 50 exterieurs marquez E ſont pour l'Infanterie, les 22 quarrez noircis touchants les quartiers E, ſont pour la Cavallerie: Les deux quarrez enſemble marquez de A, ſont pour le General de Camp: Les deux quarrez devant enſemble marquez par B, ſont la place vuide: Les deux quarrez enſemble derriere le quartier A, marquez C, ſont le Marché: Les 12 quarrez avec D, à ſçavoir ſix de chaque coſté, ſont pour le train. Or que le marquement ſur la campagne en ſeroit facile, appert à la veuë. Ainſi faiſant, on ſuivroit la ſuſdite regle generale de Xenophon, à ſçavoir que le General de Camp avec les Officiers, bagage & train, ſont au milieu, environnez de la Cavallerie, & à l'entour d'icelle l'Infanterie. A ce que dit eſt ſert la Figure ſuivante, ſur laquelle on adviſeroit plus particulierement quand il ſeroit queſtion de la mettre en practique, par laquelle j'eſtime avoir aſſez declaré mon intention de ce deuxieſme Article.

## III ARTICLE.

*De la partition de la gendarmerie neceſſaire à la reguliere Caſtrametation.*

POur loger touſiours un Camp regulierement d'une meſme forme, il eſt neceſſaire d'avoir bonne partition de la gendarmerie, & parce que cela emporte beaucoup, tant en d'autres parties militaires, que pour la Caſtrametation, j'en traicteray un peu plus amplement.

Diverſes Nations ont fait la partition de la gendarmerie diverſement, chacune ſelon ſon opinion, dont je mettray icy quelques unes des principales pour exem-

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

exemple, à ſçavoir les partitions des Hebrieux, Grecs, Romains & Tartares.

### *Partition de la gendarmerie des Hebrieux.*

Moyſe (ſelon ce qu'eſcrit Joſephe) a mis par le conſeil de Raguël, Pere de ſa Femme, des Chefs ſur chaque troupe de quantité, comme s'enſuit:

10000. 1000. 500. 100. 50. 30. 20. 10.

### *Partition de la gendarmerie des Grecs.*

Les Grecs avoyent en leurs divers gouvernements en divers temps; diverſes partitions, leſquelles Patritius recite en ſon huictieſme Livre, mais veu que la plus particuliere diſtinction ſe trouve en la partition deſcrite par Elian, j'en mettray icy ſeulement le ſens en brief. Ils ont choiſi une continuelle progreſſion binaire, commençant par une file de 16 Soldats, qui avoyent le nom premier, ſecond, troiſieſme, & ainſi des autres juſques au ſeizieſme: Il y avoit en l'enſeigne 16 files, qui avoyent chacune de nom de premiere, ſeconde, troiſieſme, & ainſi des autres juſques à la ſeizieſme: Ils mettoyent auſſi ſur ces files & enſeignes de progreſſion binaire des Commandeurs nommez comme s'enſuit:

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| | 1 file de | 16 | hommes. | |
| Sur | 2 files de | 32 | | *Dilochita.* |
| Sur | 4 files de | 64 | | *Tetrarcha.* |
| Sur | 8 files de | 128 | | *Taxiarcha.* |
| Sur | 1 enſeigne de | 256 | | *Sintagmatarcha.* |
| Sur | 2 enſeignes de | 512 | hommes | *Pentacoſiarcha.* |
| Sur | 4 enſeignes de | 1024 | commandoit | *Chiliarcha.* |
| Sur | 8 enſeignes de | 2048 | un | *Merarcha.* |
| Sur | 16 enſeignes de | 4096 | | *Phalangarcha.* |
| Sur | 32 enſeignes de | 8192 | | *Diphalangarcha.* |
| Sur | 64 enſeignes de | 16384 | | *Tetraphalangarcha.* |

Quant à ce que quelques uns pourroyent dire que la ſuſdite progreſſion ne doit point commencer par une file de 16 hommes, mais ſuivant l'intention d'Elian par un homme, je reſpondray à ceſte objection cy-apres en ſon lieu.

### *Partition de la gendarmerie des Romains.*

Au temps dont eſcrit Polybe, une Legion Romaine eſtoit de 4200 gens de pied, & 300 chevaux: Les gens de pied eſtoyent partis en 10 regiments, qu'ils nommoyent *Cohortes*, chacune de 3 compagnies, nommées par eux manipules, qui avoyent chacune deux Capitaines nommez *Centuriones*: Les cohortes ou regiments n'avoyent point chacun un propre Colonel, mais ſur les dix regiments de la Legion commandoyent ſix Officiers enſemble, nommez Tribuns. La premiere enſeigne des trois d'un regiment eſtoit de 120 *Haſtati*; La deuxieſme de 120 *Principes*; La troiſieſme de 60 *Triarij*; eſtans tous armez peſemment, & chaque compagnie avoit avec elle 40 legerement armez, à ſçavoir Jaculateurs ou Tireurs qu'ils nommoyent *Velites*, ce qui eſtoit comme on fait maintenant les compagnies de Piquiers armez & Moſquettiers: Les compagnies ſe partiſſoyent en files & rangs, les files eſtoyent de 10 Soldats, leſquelles (la compagnie eſtant en ordre de bataille) eſtoyent aux lignes depuis le front juſques au dos & rangs qui eſtoyent aux lignes depuis le coſté droit juſques au coſté gauche, chacun des dix Soldats ſe nommoit en ſa file, le premier, deuxieſme, troiſieſme, & ainſi des autres ſelon ſa place: Les files ſe nommoyent auſſi la premiere, deuxieſme, troiſieſme, & ainſi des autres juſques à la derniere, celle des *Haſtati* & *Principes* alloit juſques à la douzieſme, & des *Triarij* à la ſixieſme. Les ſuſdits 300 chevaux eſtoient partis en 10 troupes, chacune de 30, nommées *Turmæ*: Ces manipules & cohortes avoyent des banderolles pour enſeignes, & les Legions chacune un aigle d'argent. Le Camp des Romains avoit deux Legions, & environ encore autant de ceux qui n'eſtoyent point Romains, comme *Socij*, *Evocati*, *Ablecti* & *Extraordinarij*, tellement qu'il eſtoit environ de 16000 hommes: Quand on avoit à faire de plus de gendarmerie, il y avoit deux Camps, chacun ayant ſon General, de forme comme le precedent, & ordonnez dos contre dos, ce qui eſtoit avec les coſtez pres leſquels logeoyent les Generaux.

### *Partition de la gendarmerie des Tartares.*

Cangio qui a eſté le premier grand Cam, comme Aiton eſcrit, a uſé en la partition de ſa gendarmerie de la continuelle progreſſion denaire, commençant par 10, mettant des Chefs ſur 10, 100, 1000, 10000 hommes, lequel ordre duroit encore au temps de Tamerlan, qui faiſant corriger quelques abus, & reduire à ſes principes aucun des ordres, y introduit, comme il eſt dit au commencement du premier Article du premier Chapitre.

Juſques icy ont eſté deſcrites quelques partitions anciennes: quant à celles du temps preſent, il n'y a maintenant au monde à ce que je ſçache partition ordonnée ſelon regle, combien qu'elle ſoit fort neceſſaire & utile, mais on trouve en un Camp des enſeignes d'un, deux, ou trois, les autres de quatre & cinq cens hommes, plus ou moins, & ainſi des regiments: de ſorte que mon intention eſtant de declarer mon opinion touchant la meilleure partition, je ne parleray point de celles-la. Quant aux ſuſdites autres, j'eſtime que la partition Hebraïque & celle des Tartares eſt une meſme, conſiſtantes toutes deux en continuelle progreſſion denaire, commençant par 10; car encore bien que Moyſe miſt entre 100 & 10 encore 500, 30, 20, ſemblablement entre 1000 & 100 encore 500, cela ne fait rien contre la regle de progreſſion denaire. Ce que pour declarer par exemple, poſons qu'il y euſt une partition de gendarmerie à preſent avec telle progreſſion, en laquelle une enſeigne de 100 hommes aye la moitié de 50 Piquiers, l'autre moitié de 30 Mouſquettiers, avec 20 Arquebuſiers, & que ſur chacune de ces troupes ſoit en combatant un Conducteur ou Commandeur, cela ne cauſeroit à la progreſſion premierement poſée (qui demeure en eſtre) aucune confuſion, non plus ſi on y ordonnoit en l'enſeigne encore un Lieutenant & des Sergeans avec un Port'enſeigne & des Tambourins, qui menent auſſi la gendarmerie à l'Ennemy, l'un par ſigne viſible, l'autre par la voix & l'ouye. Il faut auſſi entendre le meſme de l'enſeigne des 100 Hebrieux; car ſi on prend que les 50 ſoyent peſemment armez, les autres 50 de 30 Sagittaires & 20 Jetteurs, comme les Grecs, Romains, & autres avoyent auſſi leurs Sagittaires & Jetteurs, & comme il ſemble que la raiſon naturelle vueille telle maniere d'ordre, la cauſe ſeroit notoire pourquoy la partition des Hebrieux de 50, 30 & 20 y eſt faite entre 100 & 10, ſans toutefois rompre la progreſſion denaire premierement poſée, par ce que chacun demeure commandant ſur ſes dix comme au paravant: Quant aux 500 entre 1000 & 100, ceux qui concedent qu'un Lieutenant Colonel commandant à un regiment entier de 1000 hommes, ne rompent point la progreſſion denaire, ceux-la concederont facilement le meſme de deux Lieutenants commandans chacun à la moitié du regiment, veu que le Colonel & chaque Capitaine demeu-

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

demeurent en commandement sur leurs dix comme devant : Tellement que si quelqu'un disoit que l'ordre Hebraïque consiste en progression denaire de Chefs sur 10. 100. 1000. 10000 gendarmes, la proprieté en seroit exprimée, car iceux Officiers entreposez (ausquels on pourroit encore adjouster les Port'enseignes & Tambourins) ne sont que narration de l'appendice de ceste progression denaire.

Quant à ce que quelqu'un pourroit demander, pourquoy les Hebrieux ne faisoyent ceste partition entre 100 & 10 de 50. 25 & 25, divisant les 50 restans en deux troupes egales, comme les 100 se divisoyent en 50 & 50, & comme ils faisoyent aussi avec 1000 en 500 & 500: Il semble que la cause soit, que par deux troupes chacune de 25, l'ordre des files eust esté rompu ; parce qu'il eust fallu qu'un Decurien eust eu sous luy 5 Sagittaires & 5 Jetteurs, ce qui eust esté absurd : parquoy la partition de 30 & 20 estoit meilleure, parce que par cela les Decuriens avoyent des files entieres de mesmes armes : Et si ce qui est dit n'est point la vraye cause, si est-ce qu'il seroit bon de le suivre, comme s'il estoit ainsi.

On pourroit encore demander que puis que Moyse a voulu observer la progression denaire, pourquoy il n'avançoit un degré plus outre, à sçavoir aux Capitaines sur 100000, veu que le Camp contenoit plus de 500000 hommes : La raison est qu'ils estoyent repartis en onze lignées, ayant chacune son Chef, de sorte qu'il n'y avoit proprement qu'à prendre garde sur ces onze Chefs, & non pas sur une multitude outre 50, desquels il n'eust sceu observer le comportement de chacun en particulier, comme la chose le requeroit : Mais si l'accident d'icelles onze lignées ny eust pas esté, il semble qu'il auroit avancé le susdit degré, & mis des Chefs sur 100000 hommes.

Or ayant ainsi declaré que la partition Hebraïque consiste en parfaicte continuelle progression denaire, commençant avec 10, comme celle ces Tartares, il reste à considerer que les Hebrieux ayant esté les premiers, & que leur ordre estant long temps apres imité des Tartares, qu'il est raisonnable de la nommer là où il viendra à point, la partition Hebraïque. Quant à ce que quelques uns voudroyent soustenir, que Moyse n'estoit pas le premier qui la mit en practique, & que Raguël qui luy donnoit le conseil, le pouvoit avoir apprins des tres-sçavants Egyptiens, je ne veux point tirer les armes à cause de cela ; mais veu qu'elle est la premiere qu'on trouve par escrit, & qu'on a coustume de la nommer l'Hebraïque, je m'y arresteray, & dis de plus qu'elle me plaist sur la Grecque, Romaine, & toutes autres partitions : voire je ne pense pas qu'il s'en puisse trouver une meilleure : car encore bien qu'il ne se face rien de main d'homme si artificiellement, qu'on puisse dire qu'il est impossible de mieux faire, parce qu'on ne le sçauroit prouver ; si est-ce qu'il y a autre raison en cecy, à peu pres comme de propositions mathematiques, dont il y a solution si certaine, qu'il ne s'en peut donner autre plus vraye. Pour doncques venir à la declaration des raisons, pourquoy j'estime qu'il n'y peut avoir de meilleure partition que ceste-cy, il faut premierement sçavoir, que puis qu'elle consiste en continuelle progression denaire, dont j'ay descrit un particulier livret, contenant sa dignité & utilité aux negotiations humaines, aussi ne sera-il pas besoing de le repeter, d'autant plus qu'il y a plusieurs qui levent la progression denaire, non seulement par parolles & escritures, mais qui s'en servent aussi en effect. Quant à son utilité particuliere en ceste partition de la gendarmerie, je la descriray comme s'ensuit : En premier lieu pour me faire bien entendre, je prendray premierement que les Soldats en chaque file (comme il a esté dit cy-devant des Grecs & Romains) sont nommez premier, deuxiesme, troisiesme, & ainsi des autres jusques au dixiesme : Apres je pose que le nom de la marque de chaque 100 Soldats soit enseigne, & de chaque 1000 guimple, & de chaque 10000 estandart : Que les files aussi en chaque enseigne, les enseignes en chaque guimple, les guimples en chaque estandart, soyent nommez premier, deuxiesme, troisiesme, & ainsi des autres jusques au dixiesme, si la multitude de la gendarmerie estoit d'un degré plus haut, qui est jusques à 100000, on choisiroit le nom d'une quatriesme marque : Les troupes de 10, 100, 1000, 10000, 100000 Soldats se nomment aussi decurie, centurie, troupe de mille, troupe de dix mille, troupe de cent mille ; & leurs Commandeurs Decurien, Centurien, Conducteur de mille, Conducteur de dix mille, Conducteur de cent mille. Cecy estant entendu, je traiteray maintenant de l'utilité procedant de la partition Hebraïque.

Premierement, que chaque Commandeur, de quelle grandeur que soit aussi le Camp, n'a proprement à soigner que sur dix hommes qui sont immediatement sous luy, observant que chacun d'eux face son devoir comme il appartient, ce qui pour la petite & commode quantité luy est possible, & par ainsi le tout peut estre bien gouverné : Comme par exemple chaque Decurien a à aprendre garde sur ses dix Soldats, chaque Centurien ou Capitaine sur ses dix Decuriens : Quant aux difficultez qui arrivent entre ses 100 Soldats és choses qui sont sous le jugement des Decuriens, ils en pourvoyent chacun en sa file, ou s'ils ne le font pas, le Capitaine en doit parler aux Decuriens, ausquels la chose touche, & les admonester ou conseiller selon que la chose le requiert : Semblablement chaque Colonel n'a seulement qu'à prendre garde sur ses dix Capitaines ; quant aux difficultez qui se rencontrent entre ses cent Decuriens avec les 1000 Soldats en choses qui sont sous le jugement des Capitaines, ils en pourvoyent chacun en sa compagnie, où s'ils ne le font pas, le Colonel en doit parler aux Capitaines, ausquels la chose touche, & les admonester ou conseiller selon ce que la chose requiert ; & ainsi des Chefs 10000 & de 100000.

En deuxiesme lieu, on peut par ceste ordre advancer beaucoup en peu de temps les ouvrages de Camp comme fouïr, couper branches, faire des fagots, gabions, & clayes, à cause que personne ne se peut cacher qu'avec peril, parce qu'il y a sur chaque dixaine un Decurien qui a l'œil sur eux, prenant continuellement garde à leur travail, parce aussi qu'il y a un Capitaine qui commande sur chaque dixaine de Decuriens, lequel a soin de leur faire faire leur devoir, comme il appartient : Il y a encore des Colonels, sur dix desdits Capitaines, & ainsi des autres.

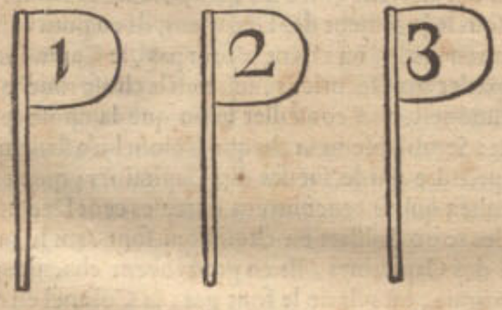
En troisiesme, ceste maniere de partition n'estoit point de longue declaration ny difficile à retenir par memoire, comme la precedente des Romains & autres ; car sçachant seulement que c'est de progression denaire, tout est assez cognu : ce qui cause aussi facilité aux livres de Finance qu'on tient de la gendarmerie, de leurs payements & descomptes. Les monstres peuvent aussi par là estre fort faciles, par ce qu'on peut journellement voir ce qui y manque sans faire monstre, pour ceste occasion : Estant commandé par regle generale que les compagnies ne soyent meslées en marchant, mais qu'elles aillent distinctement en leurs files & rangs, à sçavoir



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

chacune 50 Mouſquettiers devant ou derriere leurs 50 Piquiers, quand on peut marcher ſeulement cinq de front, mais joignant leurs Piquiers quand la largeur du chemin le permet (ce que requeroit auſſi l'ordre de bataille des Romains, que je tiens pour le meilleur, dont il ſera parlé ailleurs) alors on voit en un clin d'œil ſi tout y eſt, à ſçavoir cinq files de Piquiers avec autant de Mouſquettiers; & ſi quelqu'un defaut, le Commiſſaire des monſtres, ou quelque autre qui a la charge, peut demander au Decurien de la file, d'où vient la faute, où eſt demeuré ceſt homme, comme eſtant ſon office d'y prendre garde, & eſtant interrogué d'en dire ce qu'il en ſçait, dont on peut faire encore plus particuliere enqueſte par le Soldat qui alloit derriere luy, eſtant obligé d'en dire ce qu'il en ſçait; & par ainſi on deſcouvre la qualité de l'offence; pour le chaſtier ſelon le merite, & prevenir aux difficultez & malheurs, qui procedent du deſordre, comme la tromperie de tirer des gages ſans en faire ſervice, en marchant ſe ſeparer de la compagnie & piller les Payſans, en cheminant en des ſurpriſes dangereuſes ſe cacher, ne comparoiſtre point aux gardes & choſes ſemblables; ce que pour la grande multitude des tranſgreſſeurs (qui par faute d'ordre s'y font ordinairement) il faut laiſſer impuni, ou quelquefois par grande neceſſité punir trop rudement, ſans pouvoir avoir conſideration des cauſes.

En quatrieſme, il y peut avoir une grande commodité au logement du Camp par ceſte partition denaire, & pour la declarer, il faut ſçavoir qu'on mettra aux guimples les nombres de leur ordre, avec des lettres




treſ-grandes, comme la premiere guimple avec 1, la deuxieſme avec 2, la troiſieſme avec 3, & ainſi des autres juſques à la dixieſme, comme il eſt icy monſtré par exemple en ces trois figures. Les enſeignes ont deux nombres, le premier ſignifie la quantieſme elle eſt, l'autre ſignifie le nombre de la guimple, ſous laquelle elle appartient, comme par exemple ceſte enſeigne avec 5. 7, monſtre qu'elle eſt la cinquieſme de la ſeptieſme guimple, & ainſi conſequemment des autres. Ces guimples eſtans en un Camp qui a touſjours une meſme forme, mis par ordre tout de ſuite, chacune devant ſon regiment, & les enſeignes chacune devant ſa compagnie, un chacun peut trouver telle guimple ou enſeigne qu'il deſire, ſans le demander, pourveu que leſdits nombres luy ſoyent cognus: En outre, il peut trouver chaque Soldat y logé, moyennant que les deux nombres competens luy ſoyent cognus, à ſçavoir la quantieſme de la file eſt ſon enſeigne, l'autre le quantieſme Soldat il eſt en ſa file. Il eſt auſſi manifeſte par les raiſons ſuſdites, qu'une armée entiere eſtant en campagne, en ordre de bataille, chaque homme qu'on veut avoir ſe peut trouver ſans demander, pourveu que les ſuſdits nombres neceſſaires ſoyent cognus. Quant à ce que quelqu'un pourroit propoſer qu'il peut advenir que quelque Soldat manqueroit en ſa file, & que par cela l'ordre ſeroit rompu: On reſpond à cela, qu'il y a peu de difficulté en telle exception, car le cercheur ayant trouvé la file en laquelle ſon homme deſiré eſt, il l'y peut facilement trouver.

En cinquieſme, l'on peut par ceſte partition denaire commodement marquer les armes des Soldats, comme piques, mouſquets, & harnois, tellement que de pluſieurs milliers de pieces ſe peut dire en un clin d'œil à qui chaque piece appartient: Comme par exemple, une pique marquée avec ces quatre nombres 8. 2. 7. 3. bruſlez au bois, ou battu dedans le fer avec formes d'acier, on dit qu'elle appartient au huictieſme Soldat dedans la deuxieſme file de la ſeptieſme compagnie de la troiſieſme guimple, & ainſi des autres armes: La marque des armes des Officiers, comme Decuriens, Capitaines, Colonels, & Chef d'Infanterie, eſt d'un, de deux & de trois nombres, comme par exemple 7. 3. 5, qui ſignifie les armes du Decurien de la 7 file de la 3 compagnie du 5 regiment: Secondement, 5. 8 ſignifie les armes du Capitaine de la 5 compagnie du 8 regiment: Tiercement 7, ſignifie les armes du Colonel du 7 regiment: Quartement 0, comme le commencement ſignifie les armes du Chef de l'Infanterie. Et le meſme ſe peut faire des armes de la Cavallerie. Et par ce moyen on peut prevenir beaucoup de debats, qui arrivent ſouvent entre les Soldats, à cauſe des armes: Quelques unes de ces armes auſſi eſtant deſrobées, le larron ne les oſe vendre ni monſtrer; car on verroit incontinent l'homme à qui elles appartiennent; ou ſi les lettres en ſont oſtées, cela donne ſoubçon que celuy qui les monſtre l'a fait, & donne occaſion d'en faire enqueſte. Les Soldats Romains marquoyent bien leurs armes chacun de ſa marque, mais cecy eſt plus commode.

En ſixeſme, ceſte partition denaire ſert pour apprendre en fort peu de temps aux nouveaux Soldats l'art militaire, conſiſtant principalement à bien tirer des mouſquets & arquebouſes, à bien manier les piques & armes à main, entendre le faict des revolutions, des eſcarmouches, les choſes auſſi touchant la garde, & les rendre auſſi experts que s'ils avoyent hanté la Guerre beaucoup d'années, car chaque Decurien n'auroit qu'à inſtruire ceux qui entrent de nouveau en ſa file. Par exemple, quand ce ſeroit une quantité de 10000 hommes du tout inexperts en matiere de Guerre, qui ſe devroient deffendre à la haſte il y en a qui en peu de temps pourroient parvenir à la cognoiſſance, moyennant qu'il y en euſt un bien expert, qui inſtruiſiſt les 10 Colonels; puis chaque Colonel euſt ſes 10 Capitaines, puis chaque Capitaine ſes 10 Decuriens, puis chaque Decurien ſes 10 Soldats; par ainſi les 10000 inexperts ſe pourroient advãcer & inſtruire tous enſemble en un meſme temps, & à peu de peine; parce que chaque Decurien en a ſi peu à enſeigner, & qu'en outre il y a tels Surintendents, comme Capitaine, Colonel, & Chef de Camp, qui prennent garde s'ils ſe comportent comme il appartient.

En ſeptieſme, l'on peut par ceſte partition denaire acquerir une grande commodité au faict des chariots, les diviſant comme s'enſuit: 10 chariots ſous un Decurien, 100 ſous un Centurien, 1000 ſous un Chiliarche, & ſeront (comme il a eſté dit cy-devant des armes de la gendarmerie) marquez de quatre nombres peincts ſur telles petites enſeignes de fueille de fer qu'on met en quelquels Camps ſur les chariots: Comme par exemple, une de ces enſeignes avec ces quatre nombres 2. 7. 3. 2. ſigni-

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

ſignifie le deuxieſme chariot ſous le ſeptieſme Decurien du troiſieſme Centurien du deuxieſme Chiliarche : La premiere enſeigne de chaque dix, peut (pour en avoir une viſible diſtinction) eſtre plus grande que les autres neuf. Semblablemẽt chaque premiere enſeigne de 100 peut eſtre plus grande que chaque premiere de 10, & chaque premiere de 1000 plus grande que chaque premiere de 100. En marchant chaque Decurien eſt tenu de faire ſuivre ſes dix chariots par ordre tout de ſuite & demeurer continuellement aupres. Eſtant campé, les faire mettre en ordre au quartier des chariots : De bien cognoiſtre perſonnellement ſes dix Chartiers, de rendre compte & donner advis des abſents, quand & où ils ſe ſont abſentez, ou pourquoy ils ne ſont preſents ; ce qui leur eſt facile de faire pour la petite quantité de dix. Chaque Centurien commandera ſur ſes dix Decuriens, prenant garde que chacun obſerve ce qui eſt de ſon devoir & office, comme il appartient, & jugera des differens qui ſurviennent entr'eux ; Demeurera auſſi en marchant touſiours pres de ſes 100 chariots : Et ſemblablement chaque Chiliarche commandera & prendra garde ſur ſes dix Centuriens, & le General des chariots ſur les Chiliarches, & en general ſur tous. Les commoditez qui en proviennent ſont telles.

Pour le premier, puis que la place de chaque chariot eſt cognue, on le peut facilement trouver avec les perſonnes & biens qui ſont deſſus, tant en marchant qu'en un Camp logé, ſans eſtre tenu de s'en enqueſter, moyennant que les nombres en ſoyent cognus, tendant à grande commodité non ſeulement des Officiers en l'adminiſtration de leurs affaires militaires, mais auſſi pour un chacun en particulier.

Les monſtres auſſi des chariots peuvent par ce moyen eſtre facilitées, parce que l'on peut bien voir journellement, ſans faire monſtre, s'il y en a qui manquent ; ce qu'advenant, un Commiſſaire des monſtres, ou quelqu'autre qui en a la charge, peut demander au Decurien de la file en laquelle ſe trouve l'abus, où ce chariot eſt demeuré, dont il eſt tenu ſelon les conditions, ſur leſquelles il eſt entré en office, de dire tout ce qu'il en ſçait.

Outre cela, il eſt poſſible par ce moyen en un Camp logé, de faire travailler les chariots egalement, chacun attendant ſon tour, là où autrement il y en a qui ſont eſpargnez, les autres ſe cachent, voire ſe retirent hors du Camp, gaignans ailleurs de l'argent, & la charge tombe ſur les autres Chartiers, qui font tant travailler leurs chevaux qu'ils en meurent, & ce ces Chartiers ſont ſouvent battus comme des aſnes, de ſorte qu'avec beaucoup de chariots ſe fait moins de ſervice qu'il ne ſe feroit autrement par peu, tendant au grand couſt du Païs, ce qui eſt ſouvent cauſe que pour la grande multitude de leurs chevaux, il n'y a point de fourrage pour la Cavallerie, & que pourtant il faut que le Camp deſloge avec grand des-avantage.

Es ſurprinſes, là où il faut que l'Infanterie, aille en chariot avec la Cavallerie, pour haſtivement faire le chemin, il ne faudroit faire advertiſſement au paravant pour amaſſer les chariots, parce qu'ils ſeroyent touſjours preſts.

Par ce moyen s'eviteroyent auſſi les querelles qui ſurviennent en marchant, parce que l'un chariot ne veut ceder à l'autre, car chacun deſirant d'eſtre le premier au quartier, ils courent au grand gallop ſans ordre, ſe renverſant l'un l'autre, rompant leurs chariots avec les biens, & bleſſant les hommes qui ſont deſſus. Il y a auſſi grande diſſention là où il faut que les chariots paſſent les Rivieres avec les Pontons, chacun voulant eſtre le premier, leſquelles difficultez n'arrivent point icy, parce que chaque Decurien obſerve l'ordre de ſes dix chariots, par là ſe peut auſſi prevenir le dommage de la munition de Guerre & autres biens qui ſe deſrobent des chariots, ou demeurent perdus, à cauſe que par ceſte maniere on cognoit celuy qui en doit & ſçait reſpondre, parce qu'il a ſeulement dix chariots ſous ſa charge : On peut auſſi ſçavoir ce qu'il y a chargé ſur chaque chariot, mettant en la Liſte des charges, joignant les biens, le nombre des chariots ſur leſquels ils ſont chargez.

Notez encore que les chariots eſtans ſans reguliere partition, & s'il y en manque pour executer les choſes neceſſaires, il faut que le General du Camp excuſe les Officiers d'iceux, leſquels n'en peuvent rendre compte, car il voit qu'il leur eſt impoſſible, à cauſe du deſ-ordre, par où auſſi la porte leur eſt ouverte de franchement faire leur profit au dommage du Païs.

J'ay parlé juſques icy des chariots eſtans en ſervice, mais on pourroit auſſi en marchant tenir tel ordre de partition denaire avec les chariots qui ſont hors de ſervice, faiſant touſiours marcher derriere ceux qui arrivent les derniers, ou en mettant telle regle comme on verroit eſtre convenable.

Quant à ce que quelqu'un pourroit dire, qu'il faudroit ſouvent rompre l'ordre de la regle, premierement à cauſe que quelquefois en marchant les chariots de quelques qnartiers, comme par exemple des regiments de la gendarmerie, ſuivent leur regiment, leſquels chariots n'eſtans des files entieres que par accident, il faudroit que quelques Decuriens commandaſſent ſur plus ou moins de dix chariots, & aucuns leur eſtre abſens. D'autre part le Camp eſtant logé, il advient que quelques chariots ne ſe mettent point en leur quartier, mais ſont continuellement employez par certaines perſonnes auſquelles ils ſervent particulierement, comme ceux qui apportent journellement de l'eau, du bois, & toutes choſes neceſſaires aux cuiſines des grands Seigneurs, leſquels n'eſtans de files entieres que par cas fortuit, il y auroit auſſi ſeparation des dix chariots ſur leſquels commande un Decurien, avec d'autres ſemblables accidents, qui romproyent la regle de l'ordre. Je dis là deſſus qu'on pourroit reſpondre à chacun en particulier, mais veu qu'il ne ſemble pas que cela ſe mette ſi toſt en practique, je n'y veux employer le temps, ains dire ſeulement qu'on s'en eſt ſouvenu, & cependant on peut prendre ceſte commemoration par maniere de theorie, que cela eſt poſſible avec le temps, & ſe pourroit amender, en le practiquant.

En huictieſme, on peut par ceſte partition denaire acquerir une telle commodité au faict des batteaux que celle des chariots, car les partiſſant en telle façon, & en mettant tels Officiers, & chaque Navire ayant de jour une banderolle avec ſes nombres comme il eſt dit des chariots, & de nuict des lanternes deſquelles la lumiere demonſtre la forme de tres-grandes lettres (telles que j'en ay veu) & en ſuivant une regle, comme il a eſté dit des chariots, tant en navigeant qu'eſtant aux Havres, on peut entendre par là les advantages qu'on en pourroit tirer.

En neufieſme, on pourroit par ceſte partition denaire tenir auſſi bon ordre des Pionniers & Matelots ou Tireurs de l'Artillerie, qu'avec moins de gens on expedieroit plus d'ouvrage qu'autrement avec beaucoup, chacun ayant outre cela meilleur contentement qu'en deſordre, dont on pourroit eſcrire plus amplement,



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

mais veu que cela se peut assez entendre parce que dit est de la gendarmerie, je passeray outre.

Ayant declaré jusques icy mon intention de l'utilité de la continuelle progression denaire commençant par 10, quelqu'un pourroit dire là dessus que la precedente partition Grecque, estant de continuelle progression binaire, commençant par 16, a sa particuliere utilité fort estimée de divers Autheurs, qui est que par continuelle mediation on parvient à l'unité, tellement qu'on peut diviser toutes troupes en deux parties egales, comme 16384 de la Tetraphalangarchie continuellement mediée jusques à la file, elle se trouve de 16, & divisant la mesme continuellement en deux, on trouve les moitiez de 8. 4. 2. 1. qui finissent en unité. On respond à cecy, que ceste mediation n'est pas si parfaite, & qu'elle ne parvient à l'unité comme on estime, mais cesse au Commandeur de deux files de 32 Soldats pour ceste raison. La fin de la partition est pour establir sur chaque partie un Commandeur; comme par exemple, sur 16 files commande un Syntagmatarche, sur les 8 un Taxiarche, sur les 4 un Tetrarche, sur les 2 un Dilochite, mais il n'y a point de Commandeur establi comme devant, sur la seule file de 16 hommes. Il est bien vray que le premier, à sçavoir le Conducteur de la file est tenu pour tel, mais il commande seulement sur 15, estant luy mesme un des 16. La file partie en deux, chaque troupe est de 8 hommes sans Commandeur, ou si pour l'une des moitiés on prend le premier, pour l'autre le neufiesme nommé Diomerita, ils ne commanderont chacun que sur 7, & ainsi des autres, comme les Intergatores qui commandent sur 3, & point sur 4, aussi des Antistites qui commandent sur 1, & point sur 2: De sorte que tels Officiers ne commandent point sur troupes de binaire progression, comme font les autres sur les troupes de files en montant; ce qui estoit proposé de declarer.

Quant à ce qu'on estimeroit que par la mediation de 16384 jusques à 32, qui a ses Commandeurs establis, on seroit mieux pourveu d'un Commandeur establi sur toutes les partiers des troupes, que par la partition denaire, cela ne succede point ainsi. Par exemple, la necessité requerant (comme il advient souvent en effect) qu'il faille partir une Phalangarchie de 16 enseignes Grecques en 9 & 7, ou en 10 & 6, ou en 11 & 5, ou en 12 & 4, ou en 13 & 3, ou en 14 & 2, ou en 15 & 1, il n'y a point par tout des Commandeurs establis.

Outre les susdites absurditez il y a encore sur certaines troupes & Officiers des noms impropres, tirez hors de la progression denaire, sans toutefois qu'il y ait quelque denaireté, comme de nommer decurie les 16 Soldats d'une file, & le premier d'iceux Decurien, qui toutefois ne commande point sur dix, mais sur 15: Ils nomment le Commandeur sur la troupe de 256 (comme si elle estoit de 100) *Centurio*; & la troupe *Centuria*: Le Commandeur sur la troupe de 1024 ils l'apellent (comme si elle estoit de 1000) Chiliarcha; & la troupe Chiliarchie, lequel abus de noms fait plustost conjecturer une antiquité & dignité de la progression denaire, que de faire croire qu'elle soit bien imitée.

Quant à la partition Romaine mentionnée cy-devant, laquelle (joignant l'abus des noms tirez de la progression denaire sans denarité) est fort inegale, sans observation d'aucune reguliere progression: Il est bien vray qu'elle est meilleure que de ne suivre point de regle, comme cela se fait maintenant par tout le monde, mais il ne la faut point accomparer à l'Hebraïque. Quant à ce qu'on pourroit dire sur cecy, que les actes militaires des Romains ont assez tesmoigné sa bonté: On peut respondre à cela, qu'ils eussent peu par une meilleure partition executer d'avantage en meilleur ordre & avec moindre peine qu'ils n'on fait, & le confermer par l'exemple de Tamerlan, qui en matiere de Guerre a plus fait que les Romains, les Grecs, ou quelque autre du monde, dont la memoire nous en est demeuree, lequel entretenoit en son Camp Imperial la progression denaire, comme il a esté dit cy devant au premier Article du premier Chapitre: Sur quoy je finiray ce que j'avois envie de declarer, touchant la commodité de la continuelle progression denaire en la partition de la gendarmerie, necessaire à la Castrametation reguliere.

*Fin de la Castrametation.*

NOUVEL-

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

# NOUVELLE MANIERE DE FORTIFICATION PAR ESCLUSES.

## Argument de ce traicté.

*VEu que ceſte nouvelle maniere de Fortification, ſe fait par une nouvelle maniere d'Eſcluſes inventée nagueres, laquelle pourtant eſt incognue à pluſieurs, j'en feray premierement la declaration, enſemble de l'affermiſſement de leurs fonds : En apres s'enſuivra la maniere & regle generale d'approfondir les Foſſez & Havres des Villes, ce qui en matiere de Fortification ſe peut executer par leſdites Eſcluſes : Mais parce que les exemples que je prendray ſeront d'une Ville de forme reguliere, comme eſtant idoine à la declaration de la ſuſdite regle generale, & que toutefois l'uſage ſe doit faire en effect avec des Villes, de telle forme qu'elles ſe propoſent, j'en traicteray à la fin, comprenant le tout en quatres Chapitres, deſquels les ſuſcriptions ſont comme s'enſuit :*

Le I. CHAPITRE, de la nouvelle invention des Eſcluſes.

Le II. CHAPITRE, de l'affermiſſement des fonds des Eſcluſes & Dodanes.

Le III. CHAPITRE, contenant une regle generale de la nouvelle maniere de la Fortification des Villes par Eſcluſes.

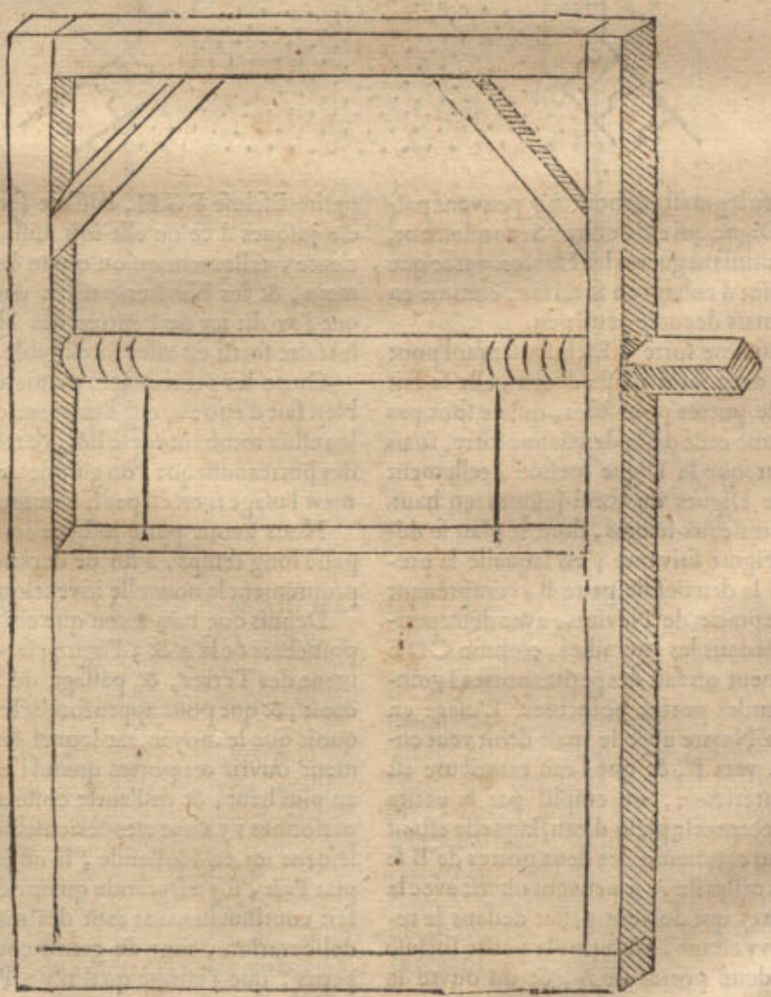
Le IV. CHAPITRE, contenant des exemples comment certaines Villes conſiſtantes en effect, ſe peuvent fortifier par les regles generales du troiſieſme Chapitre.

### I CHAPITRE.

*De la nouvelle invention des Eſcluſes.*

POur bien declarer en quoy git ceſte nouvelle invention d'Eſcluſes, je dis premierement que leur uſage conſiſte en trois diverſitez principales, comme pour approfondir les Havres, ſeicher des bas Terroirs aquatiques : Et pour faire paſſer des Navires avec leurs maſts droits. La premiere diverſité d'approfondir les Havres, & la plus commode qu'on aye fait dés long temps, eſt avec des portes d'Eſcluſes guindées à mont, comme il eſt monſtré par ceſte 1 Figure, dont l'uſage eſt tel:

1 FIGURE.



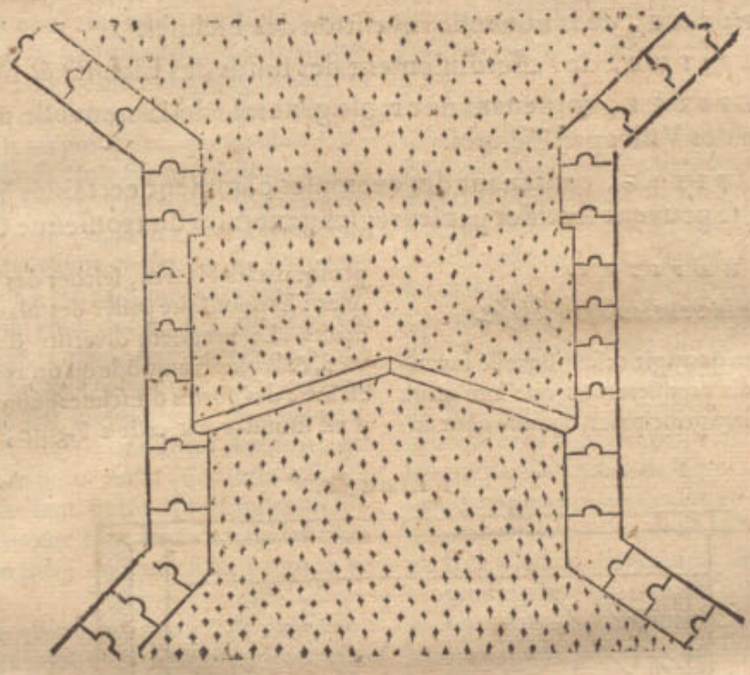


Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

La porte eſtant guindée à mont, & le flux courant au receptacle juſques à ce qu'il ſoit au plus haut, on avalle la porte, la laiſſant cloſe juſques a ce que l'eau du reflux ſoit au plus bas : & alors la porte eſtant guindée à mont, l'eau ſouſtenuë au receptacle tombe dans le Havre ſec, & l'approfondit. Ceſte profondeur ſe fait auſſi avec eau de pluye, ou de petites Rivieres, laquelle amaſſée au receptacle aſſez haute, l'on en fait comme devant : Mais les grands Navires à maſts droits ne peuvent paſſer par telles Eſcluſes, à cauſe de l'empeſchement de la porte, & de l'eſſieu par lequel on la guinde à mont.

Quant à la deuxieſme ſorte d'eſcluſes, ſervant à ſeicher les baſſes Terres aquatiques, les Eſcluſes les plus commodes à cet effect ſont celles, qui ont des portes poinctues (qu'on nomme auſſi portes tournantes) qui ſe mettent ſous les Digues, dont le plan eſt comme demonſtre la 2 Figure ſuivante, qui eſt telle que l'eau exterieure eſtant plus baſſe, les portes s'ouvrent d'elles-meſmes, quand l'eau ſort : Mais quand l'eau exterieure devient plus haute, elles ſe ferment d'elles-meſmes. Et combien que quelques uns ſe ſervent à cecy de portes guindées à mont, comme celles de la 1 Figure, ſi eſt-ce qu'elles ne ſont pas les plus commodes pour cela, car c'eſt choſe moleſte là où il y a journellement flux & reflux, d'obſerver nuict & jour le temps pour ouvrir telles portes, le guindement à mont eſt auſſi choſe laborieuſe : en outre on ne les peut faire ſi larges pour vuider beaucoup d'eau, pource quelles ſeroyent trop peſantes à guinder : Il eſt vray que les portes tournantes ont auſſi leurs incommoditez, en ce que les

2 FIGURE.



grands Navires avec les maſts debout n'y peuvent paſſer, à cauſe de la Digue qui eſt deſſus : Secondement, qu'elles n'approfondiſſent gueres les Havres, parce que l'eau n'y tombe point d'enhaut en fond ſec, comme en la premiere ſorte, mais decoule peu à peu.

Quant à la troiſieſme ſorte d'Eſcluſes ſervant pour paſſer les Navires avec leurs maſts droits, elle ſe fait avec deux paires de portes poinctues, qui ne ſont pas ſous la Digue, comme celle de la deuxieſme ſorte, mais en la Digue ſi haut que la Digue meſme, tellement qu'elles ſervent de Digues du fond juſques en haut, pour reſiſter à toutes eaux hautes, dont le plan ſe demonſtre par la 3 Figure ſuivante ; en laquelle la premiere paire eſt A, la deuxieſme paire B, comprenant entre deux un receptacle de Navires, avec deux petites Eſcluſes faites dedans les murailles, comme C D E & F G H : Autrement on fait des petites portes à guinder dedans les grandes portes poinctues. L'uſage en eſt tel : Quand un Navire avec le maſt droit veut entrer, comme de A vers B, & que l'eau exterieure eſt plus haute que l'interieure, on emplit par la petite Eſcluſe C D E, le receptacle plein d'eau, laquelle eſtant à la hauteur de l'eau exterieure, les deux portes de B ſe ſont fermées, mais celles de A ſe peuvent ouvrir avec la main, & les Navires qui doivent paſſer dedans le receptacle, leſquelles y eſtant, on ferme la petite Eſcluſe C D E, auſſi les deux portes de A, & on ouvre la petite Eſcluſe F G H, laiſſant ſortir l'eau du receptacle juſques à ce qu'elle ſoit auſſi baſſe que l'eau interieure, tellement qu'on ouvre les portes de B avec la main, & les Navires paſſent dedans le Païs. Par ce que j'ay dit icy de l'entrée des Navires, la maniere de les faire ſortir eſt aſſez intelligible.

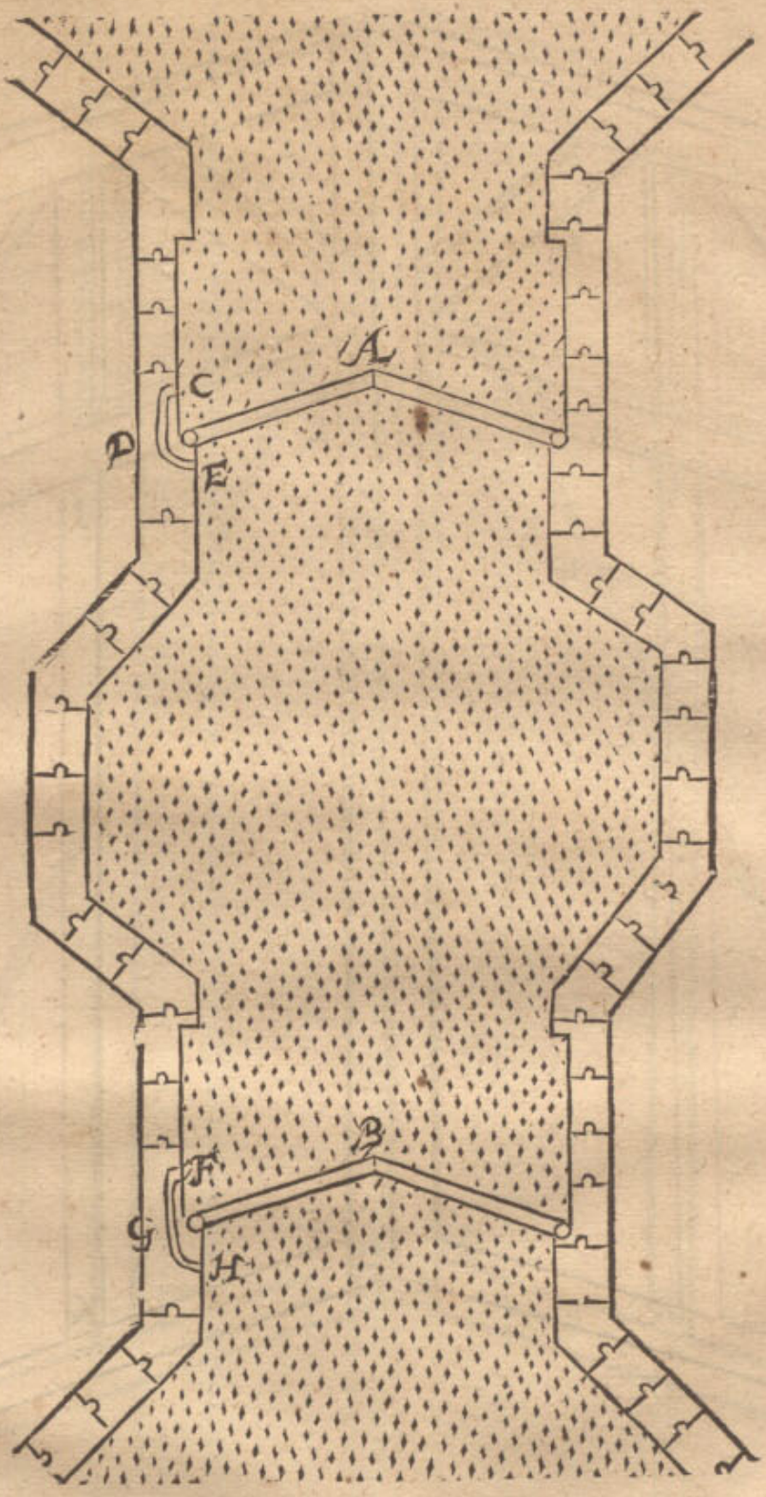
Outre les precedentes manieres de portes, on en a bien fait d'autres, qui s'ouvrent d'elles-meſmes, avec le reflux tombant ſur le lict, & remontant avec le flux : des portes auſſi que l'on guinde de coſté dedans le païs, mais l'uſage n'en eſt pas ſi commode.

Nous avons parlé juſques icy de ce qui a eſté uſité paſſé long temps, à fin de declarer par ce moyen plus proprement la nouvelle invention comme s'enſuit :

Depuis que l'on a veu que ces grandes larges portes poinctues de la 2 & 3 Figure, ſervoyent fort au ſeichement des Terres, & paſſage de Navires avec le maſt droit, & que pour approfondir les Havres, il n'y manquoit que le moyen par lequel on pourroit commodement ouvrir ces portes quand l'eau ſeroit de l'un coſté au plus haut, & de l'autre coſté au plus bas ; pluſieurs perſonnes s'y s'ont tres-ſerieuſement occupé, principalement icy en Hollande, là où és Villes, Villages, & plat Païs, il y a ſi grande quantité d'Eſcluſes, & il s'en fait continuellement tant des nouvelles, avec bonne deliberation, tant de grand couſt que mediocres & petits, que j'eſtime qu'il n'y a Païs à preſent en tout l'uni-

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

3 Figure.



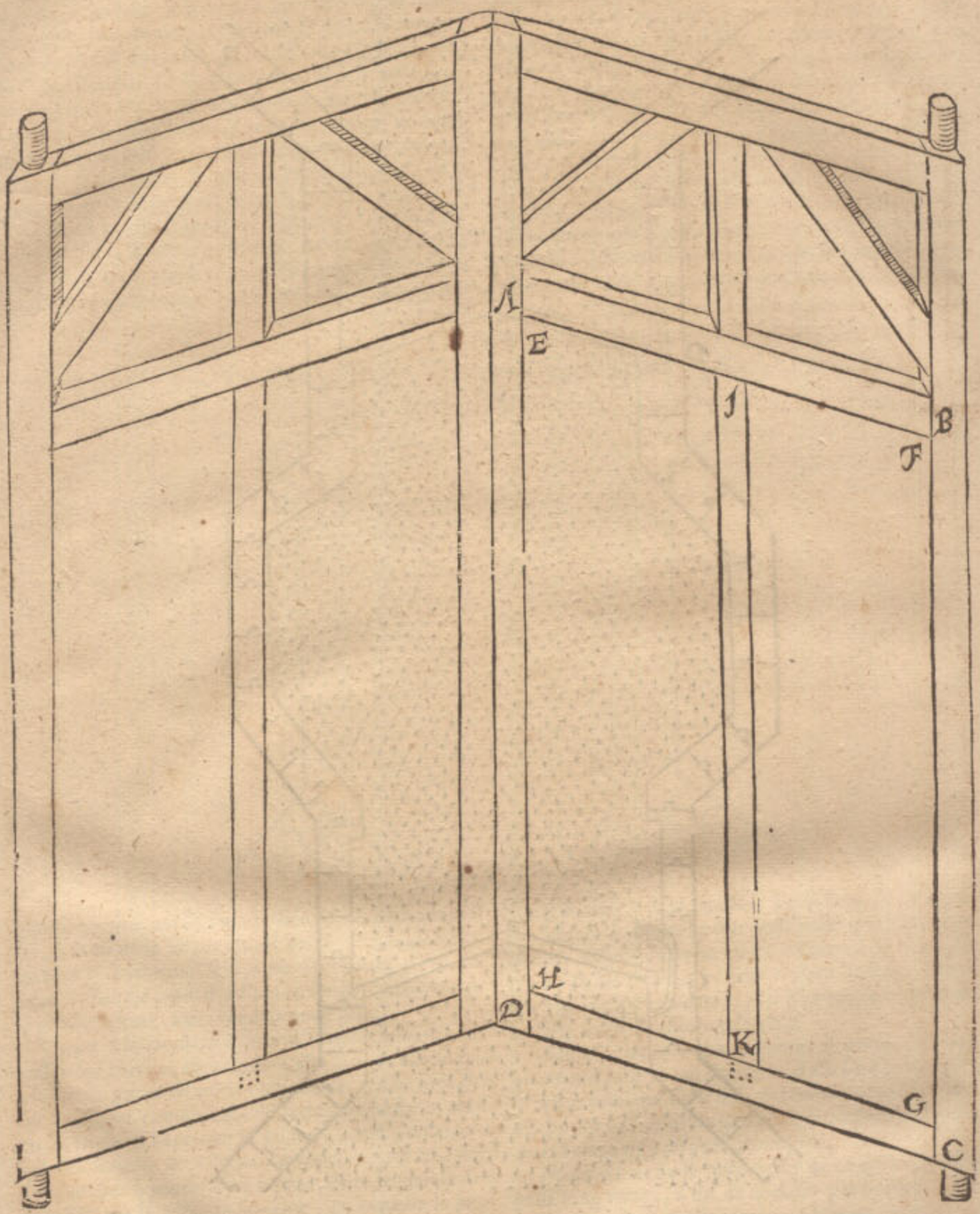

l'univers où on ayt fait plus d'experience de ceſte matiere, ny là où plus de ſubtils eſprits ayent travaillé pour cercher & trouver amendement aux Eſcluſes : D'iceux eſt venue en uſage la maniere que je declareray, & qui me ſemble la meilleure.

Soit à icelle fin par ceſte 4 Figure ſignifiée une Eſcluſe avec deux portes poinctues de ceſte qualité : ABCD eſt un chaſſis quadrangulaire, auquel ſoit une porte, comme EFGH, tournant ſur une eſguille IK pres le milieu du chaſſis, ainſi que la partie IFGK, eſt environ 5 ou 6 doigts plus large que la partie IEHK, ou autant plus ou moins que la grandeur des portes pourroit requerir, & ainſi que les trois coſtez IE, EH, HK de la moindre partie, viennent à preſſer contre des fueillieres ou fillerets faits au coſté interieur du chaſſis, mais les trois coſtez IF, FG, GK, de la majeure partie, ne viennent point contre des fueillieres, tellement que l'eau la plus haute preſſant contre ces deux parties, la porte EFGH tourneroit (parce que contre la majeure partie eſt le plus grand preſſement) juſques à ce qu'elle auroit fait environ un quart de tour : Mais pour la tenir ferme & l'ouvrir facilement, lors qu'on veut, cela ſe fait avec une barriere de fer, qui eſtant debout, comme une eſguille, & eſtant tournée, vient devant le coſté FG de la porte, la tenant fermement ſerrée.



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

4 Figure.

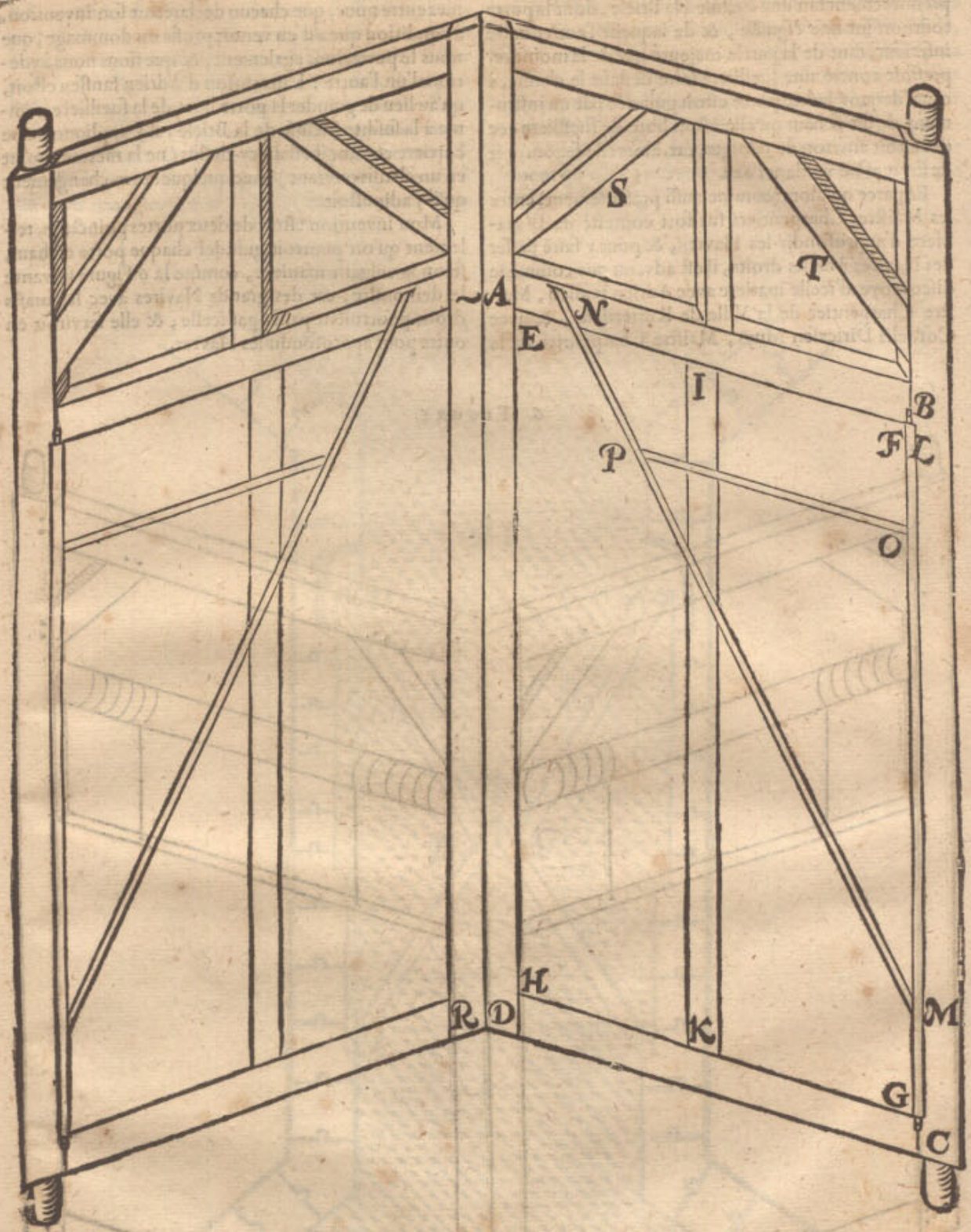



Mais pour declarer cecy plus amplement, qu'on remarque encore la 4 Figure, comme il ſe peut voir en ceſte 5 Figure, y adjouſtant la ſuſdite barriere de fer comme L M, venant devant le coſté F G, laquelle ſe tourne avec la regle M N, ayant au bout N un loquet de fer, tombant en un nez auſſi de fer, attaché du coſté d'enhaut du chaſſis. Or quand l'eau interieure eſt plus haute, elle preſſe contre le coſté interieur de la porte, & lors que du coſté exterieur la barriere de fer eſt fermée avec ſon loquet, la porte E F G H a par tout une grande fermeté, pour pouvoir porter le preſſement de l'eau ſans bouger, car les trois coſtez I F, F G, G H viennent contre les fueillieres du chaſſis, comme il eſt dit cy-deſſus; & le coſté E H contre l'arbre L M: Là deſſus il y advient encore renforcement avec les deux regles M N, O P de la barriere, qui touchent contre le coſté exterieur de la porte. Ce que j'ay dit icy de l'une des portes poinctues, s'entend pareillement de l'autre, à ſçavoir, qu'elle a ſemblable chaſſis, porte tournante ſur une eſguille & barriere de fer.

Il eſt encore à noter que les portes poinctues ſur eſguilles, ne doivent pas eſtre plus hautes que ne viennent les hautes eaux, avec leſquelles on veut approfondir le Havre, comme de D à A: Mais parce que les portes poinctues entieres doivent eſtre un peu plus hautes, à ſçavoir à la hauteur de la Digue, pour reſiſter à tou-

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

5 FIGURE.




à toutes eaux extraordinairement hautes qui viennent rarement, on fait le reſte de A en haut fermé avec des ſouſtenemens, comme pres de S, T, pour donner fermeté au chaſſis A B C D, afin qu'il ne ſe diſloque, ce qui pourroit avenir facilement ſi ce renforcement n'y eſtoit pas.

Pour parler maintenant de l'uſage, poſe que l'eau interieure ſoit au plus haut, & l'eau exterieure au plus bas, & qu'on vueille ouvrir les portes pour approfondir: Pour cecy ne faut autre choſe que lever le loquet N, & faire tourner la barriere comme l'on ouvre les autres barrieres: ce qu'eſtant fait, & le coſté F G eſtant libre de la barriere L M, la porte E F G H tourne ſur l'eſguille I K tout doucement, juſques à ce qu'elle ait fait environ un quart de tour; ce qu'eſtant ainſi, l'eau ſouſtenuë au receptacle ſort des deux coſtez de l'eſguille, approfondiſſant le Havre: Puis les deux portes avec leurs chaſſis eſtans ouvertes, les Navires avec les maſts droits y peuvent paſſer. Il faut encore noter que le cours de l'eau reçoit quelque empeſchement des deux coſtez A D & Q R, de l'eſpeſſeur auſſi des deux portes, qui amoindriſſent l'ouverture de l'Eſcluſe autant que cela monte; ceſt empeſchement ſe peut oſter, tirant les chaſſis (quand l'eau eſt en ſon cours) contre le meſme cours; ce qui ſe peut facilement faire, à cauſe que l'eau eſt alors devant & derriere d'egale hauteur.

Mais

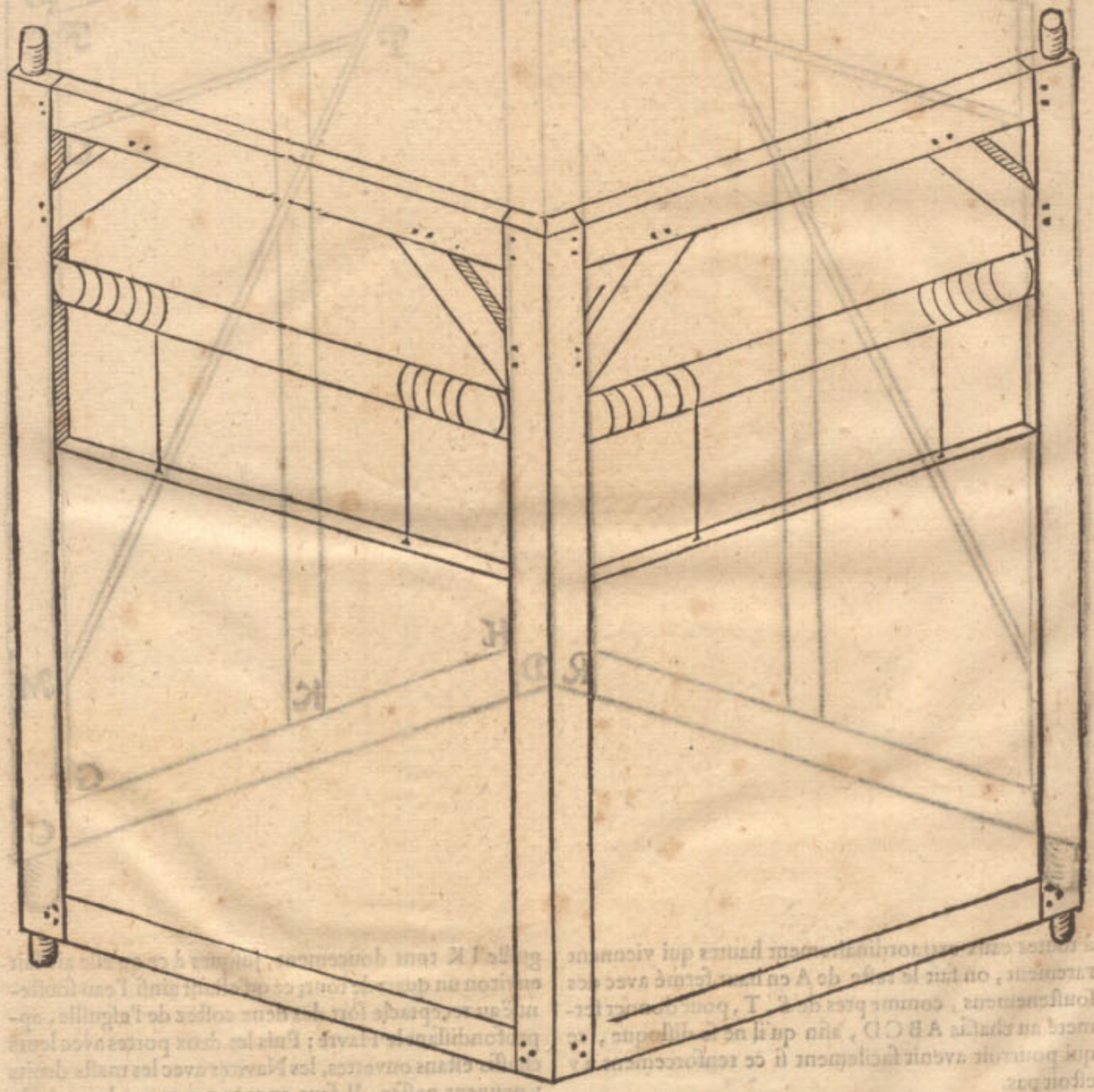
Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

Mais pour dire maintenant comment ceſte grande invention a prins ſon origine, il faut ſçavoir qu'on avoit premierement fait une Eſcluſe à la Briele, dont la porte tournoit ſur une eſguille, & de laquelle l'entier coſté inferieur, tant de la partie majeure que de la moindre, preſſoit contre une fueilliere faite dedans le chaſſis, à cauſe dequoy ladite porte eſtoit guindée par un inſtrument de fer ſi haut qu'elle eſtoit libre de fueilliere, ce qui eſtoit environ de 3 doigts, car alors elle ſe tournoit de ſoy meſme vuidant l'eau.

Et parce qu'alors (comme auſſi preſentement) entre les Maiſtres Charpentiers fut fort conteſté de la maniere d'approfondir les Havres, & pour y faire paſſer des Navires à maſts droits, il eſt advenu que comme je diſcouroye d'icelle matiere avec Adrien Ianſſen, Maiſtre Charpentier de la Ville de Rotterdam, & avec Cornelis Diricxſen Muys, Maiſtre Charpentier de la Ville de Delf, chacun de nous trois diſoit avoir ſongé quelque choſe qu'il eſtimoit eſtre bonne, & accordaſmes entre nous, que chacun declareroit ſon invention, à condition que s'il en venoit profit ou dommage, que nous le porterions egalement, & que nous nous ayderions l'un l'autre : L'invention d'Adrien Ianſſen eſtoit, qu'au lieu de guinder la porte hors de la fueilliere comme à la ſuſdite Eſcluſe de la Briele, il y appliquoit une barriere comme il eſt dit cy-deſſus (ne la mettant point en un chaſſis ouvrant) avec quelque autre changement qu'il y adjouſtoit.

Mon invention eſtoit de deux portes poinctues, tellement qu'on pourroit guinder chaque porte en haut, ſelon la vulgaire maniere, comme la 6 Figure ſuivante le demonſtre, car des grands Navires avec les maſts droits pourroient paſſer par icelle, & elle ſerviroit en outre pour approfondir les Havres.

6 FIGURE.

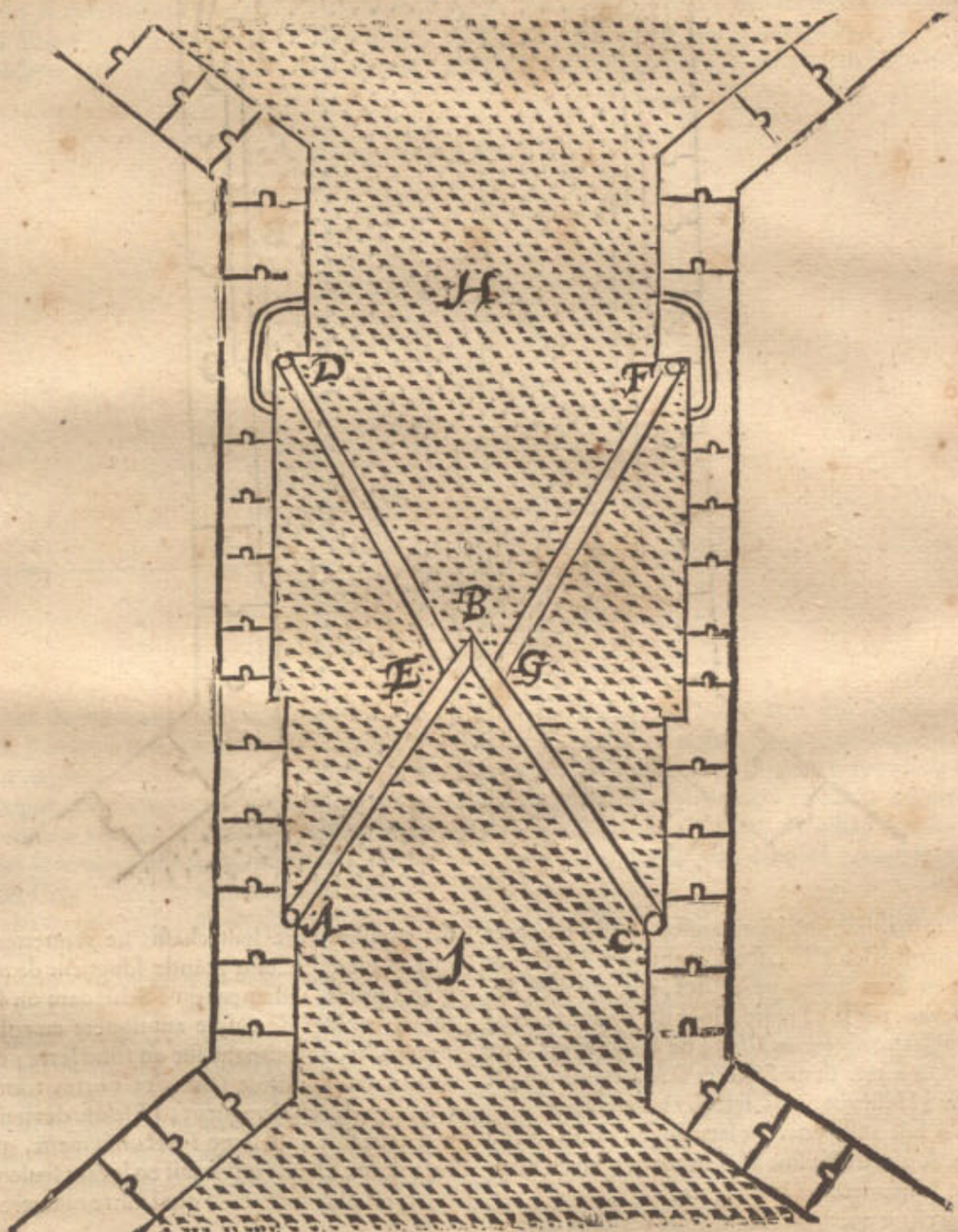


L'inven-

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

L'invention de Cornelis Diricxſen eſtoit comme il eſt demonſtré avec le plan ſuivant : Soyent par A B & B C ſignifiées deux portes poinctues, s'aſſemblants à la poincte B : Et encore une autre paire de portes poinctues comme D E & F G, entre leſquelles vient ladite poincte B : Puis il y a deux petites Eſcluſes, l'une pres de D, l'autre pres de F : L'eau baſſe exterieure eſt du coſté de H, & du coſté de I l'eau haute retenuë au receptacle : Pour declarer maintenant l'ouverture de ceſte Eſcluſe, il faut noter premierement que l'eau eſt aux deux triangles A E D, C G H de la hauteur de la plus haute eau interieure I, avec quoy les deux portes D E, F G preſſent contre la poincte B des deux portes A B, C B, leſquelles neantmoins demeurent cloſes enſemble : Mais l'eau des ſuſdits deux triangles A E D, C G F, eſtant vuidée par les deux petites Eſcluſes pres de D & F, il n'y a alors aucun preſſement contre les deux portes D E, F G, comme auparavant, mais vient contre les deux portes A B, C B, qui s'ouvrent pourtant & pouſſent les autres deux portes D E, F G, tellement qu'elles s'ouvrent auſſi, l'eau ſortant ainſi qui fait la profondeur.

7 Figure.

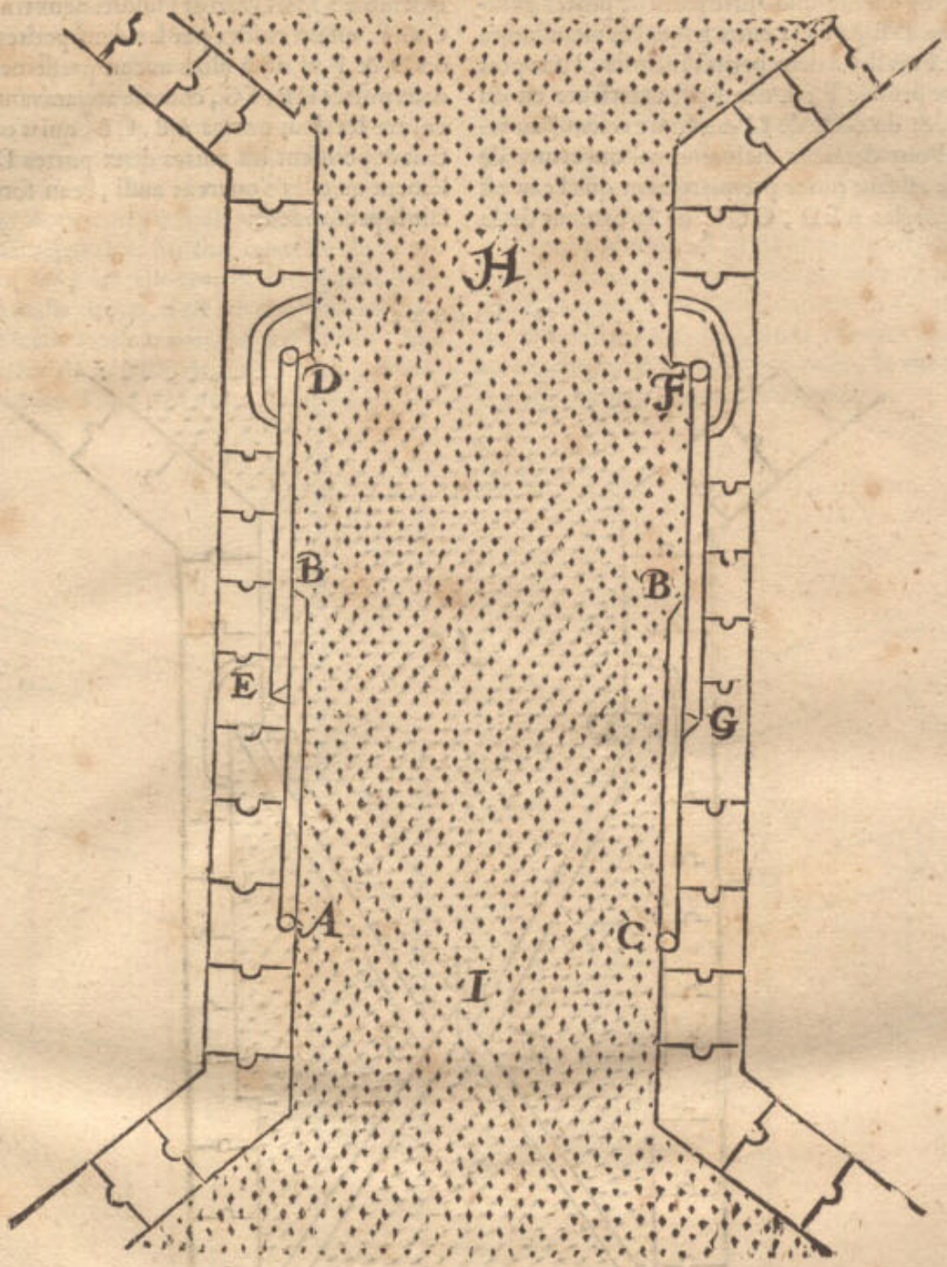



Mais

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

Mais pour demonſtrer la diſpoſition d'icelles portes ouvertes, je marque ceſte 8 Figuere.

8 Figure.




La ſuſdite maniere d'Adrien Ianſſen, a eſté en après amendée par Adrien Diricxſen Charpentier à Delf, & appliquée en deux portes poinctues, comme il eſt declaré cy-devant par la 5 Figure, dont il a obtenu octroy des *Tres-Puiſſants Seigneurs les Eſtats*, de les pouvoir faire luy ſeul : On a mis deux Eſcluſes à Maſelantſluys, & encore une à Hellevoetſluys, ſelon cette maniere.

On en a fait auſſi une à Vlaerdingen, une autre à Schiedam, & une troiſieſme à Winnoxbergen en Flandres, ſelon la maniere de la 7 Figure.

Mais s'il eſtoit queſtion, laquelle de ces deux manieres eſt la meilleure, & ſi j'en devois dire mon advis, il ſeroit que les portes de la 5 Figure me plaiſent par deſſus les autres : Premierement, pource que chacune des quatre portes de la 7 Figure ſont environ deux fois auſſi longues que chaque de la 5 Figure, à cauſe que l'angle D E A en la 7 Figure, doit eſtre fort obtus pour les pouvoir ouvrir, laquelle ouverture ſeroit impoſſible ſi cet angle eſtoit droit, tellement qu'icelles portes ſont auſſi longues que l'Eſcluſe eſt large ; celle de Schiedam eſt de 30 pieds ; là où les Eſcluſes à portes tournantes ſur eſguilles avec leur chaſſis ne requerrent chacune que 16 pieds : Ceſte grande longueur de portes cauſe grand poids, tellement qu'à Schiedam on les fait aller ſur des roulles de cuivre appliquées au coſté inferieur des chaſſis, & tournant ſur un fond ferré ; de ſorte que quand on voudroit faire des portes tournantes ſur eſguilles de telle longueur, l'Eſcluſe deviendroit environ deux fois auſſi large : Secondement, que l'ouverture d'une Eſcluſe qui ſe fait en levant ſeulement un loquet, eſt plus commode que l'autre maniere.

## II Chapitre.

### *De l'affermiſſement des fonds des Eſcluſes & Dodanes.*

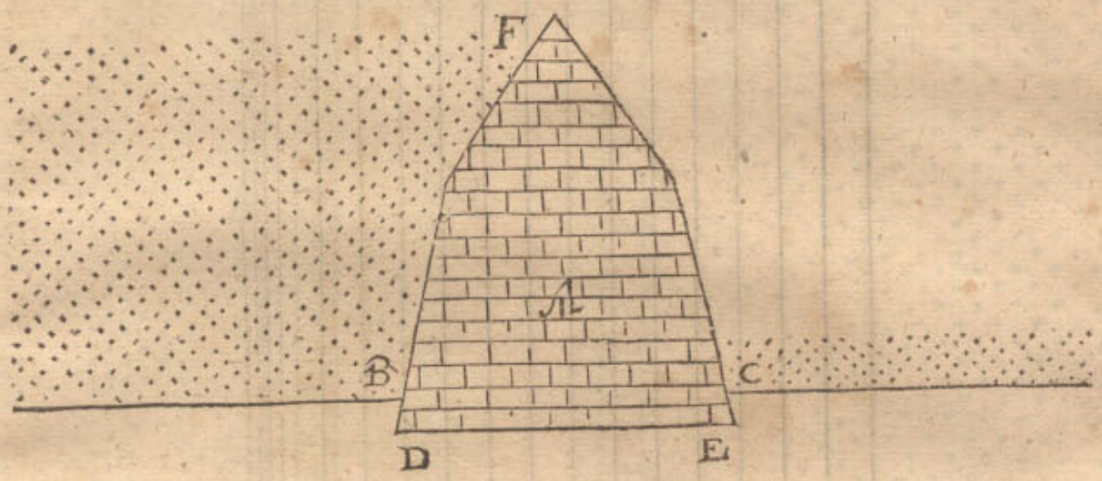
QUoy que les fonds des Eſcluſes & Dodanes ou Retenuës ſe facent en ces Païs d'une bonne prevoyance, & grand couſt, toutefois on n'a ſçeu parvenir à telle aſſeurance, qu'il n'en advienne ſouvent des grands inconvenients par les hautes eaux, deſquelles les

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

les fonds ſont tellement ruinez ou minez, que les Eſcluſes deviennent infructueuſes, les Dodanes tombent & s'enfonçent bien avant ſous l'eau, noyant le Païs. Mais puis que cecy advient à des Eſcluſes qui à beaucoup pres, n'ont telle largeur & profondeur, que les Eſcluſes d'eſguilles propoſées, par leſquelles paſſeroyent les plus grands Navires; quelqu'un pourroit douter, & non ſans raiſon, ſi ceſte imperfection de fonds ne ſeroit point cauſe finalement de ne pouvoir ſuivre ce qu'on en attend: Mais parce que mon opinion eſt toute autre, je deſcriray premierement, pour bien la declarer, la cauſe d'icelle imperfection, à fin que par telle cognoiſſance ceſte maniere d'affermiſſement puiſſe avoir meilleur ſuccés.

Soit à ceſte fin A relief d'un Dodane, B l'eau exterieure, C l'eau interieure, ou le foſſé, D E le fond ſur lequel git le Dodane: Ceſte eau exterieure B venant environ le ſommet du Dodane pres F, comme il arrive quelquefois, il y a deux cauſes principales qui le font tomber: Premierement la profonde rupture, qui avec telles eaux extraordinairement hautes vient quelquefois au pied du Dodane là où auparavant, on n'avoit point eſté: Ceſte rupture venant plus bas que la maſſonnerie du Dodane, & puis deſſous le Dodane, ruine & diſſipe le fond, renverſant le Dodane: Et combien que telle rupture n'advienne pas quand on met le Dodane plus en arriere, auſſi loing de l'embouchure du foſſé que le flot de la Riviere n'y vienne point alencontre, il y a l'eau eſtant baſſe, un bout de foſſé ſec, depuis le Dodane juſques à l'embouchure, endommageable à la Fortification de la Ville. L'autre cauſe eſt le preſſement, qui, telle eau eſtant extraordinairement haute, eſt ſi extremement fort, que le coulement de l'eau haute ſous le Dodane de B par D E juſques en l'eau baſſe C,

1 FIGURE.




acquiert la force de mouvoir ou remuer le ſable; ce qui eſtant venu ſi avant, ce remuement devient ſubitement de grand en plus grand, procedant comme le feu és maiſons, lequel commençant par un petit feu, s'augmente incontinent: De ſorte que le fond eſtant diſſipé, le Dodane ſe rompt, & aucunefois s'enfonçe entierement ſous l'eau: Ces deux cauſes adviennent a quelques Dodanes enſemble, qui alors le font tomber plus facilement.

Quant au hiement de pieux pour le renforcement du fond des Dodanes, on ne pourvoit pas par là à ces deux inconveniens, veu que la diſſipation du ſable, enſemble le preſſement de l'eau au travers du ſable, prend ſon cours entre les pieux: Tellement que la cauſe de ces inconveniens ſemble plus advenir, parce qu'on n'en peut trouver regle baſtante, que par la faute des Ouvriers ou Entrepreneurs d'ouvrage, leſquels on accuſe aucunefois à tort.

Mais d'autant qu'on peut maintenant mieux pourvoir à ces deux inconveniens, que l'on n'a fait par cy-devant, & cela avec des pieux hiez, ouvrez, & attachez en la longueur l'un à l'autre avec des queuës d'arondelles, j'en mets icy ceſte 2 Figure, en laquelle il faut ſçavoir que la largeur d'une queuë d'arondelle eſt environ la troiſieſme partie de l'eſpeſſeur du pieu, les bouts inferieurs ſont coupez de biſhay, à fin qu'en hiant l'on face preſſer chaque pieu contre le pieu qui eſt hié.

Notez qu'encore bien que ces pieux ſoient marquez quarrez pour labienſeance, que toutefois il eſt libre de les faire plats ſeulement les deux coſtez, auſquels viennent la queuë d'arondelle & fueilliere, laiſſant demeurer la rondeur arbreuſe des deux autres coſtez, à fin que par ce moyen le pieu comprenne plus de bois, à moindre couſt du labeur. En outre, on peut faire les queuës d'arondelles d'une regle de bois particuliere, & l'attacher de cloux contre l'un des coſtés plats du pieu, & contre l'autre coſté deux regles particulieres, auſſi clouées, comprenant la fueilliere entre deux, car ainſi le pieu des deux coſtez tient auſſi plus de bois, & avec moindre couſt de labeur, que s'ils eſtoyent faits par cavement du bois des pieux.



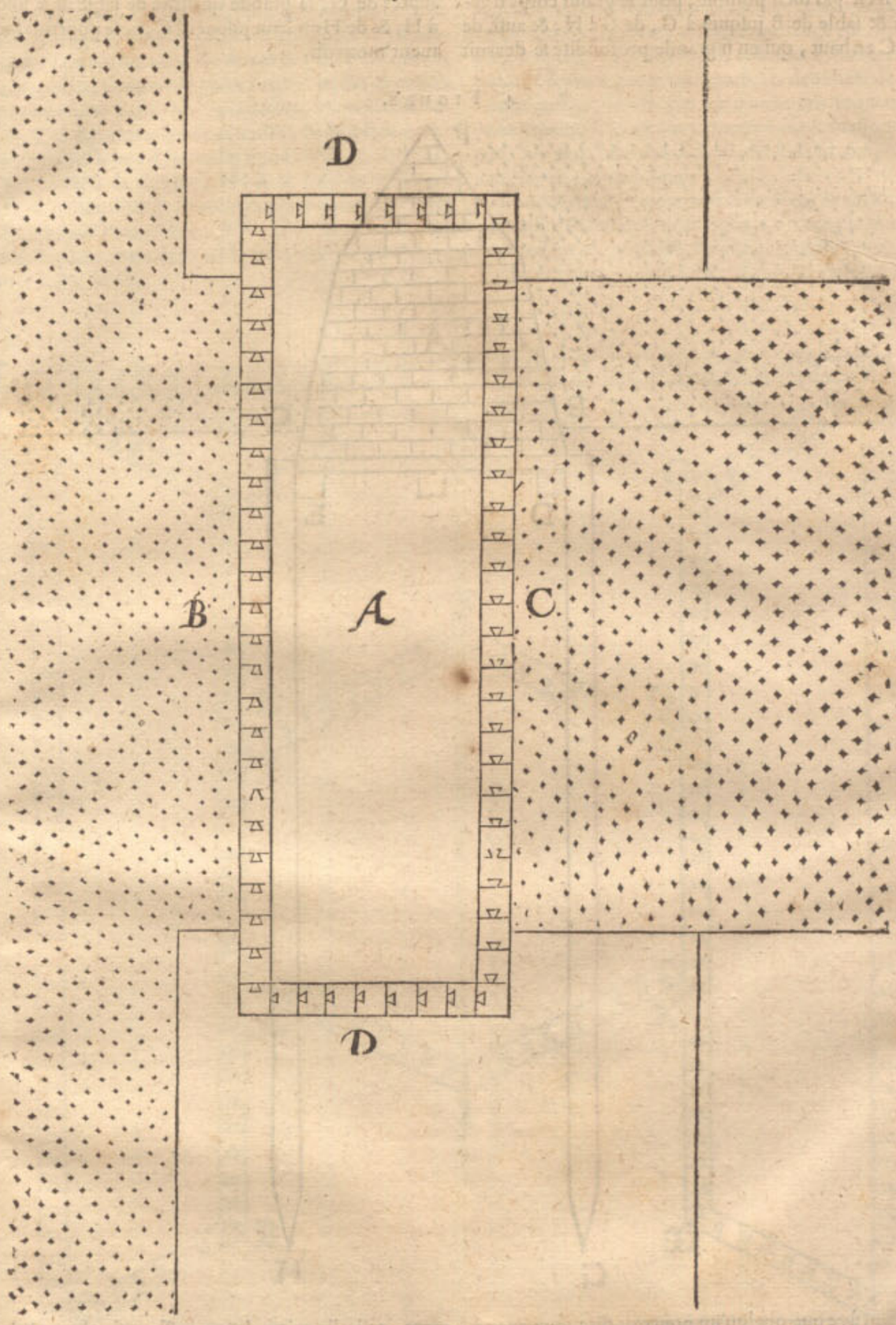
Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

2 FIGURE.

Pour declarer maintenant comment les fonds des Dodanes ſe peuvent aſſeurer avec ces pieux à queuës d'arondelles, j'en donne premierement le plan de ceſte 3 Figure, en laquelle A ſignifie le fond du Dodane, eſtant un quadrangle comprins en pieux à queuës d'arondelle, qui ſont hiez bien profond, & dont ſe voyent icy ſeulement les ſommets, B eſt l'eau exterieure, D la Digue: Le ſable ou fange qui eſt dedans le quadrangle A, ſe tire en haut ſous l'eau, avec des outils tels que ceux dont on tire les tourbes en Hollande, qui ſe fait bien juſques à la profondeur de 20 pieds (j'ay dit icy ſous l'eau, ce qui eſt à fin que le ſable flottant ne monte en haut) apres on hie en ce puits quadrangulaire des pieux ſans queuës d'arondelle, pour porter la maſſonnerie: apres on emplit les places vuides entre les pieux de bonne argille. Notez encore que ce Dodane vient aux deux bouts D dedans la Digue, & non ſimplement alencontre, depeur qu'à cauſe du trop peu de

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

3 Figure.




de matiere, il advienne un tel percement de costé, qu'il est advenu pour le peu de matiere dessous le Dodane, dont nous avons parlé cy-devant en la premiere Figure.

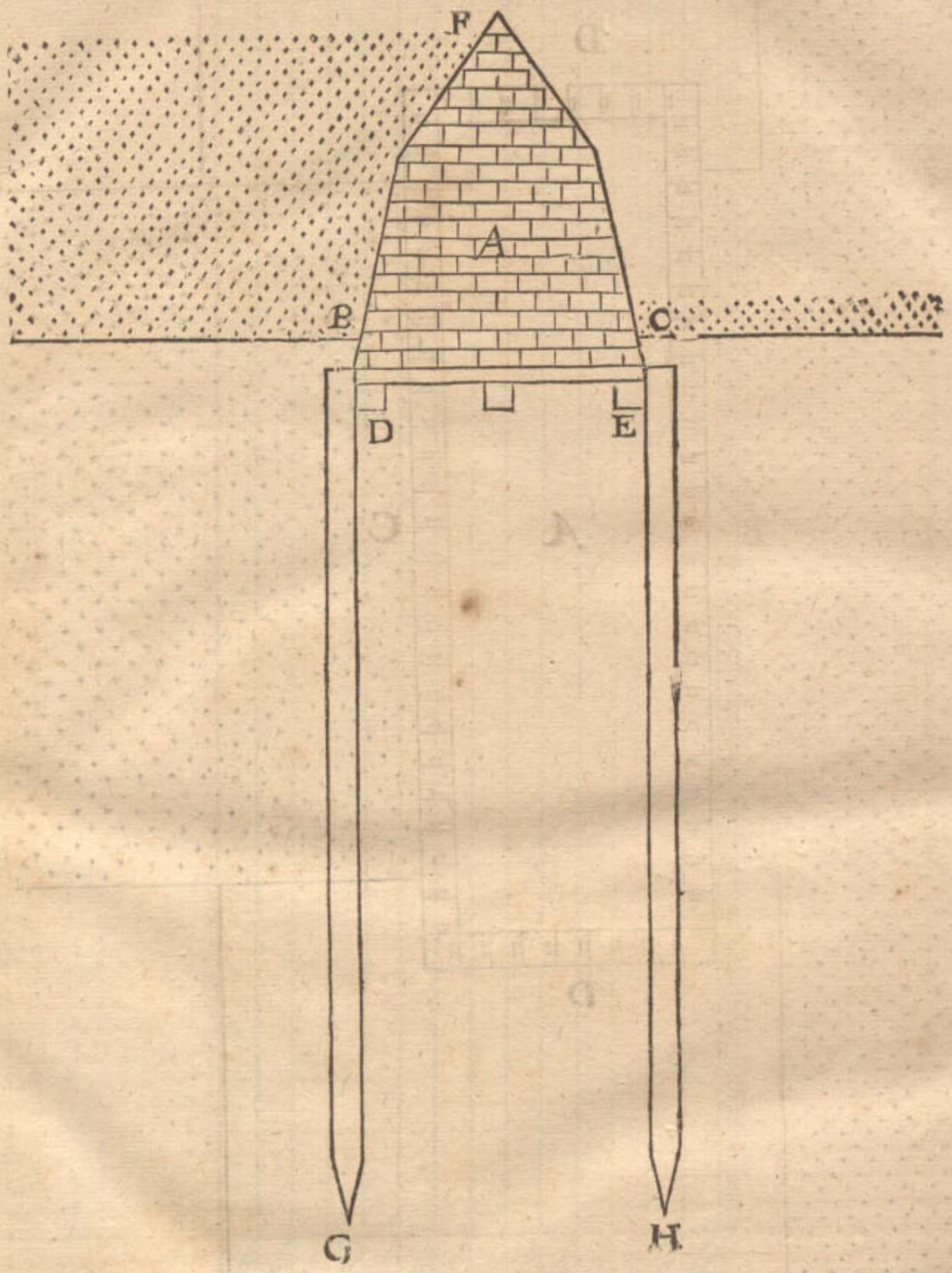
Cecy estant ainsi, on maçonne sur ce fond un Dodane de pierre, dont le profil est comme demonstre ceste 4 Figure, en laquelle A, B, C, D, E, F sont de telle signification qu'en la 1 Figure, & on y applique encore les pieux à queuës d'arondelle P G, C H : Il appert en icelle Figure comment on pourvoit contre les susdites deux causes, car y ayant devant le Dodane une profondeur de 20, 30 ou 40 pieds, & que les pieux demeurent encore trois ou quatre pieds dedans le sable, le fond du Dodane demeure en son entier : Et apres que l'eau haute est finie, la Riviere est ordinairement encline de porter du sable en ceste profondeur, comme elle estoit auparavant. Quant à la deuxiesme cause du grand pressement de l'eau qui ruine le fond, cela est icy aussi empesché, car si le Dodane recevoit de dessous quelque coulement, cela se devroit faire dessous les



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

pieux à queuë d'arondelle, comme pres G & H, mais cela n'eſt pas bien poſſible, pour le grand corps d'argille & ſable de B juſques à G, de G à H, & auſſi de H à C en haut, qui en ſi grande profondité ſe devroit mouvoir : Et encore qu'il ſeroit diſſipé de B juſques auprés de G, la grande quantité de ſable de B juſques à H, & de H en haut juſques à C, ne ſe pourroit facilement mouvoir.

4 FIGURE.




Quant à ce que quelqu'un pourroit dire, que quand il arrive devant les pieux de B juſques à G, une plus grande profondeur que la longueur des pieux, & que la diſſipation du ſable vient plus avant ſous le Dodane deſtruiſant le fond, qu'il faut alors que le Dodane avec les pieux, & tout ce qu'il y a dedans vienne à tomber : On reſpond là deſſus, qu'il y a grande difference entre un fond comme ceſtuy-cy, qui ne ſe peut diſſiper que par une precedente profonde ruine, & un fond qui ſe diſſipe ſeulement par preſſement ſans precedente ruine, comme celuy de la 1 Figure : Auſſi qu'il advient rarement, qu'icelle ruine vienne auſſi profonde que la longueur de longs pieux.

J'ay bien communiqué ceſte mienne opinion de pieux à queuës d'arondelles à quelques Ingenieurs, dont s'en eſt enſuivi qu'on a mis en ces Païs devant quelques baſtiments au bord de l'eau, des planches 3 ou 4 pieds de profond, & eſpaiſſes ſeulement de deux doigts, avec des fueillieres triangulaires fichées l'une en l'autre, mais telles planches ne peuvent ſupporter la hie pour venir à la profondeur cõpetente ; mon intention eſt de tels pieux à queuë d'arondelles, comme j'ay declaré cy-devant.

Cecy

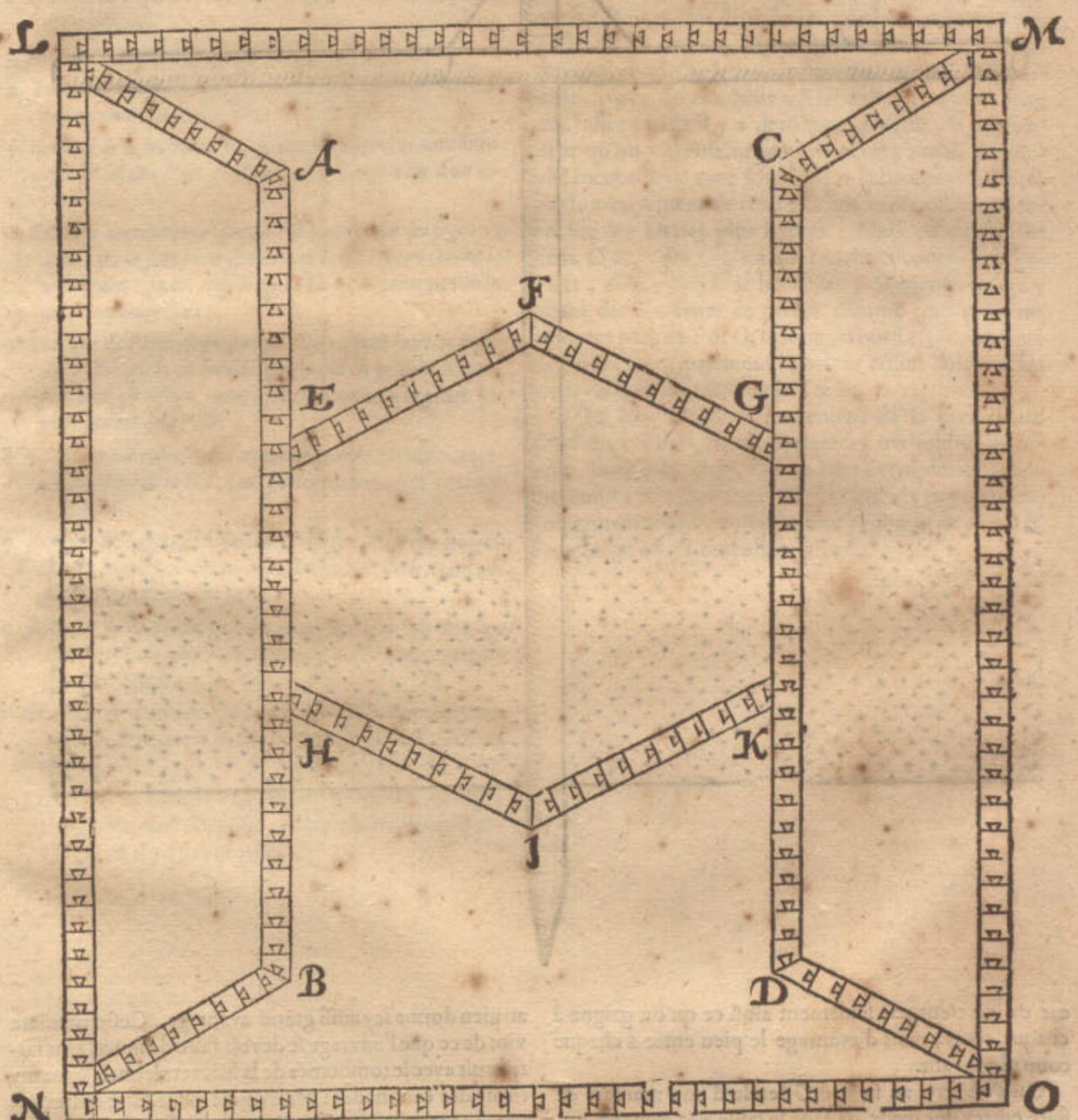
Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

Cecy eſtant dit des fonds des Dodanes, je viendray maintenant aux fonds des Eſcluſes, mettant à icelle fin le plan de ceſte 5 Figure, qui comme la 3 Figure conſiſte auſſi en rangs de pieux à queuës d'arondelles (c'eſt aſſavoir qu'il y a encore en icelle autant de pieux ſans queuës d'arondelles, comme requiert l'eſpeſſeur des murailles & contreforts pour repoſer là deſſus) entre leſquelles AB, CD ſignifient les deux jouës, & la place comprinſe entre deux eſt le ruiſſeau pour le cours de l'eau, EFG ſe ſueil de devant, HIK le ſueil de derriere, AL, CM les aiſles de devant, la place entre deux eſt le lict ſur lequel l'eau tombe, BN, DO les aiſles de derriere, la place entre deux eſt le lict, encore y a-il deux rangs LN, MO.

Des pieux eſtant ainſi fichez que tant leurs ſommets que les pointes inferieures ayent leur competente profondeur, on en tirera toute la matiere (comme il eſt dit cy-devant du Dodane) de ſable ou fange, & on remplira les places avec de l'argille chacune à ſa hauteur requiſe, à ſçavoir que le ruiſſeau & les deux licts demeureront auſſi profonds que les conditions requierrent, pour fabriquer là deſſus l'aire de bois & maſſonnerie, mais les deux places LABN, MCDO auſſi hautes d'argille comme la Digue.

Pour declarer maintenant la fermeté de tel fond, je dis ainſi : Si lon poſe que les pieux du rang LM ont la profondeur de 40 pieds, il s'enſuit qu'encore que l'eau tombante outre iceluy LM, feroit un puits profond

5 Figure.




de 30 pieds, le lict LAEFGCM, & tout le reſte demeure ferme : Secondement, encore qu'avec le temps l'argille comprinſe entre les ſuſdits pieux à queuë d'arondelle ſeroit diſſipée bien profondement (ce qui ſe peut remplir & reparer) ſi eſt-ce que l'Eſcluſe demeurera toutefois fermement cloſe, car les portes eſtans fermées, les pieux à queuë d'arondelle font par tout ferme cloſture.

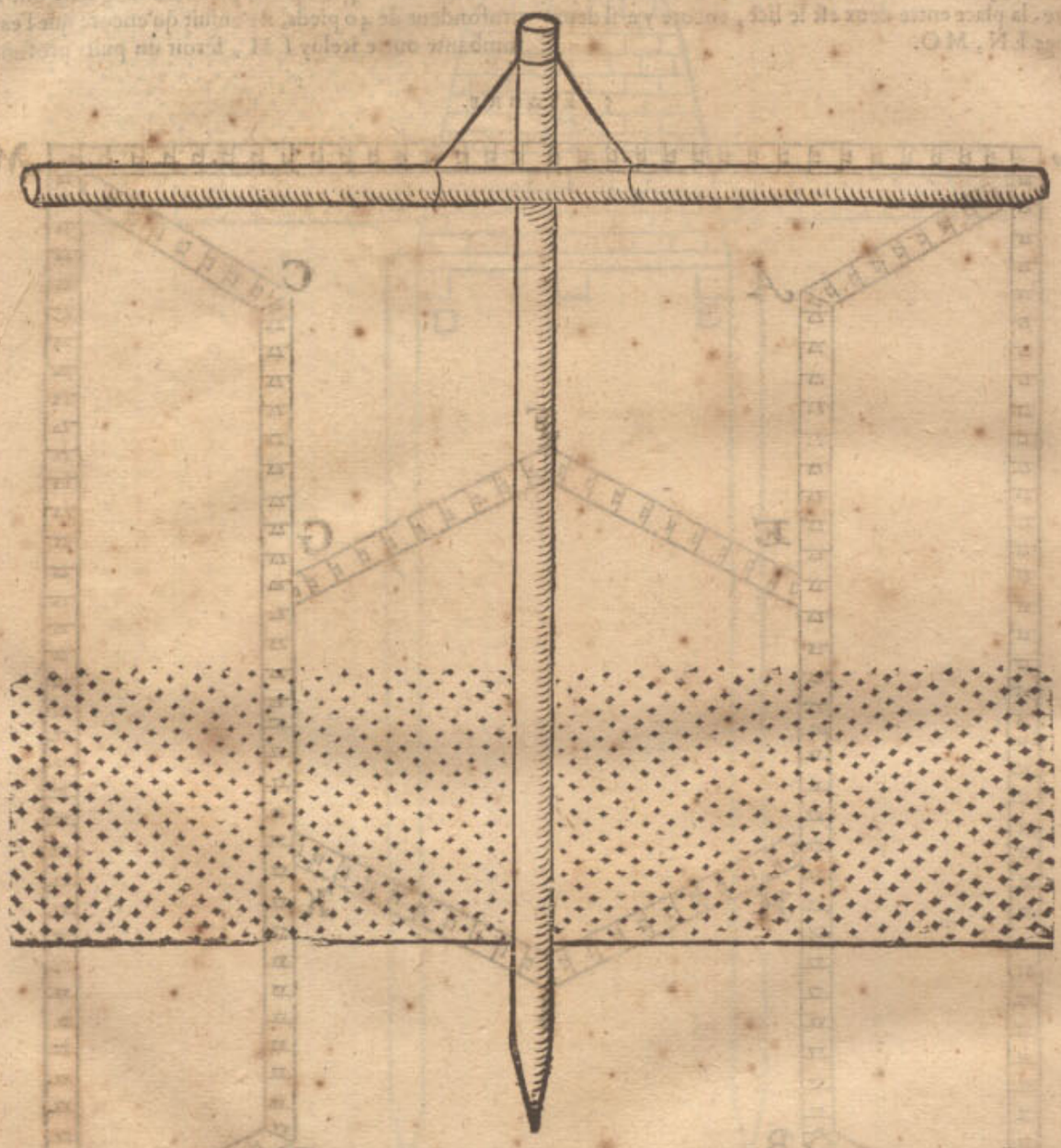
Il faut encore ſçavoir, qu'il eſt utile de mettre pres le bout du lict des groſſes pierres, auſſi peſantes qu'elles ne ſe meuvent par la cheute de l'eau, à fin d'en garder le fond, car il pourroit advenir que le ſable ſeroit cavé plus profondement que n'eſt la longueur des pieux à queuë d'arondelle, ce qu'advenant le fond du lict ſe diſſiperoit, & autre malheur en pourroit enſuivre.



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

Notez encore qu'il a bien eſté parlé icy de l'aſſeurance des fonds avec des pieux, eſtans hiez à la profondeur de 40 ou 50 pieds, mais quelqu'un pourroit penſer que cela eſt par tout impoſſible, à cauſe que les pieux venant à toucher le ſable flottant, ne veulent entrer plus avant. On reſpond à cecy, que cela ſe dit & ſe croit ainſi en ces Païs; mais il en eſt autrement, car pendant aſſez de poids au ſommet du pieu ils ſe hient bien avant dans le ſable flottant, ſans puis apres ſe lever ou tomber: Cecy a eſté en uſage à Melving en Pruyſſe, là où l'Architecte de ceſte Ville, nommé Maiſtre Martin, natif de Haerlem, me dit avoir aprins cela d'un ouvrier Polonois, qui hioit avec les autres, lequel voyant qu'on deſiſtoit de hiër, parce qu'on eſtoit parvenu au ſable mouvant, ſans pouvoir venir plus avant, diſoit & monſtroit par effect comment on hioit en ſon Païs; ce qui ſe faiſoit avec un des pieux qui flottoyent en l'eau, qu'on pendoit au pieu qu'on hioit, comme ceſte 6 Figure demonſtre, par laquelle ſe peut entendre que tant plus on pend de poids au pieu, que tant meilleur en eſt le ſuccés;

6 Figure.



car on ne tient pas ſeulement ainſi ce qu'on gaigne à chaque coup, mais d'avantage le pieu entre à chaque coup plus avant.

On s'eſt ſervi au ſiege d'Oſtende d'une maniere de faire entrer des pieux dedans le ſable par remuement, à ſçavoir tirant avec des cordes d'un coſté & d'autre, & cela ſans ceſſe, juſques à ce qu'ils avoyent leur profondeur competente; car eſtant coy auſſi long temps que la ſable ſe ſoit aſſis, on ne ſçait en apres remuer le pieu: Et eſt à noter que le ſuſdit pendement de poids au pieu donne icy auſſi grand avantage. Ceſte maniere vint de ce que l'ouvrage ſe devoit faire de nuict, ſans faire bruit avec le tombemẽt de la hie, vers lequel l'ennemy tiroit des canonades: Mais on ne peut faire entrer ces pieux par tel remuement, à cauſe qu'ils ſont fichez les uns aux autres avec les queuës d'arondelles, tellement que cecy eſt ſeulement recité pour memoire. Il faut auſſi ſçavoir, qu'on ne ſe peut ſervir de ce remuement quand deſſous le ſable il y a de l'argille, fange ou ſemblable matiere ferme, par laquelle il faut hiër les pieux.



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

## III Chapitre.

*Contenant une regle generale de la nouvelle maniere de fortification des Villes par Eſcluſes.*

### ARGUMENT DE CE Chapitre.

AYant parlé en l'Argument de ce Traicté de la difference en general entre ce 3 Chapitre & le 4; laquelle ſuivant les ſuſcriptions particulieres des exemples de ce 3 Chapitre ſera comme s'enſuit:

1 *Exemple d'une Ville ſituée au bord de l'eau, là où les Dunes ou Digues viennent contre les remparts, & requerrent amendement.*

2 *Exemple de l'amendement de la Ville du premier exemple par deux Eſcluſes.*

3 *Exemple des Ravelines devant les Eſcluſes.*

4 *Exemple des Moulins joignant les Eſcluſes, & des Ravelins devant iceux, avec l'utilité qui en procede.*

5 *Exemple de la meilleure fortification & autres commoditez, que la ſuſdite Ville acquiert par le fouiſſement d'un autre foſſé.*

6 *Exemple contenant la maniere d'approfondir les foſſez des Villes qui ne ſont point ſituées aux bords de l'eau comme les precedentes, mais auſſi loing de là qu'on pourroit mettre un Camp entre deux.*

7 *Exemple de l'approfondiſſement, qu'on peut faire és foſſez des Villes ſituées au bord de la Mer, ou de grandes Rivieres ſans flux & reflux, mais ayant ſeulement une petite Riviere venant à la Ville.*

8 *Exemple pour approfondir avec une grande Riviere navigable ſans flux & reflux, ſans petites Rivieres auſſi venantes à la Ville.*

9 *Exemple de l'approfondiſſement des foſſez des Villes loing de la Mer, ou de grandes Rivieres navigables, mais ayant une petite Riviere non navigable.*

10 *Exemple de l'amendement des receptacles qui ſont en uſage aux plats Païs, tant pour approfondir les Havres, que pour ſecher les Terres.*

11 *Exemple de l'approfondiſſement des foſſez par tourbieres (qu'on nomme en Hollande Venen) où l'on fouit des tourbes.*

12 *Exemple de la maniere d'approfondir les Rivieres ou Foſſez navigeables entre deux Iſles, ou entre Terre ferme & une Iſle, là où il y a flux & reflux.*

### 1 Exemple.

*D'une Ville ſituée au bord de l'eau, là où les Dunes ou Digues viennent contre les remparts, & requerrent amendement.*

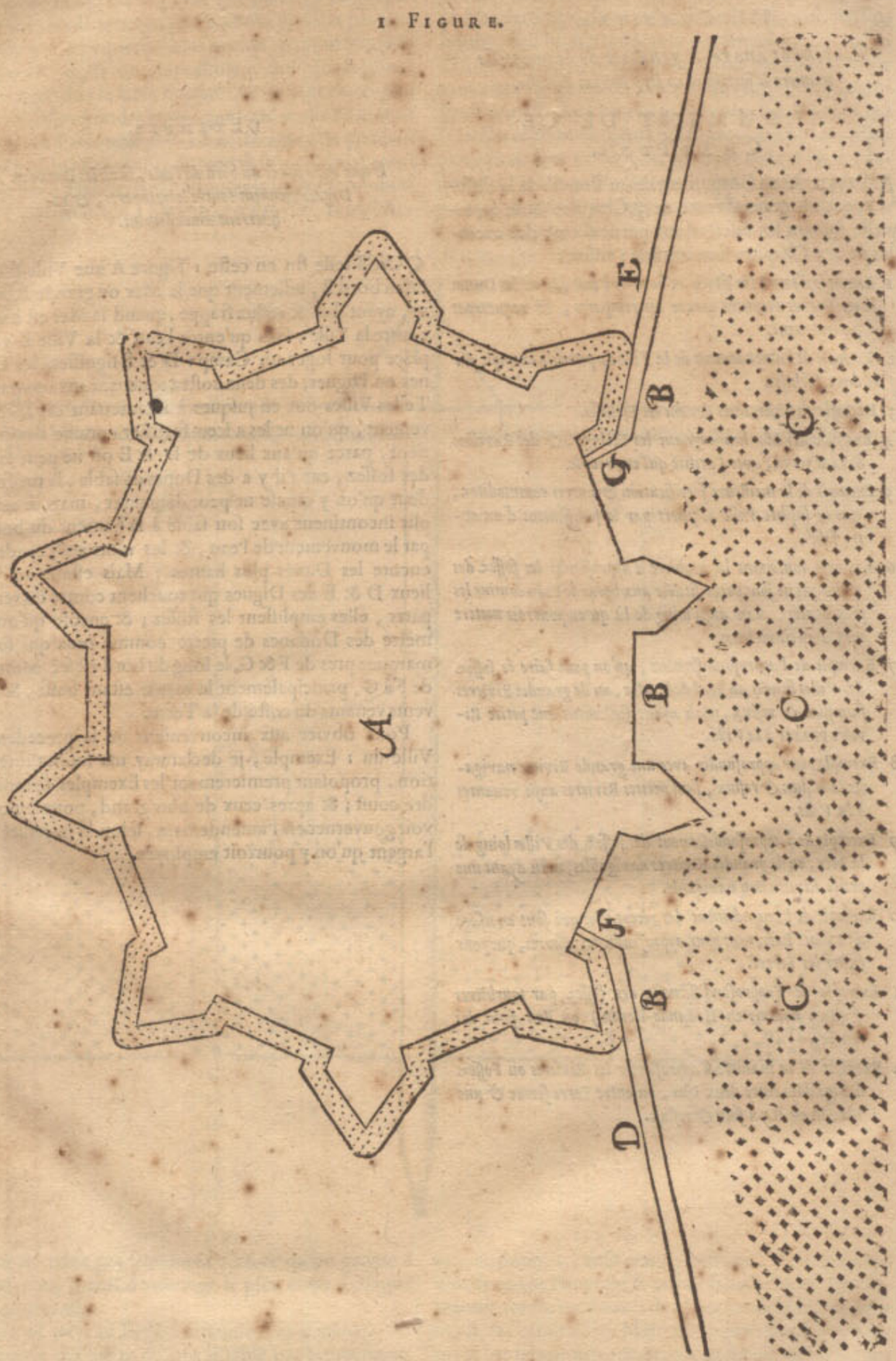
SOit à telle fin en ceſte 1 Figure A une Ville ſituée au bord B, tellement que la Mer ou grande Riviere, ayant flux & reflux frappe, quand la Mer eſt haute contre la Ville, ſans qu'entre l'eau & la Ville il y ait place pour loger un Camp: D & E ſignifient les Dunes ou Digues, des deux coſtez touchant aux remparts. Telles Villes ont eu juſques à maintenant cet inconvenient, qu'on ne les a ſceu fortifier comme il appartient, parce qu'aux lieux de D & E on ne peut faire des foſſez, car s'il y a des Dunes de ſable, la profondeur qu'on y creuſe ne peut demeurer, mais ſe remplit incontinent avec ſon ſable à la hauteur du bord, par le mouvement de l'eau, & les vents auſſi rendent encore les Dunes plus hautes: Mais eſtant auſdits lieux D & E des Digues qui touchent contre les remparts, elles empliſſent les foſſez; & encore qu'on y mette des Dodanes de pierre comme ceux qui ſont marquez pres de F & G, le long du bord eſt ſec, comme de F à G, principalement la marée eſtant baſſe, & les vents venants du coſté de la Terre.

Pour obvier aux inconveniens de la precedente Ville du 1 Exemple, je declareray ma ſuſdite intention, propoſant premierement les Exemples de moindre couſt; & apres ceux de plus grand, pour ſe pouvoir gouverner en l'amendement, ſelon la neceſſité & l'argent qu'on y pourroit employer.



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

1. Figure.




2 Exemple.

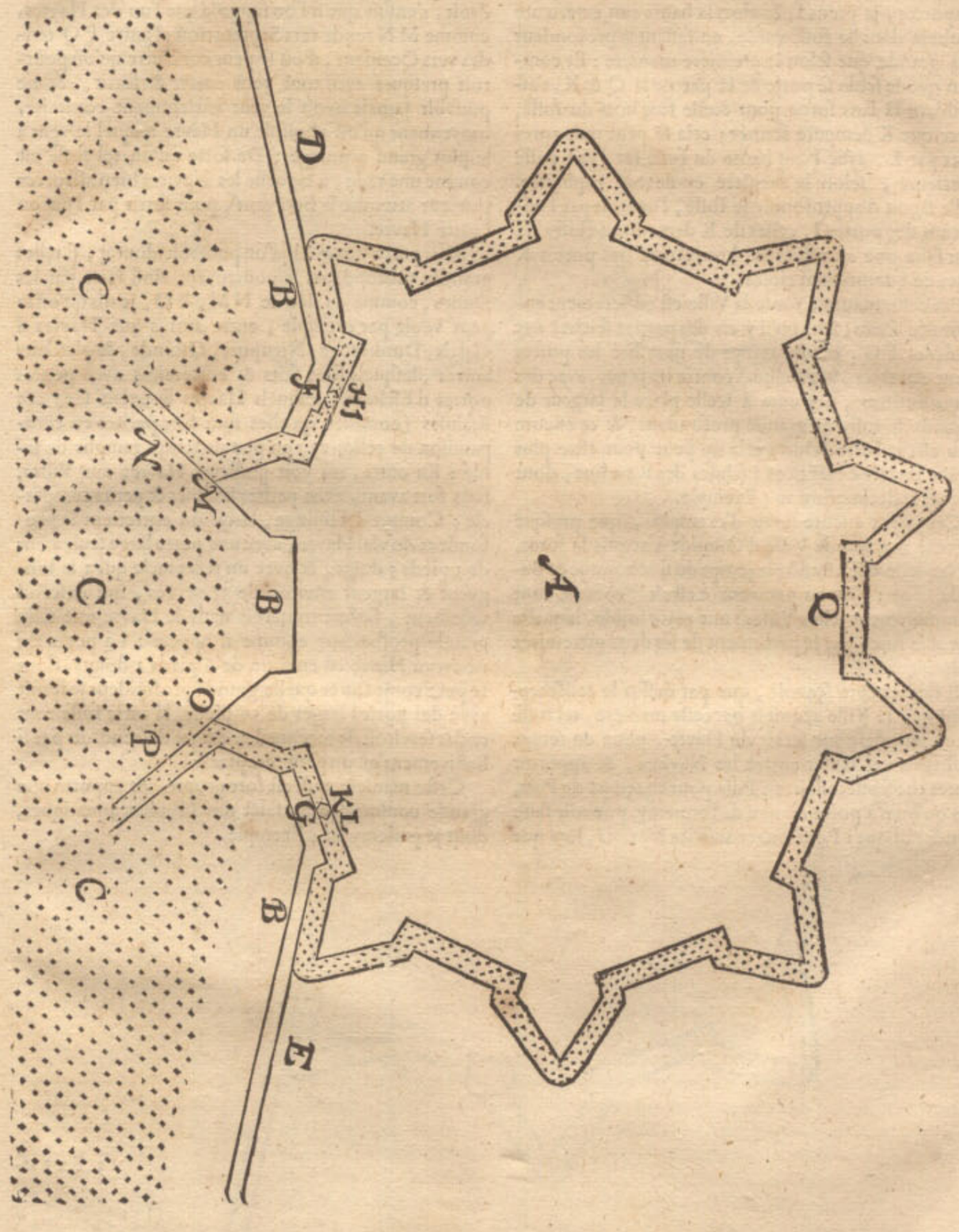
*De l'amendement de la Ville du 1 Exemple par deux Escluses à portes d'eſguilles.*

ON oſtera les deux Dodanes F, G, du 1 Exemple; & on mettra pres de chacune d'icelles places une Eſcluſe à portes d'eſguille, large par exemple de 50 pieds, chacune avec deux paires de portes, comme en ce 2 Exemple, là où au lieu du Dodane F, ſont miſes les deux paires de portes H & I, & où au lieu du Dodane G, les deux paires de portes K L eſtant de forme comme le Sas de Fliſſinge, qui eſt large de 40 pieds 10 doigts meſure de Rhinlande, ayant auſſi deux paires de portes poinctues: Apres on foüira d'icelles portes juſques à l'eau de la Mer ou Riviere, auſſi avant qu'il eſt neceſſaire, comme eſt demonſtré par les deux Foſſez ou Havres

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

Havres MN & OP, leſquels ſont mis icy comme ſi par imagination ils eſtoient produits juſques à ce qu'ils ſe touchaſſent l'un l'autre, & fiſſent un rectangle ; & ce à telle fin que je diray cy-apres : Il faut auſſi ſçavoir que ces deux Havres doivent eſtre pourveus de teſtes, auſſi longues que la neceſſité le requiert, à fin que le Havre demeure en icelle forme, pour faire meilleure profondeur par le bord de la Mer ou de la Riviere.

2 FIGURE.




Cecy eſtant ainſi, je declareray maintenant l'uſage : la Mer haute du flux eſtant retenuë par les portes H, L, & apres l'eau exterieure eſtant venuë par le reflux au plus bas, on ouvrira unefois les portes L, laiſſant celles de H fermées, & alors toute l'eau qui eſt dans le foſſe H Q L vuidera par les portes L, faiſant profondeur à la partie du foſſé K O P, une autrefois on ouvrira les portes H, laiſſant celles de L fermées, & alors toute l'eau qui eſt dans le foſſé L Q H ſortira par les portes H, faiſant profondeur à la partie du foſſé I N M, & outre cela approfondira tout le foſſé ; parce que l'eau a le cours tres-fort. Il y a encore icy à conſiderer, qu'en-

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

qu'encore bien qu'à cauſe du fort cours il y aye dedans le foſſé bonne profondeur, que toutefois elle ne ſera pas ſi profonde qu'aux deux parties du foſſé ou Havres H M N, L O P; parce que l'eau tombe en iceux de haut en lieu bas & vuide. Mais à fin d'avoir auſſi tel approfondiſſement au foſſé H Q L, cela ſe fera ainſi: L'eau du reflux eſtant dedans le foſſé au plus bas, on fermera les portes K I : Puis apres l'eau exterieure du flux eſtant venuë au plus haut, on ouvrira l'une paire des portes, je prens I, & alors la haute eau exterieure tombera dans le foſſé vuide, en faiſant la profondeur plus grande que ſelon la premiere maniere : Et combien que le ſable ſe porte de H par de là Q & K, s'aſſemblant là ſans ſortir pour icelle fois hors du foſſé, parce que K demeure fermée; cela ſe peut puis apres oſter par L, avec l'eau haute du foſſé ſur l'eau baſſe exterieure, ſelon la maniere cy-devant expliquée. Telle façon d'approfondir le foſſé, l'unefois par l'ouverture des portes I, celles de K demeurant cloſes, ſe peut faire une autrefois par l'ouverture des portes K celles de I demeurant cloſes.

Par ceſte maniere toute la Ville eſt entierement environnée d'eau, ſans qu'il y ait des parties ſeiches aux Dodanes F G, car en temps de neceſſité les portes eſtant ouvertes, & attachées contre les jones, avec des fortes ſerrures, il y aura à icelle place la largeur de 50 pieds de foſſé de grande profondeur, & ce encore l'eau eſtant baſſe : Outre cela on peut pour eſtre plus aſſeuré mettre devant ces Eſcluſes des Ravelins, dont je feray la declaration au 3 Exemple.

Cecy peut encore ſervir d'exemple, que preſque par telle maniere la Ville d'Oſtende a acquis la force, par laquelle elle a reſiſté le temps du ſi renommé & durable ſiege : Car au paravant c'eſtoit (comme ſont communement telles Villes) une place foible, laquelle reçeut ſa force par le percement de ſes deux extremitez ſablonneuſes.

Il faut encore ſçavoir, que par deſſus le renforcement que la Ville acquiert par ceſte maniere, tel foſſé eſt commode pour ſervir de Havre, pour en temps d'aſſiegement laiſſer entrer les Navires, & apporter toutes choſes neceſſaires : Puis pour en temps de Paix, lors qu'on n'a point crainte de l'ennemy, pouvoir faire grand traffique : Pour ſauver auſſi les Navires, lors que la glace flotte, & y hyverner, tendant non ſeulement au grand avantage des Villes; mais auſſi, comme il eſt dit cy-devant, à la grande commodité & aſſeurance des Navires, corps & biens des hommes navigans: Et par ainſi les foſſez qui auparavant eſtoient pleins d'eau puante, peuvent par ce moyen eſtre exempts de tels inconveniens.

Apres, puis que les Havres M N, P O eſtans produits par imagination, ainſi qu'ils facent un angle droit, s'enſuit que ſi l'on ſuppoſe que l'un des Havres, comme M N tende vers Septentrion, l'autre P O tendra vers Occident, d'où ſe peut conclurre qu'on pourroit preſques avec tout vent entrer & ſortir, & ne pouvoir jamais avoir le vent entierement contraire, moyennant qu'on choiſiſſe un Havre auquel le vent a le plus grand avantage : De ſorte qu'un tel foſſé eſt comme une rade, à laquelle les Navires bien aſſeurées peuvent attendre le bon vent, pour ſortir par l'un ou l'autre Havre.

Mais parce que quelqu'un pourroit douter, ſi telles grandes profondeurs ſe pourroyent ainſi faire par les Dunes, comme au lieu de N M, P O, je dis qu'on le peut veoir par exemple, entre autres aux Havres à Calais, Dunkercke, Nieuport, Oſtende, & pluſieurs autres, leſquels ſont faits & entretenus avec petites portes d'Eſcluſes, leſquels Havres ſeroyent ſans ces Eſcluſes (combien qu'elles ſont fort petites en comparaiſon de celles-cy) en peu de temps remplis de ſable : En outre, on voit pluſieurs Havres aux Villes, faits fort avant, avec petites Eſcluſes & petits receptacle : Comme à Fliſſinge, là où on entretient la profondeur du viel Havre, avec une porte large ſeulement de 3 pieds 3 doigs, & avec un receptacle qui a la longueur & largeur environ de 55 verges, qui deſcend viſtement, faiſant toutefois dans le Havre une telle grande profondeur comme il appert : La porte du nouveau Havre eſt environ de 6 pieds 2 doigts, dont ſe peut conjecturer quelle grande profondeur ſe feroit avec des portes larges de 50 pieds, là où le foſſé tout entier ſerviroit de receptacle, qui ne deſcendroit pas ſi haſtivement qu'un petit receptacle.

Ceſte maniere auſſi eſt fort propre, & apporte une grande commodité au faict des Moulins aquatiques, dont je parleray au 4 Exemple.



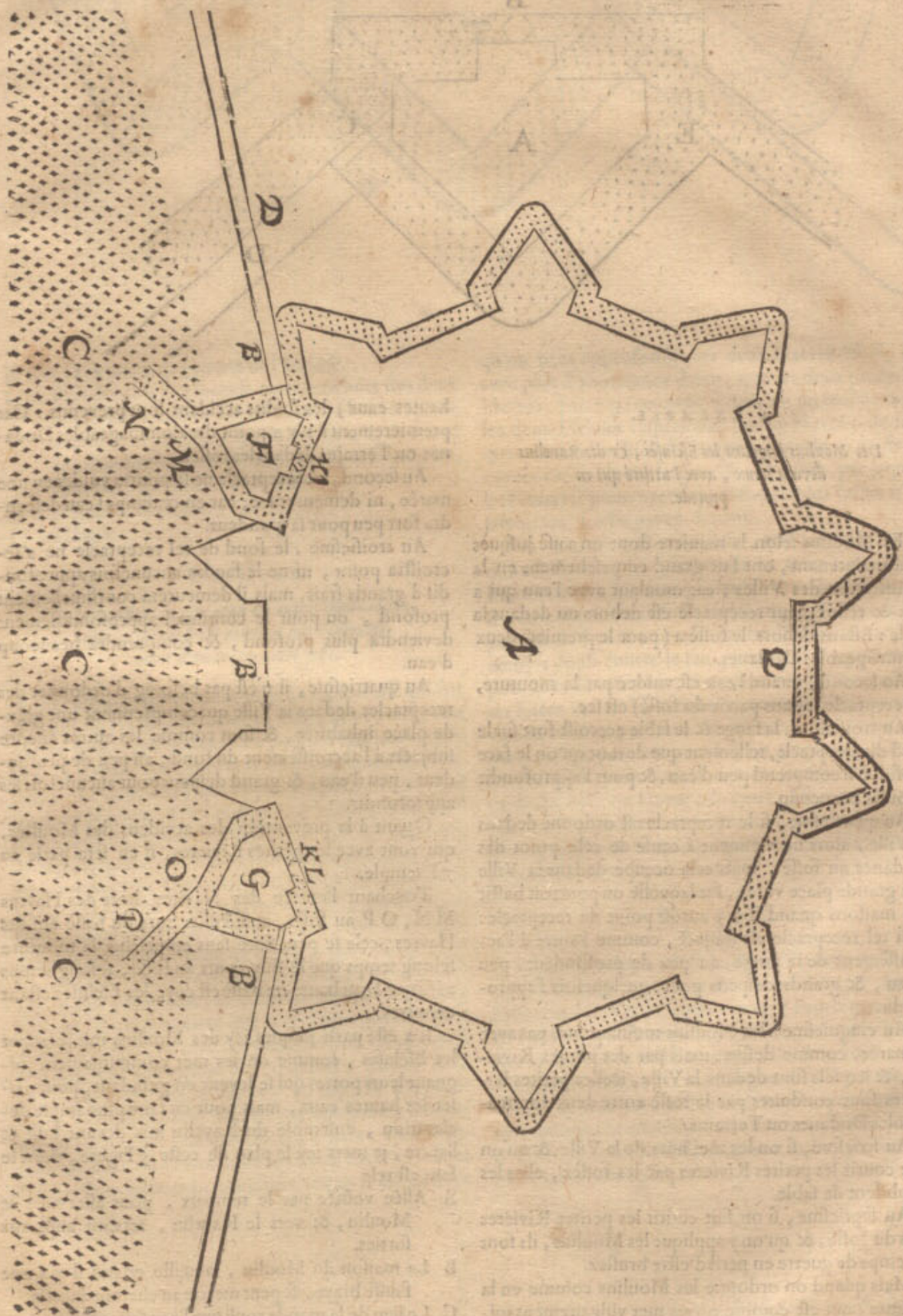
Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

3 Exemple.

*Des Ravelins devant les Escluses.*

COmbien que quelques Villes qui ne sont point en guerre, ne veulent du commencement faire des Ravelins, aimant mieux laisser les Escluses nues comme au 2 Exemple, toutefois pour ceux qui les veulent, j'en mets icy ce 3 Exemple, auquel devant les Escluses HI & KL sont signez les Ravelins F & G, desquels les faces se nettoyent hors des boulevarts joincts, comme il se void.

3 Figure.

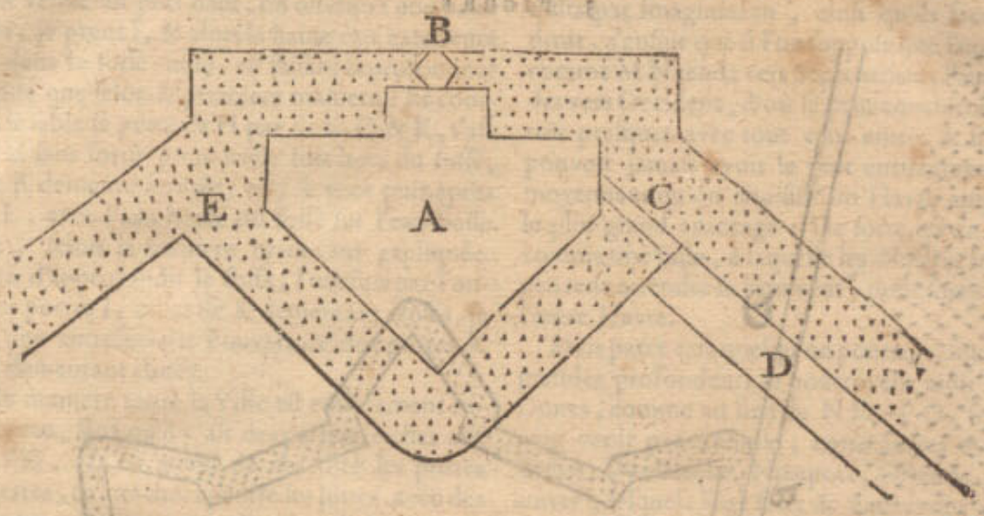



Mais

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

Mais à fin que le ſens ſoit mieux declaré par une Figure plus grande, je marqueray icy ceſte 4 Figure du Ravelin A, mis ſeul devant les deux paires d'Eſcluſes pres B : Puis C ſignifie un Dodane au bout de la Digue D, dedans lequel doit (comme auſſi aux Dodanes des Figures ſuivantes) eſtre faite une petite Eſcluſe, ſeulement large d'un pied, qu'on leue en haut pour approfondir le foſſé du Ravelin, de C juſques à E. Les places pointées eſt l'eau du foſſe.

4 FIGURE.




4 EXEMPLE.

*Des Moulins joignant les Eſcluſes, & des Ravelins devant iceux, avec l'utilité qui en procede.*

LEs Moulins ſelon la maniere dont on a uſé juſques à maintenant, ont fait grand empeſchement en la fortification des Villes, car moulant avec l'eau qui a flux & reflux, leur receptacle eſt dehors ou dedans la Ville : Eſtans dehors, le foſſé a (pour le premier) deux dommageables Dodanes.

Au ſecond, quand l'eau eſt vuidée par la mouture, le receptacle (eſtans partie du foſſé) eſt ſec.

Au troiſieſme, la fange & le ſable accroiſt fort ſur le fond du receptacle, tellement que devant qu'on le face profond, il comprend peu d'eau, & pour l'approfondir il couſte beaucoup.

Au quatrieſme, ſi le receptacle eſt ordonné dedans la Ville, alors ne viennent à cauſe de cela point des Dodanes au foſſé, mais cela occupe dedans la Ville une grande place vuide, ſur laquelle on pourroit baſtir des maiſons quand il n'y auroit point de receptacle : auſſi tel receptacle eſt ſubject, comme l'autre à l'accroiſſement de la fange, au peu de profondeur, peu d'eau, & grands deſpens pour quelquefois l'approfondir.

Au cinquieſme, les Moulins moulans non pas avec la marée, comme deſſus, mais par des petites Rivieres, & lequels ſont dedans la Ville, icelles petites Rivieres ſont conduites par le foſſé entre deux dommageables Dodanes ou Terrains.

Au ſixieſme, ſi on les met hors de la Ville, & qu'on face courir les petites Rivieres par les foſſez, elles les empliſſent de ſable.

Au ſeptieſme, ſi on fait courir les petites Rivieres hors du foſſé, & qu'on y applique les Moulins, ils ſont en temps de guerre en peril d'eſtre bruſlez.

Mais quand on ordonne les Moulins comme en la 5 Figure (qui eſt comme on les met vulgairement joignant leur porte qui ſe leve en guindant pour paſſer les hautes eaux) les ſuſdits accidens ſont prevenus : Car premierement il n'y a point des dommageables Dodanes ou Terrains dedans les foſſez.

Au ſecond, tel receptacle ne ſe pourra vuider en une marée, ni demeurer ſec ; car en ce temps l'eau deſcendra fort peu pour ſa grandeur.

Au troiſieſme, le fond de tel receptacle ne s'accroiſtra point, ni ne le faudra aucunefois approfondir à grands frais, mais il demeurera continuellement profond, ou pour le continuel approfondiſſement deviendra plus profond, & comprendra beaucoup d'eau.

Au quatrieſme, il n'eſt pas beſoing d'ordonner des receptacles dedans la Ville qui comprennent une grande place inhabitée, & ſont comme les autres encore ſubjects à l'accroiſſement du fond, au peu de profondeur, peu d'eau, & grand deſpens pour aucunefois les approfondir.

Quant à la prevention des accidens des Moulins, qui vont avec les petites Rivieres, il en ſera parlé au 7 Exemple.

Touchant l'entrée des Navires hors des Havres MN, OP au foſſé, auſſi l'iſſue hors du foſſé auſdits Havres, cela ſe peut faire ſans empeſcher la mouture ſi long temps que le flux court au foſſé, ſi long temps auſſi que l'eau haute ou baſſe eſt coye, les Eſcluſes eſtant ouvertes.

Il a eſté parlé juſques icy des Moulins mis joignant les Eſcluſes, comme on les met communement joignant leurs portes qui ſe levent en guindant, pour paſſer les hautes eaux, mais pour en faire plus ample declaration, enſemble du Ravelin mis devant l'un & l'autre, je mets icy le plan de ceſte 5 Figure, dont le ſens eſt tel :

A Allée voûtée par le rempart, pour aller vers le Moulin, & vers le Ravelin, ſervant auſſi aux ſorties.

B La maiſon du Moulin, laquelle quand il y a une fauſſe braye, ſe peut mettre au chemin d'icelle.

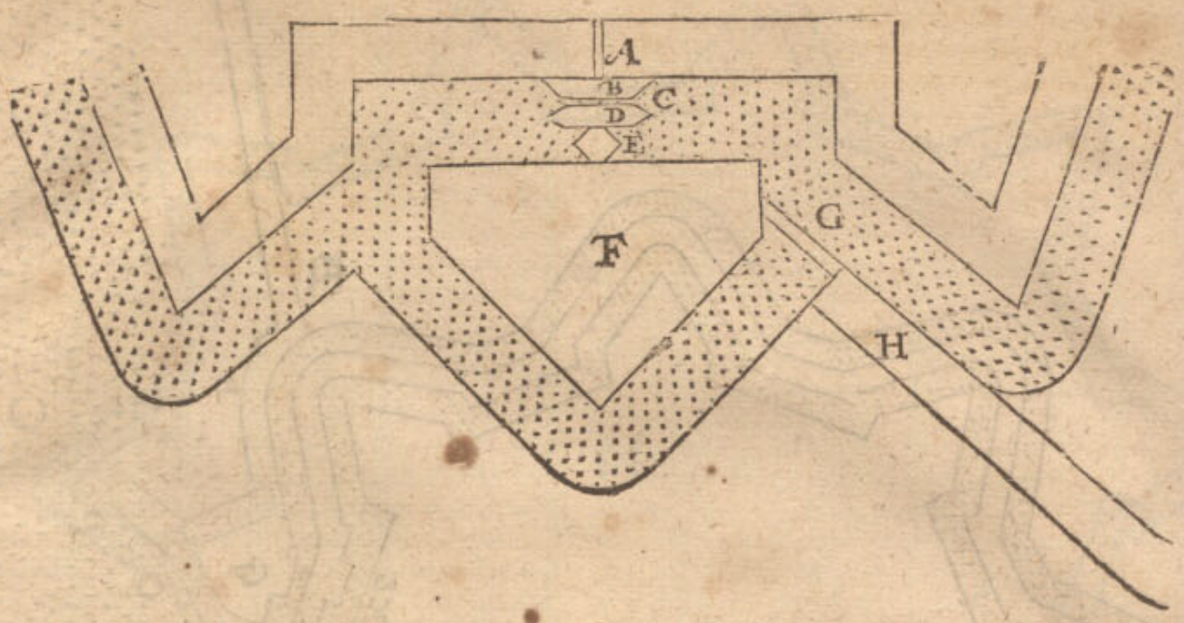
C Le lieu de la grande rouë que l'eau fait tourner.

D L'un des coſtés de l'Eſcluſe.

E Les

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

5 Figure.




E Les deux paires des portes de l'Eſcluſe.
F Le Ravelin dont les faces ſe nettoyent hors des deux boulevarts qui ſont de coſté, auquel en temps de neceſſité on peut faire garde exterieure, & eſtant commodement ſitué pour y entrer par le rempart, ſans ouvrir les portes de la Ville.
G Le Dodane de pierre.
H La Digue.

## 5 Exemple.

*De la meilleure fortification & autres commoditez, que la ſuſdite Ville acquiert par l'enfouiſſement d'encore un autre foſſé.*

LEs exemples precedens ont eſté avec un foſſé qui ſert auſſi de Havre, mais telles Villes ont en temps de guerre trois inconveniens : Le premier que les Navires ſont là dedans nus, pouvans eſtre canonnez de l'Ennemy : Le deuxieſme que l'Ennemy peut venir à pied ſec à ces Navires, & les bruſler : Le troiſieſme qu'il eſt dangereux de mettre les Navires contre les remparts de la Ville, parce qu'on peut facilement monter d'iceux ſur les remparts, & par trahiſon ou ſurpriſe prendre la Ville. Or combien que pluſieurs Villes permettent ce peril, toutefois ceux qui pour l'eviter veulent faire les deſpens, peuvent le long du premier foſſé faire un autre foſſé ou Havre alentour de la Ville, jettant la terre qui en ſort entre deux, en faiſant un parapet de chemin couvert, de telle hauteur que les Navires peuvent eſtre cachés derriere, & avec telle deſcente ou eſcarpe qu'il ſoit par tout nettoyable des remparts ; comme il eſt demonſtré en ceſte 6 Figure ; en laquelle a l'entour d'une Ville, laquelle la Mer ou quelque grande Riviere navigable frappe, (comme de la 3 Figure) eſt fait encore un foſſé ou Havre avec ſes deux Eſcluſes, dont l'uſage ſera comme du precedent : Mais il eſt notoire qu'on peut approfondir ces deux Havres M N, O P avec plus d'abondance d'eau, que les deux precedens Havres, parce qu'on peut ouvrir en un meſme temps les deux Eſcluſes reſpondant ſur un Havre ; de ſorte que quatre telles Eſcluſes large chacune de 50 pieds, feroyent enſemble une largeur de 200 pieds, par laquelle les Havres ſe pourroyent approfondir plus qu'on n'en a jamais ouy parler par cy-devant.

Par cecy eſt auſſi manifeſte, que les trois ſuſdites difficultez ſeroyent prevenuës en temps de guerre. Premierement, pource que les Navires durant un ſiege ſe peuvent mettre au foſſé interieur, là où avec le haut parapet ils ſeront couverts contre le Canon de l'Ennemy : Auſſi contre le feu, veu qu'il n'y peut avenir pour le foſſé exterieur ; & combien qu'alors les Navires ſoient contre les remparts, on ne craint pas qu'on vienne monter par iceux ſur les remparts, & qu'en tel temps d'une part on prend bien garde aux Navires, d'autre part qu'ils ſont là comme dedans la Ville, à cauſe du foſſé ou Havre exterieur : Mais en temps de paix, ou quand on ne craint point l'Ennemy, on les peut mettre au Havre exterieur, qui pour les raiſons ſuſdites peut ſervir de rade.

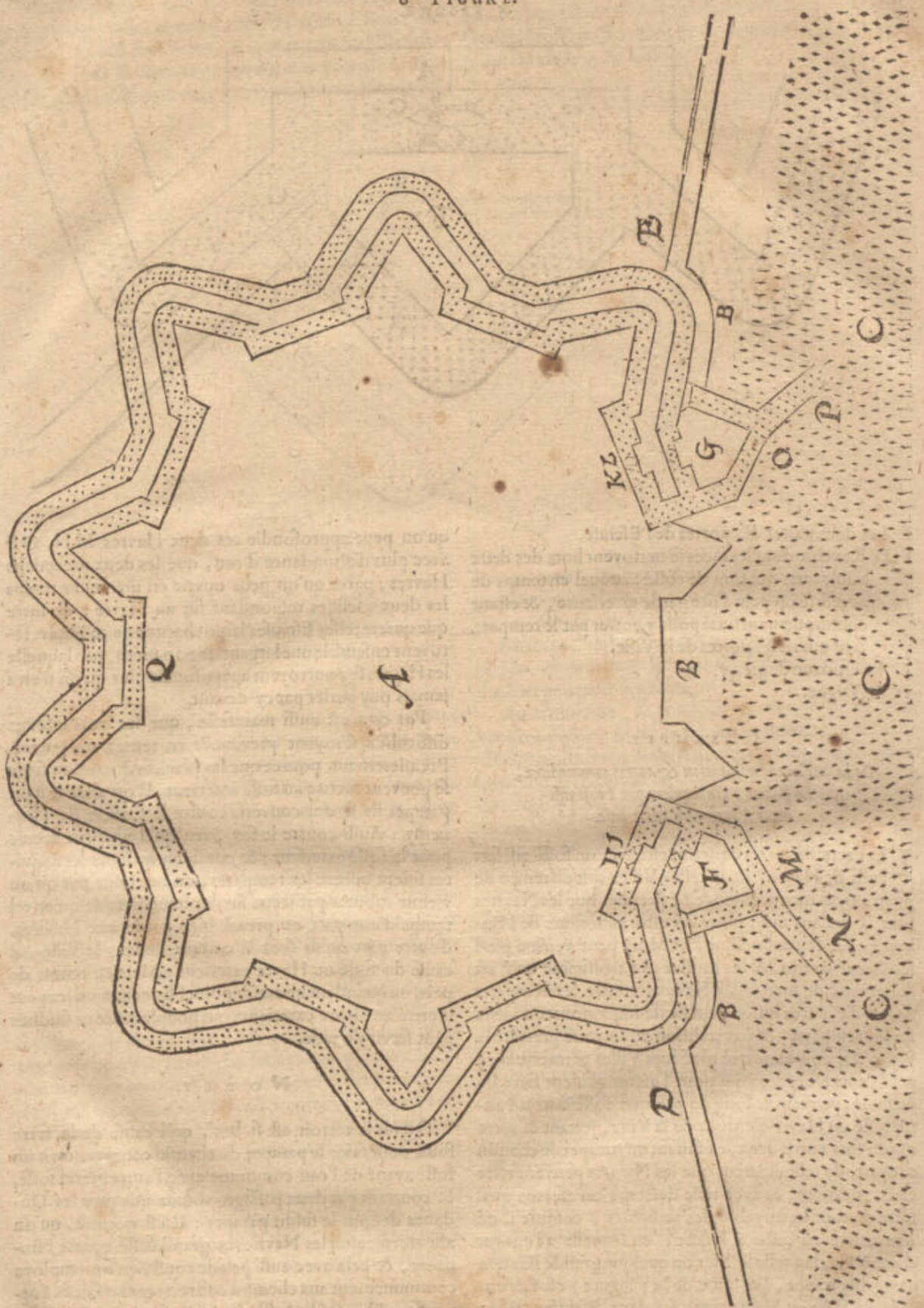
## Notez.

Quant le terroir eſt ſi bas, qu'à cauſe de la terre fouïe pour faire le parapet du chemin couvert, on a un foſſé ayant de l'eau commune avec l'autre grand foſſé, & courrant par deux paſſages voûtez mis pres les Dodanes deſſous le ſuſdit parapet : Il eſt notoire, qu'on aſſeureroit ainſi les Navires au grand foſſé contre l'Ennemy, & cela avec auſſi peu de couſt, qu'on employe communement aux chemins couverts qu'on fait és Fortereſſes, & le ſuſdit foſſé recevroit ſon approfondiſſement comme le reſte.



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

6 Figure.



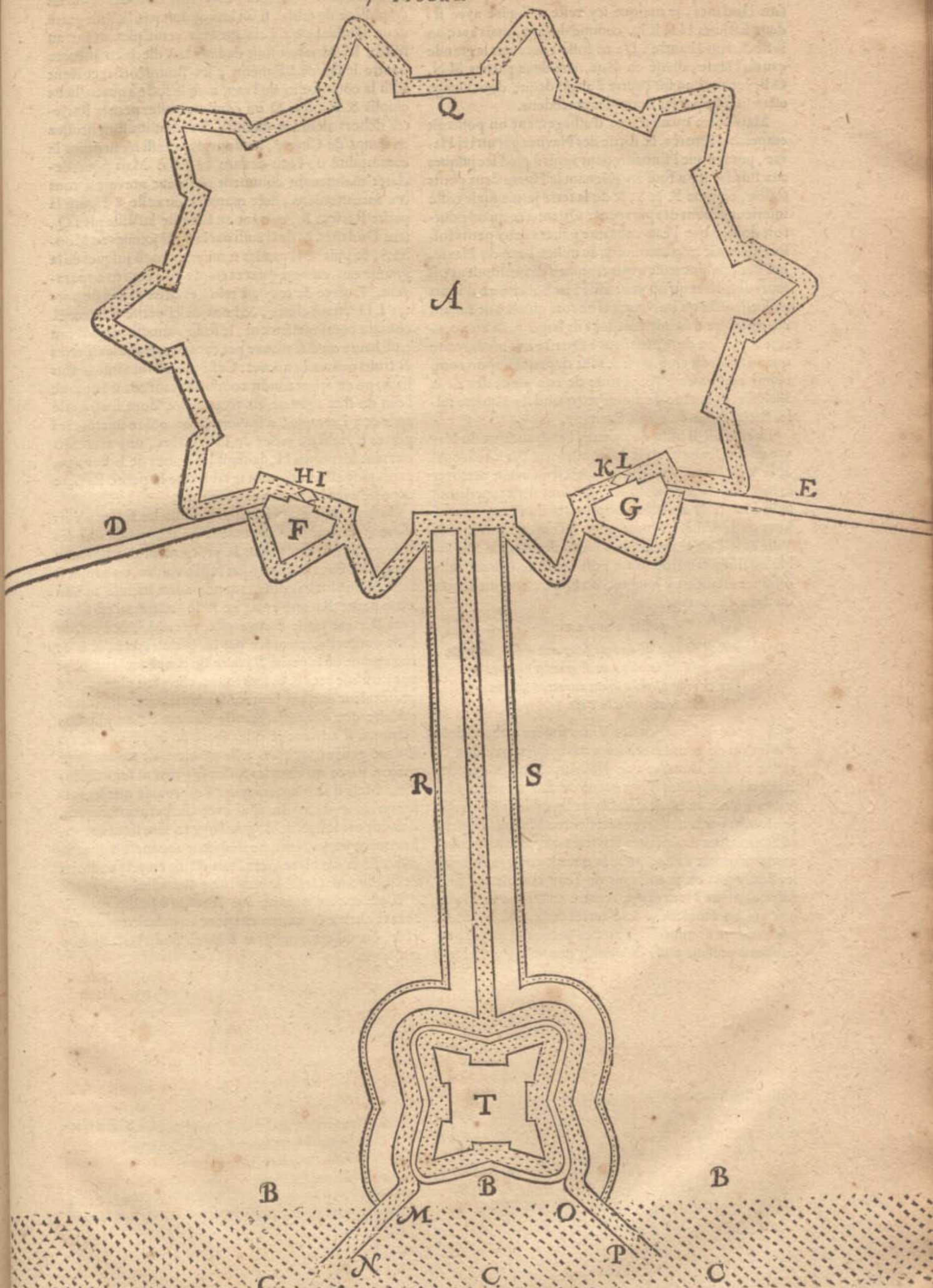

6 Exemple.

*Contenant la maniere d'approfondir les fossez des Villes qui ne sont point situées aux bords de leau, comme les precedentes, mais aussi loing de là qu'on pourroit mettre un Camp entre deux.*

ON peut bien fouïr tout alentour de telles Villes sans faire des Dodanes aux fossez, mettant les Digues, si elles y sont devant les fossez, tellement que leurs descentes ou talus se peuvent nettoyer des remparts, & servir de parapets de chemins couverts, mais alors les Navires ne peuvent entrer en la Ville, ni aux fossez; parce qu'ils seroyent à sec l'eau estant basse: tellement que quand on y a voulu la naviger, il y a fallu jusques à maintenant mettre des Dodanes aux fossez, comme à Middelbourg, à la Briele, & autres semblables Villes.

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

7 FIGURE.




Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, PôLib ©

Villes. Mais pour declarer comment cela ſe peut faire ſans Dodanes, je marque icy ceſte 6 Figure avec ſes deux Eſcluſes H I, K L, comme devant, mais avec un foſſé de l'un à l'autre : De ce foſſé court vers la grande eau un Havre, diviſé en deux, aux deux parties M N, O P, venans l'un ſur l'autre à angle droit; dont l'uſage eſt manifeſte par les Exemples precedens.

Mais parce qu'en temps d'aſſiegement on pourroit empeſcher l'entrée, & ſortie des Navires par un tel Havre, pource que l'Ennemy peut venir à pied ſec juſques aux bords, il y a fouï icy joignant le Havre deux petits foſſez, comme R & S, & de la terre jettée ſur le coſté interieur ſe font des parapets : Quant à ce qu'on pourroit douter que l'eau courante par ces deux petits foſſez pourroit trop amoindrir au milieu l'eau du Havre, qui par cela pourroit avoir trop peu de profondeur; Il faut conſiderer qu'on peut faire l'emboucheure d'iceux auſſi eſtroicte qu'on veut, car encore qu'elles ne fuſſent chacune que d'un pied ou deux de largeur, on en pourroit faire aſſez de profondeur : Quatre tels pieds, voire quand ce ſeroit cinq ou ſix, ſont de peu d'importance, eſtans comparez à l'ouverture de 100 pieds des deux Eſcluſes, & encore de moindre, quand il y a quatre telles Eſcluſes, comme au 5 Exemple.

Encore eſt-il utile de mettre à l'embouchure du Havre un fort, comme il eſt demonſtré par T, entre lequel & la Ville les ſuſdits deux parapets ſe peuvent nettoyer le long des deux petits foſſez (qui ſont tirez tout droit) auſſi bien hors des deux boulevarts du Fort, comme hors de la Ville. Notez auſſi qu'encore qu'entre la Ville & le Fort il y euſt 1500 pieds de diſtance, il ſemble qu'il n'y faudroit autre Fort entre deux, mais telle diſtance eſtant trop longue, on en pourroit mettre un ou deux d'avantage.

### 7 Exemple.

*De l'approfondiſſement qu'on peut faire aux foſſez des Villes ſituées au bord de la Mer, ou de grandes Rivieres ſans flux & reflux, mais ayans une petite Riviere venant à la Ville.*

I'Ay parlé juſques icy des Villes ſituées au bord de la Mer ou de grandes Rivieres navigables avec flux & reflux : Mais d'autant que pluſieurs Mers & grandes Rivieres navigables n'ont point de flux & reflux, les Villes ſituées au bord d'icelles ne ſe peuvent point approfondir par la maniere precedente : Mais cela ſe peut effectuer avec des petites Rivieres qui viennent communement aux Villes, pour la grande commodité que les Bourgeois en tirent tant de l'eau claire & freiche, fort neceſſaire à leur uſage, comme auſſi pour les Moulins qui en moulent, & d'autres ſemblables. Mais joignant ces commoditez, telles petites Rivieres ont juſques à preſent cauſé de grands dommages à la Fortification; car ſi on les fait courir par les foſſez, elles les empliſſent de ſable, ſi on les conduit par la Ville entre deux Dodanes ou Terrains ſans venir plus avant au foſſé, les Moulins ſont dedans la Ville bien aſſeurez contre le feu de l'Ennemy, les Bourgeois reçoivent auſſi la commodité de l'eau, mais le foſſe a quatre lieux emplis & foibles : Si on conduit icelles petites Rivieres dehors alentour du foſſé, les Moulins ſont bruſlez en temps de Guerre, les Bourgeois auſſi n'ont point la commodité de l'eau dedans la Ville. Mais pour declarer maintenant comment ont peut prevoir à tous ces inconveniens, ſoit marquée en ceſte 8 Figure la petite Riviere R, entrant au foſſé de la Ville pres Q, ſans Dodanes, & de là auſſi par la Ville juſques au Moulin S, & puis de là par les remparts vers B juſques en la grande eau, comme (par exemple) il a courru au paravant. L'uſage de cecy eſt tel : Les deux paires de portes L H eſtant cloſes, & l'eau de la petite Riviere R courant continuellement, le foſſé s'amaſſe plein d'eau auſſi haute qu'il ſe trouve par experience que les Terres & fruits peuvent endurer : Ceſte eau eſtant ainſi au plus haut, on en approfondit comme devant eſtoit fait avec l'eau du flux retenue au receptacle, dont il eſt parlé au 2 & 3 Exemple, à ſçavoir qu'on ouvre unefois les portes L, laiſſant celles de H fermées, une autrefois ouvrant les portes H, laiſſant les portes de L fermées, avec quoy eſt chaſſé tout le ſable que la petite Riviere apporte avec les hautes eaux au foſſé.

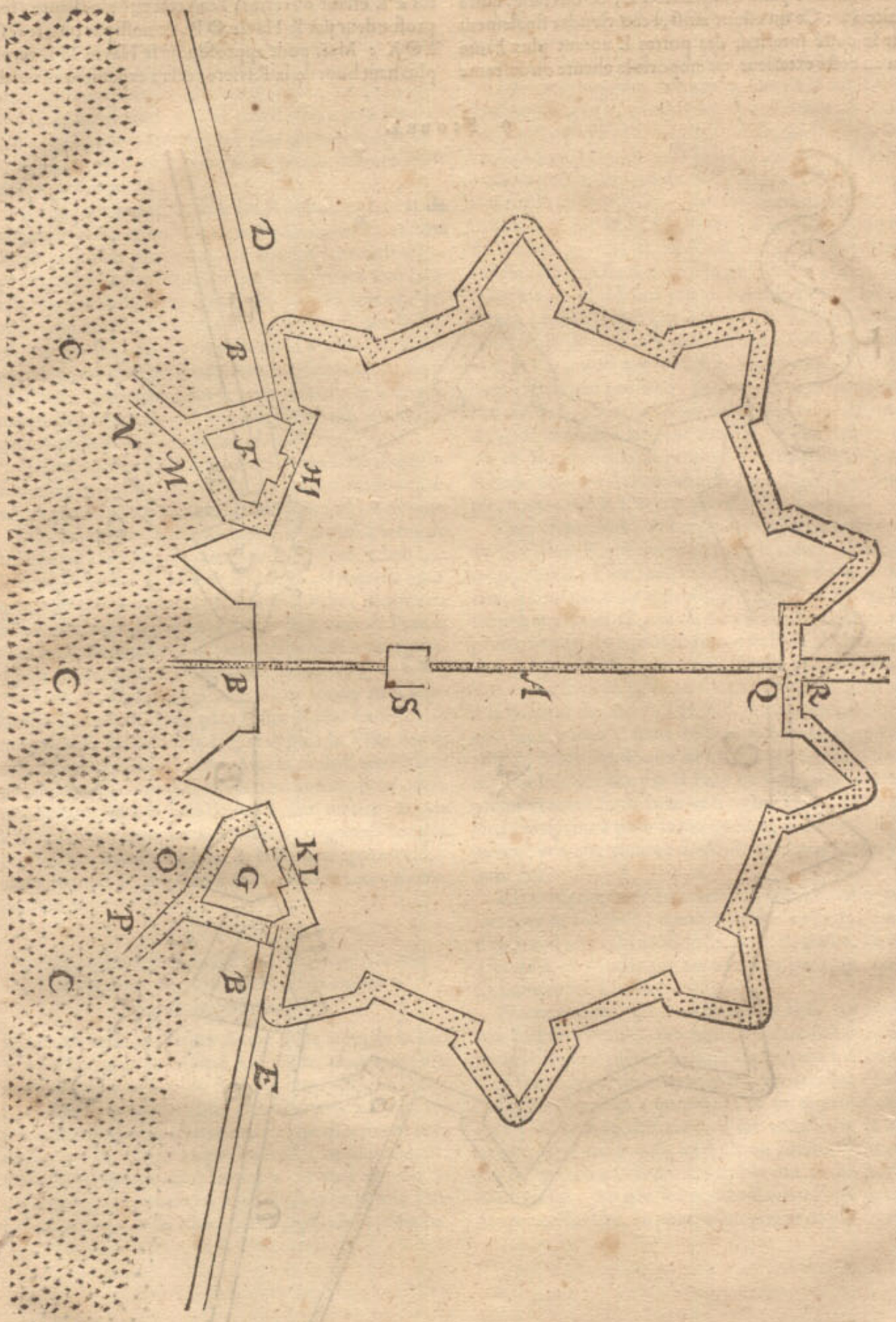
Juſques icy eſt parlé d'approfondir les foſſez pleins d'eau, ſervant principalement pour approfondir les Havres M N, O P; mais la profondeur des foſſez ſe peut faire encore mieux par foſſez vuides, ou auſquels l'eau eſt au plus bas, mettant une autre Eſcluſe au lieu où la petite Riviere entre au foſſé, comme il eſt ſigné pres R; car icelle Eſcluſe eſtant fermée, & l'eau du foſſé entierement vuidée par les Eſcluſes H I, K L & l'eau tenue en la petite Riviere de R enhaut, tombant par l'Eſcluſe pres R és ſecs foſſez, elle y fait plus grande profondeur que par la precedente maniere. Il eſt auſſi notoire que quand la grande Riviere eſt au plus bas (comme il advient és Eſtez ſecs, & és Hyvers apres longue gellée) qu'alors telle maniere eſt de meilleur ſuccés, parce qu'alors les foſſez ſe peuvent rendre plus ſecs. Mais il faut noter icy qu'il eſt requis que les foſſez qu'on approfondit ainſi avec des petites Rivieres, doivent par tout eſtre d'egale largeur, ſans lieux irregulierement larges, comme il advient aucunefois pour la diſpoſition des places; car l'eau eſtant en tels endroits de foible cours, le ſable pourroit s'y amaſſer.

Il eſt encore notoire que l'eau du Moulin pres S, aura ſa cheute & vuidement pour moudre comme devant, quand ceſte maniere d'approfondir les foſſez n'y eſtoit pas.

8 Exem-

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

8 FIGURE.




8 EXEMPLE.

*Pour approfondir avec une grande Riviere navigable ſans flux & reflux, ſans petites Rivieres auſſi venantes à la Ville.*

POſé que la Ville de ceſte 9 Figure ſoit ſituée ſur une grande Riviere navigable ſans flux & reflux, ſans petite Riviere auſſi par laquelle on pourroit hauſer l'eau comme en la 8 Figure : Or pour approfondir le foſſé & les deux Havres MN. OP, ſeulement avec ceſte grande Riviere que je poſe courir de N vers P, on le peut executer comme s'enſuit :

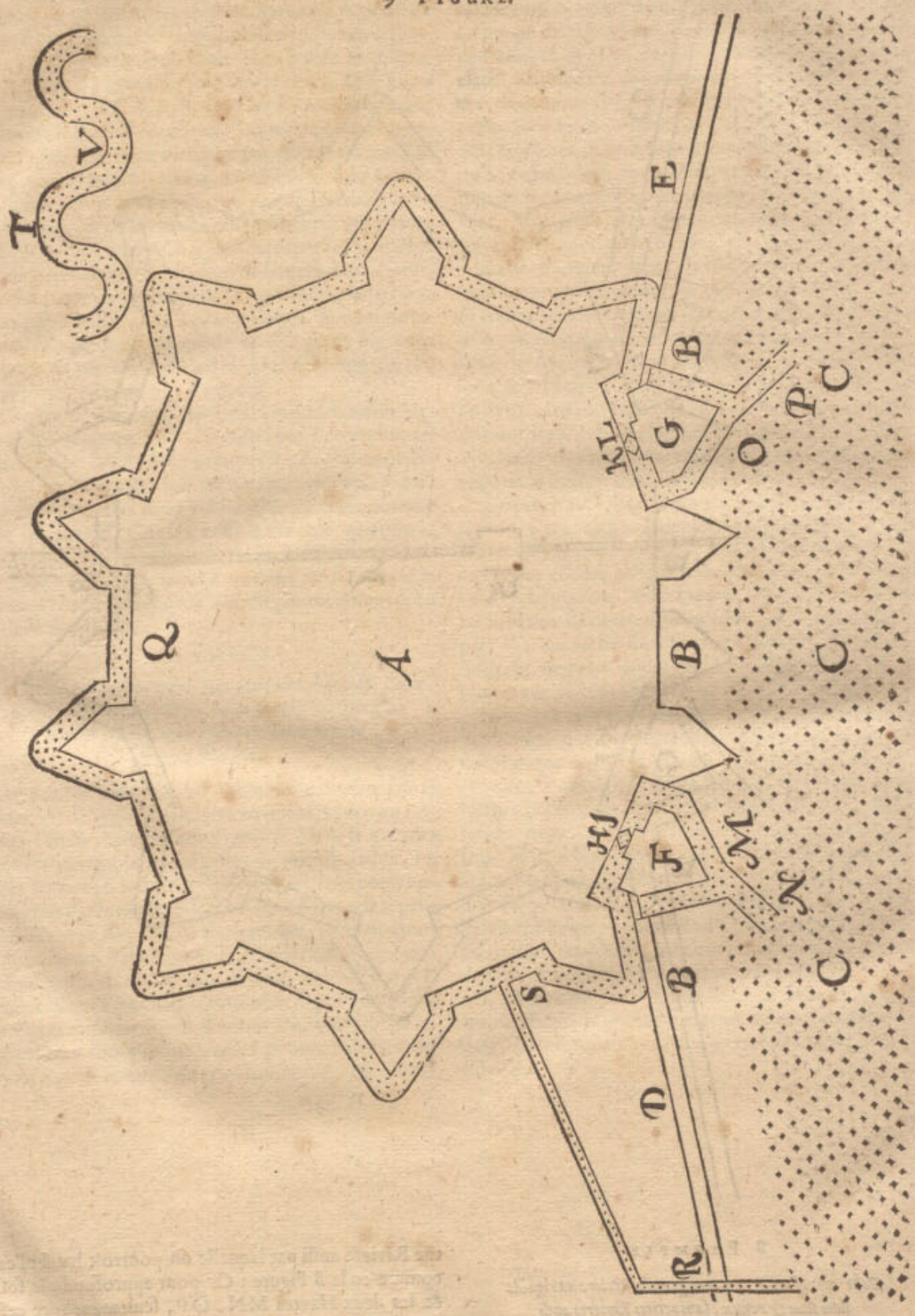
Premierement pour approfondir le Havre OP vers le coſté plus bas de la Riviere, il s'expediera en faiſant



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

hauſſer l'eau du foſſé au plus haut qu'elle peut venir, fermant l'une paire des portes à L, & ouvrant l'autre paire à I : Ce qu'eſtant ainſi, l'eau viendra finalement ſur le coſté interieur des portes L autant plus haute qu'au coſté exterieur, qu'emporte la cheute ou deſcente de la Riviere ſur la longueur de I à L ; pourtant les portes à L eſtant ouvertes, l'eau retenuë plus haute, fera profondeur par le Havre O P, & auſſi par tout le foſſé I Q K : Mais pour approfondir le Havre M L vers le plus haut bout de la Riviere, cela s'expediera en faiſant

9 FIGURE.




deſcendre l'eau du foſſé au plus bas qu'il peut venir, fermant l'une paire des portes à I, & ouvrant l'autre paire à L : Ce qu'eſtant ainſi, l'eau deviendra finalement ſur le coſté interieur des portes autant plus baſſe qu'au coſté exterieur, qu'emporte la cheute ou deſcente de la Riviere ſur la longueur de I à L, pourtant les portes

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

tes à I estant ouvertes, l'eau exterieure de la Riviere tombera au bas fossé, faisant profondeur par le Havre M N, & aussi par tout le fossé I Q K.

Il est encore notoire que les longues Villes, là où l'Escluse inferieure est beaucoup distante de la superieure, reçoivent plus de descente & difference d'eau interieure & exterieure, que là où elles sont plus proches l'une de l'autre, car comme plus grande longueur à moindre, ainsi assez prés plus grande difference de descente à moindre.

Il est aussi manifeste que les Rivieres ont plus de cheute avec un cours viste, que les Rivieres d'un cours lent; d'où l'on peut entendre que telle maniere d'approfondir sera plus forte lors que les Rivieres sont hautes, qu'estant basses; pource que le fossé lors que les eaux sont hautes estant autant approfondi que la Riviere y puisse passer lors qu'elle est au plus bas, il est apparent qu'en apres il n'y viendra remplissement de sable ou fange, mais plus grande profondeur, & cela sans mettre des Dodanes, ce qui autrement est necessaire, parce que le sable s'amasseroit au fossé.

Il faut encore sçavoir qu'en telle maniere d'approfondissement, que ceste-cy, il n'y faut pas les deux paires de portes à H & K, comme au susdit 2 & 3 Exemple.

Notez encore, que si dedans la Digue assez loing de la Ville vers le costé superieur de la Riviere, estoit une Escluse d'esguille, comme au lieu de R, de laquelle quelque fossé vint jusques aux fossez de la Ville, comme de R à S, il est notoire qu'avec cela la difference de l'eau la plus haute & plus basse deviendroit d'autant plus grande qu'auparavant, comme porte la descente de la Riviere de R jusques joignant S. On aûroit aussi semblable difference d'eau plus haute & plus basse, si on mettoit telle Escluse à la Digue depuis la Ville vers le costé plus bas de la Riviere. Mais si c'estoit terre haute point diguée, comme il advient en aucuns lieux, alors on pourroit fouïr le fosse de R à S, sans mettre à R une Escluse, ordonnant (pour des raisons cognues) l'entrée comme R, à une courbure de la Riviere approfondissante comme T, & point à une courbure accroissante, comme V.

### 9 Exemple.

*De l'approfondissement des fossez des Villes loing de la Mer, ou de grandes Rivieres navigables, mais ayans une petite Riviere point navigable.*

SOit en ceste 10 Figure A une Ville loing de la Mer ou d'une grande Riviere navigable, mais ayant une petite Riviere navigable B C, entrant illec au fossé: L'affoiblissement des Villes & les inconveniens qu'apportent telles petites Rivieres, soit qu'elles soient conduites par la Ville, ou par les fossez, ou alentour des fossez, sont descrits au 7 Exemple; là où il est bien dit comment on y remediera, mais s'il s'agissoit d'une Ville située au bord de la Mer ou d'une grande Riviere navigable, entre laquelle & la Ville il n'y a point de place de grande estendue comme icy, pourtant ceste maniere d'approfondir le fossé requiert une autre maniere qui peut estre telle.

On mettra à l'embouchure de la petite Riviere, là où elle entre au fossé, comme au lieu de B, une Escluse à portes d'esguille, comme il y est demonstré, & au lieu où la petite Riviere sort hors du fossé, qui soit pres D E, on fouïra un bout de fossé D E F G, de la longueur de trois ou quatre cens pieds, & de largeur comme les autres fossez, ou environ, puis on tirera les costez des fossez, comme de F à H, & de G à I, s'esloignant l'un de l'autre, comme de F à H, & de G à I; de sorte que H I soit cinq ou six fois aussi large que F G, & qu'à son estendue de H à I soit mis au niveau un arrestement d'eau, à telle hauteur que le fossé de la Ville puisse tousjours tenir du moins 6 pieds d'eau: Puis soient tirez H K & I L, ainsi que I H K L signifie un fossé très-large, mais peu profond, au bout duquel comme au lieu de K L, est mis encore au niveau un arrestement d'eau de la mesme hauteur que H I. L'eau passant outre ce H I qu'on laisse prendre son cours vers la petite Riviere comme il adviendra, fait une Figure, par exemple, comme de K L vers la petite Riviere à M.

Cecy estant ainsi, & l'approfondissement estant fait avec l'Escluse B aussi souvent qu'on le trouve necessaire, on parviendra à son souhait; car le fossé est sans Dodanes, estant par tout approfondi: Et combien qu'il se trouvé aupres de G peu de profondeur, cela ne nuit point, veu qu'il y a profondeur pres D E. Le parc quadrangulaire I H K L aura fort peu de profondeur, & l'accroissement de sable ou fange y viendra, peut estre à la hauteur des arrests I H, K L, à cause du petit cours que l'eau y aura; mais cela ne fait aucun dommage, ains au contraire donne de l'advantage; car si l'Ennemy vouloit deduire par là l'eau du fossé, il luy faudroit premierement fouïr tout au travers. Et quoy que cecy seroit malpropre pour la navigation, si est-ce sans prejudice, veu que comme il est dit cy-devant, il n'y en aura nul.

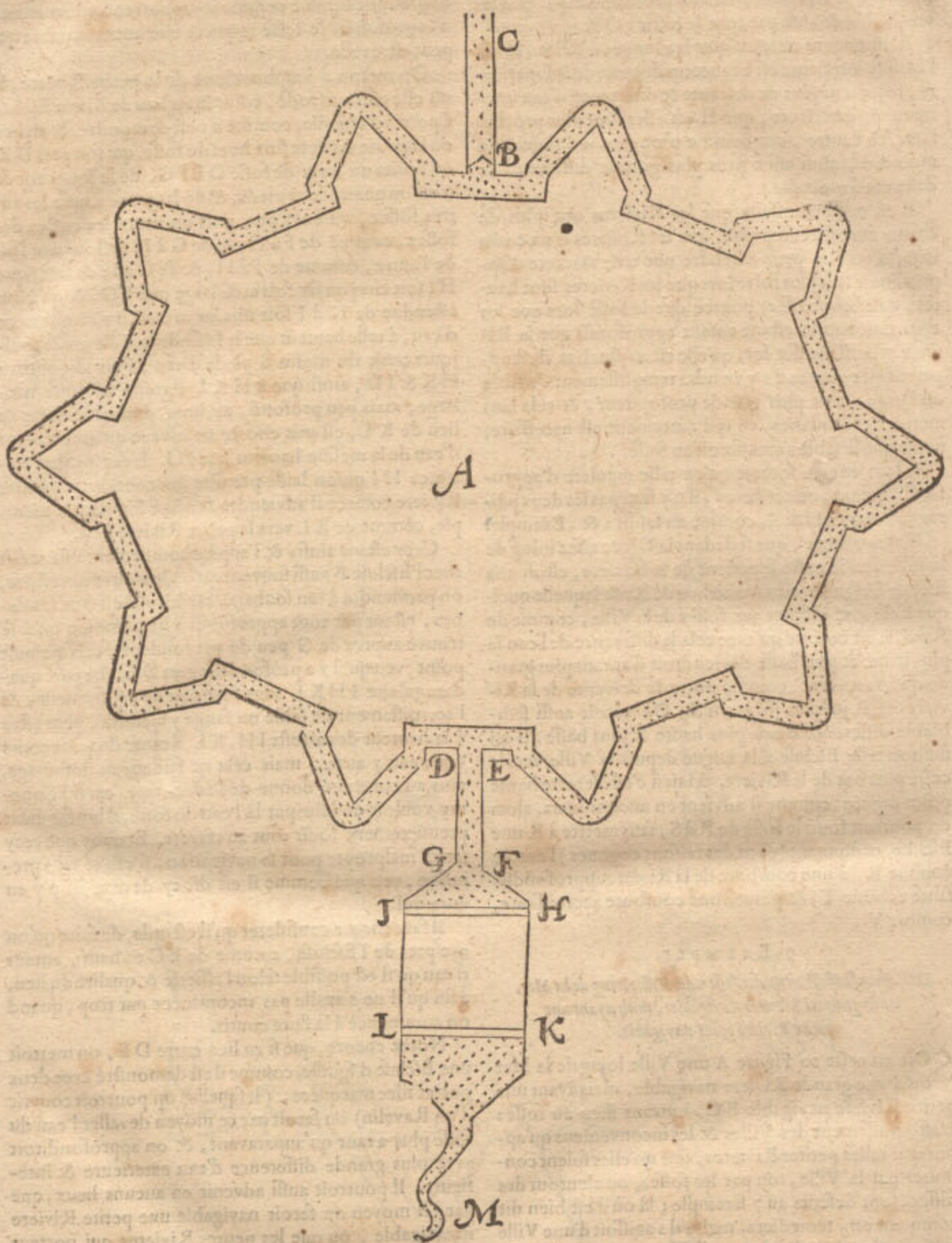
Il faut encore considerer qu'il est utile, de faire qu'on aye pres de l'Escluse, comme de B C en haut, autant d'eau qu'il est possible selon l'assiette & qualité du lieu, à fin qu'il ne s'avalle pas incontinent par trop, quand on commence à la faire courir.

Notez encore, que si au lieu entre D E, on mettoit une Escluse d'sguille, comme il est demonstré avec deux portes illec marquées, (lesquelles on pourroit couvrir d'un Ravelin) on feroit par ce moyen devaller l'eau du fossé plus avant qu'auparavant, & on approfondiroit avec plus grande difference d'eau exterieure & interieure. Il pourroit aussi advenir en aucuns lieux, que par tel moyen on feroit navigable une petite Riviere innavigable, ou que les petites Rivieres qui portent des petits Navires, en pourroient porter de plus grands.



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

10 Figure.




10 Exemple.

*De l'amendement des receptacles qui ſont en uſage aux plats Païs, tant pour approfondir les Havres, que pour ſecher les Terres.*

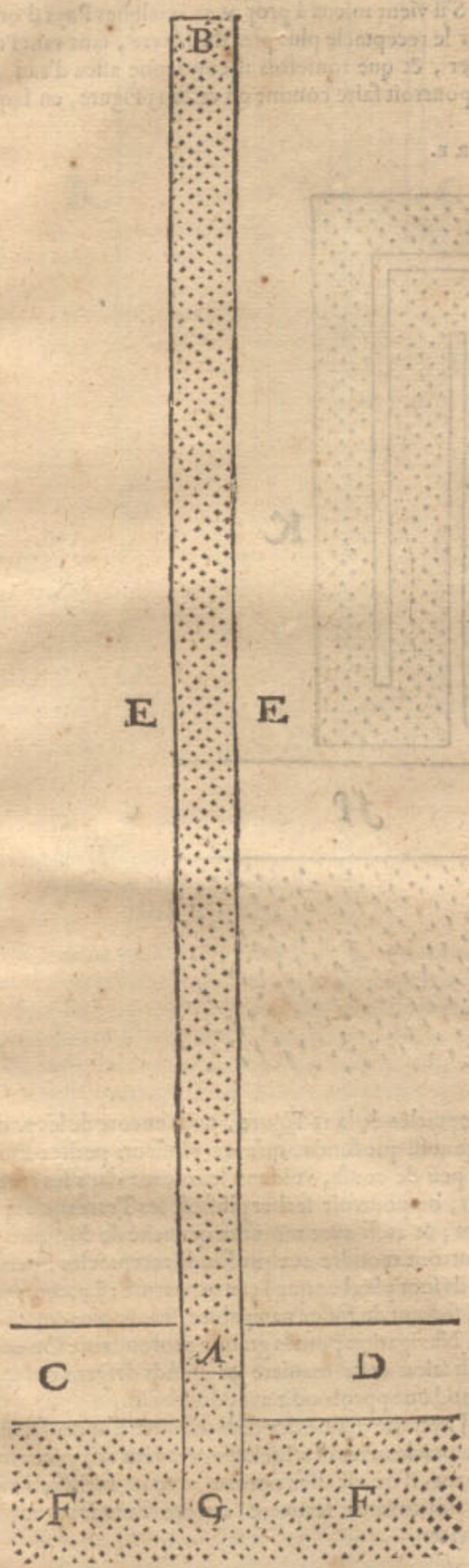
IL a eſté dit cy-devant, comment les foſſez des Villes peuvent commodement ſervir de receptacles, tant pour approfondir les Havres, & pour la mouture, que pour la fortification des Villes : Mais outre ce il y a icy hors des Villes au plat Païs pluſieurs receptacles, ſervants non ſeulement pour approfondir les Havres, par leſquels paſſent des Naſſelles & Navires, & entrent aux Païs & Villages, mais auſſi pour les Moulins qui ſechent les Terres, jettans ſans ceſſe l'eau là dedans, cependant que l'eau exterieure eſt plus haute que l'interieure: Mais veu qu'à mon advis la forme d'iceux receptacles ſe peut amender de beaucoup, & que je puis facilement declarer mon intention par le precedent, j'en diray ce qu'il m'en ſemble.

Soit à icelle fin en ceſte 11 Figure A B un receptacle, tel que ceux dont on s'eſt ſervi ordinairement juſques à preſent, qui en certains lieux ſont de la longueur de quelques milliers de verges, ou de quelques heures de chemin, C D ſignifie la Digue ſous laquelle pres de A giſt

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

giſt une Eſcluſe à porte guindante, puis E eſt la terre, F l'eau exterieure, comme la Mer, ou quelque grande Riviere, A G le Havre qui avec l'eau haute retenuë A B, s'approfondit quand l'eau exterieure F eſt au plus bas.

11 Figure.

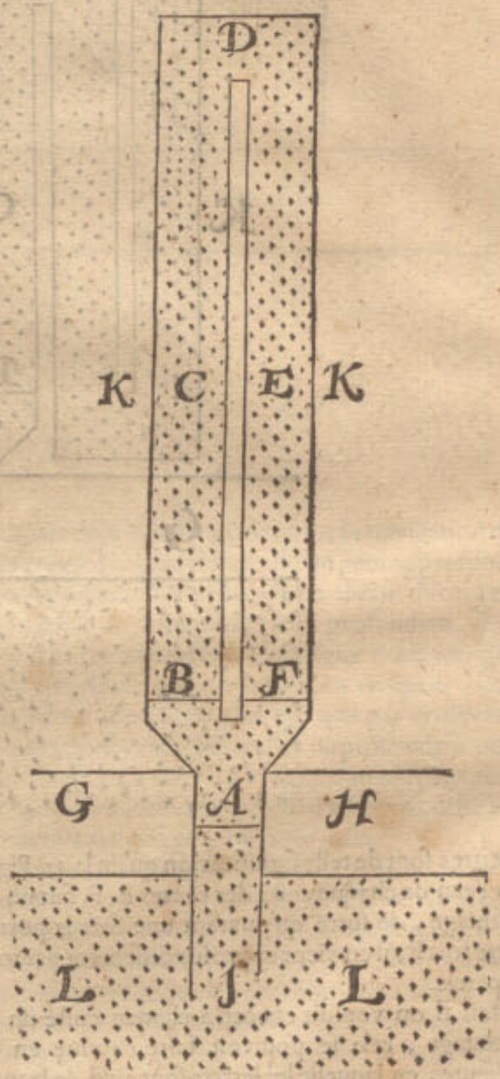



Tels receptacles ont le malheur de ſe combler continuellement de ſable & fange, & principalement au bout B, parce que l'eau n'y a point de paſſage, tellement que comprenant peu d'eau, ils font peu de profondeur.

Au ſecond, on ne peut mettre d'Eſcluſes pour ſecher les terres E; ou y eſtant miſes, elles font peu ou nul ſervice. Au troiſieſme, on n'y peut mettre des Moulins pour vuider l'eau de ces receptacles ou y eſtant mis, il font peu d'effect; parce qu'il leur faut porter l'eau plus haut qu'ils ne feroyent quand le receptacle eſt de bonne profondeur. Au quatrieſme, quand par neceſſité on les approfondit par fouïſſement, cela ne ſe fait qu'avec tres-grands deſpens.

Pour prevenir à tous ces inconveniens on peut faire comme s'enſuit: Poſé qu'en ceſte 12 Figure le receptacle ſoit fouï depuis l'Eſcluſe à porte guindée A outre B, & C juſques à D, eſtant la moitié de la longueur de A B de la 11 Figure: Apres ſoit de D en fouïſſant retourné outre E & F juſques à A, une ceincture de terre demeurant entre C & E; puis par G H ſe ſignifie la Digue,

12 Figure.




ſous laquelle giſt l'Eſcluſe à porte guindée A, & A I eſt le Havre, K la terre, L l'eau exterieure: Au lieu de B eſt une porte, comme il y a auſſi au lieu de F. L'uſage en eſt tel: La porte de l'Eſcluſe A eſtant guindée à mont, au temps de la plus haute eau interieure, & la plus baſſe eau exterieure, l'approfondiſſement s'en fera l'une fois par F, B demeurant cloſe, l'autre fois par B, F demeurant cloſe; quelque fois eſtans les deux portes B & F ouvertes enſemble, quand on veut approfondir le Havre A I avec plus grande quantité d'eau, comme cela ſe peut entendre plus manifeſtement par ce que dit eſt de l'uſage des Eſcluſes au 2 Exemple de ce Chapitre, où l'on voit auſſi qu'on peut encore plus fort approfoudir le re-

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

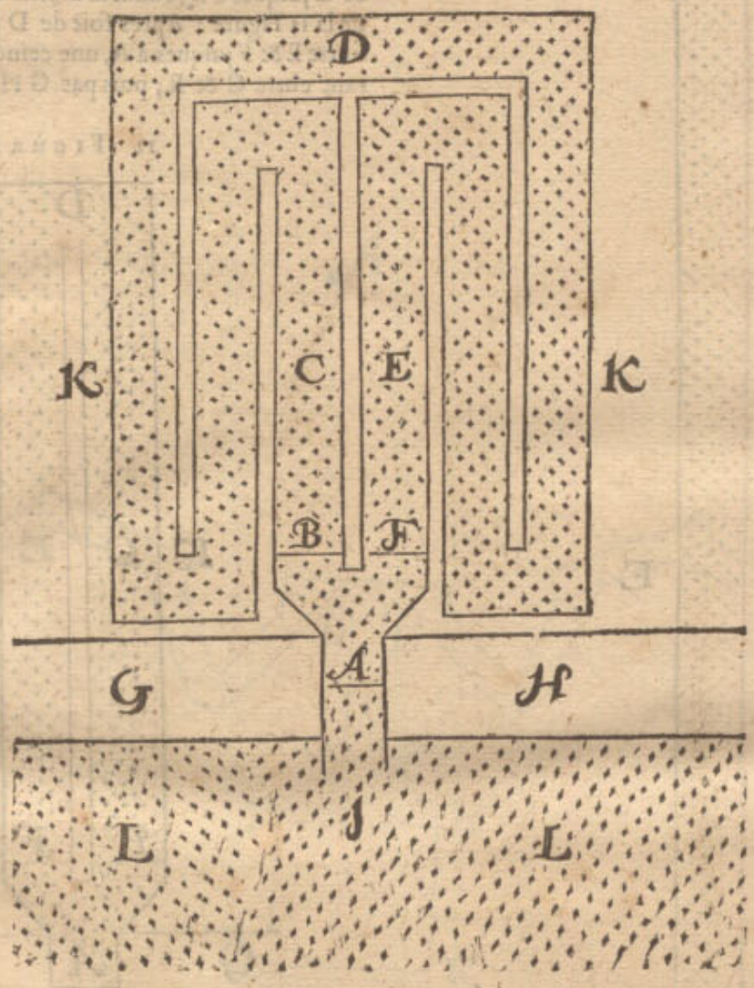
le receptacle, en laiſſant tomber l'eau haute exterieure en l'eau interieure quand elle eſt au plus bas.

Quant aux deux portes miſes pres de B & F, il ne faut pas que ce ſoyent des ouvrages de grand couſt, veu qu'il n'y a point de cheute d'eau, comme à l'Eſcluſe A, & que l'eau des portes fermées B F eſt preſque auſſi haute devant que derriere, dont on peut voir l'exemple en ſemblables portes, qui ſont faites à aucuns ponts de Delf, pour conduire l'eau par devant les portes ſans y entrer, quand les Moulins rafraichiſſent l'eau.

Notez auſſi, qu'encore bien que la ceincture entre C & E ſoit icy marquée par exemple longue & eſtroicte, toutefois on peut luy donner telle forme qu'il viendra à poinct ſelon les circonſtances du lieu, à ſçavoir longue ou large, droite ou tortue, prenant les foſſez à ſon advantage & ſelon qu'on trouve utile.

S'il vient mieux à propos en quelques Pays d'ordonner le receptacle plus pres du Havre, ſans tant l'eſloigner, & que toutefois il contienne aſſez d'eau, cela ſe pourroit faire comme en ceſte 13 Figure, en laquelle

13 Figure.




les lettres ſont de telle ſignification qu'en la 12 Figure, mais l'eau de chaque coſté des portes B, F, fait un tour d'avantage, de ſorte qu'ouvrant une fois la porte B, l'autre fois F, il en vient approfondiſſement par tout le receptacle.

Mais ſi on vouloit encore à chaque coſté un tour d'avantage, cela ſe pourroit faire comme en ceſte 14 Figure, en laquelle les lettres ſont auſſi de la meſme ſignification, de ſorte qu'ouvrant l'une fois la porte B, l'autre fois F, il en vient profondeur par tout le receptacle.

On voit aſſez l'intention par ceſte 13 & 14 Figure, & la maniere pour faire que les receptacles comprennent encore plus d'eau.

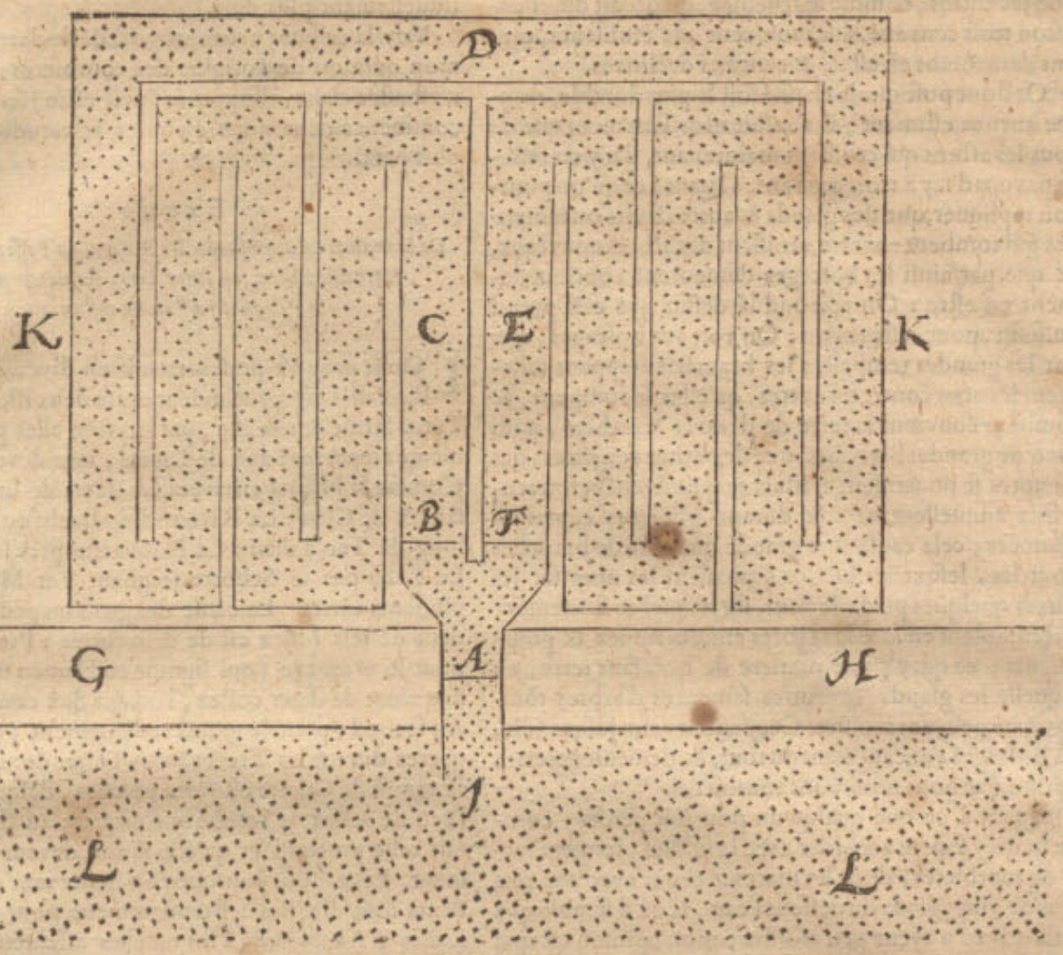
Il ſemble qu'il eſt poſſible par ce que dit eſt cy-devant, d'empeſcher non ſeulement l'accroiſſement qui vient és receptacles de la 11 Figure, mais encore de les pouvoir faire auſſi profonds, qu'avec pluſieurs petites Eſcluſes de peu de couſt, vuidans leurs eaux dans les receptacles, on pourroit ſecher pluſtoſt les Terres qu'auparavant, & auſſi avec moindre quantité de Moulins, qui pourront moudre aux profonds receptacles, pendant qu'ils ſont plus bas que l'eau exterieure: Les receptacles qui ſervent de foſſez navigables, ſeront plus commodes à la Navigation pour la grande profondeur: On evitera auſſi ſelon ceſte maniere les grands deſpens qui ſe font quand on approfondit avec des houës.

J'ay traité juſques icy de la maniere d'approfondir les receptacles avec des Eſcluſes guindées qui y ſont maintenant, d'où eſt aſſez notoire, que les Eſcluſes à eſguilles tournantes feroyent encore beaucoup meilleur ſervice.



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

14 FIGURE.




II EXEMPLE.

*De l'approfondiſſement des foſſez aux tourbieres (qu'on nomme en Hollande Venen) où l'on fouit des tourbes.*

LEs tourbes en ces Pays ſe tirent hors de la terre en deux manieres; l'une de deſſous l'eau juſques à la profondeur de 20 pieds & d'avantage, avec des rets appropriez à tirer des mares. L'autre maniere ſe fait au deſſus de l'eau, en hoüant les tourbes avec des houës. Il eſt fort utile pour cet effect de faire un foſſé par les tourbieres ſervant à deux fins principales; l'une à paſſer les Navires chargés de tourbes, pour venir à la grande Riviere ou Mer, & de là en divers lieux là où on veut: L'autre eſt, que l'eau deſcendant hors des tourbieres en iceluy foſſé les tourbieres deviennent ſi ſeches, qu'on peut houër à ſon aiſe les tourbes au deſſus de l'eau. Mais veu que j'ay intention de traiter principalement de ceſte deuxieſme maniere, il faut ſçavoir que pluſieurs d'iceux foſſez ont cet inconvenient de devenir ſecs, tellement qu'on fait des Eſcluſes en divers lieux qui ſouſtiennent l'eau: Cecy eſtant ainſi, & à fin de remedier audit inconvenient de ſechereſſe, on fera tourner les portes des Eſcluſes ſur eſguilles, ſelon la maniere deſcrite cy-devant, & les parties inferieures s'approfondiront par l'eau ſouſtenuë des parties ſuperieures du foſſé, & le ſable eſtant ainſi continuellement oſté, on fera une profondeur plus grande qu'il n'y avoit auparavant, non pas ſeulement plus commode à la navigation, mais auſſi pour l'enfouïſſement des tourbes, & ſechement des terres: Et encore bien qu'en temps de longue ſechereſſe, on n'aye point d'eau pour approfondir, mais qu'il la faille garder pour la navigation des Navires; quand cela adviendroit, on peut approfondir plus ſouvent quand il y a abondance d'eau. Notez encore qu'à cauſe de ceſte plus grande profondeur, il y a en tel temps ſec moindre defaut l'eau pour naviger: Auſſi qu'à cauſe de cela on pourra en temps de ſechereſſe, faire decouler l'eau plus bas que par cy-devant, les navires retenant toutefois aſſez de profondeur pour naviger. Tout cecy conſideré, & en outre le petit couſt du changement des ſuſdites portes d'Eſcluſes, ceſte admonition m'a ſemblé pouvoir eſtre utile.

Mais parce que quelqu'un pourroit penſer, que ceſte choſe eſt de ſi petite importance, qu'elle ne merite pas d'en faire une telle narration, il faut ſçavoir qu'en ces Pays, certaines tourbieres ſteriles vallent plus en achapt que les meilleures terres labourables; & il advient encore en certains lieux, que les tourbes eſtans tirées des tourbieres, qui eſtoyent auparavant infructueuſes, qu'on trouve deſſous icelle de bonnes terres labourables, & de paſture; de ſorte que pluſieurs en ont acquis des grandes richeſſes, leſquelles ſe pourroyent auſſi acquerir en d'autres Pays, ſi la cognoiſſance en eſtoit commune.

Or cecy touchant les tourbieres eſtant conſideré, il ne ſemble pas hors de propos qu'on taſche de ſçavoir leur origine, parce que telle cognoiſſance pourroit ayder à la choſe: Je dis donc que les tourbieres ont eſté des grands boſcages eſpais, & que tous les grands boſcages eſpais preſentement en ſont, & deviendront avec le temps tourbieres, en cas que les hommes n'extirpent point les boſcages, mais là où la nature a ſon cours: Pour demonſtrer cecy, il eſt notoire premierement que

les

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

les arbres periſſent avec le temps, quoy qu'il y en ait quelques eſpeces qui durent les unes plus long temps que les autres, comme les cheſnes, qu'on dit durer environ trois cens ans, à ſçavoir cent ans croiſſants, cent ans demeurans en eſtat, & cent ans declinans.

Or donc poſé que le cheſne ſoit le plus durable, comme aucuns eſtiment, il s'enſuit neceſſairement que de tous les arbres qui croiſſent maintenant, il n'y en reſtera pas uns d'icy à trois cens ans. Quant à ce qu'on pourroit repliquer, que des glands & autres fruits ou ſemences qui tombent en terre, croiſſent des arbres nouveaux, & que par ainſi les boſcages demeurent continuellement en eſtre : On reſpond là deſſus que cela prend auſſi fin, pour ceſte raiſon : On voit aux boſcages, que par les grandes tempeſtes les branches frappent tellement les unes contre les autres, qu'elles ſe rompent, & tombant couvrent la terre de deſſous les arbres, auſſi bien de grandes branches, que de petites vergettes, qui en apres ſe pourriſſent : Mais ce qui advenant ſouventefois annuellement, & durant pluſieurs centaines d'années, cela cauſe une grande quantité de branches pourries, leſquelles briſées s'amaſſent les unes ſur les autres quelques pieds de haut, ſur leſquelles finalement s'accumulent encore les arbres entiers ruinez & pourriſſants ; ce qui eſt une matiere de bois ſans terre, en laquelle les glands & autres ſemences d'arbres tombant, ne peuvent croiſtre: Cecy eſtant venu juſques à la, les boſcages s'aneantiſſent du tout, & demeurent terres ſteriles que nous nommons tourbieres.

Quant à ce que quelqu'un pourroit penſer, comment cecy ſe peut accorder avec la ſuſdite premiere ſorte de tourbieres, dont les mares ſe tirent avec des rets plus de vingt pieds du deſſous l'eau, là où il ſemble que nuls arbres n'ayent peu croiſtre; mon opinion eſt que cela ſe peut faire comme s'enſuit : Les terres diguées n'accroiſſent plus hautes apres le diguement, les boſcages eſtant en icelles deviennent tourbieres, comme il eſt dit cy-devant; mais les Terres hors des Digues accroiſſent continuellement, ce qu'on trouve en pluſieurs endroits en vingt ou trente années, eſtre acreu de la hauteur de deux ou trois pieds & plus, mais par longue continuation telle difference eſtant ſi grande, que le fond de la Riviere eſt beaucoup plus haut que la Terre diguée, comme l'on trouve par effect en pluſieurs lieux, dont j'ay eſcrit plus particulierement à la 13 propoſition du mouvement materiel de la ſphere terreſtre, les Terres diguées ne peuvent decouler leur eau de pluye, mais demeurent deſtruites, & l'eau exterieure y entrant, les tourbieres, qui ſont de matiere de bois, montent auſſi haut que l'eau, puis le ſable avec la matiere argilleuſe qui vient avec les hautes eaux, tombant par les tourbieres juſques au fond, le Pays recroiſt en haut, la tourbiere flottant ſur l'eau; ce qui eſt auſſi l'occaſion que les profondes tourbieres branlent quand on marche deſſus, ce qui va comme de la ſieure de bois, laquelle miſe en l'eau, & preſſant deſſus, elle s'encline en bas; mais quand on ceſſe de la preſſer, elle remonte en ſon premier lieu : Et hors de telles tourbieres on peut tirer des tourbes fort avant ſous l'eau, comme j'avois propoſé de declarer.

Les arbres qu'on trouve communement dedans les tourbieres, teſmoignent auſſi que ces lieux ont eſté des boſcages: La raiſon pourquoy tels arbres ne ſont point pourris, ni changez en matiere de marais ou tourbes comme les autres, mais qu'ils ſont fort durs, ſemble telle : A ſçavoir qu'avant que d'eſtre pourris, ils ont eſté converts du ſuſdit accroiſſement, & demeurant ainſi hors de la gelée & ſplendeur du Soleil, en apres ils ne ſe pourriſſent point, mais deviennent d'autant continuellement plus durs.

Voy-là ce que j'avoys propoſé de declarer, touchant mon opinion de l'origine des tourbieres; ſi la choſe n'eſt aſſez claire, elle pourra (peut eſtre) ſervir de commencement pour cy-apres y prendre garde de plus pres.

### 12 Exemple.

*De la maniere d'approfondir les Rivieres ou Foſſez navigables entre deux Iſlez, ou entre Terre ferme & une Iſle, là où il y a flux & reflux.*

L'On ſe propoſe preſentement en divers lieux de ces Pays de faire profondeur entre deux Iſles, ou entre Terre ferme & une Iſle, par laquelle elles peuvent demeurer ſeparées l'une de l'autre, ſans devenir ſeches: Comme la Nieuwerhavenſche Vaert de long de Cadſant & de Groe : La Riviere Eendrecht ou Voſmeer le long de Ter-Tolen : La Roovaerts pres le Clunder: Le Foſſé par le Schorre joignant Ter-Muyden, & pluſieurs autres. La cauſe des guais ou peu de profondeur de tels foſſez eſt de deux ſortes : Premierement pour le wan-tije (qui ſignifie en Flamen un lieu où le flux vient de deux coſtez, l'un des flux contre l'autre) Au ſecond, pour le grand rediguement (advenu nagueres durant les Treves) des Terres dont les Digues au temps de Guerre eſtoyent percées, deſquelles terres l'eau de reflux ne tombe maintenant au foſſé, & n'y fait telle profondeur qu'elle faiſoit devant le rediguement. Les raiſons pourquoy on deſire tant ces profondeurs ſont diverſes : Premierement, pour naviger par icelles : Au ſecond, à fin qu'elles aſſeurent les terres contre l'Ennemy : Au troiſieſme, veu que les terres qui ne ſont point diguées, ont d'un & d'autre coſté du foſſé un grand accroiſſement, & que pourtant par les reflux journels il avalle moins d'eau au foſſé, il eſt apparent qu'icelles terres & les fonds de tels foſſez ſe hauſſeront ſi fort en brief, qu'on ne pourra en temps de Guerre les mettre ſous l'eau : Il eſt bien vray que l'accroiſſement des terres eſt empeſché par diguage; mais alors l'accroiſſement du foſſé eſt encore plus grand, parce qu'il n'y a point d'avallement de la ſuſdite eau de reflux de terres joignantes. Au quatrieſme, veu que ceſte maniere d'approfondiſſement ſe fait par diguage des terres, il s'enſuivroit le profit qui en procede les terres demeurant là deſſus idoines pour (par leurs Eſcluſes ou percement de Digues) les pouvoir ſubmerger quand la neceſſité le requiert. Au cinquieſme, quand les foſſez ſont profonds, alors les terres diguées peuvent vuider en iceux abondament l'eau par leurs Eſcluſes, & eſtre ſeches de bonne heure, ce qui ne reüſſit pas ainſi quand les foſſez ſont eſtouppez, pour leſquels advantages on pourroit par bonne raiſon faire contribuer les Digueurs, aux deſpens des Eſcluſes & leurs forts qui y ſont neceſſaires.

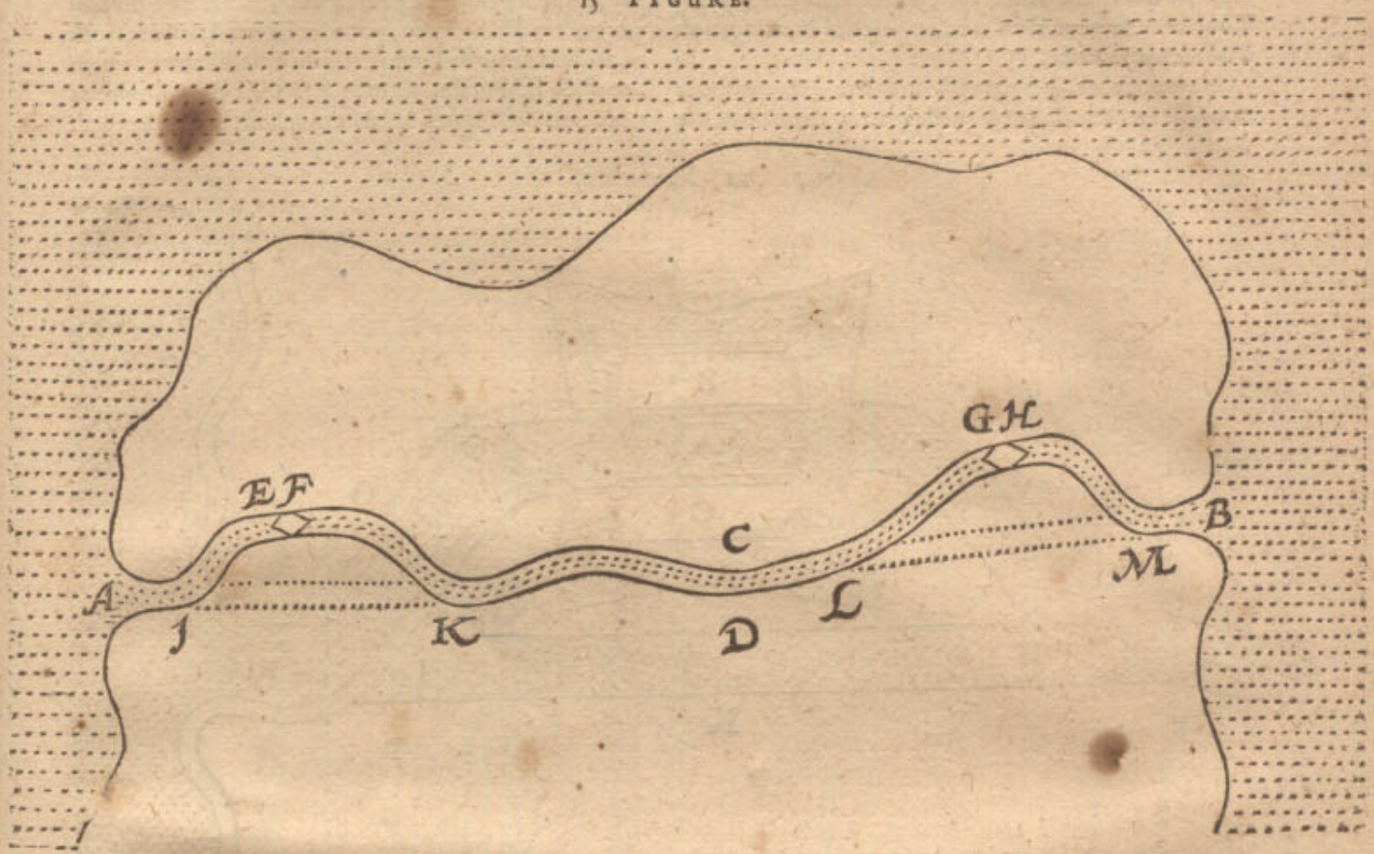
Mais pour parvenir aux ſuſdits profits, & eviter ces difficultez, la regle en pourroit eſtre comme s'enſuit:

Soit A B un Foſſé entre l'Iſle C, & l'Iſle ou Terre ferme D, leſquelles terres n'eſtant point diguées, le reflux journalier tombe vers le bas Foſſé A B, en faiſant grande profondeur; mais il devient annuellement pour les raiſons ſuſdites, comme on void par experience, moins profond. Pour obvier à cecy, & ne retenir ſeulement la profondeur qui y eſt, mais pour l'augmenter encore, on mettra (les terres eſtans premierement diguées)

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

diguées) aux deux bouts des Fossez, des Escluses d'esguille, chacune avec deux paires de portes, comme E F & G H, par lesquelles se peut faire profondeur de deux sortes : L'une avec l'eau haute du Fossé, tombant en la basse Mer : L'autre avec l'eau haute de la Mer, tombant au bas Fossé : Car l'eau du Fossé estant venue par le flux au plus haut, on ferme les deux paires des portes F & G : Le reflux estant en apres au plus bas, on ouvre l'unefois une des paires de portes, comme F, une autre fois l'autre paire, comme G ; & l'eau fera sa profondeur sans rencontrer le susdit wan-tije. Mais pour approfondir selon la deuxiesme maniere, avec le flux de la Mer au bas Fossé, on ferme les deux paires de portes E H, quand le reflux est au plus bas : Le flux estant puis apres au plus haut, on ouvre l'unefois l'une des paires de portes, comme E, une autre fois l'autre

15 Figure.




paire, comme H : Et combien que le sable ne sorte ainsi hors du Fossé, & qu'il s'amasse à l'un des bouts, si est-ce que par le suivant reflux on le peut oster par l'eau haute du Fossé, comme il est dit d'un semblable au 2 Exemple de ce 3 Chapitre.

La premiere maniere d'approfondir des susdites deux, n'est au Fossé pas si forte que la deuxiesme, à cause que les Digues sont en certains lieux fort esloignez l'un de l'autre ; parquoy l'eau haute entre deux est fort large, ce qui est cause qu'au commencement le cours de l'eau est fort lent : Mais d'autre part il fait un cours plus fort & durable aux bancs devant les embouchures du Fossé : Là dessus il faut encore considerer que la terre entre les Digues & le Fossé, accroist & hausse continuellement, de sorte qu'en peu de temps les communes hautes marées seront comprinses en un Fossé estroit, y faisant plus de force.

La deuxiesme maniere d'approfondir, est plus forte au Fossé, à cause que l'eau haute exterieure du flux, tombe dedans la basse estroite carine ou cave du Fossé. De ceste deuxiesme maniere de la closture des portes E H sur eau basse peut suivre un autre notable advantage au sechement des terres, parce que les Escluses d'icelles terres peuvent au bas Fossé exonder autant de l'eau comme il peut comprendre sans empeschement de l'eau croissante.

Mais veu que par ceste 15 Figure avec la 16 suivante, on peut facilement declarer encore un autre advantage, & aussi quelque desavantage, procedant de ceste maniere de digage, j'en diray ce mot : Si la terre entre E & H des deux costez du Fossé, estoit aussi haute que les plus hauts flux vulgaires dont on veut approfondir, il ne faudroit point faire des Digues de chaque costé du fossé, qu'il y faudroit mettre autrement sans telles Escluses, dont les despens montent beaucoup quand la distance de E à H est grande : Outre ce on est dechargé des despens annuels des reparations de telles Digues, comme aussi du peril de rupture causant inondation, qui en advient quelquefois : Mais ladite terre entre E & H estant plus basse que les plus hauts flux dont on veut approfondir, alors il faut seulement des petites Digues, aussi hautes qu'il suffit ausdits plus hauts flux, sans faire des hautes grosses Digues contre toutes tempestes & eaux d'extraordinaire hauteur. Mais d'autre costé est à considerer, qu'ainsi faisant, il faut estouper non sans grands despens le Fossé en deux lieux, comme pres de I & M, avec la Digue qui y passe, ce qui n'advient point selon l'autre maniere de digage, de sorte qu'en la calculation des despens, on se peut souvenir de ce desavantage contre les susdits advantages.

La maniere d'approfondir ayant esté declarée, reste à considerer, que la navigation ne soit empeschée, pendant qu'on fait l'Escluse ce qui redonderoit au grand dommage du Pays : Mais pour effectuer cecy, soit par les lignes poinctées de I à K, & de L à M, signifié le cours du Fossé comme il estoit, devant que les Escluses

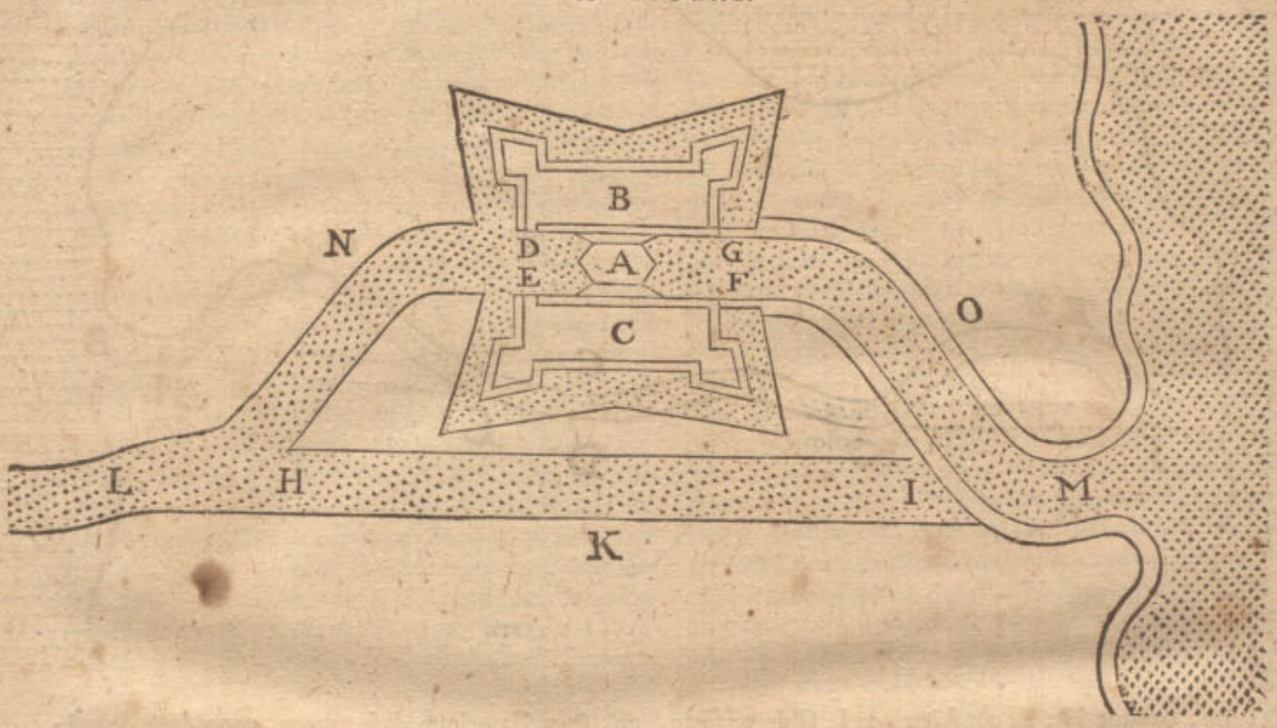


Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

y ayent eſté miſes, à ſçavoir de A tout droit par I K, & de là à L; & puis par L M juſques à B, la terre eſtant alors au lieu des Eſcluſes ſans Foſſé : Cecy eſtant ainſi, on mettra les Eſcluſes ſur icelle terre, comme au lieu de E F & G H (ce qui eſt auſſi neceſſaire, parce qu'on ne les doit mettre entre I K & L M au plus mol fond du Foſſé) leſquelles eſtant faites, on fouïra de chaque coſté de l'Eſcluſe une profondeur nouvelle, tant qu'on vienne au Foſſé, & puis on eſtouppera le vieil Foſſé avec la Digue qui y paſſe au travers, comme au lieu de I & M: Tout cecy ſe peut faire ſans empeſcher la navigation d'une ſeule journée.

Notez encore, que par ceſte maniere de la courbure nouvellement fouïe, par laquelle la navigation demeure libre cependant qu'on fait les Eſcluſes, s'enſuit un autre advantage : Mais pour en faire plus ample declaration, enſemble de la maniere des Forts qu'on pourroit ordonner devant les Eſcluſes, je mets icy la ſuivante 16 Figure d'une Eſcluſe ſeule avec ſon fort, auquel A ſignifie les deux paires de portes d'eſguille : B & C ſont deux parapets auſſi hauts que les Digues, empeſchant que de dehors on ne ſoit veu dedans le Fort : Aux deux bouts d'iceux parapets pres D & E ſont des ouvertures, par leſquelles on peut paſſer pour venir le long du talu aux portes des Eſcluſes, pour les ouvrir & ſerrer : Auſſi pour de là venir de l'une partie du Fort à l'autre, outre une allée faite ſur les portes : F G ſont deux Dodanes aux bouts des Digues, là où ils touchent contre le Fort :

16 Figure.




H I eſt le vieil Foſſé eſtouppé au bout I, avec la Digue traverſant le meſme vieil Foſſé : K eſt la terre là où l'Ennemy peut venir : Tellement qu'avec ceſte courbure L A M, I H eſt ſignifié en majeure forme, ce qu'en la 15 Figure ſignifioit la partie L G H B M.

L'advantage procedant de ceſte courbure L A M nouvellement fouïe, eſt (outre ce qu'en faiſant ainſi on ne donne aucun deſtourbier à la navigation cependant qu'on baſtit) qu'elle cauſe que les portes des Eſcluſes ne ſont veuës, ou canonées de dehors, car de l'autre coſté du Foſſé comme au lieu de N & O, où l'on ſuppoſe que l'Ennemy ne peut venir, ces portes ſont entierement deſcouvertes.

Notez encore, que ſi au commencement quand les Eſcluſes ſont premierement miſes, il n'y euſt pas eu aſſez de profondeur au Foſſé & que de nuict on craigniſt quelque ſurpriſe de l'Ennemy, on pourroit de nuict retenir l'eau haute du flux, & approfondir de jour, juſques à ce qu'avec la baſſe marée il y aye aſſez de profondeur.

Il faut encore ſçavoir qu'en des foſſez fort longs, on pourroit mettre une troiſieſme Eſcluſe, avec deux paires de portes, environ le milieu du Foſſé, & approfondir l'une moitié baſſe, avec l'autre moitié haute, l'une fois d'un coſté, une autre fois de l'autre.

Ceſt approfondiſſement eſtant fait une fois la ſepmaine, ou auſſi ſouvent qu'on le trouve neceſſaire, & y mettant bon ordre, comme és Villes là où on approfondit les Havres par Eſcluſes, le paſſage journel des Navires n'en ſeroit non plus incommodé qu'eſdites Villes.

Or donc les terres de la 15 Figure eſtant ainſi diguées, n'accroiſteront point puis apres plus hautes, pouvant quand il eſt beſoing eſtre miſes ſous l'eau, par l'ouverture des Eſcluſes ou percement de Digues : Le profond Foſſé empeſche le paſſage de l'Ennemy : Il eſt idoine à la navigation : Il eſt auſſi fort utile pour ſecher les terres diguées, dont il eſt parlé cy-devant plus particulierement. Tellement que par cecy l'intention de ceſt 11 Exemple ſemble eſtre aſſez declarée.

## IV Chapitre.

*Contenant des exemples comment certaines Villes conſiſtantes en effect, ſe peuvent fortifier par les regles generales du 3 Chapitre.*

### 1 Exemple
### DE CALAIS.

NOus avons declaré aſſez manifeſtement par les Exemples du 3 Chapitre, comment les Villes & Forteresſes qu'on fait de nouveau, ſe peuvent fortifier avec des Eſcluſes : Mais parce que le principal uſage eſt d'appliquer cecy à des Villes vieilles toutes faites avec conſi-

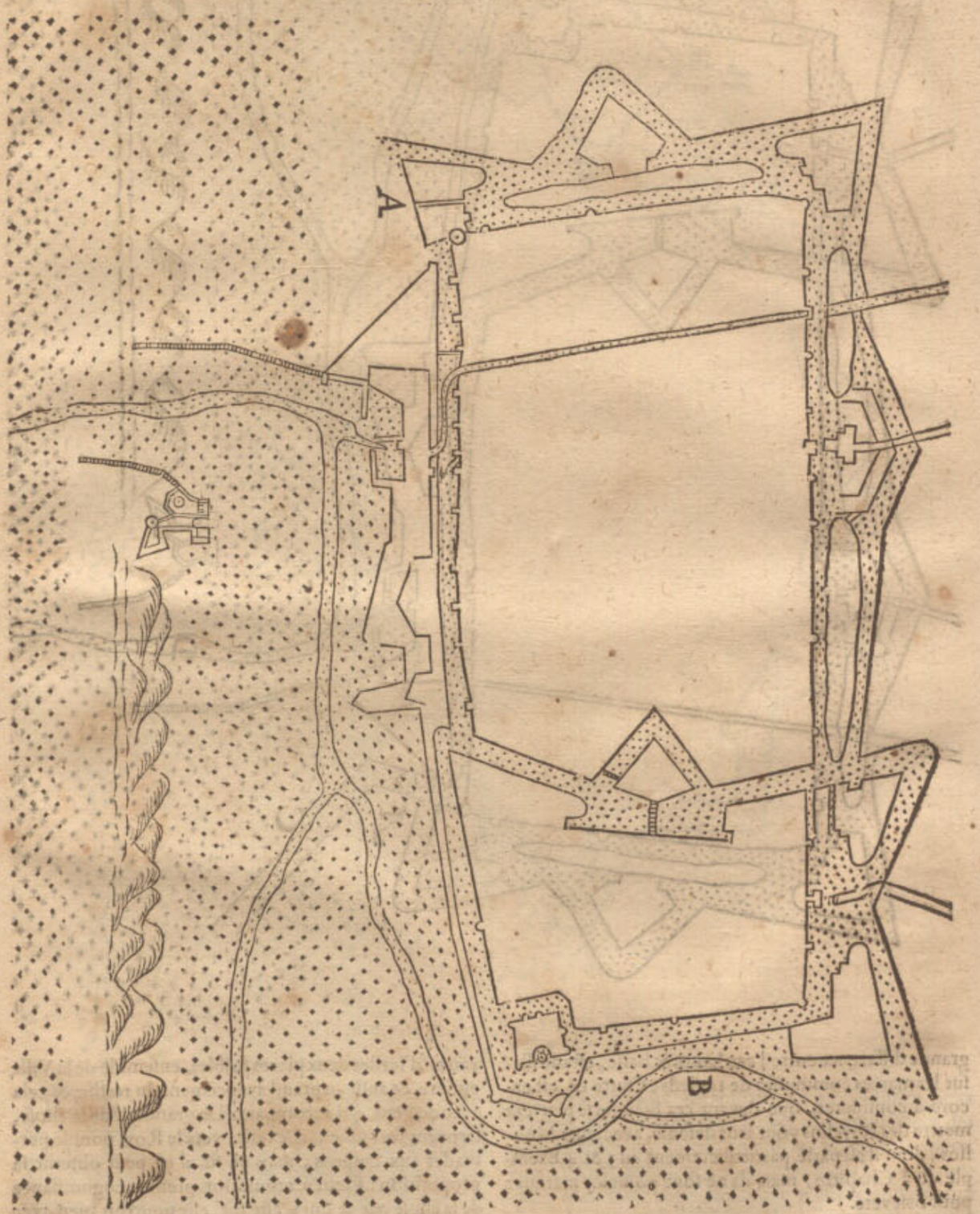
Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

conſideration des circonſtances, j'en deſcriray ce particulier Chapitre.

Calais eſtant une Ville de grande importance, contre laquelle la Mer frappe avec flux & reflux, a du coſté d'Orient des Dunes, outre leſquelles on peut venir à pied ſec contre les remparts. Pour fortifier ce lieu foible, on y fait une haute muraille, & auſſi un haut boulevart de pierre, de ſi grand couſt (ſelon que m'ont dit ceux qui en diſoyent avoir cognoiſſance) que je ne le veux icy eſcrire, & le tout avec peu d'avancement; car puis qu'on y peut advenir à pied ſec, comme il eſt dit, il ne peut longuement reſiſter contre les approches dont on uſe maintenant, ni eſtre aſſeuré d'eſcalades.

Mais comme le Gouverneur *Monſeigneur de Vic* de bonne memoire, eſtoit en peine de cecy, il deſira devant ſon treſpas que je me portaſſe ſur ſe lieu, pour adviſer ſur la fortification de la Ville; ce que je fis, & me fut livré (outre la viſitation) que je faiſoye un plan, ſemblable à ceſte 1 Figure, en laquelle A ſignifie le ſuſdit coſté d'Orient ſans foſſé, là où on peut venir contre les remparts: B eſt le coſté d'Occident.

1 Figure.




Sur quoy je declaray mon opinion, laquelle eſtoit que ſuivant la precedente regle du 2 Exemple du 3 Chapitre, on devroit mettre deux Eſcluſes à portes d'eſguille, l'une exondant ſon eau par un Havre nouveau,

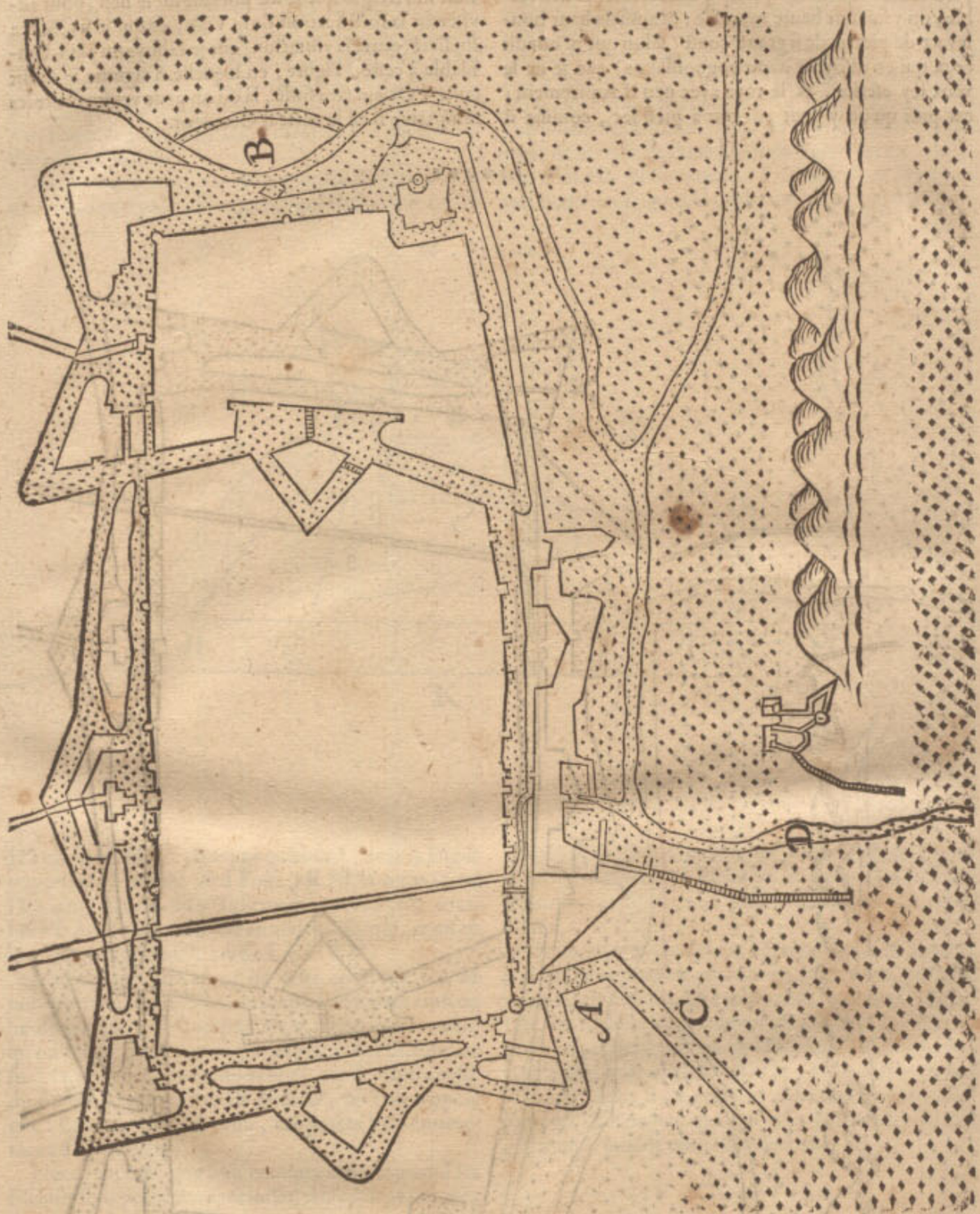


Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

qu'elle feroit comme C, l'autre à B exondant ſon eau par le vieil Havre D, comme il eſt demonſtré au ſuivant plan changé de la 2 Figure.

Avec quoy ſe feroit une profondeur ſelon la maniere plus amplement declarée au 2 Exemple ſuſdit du 3 Chapitre, dont l'effect ſeroit treſ vehement, pour la

2 Figure.




grande difference entre l'eau haute & baſſe, eſtant illec ſur les marées communes de 15 pieds: Outre ce, eſt encore à conſiderer, que devant ces Eſcluſes ſe peuvent mettre des Ravelins pour leur defenſe, avec leurs Moulins, dont il eſt parlé particulierement au 3 & 4 Exemple du 3 Chapitre, mais ils ne ſont point icy marquez pour brieveté.

Or comme le ſuſdit Gouverneur (homme de grand jugement, & fort experimenté en matiere de Guerre) croyoit fermement que de cela ſuivroit bonne fortification d'icelles deux places foibles, enſemble de la Ville entiere, & auſſi au grand avancement du traffic, & cela avec deſpens, qui accomparez à la grandeur de la choſe, ſeroyent fort petits, il ſe retira vers le Roy, pour le perſuader aux deſpens, mais en fin il ne peut obtenir ſa propoſition: Pluſieurs toutesfois prenans cognoiſſance de la choſe par ce qui a eſté dit, elle pourroit bien avec le temps avoir meilleur ſuccés, j'en ay auſſi voulu faire ceſte admonition.

2 Exem-

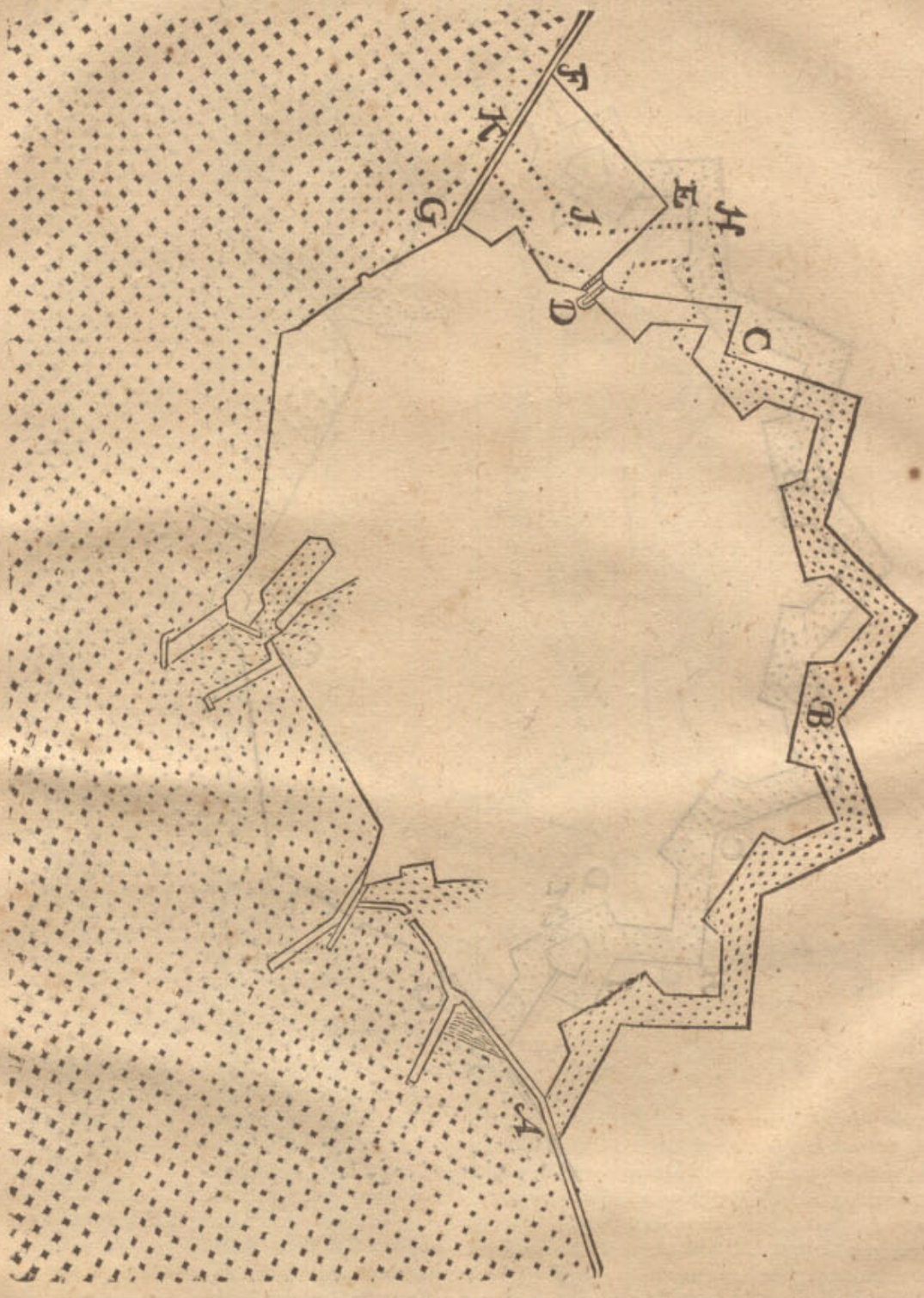
Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

2 Exemple

## DE FLISSINGUES.

PAr les lignes de la 3 Figure ſuivante de A outre B à C, s'entendent les nouveaux ouvrages des remparts & Foſſez qui ſont faits à Fliſſingues : Les lignes de C outre D E F G ſignifient les vieux ouvrages qui ne ſont point refaits, dont le parc D E F G eſt le receptacle de l'eau du Moulin, les lignes poinctées de C outre H I K ſignifient le changement qu'on pretend de faire cy-apres, pour accomplir l'ouvrage regulier.

3 Figure.

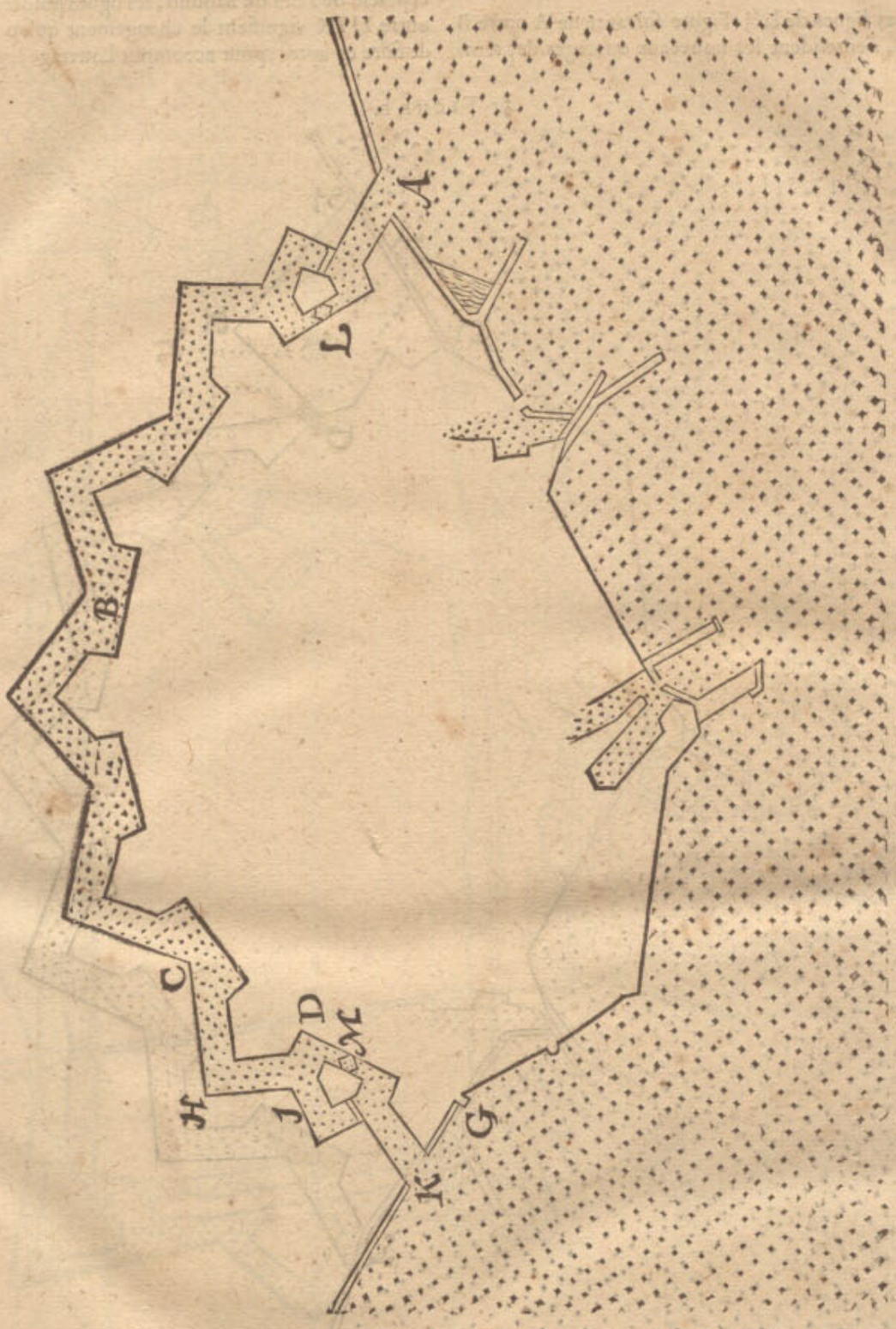



Mais ſi la choſe venoit ſi avant, & qu'on voulut baſtir des Eſcluſes à portes d'eſguille, on pourroit oſter les trois Dodanes pres A, G, D, de la 3 Figure, & mettre deux Eſcluſes à L & M, comme en la 4 Figure ſuivante, rompant le receptacle D E L G, & moudre ſelon la maniere declarée au 4 Exemple du 3 Chapitre : Et ſi on ne vouloit laiſſer les Navires dedans le foſſé, mais les ordonner de venir en la Ville, cela ſe pourroit faire avec une entrée par le rempart, ou par les autres vieux Havres. On pourroit traicter icy plus amplement des particularitez qui ſont à conſiderer en ceſte matiere, oyant l'advis & inſtruction de ceux à qui la choſe touche ; Mais ceſte regle commune n'eſtant entendue ni concedée, ne priſe reſolution de refaire les vieux remparts, il pourroit eſtre que ce que j'en ferois ſeroit peine perdue, pourtant il ſuffira d'en avoir fait ceſte narration.



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

4 Figure.



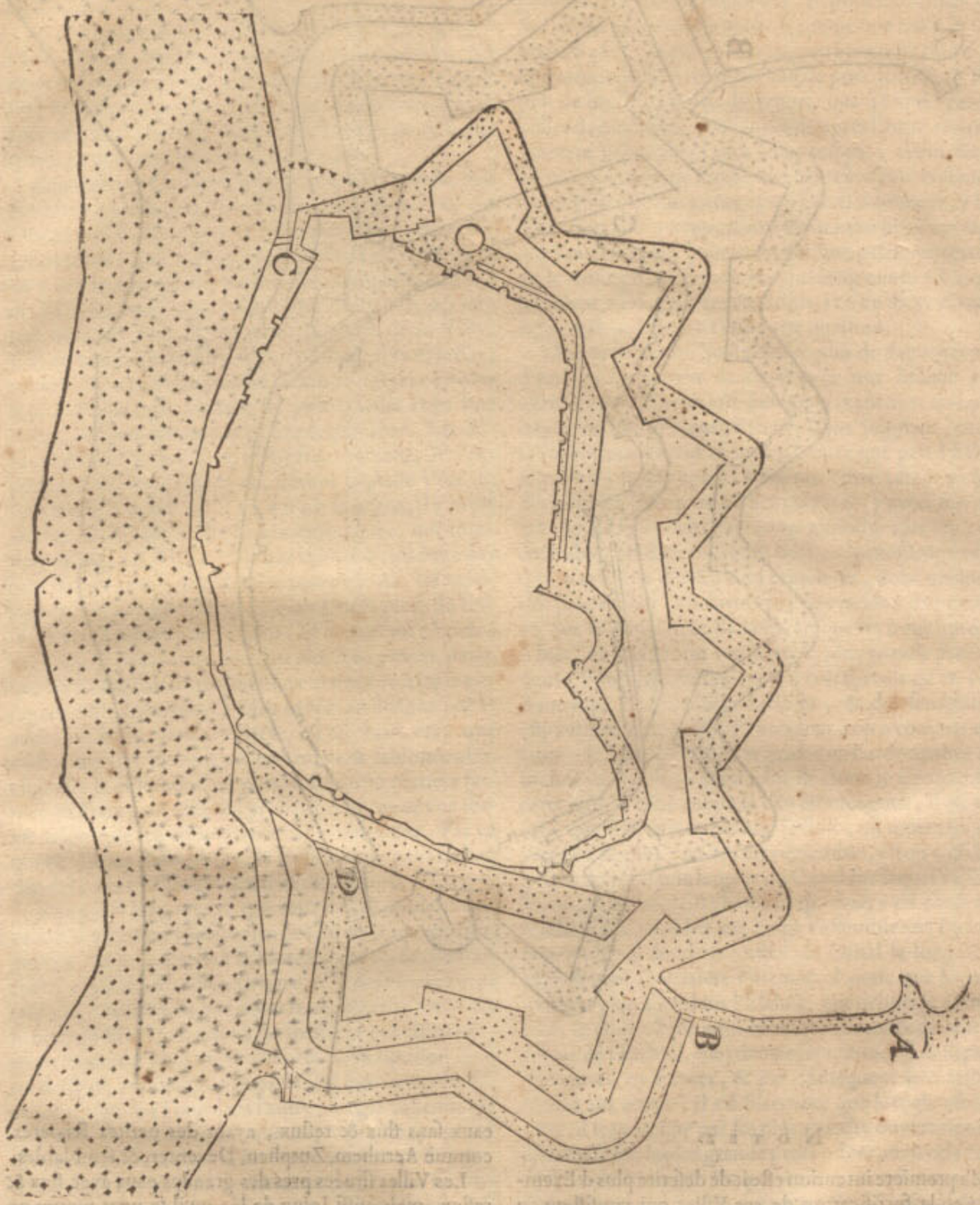

## 5 Exemple
## DE DEVENTER.

*Deventer eſt preſentement de telle forme que ceſte 5 Figure demonſtre.*

ET combien que l'Iſſel qui y court à l'encontre n'a flux ne reflux, toutefois l'approfondiſſement s'y peut faire de grande vehemence, avec la petite Riviere A B nommé Schibbeke, laquelle donne ſouventefois grande abondance d'eau, pour y faire grande profondeur de Foſſez & Havres, ſans deux bouts ſabloneux, comme en la 5 Figure, mais au lieu deux Havres profonds, & cela ſelon la commune regle du 7 Exemple du 3 Chapitre, à ſçavoir qu'oſtant les deux Doda-

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

5 Figure.

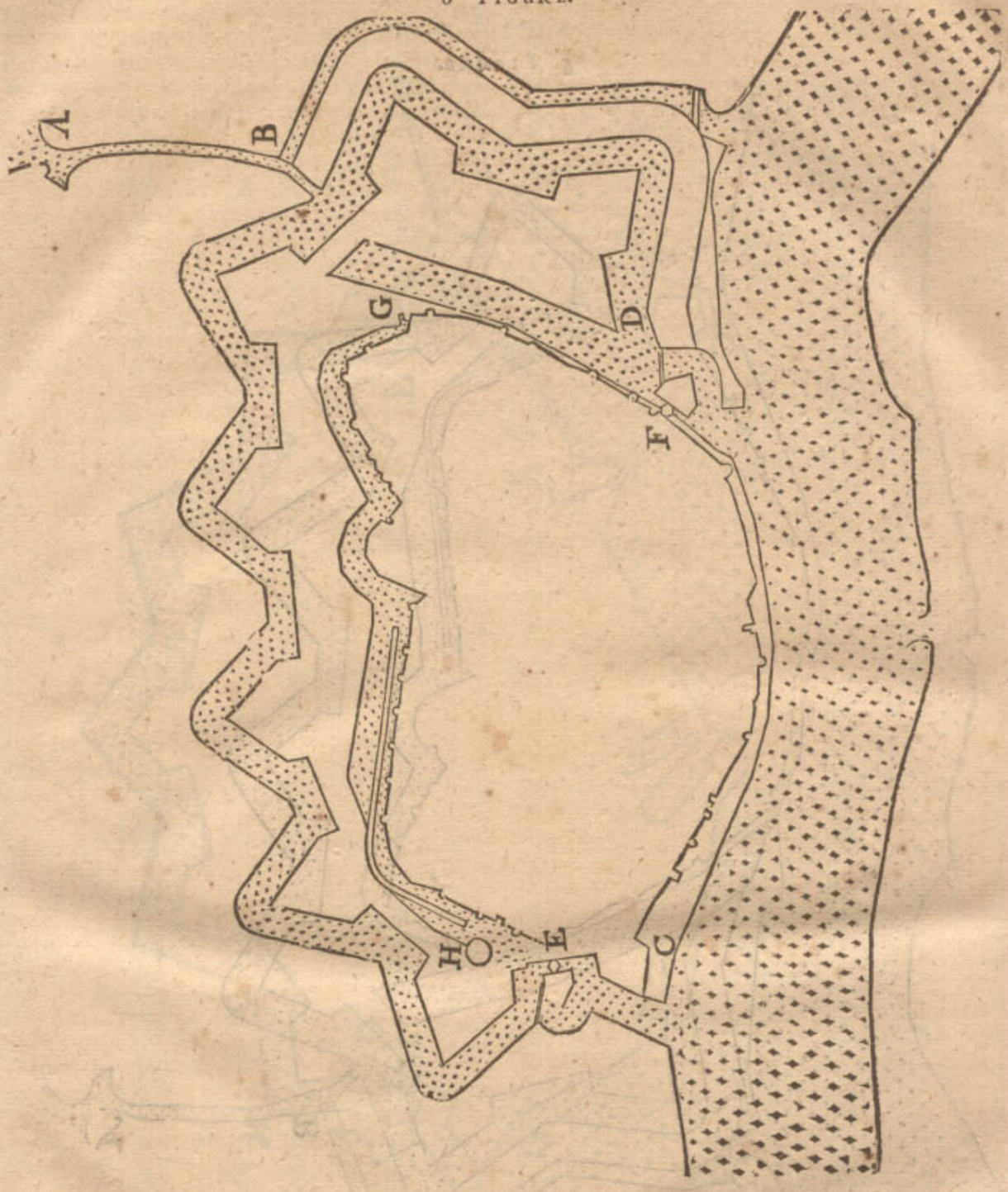



Dodanes C D de la 5 Figure, on mettroit comme à la ſuivante 6 Figure deux Eſcluſes à portes d'eſguille au lieu de E F, ou ailleurs ſi on le croyoit plus utile : Et pour ſauver les Navires contre le cours de la glace, on les pourroit cacher & mettre dedans la Ville au vieil foſſé, lequel avec l'approfondiſſement ordinaire ſe pourroit auſſi faire plus profond, ſi on perçoit le bout pres G.



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

6 Figure.




Notez.

Ma premiere intention eſtoit de deſcrire plus d'Exemples en la fortification de ces Villes qui conſiſtent en effect, mais voyant qu'il y faudroit plus de temps que je n'y peux employer, & qu'outre cela tel amendement ne peut ſouvent ſucceder, pour les pretentions & oppoſitions des Pays & Villes circonvoiſines; de ſorte qu'on pourroit perdre beaucoup de peine, j'ay reſolu de changer tel deſſein, & au lieu de cecy, dire quelque choſe en general, comme s'enſuit:

Les Villes ſituées au bord des grandes eaux avec flux & reflux, comme en ces Pays, Yſendicque, l'Eſcluſe, Ter-Tolen, Ter-Vere, Ziericzee, Willemſtadt, Geertruyden Bergue, Rotterdam, Dordrecht, Enchuyſen, Amſterdam, & ſemblables, ſe peuvent fortifier par Eſcluſes ſelon la maniere du 2, 3, 4 & 5 Exemple du 3 Chapitre: Comme auſſi les Villes pres des grandes eaux ſans flux & reflux, ayant des petites Rivieres, comme Aernhem, Zutphen, Deventer, & ſemblables.

Les Villes ſituées pres des grandes eaux avec flux & reflux, mais auſſi loing de là, qu'il ſe peut mettre un ſiege entre deux. comme Bergues op den Zoom, Middelbourg, la Briele, Schiedam, & ſemblables, ſe peuvent fortifier par Eſcluſes ſelon la maniere du 6 Exemple du 3 Chapitre: Comme auſſi telles Villes pres des grandes eaux ſans flux & reflux, moyennant qu'il y ait une petite Riviere, comme Douſbourg, & ſemblables.

Les Villes ſituées au bord des grandes Rivieres ſans flux & reflux, & ſans petite Riviere, comme Worckum, Heuſden, Bommel, Kampen, Emmeric, Reez, & ſemblables, ſe peuvent fortifier avec des Eſcluſes ſelon la maniere du 8 Exemple du 3 Chapitre.

Les Villes loing des grandes eaux, mais ayans des petites Rivieres innavigables: Comme Breevoort, Moers, la Haye, & ſemblables, ſe peuvent fortifier par des

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

des Eſcluſes ſelon la maniere du 9 Exemple du 3 Chapitre : Comme auſſi les Villes loing des grandes eaux, avec de petites Rivieres navigables qui ſont entierement eſtouppées par des Eſcluſes, comme Breda, & ſemblables.

Les Villes qui ont peu de flux & reflux, mais des petites Rivieres, comme Harderwijc & ſemblables, ces deux enſemble, à ſçavoir la petite Riviere avec le petit flux & reflux, peuvent faire l'approfondiſſement plus fort avec plus grande difference de l'eau haute & baſſe, que celle qui vient ſeulement de la marée.

Combien que le fond du haut foſſé d'Aernhem, ſoit environ 14 pieds plus haut que le bas fond hors de ſes Dodanes ; ſi eſt-ce que je tiens pour choſe poſſible (moyennant qu'il n'y ait point au fond de rochers ou de matiere trop dure) de le pouvoir approfondir par des Eſcluſes, auſſi profond que ſans Dodanes on pourroit naviguer avec des batteaux alentour de la Ville : Car combien que le Rhin n'y ait point de flux & reflux, toutesfois pour la commodité de la petite Riviere nommée la Beque, par laquelle on peut amaſſer l'eau fort haute, j'eſtime que cela ſe pourroit effectuer. Les raiſons qui me le font croire plus franchement, eſt l'experience advenue à Lingue, devant laquelle Ville du temps que SON EXCELLENCE la gagna, il y avoit aux bords des foſſez des hautes montagnes, qui commandoyent à la Ville : Mais par la bonne conduite des eaux hautes de ſa petite Riviere nommee Aa, les montagnes ſont anichilées bien juſques à mille pieds du foſſé, & cela à fort peu de deſpens : Et que cecy n'eſt point un ſonge, ſe peut croire d'autant plus fermement, parce que les Bourgeois ſortoyent ſouvent pour voir les montagnes qui tomboyent, eſtans cavées au deſſous par le cours de ladite petite Riviere. Il eſt bien vray que c'eſtoyent des montagnes entierement ſablonneuſes, eſquelles la diſſipation eſt plus facile qu'en matiere ferme ; mais on peut tirer ſon profit de cecy, pour s'en ſervir ſelon que les circonſtances le permettent. Par ce qui eſt dit icy d'Aernhem, le ſemblable ſe peut entendre des autres Villes qui ont telle diſpoſition.

Il y a pieçà long temps, que ceux de Leyde commencerent à faire une Eſcluſe pres de Catwijc, pour naviguer par icelle de Leyde à la Mer, & pour vuider auſſi les eaux ; mais les troubles ſurvenans, le deſſein demeura imparfait, tellement que l'œuvre commencé a obtenu le nom de Mallegat, qui eſt autant à dire que trou follement conceu. Mais pour declarer mon opinion d'un tel deſſein, je dis ainſi : Si on faiſoit à ce lieu trois Eſcluſes d'eſguilles l'une dans l'autre, larges chacune de 50 pieds, faiſant enſemble une ouverture de 150 pieds, & hors des Dunes deux teſtes longues ſelon qu'il appartiendroit, j'eſtime qu'il deviendroit un des plus fameux Havres dont on parle maintenant, qui ne ſeroit auſſi ſubject à tel changement de bancs accroiſſants à l'embouchure, comme les Havres cauſes par des Rivieres, dont je traiteray plus particulierement cy-deſſous : Mais ſi on mettoit pres de la Ville d'autres Eſcluſes d'eſguilles ſelon que requerroit un tel deſſein, on pourroit faire qu'il n'y auroit point aucun meſlange de l'eau marine avec la fraiche de la Ville, laquelle auſſi en temps que le vent demeure longuement en un endroit, ſeroit journellement rafraiſchie mieux que maintenant.

Je diray encore un mot de certaines proprietez, qui en matiere d'Eſcluſes ſont à remarquer : Quelques uns n'eſtiment point profitable de tirer entierement en haut à un coup la porte d'une Eſcluſe ; parce (diſent-ils) que l'approfondiſſement eſt alors incontinent fini, mais qu'il vaut mieux qu'on la hauſſe par intervalles, pour moderer le cours, & faire que l'approfondiſſement dure plus long temps : Mais quant à moy, la maniere de ceux qui font deſgorger l'eau tout à coup, auſſi toſt qu'il eſt poſſible, me ſemble meilleure. Et pour en donner raiſon, je dis par exemple ainſi : Comme une balle de Canon de 48 lb, roullant en une gouttiere miſe de biais, & courant de là en un monceau de pots de terre, y fera plus de breſche en peu de temps, que 48 lb de petites balles de mouſquet, roullant l'une apres l'autre en icelle goutiere pendant un plus long temps : Ainſi dis-je qu'une grande eaue ſouſtenue, tombant tout enſemble par une grande ouverture en un fond ſablonneux, y fait plus de breſche ou approfondiſſement en peu de temps, que l'eau tombant lentement par une petite ouverture ſur le meſme fond durant un plus long temps : Ce que ſemblant aſſez conſiſter en raiſon, je n'en diray d'avantage, mais je paſſeray à une autre queſtion.

On a veu ſouvent qu'il s'eſt fait plus de degorgement d'eau ou ſechement de terre avec une Eſcluſe plus eſtroite, qu'il n'avoit eſté fait auparavant avec une plus large ; ou que pluſieurs Eſcluſes l'une joignant l'autre, faiſoyent auparavant moindre ſervice que peu d'Eſcluſes qu'on y faiſoit apres : Comme entre autres au lieu des cinq Eſcluſes pres de Schiedam on y avoit fait une grande Eſcluſe, mais beaucoup moindre que les cinq enſemble ; rendant toutefois beaucoup meilleur ſervice que n'avoyent fait les cinq premieres, dont quelques uns pourroyent conclurre avec des raiſons d'apparence, que les plus larges Eſcluſes, auſquelles nous buttons ſi fort, ne font point touſiours la plus grande profondeur. Pour reſpondre à cecy, il faut ſçavoir qu'en l'ordonnance d'icelles cinq Eſcluſes, & des ſemblables eſquelles ſe rencontre tel accident, on a commis une faute, de laquelle il ſe faut garder en l'ordonnance des Eſcluſes d'eſguille : Mais à fin de donner à cognoiſtre cette faute à ceux auſquels elle eſt incognue, il eſt notoire que ſi l'ouverture d'une Eſcluſe, ou toutes les ouvertures de pluſieurs Eſcluſes enſemble, eſtoit auſſi large que la commune largeur du Canal ſur lequel l'Eſcluſe, où les Eſcluſes ſont baſties, qu'alors c'eſt choſe naturelle, que tel ſable ou fange s'aſſemble en l'Eſcluſe, comme il y a des deux coſtez du Canal le long de la terre devant & derriere l'Eſcluſe, à cauſe que le cours n'eſt pas plus fort dans l'Eſcluſe, que dehors le Canal : Mais le ſable eſtant ainſi aſſemblé dedans & devant les portes de l'Eſcluſe, elles demeurent fermes ſans ſe pouvoir ouvrir ny fermer, & par conſequent ſans rendre ſervice aux terres : Il eſt bien vray que la regle eſt certaine, à ſçavoir que par les plus grandes ouvertures des Eſcluſes ſe fait la plus grande profondeur, mais cela s'entend à condition que les portes n'ayent tel empeſchement : Pourtant il faut en ordonnant les Eſcluſes d'eſguilles, ſoigner que l'ouverture ſoit touſiours autant plus eſtroicte que la largeur du Canal ou du receptacle, que tel eſtouppement n'en provienne.

J'adjouſteray à ce qui eſt dit encore cecy : A ſçavoir, que les Havres faits par Eſcluſes d'eſguilles avec eau marine ſans qu'il y entre aucune Riviere, acquerrent moindre accroiſſement de bancs que les Havres faits par Rivieres, à cauſe que là advient ſeulement accroiſſance du ſable, qui vient aucunefois ſous l'eau avec les grandes tempeſtes, & qui apres en eſt rejetté avec le cours des Eſcluſes : Mais l'accroiſſement devant l'embouchure des Rivieres, eſt outre cela autant plus grand que cauſent les hautes eaux qui apportent telle quantité de ſable, des montagnes & hautes terres, que les bancs

en

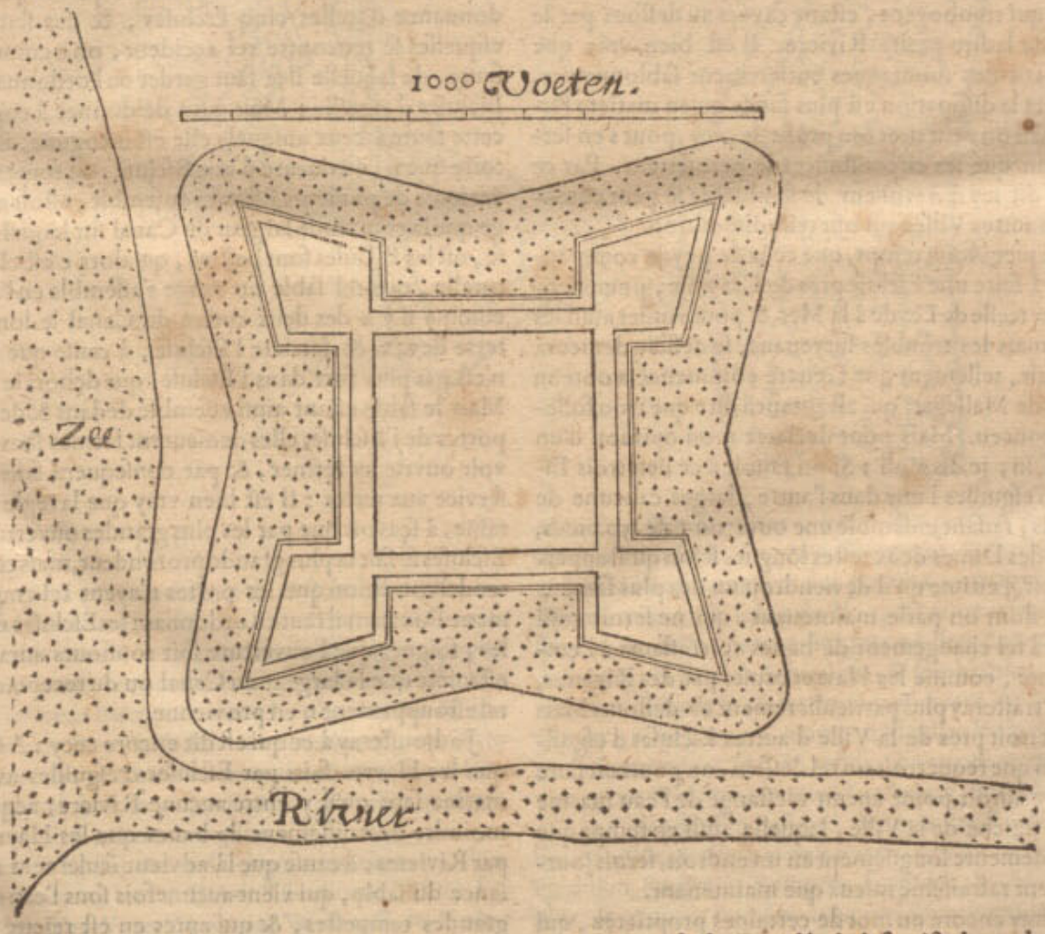
Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

en acquierent si grand changement, qu'on cerche souventefois la plus grande profondeur pour remettre les tonneaux : Voire cet accroissement est tel, que les grandes Isles qu'on voit accroistre à l'embouchure des Rivieres en viennent, comme devant l'Escau les Isles de Zeelande, & devant la Meuses les Isles d'Hollande, comme Briele, Vooren, Goeree, Beyerlandt, & plusieurs autres qui au temps de *Ptolomée* n'y estoyent pas, & depuis sont fort changées, comme il se peut voir par ses Cartes & celles du temps present : de sorte que plusieurs Villes qui estoyent alors Maritimes, sont depuis devenuës champestres : On voit aussi que devant les Havres, comme de Marseille, Genes, Napels, & semblables, par lesquels il ne court point de Rivieres en Mer, un tel accroissement ne vient point comme és autres. Tellement que les Havres des Villes situées au bord de la Mer loing de Rivieres, & approfondis par Escluses, ne sont point subjects à telle difficulté comme la premiere sorte de Villes situées aux bords des Rivieres. Quant à ce que quelqu'un pourroit repliquer, que les Villes situées au bord des grandes Rivieres navigables, ont joignant la navigation externe en Mer, encore la navigation interne dedans le Pays, & que les Villes sans Rivieres n'ont point tel advantage : On peut respondre, qui ayant depuis icelles Villes jusques à la grande Riviere, des Fossez avec des Escluses d'esguille és Diguées, les Navires peuvent par iceux Fossez entrer dans les Rivieres, & naviguer dedans le Pays comme si les Villes estoyent situées aux bords des Rivieres, & si tels Fossez n'y sont pas, on les y peut (quand la commodité le permet) fouïr de nouveau.

Or ayant mis premierement en ce 4 Chapitre des Exemples comment certaines Villes consistentes en effect, se peuvent fortifier par Escluses, & puis apres ayant encore discouru en general de ceste matiere, je mettray fin à ce Traité.

# APPENDICE.

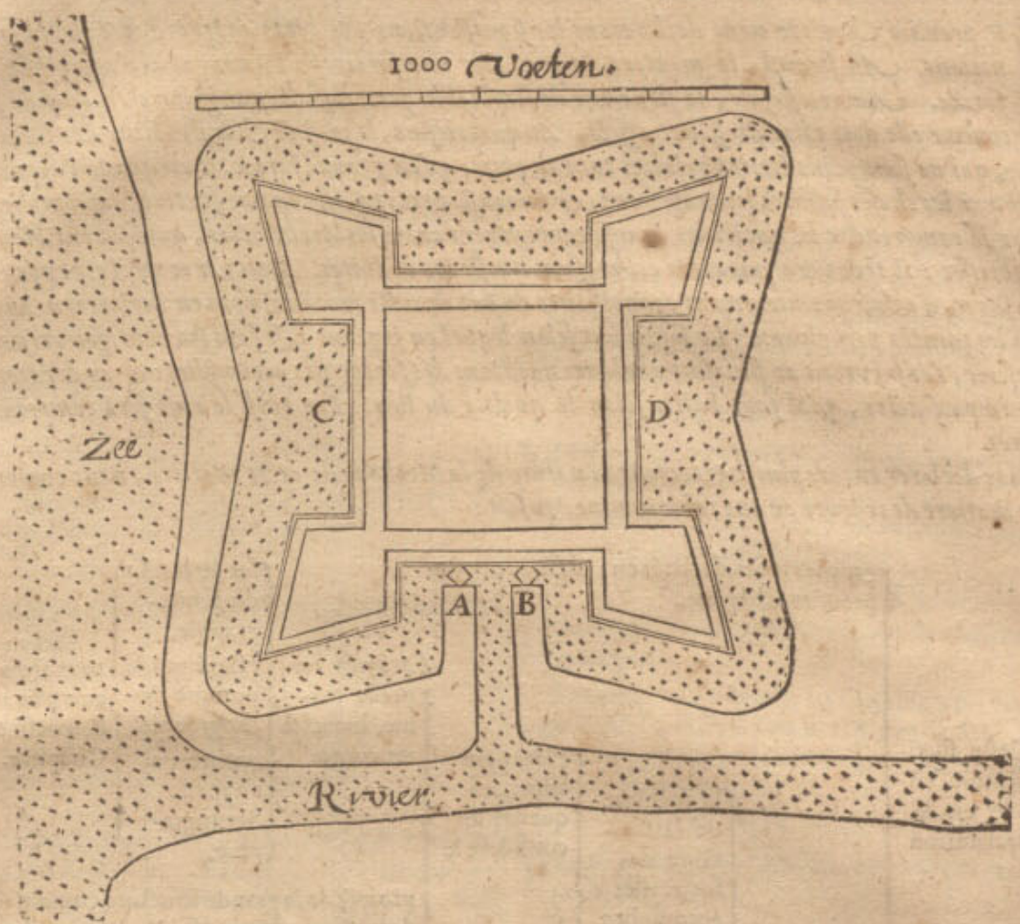
IL est advenu lors qu'on imprimoit la fin de ce Traité, qu'on fit le plan d'un grand Fort quarré, comme en ceste premiere Figure suivante, lequel on a envie de bastir en quelque lieu, ayant un costé le long d'une Riviere, l'autre le long de la Mer, & à l'entour un fossé, estant icy marqué aussi pres de la Riviere, & de la Mer, qu'il n'y demeure point de place pour loger un Camp : Laquelle maniere on estime meilleure, que de faire battre les ondes contre les boulevarts, pour les raisons amplement declarées cy-devant. Telles places sont entre autres Gorckum, Aernhem, Thiel, le Fort sur la Vooren, S. André, Lillo, Liefkens Hoec, & plusieurs autres en Flandres. Le susdit plan m'a esté monstré pour en dire mon advis, lequel j'ay voulu joindre au precedent comme s'ensuit : Premierement il est bien vray, qu'à telle maniere de fossé il ne faut point de Dodanes pour soustenir l'eau du fossé : Mais d'autre part pas un Navire ne peut entrer au fossé pour y estre asseuré contre l'Ennemy, ce qui toutefois est fort necessaire en temps de siege, pour estre garanti contre les canonnades & le feu.




Il est bien vray qu'on peut prevenir ces difficultez avec des Escluses d'esguille, selon la maniere descrite au 3 Chapitre ; Mais parce que ceste Exemple semble requerir plus ample declaration, je mets à ceste fin le plan suivant dudit Fort, là où A signifie l'une des Escluses d'esguille, B l'autre, mises entre deux boulevarts devant une mesme courtine, faisant l'approfondissement par le Havre C, l'unefois avec A, B demeurant close, l'autre

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

l'autre fois avec B, A demeurant cloſe, ſelon la maniere declarée plus amplement au 3 Chapitre. On doit auſſi ſçavoir que la contreſcarpe aura ſon chemin couvert, avec ſon foſſé devant, pour couvrir les Navires, ſelon ſa maniere deſcrite à la fin du 5 Exemple du 3 Chapitre.




La difference entre ceſt Exemple, & les Exemples du 3 Chapitre, eſt qu'il y a icy deux Eſcluſes d'eſguille ordonnées entre deux boulevarts devant une meſme courtine, là où chacune des autres eſt devant une courtine particuliere, dont la raiſon eſt telle : Si chaque Eſcluſe d'eſguille giſant icy pres de A & B, eſtoit miſe devant le milieu d'une courtine, comme au lieu de C & D, comme elles ſont miſes aux Exemples du 3 Chapitre, il eſt notoire qu'on ne pourroit tenir qu'une moitié de l'eau du foſſé pour approfondir, là où autrement on a l'entier foſſé. Secondement, les deux Eſcluſes d'eſguille A, B, l'une aupres de l'autre, ſont mieux deffendues avec leurs boulevarts tous deux vers la Riviere, là où on n'attend point de ſiege, & ſans avoir meſtier de Ravelin, qu'une Eſcluſe pres de D, par où on peut eſtre aſſiegé du coſté de la terre, & qui requerroit bien un Ravelin pour ſa defenſe : De ſorte que pour ceſte raiſon, les Eſcluſes d'eſguille és petits Forts avec peu de boulevarts, veulent eſtre miſes l'une aupres de l'autre devant une meſme courtine, pourveu que l'eau de la Mer ou de la Riviere ne frappe point contre la Forteresſe, auquel cas les Eſcluſes d'eſguille veulent eſtre miſes ſelon l'autre maniere.

La cauſe pourquoy je ne mettoye ceſt Exemple avec ceux du 3 Chapitre, eſtoit qu'il me ſembloit alors aſſez manifeſte, & que chacun le pourroit facilement conſiderer par ſoy-meſme, ſans en faire plus ample declaration : Mais venant au faict, & tirant le plan d'un fort, lequel on veut faire en effect, ceſte plus ample explication me ſembloit convenable : De ſorte qu'à cauſe de cela je l'ay appliquée en ceſt Appendice, en intention de faire le meſme des autres ſemblables qui doreſnavant ſe pourroyent rencontrer.

*Fin de la Fortification par Eſcluſes.*

LA

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

# LA FORTIFICATION.

## ARGUMENT.

*AV premier Chapitre nous declarerons les significations des mots propres à ce Traicté en 21 definitions. Au second, la maniere de projecter une fortereſſe Hexangulaire accomplie en petite forme. Au troiſieſme, la ſtructure de ſemblable fortereſſe Hexangulaire en grande forme, à ſçavoir comme elle doit eſtre dreſſée en effect. Au quatrieſme, le project & la ſtructure des fortereſſes accomplies, qui ne ſont point Hexangulaires tant en petite qu'en grande forme. Puis quand l'apprentif aura entendu par les choſes ſuſdites les proprietez, & circonſtances requiſes en une fortereſſe accomplie, & pouvant par là comprendre les queſtions, qui ſe rencontrent entre les Architectes, qui ſçavent bien la façon des fortereſſes : il trouvera puis apres ces meſmes queſtions deduites. Mais par ce qu'il eſt expedient pour en bien juger, d'avoir premierement cognoiſſance du but de ceſte matiere, nous en declarerons au cinquieſme tous les poincts principaux. Le ſuſdit but ſelon lequel en jugeant il ſe faut ſouvent gouverner, eſtant ainſi deſcrit, s'enſuivront au ſixieſme quelques queſtions des fortereſſes accomplies : & au dernier des fortereſſes imparfaictes, qu'il faut baſtir ſelon la qualité du lieu. Par ainſi le tout ſera comprins en ſept Chapitres.*

*Et pour declarer encore plus apertement la nature de la Methode de ceſte matiere, nous comprendrons toute la matiere de ce livre en une table comme s'enſuit :*

- Ceſte fortification cõſiſte en la declaration des
  - propres mots, declarés en 21 definitions du premier Chapitre.
  - choſes comprenant
    - la maniere de la ſtructure des fortereſſes accomplies leſquelles ſont, ou
      - Hexangulaires, eſquelles ſe conſidere le
        - project en petite forme, lequel ſe rencontre
          - ſur le fond dit Ichnographie,
          - eſlevé qui ſe nomme Orthographie,
          - ombré qui s'appelle Scenographie,

          tous trois compris au deuxieſme Chapitre.
        - project de la grande ſtructure comme elle doit eſtre baſtie en effect, deſcrit au troiſieſme Chapitre.
      - d'autres angles que de ſix, dont le project tant en petite qu'en grande forme eſt declaré au quatrieſme Chapitre.
    - les raiſons de la meilleure maniere de ſtructure, conſiſtant en
      - la declaration du but d'icelle matiere, la cognoiſſance de laquelle eſtant utile à l'intelligence des arguments & au jugement d'iceux, nous en deſcrirons trois poincts principaux comprins au cinquieſme Chapitre.
      - Arguments ſur les
        - fortereſſes accomplies compris en 17 queſtions du ſixieſme Chapitre.
        - fortereſſes imparfaictes compris en 12 queſtions du dernier Chapitre.

### CHAPITRE I.

*Contenant les definitions des mots propres à ce traicté.*

COmbien que noſtre intention ſoit de deſcrire la fortification, ſi eſt ce que par cela nous n'entendons point un commun recit des fortereſſes du temps paſſé : mais ſeulement de celles, qui pour le preſent, ſont eſtimées les plus propres ſelon les moyens, dont on a beſoin contre un vaillant ennemy, pour le vaincre. Mais veu qu'il faut avoir la cognoiſſance des mots propres à ceſte matiere, à fin de pouvoir entendre ce qu'ils ſignifient, nous definirons premierement ceux qui nous ſemblent avoir beſoin d'explication pour ceux qui n'y ſont point verſez, & cela par trois communes manieres de projects : aſſavoir Ichnographie, Orthographie & Scenographie, qui ſeront repreſentées au deuxieſme Chapitre ſuivant par huict diverſes figures, dont la premiere eſt de l'Ichnographie ; mais veu qu'aucunes parties y ſont marquées fort petites & peu viſibles ; és figures 2. 3. 4. & 5 elles ſont repreſentées plus grandes : La 6. & 7. ſont de l'Orthographie : La 8. de la Scenographie.

### DEFINITION I.

*BOulevarts ſont teſtes qui ſortent des fortereſſes.*

Comme en la premiere figure les ſix boulevarts B, C, D, E, F, G, où en la 8 figure les deux A, B. Quant à l'etymologie du nom, elle eſt des Allemans, qui l'appellent *Bolvverck*, nom compoſé de *Bol* & *vverck*, qui ſignifient *Boulle* & *ouvrage* : comme pour dire ouvrage pour le fait des boulles, à ſçavoir pour leur reſiſter eſtans tirées là deſſus par l'ennemy. Les Italiens uſans

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

uſans de ce mot Allemand, diſent en langue corrompuë *Balvardo*, aucuns *Belovardo*, autres *Balluvardo*: lequel Jacomo Caſtriotto definiſſant au 1. liv. chap. 9. Le fait deriver de *Bellum* & *garda*; autant à dire que *guarde contre la guerre*. Mais ſi la vraye etymologie Allemande luy euſt eſté cognuë, j'eſtime qu'il ne l'euſt point defini de telle ſorte.

DEFINITION II.

*REmparts, ſont les terrains entre deux Boulevarts.*

Comme KH en la premiere figure C QRI en la 6. C en la 8.

DEFINITION III.

*CAies, ſont les bords exterieurs du foſſé.*

Comme en la premiere figure *b d c*: en la 6. *b* L P: en la 8. D.

DEFINITION IV.

*GRand foſſé, eſt ce qui eſt contenu entre les Boulevarts & Remparts d'un coſté, & le Caies de l'autre.*

DEFINITION V.

*COntre-foſſé, eſt celuy qui giſt aux foſſez ſecs environ le milieu du grand foſſé.*

Comme en la premiere figure *k b i*: en la 6 Y: en la 8 E.

DEFINITION VI.

*TErrepleins, ſont les chemins deſſus les remparts.*

Comme en la premiere figure entre les deux lignes *o, p*; en la 6 S K ſignifient le Terreplein du rempart inferieur. Mais *q r* en la premiere figure, Q *i* en la 6, & F en la 8, le Terreplein du rempart ſuperieur.

DEFINITION VII.

*PArapet, eſt la levée derriere laquelle on eſt deffendu juſques à la poictrine.*

Comme en la premiere figure *n o, p q*; en la 6 *k* T, & *i* R Parapets du haut, & bas rempart, leſquels ſe nomment auſſi vulgairement Courtines, par ce que l'on s'y cache comme derriere une courtine.

DEFINITION VIII.

*PEnte de parapet, c'eſt ſon coſté ſuperieur panchant vers le dehors.*

Comme R *c*, & T *d* en la 6 figure: G & H en la 8.

DEFINITION IX.

*EScarpe, eſt le coſté oblique qui ſe fait devant les remparts, & murailles, pour les garder de cheoir.*

Comme en la 6 figure *c*, S, I, V, L, *b*.

DEFINITION X.

*CHemin couvert, eſt ce qui giſt ſur la Caie, & dans lequel on peut aller couvert derriere un parapet.*

Comme en la premiere figure *b d e f*: en la 6 L P: en la 8 D.

DEFINITION XI.

*NEttoyer, eſt tirer les boulets d'artillerie au long d'un mur, rempart, chemin, ou ſemblable.*

DEFINITION XII.

*FLancs, ſont les coſtez des boulevarts.*

Comme en la premiere figure les flancs LPH, & QK.

DEFINITION XIII.

*OReillon, eſt la partie du boulevart, qui couvre le flanc.*

Comme en la 1 figure P *l m* M: en la 8 I, K, L, M.

DEFINITION XIV.

*SVperieure, moyenne, & inferieure place, ſont les trois divers lieux aux flanc là où l'artillerie prend ſa reculée.*

Comme en la 3 figure, l'aire où ſont les lettres N, O, P, Q, R, B, H, G, inferieure.

DEFINITION XV.

*CAnonnieres, ſont les ouvertures, qui ſe font aux parapets des trois places, & ailleurs, pour mettre en icelles l'artillerie.*

Comme en la 3 figure, les canonnieres de la place ſuperieure N, O, P, Q, R: de la moyenne C, E: & de l'inferieure I, K.

DEFINITION XVI.

*MErlon, eſt la partie du parapet, qui demeure entre deux canonnieres.*

Comme en la 2 & 3 figure, toutes les parties des parapets entre les ſuſdites canonnieres.

DEFINITION XVII.

*CAvalliers, ſont certaines hauteurs aux forteresſes en forme de montagnes.*

Comme en la 1 figure, les Cavalliers ſur les boulevarts B, C, D, E, F, G: en la 7 A: en la 8 A, B: pour deſcouvrir par iceux la campaigne, & mieux moleſter l'ennemy de loing.

DEFINITION XVIII.

*PLattes formes, ſont Cavalliers, ou boulevarts qui ſont plats pardevant.*

Comme quand on met deſſus, ou derriere la Courtine quelque hauteur, qui eſt par devant toute platte, ſans poincte; comme ſont les boulevarts, cela s'appelle Platte-forme. Semblablement quand on met quelque teſte platte par devant ſortant de la grande courtine (ce qui vient ſouvent à poinct és courtines avec angles interieurs: à fin de pouvoir nettoyer iceluy coſté plat, comme il ſera plus emplement declaré en ſon lieu) telle teſte, ou boulevart s'appelle auſſi Platte-forme. De ſorte que Platte-forme eſt comme genre ayant deux eſpeces, qui ſont Cavallier plat, & Boulevart plat.

DEFINITION XIX.

*COntre-mine, eſt l'allée voûtée au fond du rempart, à l'entour de la Forteresſe.*

Comme en la 6 figure *f g h*: & s'appelle Contremine, parce qu'on reſiſte par là aux mines des ennemis.

DEFINITION XX.

*SOrties ou Fauſſes portes ſont celles, par leſquelles on ſort ſecretement hors de la forteresſe, deſquelles l'iſſuë ſe met communement pour le preſent au coſté interieur de l'Oreillon.*

Comme en la 5 figure, la ſortie D E F G, dont la porte de l'iſſuë giſt hors le merlon de la place inferieure: comme en la 3 figure entre K & L.

DEFINITION XXI.

*LEs deſfences, qui ſe font d'un coſté & d'autre de la parfaicte forteresſe, pour s'aſſeurer encore mieux; s'appellent Caſemattes.*

Le mot Caſematte me ſemble Eſpagnol compoſé de *Caſe* & *matta*: comme qui diroit *caſa por donde ſe matta*: qui ſignifie maiſon, ou baſtiment par lequel on tuë.



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

Aucuns on par cy-devant auſſi nommé Caſemattes la moyenne, & inferieure place des flancs : mais l'uſage a obtenu entre les derniers Autheurs qu'elles ſoyent appellées plus proprement moyenne, & inferieure, ou ſeconde & troiſieſme place ; à cauſe (peut eſtre) qu'on ne les baſtit plus couvertes & voûtées comme maiſons, ſelon la maniere ancienne, dont il ſera parlé plus amplement en ſon lieu.

Outre les explications precedentes touchant les huict figures ſuivantes, nous mettrons en brief par eſcrit les ſignifications de leurs parties, pour plus grande evidence.

## Chapitre II.

### *Contenant l'exemple du pourtraict d'une forteresse Hexangulaire, en petite forme.*

VEu que l'on doit ſçavoir l'ordre des forteresses avant que venir à l'œuvre de baſtir, à fin de ne s'abuſer en ce qui ne ſçauroit puis apres eſtre changé ſans de treſgrands frais qui en deſpendent, on a de couſtume de pourtraire premierement diverſes figures ſelon la ſituation du lieu & de toutes les circonſtances ; à fin que les perſonnes qui en ont à diſcourir ſe puiſſent facilement entendre l'un l'autre par tels pourtraicts, & finalement en mieux conclure. Ces projects ſe font en deux manieres : Premierement, plats ſur le papier, puis apres ſolides d'argille, cire, bois, ou d'autre matiere commode : finalement on vient au baſtiment meſme. Or pour ſuivre icy cet ordre naturel, nous avons propoſé premierement de faire le pourtraict d'une forteresse accomplie Hexangulaire equilaterale inſcriptible au cercle ſans avoir egard aux empeſchemens, avantages ou deſavantages de hauteurs, profondeurs, mers, ou mareſcages : mais comme ſur un champ egal & commode pour y baſtir tout ce qui eſt requis à une forteresse parfaicte ſelon la maniere du temps preſent ; à ſçavoir avec doubles courtines, l'une haute l'autre baſſe, avec foſſez ſecs chaque flanc ayant trois places. Et par ce que la pourtraicture en plat ſe rencontre (comme dit eſt) en trois manieres, l'une ſur le fond dite Ichnographie ; l'autre debout nommée Orthographie, deſquelles chacune requiert ſes propres meſures, nous mettrons pour en traicter plus diſtinctement, toutes les meſures de l'Ichnographie en une particuliere deſcription. Puis apres les meſures de l'Orthographie en une autre. Au dernier ſuivra la pourtraicture Schenographique.

Il faut auſſi ſçavoir qu'en la deſcription nous n'uſerons point de methode par Dichothomie du tout en ſes parties, ains mettrons devant ce qui precede commodement en l'effectuel pourtraict.

Mais avant que traicter de ces meſures nous voulons dire encore un mot au Lecteur expert. C'eſt qu'au cas qu'il trouve quelque meſure ou ordonnances leſquelles ne ſoyent pas bonnes à ſon advis, nous n'avons pas deliberé de luy en rendre compte en ce lieu, mais à fin que noſtre doctrine ne ſoit obſcurcie par argumens, nous n'en traicterons qu'aux Chapitres ſuivans 6 & 7.

### *Meſures de l'Ichnographie.*

PRemierement chaque coſté de l'hexagone, ſur lequel ſe figurent les boulevarts ſera long de 1000 pieds, par leſquels nous entendons pieds de Delf ; de la comparaiſon deſquels, avec autres meſures, nous parlerons en la premiere queſtion du ſixieſme Chapitre.

Secondement, de chaque angle de l'hexangle, juſques au coſté exterieur du merlon il y aura 180 pieds.

3. La largeur des flancs ſur le coſté exterieur du merlon de la moyenne place avec l'eſpaiſſeur de l'oreillon, font enſemble 140 pieds.

4. La largeur du flanc meſurée ſur le coſté exterieur du merlon de la moyenne place de 30 pieds.

5. L'eſpaiſſeur du merlon de 20 pieds.

6. Quand on prolonge de 120 pieds la ligne ſignifiant la largeur du flanc, avec ſon oreillon (laquelle nous avons dite cy-deſſus devoir eſtre de 140 pieds) alors ſe tirera le raid qui doit venir à l'oppoſite par la poincte exterieure d'icelle ligne de ſorte que le grand foſſé ſera large en ce lieu de 120 pieds.

7. Le chemin couvert ſera large au coing à l'oppoſite du milieu de la grande courtine de 20 pieds.

8. Le contre-foſſé ſe mettra nettoyable par la canonniere inferieure, & ſera large ſur le coing à l'oppoſite du milieu de la grande courtine de 20 pieds : & puis par tout de meſme largeur.

9. La longueur de l'oreillon, de 100 pieds.

10. L'eſpaiſſeur du merlon de la courtine baſſe tant du boulevart comme de la grande, de 20 pieds.

11. La largeur de ſon terre-plain, ou allée de 20 pieds.

12. L'eſpaiſſeur de l'eſcarpe du haut rempart, de 10 pieds, adjouſté encore au meſme l'eſpaiſſeur du parapet 20 pieds, qui font enſemble 30 pieds. Ce parapet ſuperieur ſe produira, & on en fera une guirlande ſuperieure du boulevart ; comme on avoit fait la guirlande inferieure du parapet inferieur : tirant les courtines des boulevarts hors du coing interieur de la place ſuperieure ; laiſſant pour longueur de la place moyenne, 30 pieds.

13. La largeur du terre-plain de 50 pieds.

14. L'eſpaiſſeur de l'eſcarpe interieure du haut rempart, 20 pieds.

15. La largeur de la ruë entre les maiſons, & le rempart, de 30 pieds.

16. L'eſpaiſſeur de l'eſcarpe du cavallier de 10 pieds : auſquels adjouſtez l'eſpaiſſeur de ſon parapet de 20 pieds, font enſemble 30 pieds. Et ſeront les coſtez du devant du cavallier tirez du coing interieur de la place ſuperieure : Et le contenu entre le parapet de la place ſuperieure, & le cavallier, ſera pour largeur de la place ſuperieure de 30 pieds.

17. Il y aura un chemin au coing, où ſe conjoignent deux chemins couverts, par lequel peuvent aller & venir, tant les chevaux & beſtail, que les hommes, pour venir du foſſé au chemin couvert : mais en montant ſans degrez en tout 40 pieds : le meſme chemin ſera long de 240 pieds, large par deſſus de 20 pieds : & ſera tiré hors du coſté exterieur du flanc. Si il ſe fait de bois, on le peut plus facilement desfaire ou rompre quand on veut.

18. On mettra ſemblables chemins en chaque coing, où ſe conjoignent deux parapets, qui ont des chemins couverts : pour par iceux monter du chemin couvert deſſus ſon parapet ; leſquels chemins ſeront longs de 40 pieds, larges de 20 : & ſeront, comme les precedents, ſans degrez, & tirez du coſté exterieur des flancs. On entend auſſi, que l'on baſtira de ſemblables chemins dedans la forteresse en chaque coing où ſe raſſemblent deux remparts, par leſquels on pourra monter de la ruë au terre-plain, pour par iceux amener la groſſe artillerie, & autres choſes neceſſaires.

19. Il y aura une petite voûte en chaque partie du haut rempart giſant ſur l'oreillon, pour pouvoir venir par là, de l'allée du bas rempart, qui eſt entre deux boulevarts, outre la moyenne place, en l'allée du bas rempart

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

part des boulevarts : pour ainſi pouvoir aller tout à l'entour de la fortereſſe ſans empeſchement. La meſme voûte doit eſtre ſi baſſe, qu'elle ſoit aſſez couverte du parapet, qui eſt devant, à ſçavoir de la hauteur de 6 pieds, & autant de large.

20. Les deux canonnieres de la moyenne place ſeront larges au lieu où elles ſont les plus eſtroictes, de 2 pieds; & ſeront auſſi miſes en ſorte qu'on puiſſe voir par icelles, juſques au coing du parapet du chemin couvert, qui eſt apposé au milieu de la grande courtine.

21. La longueur de la place inferieure qui eſt l'ouverture entre le merlon de la place inferieure, & le merlon de la moyenne place, de 30 pieds.

22. L'eſpaiſſeur du merlon de la place inferieure de 20 pieds.

23. Les trois canonnieres de la place inferieure ſeront au lieu le plus eſtroict, larges comme les autres de 2 pieds, & tendans vers le chemin couvert, juſques à ce qu'on puiſſe par icelles nettoyer la contreſcarpe.

24. Au parapet de la place ſuperieure on mettra cinq canonnieres, deſquelles les trois interieures, ſeront accommodées en ſorte qu'elles puiſſent nettoyer le parapet du chemin couvert: mais les deux exterieures en telle ſorte, qu'elles puiſſent nettoyer un coſté de la baſſe courtine, & tirer vers le coſté exterieur, auſſi loing, que l'oreillon le permet.

25. Dedans les remparts & cavalliers giſans derriere leſdites canonnieres des trois places, on fera des voûtes larges de 12 pieds, longues de 20 : qui viendront à la hauteur d'iceux, & d'autant qu'elles ſe rencontreront auſſi peu en la ſuivante pourtraicture Orthographique, qu'en cette Ichnographique, nous mettrons icy ſeulement, comme par memoire, qu'elles ſeront de 7 pieds; à ſçavoir ſi baſſe, qu'elles ſoyent couvertes des merlons: On entend auſſi que derriere chaque canonniere, elles ſe peuvent baſtir en divers lieux de la courtine baſſe, tellement qu'aux flancs il y aura une telle voûte: auſſi ſeront miſes en leur lieu propre & commode les montées pour venir de la place ſuperieure à la moyenne & de la moyenne à l'inferieure.

26. Les portes ſeront larges de 10 pieds, au milieu de la grande courtine la voûte tendant tout droit à travers du rempart.

27. Il y aura au bout de la porte dans la fortereſſe, un petit rempart de l'eſpaiſſeur de 40 pieds, ayant par dedans ſon parapet, & canonnieres : Et il y aura de coſté une autre porte de meſme largeur que la precedente à ſçavoir de 10 pieds, & le reſte ſelon la neceſſité des circonſtances. Nous entendons auſſi, qu'il y aura un pont de bois traverſant le foſſé, depuis la porte, tout droit juſques au coing du chemin couvert, qui eſt à l'oppoſite, & ſera tellement fait, que quand il ſera beſoing on le pourra facilement rompre, ou demolir.

28. Les ſorties ſeront dans les boulevarts, voûtées & larges de 8 pieds, ayans leur entrée de dedans és angles, où ſe raſſemblent deux remparts : Et à fin que les chevaux y puiſſent commodement paſſer, elles pancheront egalement ſans degrez 40 pieds en profondeur, à ſçavoir juſques à la porte de l'iſſuë, qui ſera en chaque coſté interieur des oreillons, au bout du merlon de la place inferieure, & ſeront leſdites voûtes hautes de 8 pieds.

29. Pour venir dedans la fortereſſe en la place inferieure, & à fin d'y pouvoir amener de la groſſe artillerie, & autres choſes neceſſaires, l'on ira par la ſuſdite ſortie, juſques à ce qu'on vienne environ les voûtes qui ſont au bout de la place inferieure, & deſpuis là il y aura un chemin voûté particulier, tendãt vers la ſuſdite voûte.

30. Pour venir auſſi à telle fin (comme deſſus) de dedans la fortereſſe à la place moyenne, & à l'allée de la courtine baſſe, qui ſont 10 pieds plus haut que le commun terroir, l'on fera depuis la porte interieure de la ſortie, un autre chemin voûté, large & haut de 8 pieds; montant en tout 10 pieds, & ſortant à la voûte interieure qui eſt au bout de la moyenne place. Le devant de l'entrée de la contre-mine ſera commodement au lieu où elle ſe rencontre avec la ſortie.

*Pourtraicture Ichnographique, ſelon les precedentes meſures.*

OR pour faire un pourtraict ſelon les meſures ſuſdites, & pour avoir premierement l'hexangle; je pren avec le compas ſur l'eſchelle 1000 pieds pour un coſté, & parce qu'il eſt egal au demy-diametre de ſon cercle circonſcriptible, par la 15 propoſition du quatrieſme livre d'Euclide, j'en tire ſur le centre A un cercle occulte BCDEFG, lequel je parti avec la meſme diſtance du compas en ſix parties egales és poincts B, C, D, E, F, G, & tire des lignes de poinct à autre : ce qui me donne l'hexangle requis.

2. Je mets le compas ſur 180 pieds, pour la longueur, deſpuis chaque angle de l'hexangle, juſques au coſté exterieur du merlon de la moyenne place, & marque ladite diſtance deſpuis B juſques à H d'un coſté : & deſpuis B juſques à I, d'autre coſté : puis de C à K, & de G à L : & ainſi des autres.

3. Pour avoir la largeur du flanc avec l'eſpaiſſeur de ſon oreillon, je tire HM longue de 140 pieds en angle droit ſur BC. Et de meſme ſorte, je tire IN en angle droit ſur BG, & KO en angle droit ſur CB; faiſant le meſme des autres lieux ſemblables.

4. Je tire HP 30 pieds, pour la largeur du flanc, ſur le coſté exterieur du merlon de la moyenne place : ſignant auſſi 30 pieds de K à L : & ainſi de toutes autres ſemblables lignes.

5. Je ſigne HR de 20 pieds en la ligne CB, pour l'eſpaiſſeur du meſme merlon, & tire RS parallele à HP, faiſant de meſme à tous les autres lieux ſemblables. Puis je mets le poinct T au milieu de HR, & ſemblable poinct pres de K en V, & pres de L en X. Puis je tire deſpuis A par le poinct C une ligne infinie : pareillement des lignes infinies par tous les autres poincts ſemblables. Puis du poinct T, je tire une autre ligne par le poinct O touchant l'infinie AC en Y. Semblablement la ligne deſpuis le poinct V par le poinct M touchant l'infinie AB en Z, puis la ligne ZX : Et ſi en l'œuvre on n'a point failli, la ligne ZX paſſera par le poinct N. Le meſme ſe fera auſſi à tous autres lieux ſemblables.

6. Pour avoir la largeur du grand foſſé, je tire la ligne HM plus avant juſques à *a*, ſi bien que M*a* ſoit 120 pieds : Je tire puis apres une ligne du poinct Q par le poinct *a*, juſques à ce qu'elle touche l'infinie AB au poinct *b*. Apres je prens la longueur B*b* & la marque de C à *c* à ſçavoir en l'infinie AC : & tire la ligne P*c*, coupant Q*b* en *d*. Ce qui eſtant ainſi, les deux lignes *cd* & *db* ſignifient les rayës d'iceluy coſté de la fortereſſe & ſelon la meſme maniere on tirera toutes les autres rayës & le foſſé ſera large deſpuis M juſques à *a* de 20 pieds, ſelon le requis.

7. Pour figurer le chemin couvert, je tire une ligne infinie de A par *d* & par tous les autres endroits ſemblables. Puis je ſigne deſpuis *d* juſqnes *c* la longueur de 20 pieds, pour la largeur du chemin couvert, là où il eſt le plus eſtroict; & tire la ligne de Q par *e*, juſques à ce qu'elle touche l'infinie AB en *f* : Puis je prens avec le



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

compas la longueur *b f*, & la marque deſpuis *c* juſque à *g*; à ſçavoir en l'infinie A C, & tire la ligne *g e*, de ſorte que les deux lignes *g e*, & *e f*, ſignifient le parapet du chemin couvert d'iceluy coſté de la fortereſſe : & ce qui eſt compris entre iceluy parapet, & les extremités du raid *e d*, *d b*, ſignifie le chemin couvert lequel ſera de meſme figure aux autres lieux à l'entour de la fortereſſe.

8. Pour avoir le contre-foſſé, je marque le poinct *b* au milieu de *M a*; par lequel je tire V *i* (ou pour dire encore plus proprement, ladite ligne ſera tirée vers P, deſpuis un poinct qui eſt diſtant de V vers O d'un pied, à ſçavoir au milieu du plus eſtroict de la canonniere, lequel eſt declaré au precedent huictieſme article) coupant A *e* en *k*, & touchant A F en *i*. Puis des deux coſtez de ceſte ligne *k i*, je tire deux paralleles finiſſantes en A *e*, & A *f*: tellement que deſpuis la ligne *k i*, juſques à chaque ligne qui eſt tirée joignant icelle, on trouve l'eſpace de 10 pieds, leſquels eſtans comptés auſſi en la ligne A *e*, ou M *a*, font enſemble, pour la largeur du contre-foſſé au coing, qui eſt à l'oppoſite du milieu de la grande courtine 20 pieds, comme il a eſté mis cy-devant aux meſures. Or comme ceſte partie de contre-foſſé eſt deſignée icy, ainſi s'achevera tout le reſte, qui eſt à l'entour de la fortereſſe.

9. Pour avoir la longueur de l'oreillon de 100 pieds, je marque deſpuis le poinct P en la ligne P *l* 100 pieds, comme P *l*. Puis je tire la ligne *l m* parallele à P M, à ſçavoir le poinct *m* en la ligne M V; & le trapeſe *m* M P *l*, eſt le parapet requis.

10. Il faut que l'eſpaiſſeur du parapet de la courtine baſſe ſoit de 20 pieds, laquelle je marque deſpuis *n* juſques à *o*, & tire par *o* une parallele à *n*. Je marque auſſi une ſemblable eſpaiſſeur pour les parapets inferieurs des boulevarts.

11. Je marque deſpuis *o* juſques à *p*, 20 pieds, pour la largeur de l'allée du rempart inferieur : & tire par *p* une parallele à *e*.

12. Je marque deſpuis *p* juſques à *q* 30 pieds, pour l'eſpaiſſeur de l'eſcarpe, & parapet du haut rempart, & tire par *q* une parallele à *p*. Puis je conduis ce parapet ſuperieur d'une telle façon, qu'il en ſort une guirlande du parapet ſuperieur; comme du parapet inferieur ſe faiſoit la guirlande inferieure, en tirant leſdictes faces des boulevarts de l'angle interieur de la place ſuperieur joignante, laiſſant pour la longueur de la moyenne place 30 pieds.

13. Je marque deſpuis *q* juſques à *r* 50 pieds pour largeur du haut terre-plein : & tire par *r* une parallele à *q*.

14. Je marque deſpuis *r*, juſques à *ſ*, 20 pieds, pour eſpaiſſeur de l'eſcarpe inferieure du haut rempart : & tire par *ſ* une parallele à *r*.

15. Je marque deſpuis *ſ* juſques à *t* 30 pieds, pour largeur de la ruë entre les maiſons, & le rempart : & tire par *t* une parallele à *ſ*.

16. Je pren pour eſcarpe, & parapet du cavallier tout enſemble 30 pieds; & marque ſur telle eſpaiſſeur la guirlande du cavallier F, & tire les coſtez anterieurs d'iceluy de l'angle interieur de la place ſuperieure, laiſſant entre le parapet de la place ſuperieure & le cavallier 30 pieds, pour largeur de ladite place ſuperieure : puis je fay les choſes ſuſdites à toutes les autres places ſemblables.

17. Pour avoir le chemin, par lequel on vient du fond du foſſé, ſur le chemin couvert, je marque le poinct *u* d'une telle façon, que *c u* face 20 pieds. Je tire puis apres la ligne P *u*, prenant la longueur d'icelle pareille à la longueur *u x* de 240 pieds. Ainſi j'ay le chemin requis *u x c*.

18. Pour avoir le chemin par lequel on va du chemin couvert, juſques au deſſus de ſon parapet, je marque le poinct *y* en ſorte que *f y* fait 20 pieds. Je tire puis apres la ligne Q *y*, prenant la longueur d'icelle pareille à la longueur *f z* de 40 pieds. Ainſi j'ay le chemin deſiré *y z f*.

19. Il faut qu'il y ait une petite voûte en chaque partie, giſant ſur l'oreillon comme au lieu de V, ayant ſon iſſuë à un coſté de la moyenne place : d'autre coſté en l'allée de la courtine baſſe, à ſçavoir haut & large de 6 pieds, à telle fin qu'il a eſté dit au precedent dixneufieſme article des meſures.

20. Il nous faut avoir deux canonnieres de la moyenne place : mais veu que le contenu de la premiere forme en ſeroit trop petit; & que le tout viendroit trop inviſible, nous mettons en la deuxieſme figure un flanc tout ſeul, & plus grand, où par A B eſt ſignifié la ligne T P de la premiere figure; à ſçavoir la largeur du flanc de 30 pieds : le coſté A C ſignifie T R, eſpaiſſeur du merlon de 20 pieds : par le coſté C D s'entend une partie d'icelle grande courtine R K : & le coſté B E denote P *l* coſté interieur de l'oreillon : le coſté C F eſt pour R S coſté interieur du merlon, laquelle C F eſt touchée au poinct G par la produicte E B. Or pour faire cy-deſſus ſelon le requis, je donne à G H, & à C I chacun 2 pieds, pour largeur des canonnieres, où elles ſont le plus eſtroictes; apres je tire H K en telle façon que au long d'icelle, on puiſſe voir une partie de la courtine A D. Puis I L tout droit vers la poincte du parapet du chemin couvert, qui (ſi la figure eſtoit parfaicte) ſeroit vis à vis du milieu de la grande courtine. Ce qui eſtant ainſi, l'on peut voir, ſelon le contenu du 20 article des meſures, par ces deux canonnieres ladite poincte du parapet du chemin couvert : car G E coſté interieur y regarde tout droit, & *i l* eſt tirée vers iceluy.

21. Il nous faut marquer la longueur de la place inferieure entre le merlon de ladite place inferieure, & le merlon de la moyenne. A ceſte fin nous prennons pour plus grande evidence une autre figure à part, à ſçavoir la troiſieſme, où A ſignifie le merlon de la deuxieſme figure, duquel le coſté anterieur, avec ſon eſcarpe, eſt B : & C D ſignifie la courtine, H F le coſté interieur de l'oreillon. En ladite figure je tire la ligne G H, parallele à B, en ſorte qu'il y ait entre les deux lignes 30 pieds, pour l'ouverture requiſe de la place inferieure.

22. Je tire dans ladite troiſieſme figure la ligne I K parallele à G H, de ſorte qu'il y aye entre deux 20 pieds pour l'eſpaiſſeur du merlon y comprenant 3 pieds pour l'eſcarpe. Or à fin de figurer icy les canonnieres, ſelon le requis; à ſçavoir en telle façon que l'eſcarpe des remparts, & la contreſcarpe n'empeſchent point de nettoyer, je tire premierement les eſcarpes des ſuſdites K L, I M tellement qu'il y ait entre deux 6 pieds, pour l'eſpaiſſeur de l'eſcarpe, ſur la hauteur de l'artillerie.

23. Je marque en la meſme troiſieſme figure les deux canonnieres pres K & I, comme ſelon le 20 article elles ont eſté marquées en la moyenne place. Puis encore une au milieu, comme il appert plus amplement par la figure.

24. Il y a encore à mettre cinq canonnieres de la place ſuperieure, leſquelles nous denotons en la troiſieſme figure par N, O, P, Q, R. Les trois interieures N, O, P, doivent eſtre conſtituées en telle façon, que les coſtez exterieurs tendent vers la poincte du parapet du chemin couvert, à fin que par icelles on puiſſe

nettoyer

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

nettoyer le parapet, auſſi de telle ſorte que P puiſſe nettoyer la baſſe courtine du boulevart. Mais les deux canonnieres exterieures Q R giſent en tel eſtat qu'elles peuvent nettoyer d'un coſté la baſſe courtine C D, & les coſtez exterieurs de ces deux canonnieres ſont tirez vers le coing de l'oreillon pres S, pour pouvoir tirer par là autant de coſté, que l'oreillon le permet. Ce qui eſtant ainſi Q peut auſſi nettoyer la baſſe courtine du boulevart.

25. Pour avoir les voûtes dans les remparts derriere les canonnieres, je tire premierement en la ſuſdite deuxieſme figure la ligne M N, ſignifiant l'eſcarpe du rempart derriere les canonnieres de la moyenne place: tellement que le contenu entre les deux lignes C F & M N eſtant large de 30 pieds ſignifie le pavé deſcouvert de la place moyenne. Puis je marque dans le rempart les deux voutes requiſes O P, chacune large de 12 pieds longue de 20. Et s'entend que ſemblables voûtes ſeront auſſi miſes derriere les canonnieres des places ſuperieures, auſſi derriere les canonnieres, qui ſe peuvent mettre en divers lieux de la baſſe courtine, à fin que s'il eſtoit beſoing, l'artillerie y puiſſe prendre ſa reculée.

Quant à la montée, pour venir couvertement & commodement de la place ſuperieure à la moyenne, elle ſera baſtie pres T V en la troiſieſme figure: & eſt bon de ſçavoir, que ledit T V ſignifie un trou haut de 20 pieds, large de 10. Mais pour declarer la qualité d'icelle plus apertement, je marque X Y, ſignifiant l'allée voûtée, qui tend de la place moyenne au travers du rempart, juſques à la baſſe courtine dont nous avons parlé au dixneufieſme article. Or quand on deſcend ceſte montée T V juſques en l'allée X Y, on pourra tourner à main gauche vers l'huis X pour venir à la place moyenne, & à la main droite pour venir en l'allée de la baſſe courtine.

La raiſon pourquoy le trou T V eſt ſeulement de 20 pieds de haut, & que le reſte de la montée vient ſous terre, c'eſt à fin que l'artillerie d'enhaut au lieu de S, y puiſſe prendre ſa reculée. J'enten que ceſte montée ſoit ſeparée de la place moyenne avec un mur, qui eſt ſignifié par les deux lignes entre leſquelles eſt l'huis X, & ledit mur vient plus haut que le pavé de la place ſuperieure (comme auſſi ſont les petites murailles dont le trou de la montée eſt entourné) quatre pieds ſervant de parapet. Puis pour avoir l'autre montée par laquelle on vient de la place moyenne à l'inferieure, elle prendra ſon commencement en haut à un coſté de l'allée X Y, & tendra de là ſous S juſques à ce qu'elle ſorte en la voûte, qui eſt derriere la canonniere exterieure de la place inferieure: de ſorte que, ſi l'on veut prendre toute la largeur de l'allée, comme pour un degré, l'on peut venir de la place ſuperieure à l'inferieure par une continuë & droite montée.

26. Il nous faut avoir les portes; mais pour voir en plus grande forme plus clairement la pourtraicture, nous en mettrons la ſuivante quatrieſme figure, là où A B C D ſignifié l'eſpaiſſeur du rempart; en icelles je ſigne E F de 10 pieds, pour largeur de la porte, & deſpuis E F juſques à G H il y a une voûte tendant tout droit ſous les remparts.

27. Je marque au bout de la porte un petit rempart, comme I, large de 40 pieds (qui avec les autres coſtez) doit avoir par dedans un parapet avec ſes canonnieres large de 2 pieds: La ſuſdite largeur de 40 pieds, eſt à fin qu'une piece d'artillerie giſant vis à vis du milieu de la porte y puiſſe prendre ſa recullée. Puis il y aura encore une porte au lieu de K, large comme l'autre de 10 pieds.

Devant ce petit rempart ſera encore une profondeur en maniere de foſſe, large de 10 pieds, comme demonſtre le lieu punctüé; la meſme profondeur ſera tout à l'entour garnië d'apuis de bois, à fin que ni hommes, chevaux, ni chariots ne tombent dedans: il y aura encore par deſſus ceſte profondeur un pont levis devant la porte K au lieu de L. La place quarrée M ſert à ceſte fin: Quant il y a des chariots venans par la porte K pour ſortir, qui voyans qu'il y en a d'autres entrans ſous la voûte E F G H pourront alors reculler à la meſme place M pour laiſſer paſſer ceux qui doivent entrer.

28. Il faut marquer les ſortiës. A ceſte fin nous ferons la ſuivante cinquieſme figure, là où A B C ſignifie un boulevart, & D le coing, où ſe rencontrent deux remparts. En ce coing j'enten qu'il y ait un huis, deſpuis lequel il y ait une allée voûtée large & haute de 8 pieds, deſcendant egalement vers E, de là vers F, & ainſi juſques à G, ſortant au coſté inferieur de l'oreillon, devant le merlon de la place inferieure ſur le fond du foſſé, qui giſt 40 pieds plus bas, que le commun terroir, ſur lequel eſt mis l'huis D. De ſorte que ladite allée doit deſcendre en tout 40 pieds. Puis comme elle tourne d'un coſté de E vers F à G, ainſi ſe tourne de l'autre coſté deſpuis E vers H à I.

29. Pour ſigner le chemin par lequel on peut commodement venir vers la place inferieure, laquelle eſt de 30 pieds plus baſſe que le commun terroir; l'on y ira de D à E en la cinquieſme figure, de là à K, & deſpuis K ſera miſe une autre voûte, pour venir de derriere en la voûte, qui eſt au bout de la place inferieure.

30. Reſte l'allée, par laquelle on peut venir de dedans la forteresſe vers la place moyenne, de là ſur l'allée de la baſſe courtine à l'entour de la forteresſe. A ceſte fin, nous prennons la cinquieſme figure, là où deſpuis l'huis inferieur eſt miſe encore une autre allée voûtée, tendant vers L, haute & large, comme les autres, de 8 pieds: mais montant en tout 10 pieds (car d'autant giſt l'allée de la courtine baſſe, où la place moyenne plus haute que le commun terroir) & ſortant à la voûte inferieure, qui eſt au bout de la place moyenne. Quant à l'entrée de la contre-mine, elle ſera au lieu où la meſme contre-mine, & la ſortie ſe rencontrent, pres de l'huis exterieur de la ſortié entre G & F.

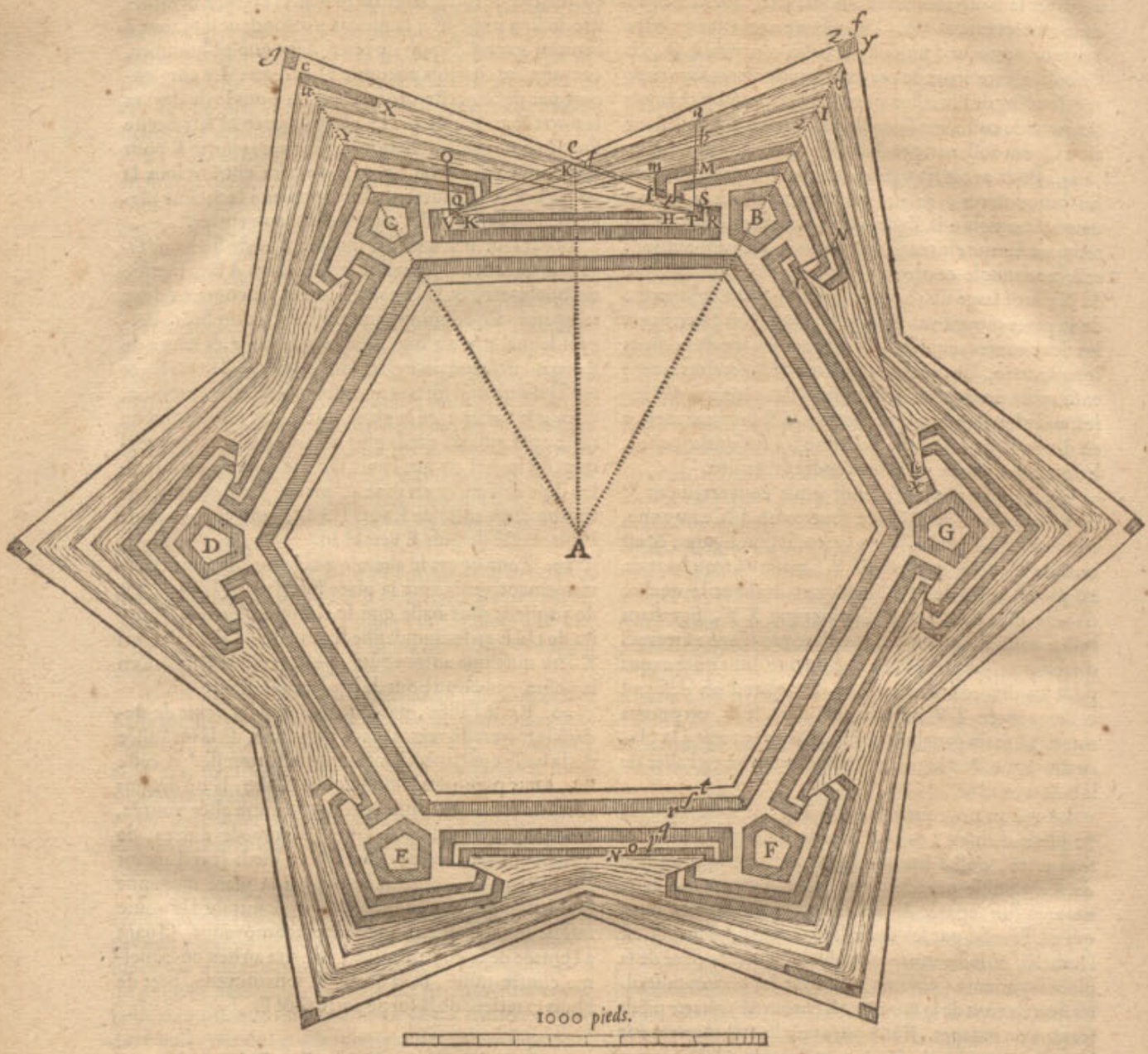
*Parties de la premiere Figure, eſtant l'Ichnographie d'une forteresſe entiere.*

*t ſ* Ruë entre les maiſons & le rempart.
*ſ r* Eſcarpe interieure du haut rempart.
*r q* Terre-plein du haut rempart.
*q p* Parapet, avec l'eſcarpe du haut rempart.
*p o* Terre-plein du bas rempart.
*o n* Parapet du bas rempart.
M *a* Grand foſſé.
*k h i* Contre-foſſé.
*b d c* Cajes.
*b d e f* Chemin couvert.
*c u x* Allée pour monter hors du foſſé ſur le chemin couvert.
*ſ y z* Allée pour monter du chemin couvert ſur ſon parapet.
*l* P S R T H Flanc.
P *l m* M Oreillon.
P *l m* M Z N Boulevart.
B C D E F G Cavalliers.

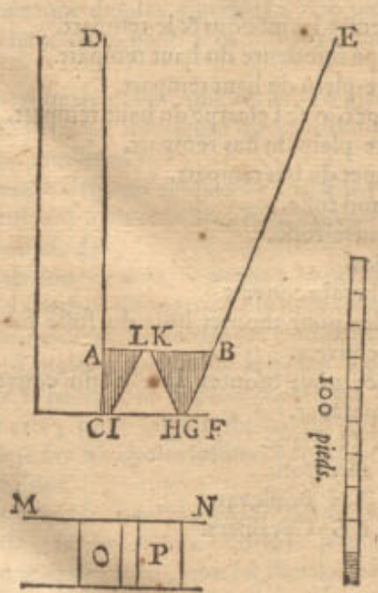


Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

1 Figure.




2 Figure.



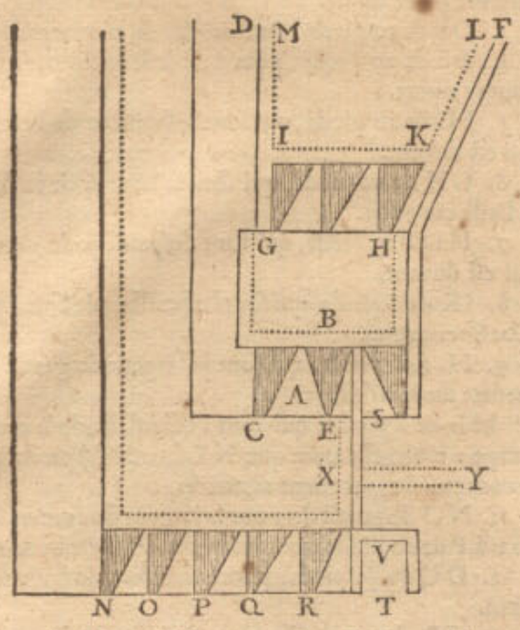

*Parties de la deuxieſme Figure eſtant l'Ichnographie d'un flanc avec ſa place.*

GE Coſté interieur de l'oreillon.
CD Partie de la baſſe courtine.
ACIL Canonniere interieure.
KHGB Canonniere exterieure.
LIKH Merlon.
MCFN Moyenne place du flanc.
OP Voûtes derriere la moyenne place.

3 Figure.

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

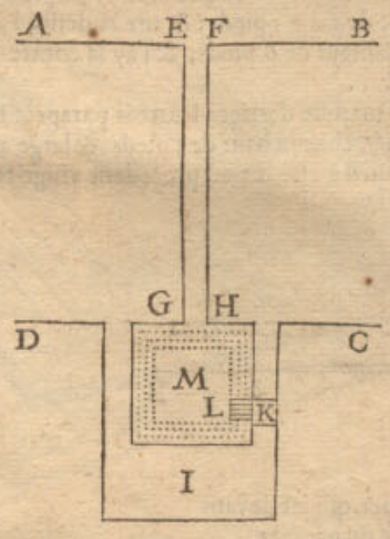
3 FIGURE.




*Parties de la troiſieſme Figure eſtant l'Ichnographie d'un flanc avec ſes trois places.*

H F Coſté interieur de l'oreillon.
K L Son eſcarpe.
C D Partie de la baſſe courtine.
M I Son eſcarpe.
G B H La place inferieure, entre G H, ſont ſes trois canonnieres.
C E X Place moyenne.
C E Ses deux canonnieres.
Le lieu ſur lequel ſont N O P Q R ſignifie la place ſuperieure.
N O P Q R Ses cinq canonnieres.
S Une canonniere ſur la meſme hauteur des autres N O P Q R.
X Y L'allée voûtée depuis la place moyenne vers l'allée de la baſſe courtine.
T V Le trou deſſus la montée, pour venir de la place ſuperieure vers la moyenne.

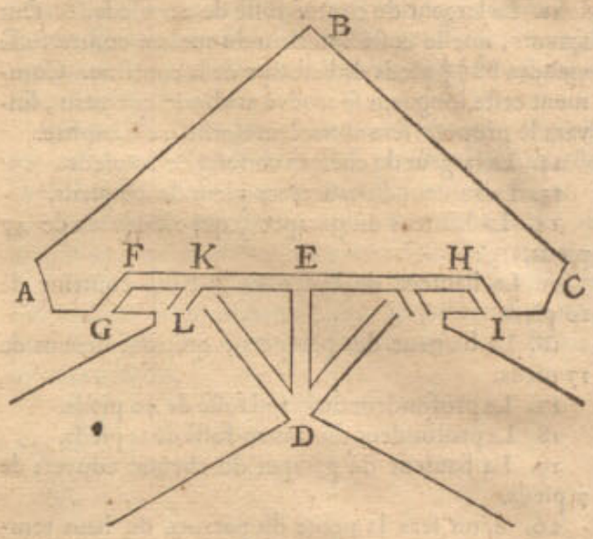
4 FIGURE.




*Parties de la quatrieſme Figure eſtant l'Ichnographie d'une porte.*

A B C D Eſpaiſſeur des remparts.
E F Largeur de la porte.
E F G H Voûte ſous les remparts.
I Petit rempart derriere la porte.
M Place entre le petit rempart I & la voûte.
K Deuxieſme porte.
L Pons levis.

5 FIGURE.




*Parties de la cinquieſme Figure, eſtant l'Ichnographie d'un boulevart avec ſes allées voutées interieures.*

D Huis au coing où ſe rencontrent deux remparts.
D E F G Sortie d'un coſté.
D E H I Sortie de l'autre coſté.
G I Huis des ſorties aux coſtez interieurs des oreillons.
D E K L Allée vers la place inferieure.
D L Allée vers la place moyenne.

Veu que la precedente Ichnographie monſtre ſeulement la forme de la forteresſe ſelon ſa longueur & largeur, & que la contemplation de ſa ſituation en hauteur, ou profondeur, eſt fort neceſſaire à la parfaicte cognoiſſance, nous viendrons maintenant à l'Orthographie : mais pour declarer le ſens d'icelle un peu plus amplement ; je ſuppoſe qu'une forteresſe corporelle ſoit coupée par un plan infini par le milieu, entre deux boulevarts (telle eſt la maniere de faire des Mathematiciens qui coupent ainſi Cieux & Terre, pour trouver ce qu'il y a dans la coupure) où à fin d'en parler ſelon le vulgaire, poſons qu'il y ait un modele corporel de bois coupé ou ſcié en deux par le milieu entre deux boulevarts : ce qui eſtant ainſi, la figure qui ſe voit en la coupure, eſt celle que nous propoſons de pourtraire.

*Meſures de l'Orthographie, procedant d'une coupure, par le milieu, de la grande courtine.*

PRemierement, il nous faut marquer ſur le commun terroir la largeur de la ruë, entre les maiſons & le rempart, de 30 pieds.

2. L'eſpaiſſeur de l'eſcarpe interieure du rempart de 20 pieds.

3. La largeur du terre-plein du haut rempart de 50 pieds.

4. L'eſpaiſſeur du parapet du rempart de 20 pieds.

5. L'eſpaiſſeur de l'eſcarpe, qui eſt devant 10 pieds.

6. La largeur de l'allée de la baſſe courtine de 20 pieds.



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

7. L'eſpaiſſeur du parapet qui eſt devant de 20 pieds.

8. L'eſpaiſſeur de l'eſcarpe de la baſſe courtine de 8 pieds.

9. La largeur du grand foſſé meſuré ſur le bord de 140 pieds : mais qu'elle doive faire autant ſuivant le propoſé, on le demonſtre mathematiquement.

10. L'eſpaiſſeur de la contreſcarpe de 8 pieds.

11. La largeur du contre-foſſé de 20 pieds, & faut ſçavoir, que le coſté interieur du meſme contre foſſé viendra 88 $\frac{24}{71}$ pieds de l'eſcarpe de la courtine. Comment ceſte longueur ſe trouve arithmetiquement, ſuivant le propoſé, ſera annoté au troiſieſme Chapitre.

12. La largeur du chemin couvert de 20 pieds.

13. La hauteur du haut terre-plein de 40 pieds.

14. La hauteur du parapet, qui eſt devant de 47 pieds.

15. La hauteur de l'allée de la baſſe courtine de 10 pieds.

16. La hauteur des parapets, qui ſont devant de 17 pieds.

17. La profondeur du grand foſſé de 40 pieds.

18. La profondeur du contre-foſſé de 15 pieds.

19. La hauteur du parapet du chemin couvert de 7 pieds.

20. L'on fera la pente du parapet du haut rempart, auſſi du parapet du bas rempart, en telle façon qu'on puiſſe voir au long d'icelle les deux tiers de la contreſcarpe.

21. La pente du parapet du chemin couvert ſe tirera ſelon le cours du rayon, venant du parapet de la baſſe courtine, par le ſommet du parapet du chemin couvert, juſques au commun terroir, laquelle longueur contée deſpuis le parapet, juſques au commun terroir, fait 126 pieds, dont l'operation Arithmetique ſera declarée au troiſieſme Chapitre.

22. La courtine ſera ſous le bas rempart de 8 pieds de l'extremité de l'eſcarpe, & ſera large de 5 pieds, haute de 6 & par deſſus une voûte.

23. Il y aura derriere chaque parapet un banc haut de 3 pieds, & large de 3, à fin que quand on eſt deſſus on puiſſe regarder en la campagne : mais en eſtant deſcendu, qu'on ne ſoit alors veu de ceux qui ſont en la campagne.

*Pourtraict Orthographique, ſelon les precedentes meſures.*

PRemierement, je tire en la ſuivante 6 figure le commun terroir (que l'on nomme autrement ligne hotiſontale) AB & marque en icelle AC de 30 pieds, pour largeur de la ruë entre les maiſons & le rempart.

2. CD de 20 pieds, pour l'eſpaiſſeur de l'eſcarpe interieure du rempart.

3. DE de 50 pieds, pour largeur du haut terre-plein.

4. EF de 20 pieds, pour l'eſpaiſſeur du parapet du haut rempart.

5. FG de 10 pieds, qui ſont l'eſpaiſſeur de l'eſcarpe, qui eſt devant.

6. GH de 20 pieds, qui ſont la largeur de l'allée de la baſſe courtine.

7. HI de 20 pieds, qui ſont l'eſpaiſſeur du parapet, qui eſt devant.

8. IK de 8 pieds, qui ſont l'eſpaiſſeur de l'eſcarpe de la baſſe courtine.

9. IL 140 pieds, qui ſont la largeur du grand foſſé meſuré ſur le bord.

10 ML de 8 pieds, qui ſont l'eſpaiſſeur de la contreſcarpe : mais tellement que NK face 88 $\frac{24}{71}$ pieds, ſelon le contenu du precedent 11 article.

11. NO de 20 pieds, pour la largeur du contre-foſſé.

12. LP de 20 pieds, pour la largeur du chemin couvert.

13. DQ de 40 pieds, pour la hauteur du haut terre-plein.

14. ER de 47 pieds, pour la hauteur du parapet, qui eſt devant.

15. G*ij* de 10 pieds, pour la hauteur de l'allée de la baſſe courtine.

16. HT de 17 pieds, pour la hauteur du parapet.

17. KV de 40 pieds, pour la profondeur du grãd foſſé.

18. XY de 15 pieds, pour la profondeur du contre-foſſé.

19. PZ de 7 pieds, pour la hauteur du parapet du chemin couvert.

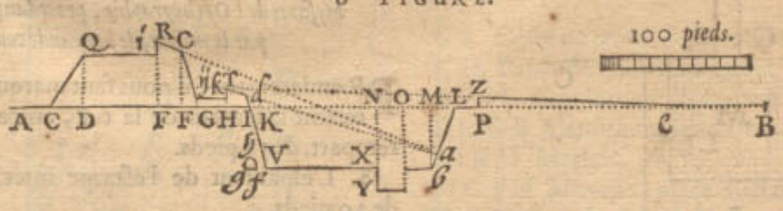
20. Je marque le poinct *a* en la contreſcarpe L*b* tellement que *a*L ſoyent deux tiers de L*b* : & tire ſur le poinct *a* deux lignes R*a*, T*a*; & ſur la ligne R*a* je tire le coſté ſuperieur du parapet du haut rempart, comme R*c* juſques à F*c*, qui eſt à angle droit ſur AB : Semblablement ſur la ligne T*a* le coſté ſuperieur du parapet, comme T*d*.

21. Je tire la ligne de T, parapet de la baſſe courtine par Z, juſques à ce qu'elle vienne à toucher le commun terroir en *e*: & P*e* devienne long de 126 pieds, pour la levée de la pente.

22. Pour ſigner la contre-mine, je pren de V à *f* 8 pieds, & de *f* à *g* 5 pieds: & tire la deſſus l'arc *h* juſques à la hauteur de 6 pieds; & j'ay la contte-mine requiſe *g h f*.

23. Je marque derriere les trois parapets R, T, Z, les bancs *ik*, chacun haut de 3 pieds, & large auſſi de 3, à telle fin qu'il a eſté dit au precedent vingt-troiſieſme article.

6 FIGURE.




*Parties de la ſixieſme Figure eſtant Orthographie, procedant d'une coupure par le milieu de la grande courtine.*

AC Largeur de la ruë entre les maiſons & le rempart.
CDQ Eſcarpe interieure du rempart.
Q*i* Largeur du haut terre-plein.
*i* Son banc.
*i*R Parapet, qui eſt devant.
R*c* Pente du parapet.
*ij c* Eſcarpe du haut rempart.
*ijk* Largeur de l'allée de la baſſe courtine.
*k* Son banc.
*k*T Son parapet qui eſt devant.
T*d* Pente du parapet.

IV Eſcar-

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

I V Eſcarpe de la baſſe courtine.
*g h f* Contre-mine.
I L Largeur du grand foſſé.
X Y Contre-foſſé.
*b* L Contreſcarpe.
L P Largeur du chemin couvert.
P Z Parapet avec ſon banc.
Z *e* Sa pente.
*e* B Commun terroir, ou horizon.

Nous avons juſques icy deſcrit l'Orthographie, procedant d'une coupure par le milieu de la grande courtine : mais veu que le cavallier ne ſe preſente en icelle, nous mettrons encore la 7 figure pour voir repreſentée une forme precedente de la coupure par le milieu du boulevart, paſſant auſſi par le milieu du cavallier, là où les chemins & les foſſez ſont beaucoup plus larges, comme l'on voit auſſi dans la premiere figure.

Le pavé de ce cavallier doit geſir 40 pieds par deſſus le terre-plein du haut rempart.

Les parapets là deſſus 7 pieds plus hauts.

Les parapets ſeront, comme dit eſt cy-deſſus, de l'eſpaiſſeur de 20 pieds.

Les eſcarpes de 10 pieds.

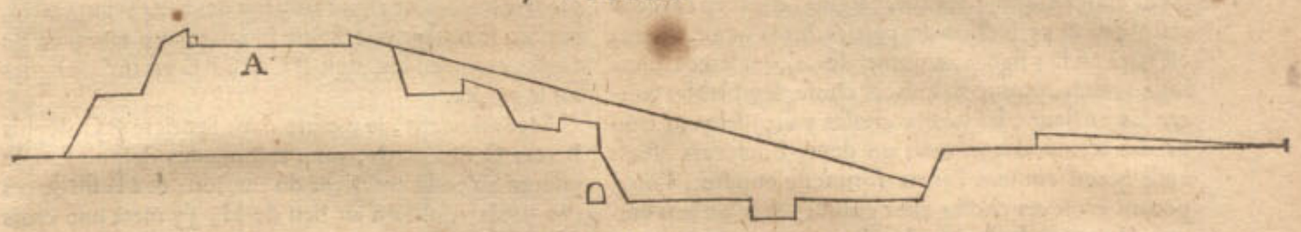
La pente du parapet du cavallier, ſera faite en ſorte qu'on puiſſe voir les deux tierces parties de la contreſcarpe.

Nous entendons auſſi que le ſuſdit parapet s'abaiſſera tout à l'entour du cavallier, tant vers les maiſons de la fortereſſe, que vers le foſſé ; à fin qu'on n'y ſoit pas à deſcouvert par derriere aux ennemis, deſquels on pourroit eſtre veu & tiré.

Il faut auſſi entendre qu'on ira en haut vers le pavé par une montée baſtie dedans le cavallier, de laquelle l'huis ſera en l'eſcarpe, ayant ſon iſſuë au terre-plein.

Selon toutes ces choſes nous pourrions reciter au long la maniere d'en tirer le pourtraict orthographique de poinct en poinct : mais veu que cela meſme eſt aſſez notoire par les precedents, nous le paſſerons outre ; pour la briefvete, en mettant ſeulement la 7 figure, comme s'enſuit.

7 Figure.




*Parties de la ſeptieſme Figure, eſtant Orthographie, procedant d'une coupure par le milieu d'un boulevart.*

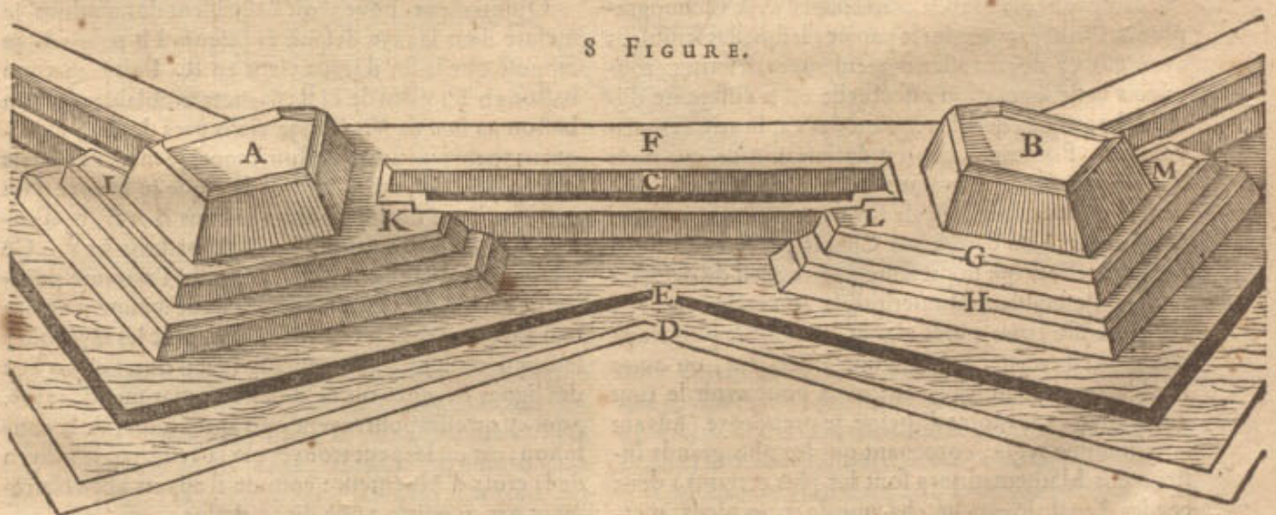
A Le cavallier.

Les autres parties ſont aſſez notoires par la declaration de la 6 figure.

*Pourtraict Scenographique, deſcrit ſelon les meſures precedentes.*

VEu que nous avons cy-devant aſſez apertement declaré le ſens de l'Ichnographie, & de l'Orthographie de la fortereſſe propoſée ; J'eſtime que ceſte figure Scenographique ou ombragée s'expliquera aſſez clairement ſoy meſme : & combien que de ſix boulevarts on n'y en a mis que deux ; toutesfois, veu que par la diſpoſition d'iceux tous les autres ſont facilement entendus, nous les avons obmis pour briefveté, & pour voir en de plus grands boulevarts plus de particularitez. Je ſouheteroye à ceſte fin encore icy la Scenographie d'un demy-boulevart avec ſon flanc, trois places, & tout ce qui vient en icelles : mais je craindroye que le travail me fiſt eſvanouïr le deſir de le faire.

8 Figure.




*Parties de la huictieſme Figure, eſtant Scenographie de deux boulevarts ſelon les precedentes meſures.*

F Haut rempart.
C Courtine ſuperieure.
G Pente de la courtine ſuperieure.
H Pente de la baſſe courtine.
E Contre-foſſé.
D Chemin couvert.
I, K, L, M, Oreillons.
A, B, Cavalliers.

Apres

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

Apres avoir ainsi descrit les trois communes especes des pourtraictures en plat, il sera utile, pour ceux qui desirent une parfaite cognoissance des proprietez & ordonnances des forteresses, d'avoir encore outre cela des modelles corporels de quelque matiere propre, comme bois, cire ou argille : car comme il sert beaucoup en la Cosmographie d'avoir avec les pourtraictures plattes, encore diverses spheres corporelles : comme de la Terre, du Firmament, des Planetes & semblables: ainsi sont icy fort utiles les figures corporelles des forteresses, pour entendre encore plus parfaictement toutes les circonstances y appartenantes ; & pour comprendre, non pas seulement ce que disent les autres, mais à fin de pouvoir juger qu'elles opinions entre les discordantes sont les meilleures. A ceste fin j'estime profitable d'avoir un modelle sur sa propre mesure de deux boulevarts, comme est la Scenographie de la 8 figure en plat: & outre cela il est bon d'avoir encore deux autres modelles de bois, l'un d'une forteresse accomplie, avec ses boulevarts : l'autre seulement d'un demy-boulevart, sans fossez : la raison est telle : quand ces trois modeles de bois seront tous d'egale grandeur, on verra en celuy de la forteresse entiere (qui sert pour contempler l'entier comme les ruës, Eglise, maisons, avec le reste) peu de perfection des parties dont l'Ichnographie est faite en la 3 figure, comme de canonnieres, merlons, voûtes, montées, huis, & choses semblables contenuës au flanc, lesquelles choses y viendroyent trop petites & invisibles : mais un demy-boulevart estant aussi grand comme l'autre forteresse entiere, l'on y pourra avoir ces choses assez grandes & selon leur mesure. Le modele de deux boulevarts, qui deviennent plus grands, que deux boulevarts du modele entier, est commode, pour recercher avec un fillet tendu tous les flancquements, ou nettoyemens, venans tant des flancs, que des parapets, des remparts, & des cavalliers, vers tous les lieux nettoyables.

## Chapitre III.

### *De l'Ichnographie des forteresses en effect, & du bastiment qu'il faut dresser suivant icelle.*

COmbien que l'Ichnographie, & bastiment sur la campagne ait grande convenance avec l'Ichnographie & Orthographie sur le papier, lesquelles semblent avoir esté cy-devant assez copieusement descrites, toutesfois ceste operation effectuelle est si differente d'icelle theorique, qu'elle requiert des explications particulieres. Pourtant nous en declarerons ce qui nous semble necessaire, proposant qu'il y ait à bastir en plaine campagne une forteresse de forme & mesures, comme la precedente du deuxiesme Chapitre. A ceste fin la premiere chose qui se presente à faire, c'est de designer l'hexagone equilateral inscriptible au cercle, ayant de chaque costé 1000 pieds : laquelle forme se pourtraict communement par l'ayde d'une Astrolabe, ou autre semblable petit instrument : mais pour avoir le tout plus parfait avec moins de peine, je prendroye (suivant la commune regle, contenant que les plus grands instrumens Mathematiques sont les plus certains) deux cordes d'egale longueur, chacune de 1000 pieds, mettant l'une d'icelles avec une laisse au baston qui est au lieu de A (en la precedente premiere figure) comme centre de la forteresse à faire, & menant l'autre bout vers B, en sorte que la corde soit mediocrement tenduë, je mettroye là un baston de bout, signifiant un des six angles requis. Or pour avoir un autre angle, je prens en la main gauche le bout de ladite corde, signifiant le demy-diametre du cercle circonscriptible ; & en la main droite un bout de la corde qui signifie le costé de l'Hexagone, faisant tenir ferme l'autre bout par une personne, & m'en vay ainsi avec ces deux cordes vers C, jusques à ce qu'elles soyent tenduës ; & au lieu ou s'assemblent leurs extremitez j'y plante le baston C, pour le deuxiesme angle. Et pour avoir le troisiesme, je m'en vay vers D, & comme l'Arpenteur se fait communement suyvre par quelqu'un avec le bout de la chaisne ; ainsi je me fay suivre par l'autre personne, jusques à ce qu'elle soit avec le bout de la corde au lieu de C : estant là, je tire les deux cordes tellement qu'elles soyent tenduës comme devant: & là où s'assemblent les deux bouts qui sont en D j'y mets un baston, signifiant le troisiesme angle : je fay aussi le mesme pour avoir le quatriesme angle E avec les autres. Or les six angles estant ainsi marqués & trouvant par la veuë que les trois bastons E, A, B, sont en un mesme rayon, & que le semblable se trouve de F A C, & de G A D, je tend au long du terroir une corde, depuis le baston B jusques au baston C : & au long du mesme, je fay creuser une petite graveure large & profonde environ de demy pied: le semblable estant aussi fait des autres cinq costez, j'ay sur le terroir une figure hexangulaire marquée de rayës, comme l'hexangle B C D E F G est tiré de lignes sur le papier.

Secondement, je mesure dans l'entiere B C depuis B vers C 180 pieds, pour la longueur despuis l'angle jusques au costé anterieur du merlon; & à la fin de ces 180 pieds, qui sont au lieu de H, j'y mets une crois d'Arpenteur.

Tiercement, pour avoir la largeur du flanc, avec son oreillon, ensemble 140 pieds, je tourne ladite croix, jusques à ce qu'on voye par les deux dioptres ou visieres les deux bastons B C. Puis je fay mettre un baston M 140 pieds loing de H, en sorte que je puisse voir le baston M par les autres deux dioptres.

Quartement, pour avoir la largeur du flanc, je mesure 30 pieds en la gouttiere despuis H jusques à M, & au bout, qui est P, je mets un baston; y faisant fouïr une raye despuis H jusques à P, par le moyen d'une corde tenduë comme devant.

Quintement, pour avoir l'espaisseur des merlons, je mesure dans la raye despuis H jusques à B 20 pieds, je suppose que la fin d'iceux vient en R. Puis je mets un baston en T milieu de H R, & mets semblablement un baston au lieu de V. Puis je viens pres de Z, y appliquant encore un autre baston, lequel je mets & remets d'un costé & d'autre, jusques à ce que je le voye d'un costé en ligne droite les trois bastons B A E, & d'autre costé en ligne droite les deux bastons M V. Ce baston Z y estant ainsi fiché, signifie l'extreme poincte de l'angle d'iceluy boulevart. Et de mesme maniere se trouveront tous les autres angles, avec les rayes qui y seront necessaires. Mais encore faut il noter qu'au lieu des lignes occultes on ne doit point marquer de rayes, pour ce qu'elles pourroyent puis apres causer de la confusion; car on les peut trouver par la veuë, par le moyen de la croix d'Arpenteur : comme il appert assez clairement par ce qui en a esté dit cy-dessus.

Il faut encore sçavoir que quand on pourtraict ainsi en grande forme, il est necessaire de sçavoir la longueur d'aucunes lignes, lesquelles par faute d'autres œuvres imparfaictes, ne se peuvent commodement tirer ; comme par exemple : posons le cas qu'avec la terre, qui vient du grand fossé, l'on vueille faire la longue pente du

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

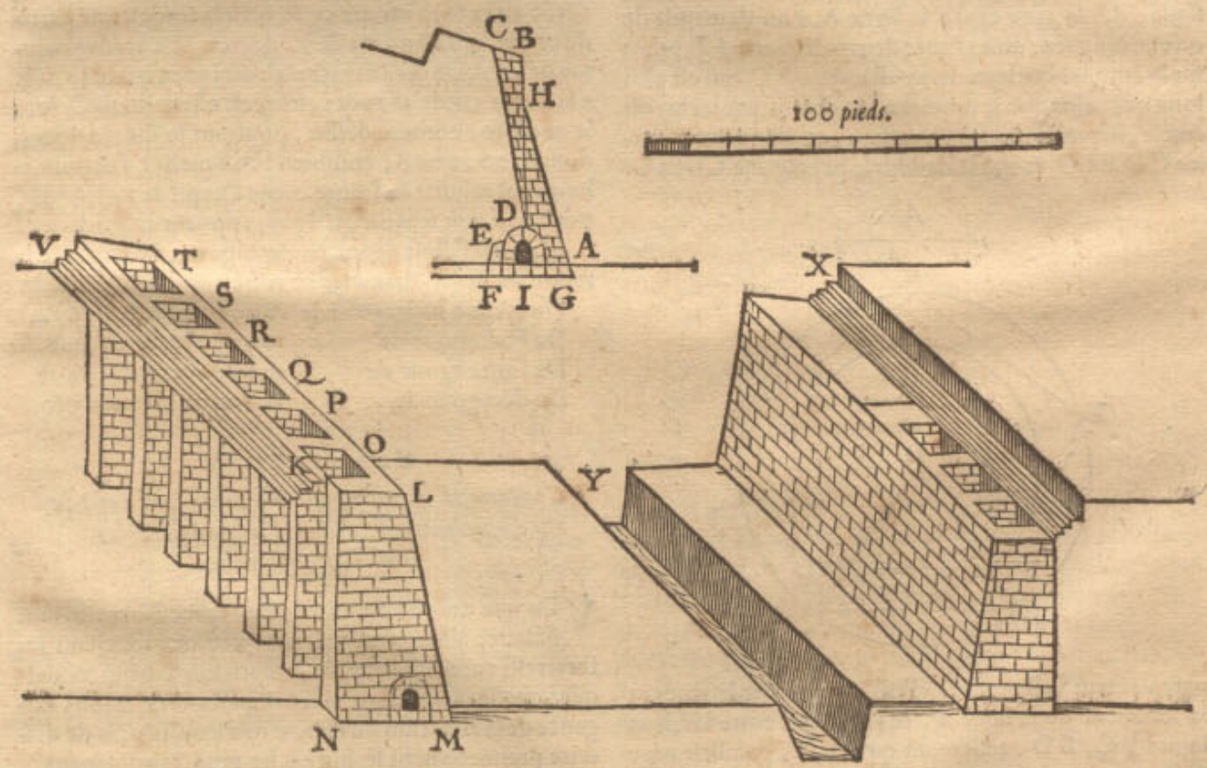
du parapet du chemin couvert, & que les parapets de la baſſe courtine (de la hauteur deſquels la longueur deſirée ſe trouveroit par la veuë) ne ſont pas encore faits : poſons auſſi qu'on les vueille avoir plus aſſeurement par operation d'Arithmetique, que par petites figures qu'on pourtraict à telle fin ſur du papier : c'eſt à dire, qu'on vueille ſçavoir par pieds la longueur de la ligne P *e* en la precedente 6 figure. Pour ce faire je poſe en mon imagination que la ligne droite du poinct P y ſoit tirée juſques à l'inferieur du parapet T, à ſçavoir 7 pieds ſous T ; qui eſt 10 pieds par deſſus H : pourtant je dis qu'icelle ligne par deſſus H de 10 pieds, donne H P 180 pieds (comme il ſe peut conter aux meſures Orthographiques) combien P Z 7 pieds ? (car veu que le parapet Z P, eſt egal au parapet ſous T ; le triangle compris entre P H, & le poinct interieur du parapet ſous T, eſt ſemblable au triangle *e* P Z) vient P *e* 126 pieds. Et comme ceſte ligne P *e*, eſt icy trouvée de 126 pieds ; ainſi ſe peuvent trouver les longueurs de toutes les autres lignes : Comme la ligne N K (dont il eſt parlé au ſecond Chapitre en l'onzieſme article des meſures de l'Orthographie) fait $88\frac{2}{7}$ pieds : ainſi la ligne I L 140 pieds : mais veu qu'il eſt neceſſaire en telle operation d'avoir la cognoiſſance de l'Arithmetique, & de la Geometrie, les regles deſquelles nous n'avons point propoſé d'enſeigner icy, à cauſe qu'elles doivent eſtre cerchées en leurs propres lieux, chacune en ſon art, nous n'en ferons plus de mention.

*De la Maſſonnerie.*

OR le pourpris de la forteresſe eſtant ainſi tracé avec des rayons au lieu de lignes, il reſte encore à parler de la maſſonnerie, en laquelle vient premierement à conſiderer, qu'il y faut un fond dur & ferme, pour ſupporter les boulevarts & remparts ſans enfoncer, ou renverſer ; comme il advient aucunefois : à ceſte fin on pilotera aux lieux, ou la debilité du fond le requerra.

La maniere de la maſſonnerie des eſcarpes, parapets & contre-mines, qui doivent venir ſur ledit fond à l'entour de la forteresſe, ſera declarée par la figure ſuivante, en ceſte ſorte. Ce qui eſt compris entre A B C D E F G ſignifie la muraille anterieure de la forteresſe avec ſa contre-mine voûtee, dont les meſures ſont telles : A G fait 2 pieds, outre que la maſſonnerie ſe met plus profonde que le fond du foſſé A : puis B C eſt l'eſpaiſſeur du mur, faiſant 4 pieds. La perpendiculaire B H à angle droit ſur l'horizon, ſignifiant le coſté anterieur du parapet, eſt produite juſques au fond du foſſé, au lieu de I ; de ſorte que I A eſt l'eſpaiſſeur de l'eſcarpe venant devant le rempart de 8 pieds : ceſte ligne H I coupe l'arc de la voûte au poinct D, duquel ſe tire la ligne D C. La largeur de la contre-mine eſt de 5 pieds ; la hauteur de 6 : l'eſpaiſſeur du mur vers E, ſur lequel repoſe l'arc & le coſté, eſt de 5 pieds.

Ceſte muraille doit encore avoir ſes contre forts, à fin que la terre du rempart s'attache à la muraille. Or




pour declarer cecy pleinement nous mettons la ſuivante 2 figure, là où K L M N ſignifient la longueur, largeur, & hauteur d'un contre-fort : & de meſme ſe baſtiſſent au mur de 10 en 10 pieds, comme les contre-forts O P Q R S T. Et faut noter qu'ils ſont plus eſpois au bout vers le rempart, qu'au coſté ou ils touchent le mur, à ſçavoir vers le rempart de 3 pieds, & au mur ſeulement de 2 : pour faire ainſi mieux attacher la terre qui vient entredeux à la muraille. Puis, pour renforcement de la contreſcarpe, on baſtiſt auſſi (comme il eſt demonſtré clairement en la preſente figure) des contre-forts tels qu'il y a pour la fermeté du rempart. La deſſus ſe repreſente encore la diſpoſition des bancs V X derriere chaque parapet, hauts de 3 pieds, & par deſſus larges auſſi de 3 pieds, dont il eſt fait mention au deuxieſme Chapitre, & au 23 article de la pourtraicture Orthographique.

Touchant le haut rempart, avec ſon parapet & les cavalliers deſſus les boulevarts, ils ſeront ſans murailles tout entierement de terre, ſemée de quelque herbe propre : M. Aurelio de Paſtino conſeille de prendre à ceſte fin l'herbe appellée des Latines *Medica*, dont la proprieté ſelon Columella, Pline, Mathiole & autres eſt telle, qu'elle s'enracine treſ-profondement en la terre, ce qui n'eſt pas ſeulement bon, pour entretenir longue-

ment

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

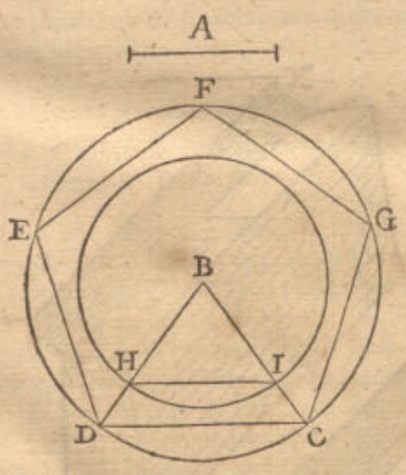
ment le rempart ſans ſe ruïner, mais un tel entrelacement donne auſſi force contre le canon de l'ennemy. Secondement, elle ſert de bonne paſture pour les beſtes, ce qui en temps de ſiege vient fort à propos. Tiercement, elle defend les remparts en temps de pluye contre le degout de l'eau, & durant la ſechereſſe empeſche que les vens n'emportent la pouſſiere.

## Chapitre IV.

### *Comment on figurera les fortereſſes de pluſieurs angles autres que de ſix, tant en grande forme qu'en petite.*

NOus avons deſcrit aux precedents ſecond & troiſieſme Chapitre, la maniere de la pourtraicture, tant en petite forme qu'en grande, d'une fortereſſe hexangulaire equilaterale inſcriptible au cercle, dont le demy-diametre eſt touſiours egal au coſté, ſans y avoir dit comment l'on feroit aux fortereſſes, que l'on requiert avec plus, ou moins de coſtez: La raiſon eſtoit, que nous avions, pour plus grande evidence, deſtiné à ceſte fin ce Chapitre particulier, à fin de ne m'arreſter là ennuyeuſement és choſes, qui n'eſtoyent point requiſes en iceux Chapitres.

A fin de venir au faict; poſons qu'il nous faille pourtraire en petite forme ſur le papier une fortereſſe pentangulaire equilaterale inſcriptible au cercle; & que chaque coſté du pentagone, ſur lequel la fortereſſe ſera ſignée doive eſtre egal à la ligne A, l'on demande de qu'elle longueur doit eſtre le demy-diametre? Je prens ſur le compas quelque demy-diametre B C, qui eſt plus long que celuy que je requiers; & deſcris par iceluy un cercle, lequel je diviſe, en taſtant, en cinq parties egales C D E F G, & tire la dedans le pentagone CDEFG:




pareillement la ligne B D. Puis je pren avec le compas la longueur de la ligne A, & l'applique entre les deux lignes B C, B D, tellement qu'elle ſoit parallele avec C D, comme la ligne H I. Ce qui eſtant fait, B H eſt le demy-diametre deſiré, à ſçavoir du cercle, dont H I ſera le coſté de ſon pentagone. Or par cet exemple du pentagone, eſt aſſez notoire la regle commune de tous les polygones.

Nous avons dit cy-devant, qu'on partira le cercle en cinq parties egales en taſtant; mais ſi quelqu'un au lieu de telle operation mechanique aymoit mieux l'operation Mathematique, ſelon le contenu de la 11 propoſition du quatrieſme livre d'Euclide, il pourra ſuivre ceſte maniere: Je tire dans le cercle A B C par le centre D le diametre A C, partiſſant D C au milieu en E: puis je note la longueur E B, deſpuis E juſques à F, qui eſtant

ainſi, la longueur F B eſt egale au coſté du pentagone deſiré. Et F D (pour celuy qui le demande) au coſté du decagone. Mais veu qu'en la practique on cerche la plus grande facilité, & que la maniere theorique d'Euclide ſert plus pour demonſtrer mathematiquement la compoſition, & les proprietez des corps reguliers, auſſi des proportions qu'il y a entre les lignes de telles formes ſervant à la conſtruction des tables de Sinus, & ſemblables; la ſuſdite maniere en taſtant m'a ſemblé en ce lieu plus commode: principalement au regard des polygones dont la conſtruction Mathematique eſt incognuë, comme de l'Heptagone & autres.

Nous avons parlé juſques icy de la vulgaire pourtraicture en petite forme. Mais veu que l'Ichnographie du troiſieſme Chapitre eſt auſſi declarée en grande forme à ſçavoir en campagne par un hexagone, là où les deux cordes pour le coſté & demy-diametre ſont egales; l'on pourroit icy demander comment on fera pour former d'autres polygones, dont telles deux cordes ſont inegales: car la precedente maniere de ceux-cy ſeroit à telle fin impropre ſur la campagne. Poſons dõc que l'on deſire un pentagone ayant chaque coſté de 1000 pieds, on demande, de qu'elle longueur devra eſtre l'autre corde, ſignifiant le demy-diametre? L'on verra en une table de Sinus qu'elle raiſon a le demy-diametre à une corde tirée ſous un arc contenant la cinquieſme partie du cercle, qui eſt un arc de 72 degrez, & ſe trouve comme de 10000000 à 11755704: car le demy-arc 36 deg. a ſa demy corde 5877852, leſquels eſtant doublés ſont le nombre, comme deſſus, pourtant je dis 11755704, donne 10000000, combien 1000 pieds? fait pour la longueur requiſe de l'autre corde 805 pieds $7\frac{9529272}{11755704}$ pouces, il faut ſçavoir qu'il y a 12 pouces au pied.

Mais s'il falloit ſigner un heptagone, l'on trouve la raiſon du demy-diametre au coſté:

| | |
|---|---|
| Du meſme heptagone de | 10000000 à 8677674. |
| De l'octogone de | 10000000 à 7653668. |
| De l'enneagone de | 10000000 à 6840402. |
| Du decagone de | 10000000 à 6180340. |

## Chapitre V.

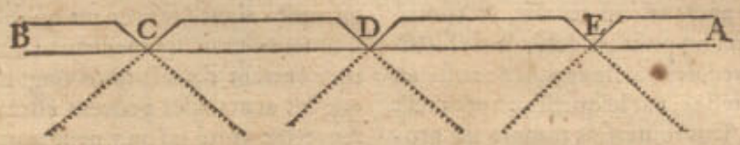
### *Contenant le but ou poinct principal dont la conſideration eſt requiſe en l'ordonnance des fortereſſes du temps preſent.*

VEu que noſtre intention eſt de recueillir au ſuivant ſixieſme Chapitre quelques queſtions touchant les fottereſſes accomplies: & au ſeptieſme Chapitre quelques queſtions des fortereſſes imparfaictes ſelon l'exigence de la ſituation du lieu, il m'a ſemble utile de deſcrire premierement le but ou les poincts principaux & neceſſaires à l'ordonnance deſdites fortereſſes; à fin de pouvoir plus ſeurement juger par la cognoiſſance d'iceux de ces queſtions. Je dis donc que comme les hommes ſont de diverſes opinions quant à la forme de leurs accouſtremens: car une façon eſt eſtimée en un pays qui ne l'eſt pas en l'autre; voire en une meſme province deſplaiſt maintenant, ce qui auparavant y eſtoit fort agreable. Et ce qui touche encore la choſe de plus pres, c'eſt, qu'une meſme perſonne tenoit hiër un accouſtrement pour commode, qui luy ſemble aujourd'huy mal ſeant. Il eſt de meſme des humeurs differentes touchant l'ordonnance des fortereſſes: pourtant comme quelqu'un ſe romperoit la teſte en vain, s'il vouloit par raiſon

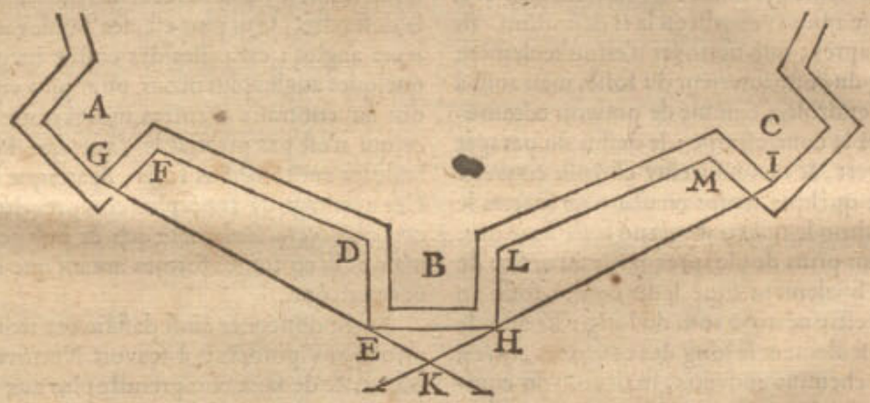
Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

raiſon perſuader les hommes à porter tous enſemble une meſme façon d'accouſtrement, ſelon ſon inſtruction, veu meſmement que luy meſme ne ſçait pas combien de temps luy durera ſon opinion : Tout ainſi travaillent en vain ceux qui és ordonnances des forteresſes, veulent qu'un chacun face à leur fantaſie. Toutesfois, comme l'opinion des hommes en la forme des accouſtremens, n'eſt pas en tous poincts ſi diverſe, qu'ils n'ayent quelque choſe de commun : comme par exemple, veu qu'il ne nous eſt pas expedient en nos beſoignes, d'avoir les orteils ſeparez, nous les mettons bien tous enſemble dans un chauſſon : mais de mettre les deux jambes dans une chauſſe, perſonne ne l'aprouve, & n'y a homme qui deſire tel accouſtrement : car veu qu'il faut ſe ſervir des jambes ſeparées pour aller d'un lieu en un autre, la raiſon requiert de donner à chaque jambe ſa propre chauſſe. Puis d'ordonner un accouſtrement qui couvriroit la veuë, de ſorte qu'on ne pourroit voir où l'on iroit, ni ce qu'on feroit, perſonne ne le fait, ni le deſire. Il en eſt de meſme pour la compoſition des forteresſes : car les opinions des Architectes ne ſont pas tellement differentes, qu'ils n'ayent par un inſtinct naturel quelque but commun, tel, que celuy qui y contrediroit ſeroit eſtimé faire contre le ſens commun.

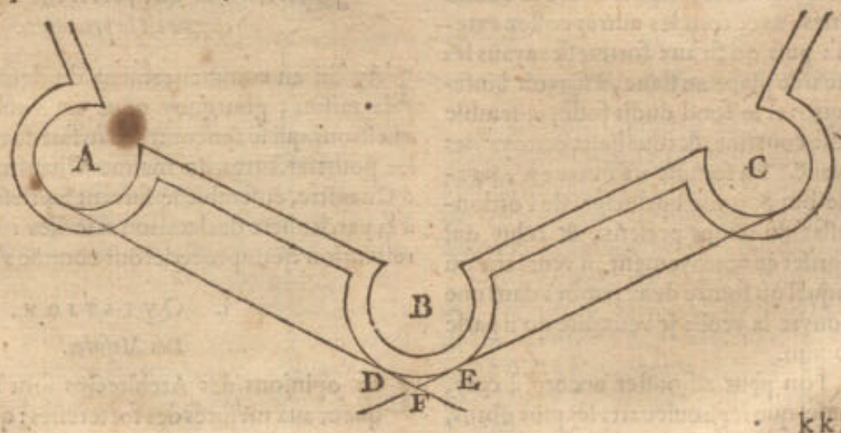
Or pour venir à la declaration du but, ſervant comme de touche à laquelle on peut examiner diverſes inventions, ou opinions, qui de jour en jour ſe rencontrent ; il faut premierement ſçavoir, qu'on ſouloit jadis, avant l'invention de la poudre à canon, faire pour la defence des forteresſes, des murailles droites ayans des trous, pour tirer par iceux avec des fleches, & autres tels inſtrumens, qui alors eſtoyent en uſage : comme cy-deſſous le mur A B avec les trous C D E.




Mais pource que les aſſiegez ne pouvoyent ainſi reſiſter à leur enhemy qu'en front, & que la deſſus les ennemis ſe couvroyent par devant de leurs targes, & qu'eſtans tout pres du mur entre deux trous, ils eſtoyent en ſeureté contre iceux trous ; & contre l'artillerie, on baſtit puis apres des teſtes, ou tours quarrées ſortans deſdites murailles droites, autant eſloignées l'une de l'autre, que leur artillerie pouvoit porter : comme cy-deſſous les trois tours A B C, à fin d'endommager par les coſtez D E, F G, l'ennemy aſſaillant le mur F D entre deux tours, & tirer ſur luy, non ſeulement de devant, mais auſſi des deux coſtez là où il n'avoit point de targe ; à fin de bien defendre par ce moyen le mur F D, & plus ſeurement repouſſer l'aſſaut.



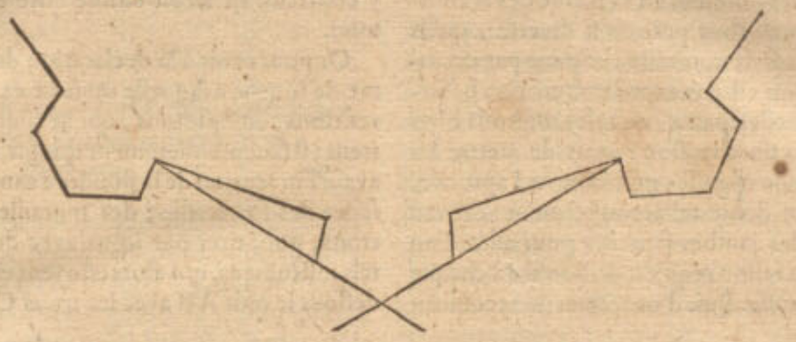

Mais l'ennemy cerchant d'autre coſté ſon advantage, laiſſoit le mur entre deux tours, & aſſailloit ſeulement les coſtez exterieurs, comme E H : car l'artillerie venant (au pis aller) des angles enterieurs G & I des tours qui ſont à coſté, tout ce qui eſtoit dans le triangle E H K, eſtoit aſſeuré contre les deux tours A & C. Eux conſiderans ceſte faute firent puis apres des tours rondes, au lieu des quarrées, comme cy-deſſous A B C, à fin de pouvoir ainſi mieux voir d'une tour la partie anterieure de l'autre, & mieux s'entrayder : car l'artillerie venant des deux tours A & C, pouvoit beaucoup mieux attaindre l'ennemy aſſaillant la partie anterieure de la tour B, qu'avec les precedentes tours quarrées : & combien que cela ne ſe peuſt parfaictement, toutesfois le triangle D E F eſt beaucoup plus petit, que celuy de E H K.






Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

Mais puis apres le gros canon venant à eſtre en uſage, par la grande vehemence duquel on ne bleſſoit ou tuoit pas ſeulement un homme à la fois, comme d'une fleche, ou d'une fonde; mais on emportoit pluſieurs hommes, eſchelles, & inſtrumens; on apperçeut, que ni teſtes, ni tours rondes ou quarrées n'eſtoyent les formes commodes, pour s'en ſervir à ſon plus grand avantage contre les canons: mais qu'icelles teſtes doiveut eſtre poſées en telle ſorte qu'on puiſſe tirer de chaque angle des deux teſtes de coſte, au long de la face de celuy du milieu, & que l'on puiſſe auſſi tirer au long des murailles entre deux teſtes, comme cy-deſſous.



Or cecy eſtant puis apres mis en œuvre, & trouvé fort bon en effect (car l'on pouvoit defendre la forteresſe tout à l'entour avec des traicts venans de coſté au long des murs, & des teſtes, par leſquelles on peut tuër beaucoup d'ennemis, ſans toutesfois rompre ſes propres baſtimens) on y a plus ſoigneuſement pris garde, ſi bien que la choſe parvint quaſi à la perfection d'une ſcience particuliere; comme eſtant fondée en la perſpective, & ayant grande communauté avec les mathematiques. L'on donna (ce que requierent communement les ſciences nouvelles) aux choſes inventées des noms nouveaux, & entre autres, tirer au long des murs, & des coſtez anterieurs des teſtes, ils nommerent cela nettoyer, comme nous avons dit en la 11 definition. Ils trouverent puis apres, que nettoyer n'eſtoit ſeulement pas utile au long du coſté interieur du foſſe, mais auſſi à pluſieurs autres endroits; comme de pouvoir commodement nettoyer la contreſcarpe: le deſſus du parapet du chemin couvert, & meſme iceluy chemin couvert. Puis apres il fut quelque temps en uſage de mettre le contre-foſſé environ le milieu du grand foſſe à taſtons: mais quand on eut prins de plus pres garde à l'utilité de nettoyer, on a finalement ſitué ledit contre-foſſé en ſorte qu'il puiſſe eſtre nettoyé tout du long: Et afin de ne nettoyer pas ſeulement le long des courtines, rayes, & parapets des chemins couverts, mais auſſi du commun terroir: On ordonne des doubles remparts; l'inferieur, ou baſſe courtine, pour nettoyer ledit commun terroir: Et le haut rempart (parce que les autres courtines ſont trop baſſes) ſert à fin que la forteresſe ſoit mieux gardée: auſſi pour plus aiſement deſcouvrir l'ennemy derriere ſes forts. De ces doubles remparts, procedoit encore une maniere de doubles boulevarts, deſquels les places ſuperieures, auſſi bien que les inferieures, nettoyent leurs boulevarts vis à vis, & à coſté les grandes courtines, avec tous les autres coſtez exterieurs nettoyables: puis on fit aux forteresſes ayans les foſſez ſecs, encore une place au flanc, à ſçavoir l'inferieure, à fin de nettoyer le fond dudit foſſé, enſemble la contreſcarpe, baſſe courtine, & tous lieux nettoyables ſe preſentans à la veuë. En ſomme NETTOYER, NETTOYER dije, eſt le but & poinct principal de l'ordonnance des forteresſes du temps preſent, & celuy qui veut oſter ou meſpriſer ce nettoyement, il veut faire un accouſtrement, auquel on fourre deux jambes dans une chauſſe, ou qui couvre la veuë: je veux dire qu'il parle contre le ſens commun.

Secondement, l'on peut adjouſter encore à cecy, pour regle commune, que les bouleuarts les plus obtus, ou moins aigus (moyenant qu'ils ſoyent nettoyables) ſont tenus pour les meilleurs: car veu que les boulets tirez entrent dans la terre vingt pieds & plus, s'enſuit que les acutangles peuvent eſtre de coſté facilement renverſez voire qu'on y peut tirer tout à travers: mais quant aux boulevarts qui ſont aſſez obtus on n'y peut faire breche de coſté.

Tiercement, que les forteresſes equilaterales inſcriptibles au cercle, que l'on nomme autrement polygones reguliers, ſont les plus commodes figures: car ils comprennent en moins de rempart plus de terrain, ce qui n'eſt pas ſeulement de moindre frais pour baſtir, mais outre cela il n'y faut pas tant d'artillerie, ni de gens pour la defendre. Qui plus eſt, ſes boulevarts ont de meilleurs angles: car celles des coſtez inegaux, ont bien quelques angles plus obtus, ou moins aigus, mais ils en ont au contraire d'autres moins obtus ou plus aigus; ce qui n'eſt pas profitable, veu que l'ennemy expert laiſſe les endroits plus forts, & attaque les plus foibles. Cet avantage de faire plus comprendre aux remparts, ne s'obſervera ſeulement pas és polygones regulieres, mais auſſi en toutes formes autant que les ſituations le permettront.

Ayant doncques ainſi deſcrit ces trois communs & principaux poincts; à ſçavoir Nettoyer, Boulevarts obtus, & de faire comprendre plus aux remparts, ſervans en matiere de forteresſes, comme de but, auquel il faut touſiours prendre garde, nous viendrons aux deux derniers Chapitres des queſtions, eſquelles le ſouvenir de ces choſes aura ſouvent ſon uſage, à fin de pouvoir plus ſeurement juger des opinions contraires les unes aux autres.

## CHAPITRE VI.

### *Queſtions ſur une forteresſe accomplie, comme eſt la precedente.*

J'Ay dit au commencement du deuxieſme Chapitre la raiſon, pourquoy nous ne voulions meſler les queſtions, qui ſe rencontrent au fait des forteresſes, avec les pourtraictures du meſme Chapitre: auſſi que ce 6 Chapitre, enſemble le ſuivant ſeptieſme ſont deſtinéz à la particuliere declaration d'icelles: Or ſuivant ceſte reſolution nous procederons comme s'enſuit.

### I. QVESTION,

*Des Meſures.*

LEs opinions des Architectes ſont fort differentes, quant aux meſures des forteresſes: quelques uns veulent

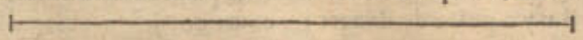
Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

lent (comme dit *Girolamo Maggi*) que la longueur de la grande courtine, entre deux boulevarts soit de 600 à 700 *bracci*: D'autres de 300 à 400: *Tartaglia* de 250 à 300 pas: *Capitan Frate da Modena* 140 *cannes*: *Cataneo* prend pour diverſes fortereſſes diverſes longueurs, comme 192, 232, 240, 244, 256, 510 *bracci*: Les fortereſſes de 149, 152 *bracci* (comme dit *Maggi*, mais en l'impreſſion que j'en ay, je la trouve d'environ autant de pas) *Secretario Fiorentino* 200 *bracci*: *Girolamo Maggi* de 250 à 300 *bracci*: *Carlo Theti* de 80 à 100 *cannes*: *M. Aurelio de Paſino* aux pourtraictures de ſes deux fortereſſes, environ de 80 & 90 toiſes. *Daniel Specle*, en diverſes figures 500, 600, auſſi 650 pieds. Cecy eſt dit de la grande courtine, & pourrions aſſembler encore icy ſemblables differences des autres parties des fortereſſes: mais nous le laiſſons pour ne perdre point de temps.

Il y a pluſieurs cauſes de telles diverſitez. Premierement, c'eſt que le nom des meſures, nous abuſe quelque fois, leſquelles combien qu'elles ayent ſouvent un meſme nom, ſont toutesfois en une ville beaucoup plus longues, qu'en une autre: pourtant quand la raiſon des meſures de diverſes Villes, n'eſt aſſez expreſſement definie, nous n'avons nulle ſeureté de leurs ſimples noms.

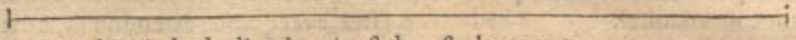
Or pour en faire quelque declaration, nous aſſemblerons quelques meſures vulgaires és impreſſions Italiennes, Françoiſes & Allemandes, leſquelles un chacun, à qui il plaira, pourra conferer les unes aux autres, & à noſtre meſure de Delf.

Le pied de Delf, ſur lequel les precedentes pourtraictures ſont ſignées, contient 12 poulces, & les 12 pieds font une verge: mais nous n'avons point expliqué cy-devant les longueurs par verges; pource qu'il nous ſemble plus commode de le faire par pieds. Le $\frac{1}{4}$ d'un deſdits pieds, eſt de cette longueur:

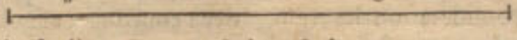


*Les quatre meſures ſuivantes ſont tirées de* Carlo Theti.

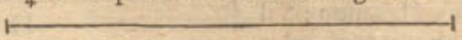
La *canna* contient 10 paumes, la moitié d'une paume eſt de ceſte longueur.



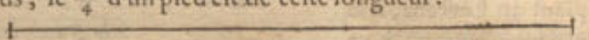
La *canna* contient quatre *bracci*, la $\frac{1}{8}$ d'un *braccio* eſt de ceſte longueur:



La *canna* contient 8 paumes, le $\frac{1}{4}$ d'une paume eſt de ceſte longueur:

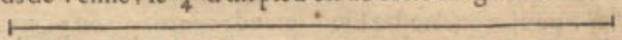


Le *paſſo* contient 6 pieds, le $\frac{1}{4}$ d'un pied eſt de ceſte longueur:



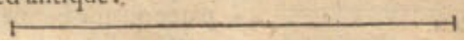
*Les trois meſures ſuivantes ſont tirées de* Girolano Cataneo.

Le pas contient cinq pieds de Veniſe, le $\frac{1}{4}$ d'un pied eſt de cette longueur:



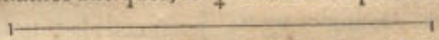
Ceſte longueur eſt le $\frac{1}{4}$ d'un *braccio Breſciano*:

Ceſte longueur eſt le $\frac{1}{4}$ d'un pied antique:

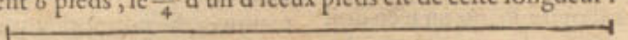


*Les quatre meſures ſuivantes ſont tirées de* Jacomo Caſtriotto.

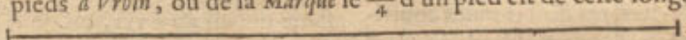
La *canna* contient 10 paumes Romaines antiques, le $\frac{1}{4}$ d'une telle paume eſt de ceſte longueur:



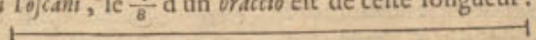
La toiſe de France contient 6 pieds, le $\frac{1}{4}$ d'un d'iceux pieds eſt de ceſte longueur:



La *canna* contient 10 pieds *d'Vrbin*, ou de la *Marque* le $\frac{1}{4}$ d'un pied eſt de ceſte longueur:



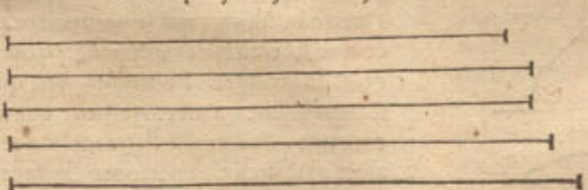
La *canna* contient quatre *bracci Toſcani*, le $\frac{1}{8}$ d'un *braccio* eſt de ceſte longueur:



Les deux pas de Veniſe, comme dit *Caſtriotto*, font une *canna*.

*Les cinq meſures ſuivantes ſont tirées de* Daniel Speckel:

Le $\frac{1}{4}$ d'un pied.



de Straſbourg.
de Bavieres.
de Nurremberg.
de Vienne.
de Paris & Inſpruck.

Aux figures de *Sebaſtiano Serlius* Antique Latin lib. 3. tranſlaté d'Italien en Latin par *Ioannes Carolus Saracenus*, il y a auſſi diverſes meſures de *Brachia*, *Palmi*, *Pedes Antiqui*, *Pedes recentiores*, qui ſont fort differentes tant entre elles, comme entre les precedentes. Juſques icy nous avons rapporté aſſez de meſures de diverſes longueurs.

Secondement, il y a ſouvent de la difference entre les meſures d'un baſtiment & d'un autre: par ce qu'il faut, que les Architectes s'accommodent à la qualite du lieu, laquelle les empeſche de pouvoir ſuivre la regle commune.

Tiercement, pource qu'une piece d'Artillerie tire plus loing qu'une autre, voire qu'une meſme piece fait plus de force avec une ſorte de poudre, qu'avec une autre, ce n'eſt point de merveille ſi les hommes en jugent differemment chacun ſelon ſon experience.

Quartement, il y en a qui font leur compte de tirer avec de la groſſe artillerie, qu'ils appellent reale, par laquelle ils entendent pieces, dont les boulets peſent depuis 8 livres en montant: Les autres avec non reale, qui eſt depuis 8 livres en deſcendant, laquelle ne porte point ſi loing.



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

Quintement, l'opinion d'aucuns eſt, que deſſus la grande courtine doivent eſtre quelques baſtimens, comme cavalliers plates formes, ou flancs, pour l'ayde deſquels ils ordonnent la grande courtine entre deux boulevarts, plus longue, que ne font ceux qui n'ordonnent point de tels baſtimens.

Sextement, aucuns veulent, comme *Iacome Caſtriotte*, & autres que la grande courtine ſoit ſi longue, & les boulevarts ſi loing l'un de l'autre, qu'ils ne ſoyent endommagez de la groſſe artillerie de leurs flancs qui ſont vis à vis : Laquelle regle eſt rejectée par d'autres, les raiſons & demonſtrations deſquels ſeront declarées en la ſuivante huictieſme queſtion de ce Chapitre, contre ceux qui à telle fin font des courtines obliques.

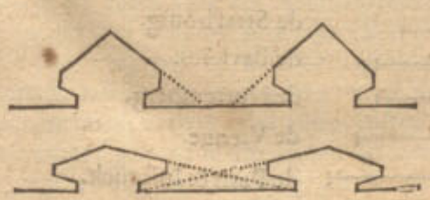
Finalement, j'adjouſte encores, que l'on ne veut eſtre reputé avoir ſa ſçience d'un autre ; principalement de ceux qui ſont encore en vie (des treſ-paſſez comme *Vitruve*, *Archimede*, & autres il n'y a point de danger) eſtimant que par là leur eſtime ſeroit amoindrie. C'eſt pourquoy les hommes ſont communement enclins à ſe mettre en different entre eux, & conſequemment toutes choſes ont leur cours naturel.

Quant aux meſures miſes cy-devant au deuxieſme Chapitre, j'en ay ſuivi, (apres la conſideration des argumens de pluſieurs Autheurs, & des circonſtances) ce qui me ſembloit alors le plus conforme à la raiſon : S'il y a quelque choſe plus longue ou plus courte ; plus eſpoiſſe ou plus menue, qu'il ne plaiſt au Lecteur, il le pourra changer, ou accommoder à ſon opinion, & ce que je pourray cognoiſtre devoir eſtre corrigé, je le ſuivray en cela auſſi volontieres, comme j'ay fait les autres: Ce que requiert auſſi la raiſon, pource que noſtre but principal ne doit point tendre à ſouſtenir ce que nous avons une fois dit, mais à faire les meilleures forteresſes qu'il nous eſt poſſible.

## II. Queſtion.

### *Des boulevarts obtus & aigus.*

COmbien que l'on tienne pour regle generale, qu'on peut plus facilement tirer à travers des angles aigus des boulevarts, & les demolir, que non pas des obtus; toutesfois il y en a qui ſont d'opinion, qu'on n'en doit point faire d'obtus, encore qu'on le peuſt commodement faire, & que pour l'eviter, on doit tirer les courtines du boulevart depuis le milieu, ou quelque autre poinct de la grande courtine, comme en la ſuivante premiere figure non pas des flancs, ſelon la commune maniere de la deuxieſme figure, leſquelles ſont deſcrites ſur une courtine droite.



Mais pour demonſtrer, que les Architectes des forteresſes fameuſes taſchent, à bonne raiſon, de ſe ſervir des angles obtus, nous debattrons ceſte matiere par articles diſtincts.

### I. Article.

*Si la breche ſe fait plus large és boulevarts aigus, ou és obtus.*

PRemierement, il y en a qui propoſent, qu'en la poincte d'un boulevart qui à l'angle aigu, eſtant raſee, il s'y fait une breche plus eſtroite, qu'en l'obtus: ce qui eſt bien vray, quand on preſuppoſe, que la poincte de l'un eſt raſée auſſi longue que celle de l'autre : mais mettons la comparaiſon à lequité, à ſçavoir qu'il y ait autant de coups tirez ſur une poincte que ſur l'autre; & puis examinons la choſe. Car poſez le cas, que le boulet entraſt ſeulement 20 pieds en terre (aucuns teſmoignent de beaucoup d'avantage) l'on pourra tirer au travers de la poincte du rectangle ſur ſa longueur (comme ſçait le Geometre) de $\sqrt{200}$, qui eſt plus de 14 pieds : Que ne feroit-on doncques à travers les angles fort aigus ? mais ceux qui ſont aſſez obtus, ne ſe peuvent ruiner par coups de canon venans de coſté.

Quant à ce qu'on dit, que quand l'ennemy plante ſon artillerie devant le milieu d'un boulevart obtus, qu'il peut alors d'une ſeule place faire breche aux deux coſtez des boulevarts : Je reſpons que quand l'ennemy aura planté ſon artillerie devant le milieu de la grande courtine, joignant laquelle ſont des boulevarts aigus, il pourra faire breche és quatres coſtez des deux boulevarts : car veu que, comme dit eſt, les boulets y paſſent tout au travers, chacun ſera endommagé de deux coſtez, avec grande extenſion de la matiere : mais au boulevart obtus, ſur lequel on tire de devant pour rompre deux courtines enſemble, les boulets y entrent, & demeurent dedans, avec beaucoup moindre dommage.

### II. Article.

*De la defence des courtines des boulevarts de deſſus la grande courtine.*

QUand la face, ou courtine du boulevart aigu eſt tirée du milieu, ou de quelque autre poinct de la grande courtine, on pourra, diſent ils, d'une partie de la meſme grande courtine, defendre la face du boulevart. A cecy on reſpond que de la grande courtine, on ne pourroit pas bien defendre la face du boulevart; parce qu'une bonne partie d'icelle demeure couverte à cauſe de l'eſpaiſſeur de la grande courtine : car (à fin d'expliquer cecy par contemplation perſpective) ſi l'on produit à l'infini par imagination le plan de la pente du parapet de la grande courtine, tout ce qui de l'oreillon, & de la courtine du boulevart, giſt ſous ledit plan, demeure caché pour celuy qui voit au long de ladite pente du parapet : mais cela n'avient point quand on voit du flanc qui eſt vis à vis, ou de la courtine de l'oreillon. Car de là ne ſe decouvre pas ſeulement la face toute entiere, juſques au fond de l'autre boulevart, mais encore une grande partie du fond du foſſé. Secondement, on ne peut commodement faire des canonnieres au parapet de la grande courtine : pour nettoyer la partie de la face du boulevart qui ſe pourroit preſenter à la veuë, par ce que le traict devroit paſſer trop de biais par la largeur du parapet. Pourtant, veu qu'il ne vient aucun flanquement ou nettoyement qui vaille de la grande courtine, & que du flanc meſme le boulet ne pourra alors parfaitement nettoyer, la face n'auroit point de nettoyement accompli.

Quant à ce qu'aucuns veulent qu'on face la grande courtine joignant le flanc avec un giron, dont le coſté anterieur du parapet ſe tourne vers la courtine du boulevart oppoſite, à fin de pouvoir ainſi mieux defendre la meſme face du boulevart par des canonnieres, qui n'auront point le ſuſdit empeſchement de l'eſpaiſſeur du parapet, comme nous avons dit de la grande courtine : & à fin de deſcouvrir de ce lieu là une partie de la campagne; à cecy on reſpond. Premierement, que telles canonnieres eſtans peu couvertes de l'oreillon, ſont expoſées & fort deſcouvertes à la veuë de l'ennemy, & qu'il

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

qu'il vaut mieux defendre la face du boulevart obtus, avec des canonnieres qui soyent suffisamment dans le flanc. Secondement, touchant le moyen de descouvrir la campagne, il y a d'autres lieux de la grande courtine, comme aussi des faces des boulevarts, qui sont plus pres de l'ennemy pour luy tirer à laise des coups de canons. Tiercement, que la grande courtine, au lieu de ce giron ne peut estre parfaitement nettoyée. Quartement, que de ces canonnieres ne se peut nettoyer la grande courtine, comme du flanc: en somme que cet œuvre est defectueux, dont il ne procede point d'avantage.

### III. Article.

*Du nettoyement des boulevarts aigus avec des arquebuses à main.*

QUant à ce qu'on face l'angle d'un boulevart si aigu, qu'on tire de dessus la grande courtine de plus parfaits coups nettoyans les faces avec mousquets, ou semblables petites arquebuses à main, cela n'est pas de grande estime pour une invention impropre; car celuy qui prendra bien garde à la qualité du nettoyement, & considerera comment sur une petite largeur, est ordonnée une si grande multitude de grosse artillerie, venant des cavalliers, des places hautes & basses des courtines, des oreillons hauts & bas, & ce tout, comme dit est, sur une si petite largeur, il confessera que tout cela n'est pas necessaire: mais que c'est contre la raison de vouloir encore nettoyer la face du boulevart avec de petites arquebuses, qui ne peuvent rompre les eschelles, ni les parapets des ennemis, ni l'endommager dessus la breche avec des pieces de pierre, ou brique, qui rejaillissent. Il est bien vray que les arquebuses à main sont fort commodes & necessaires en temps d'assaut pour tirer, à ceux qui viennent à la veuë: mais d'en vouloir user comme de coups principaux nettoyans les courtines des boulevarts, dont une grande partie ne s'offre à la veuë pour les raisons du second article, à quoy aussi l'autre grosse artillerie est destinée plus proprement, & par un tel abus faire le nettoyement defectueux, qui se fait par la grosse artillerie, & d'ordonner les boulevarts d'angles foibles, & d'eviter les forts obtus angles, cela ne semble point estre fondé sur aucune raison.

### IV. Article.

*Du demoliſſement des remparts, que l'ennemy peut renverser dans le fossé contre la face des boulevarts.*

AUcuns estiment, que si l'ennemy se retranche devant la face d'un boulevart, pour s'asseurer contre les flancs, qu'on ne sçauroit en tel cas si bien endommager ses retranchemens à coups de canon nettoyans les boulevarts obtus parfaitement, comme par ceux qui ne nettoyent pas les boulevarts aigus: mais la chose, estant bien considerée va tout autrement: Car le coup nettoyant parfaitement & jettant la matiere en arriere espard au long & au large les pieces rejaillissantes, & les boulets traversans molestent l'ennemy, & tel rempart peut estre explané jusques à la face: mais le coup venant de biais, & entrant dans le boulevart jette les ruines contre le boulevart, de sorte que la matiere ne se peut si bien espardre qu'autrement, & le boulet traversant n'apporte tant de dommage à l'ennemy: parce qu'il demeure dans la face, ou bien y fait un bond incertain. Mais pour declarer cecy plus intelligiblement; notez qu'on tient pour regle generale, que les remparts se peuvent plus facilement endommager par coups horisontaux, que par ceux qui viennent de haut en bas: pourtant la face du boulevart estant prise pour l'horison, & le parapet de l'ennemy pour rempart, alors le coup nettoyant parfaitement, servira comme de coup horisontal; mais celuy qui vient de biais, n'est pas si bon, non plus que celuy qui viendroit de haut en bas.

### V. Article.

*De la defence de la face d'un boulevart par l'autre.*

ILs disent encore, que quand les angles des boulevarts ne sont pas obtus, alors les deux faces des deux boulevarts se peuvent mieux voir l'une l'autre; pourtant si l'oreilon & son flanc estoit rasé, l'on pourroit de la face de l'un mieux voir & defendre la face de l'autre boulevart. A cecy on respond, que telle imagination de voir n'est pas fondé sur ce à quoy on doit principalement prendre garde à sçavoir sur le nettoyer: car peut estre qu'une telle largeur de la face d'un boulevart obtus y est dommageable. De sorte que les boulevarts aigus, outre qu'il requierent plus de matiere & frais que les autres, causent en plusieurs manieres grand prejudice.

L'on y pourroit encore adjouster cecy. Veu que vous mesmes estimez la grande courtine pour mieux gardée, laquelle toutesfois peut estre nettoyée du flanc à coups de canon qui volent tout au long d'icelle luy estant quasi parallele; pourquoy semblable maniere de nettoyer au long des faces des boulevarts seroit elle mauvaise? ou si vostre nettoyement imparfait des boulevarts est le meilleur, pourquoy n'appliquez-vous une pareille meilleure maniere sur la grande courtine, faisant les cols des boulevarts si longs, ou y adjoustant quelque autre telle chose, qu'on y puisse gagner semblable advantage? Mais comme il vous est cognu, que ce seroit au dommage de la grande courtine, ainsi est il notoire que cela seroit aussi prejudiciable aux faces des boulevarts.

Les argumens precedens sont plus fermes encore par l'experience des forteresses fameuses basties en divers lieux: comme entre autres en celle de Malte l'une des principales du monde, qui est de grande consequence, & laquelle on peut estimer l'une des plus remarquables, qu'on a commencé à edifier, l'an 1566, par meure deliberation des principaux Architectes de toute la Chrestienté & exercez au fait de la guerre, lesquels cerchans soigneusement tous advantages ont (comme il se peut voir aux figures, qui en ont esté imprimées & divulgées) tiré des flancs les courtines des boulevarts nettoyables, à fin d'acquerir ainsi les angles des boulevarts les plus obtus qu'il estoit possible, avec les autres advantages qui en peuvent proceder. Nous concluons doncques avec les plus experts, que les plus obtus boulevarts qu'on peut former, selon les regles perspectives, ont la meilleure forme de bastiment qu'on ait ordonné jusques à ceste heure selon l'exigence des forteresses accomplies du temps present.

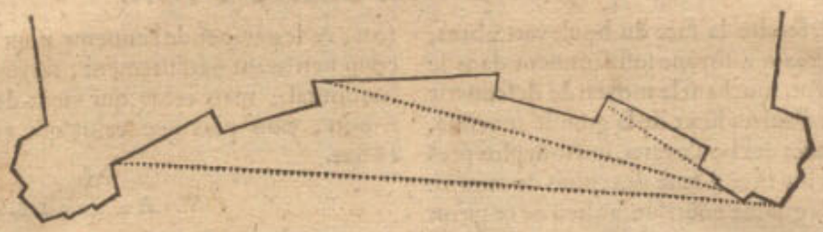
## III. Question.

*Des boulevarts ronds, ou polygones, tendans à la rondeur.*

AUcuns ont pris plaisir aux boulevarts ronds: d'autres à deux courtines se rencontrans en façon d'arc: d'autres à plusieurs angles, dont les costez estoyent nettoyez de divers flancs bastis dans la grande courtine, comme demonstre la figure suivante:



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©



Or veu que la precedente figure des boulevarts, eſtant de pluſieurs angles approche de la rondeur, & que la forme ronde diſent ils eſt la plus forte, parce que la matiere canonnée s'amaſſe plus vers le centre, & s'endurcit, il faut que telle maniere de boulevarts ſoit plus forte que de deux faces droites. On reſpond à cecy, qu'en un tel commun jugement il y a faute de diſtinction: car combien que le Maſſon choiſiſſe aux voûtes la figure ronde, ou multangulaire, à fin de faire des arcs ſerrans mieux: Le Charpentier au contraire taſche de joindre ou fortifier ſon ouvrage par corbeaux, c'eſt, pour parler plus clairement; il evite le polygone, & tend vers le triangle, lequel encore qu'au contraire il ſoit la plus ſimple entre toutes les figures rectilignes, toutesfois il eſt ferme, mais non pas le quadrangle, le pentagone encore moins, & conſequemment tant plus de coſtez aura le polygone du Charpentier, d'autant plus approche elle de la rondeur, & d'autant plus ſera elle foible. Pourtant, de dire par regle commune, que les figures de plus de coſtez tandans à la rondeur, ſont les plus fortes, & l'affirmer ſimplement par l'hautorité de quelqu'un: il ſemble, veu qu'on donne des exemples de contraires effects, que l'opinion de telles perſonnes d'autorité n'a pas eſté bien entenduë, ou autrement qu'on donne plus de credit à l'autorité, qu'a la raiſon. Il faut doncques, avant que donner ſon jugement conſiderer la qualité de l'ouvrage, puis conclure ſelon le requis d'icelle. Car les baſtimens qui ſont creux, en dedans ou caves recevans preſſement par le dehors requierent la rondeur, comme voûtes de caves, ponts, egliſes & ſemblables, là où larc meſme portant avec ſoy ſa peſanteur preſſant la rondeur, en cela eſt le plus grand advantage: pource que les pierres de l'arc eſtans plus eſtroictes par dedans que par dehors, tel preſſement cauſe leur plus ferme cloſture. Semblablement un puits, contre lequel la terre preſſe de tous coſtez, la figure ronde y eſt la plus commode: mais ſi, par exemple, on mettoit le tuyau du puits deſſus la terre, & qu'on le remplit de terre, en ſorte que le preſſement de dedans pouſſaſt vers l'exterieur; il eſt notoire qu'on n'en auroit point d'advantage; car comme les pierres par le preſſement de dehors vers l'interieur (pource qu'elles ſont plus larges au coſté exterieur) ſont forcées à faire plus ferme cloſture; ainſi elles ſont au contraire (eſtans plus eſtroictes par dedans) plus faciles à ſe desjoindre par le preſſement de l'interieur vers l'exterieur: partant, ſi en l'uſage des boulevarts il eſtoit beſoin d'un preſſement qui reſiſtaſt à tous les coſtez de la partie exterieure qui pouſſeroit à l'encontre, la figure multangulaire ou ronde ſeroit à telle fin la plus forte. Mais on n'y peut attendre un tel preſſement. Quant aux boulets qui s'y tirent à l'encontre par dehors, cela n'eſt point preſſement, à ſçavoir portant la qualité pour laquelle on doive faire des ouvrages ronds: car comme quelqu'un fait auſſi facilement un trou avec une barre de fer dans le mur d'un boulevart rond ou multangulaire, comme dans celuy d'un boulevart de peu d'angles, ainſi fait le boulet autant de breche ſur l'un que ſur l'autre. Pourtant il ne faut pas taſcher, pour telle fantaſie, de faire des boulevarts ronds, ou multangulaires, veu que cela repugne aux articles du but, ſur leſquels les forteresſes du temps preſent ſont fondées, notement au nettoyer, & plus grande comprehenſion de place: Contre le nettoyer, parce qu'aux boulevarts ronds, ou multangulaires il faut beaucoup d'artillerie, pour faire ce qu'autrement on peut faire avec peu: Contre le moyen d'avoir plus grande comprehenſion, parce que la grande courtine ayant une flechiſſeure interne, & eſtant pource plus longue & de plus grands frais, perd toutesfois autant de place, qu'il en pourroit eſtre compris entre la courtine oblique, & la ligne droite. Gardons nous bien doncques de nous eſtudier à la recerche des boulevarts multangulaires, comme s'il eſtoit poſſible de clore une forteresſe avec des boulevarts nettoyables eſtans par devant tous plats ſans angle (deſquels il ſera parlé en ſon lieu, à ſçavoir en la 2 queſtion du ſeptieſme Chapitre) les devant faire ainſi par election. Finalement j'adjouſte cecy, que le vice & incommodité des vieux boulevarts ronds nous à par cy-devant apris d'inventer des boulevarts nettoyables, comme il à eſté dit au precedent cinquieſme Chapitre. Nous finirons icy concluans que les boulevarts, avec leurs courtines entieres & droites ſont la meilleure forme, dont on ait uſé juſques à maintenant, ſelon la maniere des forteresſes de ce temps.

## IV. Qvestion.

### *Des Ravelins ou Moineaux.*

ON a en pluſieurs endroits; durant ces guerres, aux Pays-bas, & en France, fait des boulevarts (qu'on appelle Ravellins ou Moineaux) hors de la grande courtine, & ſeparez d'icelle, comme des Iſles, eſquels on entre par un pont de bois. L'advantage qu'on en eſpere c'eſt qu'encore que l'ennemy aye gagné un tel boulevart, il n'a pas pour cela la ville, veu qu'il y a encore une profondeur entre le boulevart, & la courtine.

Les dommages d'autre coſté ſont tels. Premierement, que les aſſieges durant laſſaut, ne ſe peuvent ſi bien aſſiſter l'un l'autre pour y amener toutes choſes neceſſaires & entendre les parolles qu'ils diſent & crient. Outre que quand l'ennemy tient le chemin couvert pour ſoy, il peut facilement demolir ce pont de bois à coups de canon, de ſorte qu'ils ſont entierement ſeparez les uns des autres: il eſt vray qu'aux foſſez ſecs, on peut venir de la ville au boulevart par un chemin voûte ſous terre: mais on ne remedie pas pourtant aux autres inconveniens: car n'ayans toutes choſes neceſſaires, on s'ayde l'un l'autre à la haſte, qui n'eſt pas une petite incommodité: de ſorte que tels boulevarts ſe peuvent plus facilement gagner que d'autres: & combien que l'ennemy n'aye pourtant point la ville alors, ce-pendant il eſt maiſtre du foſſé, ou le peut facilement devenir. La matiere de cela meſme luy peut ſervir pour remplir le lieu entre le boulevart, & la courtine. En ſomme apres qu'on a veu, que le plus grand advantage ne conſiſte point en tels boulevarts ſeparez, on les refait en pluſieurs lieux comme les boulevarts ordinaires attachez à la courtine. Suivant laquelle invention nous ne

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

ne les avons voulu ordonner comme par election aux fortereſſes accomplies: mais là où il ſe faut accommoder, ſelon la ſituation du lieu, la choſe pourroit requerir autre conſideration.

## V. Qvestion.

*Des Oreillons ronds ou angulaires.*

CEux qui deſirent des oreillons ronds, eſtiment la figure ronde la plus forte, & que les parties rejailliſſantes des oreillons angulaires, endommagent plus les aſſiegez, & empliſſent d'avantage le foſſé.

Quant à la fermeté, qui ſeroit plus en la figure ronde qu'en l'autre, la conſideration en peut eſtre en deux ſortes; à ſçavoir des coups qui y viennent deſſus directement pour raſer tout à fait le baſtiment, ou du canonner ſeulement de coſté pour rompre les angles. Quant au premier, nous avons prouvé, en la precedente troiſieſme queſtion, le contraire, & demonſtré qu'à cauſe d'une telle imagination, il ſe faut davantage abſtenir d'ordonner des ouvrages ronds qui ſeroyent defectueux. Touchant l'autre conſideration, il faut confeſſer, que les angles ſe rompent plus facilement, que les coſtez exterieurs des figures rondes: mais ſi on preſuppoſe, que l'oreillon rond conſiſte potentiellement dans l'angulaire, & que par deſſus ſa rondeur il eſt encore eſpaiſſi garni & renforcé d'iceux coings, la choſe requerera un autre jugement.

Quant à ce qu'aucun pourroit dire cy deſſus, qu'on peut auſſi bien imaginer un oreillon angulaire dans le rond, duquel les angles ſoyent eſpaiſſis de rondeur, comme un rond dans l'angulaire, duquel la rondeur eſt eſpaiſſie avec des angles: On reſpond la deſſus, que ſi on le preſuppoſe d'egale largeur, comme en tel cas la raiſon le ſemble requerir, le premier demeure & l'autre doit faire place.

Touchant les pieces rejailliſſantes, ſuivant leſquelles on ne peut encore recognoiſtre la difference des pieces des oreillons angulaires d'avec celles des Ronds: On reſpond que ſuppoſant le cas que telle difference fuſt appercevable les aſſiegez ſont munis de parapets. Notez auſſi qu'aucuns ordonnent les coſtez des canonnieres avec des degrez, au lieu de coſtez unis, ſans craindre tel rejalliſſement. Pource que telle petite difference, avec la petite differenee de l'empliſſement du foſſé qui pourroit ſuivre de l'un plus que de l'autre n'eſt de nulle eſtime en comparaiſon des advantages procedans des oreillons angulaires: comme d'avoir leur forme parfaite ſelon le requis du nettoyement; qu'ils couvrent mieux les flancs; qu'au long d'iceux on nettoye plus parfaitement. A quoy on peut encore adjouſter que pour avoir jadis evité telle rondeur, on eſt parvenu à l'artificiele ſtructure des fortereſſes nettoyables du temps preſent; comme nous l'avons declaré plus amplement au precedent cinquieſme Chapitre. Or apres avoir compté & peſé ces advantages contre les dommages, les oreillons angulaires m'ont eſté plus agreables que les autres.

## VI. Qvestion.

*Si le coſté interieur de l'oreillon doit eſtre mené parallel à la grande courtine, ou non.*

AUcuns veulent que le coſté interieur de l'oreillon, comme la ligne P *l* en la premiere figure du deuxieſme Chapitre, ſoit tirée parallele à la grande courtine H K; eſtimans que le flanc ſeroit ainſi plus couvert, & mieux gardé, que ſi on le mettoit au coſté de devant plus ouvert. D'autres au contraire veulent tirer ledit coſté de biais, ſelon le cours de l'extreme qu'on ſe propoſe de vouloir tirer devers la contreſcarpe; l'opinion deſquels me plaiſt le mieux, pour ces raiſons: Il eſt certain, ou au moins on le peut ſuppoſer, que par la canonniere exterieure on ne veut pas ſeulement nettoyer la grande courtine, mais auſſi, la neceſſité le requerant, tirer plus de coſté peu ou beaucoup vers le boulevart oppoſite, ou vers la contreſcarpe: pourtant, quand on tire ainſi, & qu'alors le coſté interieur de l'oreillon deſigné par L eſt parallel à la grande courtine, il faut qu'entre la ligne deſcrite du boulet volant, & l'angle de l'oreillon P, ſoit une place vuide ou creuſe ſi grande, que telle declination le requiert: Or ſi ce lieu vuide eſtoit empli le flanc ſeroit-il pourtant plus deſcouvert l'extremité de l'oreillon, demeurant ſur ſa meſme place? Non point du tout, mais l'oreillon en ſera d'autant plus eſpais, & plus fort & ſon angle *b* d'autant plus obtus, & meilleur que ne ſeroit iceluy ſans rempliſſement: Ou, pour plus grande evidence, diſons ainſi: Quand le coſté interieur P L decline ainſi de la grande courtine, ſi lon rompoit alors du meſme coſté tant de matiere, qu'il fuſt parallel à ladite grande courtine le flanc en ſeroit-il pourtant mieux aſſeuré? Sans doute non, mais l'oreillon en ſeroit d'autant plus attenué & affoibli, & l'angle d'autant plus aigu à cauſe de la matiere qui en ſeroit oſtée. Nous concluons donc, que le coſté interieur de l'oreillon ſe deſigne avec plus grand avantage ſelon la declination, que l'on ſe propoſe de vouloir tirer de coſté, que parallel à la grande courtine.

## VII. Qvestion.

*Touchant les places du flanc, & ce qui eſt en icelles.*

IL y a quelque temps que l'on couvroit par des voûtes, la place inferieure & moyenne de l'angle flanque, à fin de donner ainſi plus de lieu à la place ſuperieure ſur les voûtes de la moyenne. De ces voûtes s'enſuivent, comme à monſtré puis apres l'experience, quelques inconveniens, à ſçavoir que ce pendant que l'ennemy les canonnoit on ne pouvoit eſtre aſſeuré la deſſus, à cauſe des pieces rejailliſſantes, en apres les voûtes ſe fendoyent, & rompoyent par la force de leur propre artillerie, tellement qu'on n'y eſtoit aſſeure ni deſſus, ni deſſous. Tiercement ces places ſe rempliſſoyent ſi fort de la fumée de l'artillerie, qu'on ne voyoit pas ce qu'on y avoit à faire, & on ne pouvoit demeurer dedans ſans grande anxieté, qui cauſoit la perte de l'ouyë & de la veuë: & combien qu'on fiſt à ceſte fin des ſouſpiraux, pour faire exhaller la fumée, encore n'eſtoit-ce pas aſſez, pour obvier à tel accident: on n'a point deſpuis ce temps là baſti ces places droitement l'une ſur l'autre, mais la moyenne un peu plus reculée que la baſſe, & la ſuperieure un peu plus reculée que la moyenne; de ſorte que les places ſont ouvertes par enhaut: & on fait ſeulement des voûtes dans le rempart, qui y eſt derriere, comme nous avons dit au 25 article de l'Ichnographie du ſecond Chapitre, à fin d'eſtre ſous icelles à couvert de la pluye, neige, & chaleur du Soleil, auſſi pour mettre la deſſous en lieu ſec l'artillerie, boulets, & ſemblables choſes neceſſaires.

Quant à la montée pour venir de la place moyenne à la ſuperieure, qu'aucuns ordonnent du tout ouverte, & decouverte ſans aucune cloſture, cela ne ſemble point ſans quelque peril, car l'ennemy eſtant venu par force, ou par fineſſe en ceſte place moyenne, il peut aller de là par deſſus le haut rempart, & entrer dans la fortereſſe, ſans qu'il y ait aucun baſtiment qui l'empeſche: Pourtant nous avons, au ſuſdit project Ichnographi-



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

graphique, ſeparé par un mur ceſte montée, en ſorte que la moyenne place puiſſe eſtre ſeparée par un huis, de la ſuperieure.

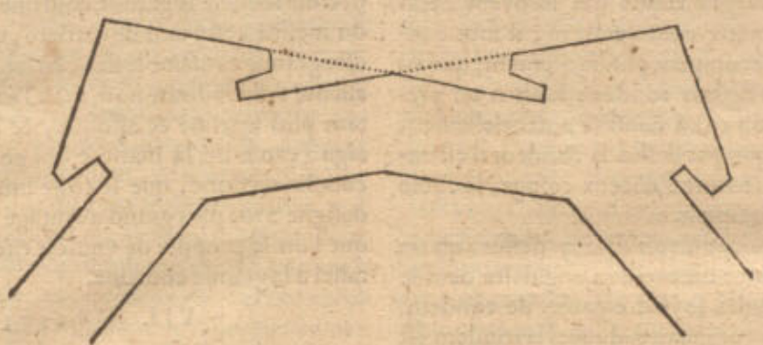
Touchant les canonnieres des trois places, on les a jadis baſties en telle façon, que le plus eſtroict d'icelles vient au bout exterieur du parapet, & de là vers le coſté interieur s'eſlargiſſent de plus en plus Or par telle maniere les aſſiegez eſtoyent bien mieux gardez contre le gliſſement des boulets de l'ennemy, que maintenant avec des canonnieres, qui ſont au contraire plus larges par dehors & plus eſtroictes par dedans: Mais, au contraire les coings des merlons devenoyent ainſi fort attenuez & foibles, & eſtoyent facilement rompus de canonnades, & les trous fort agrandis. Secondement, les merlons ſe fendoyent, & rompoyent par la violence de la poudre allumée qui devoit paſſer par un lieu fort eſtroict. Pour remedier à ceſt inconvenient, on ordonna puis apres le plus eſtroict de la canonniere au milieu du parapet : mais tout l'advantage eſtant puis apres bien comparé avec le deſadvantage, on eſtime maintenant le plus expedient de mettre le plus eſtroict ſur le coſté interieur, en telle maniere, qu'il eſt fait en l'Ichnographie de la deuxieſme & troiſieſme figure du ſecond Chapitre.

## VIII. Qvestion.

*Des courtines droites, & obliques.*

### I. Exemple.

AUcuns ont eſtimé, que ſi on vouloit defendre du flanc la grande courtine toute droite, qu'en canonnant, l'un des flancs endommageroit l'autre, enſemble ſon artillerie, & boulevart. Pour à quoy obvier ils ont donné à la grande courtine, au milieu un pli exterieur, en façon, que chaque moitié correſponde en ligne droite à la courtine d'un boulevart comme en la figure cy-deſſous là où chaque moitie couvre un flanc en ſorte qu'on ne peut voir de l'un à l'autre.



On reſpond à cecy, que chaque demi-courtine en telle maniere ne ſe peut nettoyer que d'un coſté, ce qui autrement ſe peut faire de deux coſtez ; pource que l'ennemy ayant demoli un flanc, ſa demi-courtine demeure ſans defence.

Secondement, c'eſt une incommodité en toute grande courtine, qui ne peut eſtre nettoyée que d'un coſté ſeulement, qu'il y demeure un lieu indeffenſable : pour deſcrire ce lieu, prenons par imagination deux plans infinis, tendans, l'un au long de la pente du parapet de la grãde courtine, l'autre au long de la pente du parapet du flanc, ou de l'oreillon : car le lieu qui eſt compris entre ces deux plans, devant le flanc ou oreillon ne peut en aucune maniere venir à la veuë de celuy, qui regarde au long deſdites pentes des parapets, & par conſequent, tout ce qui eſt audit lieu entre les plans, demeure caché: de ſorte que l'ennemy pourroit fouïr, & rompre de ſes mains à ſon plaiſir tant ſous le flanc que dans la grande courtine, ſans pouvoir eſtre empeſché des aſſiegez.

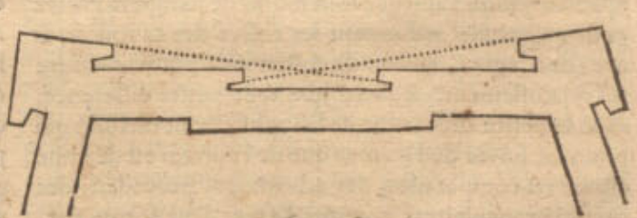
Tiercement, ſi l'ennemy aſſaut la grande courtine avec des eſchelles ſans breche, en tel cas on tire des flancs des pierres, chaiſnes, & choſes ſemblables, qui font grand murtre d'ennemis ſans endommager les boulevarts.

Quartement, ſi laſſaut ſe fait par breche, l'on tire franchement de la groſſe artillerie aux pieces de la ruine, pour endommager l'ennemy avec les pieces rejailliſſantes, & cela ſans rompre les boulevarts : car le boulet venant ſur la matiere de la breche, ou il y demeure dedans, ou y perd ſa force ou prend un ſaut incertain.

Quintement, les aſſauts ſe font rarement & ne durent pas ſi long temps, que les boulevarts cependant puiſſent ſouffrir ſi grand dommage que le profit ne ſoit plus grand, lequel procede de la continuelle crainte que l'ennemy à de donner l'aſſaut entre deux flancs.

### II. Exemple.

AUcuns ont party la grande courtine entre deux boulevarts en trois : la partie moyenne miſe en dedans, à laquelle ſont appliquez deux flancs deſquels on nettoye non ſeulement ceſte partie moyenne, mais auſſi la courtine des boulevarts, comme cy-deſſous; eſtimans, que par ainſi la courtine eſt plus forte & mieux deffenduë.



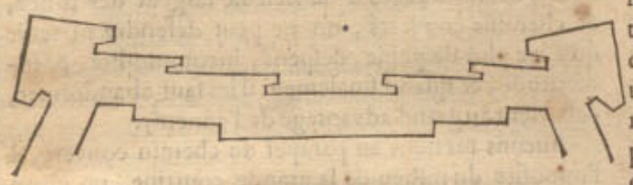
On reſpond à cela, qu'il faut de deux choſes l'une, ou que les deux boulevarts ſoyent ſi eſloignez l'un de l'autre, que l'artillerie de chacun ne puiſſe nettoyer toute la courtine, ou ſi pres qu'elle la puiſſe defendre. Que s'ils ſont ſi eſloignez, chaque tierce partie de courtine, qui eſt joignant chaque boulevart, ſera ſeulement defenduë d'un flanc, à ſçavoir de celuy auquel elle eſt adjointe : car l'autre flanc eſt trop loing, & elle ne peut eſtre nettoyée du flanc de la moyenne partie : de ſorte que l'ennemy ayant coupé un flanc des boulevarts, la tierce partie de la courtine qui luy eſt adjoincte, demeure ſans defence. Ou autrement un flanc de la partie moyenne eſtant demoli, une face du boulevart demeure ſans nettoyement par ce que l'autre boulevart eſt trop loing. Que ſi les deux boulevarts ſont aſſez prés l'un de l'autre pour nettoyer toute la courtine, entre deux, & auſſi pour pouvoir nettoyer du flanc de l'un la face de l'autre, les deux flancx de la partie moyenne n'y ſont point neceſſaires, car ſi l'artillerie peut defendre

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

dre l'extremité de la courtine du boulevart ; à plus forte raiſon pourra elle defendre la moyenne tierce partie de la grande courtine, qui luy eſt plus proche. Ce qu'eſtant bien cõſideré, telles courtines apres de grands frais ſont plus foibles que les droites: car l'artillerie peut faire plus grande breche ſur les coins des oreillons des cortines diviſées, que ſur celles qui ſont toutes droites: Secondement, elles ſont de moindre comprehenſion de place : Tiercement, les angles anterieurs des boulevarts en deviennent plus aigus, ou moins obtus, ce qu'on doit eviter ſelon la regle commune.

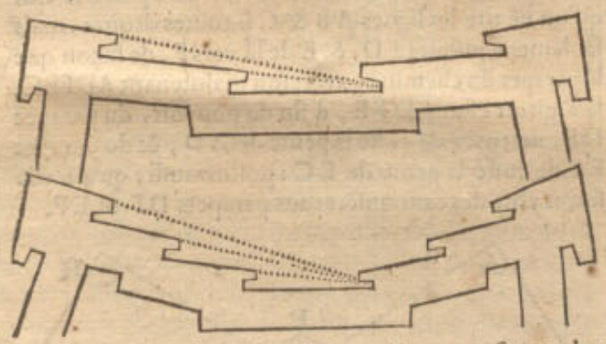
III. Exemple.

D'autres n'ont pas ſeulement party la grande courtine en trois parties, comme deſſus, mais en cinq comme cy-deſſous : Laquelle maniere doit pour les raiſons ſuſdites eſtre eſtimée pire, que celle du ſecond exemple, comme eſtant de defence moins propre, de moindre comprehenſion, & de boulevarts plus aigus, ou moins obtus, & le tout avec des deſpens plus grands & inutiles.



IV. Exemple.

Comme on s'eſt puis apres apperçeu de la faute du ſuſdit ſecond, & troiſieſme exemple ; à ſçavoir que de chaque flanc on ne pouvoit voir ni nettoyer les autres parties de la courtine on les a ordonnées autrement plus nettoyables, comme cy-deſſous.



Sur quoy je dis que ceſte correction cauſe un plus grand defaut ; à ſçavoir que les angles des boulevarts deviennent ainſi encore plus aigus : & qu'avec pluſieurs remparts de grands frais l'on comprend encore moins de place. Nous concluons donc qu'une grande courtine entiere & droite entre deux boulevarts, eſt la plus commode maniere dont l'on ait uſé juſques à maintenant és forteresſes accomplies.

IX. Qvestion.

*De l'eſpaiſſeur de la baſſe courtine, & de la largeur de ſon allée.*

LE nettoyement requis en toutes forteresſes eſt de deux ſortes; l'un au long des plans qui ſont debout, comme des eſcarpes & contreſcarpes du coſté interieur & exterieur du foſſé, auquel eſt proprement deſtinée l'artillerie des flancs: L'autre au long des plans horiſontaux, comme de la campagne, & des pentes du parapet du chemin couvert, dont le plus parfait nettoyement eſt celuy qui ſe fait de la courtine baſſe, à fin de tuer ainſi plus d'ennemis, & pouvoir plus facilement rompre ſes remparts que par coups venans d'enhaut, parce que la matiere des remparts s'eſpard ainſi plus au long & au large, & que le boulet en les traverſant, peut faire plus de dommage. Pourtant les forteresſes, qui ne peuvent parfaitement nettoyer les plans horiſontaux ſont privées d'une bonne partie de la perfection: Telles ſont celles, leſquelles, au lieu de la baſſe courtine, ont un parapet de muraille d'un pied & demy, ou de deux pieds d'eſpaiſſeur, avec leurs canonnieres, par leſquelles on tire les mouſquets & autres arquebuſes à main, puis une allée large ſeulement de cinq ou ſix pieds. La raiſon de leur defectuoſité eſt telle : Premierement, qu'on ne peut ſur telles courtines ſe ſervir de groſſe artillerie, pour nettoyer la campagne ; parce que l'allée eſt trop eſtroicte & eſt trop toſt remplie de la matiere qui tombe de la breche du haut rempart. Secondement, que tel parapet de pierre ne peut reſiſter contre la groſſe artillerie de l'ennemy, & que les pieces rejailliſſantes font un grand dommage aux aſſiegez, leur empeſchant de s'y pouvoir defendre. Pour eviter tel inconvenient, & jouïr des ſuſdites advantages, nous avons ſuivi aux pourtraictures des forteresſes accomplies, l'intention de ceux qui ordonnent le parapet de la baſſe courtine auſſi eſpais que le parapet de la haute, avec une allée de 20 pieds, avec des voûtes dans le haut rempart, és lieux convenables, à fin que l'artillerie y prenne ſa reculée. Et ſi, outre les choſes ſuſdites, l'on conſidere encore que les places inferieures des flancs requierent, par regle commune, la plus groſſe artillerie, il s'enſuit, que l'on ſe doit ſervir d'artillerie ſur la baſſe courtine : non ſeulement auſſi groſſe que ſur la haute, mais meſme plus groſſe, & conſequemment la raiſon requiert, que le baſtiment de ladite baſſe courtine ſoit accommodé à tel effect.

Aucuns cognoiſſans aſſez bien la grande utilité de ce nettoyement horiſontal, ordonnent certains manieres de flancs à la poincte du parapet du chemin couvert, qui eſt à l'oppoſite du milieu de la grande courtine, pour de là moleſter l'ennemy de flanc, & de front, & rompre ſes remparts ſur la pente & ſur le terroir : Mais la baſſe courtine eſtant ordonnée comme elle doit eſtre, elle y eſt beaucoup plus commode : car quand l'ennemy eſt ſur la pente du parapet du chemin couvert à l'oppoſite d'un boulevart, on eſt non ſeulement plus pres de luy en eſtant deſſus la baſſe courtine dudit boulevart, que d'un tel flanc : mais qui plus eſt on luy demolit ſes remparts, les aſſiegez eſtans en plus grande ſeureté, & commodité : Auſſi, quand il faut delaiſſer ces flancs exterieurs, cela apporte grand dommage aux aſſiegez.

Quand au cordon qui ſe fait communement, pour ornement de la baſſe courtine deſſus ſon eſcarpe, ceux qui diſent qu'ils n'en voudroyent, ne me deſplaiſent pas.

X. Qvestion.

*S'il eſt utile de marquer les deux coſtez du chemin couvert, comme auſſi la contreſcarpe, avec ſon parapet, en ſorte que des flancs ils ſoyent nettoyez parfaitement.*

QUand le cay eſt tiré de la moyenne place, aucuns ſont d'advis, qu'on ne ſçauroit de la place inferieure nettoyer le cay, qui eſt le bord de la contreſcarpe, à cauſe de ſa pente en biais, eſtimans, que pour la nettoyer parfaitement, il la faudroit deſigner par traicts s'eſlargiſſans : Or encore que cela cauſeroit un baſtiment deſordonné, à ſçavoir des contreſcarpes plus eſpaiſſes d'un coſté que d'autre, ils n'y veulent point avoir

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

avoir d'egard. A cecy je reſpons, que celuy qui par contemplation perſpective conſidere la qualité du 22 article de l'Ichnographie, entendra aſſez que les canonnieres de la place inferieure, ſont conſtituées de telle ſorte, qu'elles nettoyent parfaitement ladite contreſcarpe: eſtant toutesfois par tout degale eſpaiſſeur; en outre que les deux canonnieres deviennent plus eſloignées l'une de l'autre, que les canonnieres de la moyenne place; en ſorte que l'on y peut mettre encore une troiſieſme canonniere entre deux, à cauſe que le parapet de la place inferieure s'aggrandit, par l'inclinaiſon de l'oreillon.

Veu doncques que de cecy il n'y a point de danger, & qu'il faut que l'ennemy aye le parapet du chemin couvert avec la contreſcarpe, avant que venir aux boulevarts, ou à la grande courtine, il eſt utile à fin de luy pouvoir là faire beaucoup d'empeſchement, de faire ledit parapet, & contreſcarpe, en telle ſorte qu'on en aye le plus grand advantage qui ſe puiſſe, eſtans parfaitement nettoyables des flancs, comme on voit en la premiere figure du deuxieſme Chapitre: car les remparts, & travaux, que l'ennemy y peut faire & baſtir, peuvent ainſi plus commodement eſtre ruïnez, que par coups venans dudit parapet, & contreſcarpe; comme on peut aſſez clairement voir par le parfait nettoyement des courtines des boulevarts, dont nous avons plus amplement parlé en la deuxieſme queſtion, & principalement au quatrieſme article d'icelle. Secondement, autant de fois que l'ennemy s'avance de venir au foſſé, ſoit pour donner aſſaut, ſoit pour y cercher autrement ſon advantage, il n'y peut entrer, ni en ſortir, que par le chemin couvert: Pourtant quand ſon parapet & contreſcarpe, ne ſont point deſignez ſelon le requis du nettoyer, il y a defaut de ce qui autrement ſeroit de grand advantage, & qui le voudroit faire ainſi, il feroit contre le commun ſentiment; comme nous avous dit au cinquieſme Chapitre.

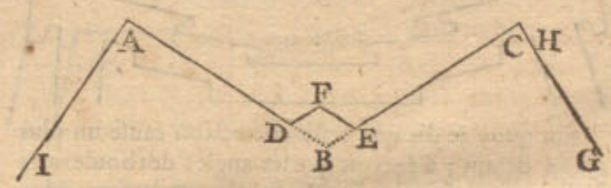
Quant à ce que par ceſte maniere le chemin couvert devient plus large aux angles comme C, qu'aupres les poinctes comme *d*, cela vient à poinct avec les ſuſdits advantages, pour y mettre les chemins, par leſquels on vient ſur la pente: car ainſi peut on encore tenir aſſez de largeur ſur le chemin couvert.

Touchant la largeur du foſſé, laquelle vient par ceſte maniere plus eſtroicte devant le milieu de la grande courtine, que quand on la tire parallele aux faces du boulevart, ou plus large devant les oreillons, que devant l'angle du boulevart. On reſpond que comme ainſi ſoit, que le milieu de la grande courtine, laquelle ſe nettoye de deux coſtez, eſt le plus fort & invincible lieu, & que ſur cela le foſſé y devient plus large que devant les oreillons, leſquels puis qu'ils ſe nettoyent ſeulement d'un coſté, ſont plus foibles, il n'eſt point neceſſaire d'y faire le foſſé encore plus large, & d'ordonner pourtant des contreſcarpes, & parapets du chemin couvert, qui ne puiſſent eſtre parfaitement nettoyez.

Quant à ce que le foſſé, par ceſte maniere, devient plus large devant les poinctes des boulevarts, cela requiert auſſi que j'en die la raiſon, veu qne la forteresſe eſt en ces poinctes plus debile pour pluſieurs cauſes: Premierement, parce que chaque coſté d'iceluy eſt nettoyé ſeulement d'un flanc: Secondement, les faces ſont là plus eſloignées des flancs; parquoy les remparts de l'ennemy y peuvent eſtre moins endommagez des flancs: Tiercement, les faces des boulevarts peuvent eſtre plus facilement endommagées & recevoir breche és poinctes des boulevarts par les canonnieres de coſté, qne d'autres endroits. Quartement, l'ennemy pour les raiſons ſuſdites, peut en icelles poinctes plus facilement emplir le foſſé, ſans recevoir beaucoup d'empeſchement des aſſiegez: Pourtant ſi on le deſigne plus eſtroict, au lieu, ou il requiert plus grande largeur, & plus large, ou il doit eſtre plus eſtroit, c'eſt donner advantage à l'ennemy, qui recerche en pluſieurs manieres, le deſavantage des aſſiegez.

Aucuns de ceux qui ne tirent pas les contreſcarpes & parapets du chemin couvert, pour eſtre parfaitement nettoyez, cognoiſſans bien en qu'elle neceſſité ils ſont quand l'ennemy s'y rempare, ordonnent ſur le coſté exterieur du foſſé devant la poincte de la contreſcarpe, qui eſt à l'oppoſite du milieu de la grande courtine, divers parapets avec leurs canonnieres, à fin de pouvoir de là nettoyer des deux coſtez leſdites contreſcarpes, & parapets du chemin couvert: mais veu que cela ſe peut faire plus commodement des flancs jouiſſant encore de tous les autres advantages mentionnez cy deſſus, il n'eſt point de beſoing de mettre hors de la forteteſſe des nouveaux, & particuliers baſtimens, leſquels outre les ſuſdits deſadvantages de la vicieuſe largeur des foſſez, & chemins couverts, on ne peut defendre ni tenir qu'avec plus de peine, deſpens, incommodité, & incertitude, & quand finalement il les faut abandonner, cela vient au grand advantage de l'ennemy.

Aucuns mettent au parapet du chemin couvert, à l'oppoſite du milieu de la grande courtine, un giron avec ſes canonnieres, pour de là, diſent ils, pouvoir nettoyer la pente des deux coſtez: Ce qui ne ſemble pas mal à propos, encores qu'on puiſſe d'un parapet nettoyer en flanc la pente de l'autre ſans giron. Mais pour declarer cecy plus intelligiblement, ſoit A B C le parapet du chemin couvert, dont B eſt la poincte à l'oppoſite du milieu de la grande courtine. Or poſez le cas, qu'on ne tire les lignes A B & C B toutes droites, mais ſeulement juſques à D, & E de là vers F, de façon que le parapet du chemin couvert ſoit maintenant A D F E C, ſon giron eſtant D F E, à fin de pouvoir, du parapet D F, nettoyer de coſté la pente de A D, & du parapet E F de coſté la pente de E C: poſons auſſi, qu'a icelle fin, il y ait des canonnieres aux parapets D F & E F.




On dit la deſſus que quand ledit parapet eſt ſans giron, ayant ſeulement deux lignes droites A B, B C, qu'alors les aſſiegez tirent auſſi bien de derriere le parapet B E au long de la pente de B A, qu'ils pourroyent faire autrement, de la pente D F. Semblablement ils peuvent auſſi bien tirer de B D, au long de la pente de B C, qu'ils feroyent de F F; de ſorte que le giron n'apporte en cecy nul advantage. Mais ſi on vouloit poſer le cas qu'il n'y euſt point de gens de defence ſur le chemin couvert C G, tellement que l'ennemy s'advançaſt pour venir par deſſus le parapet au lieu de H, en tel cas le giron D F E donneroit de l'advantage; car les aſſiegez eſtans devant le parapet D F, pour nettoyer la pente de D A, ils ſeroyent couverts par deniere du coing E devant l'ennemy qui eſt audit lieu de H. Mais les aſſiegez, qui à telle fin ſont devant le parapet B E, ſeroyent deſcouverts à l'ennemy au lieu de H, & tirez à dos, ou de coſté. Sur cecy on peut repliquer, que ſi l'on veut

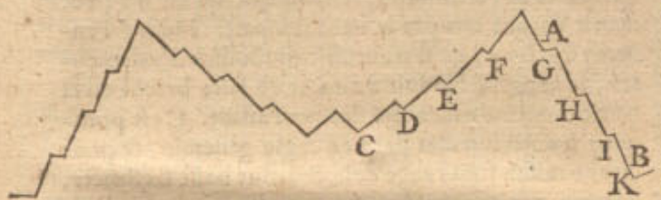
poſer

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

poſer que l'ennemy ſoit ſi hardi que de venir au lieu de H deſſus le parapet, ſans craindre l'artillerie qui peut venir des boulevarts & courtines, il faut pour la meſme raiſon auſſi poſer, qu'il aura la hardieſſe de venir à l'un des girons, auquel il appercevra ſon plus grand advantage: car l'entrée en eſt auſſi facile, & d'autre part on peut facilement deſcendre au bas du parapet qui eſt de 4 ou $4\frac{1}{2}$ pieds de haut: comme par exemple l'ennemy occupant le giron DFE ſe ſervira des deux coings D & E pour oreilles, à fin de tirer de là avec plus d'advantage ſur les aſſiegez qui ſeroyent ſur les chemins couverts E C & D A. Quant à ce que quelqu'un pourroit objecter, que les aſſiegez qui ſont dans la forteresſe ne permettroyent pas à l'ennemy de demeurer au giron, on reſpond à cela, que cela ainſi ſuppoſé, il faut auſſi quant & quant ſuppoſer qu'on ne permettra pas non plus à l'ennemy de ſe tenir ſur ledit parapet. Ce qu'eſtant conſideré, ledit giron ſeroit de cette façon auſſi bien au dommage qu'a l'advantage de la forteresſe.

Quant à ce qu'aucuns fortifient iceluy giron par maniere de flancs, pour de là avec de groſſe artillerie rompre les remparts de l'ennemy ſur la pente, cela ne ſemble point utile à telle fin, mais au contraire dommageable; veu que cela ſe peut faire plus commodement de la baſſe courtine, comme dit eſt plus clairement ſur la fin de la precedente 9 queſtion.

Il y en a d'autres, qui au devant du parapet ne font pas ſeulement un giron, comme deſſus, mais diviſent chaque parapet en forme de cremaillere, avec quatre nez, comme cy-deſſous:

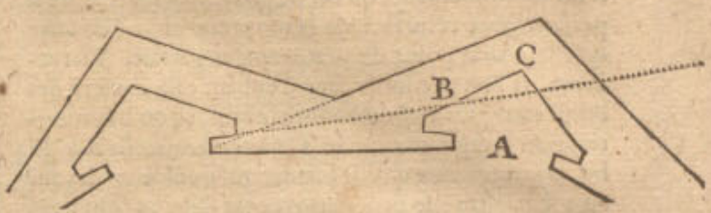



Les raiſons pour l'advantage, & deſadvantage en ſont aſſez cognuës en celles que nous avons mentionnées du giron cy-deſſus: car ou l'on preſuppoſe, que l'ennemy aura la hardieſſe de venir ſur le parapet A B, pour de là moleſter ceux du chemin couvert C D E F, ou qu'il ne l'oſera entreprendre: s'il le fait, il oſera quant & quant, pour avoir encore plus d'advantage, venir du parapet ſur le chemin couvert, & ſe ſervir des nez G H I K, avec auſſi grand advantage, que les aſſieges ſe pourroyent ſervir des nez C D E F. Mais s'il n'oſe apparoiſtre ſur le parapet A B, il n'eſt point beſoin de baſtir contre luy les nez C D E F, pour en eſtre couvert. Il eſt auſſi bon de ſçavoir, que ces cremailleres, pour eſtre nettoyables des flancs, requierent plus grande ouverture des oreillons; parquoy les canonnieres deviennent plus decouvertes, de ſorte qu'elles pourroyent eſtre canonnées de la campagne. Pour concluſion, apres avoir compté tout le profit contre le dommage, la maniere de ceux qui deſignent le chemin couvert tout droit, ſans giron, ou cremailleres, veu qu'il eſt nettoyable des flancs, comme au project de la precedente Ichnographie du ſecond Chapitre, eſt meilleure qu'aucune autre.

## XI. Queſtion.

*S'il ſe faut ſervir de la canonniere exterieure de la moyenne place ſur le chemin couvert, ou non.*

SI l'oreillon s'ouvre tant (comme veulent aucuns) que par la canonniere exterieure de la moyenne place, on puiſſe nettoyer le parapet du chemin couvert, comme en la premiere figure du deuxieſme Chapitre, l'ennemy pourra auſſi du meſme chemin couvert (s'il s'en rend maiſtre) emboucher ou rompre ladite canonniere. Mais ſi l'oreillon eſt formé par devant ſi eſtroit, que ladite canonniere exterieure demeure couverte du boulevart oppoſité A, de ſorte qu'elle ne puiſſe eſtre veuë d'aucun endroit du chemin couvert, comme cy-deſſous, l'ennemy ne peut rompre telle canonniere. De ſorte qu'il eſt bon de conſiderer lequel ſeroit le plus utile, ou de mieux couvrir le flanc ſans ſe pouvoir ſervir du canon exterieur ſur le chemin couvert, ou de mettre le flanc plus ouvert & qu'icelle piece d'artillerie y puiſſe tirer.




Pour le premier, on pourroit dire, veu que l'artillerie eſt ordonnée au flanc, auſſi bien pour rompre les remparts, & autres inſtrumens de l'ennemy ſur le chemin couvert, que dans le foſſé, la raiſon requiert, que l'on y employe toute l'artillerie laquelle y peut faire commodement ſervice. Cy-deſſus a eſté dit que quand la canonniere exterieure eſt couverte de l'oreillon, & du boulevart oppoſite, elle ne peut eſtre endommagée de dehors: C'eſt pourquoy, encore que tout le reſte du flanc fuſt demoli, l'on tient touſiours cette canonniere exterieure aſſeurée contre l'aſſaut, que l'ennemy pourroit faire. Contre cecy on dit, que comme l'oreillon empeſche l'ennemy de pouvoir rompre la canonniere exterieure, ainſi empeſche il auſſi les aſſiegez de s'en pouvoir ſervir ſur la partie du boulevart B C: de ſorte que la canonniere interieure eſtant raſée, il pourra librement aſſaillir ladite partie B C, ſans recevoir empeſchement d'icelle canonniere exterieure ainſi gardée: pourtant qu'el advantage eſt-ce de pouvoir tenir une canonniere entiere par laquelle on ne puiſſe endommager l'ennemy? Aquoy on peut encore adjouſter cecy, que ſi l'on euſt peu nettoyer le chemin couvert auſſi bien de la canonniere exterieure, que de l'interieure, & qu'une piece euſt peu ayder l'autre, peut eſtre que l'ennemy n'euſt ſceu fortifier, ne tenir pour ſoy ledit chemin couvert, ni par conſequent avoir le moyen de venir à l'aſſaut. Pour concluſion, ayant bien peſé l'advantage contre le deſadvantage, conſiderant auſſi que l'ennemy n'ayant pas le chemin couvert, il ne peut faire notable dommage aux flancs, parce qu'il en eſt trop loin; Que la deſſus la canonniere R de la place ſuperieure en la troiſieſme figure du ſecond Chapitre, & la canonniere, qui en la meſme figure peut eſtre miſe au lieu de S, ſont deux canonnieres ainſi couvertes, la ſuſdite maniere de l'Ichnographie, qui eſt en la premiere figure nous a ſemblé la meilleure, là où le parapet du chemin couvert, & la contreſcarpe, recoivent leurs traicts du coſté exterieur du flanc P, & la canonniere exterieure ordonnée ſelon tel deſſein; ſans qu'il faille pour cela que ladite canonniere exterieure puiſſe de coſté deſcouvrir plus avant la campagne, comme veulent aucuns, qui à cette fin ouvrent le flanc encore plus large: car l'artillerie des courtines & cavalliers ſert plus proprement à tel effect.

XII. Ques-

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

## XII. Question.

*Si le parfait nettoyement de la face d'un boulevart, se fait mieux de la canonniere interieure de la moyenne place, que de la canonniere interieure de la place superieure.*

SI l'on tire la face basse d'un boulevart, comme veulent aucuns, de la canonniere de la moyenne place, l'on ne pourra voir ni nettoyer icelle face par la canonniere interieure de la place superieure. A cecy on peut repliquer, que si on designe la mesme face par un traict venant de la canonniere interieure de la place superieure, que tel nettoyement venant de haut en bas, ne peut si parfaitement passer au long de toute la face, que s'il venoit de la moyenne place, qui est de la mesme hauteur. Secondement, qu'on ne pourra nettoyer alors si parfaitement cette face de la moyenne place, de sorte qu'elle n'aura point de nettoyement parfait. Tiercement, si l'on tire icelle face d'enhaut cela causera des boulevarts plus aigus, ou moins obtus, ce qu'il faut eviter selon la regle commune. Quartement, icelle face du boulevart (encore qu'elle soit designée cõme cy-devant au 2 Chapitre) se peut nettoyer par deux canonnieres de la haute place, comme P *l* en la 3 figure du deuxiesme Chapitre. Ces advantages, & desadvantages estans conferez, il m'a semblé plus convenable d'ordonner, que le parfait nettoyement de la basse face des boulevarts soit fait de la canonniere interieure de la moyenne place: Ce qu'aussi la qualité naturelle de la forme semble requerir, si l'on considere, que la haute & basse face sont quasi comme deux forteresses l'une par dessus l'autre, dont chacune peut parfaitement nettoyer sa propre face du boulevart par sa propre canonniere interieure.

## XIII. Question.

*Des Cavalliers.*

COmbien que de dessus les cavalliers on ne puisse bien nettoyer la campagne, par ce que le coup vient d'en haut, toutesfois leur usage est estimé fort necessaire, parce, qu'avec le nettoyement des autres places, l'on a encore de l'artillerie plus haute pour decouvrir l'ennemy derriere ses remparts: de sorte qu'il est contraint de les faire plus hauts, avec plus de travail, & perte de temps, en quoy les Architectes s'accordent assez bien les uns avec les autres: mais quant au plus propre lieu du cavallier, ils en sont en dispute. Car les cavalliers, sur le milieu de la grande courtine, estans canonnez, les pieces tombantes emplissent grandement les fossez: Mais si pour obvier à cecy on les mettoit plus en arriere, on ne peut de là, disent ils, voir ni defendre les faces des boulevarts. Cecy a esté corrigé ailleurs en tirant les faces des boulevarts jusques aux cavalliers, en sorte qu'ils puissent estre rasés d'iceux, ce qui seroit bon pour ce regard: Mais mauvais puis apres pource que les faces des boulevarts ne pourroyent estre nettoyées des flancs. Et outre cela les angles flancqués du boulevart seroyent plus aigus, ou moins obtus. Plusieurs les ont jusques à present mis autre-part, comme par dessus la gorge ou angle du polygone: aucuns sur chaque angle du polygone: autres au devant de l'angle du polygone, toutesfois separez du boulevart. Mais si on considere chaque situation bien particulierement, on y trouvera de la faute sur tout. Il m'a semblé que la methode de ceux qui les mettent sur les boulevarts est la meilleure, selon la maniere declarée au deuxiesme Chapitre.

Quant à ce que quelqu'un pourroit penser, que la place du cavallier y seroit trop petite: Je respons à cela, que l'experience en donne un cognoissance certaine; assavoir, que le terre plein d'enhaut où est le cavallier entre ses parapets se trouve de 80 pieds de large, & on le pourroit bien faire de beaucoup moins. Le calcul peut estre fait par les costez de l hexagone, sur lequel la forteresse est figurée, comme les deux parties des deux costez B C, B G, qui sont comprises entre le poinct B, & le parapet du cavallier qui se trouvent en longueur chacun de 40 pieds, les costez exterieurs du terre-plein estans encore plus longs, & qui plus est, les parapets & escarpes aussi espaisses qu'elles doivent estre, comme aussi les places inferieures, & les allées aussi larges qu'il est necessaire.

Mais pource que plusieurs sont opiniattres à vouloir qu'il y ait une grande place entre les cavalliers & la guirlande du boulevart, il nous en faut parler plus amplement. L'experience nous apprend (comme il est aisé à cognoistre) que la place entre la courtine du boulevart inferieur, & le rempart de la courtine du haut boulevart qui est derriere luy, ne doit pas estre pris aussi large qu'on pourroit bien, mais seulement un chemin autant large, qu'il est necessaire pour la reculée de l'artillerie, & recevoir les ruines d'une breche. Ce qui est fondé sur la raison, car une si grande place serviroit à l'ennemy, qui arrivant dessus, en tireroit son advantage, car elle luy fourniroit de la matiere pour se fortifier, & commodité, pour avec plus grandes troupes assaillir & advancer fort & ferme. Car si vous pensés faire une grande place sur le boulevart à fin de la pouvoir garder avec beaucoup de gens, vous faites une chose bonne à l'ennemy, qui avec multitude d'assaillans vous y attaquera; ce qui est inutile, remarquant qu'on n'y peut courir devant eux par le haut rempart. Mesme l'ennemy sçachant, qu'il n'auroit commodité d'y demeurer, la necessité l'induit à tascher de faire breche en la haute courtine avant que donner l'assaut. C'est pourquoy les Architectes par une regle generale, & pour bonne raison font l'allée de la courtine basse si estoicte, comme nous avons dit; de peur d'y donner de l'advantage à l'ennemy: & au contraire à fin que des flancs & cavalliers prochains de l'allée estroicte de la courtine, on puisse nettoyer d'un bout à l'autre. Cecy estant justement requis pour l'allée de derriere, & la basse courtine: remarquez aussi que la guirlande du boulevart où il y a derriere un cavallier & la basse courtine, ont la veuë de la face du cavallier, c'est pourquoy l'allée qui est derriere ladite guirlande, requiert en suite ceste forme & façon; à fin que l'ennemy soit contraint de faire aussi breche au cavallier, avant que pouvoir donner l'assaut, & que pour prendre un advantage, il luy faille eviter un desadvantage comme il est dit cy-dessus.

Pour mieux eclaircir ce qui est dit, prenez qu'il y ait un boulevart seulement (comme on trouve en plusieurs endroits) avec une courtine, en sorte qu'il n'y ait autre courtine qui luy puisse respondre soit haute, soit basse pour y estre commodement. Pour plus grande seureté de ce boulevart on y veut encore faire une hauteur par dessus: on demande qu'elle largeur assez commode on y laissera, entre ceste hauteur, & le parapet du boulevart? On pourroit justement respondre en ceste sorte, que la face de ceste hauteur se considere comme la haute & la face du boulevart comme la basse, & qu'ainsi on designera la haute face, telle que l'experience nous apprend qu'il est convenable és autres faces basses & hautes; assavoir avec une allée nettoyable entre deux, autant large qu'elle suffise à la reculée du canon, & pour les ruines d'une breche. Quant à ce que quel-

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

quelqu'un pourroit icy dire, que ceſte hauteur n'eſt point miſe par devant ſur la grande courtine, & que par conſequent elle ne peut eſtre courtine ſuperieure, mais un cavallier, & qu'à cauſe de cela il voudroit pour ceſte raiſon bailler à ceſte hauteur une autre forme, ne voyant pas qu'il ſe trompe aux noms, ne prenant pas garde à la choſe.

Mais à fin que je ferme la bouche à tous controlleurs par un argument qui les preſſe de deux coſtez, & qui monſtre qu'ils ſe contrediſent eux meſmes. Poſons derechef qu'il y ait un boulevart comme auparavant, ayant ſeulement une courtine, laquelle il faut fortifier avec une hauteur de terre pour avoir plus d'avantage. Vous mettrés ceſte hauteur, ou loing du parapet de la courtine du boulevart, ou bien fort pres tellement qu'elle rempliſſe preſque le rerre-plein du boulevart. Si vous la mettés loing vous l'appellerés cavallier; ſi vous la mettés prés vous l'appellerés haute courtine. Or eſt il que de ces deux façons il ny en a qu'une qui puiſſe eſtre la meilleure: Laquelle eſt ce donc à voſtre advis? ſi vous me dites ſur cecy que c'eſt la premiere, aſſavoir la hauteur qui eſt loing de la courtine du boulevart; Pourquoy eſt-ce doncques que vous n'ordonnés point ſelon ce choix tous les boulevarts remarquant le plus grand advantage par tout où il peut eſtre recerché? Pourquoy conſeillés vous ailleurs tout le contraire pour en faire une choſe incõmode, aſſavoir un boulevart avec des hautes courtines ce qui ſelon voſtre dire n'eſt pas ſi bon? Mais ſi vous reſpondiés icy que l'autre methode eſt la meilleure, aſſavoir la hauteur ſituée pres la courtine du boulevart; Pourquoy donc dites vous ailleurs le contraire que la hauteur loing de la courtine eſt meilleure? Nous avons juſques icy parlé touchant les places entre les cavalliers & les parapets.

Quant à ce que quelqu'un pourroit encore dire que la matiere qui tombe lors qu'on tire contre les cavalliers, empeſcheroit qu'on ne ſe peuſt ſervir de la place ſuperieure du flanc. A cecy je dis que la place ſuperieure ne peut recevoir non plus de dommage des ruines du cavallier que la moyenne place des ruines du haut rempart, car il y a telle eſpace entre les merlons de la place ſuperieure & l'eſcarpe du cavallier, qu'il y a entre l'autre merlon & le rempart qui eſt derriere. N'y ayant donc nul danger de ce coſté, nous ferons mention de la commodité qui provient des cavalliers: Premierement, ils peuvent eſtans ſitués en ce lieu là, raſer de deux coſtez les grandes courtines haute & baſſe. Secondement, ils peuvent eux meſmes eſtre raſés des flancs tout joignans. Tiercement, quand l'ennemy veuſt tirer à ceux qui ſont deſſus le chemin couvert, on le decouvre bien mieux derriere ſes tranchées, qu'on ne feroit en eſtant ſur quelque autre place. Quartement, ils n'amoindriſſent point la le contenu de la forteresſe, comme ils font derriere les remparts. Quintement, on ne les conſtruit pas là à ſi grand frais, que derriere les remparts, à cauſe que (par maniere de dire) ils ſont bien a demy faits avant qu'eſtre commencés, pour ce que le boulevart leur apporte desja ſa propre hauteur. Sextement, alors que les boulevarts, les faces deſquels ne ſont nettoyées que d'un coſté, ſont plus foibles que la grande courtine, adonc pour pouvoir nettoyer de coſté & d'autre, le plus expedient eſt de fortifier les places foibles avec des cavalliers. Septiemement, ils ſont là plus commodes, à fin qu'au beſoing on en puiſſe faire des retranchemens (les Italiens les appellent *retirati*, & les Flamans *vertreck-vvallen*) car l'ennemy ayant ruïné la guirlande, ou la face du boulevart, on n'a que faire, pour ſe fortifier, de mettre une demi-lune où autre forme auſſi grande que la breche, comme on fait és boulevarts ſur leſquels il n'y a point de cavalliers, mais ſeulement deux petits remparts à travers la largeur du chemin entre le cavallier & les deux bouts de la breche, avec un foſſé profond par devant, pour donner de la peine à l'ennemy, & de cet endroit là jettant du cavallier en bas, du feu, des fagots ardans, de la poix bouillante, & telles choſes, il ne s'en pourra garantir à cauſe que le chemin eſt fort eſtroit. Finalement, ſi avec tous ces advantages vous venés encor à ſonger qu'une partie des tours de la vieille fortification s'advançoit hors des murailles, & que maintenant les cavalliers leur reſſemblent en cela, il ſemble que la raiſon naturelle requiert qu'ils doivent tenir cette ſituation, de maniere qu'une partie advance hors de la grande courtine.

## XIV. Queſtion.

### *Touchant les portes.*

Quelques uns veulent que les portes ſoyent defenduës par leurs propres boulevarts & autres ouvrages fortifiés: ce que d'autres n'approuvent pas, car ils diſent, que ſi les forteresſes, qui meritent le nom de forteresſes, ſe prennent de force par les portes, ces ouvrages ne ſont que des deſpens inutiles, qui gaſtent parfois la forme naturelle d'une forteresſe, dont pour autre conſideration on reçoit quelque fois du dommage. Et pourtant ils veulent qu'elles ſoient miſes ſimplement au milieu de la grande courtine ou autrepart en ladite courtine pres du flanc, tellement qu'elles ſoyent aſſés couvertes par l'oreillon: Et au devant on y baſtira un pont tortu advançant à l'entour de l'oreillon juſques au chemin couvert. Nous avons au deuxieſme Chapitre ſuivi le premier advis, où la porte eſt miſe au milieu de la grande courtine, & ainſi la voûte de la porte eſt fort bien ordonnée ſous le rempart, comme le pont à travers du foſſé. Il y a deux raiſons pour leſquelles on tient que c'eſt là la place qui leur eſt la plus propre, l'une eſt priſe de la forteresſe, l'autre du nettoyement, ſur leſquelles choſes, comme principales en ceſte matiere il faut attentivement prendre garde. La forteresſe conſiſte en cecy: remarqués qu'au bout de la voûte il y a un fort rempart avec ſes parapets & canonnieres au meſme endroit, ainſi il y a là dequoy tenir bon, encor que la premiere porte E F en la quatrieſme figure du deuxieſme Chapitre fuſt ouverte, & que le pont demeuraſt en eſtat pour y courir librement à travers (ſans parler de la couſtume tenuë quant on voit l'ennemy s'appreſter pour donner ſur une porte, on leve le pont levis & on romp l'autre, on ferme les portes, leſquelles par dedans on remplit de terre, & telles autres choſes) l'ennemy pourtant ſçachant comment on eſt bien appreſté dedans, n'oſeroit prendre la hardieſſe d'y entrer, car la deuxieſme porte de la place K ne peut eſtre endommagée par l'artillerie. Il luy faudroit donc demeurer là à la veuë d'un fort rempart & devant ſon parapet & ſes canonnieres, en plus grand danger que lors qu'il eſtoit devant le rempart exterieur pouvant là eſtre tiré juſques au bout du pont. On peut avoir pareil advantage de ce nettoyement à l'encontre des attaques ſubites de l'ennemy voulant ſurprendre la place à l'improviſte.

Pluſieurs eſtiment que les portes qui advancent hors des murailles avec des colomnes & tels autres ornemens (que je ne trouve pas mal à ptopos) ne ſont pas bien ordonnées, diſans qu'une forteresſe qui eſt bien forte à aſſes d'ornement en ſa force, car tels ouvrages



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

advancez empeſchement qu'on ne puiſſe parfaitement nettoyer les courtines & peuvent ſervir d'oreillons à l'ennemy pour aſſaillir.

## XV. Qvestion.

*Touchant les contreforts.*

QUant on fait les contreforts moins eſpais vers la muraille que vers le coſté du rempart, comme nous les avons marqués au troiſieſme Chapitre, alors la muraille & le rempart de terre peuvent durer enſemble bien mieux qu'autrement : Mais au lieu de cela il adviendra un plus grand inconvenient, dira quelqu'autre, ſi dehors on tire à travers la muraille, car le trou qui ſe fait entre deux contreforts, eſt plus large vers le foſſé, que vers le rempart, en ſorte que la terre d'entre deux eſt plus preſte à tomber, que ſi au contraire ceſte place eſtoit plus eſtroite vers le foſſé, & plus large vers le rempart, c'eſt à dire, avec des contreforts plus eſpais vers la muraille, que vers le rempart. Mais ſi on les fait de ceſte façon, ils ne peuvent eſtre de telle durée, car ſi la muraille vouloit pancher d'un coſté, ou le rempart de l'autre, alors la terre qui eſt entre deux ne les tient pas ſi fort enſemble. Quelques uns les font auſſi eſpez derriere que devant. Quelques autres pour prevenir ces incommodités, le font moins eſpés au milieu, où une moitié de la terre qui eſt entre deux contreforts joint la muraille & le rempart enſemble, & l'autre moitié devient plus eſtroite vers le foſſé, afin que la terre s'y tienne mieux unie ſi la muraille venoit à eſtre rompuë. Il y en a encore d'autres qui ne font point eſtat de faire une muraille au rempart & qu'on n'a fait cela pour autre commodité que pour l'opinion qu'on a que les pierres peuvent mieux reſiſter contre le canon que ne fait la terre, veu qu'au contraire la bonne terre fait meilleure reſiſtance que les pierres : mais que ſeulement il eſt muré pour eſtre tenu plus long temps en eſtat à fin qu'il ne tombe. Pour ce regard donc il n'eſt pas beſoin que nous prenions le ſoin de fortifier la terre deſtituée de murailles avec des contreforts plus larges vers le foſſé : Mais au contraire il les faut plus eſtroits & ſuivant ce deſein nous l'avons ainſi repreſenté au ſuſdit troiſieſme Chapitre. Ceux auſquels l'experience ou une raiſon plus ſubtile aura appris une meilleure methode, la pourront mettre en practique.

## XVI. Qvestion.

*Touchant les ſorties ou fauſſes-portes.*

POurce qu'au temps paſſé il n'y avoit point de chemin couvert ſur les cayes les fauſſes-portes pouvoyent peu ſervir, de ſorte qu'une ou deux ſuffiſoyent en une grande forteresſe. Mais comme on eſt venu à ſe ſervir de chemins couverts, on en a mis deux à chaque boulevart des forteresſes qui ont un chemin couvert. Quelques uns ont fait la ſortie ou la porte de ladite ſortie au deſſous du flanc & pour y aller faiſoyent des degrés par dedans le boulevart. Il y en a d'autres qui ne font point de degrez, mais aiment mieux (ſur tout és forteresſes qui ont les foſſez ſecs) un chemin qui devale ſans degrez pour y faire entrer de la cavallerie : Et ceux cy n'ont pas auſſi mis la porte au deſſous du boulevart, mais juſtement par dehors au coſté interieur de l'oreillon, comme il eſt declaré au deuxieſme Chapitre 22 article de l'Ichnographie, & auſſi en la cinquieſme figure.

## XVII. Qvestion.

*Touchant les Caſematte.*

PLuſieurs veulent que dans le foſſé entre deux boulevarts il y ait un petit mur & peu eſpais ayant pluſieurs canonnieres qui tirent en tous endroits. Contre cela, voicy ce qu'on dit : Premierement, que ce mur empeſcheroit l'eſcarpe du rempart inferieur de pouvoir eſtre nettoyée par les flancs qui luy ſont à coſte : Puis apres que delà on ne pourra avec l'artillerie empeſcher l'ennemy de ſe fortifier dans le foſſé : Tiercement, que les pieces qui tomberoyent de la courtine, accableroyent ceux qui ſont derriere ce mur. Autres deſirent qu'on face une caſematte au bout de l'oreillon, comme devant le coſté *l m* en la premiere figure du deuxieſme Chapitre : Mais à cauſe qu'il eſt trop petit & foible pour y mettre du canon à fin de s'en ſervir pluſieurs rejettent ce conſeil. D'autres (dont l'opinion m'agrée d'avantage) veulent avoir les caſematte aux coings des cayes vis à vis de l'angle flancqué comme au lieu *b*, diſans que celles la ſont mieux defenduës & qu'on pourroit avec moins de peine de ce lieu là endommager long temps l'ennemy, car s'il advançoit au foſſé, on le moleſteroit par derriere & par devant.

Ils ſont auſſi d'advis qu'on ne face pas ces caſematte ſi fortes, ni fort grandes à fin que s'il les falloit abandonner on les puiſſe mieux abattre ſans qu'elles rempliſſent beaucoup le foſſé, & auſſi à fin que les pieces rejalliſſantes puiſſent plus endommager l'ennemy. Il veulent auſſi que depuis ces angles juſques à l'angle flancqué du boulevart qui eſt vis à vis, & delà juſques dans la forteresſe, on face des voûtes en terre deſſous le foſſé, pour aller & venir à couvert au long d'icelles depuis la forteresſe juſques auſdites caſematte.

Toutesfois d'autant que ces caſematte ne ſemblent point eſtre parties de la forteresſe, mais pourroyent ſeulement eſtre faites en temps de guerre en telle place & en telle forme que la neceſſité requiert, pourtant nous ne les avons point deſcrites en la pourtraicture du deuxieſme Chapitre, eſtimans que ceſtoit aſſez d'en faire icy mention.

## Chapitre VII.

*Traitant quelques queſtions des forteresſes imparfaictes, à ſçavoir celles qu'on ordonne ſelon l'aſsiette du lieu & autres circonſtances.*

NOus avons deſcrit cy-deſſus la maniere de baſtir une forteresſe parfaite de tout poinct, ſelon la maniere d'aujourd'huy : avec un Chapitre des principales queſtions qui peuvent eſtre propoſees touchant les forteresſes parfaites. Mais pource qu'il arrive ſouvent que l'aſſiette du lieu & autres circonſtances ne permettent pas de faire tout ce qu'on voudroit bien, & que l'on eſt contraint de s'accommoder autrement. Nous recueillerons en ce Chapitre quelques queſtions là deſſus.

## I. Qvestion,

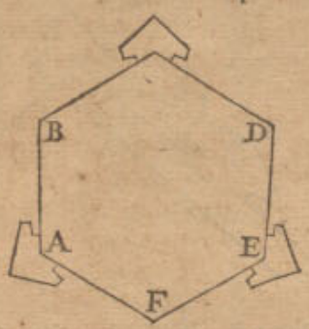
*Touchant les Demy-boulevarts.*

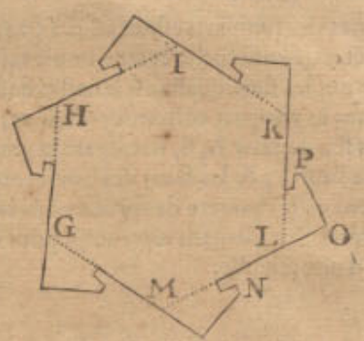
POſons qu'on ait à baſtir une figure equilaterale hexangulaire inſcriptible au cercle, de laquelle on veut pour certaine cauſe nettoyer la grande courtine ſeulement d'un coſté. On demande lequel des deux eſt le meilleur, ou de faire trois boulevarts entiers, comme en l'hexangulaire A B C D E F, ou bien ſix demy-boulevarts, comme en l'hexangulaire G H I K L M? (or je

les

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

les nomme demy-boulevarts, pource que NO eſtant conſiderée comme une entiere grande courtine droite, il ne reſte que OP pour la moitié d'un boulevart entier) les demy-boulevarts me plaiſent plus pour pluſieurs raiſons. La premiere, pource que leurs angles flancqués peuvent eſtre rendus plus obtus ou moins aigus que non pas aux entiers : Ou ſi on les fait egalement aiguz alors le demy-boulevart pourra eſtre nettoyé de bien plus pres par la grande courtine. Secondement, la courtine du demy-boulevart peut ainſi bien mieux eſtre neſtoyée pour ce qu'il n'eſt pas neceſſaire de tirer ſi fort de travers par deſſus le parapet de la grande courtine : Car de tirer ſi fort de travers n'eſt pas ſi bon pour ſe deffendre & le lieu eſt aſſez mal propre pour y faire des canonnieres. Tiercement, on peut avoir plus d'eſpace ſur les gorges des demy-boulevarts pour y mettre des cavalliers, ou hauteurs. On peut adjouſter à cecy que les demy-boulevarts conviennent mieux aux figures dont les angles ſont impairs que ne font les boulevarts entiers ; à ſçavoir quant ſelon la maniere ſuſdite on ne veut nettoyer chaque grande courtine que d'un coſté. Comme pour exemple, trois boulevarts entiers en un pentagone ſont trop : pource que contre l'intention il y a une courtine pouvant eſtre raſée de deux coſtés. Mais deux ſont trop peu, car une grande courtine y demeureroit ſans pouvoir eſtre nettoyée.




NOTEZ.

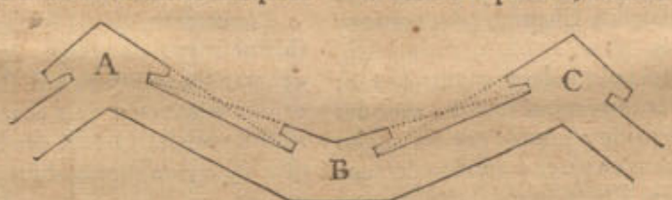
Toutes les forteresſes dont la grande courtine ne peut eſtre nettoyée que d'un coſté ſoit du flanc d'un demy ou entier boulevart n'eſt pas bien defenduë. En partie d'autant que ni la courtine des merlons n'y la courtine du boulevart ne peut eſtre bien defenduë de deſſus la grande courtine à cauſe de la pente de leur parapet, comme plus amplement eſt declaré au ſixieſme Chapitre, deuxieſme queſtion, deuxieſme article. D'autre part pource que la grãde courtine meſme à un eſpace qui ne peut eſtre defendu comme nous avons monſtré au ſixieſme Chapitre, huictieſme queſtion, au deuxieſme article du premier exemple.

II. QVESTION.

*Pour fortifier les remparts avec des angles obliques ou internes.*

I. EXEMPLE.

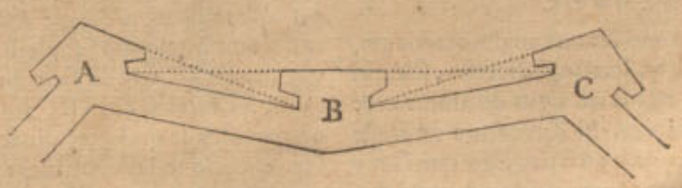
SOit un rempart A B C avec un coing interieur au milieu de la place B, comme s'enſuit :




Je preſuppoſe qu'il ſe faille accommoder a cet angle recourbé pour y mettre un boulevart en la meilleure façon qu'il eſt poſſible de l'y faire. Je dis que tels coins interieurs ont une incommodité pour y pouvoir mettre des boulevarts plus forts (comme icy eſt le boulevart B) qu'aucune autre forme equilaterale inſcriptible au cercle & auſſi plus fort qu'en un rempart tout droit ; le boulevart B eſt meilleur qu'un des deux A C, & cecy pour deux raiſons : La premiere tout le coſté par devant du boulevart B eſt veu & defendu de chaque boulevart d'un coſté & d'autre A & C, ce qui ne peut eſtre au regard de A & C. Car leurs faces ne peuvent eſtre raſées que d'un coſté. Secondement, pour ce que le boulevart B n'a point d'angle poinctu en dehors comme un autre, on ne luy peut endommager ni rompre ſon angle n'eſtant pas poinctu en dehors.

II. EXEMPLE.

ET pour declarer plus parfaictement le commun naturel du flancquement. Remarqués que quant le coing eſt mis en telle forme que le devant du boulevart peut eſtre tout entier tiré en droite ligne, comme ceſte deuxieſme platte forme repreſente (tel eſt à Malte le boulevart de *S. Barbara*, ſuivant les figures qu'on en trouve imprimées) telle forme eſt la plus forte qu'on puiſſe donner à un boulevart, car la face de devant peut eſtre raſée tout entiere parfaictement de deux coſtés. Pourtant ſi quelqu'un venoit à penſer que le boulevart du milieu n'a pas la forme requiſe d'un boulevart, pour ce qu'il n'a pas par devant un angle avancé en dehors, il ſemble qu'il s'arreſte plus à la mode qu'à la raiſon qui doit faire la mode.



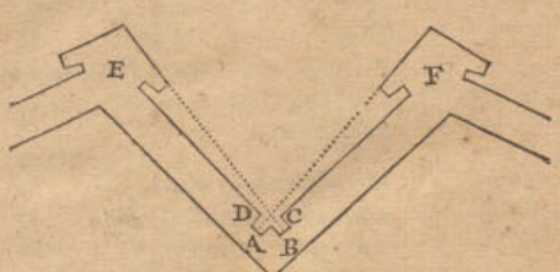



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

Mais encor que nous ayons dit que ceſte forme eſt la plus forte de toutes celles qu'on pourroit donner à un boulevart : Il ne faut pas pourtant que vous imaginiez qu'il ſoit loiſible d'en faire toutes les fois que vous voudrés és places, où vous deſignerés à voſtre volonté des remparts. Car pour une de ces formés là, il faudroit que les autres boulevarts fuſſent plus foibles eſtans neceſſairement plus aigus ou moins obtus, ce qui ne donneroit aucun advantage ; d'autant qu'un ennemy ruſé laiſſe les places les plus fortes, & attaque les plus foibles. Puis apres c'eſt que l'on comprend ainſi moins de place avec plus de rempart.

### III. Exemple.

LEs angles internes des remparts eſtans aſſez aigus ou peu obtus peuvét eſtre auſſi fortifiés ſans boulevarts, à ſçavoir avec des angles flancquans en tenaille baſtis outre le parapet dans le rempart comme cy-deſſous, ſe voyent deux angles flancquans A, B, nettoyans la grande courtine l'un de l'autre, & les faces des boulevarts. Les Italiens appellent ceſte maniere de fortifier *à forbici*, & les François *en tenaille*, les Flamans *tange-vvijs*, pour ce que cela à la façon d'une tenaille.




Ces angles interieurs flancquans ſont quelque fois voûtés : Mais remarqués en bien les defauts, ſuivant les angles flancquans voûtés dont eſt fait mention en la ſeptieſme queſtion du ſixieſme Chapitre, dont ceux cy ne peuvent eſtre garantis.

Les angles interieurs fort obtus des remparts, ne ſont pas ſi commodes que les autres pour fortifier avec des angles flancquans en tenaille : pource que les angles comme C & D, advançans en place d'oreillon demeurent trop aigus & foibles. Pourtant on pourroit pour le plus expedient y faire un boulevart, ſelon la maniere du premier ou deuxieſme exemple.

Combien que ceſte façon de fortifier ſoit belle en apparence, & qu'elle puiſſe ſervir quant la neceſſité nous y contraint, ce neantmoins il ne faut pas à ſon plaiſir l'ordonner, comme veulent aucuns, és places ou l'on en a la liberté. Car ſi d'aventure il y avoit une courtine droite depuis le boulevart E, juſques au boulevart F, elle ſeroit cauſe qu'il y auroit des angles plus obtus à ces boulevarts. Secondement, cela couſteroit moins que ces deux icy. Tiercement, elle comprendroit plus d'eſpace.

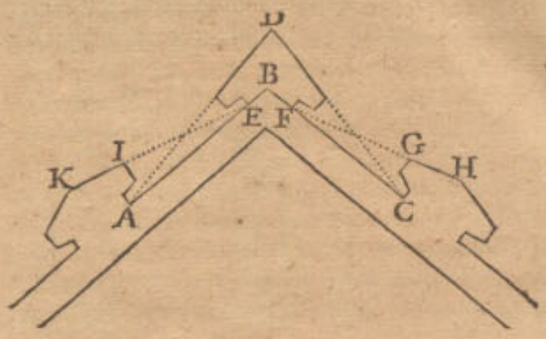
### III. Qvestion.

*De la fortification des remparts ayans des angles exterieurs.*

### I. Exemple.

QUant il ſe faut accommoder aux angles exterieurs, il y peut avoir des conſiderations diverſes, ſelon la commodité qu'ils ont, eſtans ou aigus ou obtus avec quelques autres circonſtances. Si d'aventure un angle comme A B C, eſtoit ſi obtus ou ſi peu aigu que l'on y puiſſe mettre un boulevart convenable au devant, duquel l'angle flanqué comme D demeuraſt aſſez obtus ou peu aigu, & ſi outre cela la longueur des courtines A E, C F, peuſſent permettre un tel boulevart, il vaudroit mieux alors y en faire un que de n'y en point faire du tout, & ce pour trois notables raiſons.

Premierement, ceſt que par ce moyen les courtines, qui ſont entre deux boulevarts, comme A E, C F, peuvent eſtre nettoyées de deux coſtez, au lieu que ſans le boulevart B D, l'une & l'autre ne peut eſtre nettoyée que d'un coſté.



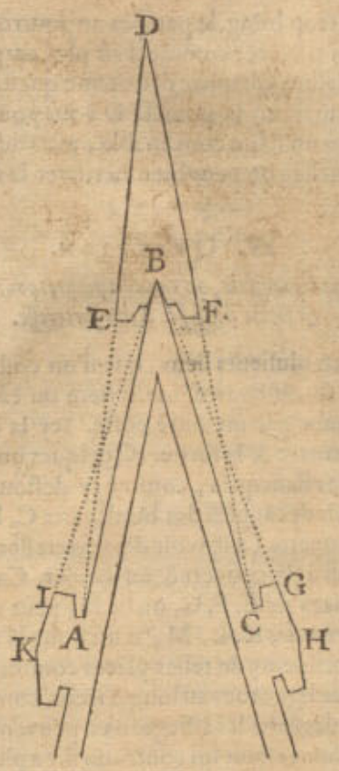

Secondement, les deux faces G H, I K des deux boulevarts, peuvent eſtre nettoyées de leurs flancs, au lieu qu'autrement elles devroyent eſtre nettoyées de quelque place de la courtine entre A E, & entre C F. Or ce nettoyement n'eſt pas ſi bon, ſi bien qu'à cauſe de la pente de la grande courtine, on ne peut voir une partie de la face du boulevart, n'y mettre commodement des canonnieres de travers dans la grande courtine, comme il eſt declaré plus amplement au ſixieſme Chapitre, deuxieſme queſtion, deuxieſme article, & auſſi au ſixieſme Chapitre, huictieſme queſtion, deuxieſme article du deuxieſme exemple.

Tiercement, quand les faces G H, I K du boulevart ſont nettoyées du milieu, ou de quelque autre poinct des grandes courtines A E, C F, il faudroit tirer les faces deſdits boulevarts vers ce milieu, ou autre poinct, & ainſi les angles H & K des boulevarts deviendroyent plus aigus, ou moins obtus, & conſequemment plus foibles.

### II. Exemple.

Poſons maintenant que l'angle exterieur A B C ſoit beaucoup plus aigu que le precedent, ſur lequel il faut tracer un boulevart, duquel les flancs & oreillons ayent leur largeur & eſpaiſſeur requiſe, alors l'angle flancqué D ſe fait trop aigu, non ſeulement pource qu'avec le temps on le pourroit abbatre avec le canon : mais auſſi à cauſe qu'il eſt ſi eſtroict qu'on le perceroit de chaque coup de canon, à cauſe de l'obliquité des eſcarpes ayans leur hauteur convenable. Il peut auſſi arriver que les deux faces E D & F D (ſi on baille aux flancs & aux oreillons leur conuenable largeur & eſpaiſſeur) ſe rencontreront paralleles l'une à l'autre ou que tant plus elles ſeront prolongées, tant plus elles ſelargiront, & en tel cas il eſt impoſſible de faire un boulevart convenable ſur l'angle B. De ſorte que ſi l'on ne veut changer ni le rempart ni l'angle A B C, il ſeroit meilleur de laiſſer ſans boulevart l'angle B, lequel eſt moins aigu que l'angle D, que de faire un boulevart ſi defectueux tirant les faces G H, I K, des deux autres boulevarts nettoyables de quelque poinct entre A B & entre C B. Car encor que les courtines entre C F & A E, ſoyent autrement nettoyées des deux coſtez ; ſi eſt ce que l'on feroit

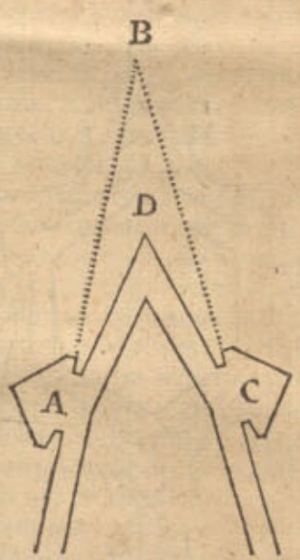
Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©




ſeroit (outre le defaut qu'à le boulevart eſtant ſi fort aigu) deux faces, à ſçavoir F D, E D, ſi extremement eſloignées, que l'artillerie ne ſçauroit advantageuſement porter depuis C juſques au bout D.

### III. Exemple.

MAis ſi d'aventure l'angle B peut eſtre racourci, alors il y a pluſieurs methodes pour mieux faire. Premieremẽt, l'angle qui auparavant eſtoit B, eſtant tranſporté au lieu D, cõme cy-deſſous, alors l'angle ADC eſt bien

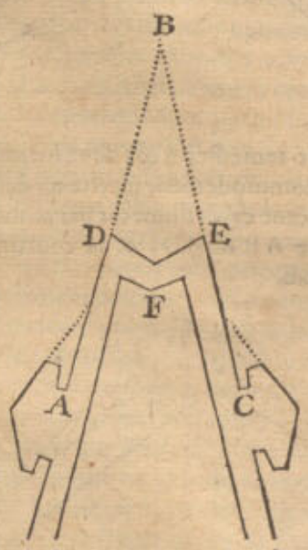



meilleur que l'angle A B C pour demeurer ſans boulevart. Ou ſi d'aventure l'angle B eſtoit aſſés obtus, on y pourroit mettre un boulevart, comme au premier exemple, ſi la place le permet, c'eſt à dire ſi les grandes courtines n'en eſtoyent pas trop courtes, & que les trois boulevarts ne fuſſent point trop pres l'un de l'autre, ce qui ſeroit cauſe ſans doute non ſeulemẽt qu'on deſpendroit beaucoup pour la defence de peu de remparts, mais auſſi que les boulevarts ne ſeroyent pas bons ayans l'angle trop aigu.

Si l'on deſire que les trois ſuſdits boulevarts, comme A, C, & celuy qu'on voudroit avoir en D, ſoyent d'egale force (comme il eſt raiſonable de faire, ſi ce n'eſt que les circonſtances donnent plus d'avantage à l'un qu'aux autres) il faudroit approcher le poinct D ſi pres de A C, que leurs angles flancqués fuſſent egaux. Car ſi quelqu'un des boulevarts eſtoit plus obtus, il faudroit que l'un des autres fut plus aigu, ce qui ſeroit incommode. Outre cela trois boulevarts d'angles egaux ont plus de contenu, ſi on regarde la proportion de la grandeur de leur ſuperficie à la longueur des remparts.

### IV. Exemple.

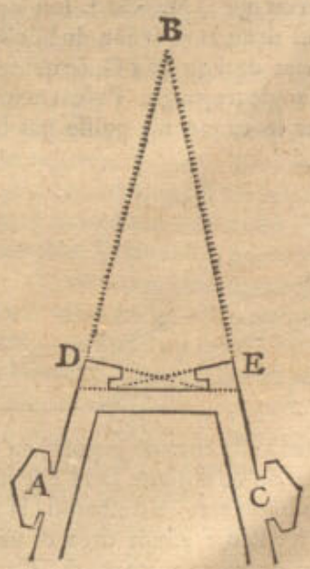
ON peut encor changer convenablement l'angle aigu A B C, en deux angles egaux plus obtus, ou moins aigus, comme cy-deſſous, les deux angles D E, faiſans un




angle interieur F, lequel peut eſtre fortifié avec un angle flancquant en tenaille. Selon la maniere du deuxieſme exemple de la deuxieſme queſtion. Puis on peut laiſſer les angles D, E, ſans boulevarts, ſoit entiers ſoit demy boulevarts, ſi la commodité de la longueur des courtines & autres circonſtances le permettent.

### V. Exemple.

ON peut encor autrement racourcir l'angle A B C avec une ligne droite DE, laquelle face deux angles obtus, à ſçavoir A D E & C E D, pour y mettre deux boulevarts entiers ſi la commodité du lieu le permet, & non pas deux demy-boulevarts comme cy-deſſous:

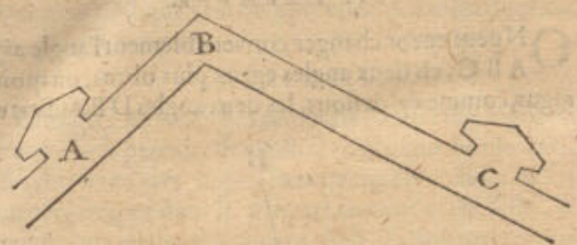




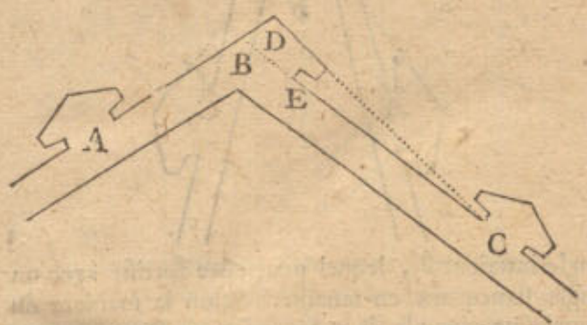

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

VI. Exemple.

POsons qu'il y ait un rempart avec un angle exterieur ABC, & deux boulevarts A C : Mais tellement que le boulevart A, ſoit bien pres de B, & le boulevart C, eſloigné du meſme boulevart B, à cauſe dequoy on deſire faire un boulevart à B, de telle ſorte que la courtine B C racourcie puiſſe eſtre nettoyée d'une part & d'autre. Mais ce boulevart eſtant là mis, la courtine A B qui maintenant n'eſtoit pas aſſe longue, ſera encor plus courte.




Pour donc remedier à ces deux incommodités, on pourra plus commodement mettre un demy-boulevart à l'angle B, cõme cy-deſſous: car par ce moyen on alonge la courtine A B de B D, & la courtine B C eſt racourcie de B E.




VII. Exemple.

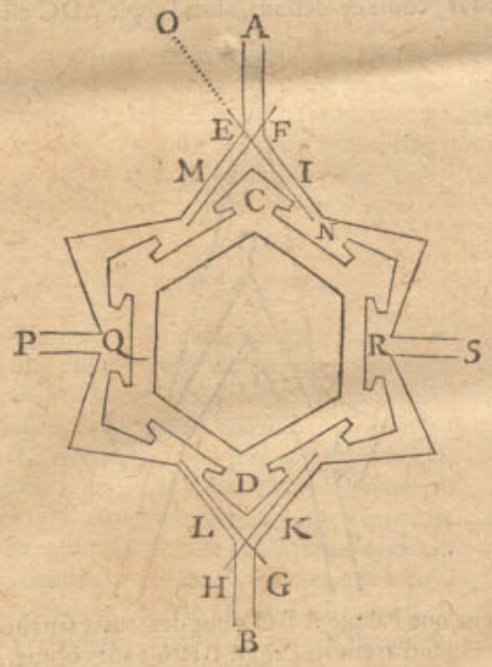
SI d'aventure il falloit mettre un boulevart en quelque endroit au devant d'un vieux rempart ou d'une porte, comme il arrive en pluſieurs lieux, alors on doit prendre garde aux prochaines poinctes ou angles du rempart, s'il y en a, & tirer les faces du boulevart vers leſdits angles, ou poinctes, d'où leſdites faces pourront eſtre aiſement nettoyées, en ſorte neantmoins que l'angle flancqué ſoit aſſés obtus. Prenés par exemple qu'il y ait un rempart A B C auquel il faut avoir un boulevart en la place B, lequel rempart à deux poinctes D, E. Poſés maintenant que la poincte E ſoit ſi proche de B, que ſi de là on tiroit la courtine du boulevart, il faudroit qu'elle vint de F juſqu'à G, ce qui feroit un boulevart avec un angle trop aigu. Poſés encor que I en ſoit ſi eſloigné que le canon n'y puiſſe pas bien porter:

Mais la poincte D eſt (comme je poſe) en une diſtance convenable de B, & ſa ligne D H fait un bon angle aſſez obtus au boulevart, s'il eſt ainſi, la face F H du boulevart eſt meilleure eſtant tirée & nettoyée de la poincte D, que d'aucune autre place. Car puis que le poinct I eſt trop loing, le parapet ne pourroit aſſez bien defendre en travers, comme il eſt plus amplement declaré au ſixieſme Chapitre deuxieſme queſtion deuxieſme article: mais en la poincte D vous pouvés, ſi vous voulés, faire un flanc convenable, avec des canonnieres par leſquelles on peut bien nettoyer la face F H du boulevart.

IV. Qvestion.

*Touchant les rivieres, ou canaux propres pour l'entrée & ſortie des foſſés d'une forteresſe.*

IL arrive en pluſieurs lieux, que d'un coſté de la forteresſe il ſe rencontre une riviere ou canal avec les foſſés, ſortant par un autre coſté. Icy la queſtion eſt touchant l'entrée & la ſortie. Quelques unes ſont vis à vis les angles flancqués, comme cy-deſſous les canaux A, B, vis à vis des angles des boulevarts C, D. Mais les chemins couverts (à ſçavoir des forteresſes qui en ont) ſont par ainſi à deſcouvert & en danger. Car quelqu'un eſtant és places de E, F, G, ou de H, peut voir les chemins couverts I, K, L, M, d'un bout à l'autre. Ceſt pourquoy l'ennemy de telles places comme E, F, G, H, tire en droite ligne tout au long d'iceux, comme ON, & y ayant fait des forts les aſſiegés n'en peuvent tirer aucun ſervice. Meſmes eſtant un contre un il y a plus de ſeureté & d'advantage en la place E, ou en la ligne E O, que dans le chemin couvert I. Car en E, ou en la ligne E O, on a la campagne pour ſe retirer au long & au large: mais au chemin eſtroict I, on peut eſtre nettoyé depuis un bout du chemin juſques à l'autre ſans qu'on ſe puiſſe retirer ou gauchir d'un ou d'autre coſté. Pour remedier à ce defaut, il faut ordonner une plus commode entrée & ſortié du canal vis à vis le milieu de la grande courtine, comme les canaux des places P Q, & R S.




Conſiderés, que ſi d'aventure l'eau qui entre, avoit ſa ſource d'un pays haut en ſorte que la pluye & la neige la fit deborder, amenant quant & ſoy quantité de bouë, ſable, & tels amas, & qu'enſuite de cela, la quantité de l'eau coulaſt aupres des foſſés, & devint ſi baſſe, que ſon cours ſe fiſt trop lent, & preſque point remarquable, pour ne pouvoir retenir une juſte profondeur, au contraire ſe rempliſſant touſiours: En tel cas il ſeroit bon de faire un petit conduit d'eau traverſant le foſſé par le milieu

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

milieu de la forteresse, pour detourner les ordures qui rempliroient le fossé. Mais si la riviere estoit si grosse & forte, qu'elle emportast avec soy ses ordures, & qu'ainsi elle laissast durer la profondeur du fossé, il ne seroit pas besoing de faire un tel conduit d'eau.

Quant à ce que quelqu'un pourroit penser que le lieu de ceste cinquiesme question, conviendroit aussi bien au precedent sixiesme Chapitre, és questions des forteresses accomplies, qu'en ce septiesme Chapitre, és questions des forteresses imparfaites. Il faut qu'il sache là dessus qu'en ces precedentes forteresses accomplies nous entendions des forteresses qui ont les fosses secs pour donner des exemples de flancs de trois lieux, qui nettoyent le fond du fossé. C'est pourquoy il nous à semblé que ceste exemple conviendroit mieux icy.

## V. Question.

### *Touchant les hauteurs qui peuvent incommoder, & doivent estre hors la forteresse.*

SI hors de la place, qu'on desire fortifier, il y a quelque hauteur qui puisse incommoder, laquelle pour quelque autre incommodité on ne vueille pas enclorre dans la forteresse; alors quelques uns estiment qu'il seroit expedient de faire un boulevart vis à vis de ceste hauteur incõmode. Il y en a d'autres qui veulent qu'au devant d'icelle on accommode le milieu de la grande courtine, disans que cela vaut mieux qu'un boulevart: La raison est qu'elle est defenduë avec deux flancs, au lieu que chaque face du boulevart est defenduë seulement d'un costé, ce qui n'est pas sans raison: Mais si d'aventure il y avoit un cavallier eslevé sur le boulevart selon la façon declarée cy-dessus au deuxiesme Chapitre, à fin de commander avec iceluy sur la hauteur incommode, il semble de prime abord que cela seroit advantageux.

Jusques icy nous avons discouru touchant les demy-boulevarts, la fortification des remparts avec des angles internes & externes, les sorties & entrées des rivieres par des canaux, & des hauteurs incommodes qui doivent demeurer hors d'une forteresse. Pour ce qui touche le reste, à sçavoir quand on ne peut suivre les regles generales des forteresses accomplies, pour d'autres empeschemens, nous en toucherons un mot: C'est qu'il faut approcher des parfaites le plus qu'on pourra disposant le nettoyement autant à l'advantage de la forteresse & la couvrant si bien au desadvantage des ennemis, que les circonstances le permettront. Mais puis que cecy est dit trop generalement on desireroit encor une maniere & declaration adressant plus particulierement comment on doit faire. Là dessus on dit que la forme des lieux esquels on peut faire des forteresses accomplies est simple: mais que les diverses formes des autres sont (par maniere de dire) infinies, ceste pourquoy qui commenceroit à l'entreprendre seroit capable de commencer un ouvrage infini. Il me plairoit fort qu'on assemblat tous les pourtraicts mis en lumiere par diverses personnes de forteresses semblables diverses & notables, qui se trouvent en effect en diverses places, avec une declaration en Flaman des choses qui selon le temps present est bien ou mal: mais je craindroy qu'il ne fallust finalement que les imprimeurs vendissent leurs papiers aux Apothicaires pour en envelopper leurs epiceries: ne sçachant combien long temps nos Flamans aymeront mieux dire, à la façon des papegais, *contrescarpe, flancquer, sapper*, que comme les gens d'esprit & qui ont du sçavoir dire *cabeschoeysel, strijcken, graven*, &c.

Laissant ces choses à part; nous mettrons au lieu de tels exemples particuliers, quelques questions generales touchant les advantages ou desadvantages qui sont en diverses situations des places où l'on veut avoir des forteresses, comme des plattes campagnes, pays de montagnes, pays secs & humides, & tels autres, sans toutefois conclure qu'elle assiette est la meilleure: car le pour & le contre des deux costez est si douteux que l'on ne sçait qu'en juger. Le profit que l'on peut recevoir de ces qu'estions irresoluës, est, que quiconque voudra discourir touchant les assietes des forteresses, ou en donner des raisons, ou desirera ordonner en quelque lieu une forteresse, trouve icy en bref un recueil des advantages & desadvantages qui luy peuvent survenir, comme aussi ce qui pourroit estre expedient en l'architecture, & cela sur les diverses opinions des Autheurs, qui pour le present sont estimés y estre tresbien versés desquels j'ay recueillis briefvement ces questions.

Nous commencerons donc par les forteresses sur pays plat & uni: Mais puis qu'il y en a de deux sortes, aucunes sur des hauteurs lesquelles ont leur egalité quelque fois de quelque vallée insensible (je parle d'egalité fort justement horizontale) d'autres qui reçoivent leur egalité au bas des rivieres, ceste derniere sorte doit estre icy principalement descrite, ceste pourquoy je declareray premierement la façon de leur debordement, à fin que par ceste cognoissance les desseins des Architectes, & semblables choses appartenantes aux terres qui pourroient servir à cecy soyent plus aisées à cognoistre.

Il faut sçavoir que l'eau de pluye & encor l'eau de neige fonduë tombe en grande abondance des lieux hauts és lieux bas, d'où finalement elle se degorge dans les rivieres, y apportant quant & soy de la terre, de l'argille, de la bouë & telle matiere qu'on voit descendre avec l'eau des montagnes & pays hauts. Et pource que ceste eau espaisse des rivieres s'eleve fort pour la grande abondance qui y devale, elle coule à travers la basse campagne d'alentour. Ceste pourquoy le fleuve venant à s'elargir, il perd la force de son cours qu'il avoit estant estroict, & pourtant devenant fort coye, la matiere d'argille & de bouë occupe le fond, dont puis apres l'eau ne coulant que tout doucement, la terre se hausse de plus en plus. Ceste accroissement arrive en deux sortes de places, l'un icy és prairies qui sont des deux costés des rivieres, l'autre aux emboucheures des rivieres lors qu'elles trouvent un lieu large & aboutissent en la mer: car aussi l'eau des rivieres perdans là la rapidité de leur cours, laissent au fonds la matiere espaisse. Ceste ainsi que la Hollande est accruë (comme on peut juger des autres semblables pays) à l'emboucheure du Rhin par la matiere qu'il à apporté d'enhaut. Ayant tellement nettoyé avec le temps la terre en haute Allemagne par la pluye & les neiges, que finalement en plusieurs endroits il n'y est resté que dures pierres des rochers tous secs, cõme les Alpes d'où ceste matiere est devalée: Et la Hollande avec quelques prairies joignant le Rhin ont reçeu ces accroissemens & en reçoivent encor d'an en an. Et comme le Rhin est grand, venant d'un pays grand & lointain, à aussi de grands accroissemens, ainsi voit on les petites rivieres, mesmes les fonteines desquelles l'eau estroicte au commencement n'a qu'un pied de largeur, ont leur petit accroissement, grand selon la situation du pays, leurs ordures s'en vont à val avec la pluye & l'eau de neige. De ces petites fonteines, nous avons dequoy apprendre en ceste affaire. Car comme avec des boules figurées que nous tournons & renversons comme nous voulons, on



Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

parvient aiſement à la cognoiſſance de l'idée de la grande boule de l'univers : Ainſi par des petites fonteines (deſquels nous detournons & faiſons aller leur cours comme il nous plaiſt, & nous ſervent comme de quelque inſtrument à laver & nettoyer, faiſant un peu plus loing des petits bancs de ſable, allieurs aſſemblant la bouë, & choſes ſemblables) nous venons aiſement à la cognoiſſance de la nature & proprieté des grands fleuves.

Mais pour parler plus amplement de la Hollande, ſçachez qu'au temps paſſé le Rhin paſſoit par Leide aupres du Chaſteau Breton en la mer, alors le grand acroiſſement de Hollande eſtoit à l'emboucheure du Rhin en ceſte place, tellement que ceſte maiſon eſtoit quelques lieuës eſloignée de l'Ocean. Mais puis apres par une grande tempeſte à l'endroit du Rhin (comme cela arrive en beaucoup d'autres lieux) vint un banc de ſable qui le boucha ſi bien, qu'il a eſté contraint de prendre ſa courſe vers Utrecht dans le Lecque, ayant trouvé paſſage aupres de la Brile & Goederede : tel a eſté de ce temps-là juſqu'a maintenant le grand acroiſſement de Hollande en ceſt endroit, ſi abondant, qu'en certains endroits le pays eſt fort eſlevé tant avec des digues que ſans digues eſquels il y a encor des hommes qui ſe ſouviennent y avoir paſſé avec des grands bateaux. Et ce pays acreu, joignant le Chateau Breton, n'ayant plus la nourriture accouſtumée de la matiere qui devalloit, par le lavement continuel de l'Ocean, s'eſt eſcoulé tellement que le fondement de ceſte maiſon eſt maintenant par delà les dunes & montagnes de ſable dans la mer. Et comme il y a encor un ſemblable accroiſſement à l'emboucheure d'une partie du Rhin aupres de la Brile ſe dechargeant dans la mer, auſſi y a il un pareil accroiſſement à l'emboucheure de l'autre corne du Rhin, qu'on appelle Iſſel, qui ſe va rendre dans la mer Auſtrale aupres de la ville de Campe. Tellement que la mer Auſtrale avec le temps ſera un jour un pays, comme elle eſtoit anciennement, par lequel le Rhin paſſera comme il fait maintenant par le pays d'Over-Iſſel. Et quant la mer Auſtrale ſera remplie, alors ſon accroiſſement (pourveu que comme nous avons dit la riviere ne ſe deſtourne point ou que par une grande tempeſte il n'arrive une nouvelle breche des montagnes de ſable) prendra ſa ſortie du Texel & Flielant : Car encor que l'Ocean ſemble gagner ceſte place, cela pourtant n'arrivera point tant que l'emboucheure du Rhin apportera là ſon accroiſſement. Et ſi quelqu'un ne peut advouër cecy, ceſt pource qu'il en ignore la cauſe ; car ſi long temps qu'il y aura de la matiere venante du pays haut, lequel ſe diminuë, il faut qu'un autre s'accroiſſe. Voila l'origine du mouvement terreſtre, dont Ariſtote a fait mention, lequel, comme les autres Elemens a une ſucceſſion continuelle devenant terre ce qui paravant n'eſtoit que mer (comme en font foy les coquilles de Mer qui ſe trouvent en terre fort loing de la mer) & devenant mer, ce qui eſtoit auparavant une terre. Quant à ce qui eſt de quelques rivieres ou fonteines, leſquelles entre leur ſource & la mer courent par les rochers & fonds graveleux, & n'ameinent avec eux aucun accroiſſement à leurs emboucheures, quant elles ſe rendent en la mer, mais que tout au contraire il y fait tres profond comme entre les rochers de Norwege & ſemblables places. On en peut donner une bonne raiſon & aiſée à comprendre : Car quand toute la matiere des pays hauts, qui fait maintenant accroiſſement ſera une fois toute emportée par le courant des pluyes & des neiges, & que les alpes ſe trouveront dans la mer, comme ſont maintenant les rochers de Norwege, alors on verra que la meſme choſe y arrivera. Nous pourrions bien encor icy rapporter comment & pourquoy en diverſes places il ne s'aſſemble que du ſable, en d'autres des cailloux & des pierres, en quelques endroites de la bouë molle, en d'autres de l'argille dure, avec telles autres circonſtances : Mais conſiderant que j'en ay aſſez dit pource qui peut concerner les fortereſſes, nous n'en parlerons plus.

Ayant donc ainſi declaré la façon de l'accroiſſement des pays bas, leurs proprietés generales en peuvent eſtre coguuës par les cauſes : & s'ils n'avoyent pas des digues, ils ſeroyent ſubmergés, par les plus grands fleuves, ainſi qu'il advient communement au Printemps (en quelques endroits de l'Europe aux pays qui ne ſont pas plus Meridionaux que l'Egypte) car ſi d'aventure le contraire arrive, à ſcavoir que les hautes rivieres n'entrainaſſent pas la terre pas deſſous, il faudroit dire que ces hautes rivieres la auroyent fait des accroiſſemens auſſi hauts, ou plus hauts qu'elles ſont elles meſmes, ce qui ne peut eſtre abſolument en ce ſeul regard. Je dis en ce ſeul regard, d'autant que pour declarer les exceptions il faudroit un plus grand diſcours que nous n'avons deliberé d'eſcrire icy. Secondement, puis que cela eſt notoire, pourquoy eſt ce que telles terres ſont ſi uniës voire paralleles à la ſuperfice de l'eau. Tiercement, pourquoy eſt ce qu'elles ſont graſſes. Quartement, pourquoy eſt ce qu'elles ſont ordinairement aupres de quelque riviere : Je dis ordinairement, en partie pource que les rivieres quelques fois ſi debordent, en partie à cauſe qu'en pluſieurs places il vient beaucoup d'accroiſſement qui ne dure ſeulement que juſques à ce que l'eau de pluye, ou de neige, ſoit ecoulée. Ce qu'eſtant entendu nous viendrons à l'application.

## VI. Qvestion.

*Touchant les advantages & deſadvantages des fortereſſes ſur un pays plat ayant accroiſſement.*

### *Advantages.*

PRemierement, on y a abondance de bonne terre graſſe pour en faire de bons remparts & des cavalliers.

2. On peut mener aiſement par la riviere à peu de frais tout ce qui eſt neceſſaire pour baſtir la fortereſſe, comme auſſi tout ce dont les citoyens ont affaire.

3. C'eſt un terroir fertile lequel eſtant labouré donne abondance de vivres pour les habitans de la fortereſſe.

4. Quand la riviere monte plus haut que les terres, on peut noyer tout le pays ouvrant des eſcluſes ou rompant les digues pour perdre l'armée de l'ennemy.

5. Il n'eſt pas ſi ſuiet à eſtre miné, en partie pour ce que la terre eſt aquatique : en partie pour ce qu'on peut voir de loing ceux qui minent.

6. On y peut faire la fortereſſe de telle forme qu'il plaira, & plus accomplie qu'es autres places.

7. L'ennemy a de la peine de s'y cacher & couvrir pouvant eſtre incommodé de loing.

### *Les deſadvantages.*

Premierement, les 2, 3, & 4 articles peuvent eſtre auſſi au deſadvantage de la fortereſſe. Pour le premier, ſi la terre eſt bonne pour faire de bons remparts, boulevarts & cavalliers, elle eſt auſſi bonne à l'ennemy pour faire de bons forts, parapets & hauteurs.

2. Si

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

2. Si on peut aiſement amener par la riviere toutes choſes neceſſaires pour baſtir la fortereſſe, & tout ce qui eſt de beſoing aux habitans, auſſi pourra l'ennemy aiſement amener avec peu de deſpens tout ce qu'il faut à ſon armée.

3. Les vivres viennent auſſi fort bien à poinct à l'ennemy pour entretenir ſon armée.

4. Quant à ce que les aſſiegés peuvent noyer le pays pour leur advantage, auſſi peut l'ennemy ſe faire maiſtre de la digue, & noyer le pays au deſadvantage des aſſiegés quand il luy plaira, les reduiſant par ce moyen à l'extremité avec peu de gens, & avec la plus grande partie de ſon armée ſonger à quelque autre execution.

5. Une telle fortereſſe (ſi ce n'eſt que l'eau empeſche) peut eſtre aſſaillie de tous coſtez.

6. Elle couſte beaucoup pour ce qu'il faut qu'elle ait de grands cavalliers ſur les boulevarts & grands foſſés, où il n'y a pas tant d'advantage que ſur une montagne.

7. Le fondement eſt ſi mol qu'il peut bien arriver qu'un boulevart ou rempart enfonce qui ne pourroit pas eſtre redreſſé en peu de temps & à peu de frais.

## VII. Qvestion.

*Touchant les advantages & deſadvantages des fortereſſes ſur les montagnes.*

### *Advantages.*

PRemierement, elles ſont aſſeurées à l'encontre des profondeurs & vallées inegales, contre la cavallerie, les tranchées, & groſſe artillerie.

2. S'il y a aſſez de terre la fortereſſe peut eſtre achevée pluſtoſt & à moins de deſpens qu'au pays plat, car elle ne requiert pas de ſi grands foſſés, boulevarts, ni cavalliers, au lieu deſquels elle meſme peut ſervir.

3. Il faut que l'ennemy s'en eſloigne fort, d'où vient que le ſecours des uns ne peut ſi bien à temps aider les autres.

### *Deſadvantages.*

1. Les profondeurs inegales d'alentour & les vallées, compriſes au premier article, peuvent auſſi tourner à l'advantage de l'ennemy, pour y venir à couvert par les lieux bas & la ſurprendre inopinement par aſſaut.

2. Toutes les neceſſités pour baſtir ſoit pour ſouſtenir le ſiege n'y peuvent eſtre tranſportées qu'avec grand peine & deſpens.

3. Les hauteurs ont d'ordinaire faute d'eau.

4. Elles ſont ſuietes à eſtre minées.

5. Elles reçoivent du dommage de la pluye, pourtant la terre ordinairement n'eſt pas la ſi bonne qu'en un pays plat, qui reçoit accroiſſement, & auſſi pour ce que l'eau de pluye demolit grandement.

6. Les Architectes n'y peuvent pas choiſir telle forme qu'il leur plaiſt; mais il faut qu'ils s'accommodent à l'aſſiette du lieu, prenant plus de place qu'il n'ont de beſoing, ou moins qu'il ſeroit neceſſaire.

## VIII. Qvestion.

*Touchant les advantages & deſadvantages des fortereſſes environnées de la mer.*

### *Advantages.*

PRemierement, quant elles ſont eſloignées de 1500 pieds de terre, elles ſont garanties du canon.

2. Elles ſont aſſeurées contre les tranchées.

3. Elles ſont ſeures contre les aſſauts, car on ne peut empeſcher qu'elles ne reçoivent bien toſt du ſecours.

4. Elles ne requierent point de boulevarts de grands fraiz.

5. Elles n'ont pas beſoing de beaucoup de proviſions de bouche, de guerre, ni de gens veu qu'on y en peut aiſement porter.

6. Elles ne peuvent pas eſtre beaucoup incommodées du canon ou navires, car elles ſont foibles & inconſtantes à cauſe de l'agitation de la mer, mais pluſtoſt les navires peuvent eſtre endommagées.

7. On y peut tenir des navires pour la garde de la fortereſſe & meſmes pour moleſter l'ennemy.

8. On en peut faire une ville marchande, & y entretenir auſſi des gens de meſtiers & de trafique.

### *Deſadvantages.*

Premierement, elles n'ont pas les bornes ſi commodes que ſur terre ferme, à cauſe qu'on n'en peut pas touſiours ſortir librement.

2. La cavallerie y peut eſtre peu profitable & on auroit de la peine à l'y faire paſſer.

## IX. Qvestion.

*Touchant les advantages & deſadvantages des fortereſſes ſituées au bord de la mer.*

### *Advantages.*

PRemierement, elles ſont participantes des advantages de celles qui ſont en mer principalement du 5, 6, 7, & 8 article, comme auſſi de celles qui ſont tout à fait ſur terre.

2. L'ennemy doit avoir deux armées pour l'aſſieger, l'une ſur terre l'autre ſur mer.

3. Elles ont l'uſage libre des bornes du coſté de la mer & de la terre, car au beſoing elles peuvent recevoir par terre autant de cavallerie & d'infanterie qu'il luy en faut auſſi bien que par les navires de guerre.

### *Deſadvantages.*

Elles ſont en danger de pouvoir eſtre aſſiegées, non ſeulement par l'ennemy voiſin, mais auſſi d'un autre qui de pays loingtain y aborderoit, pouvant recevoir ſecours de divers quartiers du monde & pourroit auſſi mettre à terre ſon armée.

## X. Qvestion.

*Touchant les advantages & deſadvantages des fortereſſes dans les marais loing de terre.*

### *Advantages.*

PRemierement, on y eſt fort, car on n'y peut aborder par aucun coſté.

2. Elles ne requierent point de boulevarts de grande conſequence ni de remparts ni de cavalliers.

### *Deſadvantages.*

Premierement, elles couſtent beaucoup à baſtir pour ce que la terre doit eſtre apportée de loing, & que les fondemens ſont fort mauvais.

2. Elles ont un aïr puant (principalement aux pays chauds) qui cauſe des maladies aux habitans.

3. Ils ſont aiſés à aſſieger avec peu de gens, car l'ennemy peut faire un fort à l'endroit où paſſent les aſſiegés pour venir en terre. Pourtant comme elles ſemblent eſtre plus fortes d'aſſiette, autant ſont elles plus dommageables à elles meſmes.

4. La

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©

4. La vaillance des bons ſoldats qui ſont pour la garder ou pour repouſſer l'ennemy ne peut pas s'y faire paroiſtre.

## XI. Qvestion.

*Touchant les advantages & deſadvantages des foſſés ſecs.*

### *Advantages.*

PRemierement, une deſroute de gens tant de guerre que de paiſans avec leurs beſtes & meubles ſe peuvent ſauver dans les foſſes ſecs en temps de neceſſité.

2. Si l'ennemy y jette du bois pour le remplir, on y peut mettre le feu, mais ſi ceſt de la terre, des pierres & matiere incombuſtible qu'il y jette, il y a moyen d'en retirer une grande partie par le moyen des chemins couverts.

3. S'il y a aſſez de monde dans la forteresſe, on peut aller à ſon plaiſir dans le foſſe pour le garder, & auſſi ſurprendre l'ennemy par les fauſſes-portes: principalement quand il y a un chemin couvert.

4. En ces places ſeches l'air y eſt fort ſain.

### *Deſadvantages.*

Premierement, ſi l'ennemy devient maiſtre des cayes, il empeſchera les aſſiegés de tenir leurs beſtes dans le foſſé & en recevra beaucoup d'autres commodités.

2. On ne pourra pas alors ſi aiſement empeſcher l'ennemi d'emplir le foſſé, d'y miner & y faire des travaux avec leſquels il ſe defendra à l'encontre des ſurpriſes des aſſiegez.

3. Il pourra avec l'ayde de ſes petits forts venir fort pres pour ſapper le pied du boulevart, ou courtine pour l'abbattre par le moyen qu'il trouvera à propos, & cela ſans recevoir aucun dommage du flanq.

## XII. Qvestion.

*Touchant les advantages & deſadvantages des foſſes remplis d'eau.*

### *Advantages.*

PRemierement, ils ſont mieux aſſeurez contre les mines.

2. Encor que l'ennemy ait gagné les cayes, ce n'eſt pas à dire pourtant qu'il puiſſe enter au foſſé.

3. Si l'ennemy en veut eſpuiſer l'eau, il y employeroit beaucoup de temps & de travail.

4. Il ne peut pas approcher la muraille avec l'ayde des petits forts ni la ſapper dans le foſſé.

5. Si l'eau coule, & s'il y jette de la matiere pour eſtre emportée, elle ne s'arreſte pas ou il deſire.

6. S'il y jette d'une matiere qui enfonce, cela emporte beaucoup de temps & de peine avant qu'il empliſſe le foſſé.

### *Deſadvantages.*

Premierement, l'ennemy y peut faire un pont ſur des batteaux.

2. Les aſſiegés ne peuvent pas ſi commodement y faire des chemins couverts.

3. L'eau ſe gele ſi fort és pays froids, que les hommes y peuvent paſſer deſſus & pluſieurs choſes peſantes.

4. L'eau y engendre un mauvais aïr aux pays chauds.

Dans les precedentes 11 & 12 queſtions, nous avons declaré les advantages & deſadvantages des foſſes ſecs, & humides, & combien qu'il y ait des gens de differente opinion touchant cecy, l'un eſtimant que cecy eſt bon, l'autre que cela eſt meilleur, s'y eſt ce toutefois qu'ils conviennent en cecy, qu'il eſt tres bon de tenir les foſſés pour y garder le beſtial, les pouvant emplir d'eau lors qu'on veut, & derechef les ſeicher.

F I N.

BIBLIOTHÈQUE LILLE UNIVERSITAIRE

Réserve ancienne commune Lille1, Lille2, Lille3, - PôLib ©